Рівненський державний гуманітарний університет

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота

Магістерського рівня

На тему:

Методи якісного аналізу динамічних систем

Виконала: студентка 2 курсу магістратури,

Групи МІ-61

Спеціальності 014 Середня освіта(Математика)

Зубчик Наталія Сергіївна

Керівник: д.т.н.,проф. Власюк Анатолій Павлович

Рецензенти:

Рівне – 2020 року

Зміст

ВСТУП

Застосування якісної теорії до аналізу динамічних систем при вивченні соціально-економічних явищ не досить поширено та носить епізодичний характер. В основному проблемам якісного аналізу динамічних систем приділяється місце в закордонних наукових джерелах. Однак якісна теорія є ключем для розуміння складних явищ.

Завдання якісного методу — одержання якісного результату, тобто характерних рис усього явища відразу та, частково,— прогнозування явища. Математична частина якісного дослідження системи складається у зіставленні фазового портрета реальним соціально-економічним процесам або об'єктам разом із проведенням аналізу. При цьому повний якісний аналіз виникаючих систем рівнянь проводити, виявляється, немає необхідності, тому що властивості реального об'єкта встановлюють обмеження як на фазове рішення, так і на рівняння. В деяких випадках виявляється достатнім тільки знання області стійкості, положення рівноваги і їхньої економічної інтерпретації. В останні роки в якісній теорії зріс інтерес до нової якісної структури, так називаному дивному аттрактору, з яким зв'язують модель хаосу.

Актуальність теми полягає у тому, що останнім часом інтенсивно проводяться дослідження системи економіко-математичних моделей для аналізу економічного розвитку держав, в тому числі і України. З метою практичного їх застосування виникає проблема розв’язання нелінійних систем рівнянь моделей, їх якісного аналізу. Це потребує нових підходів та методів, модернізації існуючих, системного підходу до цієї проблеми.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Поставленій проблемі в вітчизняній та світовій літературі присвячується велика кількість монографій, наукових статей, підручників. Багато праць мають концептуальний характер, інші присвячені макроекономічному моделюванню. У практиці економічного планування та прогнозування, на відміну від розвинутих країн, в Україні макроекономічні моделі використовуються недостатньо, їх дослідження та застосування є актуальним. Як показує аналіз публікацій, в існуючих моделях для розв'язання їх рівнянь застосовуються або лінійні схеми, або чисельне інтегрування, якісний аналіз використовується рідше. Це пов'язано з тим, що немає підходів, які б дали доступ до впровадження новітніх методів якісної теорії динамічних систем та нелінійної математики в аналізі економічних моделей та практичному їх застосуванню, як це робиться в механіці, фізиці, біології, математичній теорії катастроф та інших галузях знань.

Метою дипломної роботи є детальний аналіз існуючих методів якісного аналізу динамічних систем. Виходячи з мети роботи можна поставити ряд **завдань:**

1. Ознайомитись із поняттям динамічних систем та їх властивостями;
2. Дослідити математичний апарат опису динамічних характеристик складних системи;
3. Розглянути постановку задач економічної динаміки;
4. Проаналізувати якісні зміни в соціально-економічних системах;
5. Дослідити класифікацію та властивості основних динамічних систем;
6. Розглянути методи опису якісних змін у дискретних динамічних системах;
7. Провести дослідження особливих точок системи диференціальних рівнянь;
8. Дослідити формулювання задачі аналізу динамічного процесу одновимірного середовища змінної структури у вигляді математичної моделі;

9. Провести дослідження математичної моделі нелінійних коливань. Застосування методу Гальоркіна та методів загальної теорії нелінійних крайових задач для доведення існування та єдиності розв’язку;

10. Висвітлити результати чисельного інтегрування у модельному випадку.

Предметом магістерської роботи виступають динамічні системи, як складові математичного процесу.

Об’єктом дослідження виступають методи якісного аналізу динамічних систем.

Методи дослідження: Для вирішення поставлених завдань використано як загальнонаукові методи (аналіз, синтез, індукція, дедукція, аналогія, абстрагування, конкретизація), так і емпіричні (розрахунково-аналітичні прийоми). Окрім того, застосовано методи теоретичного узагальнення і порівняння – для розкриття теоретичного змісту динамічних систем; комплексного і системного підходів – для дослідження методів якісного аналізу; методи формалізації – для розробки концептуальних основ методологічної роботи по темі; абстрактно-логічні – для формулювання теоретичних висновків і узагальнень.

Отримані результати полягають в уточненні теоретичних положень та розробці практичних рекомендацій, спрямованих на удосконалення методів якісного аналізу динамічних систем. У процесі дослідження отримано наступні наукові результати:

1. Узагальнено теоретичну інформацію про динамічні системи, їх види та класифікації;

2. Проаналізувано якісні зміни в соціально-економічних системах із подальшим підведення підсумків, виявлення недоліків, що потребують вирішення;

3. Розглянуто головні методи опису якісних змін у дискретних динамічних системах із подальшим висвітлення пропозицій для розвитку;

4. Проведено дослідження математичної моделі нелінійних коливань. Застосування методу Гальоркіна та методів загальної теорії нелінійних крайових задач для доведення існування та єдиності розв'язку.

Практичне значення одержаних результатів полягає в обґрунтуванні методичних положень та практичних рекомендацій щодо вдосконалення методів якісного аналізу динамічних систем.

Апробація результатів магістерської роботи проведено на студентській науково-практичній конференції та семінарі.

Структура роботи складається з вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел. Основний зміст роботи викладено на 101 сторінці друкованого тексту. Робота містить 2 таблиці, 19 рисунків, 47 формул. Список використаних джерел складається зі 55 найменувань, поданих на 8 сторінках.

РОЗДІЛ 1 ПРИНЦИПИ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

1.1.Динамічні системи і їх властивості

Найбільш загальним визначення динамічної системи є наступне: динамічною називається система, параметри якої явно або неявно залежать від часу. Із цього визначення виходить, що якщо для поведінки системи визначені функціональні рівняння, то в них включаються в явному виді змінні, відносні до різних моментів часу.

Розглянемо найважливіші властивості складних динамічних систем.

1. Цілісність (емерджентність).

В системі окремі частини функціонують спільно, становлячи в сукупності процес функціонування системи як цілого. Сукупне функціонування різнорідних взаємозалежних елементів породжує якісно нові функціональні властивості цілого, що не мають аналогів у властивостях його елементів. Це означає принципову незвідність властивостей системи до суми властивостей її елементів.[3]

2. Взаємодія із зовнішнім середовищем.

Система реагує на вплив навколишнього середовища, еволюціонує під цим впливом, але при цьому зберігає якісну визначеність і властивості, що відрізняють її від інших систем.

3. Структура.

При дослідженні системи структура виступає як спосіб опису її організації. В залежності від поставленого завдання дослідження виробляється декомпозиція системи на елементи та вводяться відносини й зв'язки між ними, істотні для розв'язуваної проблеми. Разом з тим декомпозиція системи на елементи й зв'язки визначається внутрішніми властивостями розглянутої системи. Структура динамічна по своїй природі, її еволюція в часі й просторі відбиває процес розвитку систем.

4. Нескінченність пізнання системи.

Під цією властивістю розуміється неможливість повного пізнання системи й всебічного подання кінцевою безліччю описів, тобто кінцевим числом якісних і кількісних характеристик. Тому система може бути представлена нескінченним числом структурних і функціональних варіантів, що відбивають різні аспекти системи.[35]

5. Ієрархічність системи.

Кожний елемент у декомпозиції системи може розглядатися як цілісна система, елементи якої, у свою чергу, можуть бути також представлені як системи. Але з іншого боку, будь-яка система - лише компонентів більше широкої системи.

6. Елемент.

Під елементом розуміється найменша ланка в структурі системи, внутрішня будова якого не розглядається на обраному рівні аналізу. В відповідності із властивістю 5 (ієрархічність системи) будь-який елемент є системою, але на обраному рівні аналізу ця система характеризується тільки цілісними характеристиками.

Цілісність, структура, елемент, нескінченність і ієрархічність становлять ядро системо утворюючих понять загальної теорії систем і є основою системного подання об'єктів і формування концепцій системних досліджень.

Однак для більше докладного вивчення властивостей динамічних економічних систем (ЭС) необхідно розглянути ще ряд найважливіших властивостей і характеристик.[3]

1. Стан системи. Стан системи визначається станами її елементів. Теоретично можливий набір станів дорівнює числу можливих сполучень всіх станів елементів. Однак взаємодія складових частин приводить до обмеження числа реалізованих сполучень. Зміна стану елемента може відбуватися неявно, безупинно й стрибкоподібно.

2. Поведінка системи. Під поводженням системи розуміється закономірний перехід з одного стану в інше, обумовлений властивостями елементів і структурою.

3. Безперервність функціонування. Динамічним системам властива безперервність функціонування. Система існує поки функціонують соціально-економічні й інші процеси в суспільстві, які не можуть бути перервані, інакше система перестане функціонувати. Всі процеси в ЭС, як у живому організмі, взаємозалежні. Функціонування частин визначає характер функціонування цілого, і навпаки. Функціонування системи пов'язане з безперервними змінами, нагромадження яких приводить до розвитку.[36]

4. Розвиток системи. Життєдіяльність складної системи представляє собою постійну зміну фаз функціонування й розвитку що виражається в безперервної функціональній і структурній перебудові системи, її підсистем і елементів.

Еволюція економічних систем визначається одним з найважливіших властивостей складних систем - здатністю до саморозвитку. Центральним джерелом саморозвитку є безперервний процес виникнення й дозволу протиріч. Розвиток, як правило, пов'язане з ускладненням системи, тобто зі збільшенням її внутрішнього різноманіття.

5. Динамічність. Економічна система функціонує й розвивається в часі, вона має передісторію й майбутнє, характеризується певним життєвим циклом, у якому можуть бути виділені певні фази: виникнення, ріст, розвиток, стабілізація, деградація, ліквідація або стимул до зміни.

6. Складність. Економічна система характеризується більшим числом неоднорідних елементів і зв'язків, поліфункціональністю, поліструктурністю, багатокритеріальністю, багатоваріантністю розвитку й властивостями складних систем.[1]

7. Гомеостатичністъ. Гомеостатичність відбиває властивість системи до самозбереження, протидія руйнуючим впливам середовища.

8. Цілеспрямованість. Всім динамічним системам в економіці властива цілеспрямованість, тобто наявність певної мети й прагнення до її досягнення. Розвиток системи зв'язаний саме зі зміною мети.

9. Керованість. Свідома організація цілеспрямованого функціонування системи і її елементів називається керованістю. В процесі життєдіяльності система за допомогою цілеспрямованого керування дозволяє постійно виникаючі в ній протиріччя й реагує на зміну внутрішніх і зовнішніх умов свого існування. В відповідності з умовами, що змінюються, вона міняє свою структуру, коректує мети розвитку і зміст діяльності елементів, тобто відбувається цілеспрямована самоорганізація системи, що на практиці реалізує здатність до саморозвитку. Однієї з основних функцій самоорганізації є збереження в процесі еволюції системи її якісної визначеності.[35]

Властивості керованості проявляються також у таких особливостях, як відносна автономність і функціональна керованість.

Відносна автономність функціонування економічно систем означає, що в результаті дії зворотного зв'язку кожна й складових вихідного сигналу може бути змінена за рахунок зміни вхідного сигналу, причому інші складові залишаються незміненими.

Функціональна керованість економічної системи означає, що підходящим вибором вхідного впливу можна досягти будь-якого вихідного сигналу.

10. Адаптивність. Адаптивність економічної системи визначається двома видами адаптації - пасивної й активної. Пасивна адаптація є внутрішньо властивою характеристикою економічної системи, що має у своєму розпорядженні певними можливостями саморегулювання. Активна адаптація представляє механізм адаптивного керування економічної системи й організацію його ефективного здійснення.[36]

11. Інерційність. Інерційність економічної системи позначається у виникненні запізнювання в системі, симптоматично реагуючої на обурюючі

і управляючі впливи. Таки запізнювання враховуються, зокрема, за допомогою лагів, включених у моделі опису систем. Розрізняють внутрішні лаги, або лаги прийняття рішень, щодо стабілізуючий вплив і зовнішні лаги, що відбивають затриману реакцію системи на відповідний вплив.

12. Стійкість. Система визнається стійкою відносно введеного визначення околиці, якщо при досить малих змінах умов функціонування її поводження значно не змінюється. В рамках теорії систем досліджуються структурна стійкість і стійкість траєкторії поводження системи. Стійкість ЕС забезпечується такими аспектами самоорганізації, як диференціація й лабільність (чутливість). Диференціація — це прагнення системи до структурної й функціональної розмаїтості елементів, що забезпечує не тільки умови виникнення й дозволу протиріч, але й визначає здатність системи швидко пристосовуватися до наявних умов існування. Більше розмаїтості — більше стійкості, і навпаки. Лабільність означає рухливість функцій елементів при збереженні стійкості структури системи в цілому.[3]

13. Стан рівноваги. Стійкість системи пов'язана з її прагненням до стану рівноваги, що припускає таке функціонування елементів системи, при якому забезпечується підвищена ефективність руху до цілей розвитку. В реальних умовах система не може повністю досягти стану рівноваги, хоча й прагне цього. Елементи системи функціонують по-різному в різних умовах, і їхня динамічна взаємодія постійно впливає рух системи. Система прагне рівноваги, на це спрямовані зусилля управління, але, досягаючи його, вона відразу від нього йде. Таким чином, стійка економічна система постійно перебуває в стані динамічної рівноваги, вона безупинно коливається щодо положення рівноваги, що є не тільки її специфічною властивістю, але й умовою безперервного виникнення протиріч як рухомих сил еволюції.[1]

1.2.Формальне визначення динамічної системи

Формально динамічна система в загальному вигляді може бути задана наступним кортежем:

$$M = Б < T, Ф, X, \Omega, V, Y, G, R >.$$

Властивості динамічної системи задаються наступними аксіомами:

1. Для системи S задано безліч моментів часу T, макрофункція системи Ф, безліч вхідних впливів X, безліч обурень Ω, безліч стані V, безліч значень вихідних величин Y, структура системи G, відношення емерджентності R.

2. Безліч T являє деяке впорядковану підмножину безлічі речових чисел, представляюче собою безліч моментів часу, в яких вивчається система.[4]

3. Макрофункція системи визначається за допомогою двох функцій:

$$S\colon X \to Y \; и \; V\colon X \times Y \to C,$$

де S – функціональна модель об’єкта; V – функція якості, або оціночна функція; C – безліч оцінок. Макрофункція системи визначається парою $Ф = (S, V)$.

4. Безліч обурень Ω або безліч невизначеностей, являє собою безліч усіх можливих впливів, котрі позначаються на поведінці системи.

Якщо така безліч Ω не пуста, т. ч. $\Omega \neq 0$, то функціональна модель об’єкта приймає вигляд:

$$S\colon X \times \Omega \to Y$$

а оціночна функція

$$V\colon X \times \Omega \times Y > C.$$

5. Існує перехідна функція стану

$$\varphi = Ф \times Ф \times V \times X \to V,$$

наченнями якої слугує стан $u(t) = \varphi(t, r, u, x) \in V$, в яких виявляється система в момент часу $t \in T$, якщо в початковий момент $\tau<t$ вона

знаходилась у стані $u(t) \in V$ і напротязі відрізку $[\tau, t]$ на ній позначався вхідний вплив $x \in X$.

6. Задано вихідне відображення:

$$\eta: T \times V \rightarrow Y,$$

визначаюче вихідні величини: $y(t) = \eta(t, u(t))$.

Пару (τ, u), де $t \in T$, та $u \in V$, називають станом або фазовими координатами системи S, а множину $T \times V$ – простором станів системи.

Кінцевий набір станів системи $t_1, t_2 \in T$, заданий перехідною функцією φ і визначений на певному часовому відрізку $[t_1, t_2]$, називається траєкторією поведінки системи на інтервалі $[t_1, t_2]$, при заданих початкових умовах.[47]

Кажучи про рух системи, ми будемо мати на увазі траєкторію поведінки даної системи. Сукупність траєкторії системи, які відповідають її різним (всім можливим) початковим станам, називаються фазовим портретом системи.

7. Структура системи G визначається в термінах теорії графів:

$$G = \left(\{S_i\}, \left(S_i, S_j\right)\right), i, j = \overline{l, n}, i \neq j,$$

де S_i – вершини, (S_i, S_j) – дуги графів.

8. Відношення емерджентності $R: \Phi \rightarrow G$.

Розглянуте поняття динамічної системи дозволяє виробити загальну термінологію, уточнити концептуалізацію й забезпечити єдиний підхід до опису загальних властивостей.

1.3. Математичний апарат опису динамічних характеристик складних систем

Якщо поведінку системи розглядати як ланцюг послідовних кінцевих змін її станів, то змінні системи, змінюючись у часі, у кожний даний момент будуть характеризуватися певними значеннями. Якщо одне певне значення змінної u_1 у момент часу t_1, перетворюється в наступне значення u_2 у момент часу t_2, то вважається, що відбувся перехід з (u_1, t_1) в (u_2, t_2). Фактор, під дією якого відбувається перехід, називається *оператором*. Змінна, що випробувала вплив оператора , називається *операндом*. Результат переходу — (u_2, t_2) називається образом. Якщо розглядати деяку множину всіх переходів системи зі стану *a* в стан *b*, зі стану *c* у стан *d* і т.д., то така множина переходів для деякої безлічі операндів називається *перетворенням*.[19]

Перетворенням можна дати математичне представлення за допомогою методу, запропонованого У. Ешбі.

Нехай множина станів деякої системи включає стани *a, b, c, d*і на цю безліч операндів діє оператор *P*. Тоді поводження системи можна описати таким чином:

$$P = \begin{cases} \dfrac{abcd}{bdac} \end{cases}$$

В першому рядку запису перераховані стани системи, або операнди. У другому рядку під кожним операндом перебувають образи, у які система переходить зі стану, записаного у верхньому рядку, під дією оператора Р. В цьому прикладі множина елементів другого рядка не містить жодного нового елементу в порівнянні з першим. Перетворення, яке не породжує нові елементи, називається *замкнутим*.

На рис. 1.1 представлений граф переходів з приведеним вище перетворенням.

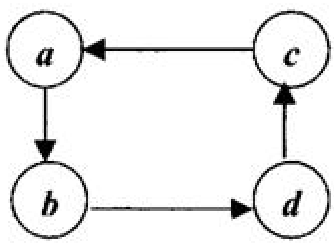


Рис. 1.1. Граф переходів станів системи

В іншому перетворенні$P = \left\{\frac{abcd}{ebca}\right.$ - міститься новий елемент ***e***, отже, перетворення виходить за межі вихідної множини станів системи і називається *не замкнутим*. Перетворення виду $P = \left\{\frac{abcd}{bdac}\right.$ є однозначним, взаємно однозначним і замкнутим. Перетворення виду $P = \left\{\frac{abcd}{abcd}\right.$ є тотожним.

Існують інші, більш компактні, форми запису операндів. Наприклад, перетворення $P = \left\{\frac{1234}{4567}\right.$ можна записати таким чином:

ń→ n+3 (n = 1, 2, 3, 4).

Перетворення також можна представити у матричній формі, наприклад, для перетворення виду$P = \left\{\frac{abcd}{accb}\right.$ отримуємо матрицю переходів

де операнди представлені у заголовку стовпця, а образи – у заголовку строки.[31]

Наведений приклад описує зміну станів системи з детермінованою дією, що описана *однозначним* перетворювачем. Однозначність перетворення означає, що система не може перейти у два або більше стани при заданому вихідному. Таким чином, детермінована динамічна система поводиться так само, як замкнуте однозначне перетворення.

Якщо в систему (або її зовнішнє середовище) входять стохастичні елементи, то переходи зі стану в стан не будуть строго детермінованими. В цьому випадку перетворення повинне відображати не тільки можливі нові стани системи, але й імовірність, з якою ці стани здійсняться. Наприклад, дано перетворення $P\colon \downarrow \left(\frac{a}{c+d}\frac{b}{e+k}\frac{c}{mu}\right.$ при ймовірності $\left(\frac{3}{1}\frac{1}{4}\middle|\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)$.

В матричній формі це перетворення матиме наступний вигляд:

P	a	b	c
c	3/4		
d	1/4		
e		1/2	
k		1/4	
m		1/4	
v			

Система подій може бути описана за допомогою апарату символічної логіки. Логічні функції заперечення, кон’юнкції, диз'юнкції, імплікації, еквіваленції широко застосовуються при моделюванні автоматичних систем.

Розрізняють три типи, або режими поведінки системи: рівноважний, перехідний і періодичний.[19]

Стан рівноваги системи може розглядатися як певна тотожність перетворень, що відбуваються в ній, що визначають однаковий стан системи в будь-який момент часу. В рівноважній системі кожна частина перебуває в стані рівноваги в умовах, обумовлених іншими її частинами.

Властивість стійкості неутотожнена з рівновагою. Під стійкістю системи розуміється збереження її стану незалежно від зовнішніх обурень.

При вивченні поводження динамічних систем важливим є дослідження характеру перехідних процесів. Перехідний процес - це процес зміни в часі координат динамічної системи при її переході з одного сталого стану в другий під дією прикладеного обурення, що змінює стан, структуру або параметри системи, або внаслідок ненульових початкових умов. Важливими характеристиками динамічної системи є тривалість і характер перехідного процесу.[19]

В безперервних системах, як правило, встановлений режим (тобто режим стійкого функціонування), досягається за нескінченно великий час. В залежності від характеру в безперервних системах розрізняють коливальний і монотонний перехідний процес.

Для дискретних систем перехідний процес можна визначити як послідовність станів, викликаних зовнішнім обурюючим впливом, котру система проходить при постійних умовах, до її повернення в сталий режим функціонування.

До понять рівноваги й стійкості примикає поняття цикл у перетворенні системи.[31]

Циклом називається така послідовність станів системи, при якій повторна зміна перетворень примушує систему проходити повторно цю послідовність. Це можна проілюструвати перетворенням виду (рис. 1.2):

$$P\left\{\frac{a}{c}\frac{b}{h}\frac{s}{b}\frac{d}{h}\frac{e}{a}\frac{f}{c}\frac{g}{e}\frac{h}{g}\right\}$$

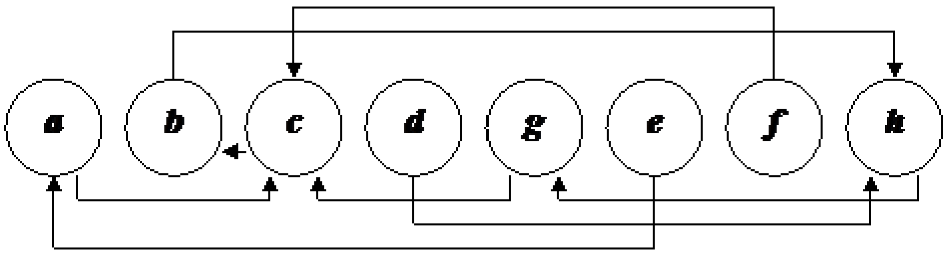


Рис. 1.2. Граф циклічного перетворення

Якщо в початковий момент система знаходилась у стані ***a***, то отримаємо послідовність станів:

$$a\ \underbrace{cbhg}\underbrace{cbhg}\underbrace{cbhg}\ \ldots$$

Очевидно, виділяється цикл довжиною 4. Перехід а→з можна розглядати як перехідний процес до сталого циклічного поводження.

На підставі знань про перетворення, пов'язаних із системою, вивчаються стани рівноваги, перевіряється, чи зміниться стан системи, підданої яким-небудь впливам, чи є стан рівноваги системи досить стійким, і якщо так, то який режим поведінки досліджуваної системи. Якщо задано деякий стан (або стани) і конкретні збурювання, то аналізується, чи повернеться система після зсуву у свою вихідну область. Для безперервних систем розглядається питання, чи є вона стійкою проти всіх збурень усередині певної області значень.[31]

Більш загальним є опис систем за допомогою набору функцій: перехідної, передатної та імпульсної. На відміну від наведеного вище цей спосіб придатний для опису безперервних систем, що складаються з безлічі елементів.

Перехідна функція - це функція, що відбиває реакцію динамічної системи на вхідний сигнал при нульових початкових умовах. Перехідна функція є важливою характеристикою системи, що повністю визначає її динамічні властивості. Знаючи перехідну функцію h(t), можна визначити сигнал y(t) на виході системи приподачі в момент часу t_0=**0** на її вхід сигналів $x(t)$:

$$y(t) = x(0) * h(t) + \int_o^t \frac{dx(\tau)}{d\tau} h(t-\tau) d\tau \quad (1.1)$$

Передатна функція - це функція, що представляє собою відношення перетворення Лапласа Y(p) вихідної координати y(t) лінійної динамічної системи (або окремої ланки) до перетворення Лапласа *X(p)* її вхідної координати x(t) при нульових початкових умовах: W(p) = Y(p)/X(p). Передатна функція лінійних фізично реалізованих динамічних систем з постійними параметрами є дрібно-раціональними функціями параметра перетворення Лапласа p.[19]

Передатні функції - зручний опис властивостей лінійної системи автономного управління. Дослідження корінь передатної функції (нулів і полюсів) повністю визначає усі динамічні властивості системи (стійкість та ін.).

Імпульсна функція задає вхідний сигнал, що надійшов у систему. Вона може мати, наприклад, східчастий вид, одиничний вплив і т.п.

Для лінійних динамічних систем імпульсна функція g(t) і передатна функція w(p) пов'язані з перехідною функцією h(t) співвідношеннями:

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt}, h(t) = \frac{1}{2p}\int_{c-\delta}^{c+\delta} \frac{w(p)}{p} e^{pt} dp (1.2)$$

$$w(p) = \int_{0}^{w} \frac{dh}{dt} e^{-pt\ dt} (1.3)$$

де c – компонента абсолютної збіжності.

При описі властивостей багатоланкової системи використаються передатні функції її ланок. При цьому використаються наступні типи з'єднань:

1) передатна функція n ланок, що з'єднуються послідовно;

2) передатна функція паралельного з'єднання n ланок;

3)передатна функція ланки, охопленої зворотним зв'язком.

Перехідні й передатні функції широко використаються пакетах програм імітаційного моделювання й прогнозування на основі нейронних мереж.[31]

1.4. Постановка задач економічної динаміки

Математичні моделі є абстрактними моделями оригіналів економічнихмоделей, що математичними засобами можуть описувати один і той жееекономічний процес, але з різними похибками наближення їх до реальності. Хоча ніякою моделлю неможливо повною мірою відобразити всівластивості й співвідношення між параметрами модельованого об’єкта-оригіналу.

У моделюванні економіки особливе місце займають рівноважні моделі, вони описують такий стан економічної системи, коли зміни всіх факторів процесу не можуть вивести її зстану рівноваги, тобто їх рівнодійна дорівнює нулю. Математичні моделі рівноважних економічних моделей є моделі макроекономіки.[20]

У моделях статичних описується стан економічного об’єкта в певний момент або проміжок часу. У динамічних моделях описується функціональна залежність між змінoюпараметрів у процесі часу. Динамічні моделі звичайно використовують математичні засоби диференціальних ірізницевих рівнянь.

Задачі економічної динаміки включають як опис процесів виведення системи до стану рівноваги, так і процесів трансформації самого цього стану під впливом зовнішніх сил. Економічна динаміка використовує математичний аналіз, варіаційне числення, графічні методи, теорію катастроф.

Економіко-математичні моделі економічної динаміки описують поведінку системи (дескриптивні). застосовуються також оптимізаційні моделі дляпошуку оптимального стану.[5]

Процес дослідження динаміки економічних систем може здійснюватися за наступною схемою:

1. Постановка задачі;
2. Побудова економіко-математичної моделі;
3. Розв’язання за допомогою чисельних та аналітичних методів;
4. Аналіз розв’язків;
5. Розробка рекомендацій щодо удосконалення управління змодельованим процесом.

Зауважимо, що етапи постановки задачі і побудови економіко-математичної моделі використовують звичайні методики моделювання.
На останньому етапі приймають рішення відповідно до мети дослідження. Як результат цього модель можебути доповнена новими рівняннями, що

описують керуючі впливи. У цьому випадку варто провести повторнийаналіз для визначення відповідності динаміки системи цілям її функціонування.

У залежності від типу динаміки системи, що досліджується, динамічні моделі можуть підрозділятися надискретні і неперервні. В дискретних динамічних моделях використовуються різницеві рівняння або системарізницевих рівнянь. В неперервних динамічних моделях використовуються диференційні рівняння або системидиференційних рівнянь. Крім того, в окремих випадках можуть зустрічатися системи зі змішаною динамікою.[15]

У цьому випадку для їхнього опису використовують диференційно-різницеві рівняння.

В економічних динамічних системах з неперервним часом розглядається модель природного росту (ріст при постійному темпі). Рівняння природного росту має вигляд:

$$y = y_0, e^{k(t-t_{0)}} \quad (1.4)$$

де *y(t)* – інтенсивність випуску продукції деякого підприємства (галузі),

k= mαp> 0 = const,

1/m – норма акселерації,

α – норма чистих інвестицій, тобто частина доходу *py*, що витрачається на чисті інвестиції.

Рівнянням (1.4) описується також динаміка росту цін при постійному темпі інфляції, процеси радіоактивного розпаду і розмноження бактерій. Інтегральна крива рівняння (1.4), що відповідає початковій умові *y(0)=2*, представлена на рис. 1.1.

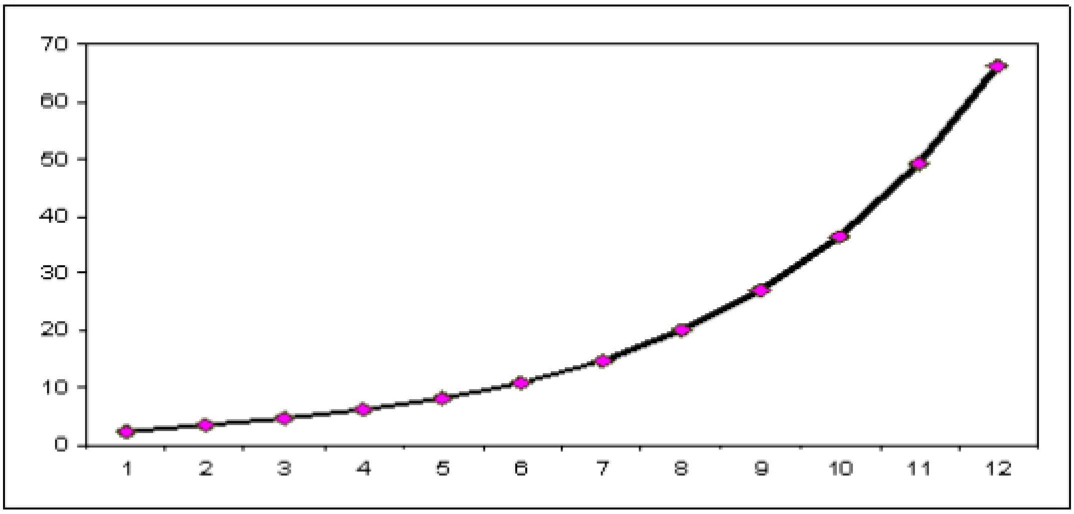


Рис 1.1. Інтегральна крива рівняння моделі природного росту

Модель природного росту доцільно застосовувати на початкових етапах розвитку економічної системи протягом обмеженого проміжку часу, оскільки, з часом у може приймати які завгодно великі значення, що не може не позначитися на зміні ціни (яка у даній моделі вважається постійною). Найбільш часто в економіці розглядається динаміка логістичного зростання обумовленого показника. При цьому його еволюція динаміки така, що швидкість його росту змінюється з часом (перша похідна логістичної функції додатна, друга похідна змінює свій знак з «+» на «-», проходячи через точку перегину), а його зростання є обмеженим: прагне до деякої межі. [39]

Логістична динаміка зменшення обумовленого показника зустрічається рідше: перша похідна від'ємна, а в точці перегину друга похідна змінює свій знак. Логістична крива також описує деякі моделі поширення інформації, ефективність реклами, динаміку епідемій, процеси розмноження бактерій в обмеженому середовищі та ін.

На рис. 1.2 представлений вид зростаючої логістичної моделі. Вона підходить для опису такого процесу, при якому визначається показник, коли проходить повний цикл розвитку. з графіка логістичної кривої видно, що при малих t логістичний ріст схожий із природним ростом, однак при великих t характер росту міняється, темпи зростання сповільнюються і крива асимптотично наближається до прямої. Можна, звичайно, логістичну тенденцію вважати об’єднанням трьох різних за типом трендів: параболічного з прискореним зростанням на першому етапі, лінійного - на другому етапі і гіперболічного на третьому етапі. [5]

В роботі показано, що в загальному випадку положення точки перегину не є фіксованим, а крива, зображена на рис. 1.2, не обов’язково буде симетричною: для неї значення ординати точки перегину завжди дорівнює половині рівня насичення. на рис.1.3 представлені приклади.

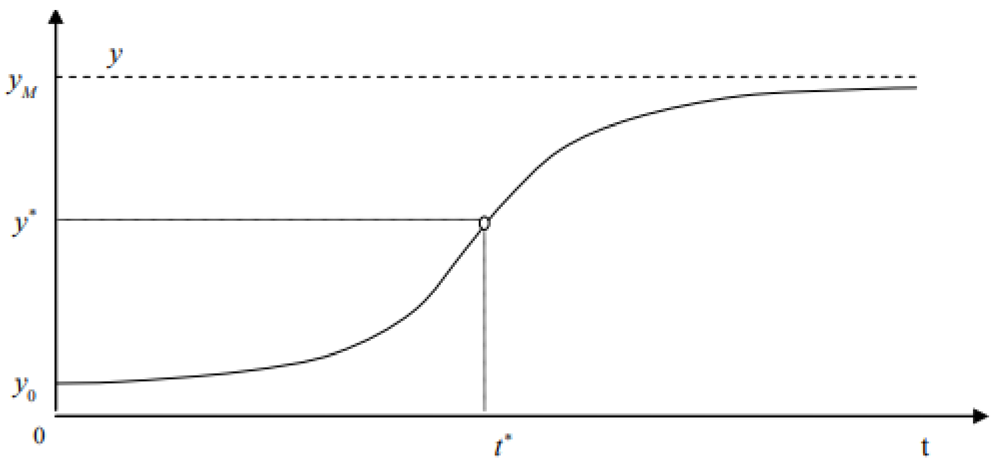


Рис. 1.2. Графік зростаючої логістичної моделі асиметричних логістичних моделей

Використовуються такі позначення: 0 - точка, відповідає половині рівня насичення; 1 - точка перегину знаходиться ліворуч половини рівня насичення; 2 - точка перегину знаходиться праворуч половини рівня насичення. Приведемо області застосування логістичних функцій в економіко-математичному моделюванні:

- життєві цикли товарів, зокрема, зміна попиту на товари, що володіють здатністю досягати деякого рівня насичення;
- частка насичення ринку новими товарами і послугами;
- оцінка зміни кількості сімей, які мають радіо і телебачення;
- зростання населення країни в страхових дослідженнях;

- розвиток біологічних популяцій;

- розвиток тих чи інших показників технологічних нововведень, зміна технологій;

- динаміка антисоціальної поведінки.[48]

Моделі логістичної динаміки спостережень рівнів обраного показника Y_kобов'язково містять логістичний тренд D_kта стохастичну компоненту ε_k . Можлива присутність в моделі і сезонних, і циклічних компонент. Розглянемо найбільш просту адитивну структуру моделі часового ряду:

$$Y_k = D_k + \varepsilon_k \quad (1.5)$$

а для стохастичної компоненти ε_k справедливими є умови Гаусса-Маркова, що дозволяє, застосовуючи метод найменших квадратів (МНК) для ідентифікації параметрів D_k , отримати їх оптимальні оцінки. Відомо більшедвадцяти моделей логістичної динаміки різних за складністю і по кількості використаних в них параметрів, а також по області застосування.

Таким чином, при моделюванні економічної динаміки, заданої часовим рядом, шляхом згладжуваннявихідного ряду, визначення наявності тренду, відбору однієї або декількох кривих росту і визначення їх параметрів, - у разі наявності тренду отримують одну або декілька трендовихмоделей для вихідного часового ряду.

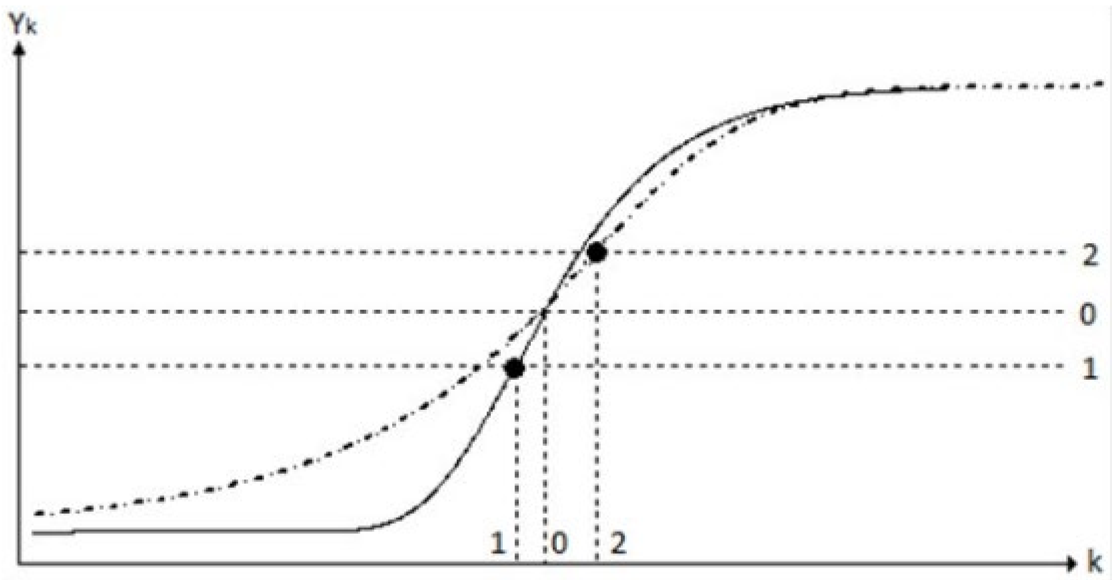


Рис. 1.3. Асиметричні логістичні функції росту

Постає питання, наскільки ці моделі близькі до економічної реальності, відображеної в часовому ряду, наскільки обґрунтовано застосування цихмоделей для аналізу та прогнозування досліджуваного економічного явища.

Отже, інтерес представляє ідентифікація моделей логістичної динаміки за допомогою чисельного розв’язання.

Аналітичні вирази логістичних моделей, представлені в Табл. 1.1. Модель GRM містить наступні параметри f_0 ,α, A_0 ,σ і в табл.1.1 задана у рекурентному вигляді:

$$f_1 = f_0 + \alpha \frac{f_0(A_0 - f_0)}{A_0 - (1-\sigma) f_0};$$

$$f_2 = f_1 + a \frac{f_{1(A_0 - f_1)}}{A_0 - (1-\sigma) f_1};$$

$$f_m = f_{m-1} + \alpha \frac{f_{m-1}(A_0 - f_{m-1})}{A_0 - (1-\alpha) f_{m-1}}; \quad (1.6)$$

Задача оцінки параметрів (ідентифікація) логістичної функції в загальному випадку нетривіальна, оскільки застосування МНК безпосередньо до самої моделі вимагає мінімізації нелінійної функції помилки. Так, у моделі Верхулста параметри оцінюються з застосуванням МНК:

$$A_0^{\circ}, A_1^{\circ}, a^{\circ} = arg \min_{A_0 A_1 a} \sum_{k=1}^{N} (Y_k - \frac{A_0}{1 + A_{1e^{-ak}}}) \quad (1.7)$$

за допомогою методу ЛевенбергаМарквардта, який є комбінацією градієнтного методу та методу Гауссаньютона. Ідентифікація моделі Рамсея здійснюється на основі конструювання узагальненої параметричної моделі авторегресії - ковзного середнього:

$$Y_k = (2\gamma + 1) Y_{k-1} - (y^2 + 2\gamma) Y_{k-2} + \gamma^2 Y_{k-3} + \varepsilon_k$$

$$\varepsilon_k = \varepsilon_k - (2\gamma + 1)\varepsilon_{k-1} + (\gamma^2 + 2\gamma)\varepsilon_{k-2} - \gamma^2 \varepsilon_{k-3} \qquad (1.8.\text{-}1.9.)$$

де ξ_k – гомоскедастична стохастична компонента;

Таблиця 1.1

Аналітичні вирази логістичних моделей

Назва моделі (Симетричність)	Вид моделі {початкове значення; рівень насиченості}	Точка перегину $\left(k^*;\ Y(k^*)\right)$
Модель Верхулста (Перла-Рида) (симетрична)	$Y_k = \dfrac{A_0}{1+A_1 e^{-\alpha k}} + \varepsilon_k$ $\{0; A_0\}$	$\left(-\dfrac{1}{\alpha}\ln\left(\dfrac{1}{A_1}\right); \dfrac{A_0}{2}\right)$
Модель Рамсея (асиметрична)	$Y_k = C(1-(1+\alpha k)e^{-\alpha k}) + B_0 + \varepsilon_k$ $\{B_0; C+B_0\}$	$\left(\dfrac{1}{\alpha}; B_0 + C - \dfrac{2C}{e}\right)$
Модель Гомпертца (асиметрична)	$Y_k = C + A_0 e^{-e^{-\alpha(k-k_0)}} + \varepsilon_k$ $\{C; C+A_0\}$	$\left(k_0; C + \dfrac{A_0}{e}\right)$
GRM (generalized rational innovation diffusion model) (асиметрична)	$Y_k = f_{k-1} + \alpha\dfrac{f_{k-1}(A_0 - f_{k-1})}{A_0 - (1-\sigma)f_{k-1}} + \varepsilon_k$ $\{f_0; A_0\}$	$Y(k^*) = \dfrac{A_0(\sqrt{\sigma}-1)}{\sigma - 1}$

наступні параметри визначаються у вигляді:

$$\gamma^{\circ} = arg\min_{\gamma}\sum_{k=3}^{n}(Y_k - (2\gamma+1)Y_{r-1} + (\gamma^2+2\gamma)Y_{k-2} - \gamma^2 Y_{k-3})^2 \quad (1.10)$$

$$a^{\circ} = -In\gamma^{\circ} \quad (1.11)$$

$$C^{\circ}, B_0^{\circ} = arg\min_{C,B_0}\sum_{k=1}^{N}\left(Y_k - C\left(1-(1+a^{\circ}k)e^{-a^{\circ}k}\right) - B_0\right)^2 \quad (1.12)$$

Для ідентифікації моделі Гомпертця використовується метод Гаусса-ньютона, який зводить завдання мінімізації нелінійної функції МНК до ітераційної мінімізації лінійних функцій. При ідентифікації моделі GRM використовується евристичний алгоритм RPROP, розроблений в теорії нейронних мереж.

Вибір моделі здійснюється залежно від змісту завдання: по більшій точності моделювання або по більшій точності прогнозування, або з урахуванням обох характеристик. Для характеристики якості моделювання використовується коефіцієнт детермінації:

$$R^2 = \frac{\sum_{k=1}^{N}(Y_k^{\circ} - M[Y_k])^2}{\sum_{k=1}^{N}(Y_k - M[Y_k])^2} \qquad (1.13)$$

Y_k^0 – модельні значення ряду динаміки. зазвичай вважають задовільним якість моделювання при $0,7 \leq R^2 \leq 1$.

Якість прогнозування визначається за допомогою MAPE-оцінки:

$$MAPE = \frac{1}{l}\sum_{k=1}^{l}\left|\frac{Y_k - Y_k^{\circ}}{Y_k}\right| * 100\% \quad (1.14)$$

де l – глибина (горизонт) прогнозу, причому точність прогнозування вважають, зазвичай, MAPE≤ 10%. Розглянемо модель, у якій темпи зростання залежать не від доходу, а від прибутку. нехай C(y) = αy + β − витрати, (α, β − постійні), тоді

$$\frac{dy}{dt} = kp(y) - ay - \beta \quad (1.15)$$

Якщо $p(y) = \frac{b}{k}y - ay^2$ то права частина рівняння (1.15) являє собою квадратний тричлен відносно y:

$$\frac{dy}{dt} = -kay^2 + (b - a)y - \beta \quad (1.16)$$

Координати стаціонарної точкизадовольняють квадратне рівняння

$$-kay^2 + (b - a)y - \beta = 0 \ (1.17)$$

$$\text{або} \ \ kay^2 - (b - a)y + \beta = 0 \quad (1.18)$$

Розглянемо можливі варіанти.

1). Дискримінант D квадратного рівняння (1.18) D < 0, то y’ < 0. Витрати настільки великі, що це приводить до постійного падіння рівня виробництва і зрештою до банкрутства (рис.1.4).[48]

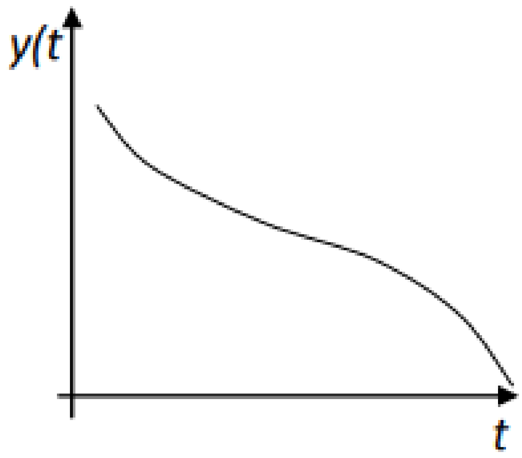


Рис.1.4. Графічний аналіз моделі (1.16): банкрутство підприємства

2). D = 0, y’ ≤ 0 - один стаціонарний розв’язок. При цьому інтегральні криві, що задовольняють початковій умові $y(t_0)=y_0>y^*$, будуть асимптотично наближатися до y* на + ∞, а інтегральні криві, що задовольняють умові $y_0< y^*$, будуть асимптотично наближатися до y* на − ∞ (Рис.1.5).[48]

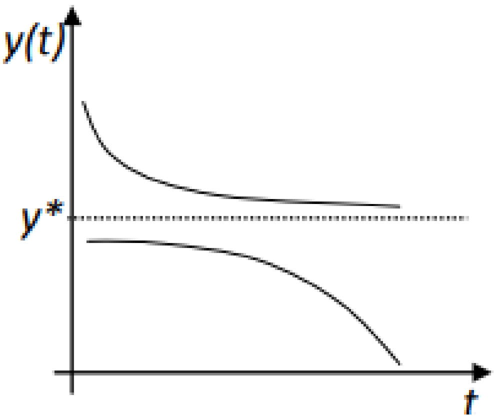


Рис.1.5. Графічний аналіз моделі (1.16) одна стаціонарна точка

3). D > 0. Існують два стаціонарних розв’язки $y=y_1$ $y=y_2$ $(0 < y1 < y2)$. При цьому $y' > 0$ при $y_1< y$ або $y>y_2$ (рис.1.6).

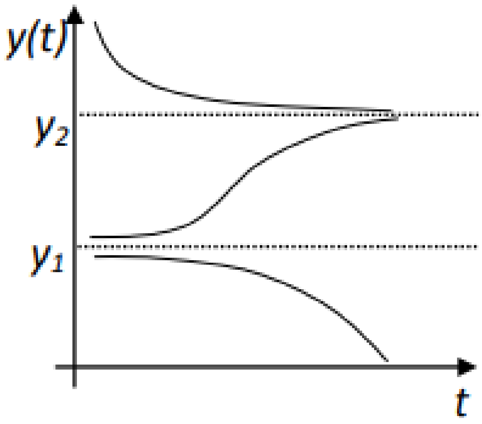


Рис. 1.6. Графічний аналіз моделі (1.16)- дві стаціонарні точки

Логістичні моделі являються потужним інструментом економічного аналізу, прогнозування та моделювання різних економічних процесів: моделювання інноваційних процесів, визначення оцінки підприємства на ринку, що розвивається, прогнозування продажів продукції, формування оптимального маркетингового бюджету. Прогнозування на основі моделі кривої росту ґрунтується на продовженні в майбутнє тенденції, що спостерігалася в минулому. При такому підході зміну досліджуваного показника пов'язують лише з плином часу; вважається, що вплив інших факторів несуттєво або побічно позначається через фактор часу. Використання S-образних кривих втехнологічному прогнозуванні обумовлено простотою їх застосування, наведені методи визначення параметрів кривої дозволяють в короткий термін зробити прогноз про розвиток технології. Але, незважаючи на широке застосування моделей, можна виділити невеликі мінуси. Вони виходять з того, що за допомогою моделі прогнозування важко уявити, як точно поведе себе в майбутньому розвиток, а прогноз може бути і умовним. Таким чином, доведена раціональність використання економіко-математичних моделей на основі логістичних кривих при вирішенні багатьох економічних проблем.[20]

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

Найбільш загальним визначення динамічної системи є наступне: динамічною називається система, параметри якої явно або неявно залежать від часу. Із цього визначення виходить, що якщо для поведінки системи визначені функціональні рівняння, то в них включаються в явному виді змінні, відносні до різних моментів часу.

Найважливіші властивості складних динамічних систем.

1. Цілісність (емерджентність).
2. Взаємодія із зовнішнім середовищем.
3. Структура.
4. Нескінченність пізнання системи.
5. Ієрархічність системи.
6. Елемент.

Однак для більше докладного вивчення властивостей динамічних економічних систем (ЭС) необхідно розглянути ще ряд найважливіших властивостей і характеристик.

1. Стан системи.
2. Поведінка системи.
3. Безперервність функціонування.
4. Розвиток системи.
5. Динамічність.
6. Складність.
7. Гомеостатичністъ.
8. Цілеспрямованість.
9. Керованість.
10. Адаптивність.
11. Інерційність.
12. Стійкість.
13. Стан рівноваги.

Формально динамічна система в загальному вигляді може бути задана наступним кортежем:

$$M = \text{Б} < T, \text{Ф}, X, \Omega, V, Y, G, R >.$$

Математичні моделі є абстрактними моделями оригіналів економічнихмоделей, що математичними засобами можуть описувати один і той жеекономічний процес, але з різними похибками наближення їх до реальності. Хоча ніякою моделлю неможливо повною мірою відобразити всівластивості й співвідношення між параметрами модельованого об’єкта-оригіналу.

У моделюванні економіки особливе місце займають рівноважні моделі, вони описують такий стан економічної системи, коли зміни всіх факторів процесу не можуть вивести її зстану рівноваги, тобто їх рівнодійна дорівнює нулю. Математичні моделі рівноважних економічних моделей є моделі макроекономіки.

У моделях статичних описується стан економічного об’єкта в певний момент або проміжок часу. У динамічних моделях описується функціональна залежність між зміноюпараметрів у процесі часу. Динамічні моделі звичайно використовують математичні засоби диференціальних ірізницевих рівнянь.

РОЗДІЛ 2. ЯКІСНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

2.1.Якісні зміни в соціально-економічних системах

Поводження складних соціально-економічних систем супроводжується не тільки кількісними, але і якісними змінами. Розглянемо поняття «якість» і «якісні зміни».

Якість характеризує цілісну нерозчленовану визначеність предметів і явищ. Усякий предмет володіє нескінченими властивостями. Ми сприймаємо й пізнаємо лише незначну частину цих властивостей. Тим часом усякий предмет завжди з'являється перед нами як щось ціле, нерозчленоване, у вигляді зірки, каменю, будинок; дерева, заводу, фабрики й т.д.

Структура — це категорія, що характеризує розподіл взаємодія в просторі елементів, предметів і явищ, програму їхнього розвитку. Головна особливість структури – цілісність, якісна відмінність від складових її елементів. Структура дуже тісно пов'язана з якістю.[2]

Зміна якості предметів у всіх випадках пов'язана з перебудовою структури їх складових елементів.

Розвиток може розглядатися як сукупна зміна у взаємозв'язку кількісних, якісних і структурних категорій у системі. Зупинимося більш докладно на цих змінах.

Кількісні зміни — це збільшення або зменшення складових частин даного цілого, що виражає збільшеннями або зменшенням їх числових значень, що призводять на певних етапах своєї зміни до якісного стрибка.

Структурні зміни — це зміни взаємовідношення складових частин, які не обов'язково повинні супроводжуватися збільшенням або зменшенням їх числа. Навпаки, число складових частин може залишатися незмінним. Тим часом структурні зміни також можуть приводити до якісного стрибка. Тому можна вважати, що як кількісні, так і структурні зміни відіграють причинну роль у якісних змінах. Згідно діалектиці, рушійною силою всяких змін у системі є протиріччя. Там, де немає внутрішніх або зовнішніх протиріч, там не може бути й змін. Що стосується кількісних змін, то вони обумовлені насамперед протиріччями, що існують у розглянутій системі з оточуючим її середовищем, у структурних змінах головну роль відіграють внутрішні протиріччя між елементами системи. Хоча варто відзначити, що структурні зміни не абсолютно байдужі до зовнішніх протиріч, однак роль останніх тут не велика.[29]

Зупинимося тепер докладніше на механізмах якісних виробів.

Будучи матеріальними процесами, якісні перетворення так або інакше пов'язані з кількісними характеристиками матерії та енергії. Можна представити собі наступні види якісних змін системи.

1. Насамперед, предмети і явища можуть змінювати свою якість за рахунок кількісного додатка матерії й енергії у результаті взаємодії із зовнішнім середовищем. При цьому кількісні зміни матерії та енергії лише тоді змінюють якість, коли впливають безпосередньо на структуру. Конкретні процеси перебудови структури вивчають різні науки. Так, у фізиці встановлена здатність існувати в різних агрегатних станах одних і тих же речовин при різних термодинамічних умовах. В економіці можна встановити залежність структури системи від чисельності робочої сили й величини основних фондів. При певному їх рівні система стає неозорою і відбувається розпад структури (так, в 50-і роки від нафтової промисловості відділилася газова і т.д.).[11]

Якісні зміни в системі можуть відбуватися також у результаті перерозподілу (без порушення балансу) енергії і матерії усередині самої системи. Фізичні системи, наприклад, володіють термодинамічною рівновагою, що відповідає максимуму ентропії. Аналогічно у замкнутих економічних системах: є тенденція до максимізації деякої цільової функції, яку можна розглядати як аналог фізичної ентропії. Усе це веде в остаточному підсумку до нової якості системи.

2. Якісні зміни системи можуть бути результатом зміни якості підсистем (елементів), що утворюють структуру системи. Так, при зміні виду кліток у живому організмі можуть з'являтися якісно нові структури. Аналогічно в економічних систем при зміні виду підсистем (наприклад, автоматизації й комп'ютеризації процесів їх функціонування) можуть з'являтися нові якості.[30]

Тепер зупинимося на загальних властивостях законів розвитку систем. Під законом ми буде розуміти деякий спосіб вираження стійкості зв'язків і відносин між предметами і явищами, а також стійкості структури (організації) самих цих предметів і явищ. Іншими словами, закон виражає собою не тільки порядок перетворень предметів і явищ у процесі їх розвитку, але й спосіб їхнього існування, характер їхньої внутрішньої організації. Закони можна розділити на дві більші категорії:

· закони будови й функціонування характеризують внутрішній зв'язок між елементами системи й умовами збереження цілісності матеріальної структури об'єкта, її відносної стійкості у процесі безперервних змін;

· закони розвитку характеризують певну послідовність, ритм, темп і т.п. перебудови самих матеріальних структур зв'язок між різними співвідношеннями системних об'єктів.[29]

Ця класифікація законів визначає два типи наук:

1) науки, що займаються вивченням законів взаєморозташування й взаємодії одночасно існуючих об'єктів (закони старіння й функціонування): геометрія, механіка, кристалографія, анатомія, фізіологія та ін.;

2) науки, що вивчають зміни одних об'єктів іншими або одних станів об'єктів іншими станами: космогонія, історична геологія, еволюційна біологія, ембріологія, генетика, фізика необоротних процесів і термодинаміка, теорія науково-технічного прогресу та, мабуть, економічна динаміка.

Характерно, що чим вище рівень розвитку, тим сильніше проявляється розходження між законами функціонування та розвитку.

Особливо розходження проявляється в суспільстві. Це, мабуть, один із проявів кумулятивного характеру розвитку, відображаючого закономірність прискорення поступального розвитку пропорційно квадрату відстані в часі від вихідної точки. Саме прискорення розвитку пов'язане з тим, що матеріальні структури системних об'єктів як би містять у собі пройдену історію та її закони. З іншої сторони, процес розвитку характеризується тенденцією до появи однотипних, матеріальних утворень, процесів і відповідно законів і поступовим «випадінням» нетипових утворень. Ці тенденції обумовлюють прояв у поведінці системних об'єктів загальних закономірностей, характерних для різних форм руху та досліджуваних різними науками (термодинамікою, кібернетикою, біологією, економікою, соціологією).[11]

Варто вважати встановленим збіг категорій «закон» і «внутрішня форма». Внутрішня форма (структура) як закон припускає безперервну зміну змісту. Зміна розуміється при цьому як рухливість, динамічність змісту в рамках відносно стійкої форми, тобто відповідно до закону руху при заданому способі організації об'єкта. Що ж стосується закону розвитку, то він характеризує способи істотного перетворення об'єкта, тобто такої зміни, коли в наявності не тільки рухливість змісту, але й істотне перетворення самої внутрішньої форми (структури).

Якщо закони функціонування впливають на хід розвитку не безпосередньо, а опосередковано, у тій мірі, у якій вони впливають на об'єднуючі елементи структури, то перетворення внутрішньої структури обумовлено не звичайної, а особою, екстремальної, рухливістю елементів. Вона досягається у тому випадку, коли зміна умов зовнішнього середовища приводить не просто до зміни стану системи, а до такої її перебудови, що істотно змінює її структуру. Закони розвитку як би підкоряють собі закони дії. Закони функціонування не здатні самі по собі пояснити процес розвитку, вони лише розкривають спосіб руху, його механізм.[2]

Лише перехід від вивчення законів функціонування однієї системи до множини (ансамблю) систем, що розрізняються по своїй структурі й характеру функціонування, дає можливість підійти до розуміння процесів розвитку.

Структурні перетворення суспільства та економіки цікавили науковців багатьох поколінь. Поняття *трансформаційного процесу* як соціально-економічного феномену має інституціональне значення та знаходиться на перехресті наукових підходів. Так в економічних науках трансформація та трансформаційні процеси розглядаються як якісна зміна економічної системи. В той час, в соціологічних дослідженнях, які мають істотну теоретико-методологічну та практичну значимість, дослідження соціальних змін відносять до окремих проблем трансформаційних суспільств і є відправною крапкою різних наукових теорії. Трансформаційні процеси є невід'ємною частиною розвитку соціально-економічних систем. Розвиток, у свою чергу, є необхідною умовою функціонування підприємства. Для розуміння природи трансформацій необхідно проаналізувати соціально-економічні умови їх виникнення. А невід'ємне відношення до суспільства та соціально-економічної системи в цілому надає процесу трансформації ознак загальної системності, що зумовлює актуальність дослідження.[11]

Поняття трансформації постає доволі складним та багатогранним. Традиційно, трансформація позначає зміну чого-небудь, перетворення системи різного масштабу, глибини, спрямованості, спричинені внутрішніми або зовнішніми факторами. Існує точка зору, що трансформації відбуваються на певних етапах розвитку, так званих точках біфуркації, коли системи дуже чутливо реагують на будь-які впливи. Точки біфуркації відображають збуджений стан систем, що знаходяться немовби на перехресті, і навіть незначні зовнішні коливання можуть призвести до зміни подальших еволюційних шляхів, переходів до інших атракторів. Безумовно, трансформації можуть протікати й еволюційно, поступово, послідовно, але в такому разі вони є менш відчутними. При цьому еволюція у вигляді трансформації не передбачає понять доброго чи поганого, всі зміни оцінюються через людське сприйняття, тобто проходять соціальну оцінку.[30]

Трансформація принципово має характер міждисциплінарного поняття. Так в економічних науках трансформація та трансформаційні процеси розглядаються як якісна зміна економічної системи. В той же час, в соціології дослідження соціальних трансформацій відносять до окремих проблем трансформаційних суспільств. Так поняття трансформації широко використовується в природничих науках. В медичних, біологічних, сільськогосподарських науках особливу увагу займає дослідження генетичної трансформації.

Ще в 1944 році в результаті експерименту О. Евері, К. Маклеод, М. Маккарті виявили, що перетворюючим фактором є ДНК і назвали цей процес трансформацією. У сучасній біотехнології трансформація означає фенотипові зміни, які викликані експресією чужорідного гену в організмі, тобто генетична модифікація клітини шляхом введення і подальшої експресії в ній чужорідного генетичного матеріалу. В сільськогосподарських науках використовують та розглядають методи генетичної трансформації рослин, що дає можливість запроваджувати нові підходи до селекції. Поняття «трансформація» присутнє в теорії перекладу та лінгвістики. [49]

Так застосування різноманітних лексичних та граматичних трансформацій розглядається під час перекладу. В гірничих та геологічних науках поняття трансформації також знайшло своє відображення, як трансформація гірських порід, тобто процеси зміни вихідних утворень у результаті метасоматозу, яке відбувається завдяки привнесенню одних і виносу інших хімічних компонентів. Зазначений термін використовують навіть в метеорології як трансформацію повітряних мас (поступова зміна властивостей повітряних мас). У технічних науках поняття трансформації теж знайшло своє використання й розглядається стосовно, наприклад, перетворення перемінного струму за допомогою трансформатора. В математичних науках існують відомі перетворення Фур'є та перетворення Лапласа. В юридичних та політичних науках трансформація має своє використання в теорії трансформації. Причому слід зазначити, що на думку В. А. Рибакова сутність трансформації в юридичній літературі визначається, як один із способів перетворення норм міжнародного права в норми внутрішньодержавного. Отже, можна дійти попереднього висновку, що дійсно поняття трансформації має міждисциплінарний характер.

Одразу слід встановити співвідношення між поняттями трансформації та трансформаційного процесу. Змістовно ці поняття є тотожними, оскільки за своєю природою трансформація як зміна представляє собою процес, отже має часову тривалість. На нашу думку, трансформаційний процес на відміну від трансформації повинен відображати динаміку функціонування та розвитку систем.[30]

Вважається, що поняття «трансформація» набуло широкого використання в суспільних науках у другій половині XX ст. для характеристики новітніх процесів, пов'язаних із радикальними структурними змінами національних економік. Відомий науковець Т. І. Заславська пропонує розуміти трансформаційний процес як поступове, відносно мирне, але разом з тим глибоке й відносно швидке перетворення соціальної природи суспільства, обумовлене насамперед не зовнішніми факторами, а внутрішніми потребами системи [5]. Погоджуючись із такою точкою зору щодо природи трансформації, не можна обмежувати її джерела виключно факторами ендогенної природи, оскільки навіть простий лінійний причинно-наслідковий аналіз може підтвердити, що трансформація може відбуватися як під впливом внутрішніх стосовно об'єкту трансформації чинників, так і під впливом зовнішніх. З цього приводу, наприклад, С. А. Єрохін зазначає про рівноправний вплив як ендогенних, так екзогенних чинників на формування трансформаційного процесу. Та ж сама точка зору щодо рівноправності ендогенних та екзогенних джерел виникнення трансформацій простежується в роботі.[11]

На основі проведеного етимологічного аналізу у роботі запропоновано визначати трансформацію як рух від форми до форми через заперечення старої форми й формування нової форми через заперечення-формування. С. А. Єрохін розглядає трансформацію як зміну структури будь-якого об’єкта в межах самоорганізуючого процесу.

Погоджуючись із наведеними точками зору, варто зазначити, що трансформація, й у тому числі в економіці, не обмежується тільки формою або структурою – навпаки часто форма у трансформації лише відображає зміну сутності певного явища або характеру відносин між економічними суб’єктами.

Більш загальною у такому випадку логічно визнати точку зору О.В. Корнуха, згідно якої трансформація є економічною категорією, яка пов’язана з економічною сферою, притаманною різним рівням господарювання, відображає складний процес, що здійснюється одночасно в просторі і часі. О. В. Корнух зазначає, що економічна трансформація відбувається під впливом об’єктивних та суб’єктивних чинників, а ключовою її ознакою є сукупність змін, які в кінцевому підсумку призводять до нового економічного стану, нових економічних результатів та постановки нових економічних цілей та завдань.[2]

Науковець Н. І. Гражевська пропонує розглядати трансформацію як загальну форму розвитку економічних систем, пов’язану з еволюційними та революційними змінами, постійними переходами економічних систем із стійкого в нестійкий стан і навпаки. Важливою складовою такого визначення є пов’язування трансформації із переходом певної системи у нестійкий стан. В практиці управлінні економічними системами різного рівня важливо, щоб такі переходи були керованими. Безумовно, в теорії бажаним є стійкий стабільний стан будь-якої системи, й економічної у тому числі, але динаміка різних процесів у системі приводить до свідомого для суб'єкта дії її переходу у нестійкий стан із подальшим закріпленням отриманих змін. Це емпірично підтверджено у моделях управління змінами, наприклад, у моделі К. Левіна, «Крива змін» Дж. Д. Дака, моделі К. Фрайлінгера та І. Фішера, моделі Дж. Коттера, моделі Р. Джонсона, Модель ADKAR, Модель EASIER, моделі Р. Дж. Балока і Д. Баттена та інші.[2]

Важливою характеристикою трансформації є її часове протікання. З цього приводу Л. П. Євстигнєєва зазначає, що трансформація не закінчується переходом з однієї соціально-економічної системи в іншу, а перманентно триває в рамках нової системи. Тобто трансформація є процесом не тільки перетворення системи, а й процесом становлення. Схожої думки дотримується С. А. Єрохін, який визначає трансформаційний процес як систему, яка самоорганізується. Визначення такої природи трансформації представляє безсумнівний інтерес, але не розкриває її природи. До речі, у такому розумінні трансформації невизначеним питанням залишаються джерела її виникнення, оскільки самоорганізація може існувати на етапі зрілості певного процесу, але не пояснює його виникнення.[49]

Доволі загальне трактування поняття трансформації пропонує Н. О. Макашева, яка під трансформацією у широкому сенсі пропонує розглядати багатоступінчатий процес змін. Таке визначення є максимально повним з точки зору охоплення проявів трансформації, але все одно не розкриває її природу та зміст, оскільки фактично синонімізує трансформацію через зміни. Це є вірним лише частково, оскільки будь-яка трансформація передбачає зміни, містить зміни, але не зводиться до них за змістом.

Більш повне визначення трансформації (у економічному контексті) представлене в роботі, в якій трансформація трактується як процес перетворення однієї економічної системи на іншу, що супроводжується відмиранням одних елементів, рис, властивостей і появою інших. Така точка зору є доволі поширеною, схожої думки дотримуються Г. М. Поченчук та Н. В. Петришина, які вважають трансформацію складним процесом перетворень, внаслідок яких змінюються кількісні та якісні параметри систем та їхніх складових.[11]

Узагальнення існуючих точок зору щодо розуміння поняття трансформації у її економічному контексті проведене в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1.

Розуміння поняття трансформації (у економічному контексті)

Автор	Розуміння поняття трансформації
Е. Тоффлер	Перетворення, різнобічні бурхливі події, зміни, поштовхи в нову систему, які є не продовженням розвитку в поточному напрямку, а радикальними змінами, що, можливо, заперечують попередній досвід.
Д. Белл	Задану і вироблену міру необхідних змін, в рамках яких триває відбір найбільш вагомого і перспективного, суспільство адаптується до змін середовища через формування програм, проектів, цілей, технологій вирішення протиріч та ін.
Н. І. Гражевська	Загальну форму розвитку економічних систем, пов’язану з еволюційними та революційними змінами, постійними переходами економічних систем із стійкого в нестійкий стан і навпаки.
С. В. Мочерний	Процес перетворення однієї економічної системи на іншу, що супроводжується відмиранням одних елементів, рис, властивостей і появою інших.
Г. О. Грищенко, М. Й. Головко	Якісні перетворення економічної системи, її вихід за межі стабільного функціонування і перехід у стан нерівноваги, кількісних і якісних змін різної інтенсивності та спрямованості
Н. В. Петришина	Це складний процес перетворення економічної системи, який передбачає кількісні та якісні зміни складових системи та сфер суспільного життя
Г. М. Поченчук	Це складний процесом перетворень, внаслідок яких змінюються кількісні та якісні параметри систем та їхніх складових.

Ю. М. Заволока	Якісні перетворення економічної системи, її вихід за межі стабільного функціонування і перехід у стан нерівноваги, кількісних і якісних змін різної інтенсивності і спрямованості.
І. Б. Маркович	Є іманентною особливістю національних економік, яка відбувається постійно і є явищем безперервної зміни форми. Як момент кардинальних перетворень, у результаті яких структура, ознаки, система взаємозв'язків змінюються повністю.
С. Ю. Івашина, О. Ф. Івашина	Становлять глибинні перетворення, що зумовлені змінами технології та відбуваються на рівні економічних відносин, інститутів економічної та соціальної сфери. Як процес, що послідовно та безперервно здійснюється на всіх рівнях економічної системи.
О. В. Корнух, А. М. Турило,	Це економічна категорія, яка пов’язана з економічною сферою, притаманна різним рівням господарювання, відображає складний процес, що здійснюється одночасно в просторі і часі, відбувається під впливом об’єктивних та суб’єктивних чинників і ключовою ознакою якого є сукупність змін, які в кінцевому підсумку призводять до нового економічного стану, нових економічних результатів та постановки нових економічних цілей та завдань.

Джерело: складено автором з використанням джерел літератури

Очевидно, що трансформація є більш складним поняттям, ніж це представляється на перший погляд й навряд чи може бути повністю пояснена лише в межах одного визначення – певне визначення щодо поняття трансформації може бути справедливим та вірним, відповідаючи її змісту, але при цьому буде неповним, не розкриваючи повністю її природу. З цього приводу повністю доречним є дослідження І. Б. Маркович, яка за результатами проведеного монографічного аналізу пропонує системний, ситуаційний та процесний підходи як основні до розуміння природи трансформації. В межах процесного підходу вона розуміє трансформацію як серію взаємопов'язаних процесів, які реалізуються в певній послідовності та є тривалими в часі. Причому, пропонуючи даний підхід до зазначеної дефініції, І. Б. Маркович виділяє процесно-радикальний та процесно-еволюційний підходи, які дозволяють більш повно розкрити особливості кардинальності та стрімкості перебігу трансформаційних процесів. Втім, істотну новизну тут визнати доволі складно, оскільки фактично процесно-радикальний та процесно-еволюційний підходи за І. Б. Маркович відповідають трансформації на основі революційних та еволюційних змін, отже мова йде просто про різні види трансформації.[11]

Згідно із системним підходом (за І. Б. Маркович) трансформація є іманентною особливістю національних економік (якщо розглядати її на макрорівні), яка відбувається постійно і є явищем безперервної зміни форми. Поширюючи системний підхід на системи різного рівня, трансформацію можна розглядати як іманентну властивість системи, яка містить передумови безперервної зміни форми.

Така точка зору є синонімічною до розуміння розвитку у роботах Ю.С. Погорелова як спроможності до змін (у потенційному розуміння такого поняття). Ситуаційний підхід (за І.Б. Марковичем [Маркович]) пояснює трансформацію як момент кардинальних перетворень, у результаті яких структура, ознаки, система взаємозв'язків змінюються повністю. Використання різних підходів дозволило І.Б. Маркович доволі повно окреслити природу трансформацій як у загальному випадку (як властивості соціально-економічних систем), так і у конкретних випадках її прояву. Втім висловлена точка зору однозначно заслуговує свого поширення й на інші рівні функціонування соціально-економічних систем, зокрема на рівень регіону та окремого підприємства, адже трансформація проявляє себе не виключно на рівні національної економіки, але й на мікро- та мезорівні.[29]

Таким чином, на наш погляд, проведений аналіз визначення та розуміння природи, протікання трансформацій в економічному контексті дає нам змогу виявити основні характерні риси трансформаційного процесу в економічних системах різного масштабу. Доцільно скористатися типологією запропонованою у роботі для опису трансформаційного процесу в економічних системах різного масштабу, яка базується на шістьох головних критеріях (рис. 2.1):

- форма або контур, який приймає трансформаційний процес;
- результат, консеквент впливу трансформаційного процесу;
- каузальний характер трансформаційного процесу;
- рушійні сили;
- рівень діяльності трансформаційного процесу;
- часовий аспект трансформаційного процесу.

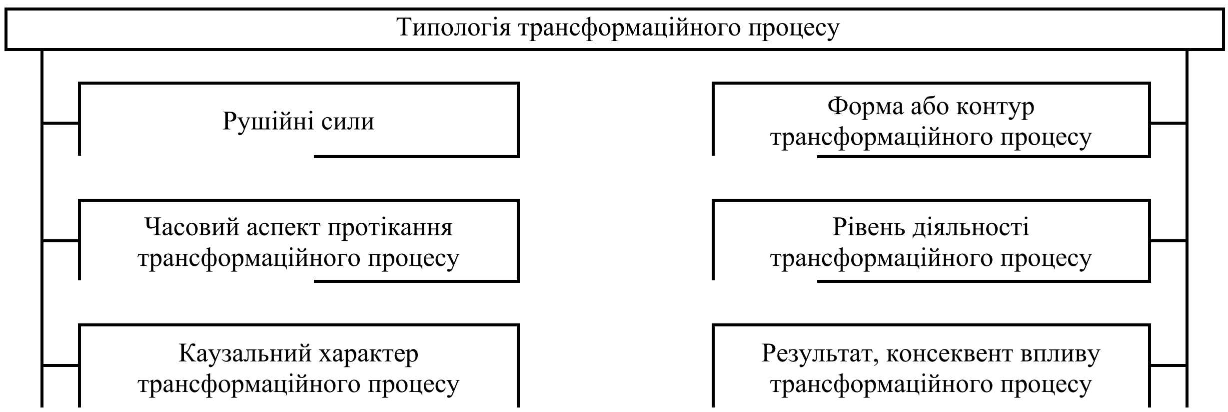


Рис 2. 1. Типологія трансформаційного процесу

Отже, за змістом трансформація приводить до певних змін, а за наслідками її природа полягає у тому, що він позначається на стані різних систем. Внаслідок трансформації можуть відбуватися не тільки суто зміни, але й генезис нової системи, нових відносин або явищ. Трансформаційний процес в системі економічної безпеки підприємства необхідно розглядати як суб'єктивний, об'єктивний процес, що відбувається в просторі та визначається вже існуючою економічною системою. Трансформаційний процес дає нам розуміння реальних механізмів трансформацій і здатності систем, у тому числі соціально-економічних, сприймати ці процеси.[2]

Таким чином, трансформація позначає якісні перетворення або становлення економічної системи різного масштабу, що дозволяє перехід на новий рівень функціонування і розвитку системи, який здійснюється послідовно та безперервно на всіх рівнях економічної системи. Перехід на новий рівень функціонування і розвитку системи економічної безпеки підприємства, змінюючи якість простору, відбувається під впливом трансформацій, що потребує зміни функцій самої системи. Такий процес пов'язаний із змінами підсистем та змінює характер взаємодії елементів системи. Протікання трансформаційних процесів та їх вплив на функціонування та розвиток економічних систем зумовлено внутрішніми або зовнішніми факторами. [30]

Трансформаційний процес це складний і суперечливий процес, від якого залежить послідовна зміна станів об'єкту дослідження в часі, послідовна зміна предметів і явищ, що відбувається закономірним порядком. Вивчення причин виникнення трансформацій в системах різної природи та змісту характерних рис є корисним для розуміння їхнього протікання у часі та просторі, забезпечення керованого характеру таких трансформації. Аналіз трансформаційних процесів у економіці повинен спиратися на їхні емпіричні прояви та теоретичну основу. Втім, тільки вивчення емпіричних проявів трансформаційних процесів, хоча воно у вигляді сконцентрованого емпіричного досвіду та виявлених закономірностей теж є виключно корисним, явно недостатньо для розуміння природи та загальних закономірностей протікання трансформаційних процесів, тому виникає потреба у теоретичному їхньому обґрунтуванні. Це зумовлює необхідність подальшого вивчення причин протікання трансформаційних процесів як загальнонаукового феномену, як об'єкту дослідження в економіці, та як об'єкту стосовно конкретного підприємства.[49]

2.2. Класифікація та властивості основних динамічних систем

Поняття динамічної системи. Однією з важливих наукових проблем природознавства є вирішення задачі передбачення поведінки досліджуваного об’єкта в часі і просторі на основі певних знань про його початковий стан. Задача зводиться до знаходження деякого закону, який дозволяє за наявною інформацією про об’єкт у початковий момент часу t_0 у точці простору x_0 визначити його майбутнє в будь-який момент часу $t>t_0$. Залежно від ступеня складності самого об’єкта цей закон може бути детермінованим або ймовірнісним, описувати еволюцію об’єкта тільки в часі й просторі, може окреслювати просторово-часову еволюцію. [28]

Під динамічною системою розуміють будь-який об’єкт або процес, для котрого однозначно визначено поняття стану як сукупності деяких величин у даний момент часу і задано закон, що описує зміну початкового стану в часі. Закон дозволяє за початковим станом прогнозувати майбутній стан динамічної системи, його називають законом еволюції. Динамічні системи — це механічні, фізичні, хімічні та біологічні об’єкти, обчислювальні процеси та процеси перетворення інформації, що здійснюються відповідно до конкретних алгоритмів. Описи динамічних систем також різні: за допомогою диференціальних рівнянь, дискретних відображень, теорії графів, теорії марковських ланцюгів і т. ін. Вибір одного із способів опису задає конкретний вид математичної моделі відповідної динамічної системи. Математична модель динамічної системи вважається заданою, якщо введено параметри (координати) системи, що визначають однозначно її стан, і зазначений закон еволюції. Залежно від ступеня наближення одній і тій самій системі можуть бути поставлені у відповідність різні математичні моделі. Дослідження реальних систем зводиться до вивчення математичних моделей, удосконалення і розвиток яких визначаються аналізом експериментальних і теоретичних результатів при їх зіставленні. У зв’язку з тим під динамічною системою ми розумітимемо саме її математичну модель. Досліджуючи одну й ту ж динамічну систему (наприклад, коливання цін), залежно від ступеня обліку різних чинників отримаємо різні математичні моделі. [38]

Класифікація динамічних систем. Динамічні системи можна класифікувати залежно від виду оператора відображення та структури фазового простору. Якщо оператор передбачає виключно лінійні перетворення початкового стану, то він називається лінійним. Лінійний оператор має властивість суперпозиції: T [x (t) + y (t)] = Tx (t) + Ty (t).

Якщо оператор нелінійний, то й відповідна динамічна система іменується нелінійною. Розрізняють неперервні і дискретні оператори і, відповідно, системи з безперервним і дискретним часом. Системи, для яких відображення x(t) за допомогою оператора T може бути визначено для будь-яких $t>t_0$, називають також потоками. Якщо оператор відображення визначений на дискретній множині значень часу, то відповідні динамічні системи мають назву каскадів або систем з дискретним часом. Динамічні системи іменуються автономними, якщо не піддаються дії зовнішніх сил, змінних у часі. [28]

Жорсткі динамічні системи. Задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь можна умовно розділити на наступні: м'які, жорсткі, погано обумовлені і швидко осцилюючі. Для кожного типу характерні специфічні вимоги до чисельних методів.

До жорстких систем відносяться завдання хімічної кінетики, нестаціонарні процеси в складних радіоланцюгах, системи, що виникають при вирішенні рівнянь теплопровідності та дифузії методом прямих, і багато інших. Жорсткі системи досить важкі для чисельного рішення. Класичні явні методи типу Адамса і Рунге–Кутта вимагають для них неприйнятно дрібного кроку. [53]

Класифікація систем.Прості системи характеризуються малим числом внутрішніх зв'язків і легкістю математичного опису. При виході з ладу елементів система або повністю втрачає свою роботоздатність або продовжує виконувати задані функції в повному обсязі. *Складні* системи мають розгалужену структуру, велику різноманітність зв’язків і безліч станів роботоздатності. Це все технічні системи. *Надскладні* системи — це людино-машинні системи. До них відносяться всі технологічні, економічні, соціальні та організаційні системи. *Детерміновані* системи функціонують за заздалегідь заданими правилами з раніше визначеним результатом. Для *стохастичних* (ймовірних) систем властиві важко передбачувані вхідні впливи і вихідні результати. На практиці елемент випадковості зазвичай вводиться в аналіз системи, коли в дослідника є велике число змінних впливу на поведінку системи або вони настільки складні для аналізу, що не залишається іншого виходу, як вивчати систему, піддану впливу випадковості. М’які системи характеризуються високою чутливістю до зовнішніх впливів. Унаслідок цього володіють слабкою стійкістю. Прикладами м’яких систем можуть служити курс долара, котирування цінних паперів і т. д. [28]

Жорсткі системи — це авторитарні, засновані на високому професіоналізмі невеликої групи керівників, організації. Мають високу стійкість до зовнішніх впливів. *Абстрактні* системи включають як елементи поняття, пов’язані між собою певними відносинами із заданими властивостями. *Матеріальні* системи як елементи включають матеріальні об’єкти. Технічні системи вирішують завдання за програмами, складеними людиною. Однак сама людина не є результатом даної системи.

Технологічні системи являють собою набір правил і норм, що визначають послідовність операцій у процесі виробництва продукції або надання послуг. *Організаційна* система — це комплекс елементів або підсистем. Забезпечує взаємодію технічної, технологічної, економічної та соціальної підсистем. Включає також інформаційне, математичне, програмне й інше забезпечення. [54 с.36-38]

Воснові теорії організацій лежить теорія систем. Система — це ціле, створене з частин та елементів цілеспрямованої діяльності, що володіє новими властивостями, відсутніми в елементів і частин, які його утворюють; об’єктивна частина світобудови, що включає схожі і сумісні елементи, котрі утворюють ціле, яке взаємодіє із зовнішнім середовищем. Допустимі й багато інших визначень. Спільним у них є те, що система є деяке правильне поєднання найбільш важливих, істотних властивостей досліджуваного об’єкта. Ознаками системи є безліч складових її елементів, єдність головної мети для всіх елементів, наявність зв’язків між ними, цілісність і єдність елементів, наявність структури та ієрархічності, відносна самостійність і наявність управління цими елементами. Термін «організація» в одному зі своїх лексичних значень означає також «систему», але не будь-яку, а в певній мірі впорядковану, організовану. Система може включати великий перелік елементів, і її доцільно розділити на ряд підсистем. Підсистема — набір елементів, що являють собою автономну у середині системи область (організаційна, технічна підсистеми). Великі системи (БС) — системи, що подаються сукупністю підсистем постійно зменшуваного рівня складності аж до елементарних підсистем, які виконують у рамках даної великої системи базові елементарні функції. [28]

Система має низку властивостей. Властивості системи — це якості елементів, що дають можливість кількісного опису системи, вираження її в певних величинах. Базові властивості систем зводяться до наступного. Система прагне зберегти свою структуру, має потребу в управлінні. У системі формується складна залежність від властивостей елементів і підсистем, що входять до неї. Крім перерахованих властивостей, великі системи мають властивості синергічності і мультиплікативності. Синергічність — одна з первинно-фундаментальних властивостей великих систем, що означає односпрямованість дій у системі, яка приводить до посилення кінцевого результату. Мультиплікативність — одна з первинно-фундаментальних властивостей великих систем, що означає як позитивні, так і негативні ефекти; у БС наявна властивість множення. [54 с.36-38]

Кожна система має вхідний вплив, систему обробки, кінцеві результати і зворотний зв'язок. Класифікація систем може бути проведена за різними ознаками, проте основною є угрупування їх у трьох підсистемах: технічній, біологічній та соціальній. *Технічна* підсистема включає верстати, обладнання, комп'ютери й інші роботоздатні вироби, що мають інструкції для користувача. Набір рішень у технічній системі обмежений, і наслідки рішень зазвичай зумовлені. Серед видатних особистостей, які працювали з технічною підсистемою, гідне місце займають І. Кеплер (1571–1630) — німецький астроном; І. Ньютон (1643–1727) — англійський математик, механік, астроном і фізик; П. С. Лаплас (1749–1827) — французький математик, фізик; А. Ейнштейн (1879–1955) — фізик-теоретик, один із засновників сучасної фізики; С. П. Корольов (1906–1966) — конструктор та ін. [54 с.36-38]

Штучні системи створюються за бажанням людини чи якого-небудь суспільства для реалізації намічених програм або цілей (наприклад, конструкторське бюро), а *природні* — природою або суспільством. Наприклад, система світобудови, стратегія розвитку світової економіки. Відкриті системи характеризуються широким набором зв'язків із зовнішнім середовищем, сильною залежністю від неї (приміром, комерційні фірми, засоби масової інформації, органи місцевої влади), *закриті* — головним чином внутрішніми зв'язками і створюються людьми або компаніями для задоволення потреб й інтересів переважно свого персоналу, компанії або засновників. *Детерміновані системи* функціонують за заздалегідь заданими правилами, з раніше визначеним результатом. Наприклад, навчання студентів в інституті, виробництво типової продукції. *Стохастичні системи* характеризуються важко передбачуваними вхідними впливами зовнішнього та (або) внутрішнього середовища і вихідними результатами. Наприклад, дослідницькі підрозділи, підприємницькі компанії. [28]

М'які системи відзначаються високою чутливістю до зовнішніх впливів, а внаслідок цього — слабкою стійкістю. Наприклад, система котирувань цінних паперів, нові організації, людина при відсутності твердих життєвих цілей. Жорсткі системи — це зазвичай авторитарні, засновані на високому професіоналізмі невеликої групи керівників організації. Вони володіють великою стійкістю до зовнішніх впливів, слабо реагують на незначні впливи. Наприклад, авторитарні державні режими.

Крім того, системи можуть бути простими і складними, активними і пасивними. Кожна організація повинна володіти всіма ознаками системи. Випадання хоча б однієї з них неминуче призводить організацію до ліквідації. Таким чином, системний характер організації — це необхідна умова її діяльності. [54 с.36-38]

Деякі властивості м'яких і жорстких систем. У суспільній структурі існують їх гібридні форми, тому системи в людському суспільстві володітимуть рядом особливостей. Жорсткі структури при створенні віддають енергію в зовнішнє середовище, утворюються при зменшенні внутрішньої енергії. Для їх руйнування необхідно затратити енергію. М'які структури при створенні поглинають енергію із зовнішнього середовища, «запасають» внутрішню енергію в структурі, при руйнуванні виділяють енергію. Руйнуючись, віддають цю енергію. Структура, як відомо, складається з елементів і зв'язків між ними. Якщо зв'язок між двома елементами утворюється зі зменшенням внутрішньої енергії системи, то це жорсткий зв'язок. Елементи в ньому не можуть бути замінені без залучення енергії. Якщо зв'язок між двома елементами утворюється зі збільшенням внутрішньої енергії системи, то це м'який зв'язок. [53]

Елементи в ньому можуть бути замінені іншими без використання додаткової енергії. Це пояснює, чому м'які структури краще пристосовуються до змін середовища, ніж жорсткі. Проте жорсткі системи володіють важливою перевагою — вони більш дешеві, оскільки на їх створення потрібно менше ресурсів. Існують і гібридні структури. Випадок, коли жорсткі структури об'єднані в м'яку, подібний до моменту чистої м'якої структури. Так, уприкладі з виром ця м'яка система складається з жорстких систем — молекул води. Випадок же, коли м'які структури об'єднані в жорстку структуру, має ряд особливостей. Така жорстка система утворюється з виділенням енергії і зменшенням внутрішньої енергії. Однак, оскільки в її складі є м'які структури, вона володітиме низкою їх властивостей. М'які структури залежать від припливу енергії ззовні, жорсткі, навпаки не залежать. М'які структури в системі типу «жорстка м'яка» також мають властивість дисипації. Тому і вся система потребуватиме постійного притоку енергії. [54 с.36-38]

За своєю сутністю словосполучення «м'яке моделювання» відповідає якісному аналізу поведінки розв'язку системи диференціальних рівнянь, не інтегруючи її. Залежно від типу особливої точки в її околі можуть відбуватися наступні рухи — поведінки інтегральної кривої:

а) для стійкого вузла властиві аперіодичні рухи, коли процес моделювання прагне вернутися до початкового стану рівноваги;

б) у випадку нестійкого вузла після збурення процес моделювання віддаляється від рівноважного стану;

в) стійкому фокусу відповідають стійкі періодичні затухаючі коливання, і навпаки — у випадку нестійкого фокуса;

г) нестійкому режиму сідлового типу з-за певних умов можуть відповідати два нових положення рівноваги: як тільки система вибирає одне з них, що визначається початковими умовами, то перебуває в ньому досить довго (це так звана тригерна система);

д) випадку центр відповідають стійкі періодичні незатухаючі коливання. [54 с.36-38]

Нестійкості викликають особливий інтерес, оскільки з точки зору синергетики вони сприяють переходу від старого до нового способу співіснування. «М'яке» моделювання» передує кількісному аналізу дослідження економічного явища, процесу, об'єкта.

Важливо, щоб найпростіша модель була структурно стійкою, тобто, щоб висновки витримувала мала зміна параметрів і функцій, що описують модель. Вищеописана модель володіє цією властивістю структурної стійкості. Отже, жорстку модель завжди належить дослідити на структурну стійкість отриманих при її вивченні результатів по відношенню до малих змін моделі. [53]

2.3. Методи опису якісних змін у дискретних динамічних системах

Приклад графічного та аналітичного опису системи. Описуючи систему, найчастіше вдаються до двох способів: графічного (схеми, графи) та аналітичного (математичні вирази, системи рівнянь). Скажімо, схему можна розглядати як графічну модель системи. Від схемного опису можна перейти до аналітичного. При цьому передбачається, що кожний з елементів виконує перетворення, яке було притаманне йому, перш ніж його включили до системи.[2]

Нехай елементи системи $S = \{q_1, q_2, q_3\}$ — лінійні перетворювачі; φ і f — перетворювачі, що реалізують відповідно функції φ і f; $\sum 1, \sum 2$ — суматори (рис. 2.2).

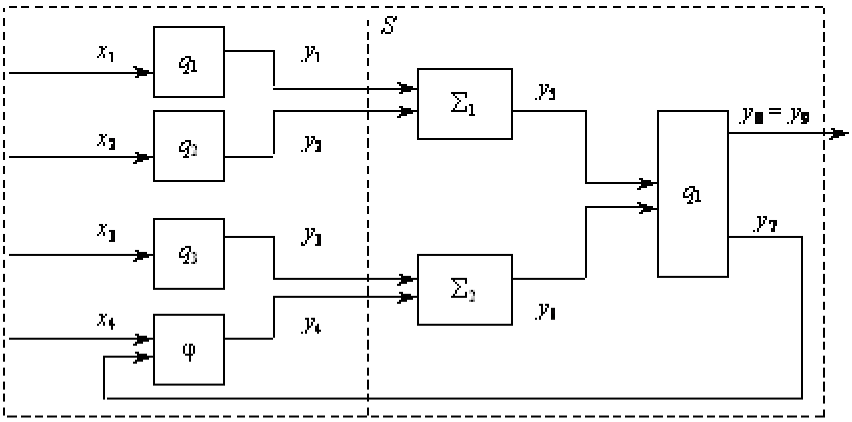


Рис. 2.2. Графічний опис системи

Звідси маємо:

$$\begin{cases} y_1 = q_1 x_1, \\ y_2 = q_2 x_2, \\ y_3 = q_3 x_3, \\ y_4 = \varphi(x_4, y_7) \end{cases} \qquad \begin{cases} y_7 = f_1(y_5, x_1), \\ y_6 = y_3 + y_4, \\ y_5 = y_1 + y_2, \\ y_9 = y_8 = f_2(y_5, y_6) \end{cases} \qquad (2.1)$$

Кількість ступенів свободи системи — це різниця між загальною кількістю змінних та кількістю рівнянь зв'язків між ними. У розглянутому прикладі система має чотири ступені волі.

Динамічний опис систем. Системи, в яких із часом відбуваються деякі зміни, називають динамічними. Стан системи в довільний момент часу можна описати за допомогою набору певних величин — параметрів, що характеризують виходи системи. Зміну станів системи з часом називають рухом системи.[17]

Описуючи зміну станів та рух системи, застосовують такі способи:

вербальний — послідовно перелічують та описують характеристики стану системи, дістаючи в результаті перше наближення динамічного опису;

графічний — будують діаграми та графіки, що дають наочне уявлення про динаміку процесу в системі;

табличний — подають кількісну оцінку стану системи в дискретні моменти часу;

математичний — записують функціональну залежність стану системи від часу та значень входів системи. [21 с.127-131]

З погляду математики будь-яка динамічна система описує рух точки у так званому фазовому просторі, або просторі станів. Найважливіша характеристика цього простору — його розмірність, тобто кількість величин, які необхідно задати для визначення стану системи. При цьому не так вже й істотно, що це за величини — вони можуть характеризувати кількість різних представників фауни на певній території, або являти собою змінні, що описують сонячну активність чи кардіограму, або подавати частку виборців, які підтримують президента, і т. ін.

Якщо за координатні осі взяти параметри системи, то значення цих параметрів будуть фазовими координатами, а утворений ними вектор z — станом системи.

Кожному стану системи відповідає певна точка фазового простору — зображувальна точка, а кожному процесу зміни стану (руху) системи відповідає певна траєкторія. Сім’ю цих траєкторій називають фазовим портретом системи. Здебіль-шого фазовий портрет являє собою сім’ю неперетинних кривих (рис. 2.3).

Фазова траєкторія, характеризуючи переміщення зображуваль-ної точки, відбиває водночас поводження системи під впливом деяких факторів. Отже, за допомогою фазової траєкторії можна графічно подавати поводження системи.

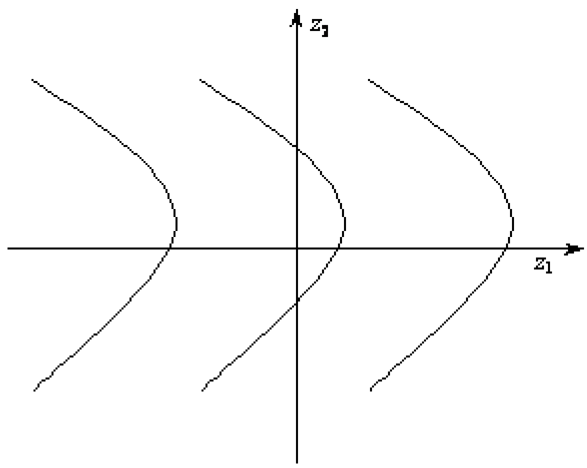


Рис. 2.3. Фазовий портрет системи у двовимірному просторі

Нехай $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ — функції відповідно входів, виходів та стану динамічної системи, тоді цю систему формально можна описати рівняннями спостереження та стану системи:

$$y = f(z(t), t), \;\; z = g\big(z(\tau), x(\tau)\big), \tau \le t, \quad (2.2)$$

де f, g — деякі функції.

Коли ці функції та функції зміни входів і виходів неперервні, поводження таких динамічних систем часто описують за допомогою диференціальних рівнянь:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, x, z), \frac{dz}{dt} = g(t, x, z) \quad (2.3)$$

Для дискретних систем зміна станів визначається загальним розв’язком рівняння:

$$z(t_{k+1}) = g(t_k, z(t_k), x(t_k)) \quad (2.4)$$

Розрізняють три характерних типи поводження, або три режими, в яких може перебувати динамічна система: рівноважний, періодичний, перехідний. Рівноважний режим функціонування, або рівновага системи — це здатність її зберігати свій стан як завгодно довго (як за відсутності, так і за наявності зовнішніх збурювальних впливів). [21 с.127-131]

Під стійкістю системи розуміють здатність системи повертатися до стану рівноваги після виведення її з цього стану під впливом зовнішніх збурень. Стан рівноваги, до якого система здатна повертатися, називають стійким станом рівноваги. У складних кібернетичних системах залежно від характеру досліджуваних задач і типу збурень застосовують різні критерії стійкості.[27]

Одним із найбільш поширених є критерій стійкості за Ляпуновим. Стан системи $z_0 = z(t_0)$ буде стійким за Ляпуновим для всіх $t \geq t_0$, якщо для довільної заданої області допустимих відхилень цього стану $\tilde{z}(t_0)$ (область е) існує така область d, що траєкторія довільного руху, яка почалась в області d, не вийде за межі області е, що формально можна записати так:

$$\forall \varepsilon \exists \delta : \forall \tilde{z} \, |z(t_0) - \tilde{z}(t_0)| < \delta \to |z(t) - \tilde{z}(t)| < \varepsilon \quad (2.5)$$

Періодичний режим функціонування системи — це режим, коли протягом рівних проміжків часу система приходить до одного й того самого стану (потрапляє в точку фазового простору). [21 с.127-131]

Перехідним режимом називається рух динамічної системи з одного стійкого режиму (періодичного або рівноважного) до іншого. Швидкість перехідного процесу характеризує інерційність системи.[40]

Усі ці режими характеризують динаміку розвитку соціально-економічних систем. Скажімо, дослідженню рівноважних станів економіки (моделі ринкової рівноваги) та економічним циклам (сезонні цикли, цикли Кондратьєва) приділяється значна увага в економічні теорії. Щодо перехідних (нестійких) режимів функціонування економіки, то останнім часом істотно змінилися погляди на їхню роль в еволюції економічних систем, що посприяло розвитку нових напрямків, зокрема синергетичної економіки.

Функція та схема системи. Довільна система має певну функ-цію та схему. Функцією вважатимемо закон перетворення входів сис-теми на її виходи. Схемою назвемо сукупність елементів, що беруть участь у реалізації функції системи, а також структуру їхніх зв’язків. [21 с.127-131]

Очевидно, що таку дійову систему доводиться описувати вже у двох аспектах: з погляду її функцій і дій та з погляду тих методів і засобів, за допомогою яких ці дії реалізовуються. Відповідно така система матиме і дві структури: функціональну та схемну. Зазначену систему можна подати в матричній формі, де найменуваннями рядків будуть елементарні функції, а найменуваннями стовпців — елементарні схеми. Елементи системи міститимуться на перетині рядків і стовпців цієї матриці. Вектор-рядок елементів, пов’язаних із реалізацією певної функції, буде функціональною підсистемою, а вектор-стовпець елементів — схемною підсистемою, що реалізує певний набір функцій.[27]

Такий двовимірний опис системи зручний для будь-яких типів систем. Наприклад, систему управління підприємством або галуззю можна подати, з одного боку, як певний набір функціональних підсистем (планування, керівництва, обліку, матеріального забезпечення), а з другого — як набір схемних підсистем, що відбивають комплекси методів і засобів, за допомогою яких ці функції реалізовуються (інформаційна підсистема, організаційно-правова підсистема, підсистема технічного забезпечення, підсистема математичного забезпечення і т. ін.).

У процесі дослідження систем постають два типи задач.

1. Задача аналізу — за заданою схемою знайти функцію, що її вона реалізовує. Якщо схемна підсистема сама являє собою велику систему, то задача ставиться так: за заданою схемою знайти ієрар-хічну структуру функцій, що їх вона реалізує. Цю задачу можна сформулювати й інакше: за заданою схемою знайти функцію, що реалізовується цією схемою найкраще, тобто знайти оптимальну функцію даної системи. [21 с.127-131]

2. Задача синтезу — за заданою функцією знайти схему, що її реалізує. Якщо функціональна підсистема складна й велика, то необхідно знайти ієрархічну структуру набору схем, що реалізовує дану функцію.

У загальному випадку можна встановити такий орієнтовний порядок опису та роботи із системою:

- ✓ сформулювати задачу;
- ✓ обмежити об’єкт дослідження, тобто сформулювати критерії добору елементів системи і скласти список або дати визначення тим підоб’єктам, які включаються до системи; у разі відкритої системи дати також ще один список (визначення) тих об’єктів, що розглядаються як середовище;
- ✓ визначити ставлення спостерігача до об’єкта;
- ✓ визначити мову опису системи (тезаурусу, алфавіту, граматики і семантики);
- ✓ у задачах аналізу на основі спостережень описати схему (структуру) системи та знайти функцію, що реалізовується даною схемою;
- ✓ у задачах синтезу на основі спостережень описати функцію та знайти схему, що реалізовує дану функцію;
- ✓ повністю сформулювати систему, тобто знайти відповідність функцій і схем, описавши всі компоненти системи, їхні властивості та взаємозв’язки, що відбиваються у структурі;

✓ подати інтерпретацію результатів, яка полягає у здійсненні перекладу з абстрактної мови системи в більш конкретну, змістов-ну мову опису реального об’єкта. [21 с.127-131]

Для дослідження кожного окремого аспекту системи необхідна відповідна мова опису, яка буде адекватною розв’язанню саме цього аспекту задачі. Для кожного аспекту системи будується своя модель, установлюється взаємозв’язок цих моделей. Кожна з моделей являє собою окрему систему, тому для неї зберігає силу сформульований щойно порядок роботи. Розбіжності виявляються на етапі розгляду складної системи в цілому: для її опису необхідно побудувати об’єднану й розширену метамову, знайти спільну для всіх галузь функціональних або схемних рішень, а в разі розв’язання багато-екстремальної задачі провести операцію послідовної оптимізації.[27]

У роботі зі складною системою неминучі зміщення в послідов-ності етапів роботи, послідовне чергування аналізу і синтезу.

2.4. Дослідження особливих точок системи диференціальних рівнянь

Розглянемо скалярне диференціальне рівняння

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \qquad (2.6)$$

Якщо $f(x, y)$ в околі точки (x_0, y_0) задовольняє умовам теореми Пікара, то через точку (x_0, y_0) проходить лише одна інтегральна крива диференціального рівняння (2.6).

Припустимо, що функція $f(x, y)$ в точці (x_0, y_0) не є неперервною, то можливі випадки:

а) $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} f(x, y) = A$ (A – деяке число);

б) $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} f(x, y) = \infty$;

в) *f(x,y)* – невизначена в точці (x_0, y_0).

Тоді перші два випадки зводяться до випадку, який розглядає теорема Пікара:

а) $f(x,y)$ можна довизначити – $f(x_0, y_0) = A$;

б) замість диференціального рівняння (7.1) розглядати рівняння

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{f(x,y)} \tag{2.7}$$

і прийнявши $\frac{1}{f(x_0,y_0)} = 0$ знаходимо єдиний розв'язок $x = \varphi(y)$ з вертикальною дотичною в точці (x_0, y_0).

У випадку в) точка (x_0, y_0) називається ізольованою особливою точкою.[10]

Дослідження особливих точок проведемо для диференціального рівняння

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ax+by}{cx+dy} \quad (2.8)$$

де a , b , c , d – дійсні числа : ad - $bc \neq 0$, так як в противному диференціальне рівняння (2.8) приводиться до рівняння $\frac{dy}{dx} = const.$

Нас цікавить поведінка інтегральних кривих в околі точки (0,0). Перепишемо диференціальне рівняння (2.8) у вигляді

$$\frac{dx}{cx+dy} = \frac{dy}{ax+dy} = dt$$

і перейдемо до системи

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = cx + dy \\ \frac{dy}{dt} = ax + by \end{cases}. \quad (2.9)$$

Запишемо характеристичне рівняння $\begin{vmatrix} c-\gamma & d \\ a & b-\gamma \end{vmatrix} = 0.$

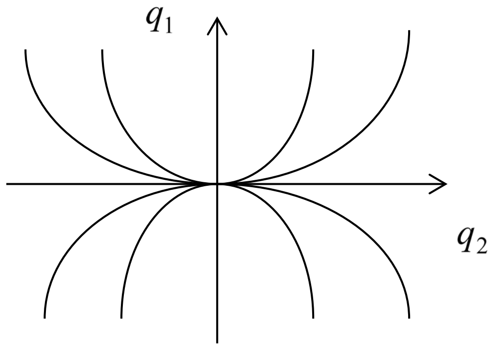
Нехай λ_1, λ_2 – корені характеристичного рівняння. Розглянемо наступні випадки.

1. Корені дійсні , різні і одного знаку , тобто $\lambda_1\lambda_2 > 0$, $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Тоді система диференціальних рівнянь (2.9) має жорданову форму

$$\begin{cases} \frac{dq_1}{dt} = \gamma_1 q_1 \\ \frac{dq_2}{dt} = \gamma_2 q_2 \end{cases}. \quad (2.10)$$

Звідси $\frac{dq_1}{dq_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}\frac{q_1}{q_2}$ і, отже $q_1 = c|q_2|^{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}$. (2.11)

Якщо $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$, тоді $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 1$ і всі криві (2.11) примикають до точки (0,0), тобто
$q_1 \to 0$ коли $q_2 \to 0$ і розв′язок дотичний в цій точці до осі Oq_2 (мал. 2.4).



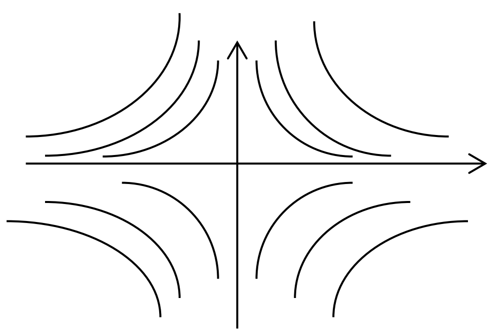
Мал. 2.4 Розв′язок дотичний в цій точці до осі Oq_2

В цьому випадку інтегральні криві дотичні тієї осі, якій відповідає мінімальне по абсолютній величині власне значення.

Особлива точка – **вузол**. [18]

Крім інтегральних кривих до особливої точки примикають дві полуосі осі Oq_1, тобто $q_2 = 0, q_1 \neq 0$.

2. Припустимо, що $\lambda_1, \lambda_2 < 0$. Тоді $q_1 = c|q_2|^{-\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}$ в даному випадку тільки чотири інтегральні корені $q_1 = 0$ $(q_2 \neq 0)$, $q_2 = 0$ $(q_1 \neq 0)$ примикають до особливої точки (0,0). Останні інтегральні криві мають вигляд, представлений на мал. 2.5.



Мал. 2.5 Останні інтегральні криві

Особлива точка – **сідло.**

3. $\gamma_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ – комплексні корені.

В цьому випадку, в силу довільності матриці перетворення до жорданової форми, елементи цієї матриці можна вибрати так, що $q_{1,2} = u \pm iw$, де u, w – дійсні змінні. Отже,

$$\frac{du+idw}{du+idw} = \left(\frac{\alpha+i\beta}{\alpha-i\beta}\right)\left(\frac{u+iw}{u-iw}\right), \quad (2.12)$$

$$(du + idw)[(\alpha u - \beta w) - i(\alpha w + \beta u)] = (du - idw)[(\alpha u - \beta w) + i(\alpha w + \beta u)].$$

Прирівнюючи дійсні і уявні частини, отримаємо диференціальне рівняння:

дійсні: $du(\alpha u - \beta w) + dw(\alpha w + \beta u) \equiv du(\alpha u - \beta w) + dw(\alpha w + \beta u)$;

уявні: $dw(\alpha u - \beta w) - du(\alpha w + \beta u) \equiv -dw(\alpha u - \beta w) + du(\alpha w + \beta u)$.

З останньої рівності маємо

$$\frac{du}{dw} = \frac{\alpha u-\beta w}{\beta u+\alpha w}\,. \quad (2.13)$$

Диференціальне рівняння перепишемо у вигляді

$$\frac{\beta(udw+wdw)}{u^2+w^2} \equiv \frac{\alpha(udw-wdu)}{u^2+w^2}.$$

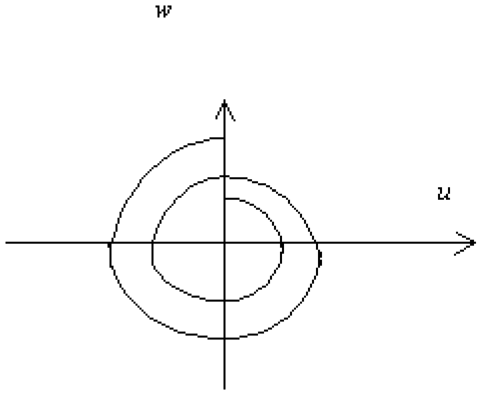
Звідки$\frac{1}{2}\ln(u^2 + w^2) + \frac{\alpha}{\beta} arctg\,\frac{w}{u} = \ln c$,

$$\sqrt{u^2 + w^2 = ce^{-\frac{\alpha}{\beta}arctg\frac{w}{u}}}. \quad (2.14)$$

В (7.9) покладемо $u = r\cos\varphi$, $\quad w = r\sin\varphi$, тоді

$$r = ce^{-\frac{\alpha}{\beta}}\varphi. \quad (2.15)$$

Формулою (2.15) задається сімейством логарифмічних спіралей (мал. 2.6).

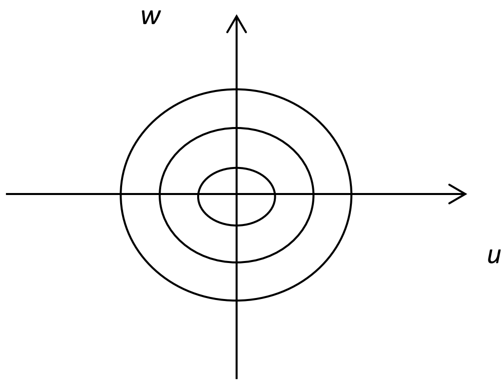


Мал. 2.6 Сімейство логарифмічних спіралей

В даному випадку всі інтегральні криві примикають до точки (0,0), роблячи нескінчену кількість оборотів. Така ж картина буде і в площині *XOY*. Особлива точка – **фокус**.[55]

4. Корені уявні , тобто $\alpha = 0$.Тоді криві (2.15) будуть замкнені, в площині (*u,w*) – будуть концентричні кола (мал. 2.7).

Особлива точка – **центр**.[18]



Мал. 2.7 Концентричні кола

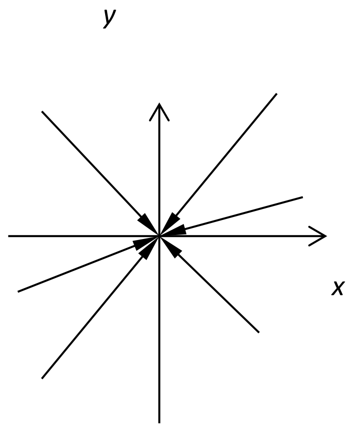
5. Розглянемо випадок кратних коренів $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$.

В цьому випадку жорданова форма матриці залежить від кратності елементарних дільників:

а) кореню λ відповідає два простих елементарних дільника, тобто $r(A - \lambda E)$=0. Тоді *a=d=0* , *b=c=*λ. Отже

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \qquad (2.16)$$

і $y=cx$ $(x \neq 0)$, $x=0$ $(y \neq 0)$.



Мал. 2.8 Сімейство напівпрямих, які примикають до точки (0,0)

Ми отримали сімейство напівпрямих, які примикають до точки (0,0) (мал. 2.8).

Особлива точка – **дикретичний вузол**;[10]

б) кореню λ відповідає елементарний дільник кратності 2, тобто $r(A-\lambda E)=1$ і матриця Жордана має форму $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$. Отже, маємо систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dq_1}{dt} = \gamma q_1 + q_2 \\ \frac{dq_2}{dt} = \gamma q_2 \end{cases}. \qquad (2.17)$$

Звідки

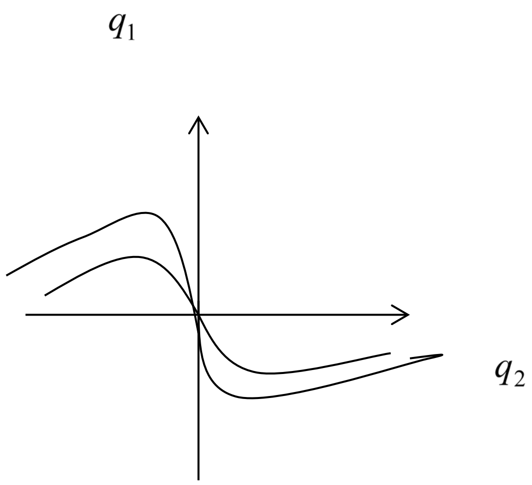
$$\frac{dq_1}{dq_2} = \frac{q_1}{q_2} + \frac{1}{\gamma}. \qquad (2.18)$$

Розв′язок диференціального рівняння (2.18) запишемо у вигляді

$$q_1 = \frac{1}{\gamma} q_2 \ln|q_2| + cq_2, \; q_2 \neq 0. \; (2.19)$$

Крім (2.19) треба додати два розв′язки $q_2 = 0$ $(q_1 \neq 0)$, $q_1 = 0$ $(q_2 \neq 0)$.

З (2.19) випливає, що інтегральні криві примикають до точки (0,0), кутовий коефіцієнт дотичної дорівнює $\pm\infty$ (мал. 2.9).



Мал. 2.9 Кутовий коефіцієнт дотичної

Особлива точка – **вироджений вузол**.[10]

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ ІІ

Зміна якості предметів у всіх випадках пов'язана з перебудовою структури їх складових елементів.

Розвиток може розглядатися як сукупна зміна у взаємозв'язку кількісних, якісних і структурних категорій у системі. Зупинимося більш докладно на цих змінах.

Кількісні зміни — це збільшення або зменшення складових частин даного цілого, що виражає збільшеннями або зменшенням їх числових значень, що призводять на певних етапах своєї зміни до якісного стрибка.

Структурні зміни — це зміни взаємовідношення складових частин, які не обов'язково повинні супроводжуватися збільшенням або зменшенням їх числа. Навпаки, число складових частин може залишатися незмінним. Тим часом структурні зміни також можуть приводити до якісного стрибка. Тому можна вважати, що як кількісні, так і структурні зміни відіграють причинну роль у якісних змінах. Згідно діалектиці, рушійною силою всяких змін у системі є протиріччя. Там, де немає внутрішніх або зовнішніх протиріч, там не може бути й змін. Що стосується кількісних змін, то вони обумовлені насамперед протиріччями, що існують у розглянутій системі з оточуючим її середовищем, у структурних змінах головну роль відіграють внутрішні протиріччя між елементами системи. Хоча варто відзначити, що структурні зміни не абсолютно байдужі до зовнішніх протиріч, однак роль останніх тут не велика.

Якісні зміни в системі можуть відбуватися також у результаті перерозподілу (без порушення балансу) енергії і матерії усередині самої системи. Фізичні системи, наприклад, володіють термодинамічною рівновагою, що відповідає максимуму ентропії. Аналогічно у замкнутих економічних системах: є тенденція до максимізації деякої цільової функції, яку можна розглядати як аналог фізичної ентропії. Усе це веде в остаточному підсумку до нової якості системи.

Динамічні системи можна класифікувати залежно від виду оператора відображення та структури фазового простору. Якщо оператор передбачає виключно лінійні перетворення початкового стану, то він називається лінійним. Лінійний оператор має властивість суперпозиції: T [x (t) + y (t)] = Tx (t) + Ty (t).

Якщо оператор нелінійний, то й відповідна динамічна система іменується нелінійною. Розрізняють неперервні і дискретні оператори і, відповідно, системи з безперервним і дискретним часом. Системи, для яких відображення x(t) за допомогою оператора T може бути визначено для будь-яких $t>t_0$, називають також потоками. Якщо оператор відображення визначений на дискретній множині значень часу, то відповідні динамічні системи мають назву каскадів або систем з дискретним часом. Динамічні системи іменуються автономними, якщо не піддаються дії зовнішніх сил, змінних у часі.

Описуючи систему, найчастіше вдаються до двох способів: графічного (схеми, графи) та аналітичного (математичні вирази, системи рівнянь). Скажімо, схему можна розглядати як графічну модель системи. Від схемного опису можна перейти до аналітичного. При цьому передбачається, що кожний з елементів виконує перетворення, яке було притаманне йому, перш ніж його включили до системи.

РОЗДІЛ 3. ЯКІСНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ КОЛИВАНЬ У ДЕЯКИХ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ

Адекватне математичне моделювання є важливим сучасним інструментом для вирішення більшості наукових та інженерно-технічних проблем. Математичне та чисельне моделювання мають важливе значення у розумінні суті явищ і процесів, що досліджуються в сучасній динаміці та міцності машин, сприяючи інтерпретації існуючих та передбаченню і відкриттю нових явищ. Вивчення та оптимізація параметрів динамічних процесів, які відбуваються в технічних системах при великих швидкостях, високих тисках і енергіях, вимагають аналізу та дослідження достатньо складних з погляду сучасного стану розвитку нелінійної теорії коливань моделей процесів.[6]

Сили зовнішнього та внутрішнього тертя, що мають складну природу (залежать від відносної швидкості тіл, внутрішньої структури матеріалу [8] та інших чинників), приводить до нелінійних зв’язків між основними величинами, які описують динаміку коливального процесу та швидкістю його перебігу. Тому механічні коливання здебільшого описуються нелінійними диференціальними рівняннями (звичайними чи із частинними похідними). Для них залежності між відновлюючою силою і переміщенням виражаються співвідношеннями, які відрізняються від лінійного закону [3]. Коливання у нелінійних системах мають цілу низку особливостей, які не є характерними для лінійних коливальних систем.[13 с. 414 -432]

Розвиток нової техніки та перехід до швидкісного машинобудування вимагає постановки і розв’язання нових задач, математичні моделі яких не можна дослідити асимптотичними методами нелінійної механіки: задачі про коливання гнучких елементів пасових або ланцюгових передач, стрічкових систем для записування та відтворення інформації, конвеєрних ліній, різного роду канатних витягів, устаткування для рулонування паперу, металевої стрічки, дроту, нитки, устаткування для буріння нафтових і газових свердловин, трубопроводів тощо. У разі нелінійного закону пружності матеріалу, суттєво нелінійної залежності амплітуди коливань від сил опору тощо задача пов'язана з принциповими математичними труднощами (навіть у разі дослідження моделі коливань в обмеженій області), оскільки відсутні загальні аналітичні методи розв'язування такогокласу задач. Ця проблема в загальному випадку вирішена лише для дуже вузького класу задач. Тому не існує загальних методик визначення амплітудно-частотних характеристик коливального процесу. Особливості коливальних процесів у нелінійних системах та відсутність точних чи наближених аналітичних методів інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь, які описують динамічні процеси у вказаних коливальних системах, вимагають розроблення таких якісних методів дослідження нелінійних систем, які давали б можливість адекватно описувати коливальний процес та з успіхом застосовувати порівняно нескладні та зручні для інженерних розрахунків чисельні методи. Актуальними для динаміки та міцності є проблеми вивчення динамічних процесів у нелінійних коливальних системах, що описують поперечні (поздовжні) коливання при переміщеннях вантажів за допомогою конвеєрів стрічкового (канатного) типу [4, 5] тощо. Такі та подібні задачі мають прикладне застосування в різних технічних системах – коливаннях трубопроводів, залізничних колій, довгих мостів, електричних ліній, оптичних волокон [26] та ін.

У розділі викладено якісні методи дослідження розв'язків задач, які виникають у математичному моделюванні нелінійних коливань обмежених та необмежених тіл під дією нелінійних пружних сил та нелінійних сил опору. Якісні методи загальної теорії нелінійних задач дають змогу для широкого класу згаданих вище коливальних систем отримати результати коректності розв'язку задачі (йдеться про існування, єдиність та неперервну залежність від початкових даних). Вказана методика дозволяє обґрунтувати коректність розв'язку певної задачі в моделі та дає змогу при подальшому дослідженні розв'язку застосовувати різноманітні наближені (чисельні) методи. Отже, проблеми якісних методів дослідження нелінійних коливальних систем є актуальними.[22]

3.1.Формулювання задачі аналізу динамічного процесу одновимірного середовища змінної структури у вигляді математичної моделі

Опишемо методику дослідження математичної моделінелінійних коливань напівбезмежного неоднорідного середовища за умови та нелінійної вінклерівської сили з використанням методів загальної теорії нелінійних крайових задач. У найпростішій постановці математична модель описується змішаною задачею для рівняння

$$\frac{d^2u(x,t)}{dt^2} - \frac{d(a,x)}{dx}\frac{du(x,t)}{dx} + g\left|\left(x, \frac{du(x,t)}{dt}\right)\right| = f(x,t) \quad (3.1)$$

з початковими умовами

$$u(x,0) = u_0(x), \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = u_1(x) \quad (3.3)$$

та крайовою умовою

$$u(0,t) = 0. \quad (3.4)$$

У співвідношеннях (3.1- 3.4):

– $u(x,t)$ – поздовжнє (поперечне) переміщення середовища з координатоюмомент часу t ;

– $a(x)$ – відома неперервна функція, яка характеризує змінну вздовж довжини середовища площу поперечного перерізу, погонну масу, пружні властивості середовища тощо;

$– g\left(x, \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right)$

– функція, яка враховує наведені змінні характеристики та описує силу опору;

– $f(x,t)$ – функція, яка описує розподіл вздовж середовища сил;

– $u_0(x)$та$u_1(x)$описують початковий стан середовища (початкове відхилення – форму тапочаткову швидкість).

Середовище напівбезмежне, тому $x\in(0,+\infty)$, а динамічний процес розглядається на як зав-годно великому часовому інтервалі, тому $0\le t<+\infty$. Всюди надалі в цьому розділі роботи вжива-ємо такі позначення для довільних $R>0$, $\tau\in(0,T]$: $Q_{R,\tau}=(0,R)\times(0,\tau)$ – прямокутник з основою $(0, R)$ на осі Ox та висотою τ ; $Q_\tau=(0,+\infty)\times(0,\tau)$ – півсмуга з основою $(0,+\infty)$ на осі Ox та висотою τ . [13 с. 414 -432]

Для описування якісних властивостей вихідних даних та розв'язку використовуватимемодеякі простори узагальнених функцій. $H_0^1(0,R)$ – простір функцій, квадрати яких разом з їхнімипохідними інтегровні за Лебегом на інтервалі $(0,R)$, причому на кінцях інтервала виконуютьсяоднорідні крайові умови u $x=0$ $=u$ $x=R$ $=0$. Нормув цьому просторі визначаємо так:

$$|u^2|H^1(O,R)=\frac{R(du^2)}{(dx)}dx*H_{0\log(0,+\infty)}$$

– простір функцій, які належать до $H_0(0,R)$ для довільногоR > 0, причому $u(0,t)=0$; $L_r(Q_{loc})$ – простір функцій, інтегровних зі степенемр за Лебегом на інтервалі (0,R) для довільного R > 0, причому $r\in(1,+\infty)$.

Узагальненим розв'язком задачі (1)–(4) називаємо функцію u , що задовольняє умову (3. 2) та інтегральну тотожність

$$\int_{Q_\tau}\left[-\frac{du}{dt}\frac{dv}{dt}+a(x)\frac{du}{dx}\frac{dv}{dx}+g\left(x,\frac{du(x,t)}{dt}\right)v-fv\right]dxdt+\int_0^{+\infty}\frac{du}{dt}(x,\tau)v(x,\tau)dx-$$
$$\int_0^{+\infty}u_1(x)v(x,0)dx=0\quad(3.5)$$

Для довільного $\tau\in(0,T]$ та для довільної функції v з обмеженим носієм такої, що тотожність (3.5) має сенс. Стосовно коефіцієнтів правої частини рівняння (3.1) та початкових даних припускатимемо виконання таких умов.

1. Функція $g(x,\xi)$ – неперервна за обидвома аргументами, причому для довільних значень аргументів задовольняє умови $|g(x,\varepsilon)|\le g_1|\varepsilon^{p-1}|, p>2, g_1=const>0$

$$\big(g(x,\varepsilon)-g(x,s)\big)(\varepsilon-s)\ge g_0|\varepsilon-s^p|, g_0=const>0.$$

2. Щодо функції a (x) , то вважається, що вона задовольняє умову $|a(x)| \leq M(1 + x^{a})$ при $x \to +\infty,$ де $M > 0{,}0 \leq \alpha < -\frac{p-2}{2p}$.

Зауваження. У наведеному вище співвідношенні враховано факт, що функція a(x) може зростати при достатньо великих x доволі повільно (повільніше від лінійного закону) або залишається сталою.

3. Функція $f \in L_{loc}^{p\cdot}(\overline{Q}),$ причому число p′ - спряжене до p, тобто $\frac{1}{p} + \frac{1}{p\cdot} = 1$

4. Початкове відхилення $u_0(x)$ – функція, яка належить до $H_0^1\ (0, R)$ для довільного $R > 0$, причому $u_0\ (0)=0$; початкова швидкість $u_1\ (x\ )$ –функція, яка належить до $L^2(0\ ;R)$ для довільного $R > 0$. [52 с.43-48]

Метою дослідження є аналіз розв'язку задачі (1)–(4) для нелінійного хвильового рівняння другого порядку в математичній моделі динамічного процесу, а саме отримання достатніх умов існування та єдиності розв'язку в класі локально інтегрованих функцій. Вказане рівняння, зокрема, описує вимущені коливання стрижня чи канату в середовищі з опором.

Основний якісний результат: якщо математична модель коливального процесу описується задачею (2)–(4) для рівняння (3.1), то при виконанні умов 1–4 існує єдиний узагальнений розв'язок $u\ (x,t\ )$ задачі (1)–(4), причому: функція u – неперервна за змінною t на відрізку $[0,T],$ а за змінною x належить до простору $H_0{}^1{}_{loc}\ (0,\ +\infty\ );$ похідна $\frac{du}{dt}$ – неперервна та локально інтегровна зі степенем p за змінною t на відрізку [0,T], а за змінною x – локально інтегровна зі степенем p .[43 с.369-378]

3.2.Дослідження математичної моделі нелінійних коливань. Застосування методу Гальоркіна та методів загальної теорії нелінійних крайових задач для доведення існування та єдиності розв'язку

Нехай u^1, u^2 – узагальнені розв'язки задачі (1)–(4) та задачі, що відрізняється від (1)–(4) лише тим, що у правій частині (3.1) вимушуюча сила f замінена на f відповідно. Тоді для довільних τ ,R,R_0, таких, що $0 < R_0 < R$, $\tau \in (0,T]$, можна отримати оцінку

$$\int_0^{R_0} (\frac{du^1(x,\tau)}{dt} - \frac{du^2(x,\tau)}{dt})^2 dx + C_1 \int_0^{R_0} (\frac{du^1(x,\tau)}{dx} - \frac{du^2(x,\tau)}{dx})^2 dx +$$

$$C_2 \int_{Q_{R_{0,t}}} \left|\frac{du^1}{dt} - \frac{du^2}{dt}\right| dxdt \le (\frac{R}{R-R_0})^\beta \left(C_3 R^{1+(\alpha-1)\frac{2p}{p-2}} + C_4 \int_{Q_{R,\tau}} \left|f - \bar{f}^p\right| dxdt\right),$$

(3.6)

Де $\beta > \frac{2p}{p-2}$ – довільне число; C_1 –C_4 – додатні сталі, що залежать лише від p , β . Обгрунтування нерівності (3.6) проводимо методами загальної теорії нелінійних крайових задач за допомогою методу монотонності. Розглянемо послідовність областей $Q^k = (0,k) \times (0,T), k = 1,2,\ldots$ та в кожній області Q^k відповідно задачу

$$\frac{d^2u^k(x,t)}{dt^2} - \frac{d}{d}\left(a(x)\frac{u^k(x,t)}{d}\right) + g\left(x, \frac{du^k(x,t)}{d}\right) = f^k(x,t) \quad (3.7)$$

$$u^k(x,0) = u_0^k(x), \quad (3.8)$$

$$\frac{du^k(x,0)}{dt} = u_1^k(x), \quad (3.9)$$

$$u^k(0,t) = u^k(k,t) = 0 \quad (3.10)$$

Зауважимо, що за зазначених вище умов існує єдиний узагальнений розв'язок задачі (3.7)–(3.10) в Q^k . Розглянемо тепер послідовність задач вигляду (3.7)–(3.10) для k=1, k=2,..., довизначивши u^k нулем на $Q \setminus Q^k$. Отримаємо послідовність розв'язків задачі (3.1)–(3.4) в Q , яку для зручності знову позначимо $\{u^k\}$. Показуємо, що послідовності $\{u^k\}$ та $\left\{\frac{du^k}{dt}\right\}$ є фундаментальними у відповідних функціональних просторах подібно до того, як це зроблено у [17]. Зі вказаних фактів отримуємо збіжність наближених “гальоркінських” розв’язків до функції u (t,x,) яка є узагальненим розв'язком задачі (3.1)–(3.4) в сенсі інтегральної тотожності (3.5). [51 c.82-86]

Єдиність отриманого розв'язку випливає з нерівності (3.6) при R → +∞, якщо розглянути два довільних розв'язки u^1 та u^2 задачі (3.1)–(3.4) і врахувати, що $u^1(x,0) = u^2(x,0), \frac{du^1(x,0)}{dt} = \frac{du^2(x,0)}{dt}$.

Зауважимо, що для задачі (3.1)–(3.4) легко отримати достатні умови існування та єдиності періодичного за лінійною змінною узагальненого розв'язку. Такі результати важливі з огляду на аналіз динаміки коливального процесу. Нехай виконуються умови (3.1)–(3.4), $\alpha = 0$ та існує таке число $\zeta > 0$, що:

А) $\alpha(x+\vartheta) = a(x)$ для всіх x∈ (∞,0,) тобто функція a(x) є періодичною за лінійною змінною;

Б)$f(x+\vartheta,t) = f(x,t)$ для майже всіх *Q∈(t,x,)* тобто функція *f(t,x,)* є періодичною за змінною x ;

В)$u_0(x+\vartheta) = u_0(x), u_1(x+\vartheta) = u_1(x)$ для майже всіх x∈(0,+∞), тобто початкове відхилення та початкова швидкість є періодичними за лінійною змінною функціями. [24 c.1033-1046]

Тоді задача (3.1)–(3.4) має єдиний узагальнений розв'язок u , що є періодичною за змінною x з періодом ζ функцією. Насправді, оскільки існує єдиний узагальнений розв'язок u задачі (3.1)–(3.4) і функція $u(x+\vartheta,t)$, $(x,t) \in Q$ також є узагальненим розв'язком задачі (3.1)–(3.4) (цей факт легко перевіряється безпосередньо), то з єдиності узагальненого розв'язку одразу випливає, що $u(x+\vartheta,t) = u(x,t)$ для майже всіх$(x,t) \in Q$.

На основі якісних методів досліджень подібно до проведених вище здійснюється аналіз коливань середовища, математичною моделлю руху якого є диференціальне рівняння

$$\frac{d^2u(x,t)}{dt^2} - \frac{d}{dx}\left(a(x)\frac{du(x,t)}{dx}\right) + g_1|u(x,t^{q-2}|u(x,t) = f(x,t), q > 2, g_1 > 0 \quad (3.11)$$

У цьому рівнянні g_1 – безрозмірний коефіцієнт, який визначає характер та величину нелінійної складової пружних сил, які діють на середовище. У випадку $g_1<0$ диференціальне рівняння (3.11) описує коливання середовища, яке обертається навколо нерухомої осі.[12 с.203-215]

3.3.Результати чисельного інтегрування у модельному випадку

Розглянемо окремий випадок рівняння (3.1), а саме випадок власних коливань суцільного середовища за умови незмінних вздовж його довжини фізико-механічних характеристик, тобто

$$\frac{d^2u(x,t)}{dt^2} - a\frac{d^2u(x,t)}{dx^2} + g_1|u(x,t^{q-2})|u(x,t) + g_1|u(x,t^{q-2}|u(x,t)$$
$$= f(x,t), q > 2, g_0 > 0, g_1 > 0.$$

У останньому співвідношенні а та g_0 – сталі, а крайові умови набувають вигляду u =(0, t,) = u(t, l,)=0 Модельне рівняння розглядаємо, як і вище, за початкових умов (3.2), (3.3) та крайових умов (3.4). Що стосується початкової форми, то вона описується так:$u_0(x) = \begin{cases} \frac{2hx}{l}, 0 \le x \le \frac{l}{2} \\ 2h - \frac{2hx}{l}, \frac{l}{2} < x \le l \end{cases}$

Початкова швидкість середовища вважається нульовою. Розглянуте рівняння зведемо до системи двох рівнянь вигляду

$$\begin{cases} \frac{du}{dt}(x,t) = v(x,t) \\ \frac{dv}{dt}(x,t) = a\frac{d^2u}{dx^2}(x,t) - g_0|v(x,t^{p-2}|v(x,t) - g_1|u(x,t^{q-2}|u(x,t) + f(x,t) \end{cases}$$

Чисельне розв’язування системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} u(t)\acute{-}v(t) \\ \acute{v}(t) - L_1(t,u,v), \text{де } L(t,u,v) - a\frac{d^2u}{dx^2}(x,t) - g_0|v(x,t^{p-2})|\, v(x,t) - \\ g_1|u(x,t^{p-2})|u(x,t) \end{cases}$$

здійснено методом Рунге–Кутта четвертого порядку. [7]

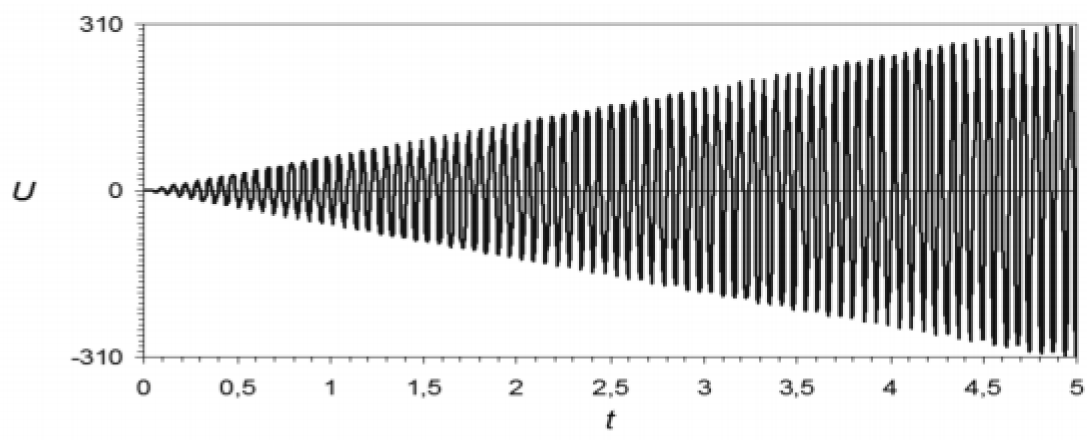
Метою чисельних симуляцій було встановлення умов динамічного явища – резонансу та впливу параметрів нелінійної системи на амплітуду в динамічних режимах коливань, близьких до резонансних. Нижче на рис. 3.1 а–в) наведено графічні зміни в часі відхилення серединної точки середовища за умов початкового відхилення від положення рівноваги h = 1 із урахуванням різних лінійних моделей сил опору та за різних значень частоти вимушуючої сили та інших значень параметрів системи. Вивчаються коливання середовища, математичною моделлю руху якого є диференціальне рівняння

$$\frac{d^2u}{dt^2}(x,t) = a\frac{d^2u}{dx^2}(x,t) - g_0\left|\frac{du}{dt}(x,t)^{p-2}\right|\frac{du}{dt}(x,t) + k\sin\omega t - b, p = 2$$

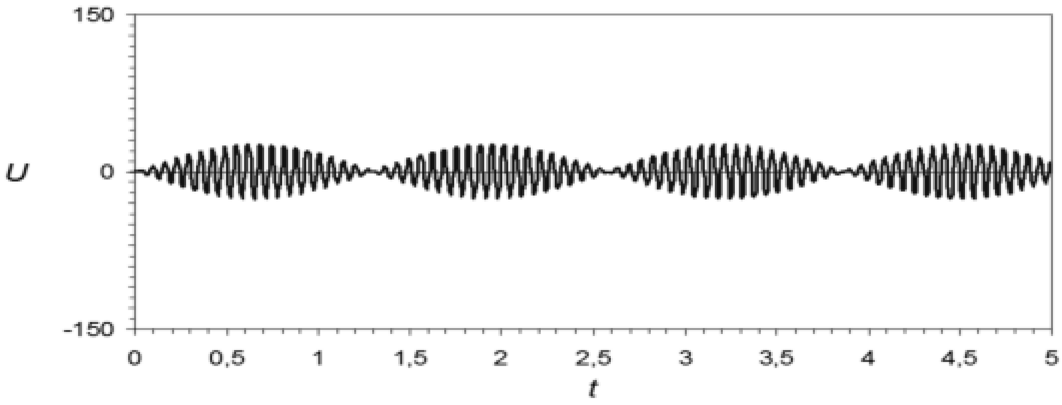
На рис. 3.2 а–в наведено графічні зміни в часі відхилення серединної точки середовища за умов початкового відхилення h = 1 із урахуванням різних нелінійних моделей сил опору. Вивчаються коливання середовища за умов l = 1, a = 1000, ,1,0 g_0 = 0,1, k = 10000, ω= a π , b = 0 .[14]

А)$l = 1, a = 1000, g_0 = 0, k = 10000, \omega = \sqrt{a\pi},$

$b = 0$ (лінійний резонанс)



Б)$l = 1, a = 1000, g_0 = 0, k = 10000, \omega = \sqrt{a\pi},\ b = -5$



в)$l = 1, a = 1000, g_0 = 0, k = 10000, \omega = \sqrt{a\pi}, b = 1$

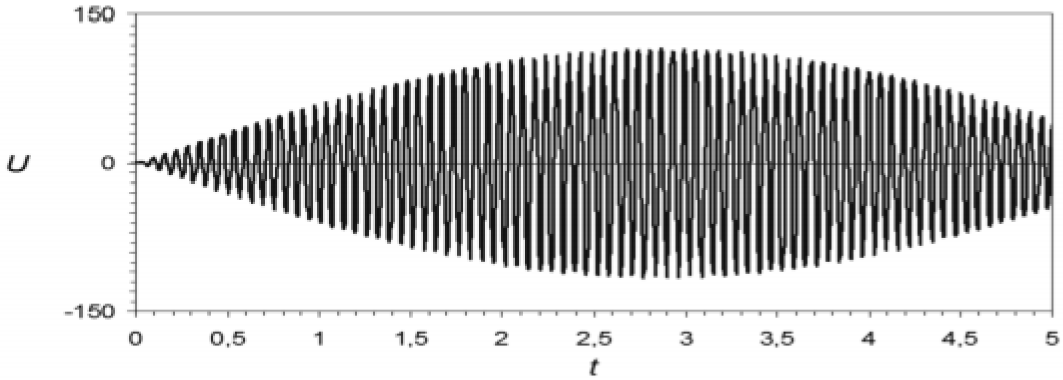


Рис. 3. 1. Закони зміни відхилення серединної точки середовища за різних значень параметрів у динамічних режимах лінійних коливань резонансних та близьких до резонансних

Усе вище описане є застосуванням нового міждисциплінарного методу якісного дослідження розв’язків задач для рівнянь математичної фізики з розподіленими параметрами у математичних моделях коливань об’єктів у нелінійному середовищі. За допомогою згаданого методу розроблено загальну методику дослідження коректності (існування, єдиності) розв’язків у низці задач, які моделюють коливальні процеси в нелінійних динамічних системах.[45 с.30-54] Отримано класи коректності розв'язків згаданих вище задач, досліджено властивості розв'язків крайових задач для певних класів нелінійних рівнянь другого порядку, які моделюють коливання обмежених та необмежених середовищ. Досліджено випадок періодичного розв'язку. Показано принципову можливість застосування чисельних методів для адекватного дослідження нелінійних коливальних систем та динамічних явищ у них. Отримані у роботі якісні результати та наведені графічні залежності показують, що:

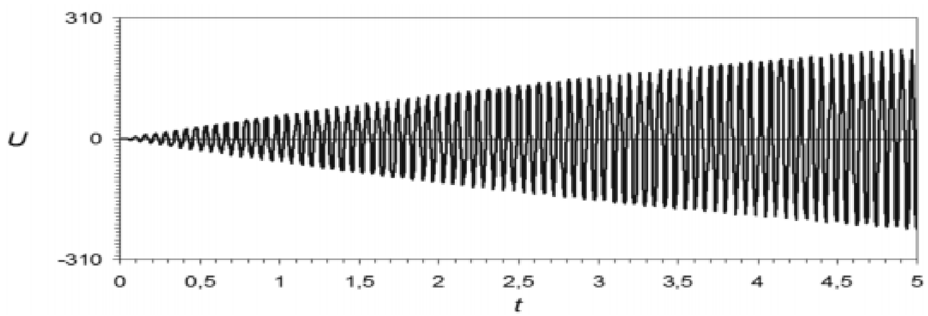
1) наявність сили опору призводить до загасання коливань середовища;

2) швидкість загасання залежить більшою мірою від степеня нелінійності сили опору;

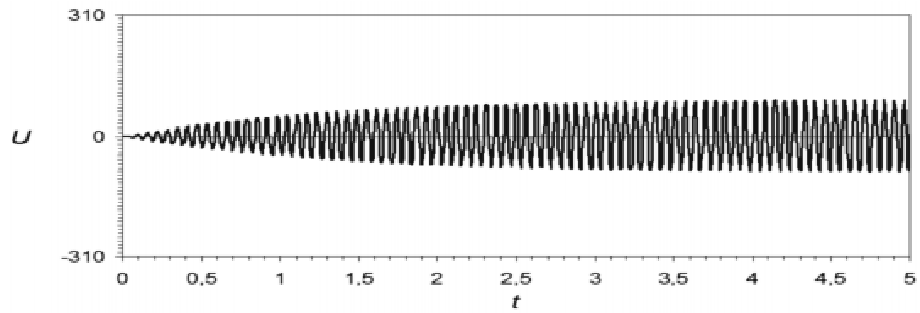
3) за значної нелінійності сили опору (p = 3) динамічний процес аперіодичний;

4) вплив сили опору на період коливань за малих значень параметрів g, p та h незначний. [37]

а) $p = 2{,}1$;



б) $p = 2{,}3$;



в) $p = 2{,}5$.

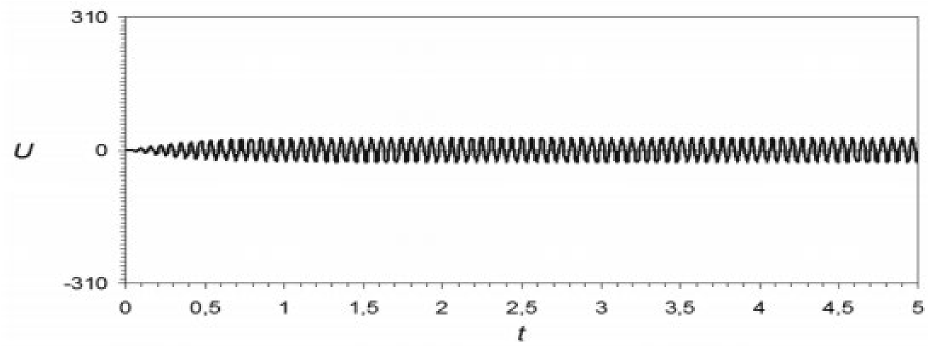


Рис. 3. 2. Закони зміни відхилення серединної точки середовища за різних значень параметрів у резонансних динамічних режимах нелінійних коливань

Останнє також підтверджується асимптотичним інтегруванням вказаних диференціальних рівнянь. Крім того, встановлено, що що за відсутності сили опору залежно від співвідношення між частотами власних та вимушених коливань у системі буде мати місце:

а) зростання у часі амплітуди коливань (резонанс);

б) явище “биття”;

в) усталений динамічний процес за умови, що сила опору характеризується коефіцієнтом, не близьким до 0.[34 с.659-673]

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ ІІІ

Усе вище описане є застосуванням нового міждисциплінарного методу якісного дослідження розв’язків задач для рівнянь математичної фізики з розподіленими параметрами у математичних моделях коливань об’єктів у нелінійному середовищі. За допомогою згаданого методу розроблено загальну методику дослідження коректності (існування, єдиності) розв’язків у низці задач, які моделюють коливальні процеси в нелінійних динамічних системах. Отримано класи коректності розв'язків згаданих вище задач, досліджено властивості розв'язків крайових задач для певних класів нелінійних рівнянь другого порядку, які моделюють коливання обмежених та необмежених середовищ. Досліджено випадок періодичного розв'язку. Показано принципову можливість застосування чисельних методів для адекватного дослідження нелінійних коливальних систем та динамічних явищ у них. Отримані у роботі якісні результати та наведені графічні залежності показують, що:

1) наявність сили опору призводить до загасання коливань середовища;

2) швидкість загасання залежить більшою мірою від степеня нелінійності сили опору;

3) за значної нелінійності сили опору ($p = 3$) динамічний процес аперіодичний;

4) вплив сили опору на період коливань за малих значень параметрів g, p та h незначний.

ВИСНОВКИ

Найбільш загальним визначення динамічної системи є наступне: динамічною називається система, параметри якої явно або неявно залежать від часу. Із цього визначення виходить, що якщо для поведінки системи визначені функціональні рівняння, то в них включаються в явному виді змінні, відносні до різних моментів часу.

Найважливіші властивості складних динамічних систем: цілісність (емерджентність); взаємодія із зовнішнім середовищем; структура; нескінченність пізнання системи; ієрархічність системи; елемент.

Однак для більше докладного вивчення властивостей динамічних економічних систем (ЭС) необхідно розглянути ще ряд найважливіших властивостей і характеристик.

Формально динамічна система в загальному вигляді може бути задана наступним кортежем:

$$M = Б < T, Ф, X, \Omega, V, Y, G, R >.$$

Математичні моделі є абстрактними моделями оригіналів економічнихмоделей, що математичними засобами можуть описувати один і той же економічний процес, але з різними похибками наближення їх до реальності. Хоча ніякою моделлю неможливо повною мірою відобразити всівластивості й співвідношення між параметрами модельованого об’єкта-оригіналу.

У моделюванні економіки особливе місце займають рівноважні моделі, вони описують такий стан економічної системи, коли зміни всіх факторів процесу не можуть вивести її зстану рівноваги, тобто їх рівнодійна дорівнює нулю. Математичні моделі рівноважних економічних моделей є моделі макроекономіки.

У моделях статичних описується стан економічного об’єкта в певний момент або проміжок часу. У динамічних моделях описується функціональна залежність між зміноюпараметрів у процесі часу. Динамічні моделі звичайно використовують математичні засоби диференціальних ірізницевих рівнянь.

Зміна якості предметів у всіх випадках пов'язана з перебудовою структури їх складових елементів.

Розвиток може розглядатися як сукупна зміна у взаємозв'язку кількісних, якісних і структурних категорій у системі. Зупинимося більш докладно на цих змінах.

Кількісні зміни — це збільшення або зменшення складових частин даного цілого, що виражає збільшеннями або зменшенням їх числових значень, що призводять на певних етапах своєї зміни до якісного стрибка.

Структурні зміни — це зміни взаємовідношення складових частин, які не обов'язково повинні супроводжуватися збільшенням або зменшенням їх числа. Навпаки, число складових частин може залишатися незмінним. Тим часом структурні зміни також можуть приводити до якісного стрибка. Тому можна вважати, що як кількісні, так і структурні зміни відіграють причинну роль у якісних змінах.

Якісні зміни в системі можуть відбуватися також у результаті перерозподілу (без порушення балансу) енергії і матерії усередині самої системи. Фізичні системи, наприклад, володіють термодинамічною рівновагою, що відповідає максимуму ентропії.

Динамічні системи можна класифікувати залежно від виду оператора відображення та структури фазового простору.

Описуючи систему, найчастіше вдаються до двох способів: графічного (схеми, графи) та аналітичного (математичні вирази, системи рівнянь). Скажімо, схему можна розглядати як графічну модель системи. Від схемного опису можна перейти до аналітичного. При цьому передбачається, що кожний з елементів виконує перетворення, яке було притаманне йому, перш ніж його включили до системи.

За допомогою вище згаданого методу розроблено загальну методику дослідження коректності (існування, єдиності) розв’язків у низці задач, які моделюють коливальні процеси в нелінійних динамічних системах. Отримано класи коректності розв'язків згаданих вище задач, досліджено властивості розв'язків крайових задач для певних класів нелінійних рівнянь другого порядку, які моделюють коливання обмежених та необмежених середовищ. Досліджено випадок періодичного розв'язку. Показано принципову можливість застосування чисельних методів для адекватного дослідження нелінійних коливальних систем та динамічних явищ у них.

Список використаних джерел

1. Dirac P.A.M. Generatized hamiltonian dynamics / P.A.M. Dirac. - London, Proceed. Roy. Soc., 2018, vol. A246, p. 326-332.
2. Sargent T. Macroeconomic Theory / T. Sargent. - Academic Press, 2017. - 285 c.
3. Turnovsky S. Methods of Macroeconomic Dynamics / S. Turnovsky. - The MIT Press, 2015. - 351 c.
4. Алексєєв А.А. Практичні моделі макроекономіки / А.А. Алексєєв, Д.А. Алексєєв. - К .: Наукова думка, 2016. - 267 с.
5. Андронов А.А. Якісна теорія динамічних систем / А.А. Андронов, Е.А. Леонтович, А.Г. Майер, І.І. Гордон. - М .: Наука, 2016. - 421 с.
6. Бартоломью Д. Стохастичні моделі соціальних процесів / Д. Бартоломью. -Х.: Фінанси і статистика, 2015. - 294 с.
7. Баруч-Рід А. Т. Елементи теорії марківських процесів і їх додаток /А. Т. Баруч-Рід. - Х.: Наука, 2009. - 512 с.
8. Берталанфи Л. Загальна теорія систем - огляд проблем і результатів / Л. Берталанфі // Систем. дослідні .: щорічник. - О.: Наука, 2009. - С. 30-54.
9. Біркгоф Дж.Д. Динамічні системи / Дж.Д. Біркгоф. - М. - Л .: Гостехиздат, 2011. - 320 с.
10. Ван Гиг Дж. Загальна прикладна теорія систем / Дж. Ван Гіг. - Х.: Ранок, 2011. -Т. 1. - 336 с .; Т. 2. - 736 с.
11. Вартовскій М. Моделі. Репрезентація і наукове розуміння / М. Вартовскій. -К.: Прогрес, 2018. - 507 с.
12. Вилькенштейн М.В. Біофізика / М.В. Волькенштейн. - М .: Наука, 2011. - 385 с.
13. Вільямс Дж. Досконалий стратег, або Буквар по теорії стратегічних ігор /Дж. Вільямс. - М.: Сов. радіо, 2010. - 269 с.
14. Вунш Г. Теорія систем / Г. Вунш. - Х.: народне радіо, 2018. - 288 с.

15. Гайеш М. Х. Параметричні коливання та стійкість осьово-прискорювальної струни, керованої нелінійною пружною основою / М. Х. Гайеш // Інт. Подорож. Non - Lin. Меч.-2010.- 45.- С. 382-394.
16. Гілмор Р. Прикладна теорія катастроф. Т. 1,2 / Р. Гілмор. - М .: Світ, 2014. - 350, 283 с.
17. Горр Г.В. Нелінійний аналіз поведінки механічних систем / Г.В. Горр, О.О. Ілюхін, А.М. Ковальов, А.Я. Савченко. - К .: Наукова думка, 2014. - 288 с.
18. Демейо Л. Примусові нелінійні коливання напівнескінченних кабелів і балок, що спираються на односторонню пружну підкладку / Л. Демейо, С. Ленчі // Нелінійна динаміка. - 2007. - 49. - С. 203–215.
19. Демейо Л. Рішення другого порядку щодо динаміки напівнескінченного кабелю на односторонньому підкладці / Л. Демейо, С. Ленчі // Подорож. Sound Vibr.-2008.-315.-P. 414-432.
20. Джеферс Дж. Введення в системний аналіз: застосування в екології / Дж. Джеферс. - Х.: Мир, 2011. - 253 с.
21. Досвід моделювання соціальних процесів / Під ред. В. І. Паніотто. - К.: Наук. думка, 2019. - 324 с.
22. Ейрес Р. Науково-технічне прогнозування і довгострокове планування /Р. Ейрес. - О.: Ранок, 2015. - 295 с.
23. Згуровський М. З. Дослідження соціальних процесів на основі методології системного аналізу / М. З. Згуровський, А. В. Доброногов, Т. Померанцева. - К.: Наук. думка, 2017. - 221 с.
24. Івахненко А. Г. Безперервність і дискретність / А. Г. Івахненко. - К.: Наук. думка, 2010. - 224 с.
25. Карлін С. Математичні методи в теорії ігор, програмуванні та економіці /С. Карлін. - М.: Мир, 2014. - 838 с.
26. Каудерер Г. Нелінійна механіка / Г. Каудерер: [пер. з нім. Я. Г. Пановко]. - М .: ІЛ,2011. - 777 с.

37.П. Я. Нелінійні поперечні коливання напівнеобмеженого каната з урахуванням опори / П. Я. Пукач, І. В. Кузьо // Науковий вісник національного гірічного університету. - 2013. - № 3. - С. 82-86.

27.Клір Дж. Системологія. Автоматизація рішення системних завдань / Дж. Клір. - М.: Радио и связь, 2010. - 544 с.

28.Коляда Ю. В. «М'яке» моделювання співіснування легальної и тіньової економік Суспільства: зб. наук. тез IV Всеукр. наук.-практ. конф. [«Проблеми трансформаційної економіки »] КФ ЗНУ / Ю. В. Коляда, К. А. Семашко. - Кривий Ріг, 2012. - 23 березня. - С. 36-38.

29.Лапшин В.І. Математичне моделювання коливання Сайти Вся РОБОЧОЇ сили / В.І. Лапшин // Зовнішня торгівля: економіка, фінанси, право. - 2010. - № 2. - С. 127-131.

30.Леонтьєв В.В. Економічні есе-теорії, дослідження, факти і політика: Пер. з англ. / В.В. Леонтьєв. - М .: Политиздат, 2010. - 415 с.

31.Ліон Ж.-Л. Деякі методи вироблення нелінійних крайових задач / Ж.-Л. Ліонс: [перекл. з англ. під ред. О. А. Олійник]. - М .: Едіторіал, 2012. - 587 с.

32.Ляпунов А.М. Загальна задача про стійкість руху / А.М. Ляпунов. - Х. - Ранок, 2014. - 386 с.

33.Метрікін А. В. Стаціонарні хвилі в нелінійній пружній системі, що взаємодіють з рухомим навантаженням / А. В. Метрикін // Акустична фізика.- 2014.- 40.- С. 573-576.

34.Метрікін А. В. Стійкий стан нескінченної струни нелінійної в'язко-пружної основи на рухомі точкові навантаження / А. В. Метрікін // Подорож. Sound Vibr. - 2014. - 272. - С. 1033-1046.

35.Накоряков В.Є. Кінетична модель інфляції / В.Є. Накоряков, В.Г. Гасенко // Економіка і математичні методи. - 2014. - 40, №1. - С. 129-134.

36.Нейман Дж. Теорія ігор і економічна поведінка / Дж. Нейман, О. Моргерштерн. - М.: Наука, 2015. - 707 с.

38.Писаренко Г. С. Коливання пружних систем із розрахунком розширення енергії в матеріалах / Г. С. Писаренко. - К .: Вид-во Ранок, 2014. - 379 с.

39. Плотинського М. Ю. Математичне моделювання в динаміці соціальних процесів / М. Ю. Плотинського. - М.: Изд-во МГУ, 2012. - 133 с.
40. Пуанкаре А. Нові методи небесної механіки. Обр. тр., т. 1 / А. Пуанкаре. - М .: Наука, 2011. - 172 с.
41. Пукач Міжнародний щоквартальний журнал. Польща, Люблін-Жешув. - 2013. - Вип. 2, № 1. - С. 43-48.
42. Пукач П. Я. Методи АНАЛІЗУ динамічних процесів у нелінійних неавтономних системах різних систем Структура / Дис. ... д-ра техн. наука за спец. 05.02.09 "динаміка та надійність машини". - Львів, 2014. - 334 с.
43. Пукач П. Я. Про необмеженість рішення змішаної задачі для нелінійного рівняння еволюції за скінченний час / П. Я. Пукач // Нелінійні коливання. - Том 14, Є. 3.- С. 369-378.
44. Пукач П. Я. Якісні методи дослідження математичної моделі нелінійних коливань конвеєрної стрічки / П. Пукач // Журнал математичних наук.– 2014.– 198, Випуск 1.– С. 31–38.
45. Пукач П. Якісні методи дослідження поперечних коливань напівнескінченного кабелю під дією нелінійних сил опору / П. Пукач, І. Кузьо, М. Сокіл // ECONTECHMOD. Ахмадян Н. Нелінійна ідентифікація моделі фрикційного контактного опори / Н. Ахмадян, Н. Джалалі, Ф. Поурахмадян // Механічні системи та обробка сигналів. - 2010. - Вип. 24, випуск 8. - Р. 2844-2854.
46. Робертс Ф. С. Дискретні математичні моделі з додатками до соціальних, біологічним і економічним завданням / Ф. С. Робертс. - О.: Наука, 2016. - 496 с.
47. Сааті Т. Математичні моделі конфліктних ситуацій / Т. Сааті. - Х.: Народне.радіо, 2019. - 304 с.
48. Саленгер Г. Ефекти дискретності в примусовій динаміці струни на періодичному масиві нелінійних опор / Г. Саленгер, А. Ф. Вакакіс // Інт. Подорож. Нон-Лін. Меч.- 2018.- 33.- С. 659-673.

49. Самарський А.А. Математичне моделювання: Ідеї. Методи. Приклади / А.А. Самарський, А.П. Михайлов. - М .: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 320 с.
50. Санте Д. М. Коливання променя на нелінійному пружному фундаменті при періодичних навантаженнях / Д. М. Санті, П. Б. Гонкальвес // Удар і вібрації.- 2016.- 13.- С. 273-284.
51. Смирнов А.Д. Лекції з макроекономічного моделювання: Навчальний посібник для вузів / А.Д. Смирнов. – Х..: ГУ ВШЕ, 2010. - 351 с.
52. Страшкраба М. Прісноводні екосистеми. Математичне моделювання /М. Страшкраба, А. Гнаук. - О.: Світ, 2009. - 376 с.
53. Уемов А. І. Системний підхід і загальна теорія систем / А. І. Уемов. - Х.: Світ, 2008. - 272 с.
54. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен. - О.: Мир, 2010. - 404 с.
55. Хейл Дж. Коливання в нелінійних системах: [пер. з англ. Р. С. Гусаров. Під ред. В. М. Волосова] / Джек Хейл. - М .: Світ, 2016. - 229 с.