

Львівське математичне товариство

**Волинський  
математичний  
вісник**

Рівне 1994

ВИТЯГ

із протоколу засідання правління  
Львівського математичного товариства

від 21 квітня 1994 р.

СЛУХАЛИ: Заяву Рівненського відділення Львівського  
математичного товариства про публікацію "Волинського  
математичного вісника" (№1).

УХВАЛИЛИ: Рекомендувати до друку "Волинський мате-  
матичний вісник".

Віце-  
Голова ЛМТ



проф. М. Шеремета

## ЗМІСТ

1. Пам'яті академiка М. Крзвчука (27.09.1892-9.03.1942).....	3
2. Сльсарчак В. Ю. Осциляція розв'язкiв нелiнійних рiвнянь....	5
3. Ковтунець В. В. Квазиютонiвський пiдкiл до побудови алгоритмiв найкращої рiвномирної апроксимацiї.....	13
4. Крайчук О. О. Нескiнченнi групи з доповнювальними пiдгрупами нескiнченного iндексу.....	29
5. Кузьменко А. П., Бомба А. Я. Про розв'язок крайових задач в шаруватих середовищах.....	35
6. Марач В. С. Два класи неперiодичних груп, близьких до груп скiнченних над центром.....	43
7. Рибачок А. В. До питання про iнтегрування рiвнянь з частинними похiдними узагальненим роздiленням змiнних.....	50
8. Семенюк В. В. Про наближення слiдiв багатомiрних функцiй Соболева слiдами сплайн-функцiї.....	53
9. Столярчук В. К. Застосування апроксимацiйного методу для дослідження асимптотики дiагональних апроксимацiї Пале гiпергеометричних функцiї $F(1, y+1, z)$ i $F(a, 1, y, z)$ .....	63
10. Харкевич Ю. І. Наближення операторами Абеля-Пуассона класiв $(\kappa\sigma, \beta)$ - диференцiйованих функцiї в рiвномирнiй i iнтегральнiй метриках.....	69
11. Цимбал В. М. Граничний стрибок для сингулярно збуреного рiвняння 3-го порядку з кратними характеристиками.....	80
12. Стецюк Р. П. Многочленна апроксимацiя гiпергеометричної функцiї.....	86
13. Николаев П. М., Олійник О. В. Розклад за степенями щiльностi для рацiональної функцiї розподiлу систем твердих сфер.....	96
14. Анотацiї.....	101

У роботі [1] поставлено загальне завдання вивчення груп із тими чи іншими системами доповнювальних підгруп. Згодом у цьому напрямі одержано багато важливих результатів як в області скінченних, так і нескінченних груп /див., наприклад, [2]/. Оскільки кожна нескінченна нециклічна група  $G$  містить нетривіальні підгрупи нескінченного індексу [3], то умову доповнювальності можна накладати на різні системи підгруп нескінченного індексу із групи  $G$ .

Дана робота присвячена вивченню довільних нескінченних груп, в яких доповнювальні усі підгрупи нескінченного індексу. Розглянуті також нескінченні групи з доповнювальними нескінченними підгрупами нескінченного індексу та нескінченні групи з доповнювальними нескінченними абелевими підгрупами нескінченного індексу. Основні результати роботи аносовані в [4].

Нагадаємо, що підгрупа  $A$  групи  $G$  називається доповнювальною в групі  $G$ , якщо в  $G$  існує така підгрупа  $B$ , що  $A \cap B = I$  і  $AB = G$ .

При вивченні груп із тими чи іншими системами доповнювальних підгруп постійно використовується

Лема 1. [1]. Якщо підгрупа  $A$  групи  $G$  доповнювальна в  $G$ , то вона доповнювальна і в кожній підгрупі  $H$  групи  $G$ , що містить  $A$ . Якщо  $B$ —доповнення підгрупи  $A$  в групі  $G$ , то переріз  $B \cap H$  є доповненням  $A$  в  $H$ .

Групи, в яких доповнювальні всі підгрупи називають повністю факторизованими /вполне факторизуемыми/.

Неважко переконатися у справедливості наступного твердження.

Лема 2. Якщо в нескінченній групі  $G$  доповнювальні всі підгрупи нескінченного індексу, то кожна підгрупа нескінченного індексу

із  $G$  повністю факторизована.

Лема 3. Нескінченна періодична група, в якій доповнювальні всі підгрупи нескінченного індексу, містить нескінченну абелеву підгрупу, що розкладається в добуток циклічних груп простих порядків.

Доведення. Нехай  $G$  - нескінченна періодична група, в якій доповнювальні всі підгрупи нескінченного індексу. Тоді в групі  $G$  доповнювальна кожна циклічна підгрупа і тому /див. [5], с.24, наслідок 2/ група  $G$  - локально скінченна. Незавжно пересвідчитися, що для неї не виконується умова мінімальності для абелевих підгруп. Дійсно, у протилежному випадку, група  $G$  є черніковською [6] і тому містить деяку квазіциклічну підгрупу  $K$ . Оскільки всі власні підгрупи із  $K$ , очевидно, мають у  $K$  нескінченний індекс, та в групі  $G$  доповнювальні всі підгрупи нескінченного індексу, то, за лемою 1 одержуємо, що група  $K$  є повністю факторизованою, а це неможливо.

Таким чином, група  $G$  є локально скінченною і не задовольняє умову мінімальності для абелевих підгруп, отже вона містить нескінченну абелеву підгрупу, яка розкладається у прямий добуток підгруп простих порядків [6].

Лема доведена.

Лема 4. Періодична група  $G$ , в якій доповнювальні всі підгрупи нескінченного індексу є нескінченною повністю факторизованою групою.

Доведення. Покажемо, що довільна підгрупа  $H$  із  $G$  доповнювальна в  $G$ . Дійсно, якщо  $|G : H| = \infty$ , то  $H$  доповнювальна в  $G$ . Нехай  $|G : H| < \infty$ . Підгрупа  $H$ , очевидно, нескінченна і в ній доповнювальні всі підгрупи нескінченного індексу, тому за лемою 3, вона містить нескінченну абелеву підгрупу  $A$ , що розкладається у добуток циклічних груп простих порядків.

Нехай  $A = B \times C$  - деякий розклад групи  $A$  у добуток двох нескінченних множників, причому  $B < N$ . Підгрупа  $B$  має в групі  $G$  нескінченний індекс, тому вона доповнювальна в  $G$ , а отже вона доповнювальна і в підгрупі  $N$ . Якщо  $D_1$  - доповнення підгрупи  $B$  в  $G$ , то  $V_1 = D_1 \cap N$  - доповнення підгрупи  $B$  в  $N$ , тобто  $B \cdot V_1 = N$  і  $B \cap V_1 = I$ .

$|G : V_1| = \infty$ , тому підгрупа  $V_1 < D_1$  доповнювальна в  $G$ , а отже, вона доповнювальна і в  $D_1$ . Якщо  $D_2$  - доповнення  $D_1$  у  $G$ , то  $V_2 = D_2 \cap D_1$  - доповнення підгрупи  $V_1$  в  $D_1$ , тобто  $V_1 \cdot V_2 = D_1$  і  $V_1 \cap V_2 = I$ .

Використовуючи одержані співвідношення неважко переконатися, що підгрупа  $N$  доповнювальна в  $G$ . Дійсно, доповнення  $N$  в  $G$  є  $V_2$ , так як  $N \cdot V_2 = (B \cdot V_1) \cdot V_2 = B \cdot D_1 = G$  і  $N \cap V_2 = N \cap (D_2 \cap D_1) = N \cap D_2 \cap D_1 \cap D_2 = (N \cap D_2) \cap (D_1 \cap D_2) = V_1 \cap V_2 = I$

Лема доведена.

Лема 5. Якщо у неперіодичній групі  $G$  доповнювальна кожна підгрупа нескінченного індексу, то  $G$  є скінченим розширенням нескінченної циклічної групи.

Доведення леми проведемо методом від супротивного. Нехай у групі  $G$  доповнювальні усі підгрупи нескінченного індексу і в ній знайдеться елемент  $g$  нескінченного порядку такий, що  $|G : \langle g \rangle| = \infty$ . Тоді для всякого натурального  $n > 2$   $|G : \langle g^n \rangle| = \infty$  і тому  $\langle g^n \rangle$  доповнювальна в  $G$ . Але тоді за лемою 1 підгрупа  $\langle g^n \rangle$  доповнювальна і в групі  $\langle g \rangle$ , що неможливо.

Отже, кожна нескінченна циклічна підгрупа групи  $G$  має в  $G$  скінченний індекс і тому  $G$  є скінченим розширенням нескінченної циклічної групи. Лема доведена.

Неважко переконатися в істинності наступного твердження.

Лема 6. Якщо неперіодична група  $G$  не має нескінченних підгруп нескінченного індексу, то вона є групою одного із таких типів:

1.  $G$  - центральне розширення нескінченної циклічної групи при допомозі скінченної групи;
2.  $G$  - розширення скінченної групи при допомозі нескінченної групи Діедра.

Теорема 1. Нескінченні групи, у яких доповнювальні всі підгрупи нескінченного індексу, вичерпуються групами таких типів:

1.  $G$  - нескінченна повністю факторизована група.
2.  $G = A \rtimes \langle b \rangle$ , де  $A$  - скінченна повністю факторизована група,  $|b| = \infty$  і елемент  $b$  індукує на  $A$  степеневий автоморфізм.
3.  $G = A \rtimes (\langle b \rangle \rtimes \langle c \rangle)$ , де  $A$  - скінченна повністю факторизована група,  $|b| = \infty$ ,  $|c| = 2$ ,  $c \cdot b \cdot c = b^{-1}$ , елементи  $b$  і  $c$  індукують на  $A$  степеневий автоморфізм.

Доведення. Достатність тут майже очевидна. Доведемо необхідність. Нехай  $G$  - нескінченна група, в якій доповнювальні усі підгрупи нескінченного індексу. Якщо група  $G$  - періодична, то необхідність впливає безпосередньо із самої леми 4. Припустимо, що група  $G$  - неперіодична. Тоді, використовуючи твердження леми 5 і леми 6, одержуємо лише два можливих випадки.

1. Група  $G$  є центральним розширенням нескінченної циклічної групи при допомозі скінченної групи. У цьому випадку група  $G$  має скінченну періодичну частину  $A$ , фактор-група  $G/A$  за якою є нескінченною циклічною групою. Оскільки  $|G:A| = \infty$ , то підгрупа  $A$  доповнювальна в групі  $G$  і її доповненням, очевидно, є нескінченна циклічна група. Причому, див. лема 2,  $A$  - повністю факторизована група.

Таким чином,  $G = A \rtimes \langle b \rangle$ , де  $A$  - скінченна повністю факторизована група,  $|b| = \infty$ . Покажемо, що елемент  $b$  індукує на  $A$  степеневий автоморфізм. Припустимо протилежне, нехай для деякого елемента  $a \in A$ ,  $b^{-1} a b \notin \langle a \rangle$ . Оскільки  $|G:\langle a \rangle| = \infty$ , то підгрупа  $\langle a \rangle$  до-

повнювальна в  $G$ , а, отже, за лемою I вона доповнювальна і у групі  $A$ . Тому група  $G$  має вид

$$G = (\langle a \rangle \cdot A_1) \lambda \langle b \rangle$$

де  $A_1$  - доповнення  $\langle a \rangle$  в  $A$ .

Нехай  $D$  - доповнення підгрупи  $\langle a \rangle$  в групі  $G$ , тобто  $D \cap \langle a \rangle = I$  і  $\langle a \rangle \cdot D = A$ . Підгрупи  $A_1$  і  $\langle b \rangle$  містяться в  $D$  тому, коли  $b^{-1} a b \notin \langle a \rangle$ , то можливі два випадки:

$a / b^{-1} a b = c \in A_1$ . Тоді  $b c b^{-1} = a$ . Оскільки  $b \in D$  і  $c \in D$ , то звідси випливає, що  $a \in D$  і, отже,  $\langle a \rangle \cap D \neq I$ , що неможливо.

$b / b^{-1} a b = a^k c$ , де  $c \in A_1$ ,  $(k, |a|) = 1$ .  $a^k c \in D$  і  $c \in D$ , тому  $a^k \in D$ , отже  $\langle a \rangle \cap D \neq I$ , що неможливо.

Таким чином,  $G$  - група типу I.

2. Нехай  $G$  - є розширенням скінченної групи з допомогою нескінченної групи Діедра. Так як  $|G : A| = \infty$ , то підгрупа  $A$  доповнювальна в  $G$  і тому

$$G = A \lambda (\langle b \rangle \lambda \langle c \rangle)$$

де  $A$  - скінченна, очевидно, повністю факторизована група,  $\langle b \rangle \lambda \langle c \rangle$  - нескінченна група Діедра. Неважко переконатися, /див. випадок I/, що елементи  $b$  і  $c$  індукують на  $A$  степеневий автоморфізм.

Теорема доведена.



1. Черников С.М. Группы с системами дополняемых подгрупп. // Мат. сб. - 1954. - 35, № 1. - С. 93-128.
2. Черников С.Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп. - М.: Наука, 1980. - 384 с.
3. Федоров Ю.Г. О бесконечных группах, все нетривиальные подгруппы которых имеют конечный индекс. // Успехи мат. наук. - 1951. - 6, № 1. - С. 187-189.
4. Крайчук А.В. Бесконечные группы с дополняемыми подгруппами бесконечного индекса. // XIX Всесоюзная алгебраическая конференция; Тез. сообщ., ч. 1. - Львов, - 1987. - С. 143.
5. Горчаков Ю.М. Прimitивно факторизуемые группы. // Учен. зап. Пермского университета. - 1960. - 17. - С. 15-31.
6. Шунков В.П. О локально конечных группах с условием минимальности для абелевых подгрупп. // Алгебра и логика. - 1970. - 9, № 5, - С. 579-615.

АНОТАЦІІ.

1. УДК 517.9

В.Е.Слюсарчук

ОСЦИЛЛЯЦИЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Получены необходимые и достаточные условия осцилляции решений нелинейных разностных уравнений.

UDK 517.9

V.Y.Slyusarchuk

OSCILLATION OF SOLUTIONS OF A NONLINEAR DIFFERENCE EQUATIONS.

Necessary and sufficient conditions of oscillation are obtained for solutions of a nonlinear difference equations.

УДК 517.5 +

В.В.Ковтунец.

КВАЗИНЬЮТОНОВСКИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ АЛГОРИТМОВ НАИЛУЧШЕЙ РАВНОМЕРНОЙ АППРОКСИМАЦИИ.

С точки зрения метода параметрического продолжения выводится алгоритм Ремеза и строятся его модификации. Доказана квадратичная скорость сходимости алгоритма Ремеза при условиях, не требующих дифференцируемости приближаемой функции и функций чебышевской системы, по которой строятся приближающие полиномы. Модифицированные варианты, имеющие также квадратичную сходимость, отличаются меньшим количеством вычислений приближаемой функции.

UDK 517.5+

V.V.Kovtunets, cand.

QUAZINETWTOIAN APPROACH TO DEVELOPMENT OF ALGORITHMES FOR THE BEST UNIFORM APPROXIMATION.

The Remez algorithm and its modifications deduced from the homotopy continuation method. The second rate of Remez algorithm convergency is proved without assumption about differentiability of involved functions. The modifications of Remez algorithm are distinguished by lesser number of computing of function to be approximated.

УДК 519.41

А.В.Крайчук

БЕСКОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ БЕСКОНЕЧНОГО ИНДЕКСА.

В работе описаны произвольные бесконечные группы, в которых дополняются все подгруппы бесконечного индекса.

UDK 519.41

O.V.Krajuk

INFINITE GROUPS WITH COMPLEMENTED SUBGROUPS OF INFINITE INDEX.

The infinite groups with complemented subgroups of infinite index are described.

4. УДК 510.517.944/947

А. П. Кузьменко, А. Я. Бомба

О РЕШЕНИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ.

На основании синтеза методов А. А. Дородницына/декомпозиция задачи/и Г. Н. Полохова/P-трансформаций/ предлагается новая методика численно-аналитического решения краевых задач для уравнений дивергентного типа с разрывными коэффициентами в бесконечных областях.

UDK 510:517.944/947

A. P. Kuzmenko, A. YA. Bomba

ON THE SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS IN THE STRATUM ENVIRONMENTS.

A new method of construction for asymptotic number-analytic solutions of boundary value problems for equations of divergent type with separable coefficients in the infinite domain is proposed on the basis of synthesis methods of A. A. Dorodnitsin (decomposition problem) and G. N. Polozhiy (P-transformations).

5. УДК 519.41/47

В. С. Марач

ДВА КЛАССА НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРУПП, БЛИЗКИХ К ГРУППАМ, КОНЕЧНЫМ НАД ЦЕНТРОМ.

Получены различные характеристики двух классов непериодических групп, по своему строению близких к группам, конечным над центром.

UDK 519.41/47

V. S. Marach

TWO CLASSES OF NON-PERIODIC GROUPS WHICH ARE CLOSE TO GROUPS WITH CENTRE OF FINITE INDEX.

Are received the different characterizations of two classes of non-periodic groups which by their structure are close to groups with centre finite index.

6. УДК 517.946

А. В. Рыбачок

К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕГРИРОВАНИИ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ ОБОБЩЕННЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ ПЕРЕМЕННЫХ.

В работе изложено и проиллюстрировано новую схему обобщенного разделения переменных на примере нахождения собственных чисел и собственных функций квадрата оператора Лапласа.

A. V. Rybachok

UDK 517.946

ABOUT INTEGRATING OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY VARIABLE PARTITION.

The simple scheme of generalized variable partition is shown by providing a sample of own values and own functions for square of Laplas operator.

7. УДК 517.5

В. Б. Семенюк.

О ПРИБЛИЖЕНИИ СЛЕДОВ МНОГОМЕРНЫХ ФУНКЦИИ КЛАССОВ СОБОЛЕВА СЛЕДАМИ СПЛАЙН-ФУНКЦИЙ.

В статье рассматривается вопрос приближения следов функций, что принадлежат изотропным классам Соболева следами некоторых специально построенных сплайн-функций. Функции приближаются в интегральной метрике на областях с внешними пиками степенного характера.

UDK 517.5

V. B. Semenuk

ABOUT APPROACH OF MULTIVARIATE FUNCTIONS OF TRACES OF SOBOLEV'S CLASSES APPROACH BY SPLINE-FUNCTIONS TRACES.

The article deals with the problem of approach traces of Sobolyev's classes functions by the traces of some specially built spline-functions. The functions approach in integral metrics on the domains with external peaks of degree character.

8. УДК 517.5

В. К. Столярчук

ПРИМЕНЕНИЕ АППРОКСИМАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АССИМПТОТИКИ ДИАГОНАЛЬНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ПАДЕ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ  $F(1, \gamma+1, z)$  И  $F(a, 1, \gamma, z)$ .

Установлена возможность применения аппроксимационного метода для исследования аксиоматики диагональных аппроксимаций Паде некоторых специальных функций.

UDK 517.5

V. K. Stolyarchuk

APPLICATION OF APPROXIMATIVE METHOD FOR STUDY OF PADE'S DIAGONAL APPROXIMATIONS ASYMPTOTICS OF HYPERGEOMETRICAL FUNCTIONS  $F(1, \gamma+1, z)$  AND  $F(a, 1, \gamma, z)$ .

The possibility of using of approximative method for investigation of Page's diagonal approximations asymptotics of some special functions has been determined.

9. УДК 517.5

Ю. И. Харкевич

ПРИБЛИЖЕНИЕ ОПЕРАТОРАМИ АБЕЛЯ-ПУАССОНА КЛАССОВ  $(\Phi, \Psi)$ -ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ В РАВНОМЕРНОЙ И ИНТЕГРАЛЬНОЙ МЕТРИКАХ.

Получены асимптотические равенства для верхних граний уклонений функций классов  $S, L$  операторами Абеля-Пуассона в равномерной и интегральной метриках соответственно.

UDK 517.5

Yu. I. Harkevich

DIFFERENTIAR FUNCTIONS CLASSES APPROXIMATION BY ABEL-POISSON OPERATORS IN UNIFORM AND INTEGRAL METRICS.

The obtained asymptotic equalities for top borders of deflection of functions of classes C and L by means of Abel-Poisson operators in uniform and integral metrics accordingly.

10. УДК 517.5

В. Н. Цымбал

ГРАНИЧНЫЙ СКАЧОК ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ.

Методом погранслоя построено асимптотическое разложение решения смешанной задачи для сингулярно возмущенного уравнения третьего порядка с кратными характеристиками в граничных условиях.

UDK 517.5

V.N. Tsymbal

BOUNDARY JUMP FOR THE SINGULAR PERTURBED EQUATION OF THE THIRD ORDER WITH MULTIPLE CHARACTERISTICS.

Asymptotic expansion of the solution of the boundary value problem for the singular perturbed equation of the third order with multiple characteristics with a small parameter in boundary conditions is constructed. The boundary layer method is applied.

11. УДК 517.5+

Р. П. Стецюк.

МНОГОЧЛЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.

Разработано алгоритм построения аппроксимационных многочленов В. К. Дзядыка для гипергеометрической функции. Сделан анализ влияния на метод погрешностей машинных округлений. Найдены условия, при которых алгоритм будет численно устойчивым.

UDK 517.5+

R.P. Stetsiuk

POLINOMIAL APPROXIMATION OF HYPERGEOMETRIC FUNCTIONS

A new algorithm for computing Dzyadyk's approximating polynomials of hypergeometric function is developed. An error of computing was investigated. Conditions of algorithm computing stability are found.

12. УДК 51:53

П. М. Николаев, О. В. Олейник

РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СТЕПЕНЯМ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ РАДИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ СФЕР.

До сих пор известны значения первых четырех функций, зависящих от расстояния  $r$ , в разложении радиальной функции распределения  $\rho(r)$  в ряд по степеням плотности системы твердых сфер. В работе найдено значение пятой функции на основе исследования метода ускоренной сходимости рядов теории возмущений. Также дано выражение для бинарной функции распределения, хорошо описывающей данные машинного эксперимента для системы твердых

UDK 51:53

P.M.Nikolayev, O.V.Oliyuk

BY DENSITY DEGREES RADIAL DISTRIBUTION FUNCTIONS OF THE SOLID SPHERE SYSTEM.

It is still known values only first fourth functions as the functions VS. distance  $r$  for radial distribution functions ( $r$ ) expansion in terms of density powers for the system of hard spheres. The fifth function value based on faster series convergence method of perturbation theory was found in this work. The discrete distribution function expression which describes well computer experiment data for the system of hard spheres has been presented also.