Львівське математичне товариство

Волинський математичний вісник

Рівне 1994

ВИТЯГ

із протоколу засідання правління

Львівського математичного товариства

від 21 квітня 1994 р.

СЛУХАЛИ: Заяву Рівненського відділення Львівського математичного товариства про публікацію "Волинського математичного вісника" (№1).

УХВАЛИЛИ: Рекомендувати до друку "Волинський математичний вісник".

Віце-
Голова ЛМТ проф. М.Шеремета

ЛЬВІВСЬКЕ МАТЕМАТИЧНЕ ТОВАРИСТВО

ЗМІСТ

УДК 517.5

В.Б. Семенюк, канд. фіз.-мат. наук /Рівне, педінститут/

Про наближення слідів багатовимірних функцій класів Соболева слідами сплайн-функцій.

Нехай $\lambda=(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)\in\mathbb{R}^n$, $\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\ldots\geqslant\lambda_n$, $n>1$, $\lambda_{n-m+1}>1$, $m\in\mathbb{N}$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geqslant m\geqslant1$ і $\Omega_\lambda^{(n)}(h)=\{x:x=(x_1,\ldots,x_n),|x_i|<x_n^{\lambda_i},\ i=\overline{1,n-1}$, $0<x_n<h\}$, $h\in\mathbb{N}\cup\{\infty\}$. $\Omega_\lambda^{(n)}(h)$ область із зовнішнім піком степеневого виду. Нехай $\mathbb{R}^m$ координатні гіперплощини, такі що $\mathbb{R}^m=\{x:x=(0,\ldots,x_{n-m+1},\ldots,x_n),-\infty<x_i<\infty,\quad i=\overline{n-m+1,n}\}$. Нехай $\Omega_\lambda^{(m)}(h)=\Omega_\lambda^{(n)}(h)\cap\mathbb{R}^m$. Будемо, також вважати, що $\Omega_\lambda^{(n)}(\infty)=\Omega_\lambda^{(n)}$, $\Omega_\lambda^{(m)}(\infty)=\Omega_\lambda^{(m)}$.

Через $\omega_p^r(\Omega)$, $r\in\mathbb{N},1\leqslant p\leqslant\infty$ для відкритої множини $\Omega\in\mathbb{R}^n$ позначається ізотропний простір Соболева [1] функцій $f(x)$ визначених на Ω із скінченною напівнормою

$$\|f\|_{\omega_p^r}(\Omega)=\sum_{|\alpha|=r}\|D^\alpha f\|_{L_p}(\Omega),\alpha=(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)\in Z_+^n;$$

$$D^\alpha=\frac{d^{|\alpha|}}{dx_1^{\alpha_1}\ldots dx_1^{\alpha_1}},\quad |\alpha|=\alpha_1+\ldots+\alpha_n$$

Будемо вважати, що $\Omega_p^0(\Omega)=L_p(\Omega)$, $1\leqslant p\leqslant\infty$

через $\Phi_n(R^n)$ позначимо простір алгебраїчних многочленів $P_N(x)$

$$P_N(x)=\sum_{0\leqslant|k|\leqslant N}a_kx^k,N\in\mathbb{N}\cup\{0\},\ k=(k_1,\ldots,k_n)\in Z_+^n,\ a_k\in\mathbb{R}^1,$$

$$x^k=x_1^{k_1}\ldots x_n^{k_n},\ 0^0=1$$

Будемо також використовувати позначення $a!=a_1!\ldots a_n!$, $a\in Z_+^n$. Через $f_{|\Omega}(x)$ позначимо слід функції $f(x)$ на відкритій множині Ω в розумінні означення із [2] (с.149-150).

Розглянемо наступні функції однієї дійсної змінної. Нехай

$$\psi_0(t):=\begin{cases}1,|t|<1;\\0,|t|\geqslant1,\end{cases}$$

$$\psi_1(t):=\begin{cases}\int\limits_{-\infty}^{t}\psi_0(2x+1)dx=:p_1(t),\ t\leq 0;\\ 1-\int\limits_{0}^{t}\psi_0(2x-1)dx=:q_1(t),\ t>0.\end{cases}$$

$$\psi_s(t):=\begin{cases}2\int\limits_{-\infty}^{t}\psi_{s-1}(2x+1)dx=:p_s(t),\ t\leq 0;\\ 1-2\int\limits_{0}^{t}\psi_{s-1}(2x-1)dx=:q_s(t),\ t>0.\end{cases}$$

Розіб'ємо напівпростір $\mathbb{R}^n_+=\{x:x(x_1,\dots,x_n),x_n>0\}$ на n-вимірні смуги $Q_n^{(k)}=\{x:x(x_1,\dots,x_n),x_n^{(k-1)}<x_n<x_n^{k}\}$, де $x_n^{(0)}=0$, $x_n^{(k-1)}<x_n^{(k)}$, $k\in\mathbb{N}$. Кожну із смуг розіб'ємо на n-вимірні паралелепіпеди $Q_j^{(k)}=\{x:x\in Q_n^{(k)},(j_i-1)k_i^{(k)}<x_i<j_ik_i^{(k)},\ i=\overline{1,n-1},\ j=(j_1,\dots,j_{n-1})\in\mathbb{Z}^{n-1},\ k_i^{(k)}\in\mathbb{R}^1_+\}$.

Вважаємо також, що $h_n^{(k)}:=x_n^{(k)}-x_n^{(k-1)}$. (1)

$$\psi_{s,k}(t):=\begin{cases}p_s((h_n^{(k)})^{-1}(x_n-x_n^{(k)})),x_n\leq x_n^{(k)};\\ q_s((h_n^{(k)})^{-1}(x_n-x_n^{(k)})),x_n>x_n^{(k)},\end{cases}$$

$$\psi_{s,k,j_i}(x_i):=\psi_s((h_i^{(k)})^{-1}(x_i-h_i^{(k)}j_i+0,5)),\ i=\overline{1,n-1},$$

$$\psi_s(x;Q_j^{(k)}):=\psi_{s,k}(x_n)\prod_{i=1}^{n-1}\psi_{s,k,j_i}(x_i),\ \text{де}\ j=(j_1,\dots,j_{n-1})\in\mathbb{Z}^{n-1}.$$

Очевидно, що $\psi_s(x;Q_j^{(k)})$ сплайн-функція, яка складена із многочленів степеня $s*n$.

Будемо надалі розглядати розбиття $\mathbb{R}^n_+$ на паралелепіпеди із розмірами які визначаються параметрами $h_i^{(k)}$, $x_n^{(k)}$ і залежить від

$r\in\mathbb{N},n\in\mathbb{N},1\leq p\leq q\leq\infty,\ \lambda=(\lambda_1,\dots,\lambda_n)\in\mathbb{R}^n$.

$$S=0,\ \left[\frac{r}{\lambda_{n-m+1}}-\frac{|\lambda|}{\lambda_{n-m+1}}*\frac{1}{p}-\frac{|\lambda^{(m)}|}{\lambda_{n-m+1}}*\frac{1}{q}\right],\ |\lambda|=\lambda_1+\ldots+\lambda_n,$$

$|\lambda^{(m)}|=\lambda_{n-m+1}+\ldots+\lambda_n$.

По визначенню будемо вважати

$$\left.\begin{aligned}
&x_n^{(k)}=x_n^{(k)}(r,N,p,q,\lambda,s,n,m)=N^{-\beta}*k^{\frac{\lambda_1\beta-1}{\lambda_1-1}},\ \text{якщо}\ k=\overline{1,[N^{1-1/\lambda_1}]};\\
&x_n^{(k)}=x_n^{(k)}(r,N,p,q,\lambda,s)=x_n^{([N^{1-1/\lambda_1}])}+d\,N^{-1},\\
&\ \text{якщо}\ k=[N^{1-1/\lambda_1}]+d
\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

де $d\in\mathbb{N}$, $\beta=\dfrac{r-s-n/p+m/q}{r-\lambda_{n-m+1}*s-|\lambda|/p+|\lambda^{(m)}|/q}$, $r-\lambda_{n-m+1}-|\lambda|/p+|\lambda^{(m)}|/q>0$.

Аналогічно

$$\left.\begin{aligned}
&h_l^{(k)}=h_l^{(k)}(N,\lambda)=N^{-1},\ k=[N^{1-1/\lambda_1}]+d,\ d\in\mathbb{N},\ l=\overline{1,n-1};\\
&h_l^{(k)}=h_l^{(k)}(r,s,n,m,N,p,q,\lambda)=2^{-l}h_l^{(k-1)},\ k=1,\ldots,[N^{1-1/\lambda_1}]
\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

$$2^{-l-1}<h_l^{(k+1)}\,\frac{k^{\frac{\lambda_1-\lambda_l}{\lambda_1-1}}}{(x_n^{(k)})^{\lambda_l}}\leqslant 2^{-l}.$$

Вважаючи, що для фіксованих r,s,N,p,q,n,m,λ параметри $h_l^{(k)}$ та $x_n^{(k)}$ вибирають так як це вказано вище, збережемо позначення $\psi_s(x;Q_j^{(k)})=\psi_s(x;Q_j^{(k)},r,n,m,N,p,q,\lambda)$ для відповідної сплайн-функції.

Занумеруємо паралелепіпеди $Q_j^{(k)}$ із одержанного розбиття напівпростору $\mathbb{R}_+^n$ в деякому порядку. При цьому введемо замість индексів k та $j=(j_1,\ldots,j_n)$ один індекс $\nu\in\mathbb{N}$. Таким чином отримали розбиття $\mathbb{R}_+^n$ на n-вимірні паралелепіпеди $\{Q_\nu\}$ $\nu\in\mathbb{N}$.

Для кожного паралелепіпеда Q_ν такого, що кординати його центру $x_\nu=(x_{1,\nu},\ldots,x_{n,\nu})$ задовільняють умовам

$$x_{n,\nu}=\frac{x_n^{(k)}+x_n^{(k+1)}}{2},\quad x_{l,\nu}=\frac{2j_l-1}{2}\,h_l^{(k)},\quad l=\overline{1,n-1}$$

будемо вважати по визначенню, що $\psi_s(x;Q_\nu)=\psi_s(x;Q_j^{(k)})$, $x\in\mathbb{R}^n$. (4)

Визначення: Будемо говорити, що сплайн-функція виду

$$\delta_{r,N}(x)=\sum_{\nu\in\mathbb{N}}\pi_{r-1}(x,Q_\nu)\psi_r(x,Q_\nu),\text{ де } \pi_{r-1}(x,Q_\nu)\in\Phi_{r-1}(\mathbb{R}^n), x\in\mathbb{R}^n$$

належить простору $S^{(s)}_{r,N,m}$, якщо величини $h^{(k)}_i$, $i=\overline{1,n}$, $k\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, що використовувались при визначенні сплайн функції виду (4), визначаються формулами виду (1),(2),(3).

В усіх подальших формулюваннях результатів і їх доведень співвідношення $a(\mathbb{M},\mathfrak{M})\ll b(\mathbb{M},\mathfrak{M})$ означає, що існує $c>0$, що не залежить від $\mathbb{M}$, але, взагалі кажучи, залежить від множини параметрів $\mathfrak{M}$, таке, що $a(\mathbb{M},\mathfrak{M})\leqslant cb(\mathbb{M},\mathfrak{M})$.

Співвідношення $a(\mathbb{M},\mathfrak{M})\asymp b(\mathbb{M},\mathfrak{M})$ значить що при всіх $\mathbb{M}$ виконується співвідношення $a(\mathbb{M},\mathfrak{M})\ll b(\mathbb{M},\mathfrak{M})$ і $b(\mathbb{M},\mathfrak{M})\ll a(\mathbb{M},\mathfrak{M})$.

Теорема: Для кожної функції $f\in\omega^r_p(\Omega^{(n)}_\lambda)$, $r\in\mathbb{N}$, $1\leqslant p\leqslant\infty$, при кожному $N\in\mathbb{N}$,

$$S=0,\ldots,\left[\frac{r}{\lambda_{n-m+1}}-\frac{|\lambda|}{\lambda_{n-m+1}}*\frac{1}{p}+\frac{|\lambda^{(m)}|}{\lambda_{n-m+1}}*\frac{1}{q}\right], m=1,\ldots,n \text{ існує}$$

сплайн-функція $\delta_{r,N}(x)\in S^{(s)}_{r,N,m}$ така, що

$$\|f|_{\Omega^{(m)}_\lambda}-\delta_{r,N}(f)|_{\Omega^{(m)}_\lambda}\|_{\omega^s_q(\Omega^{(m)}_\lambda)}\ll N^{-r+s+n/p-m/q}\|f\|_{\omega^r_p(\Omega^{(n)}_\lambda)}, \text{ де}$$

$$s<r'=\sum_{i=n-m+1}^{n}a_i,\quad r=\sum_{i=1}^{n}a_i,\quad 1\leqslant p\leqslant q\leqslant\infty.$$

Доведення теореми базується на наступних лемах.

Лема: 1. Нехай $\varepsilon=(\varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_n)\in\mathbb{R}^n$, $0<\varepsilon_1\leqslant\ldots\leqslant\varepsilon_n$, $c<1$, $c\varepsilon=(c\varepsilon_1,\ldots,c\varepsilon_n)\in\mathbb{R}^n$, $\Pi^{(n)}_\varepsilon$ та $\Pi^{(n)}_{c\varepsilon}$ n-мірні паралелепіпеди з ребрами довжини ε_i та $c\varepsilon_i$, $i=\overline{1,n}$-1 і гранями паралельними координатним осям. Паралелепіпеди $\Pi^{(n)}_\varepsilon$ та $\Pi^{(n)}_{c\varepsilon}$ мають спільний центр і є такими, що $\Pi^{(m)}_\varepsilon=\Pi^{(n)}_\varepsilon\cap\mathbb{R}^m\neq\emptyset$, $\Pi^{(m)}_{c\varepsilon}=\Pi^{(n)}_{c\varepsilon}\cap\mathbb{R}^m$. Через $\Omega^{(n)}\subset\mathbb{R}^n$ позначимо область зіркову відносно $\Pi^{(n)}_\varepsilon$ і таку, що $\Pi^{(n)}_\varepsilon\subset\Omega^{(n)}\subset\Pi^{(n)}_{c\varepsilon}$, $\Omega^n\cap\mathbb{R}^n=\Omega^{(m)}\neq 0$, $mes_m\,\Omega^{(m)}\neq 0$, $\Omega^{(m)}$ зіркова область відноно $\Pi^{(m)}_\varepsilon$

$$S=0,\ \left[\frac{r}{\lambda_{n-m+1}}-\frac{|\lambda|}{\lambda_{n-m+1}}*\frac{1}{p}-\frac{|\lambda^{(m)}|}{\lambda_{n-m+1}}*\frac{1}{q}\right],\ |\lambda|=\lambda_1+\ldots+\lambda_n,$$

$|\lambda^{(m)}|=\lambda_{n-m+1}+\ldots+\lambda_n$.

По визначенню будемо вважати

$$\left.\begin{array}{l} x_n^{(k)}=x_n^{(k)}(r,N,p,q,\lambda,s,n,m)=N^{-\beta}*k^{\frac{\lambda_1\beta-1}{\lambda_1-1}},\ \text{якщо } k=\overline{1,[N^{1-1/\lambda_1}]};\\ x_n^{(k)}=x_n^{(k)}(r,N,p,q,\lambda,s)=x_n^{([N^{1-1/\lambda_1}])}+d\,N^{-1},\\ \ \text{якщо } k=[N^{1-1/\lambda_1}]+d \end{array}\right\},\quad (2)$$

де $d\in\mathbb{N}$, $\beta=\dfrac{r-s-n/p+m/q}{r-\lambda_{n-m+1}*s-|\lambda|/p+|\lambda^{(m)}|/q}$, $r-\lambda_{n-m+1}-|\lambda|/p+|\lambda^{(m)}|/q>0$.

Аналогічно

$$\left.\begin{array}{l} h_l^{(k)}=h_l^{(k)}(N,\lambda)=N^{-1},k=[N^{1-1/\lambda_1}]+d,\ d\in\mathbb{N},\ l=\overline{1,n-1};\\ h_l^{(k)}=h_l^{(k)}(r,s,n,m,N,p,q,\lambda)=2^{-l}h_l^{(k-1)},\ k=1,\ldots,[N^{1-1/\lambda_1}] \end{array}\right\}\quad (3)$$

$$2^{-l-1}<h_l^{(k+1)}\,\frac{k^{\frac{\lambda_1-\lambda_l}{\lambda_1-1}}}{(x_n^{(k)})^{\lambda_l}}\leqslant 2^{-l}.$$

Вважаючи, що для фіксованих r,s,N,p,q,n,m,λ параметри $h_l^{(k)}$ та $x_n^{(k)}$ вибирають так як це вказано вище, збережемо позначення $\psi_s(x;Q_j^{(k)})=\psi_s(x;Q_j^{(k)},r,n,m,N,p,q,\lambda)$ для відповідної сплайн-функції.

Занумеруємо паралелепіпеди $Q_j^{(k)}$ із одержанного розбиття напівпростору $\mathbb{R}_+^n$ в деякому порядку. При цьому введемо замість индексів k та $j=(j_1,\ldots,j_n)$ один індекс $\nu\in\mathbb{N}$. Таким чином отримали розбиття $\mathbb{R}_+^n$ на n-вимірні паралелепіпеди $\{Q_\nu\}$ $\nu\in\mathbb{N}$.

Для кожного паралелепіпеда Q_ν такого, що кординати його центру $x_\nu=(x_{1,\nu},\ldots,x_{n,\nu})$ задовільняють умовам

$$x_{n,\nu}=\frac{x_n^{(k)}+x_n^{(k+1)}}{2},\quad x_{l,\nu}=\frac{2j_l-1}{2}\,h_l^{(k)};\ l=\overline{1,n-1}$$

будемо вважати по визначенню, що $\psi_s(x;Q_\nu)=\psi_s(x;Q_j^{(k)})$, $x\in\mathbb{R}^n$. (4)

Визначення: Будемо говорити, що сплайн-функція виду

$\delta_{r,N}(x)=\sum_{\nu\in\mathbb{N}}\pi_{r-1}(x,Q_\nu)\psi_r(x,Q_\nu)$, де $\pi_{r-1}(x,Q_\nu)\in\Phi_{r-1}(\mathbb{R}^n)$, $x\in\mathbb{R}^n$

належить простору $S^{(s)}_{r,N,m}$, якщо величини $h^{(k)}_i$, $i=\overline{1,n}$, $k\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, що використовувались при визначенні сплайн функції виду (4), визначаються формулами виду (1),(2),(3).

В усіх подальших формулюваннях результатів і їх доведень співвідношення $a(M,\mathfrak{M})\ll b(M,\mathfrak{M})$ означає, що існує $c>0$, що не залежить від M, але, взагалі кажучи, залежить від множини параметрів $\mathfrak{M}$, таке, що $a(M,\mathfrak{M})\leqslant cb(M,\mathfrak{M})$.

Співвідношення $a(M,\mathfrak{M})\asymp b(M,\mathfrak{M})$ значить що при всіх M виконується співвідношення $a(M,\mathfrak{M})\ll b(M,\mathfrak{M})$ і $b(M,\mathfrak{M})\ll a(M,\mathfrak{M})$.

Теорема: Для кожної функції $f\in\omega^r_p(\Omega^{(n)}_\lambda)$, $r\in\mathbb{N}$, $1\leqslant p\leqslant\infty$, при кожному $N\in\mathbb{N}$,

$S=0,\ldots,\left[\frac{r}{\lambda_{n-m+1}}-\frac{|\lambda|}{\lambda_{n-m+1}}*\frac{1}{p}+\frac{|\lambda^{(m)}|}{\lambda_{n-m+1}}*\frac{1}{q}\right]$, $m=1,\ldots,n$ існує сплайн-функція $\delta_{r,N}(x)\in S^{(s)}_{r,N,m}$ така, що

$\|f|\Omega^{(m)}_\lambda-\delta_{r,N}(f)|\Omega^{(m)}_\lambda\|_{\omega^s_q(\Omega^{(m)}_\lambda)}\ll N^{-r+s+n/p-m/q}\|f\|_{\omega^r_p(\Omega^{(n)}_\lambda)}$, де

$s<r'=\sum_{i=n-m+1}^{n}a_i$, $r=\sum_{i=1}^{n}a_i$, $1\leqslant p\leqslant q\leqslant\infty$.

Доведення теореми базується на наступних лемах.

Лема: 1. Нехай $\varepsilon=(\varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_n)\in\mathbb{R}^n$, $0<\varepsilon_1\leqslant\ldots\leqslant\varepsilon_n$, $c<1$, $c\varepsilon=(c\varepsilon_1,\ldots,c\varepsilon_n)\in\mathbb{R}^n$, $\Pi^{(n)}_\varepsilon$ та $\Pi^{(n)}_{c\varepsilon}$ n-мірні паралелепіпеди з ребрами довжини ε_i та $c\varepsilon_i$, $i=\overline{1,n}$-1 і гранями паралельними координатним осям. Паралелепіпеди $\Pi^{(n)}_\varepsilon$ та $\Pi^{(n)}_{c\varepsilon}$ мають спільний центр і є такими, що $\Pi^{(m)}_\varepsilon=\Pi^{(n)}_\varepsilon\cap\mathbb{R}^m\neq\emptyset$, $\Pi^{(m)}_{c\varepsilon}=\Pi^{(n)}_{c\varepsilon}\cap\mathbb{R}^m$. Через $\Omega^{(n)}\subset\mathbb{R}^n$ позначимо область зіркову відносно $\Pi^{(n)}_\varepsilon$ і таку, що $\Pi^{(n)}_\varepsilon\subset\Omega^{(n)}\subset\Pi^{(n)}_{c\varepsilon}$, $\Omega^n\cap\mathbb{R}^n=\Omega^{(m)}\neq0$, $mes_m\,\Omega^{(m)}\neq0$, $\Omega^{(m)}$ зіркова область відноно $\Pi^{(m)}_\varepsilon$

Тоді для кожної функції $f\in\omega_p^r(\Omega^{(n)}),\ r\in\mathbb{N},\ 1\leqslant p\leqslant\infty$,

існує $\pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)})\in P_{r-1}(\mathbb{R}^n)$ такий, що

$$\|f_{|\Omega^{(m)}}-\pi_{r-1}(f,\Omega^{(n)})_{|\Omega^{(m)}}\|_{\omega_q^s(\Omega^{(m)})}\leqslant c^{r-s-n/p+m/q}(\operatorname{diam}\Pi_\varepsilon^{(n)})^{r-s}*$$

$$*(\operatorname{mes}_n\Pi_\varepsilon^{(n)})^{-1/p}(\operatorname{mes}_m\Pi_\varepsilon^{(m)})^{-1/q}\|f\|_{\omega_p^r(\Omega^{(n)})},\ r-s-n/p+m/q>0,$$

$s\in\mathbb{N}\cup\{0\},\ s<r',\ r'=\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i,\ 1\leqslant p\leqslant q\leqslant\infty$.

Доведення: Не складно перевірити, що при виконанні умови леми існує $f(x)_{|\Omega^{(m)}}$. Використовуючи представлення типу Соболєва аналогічне представленню із [3], представимо ці сліди майже скрізь в розумінні n-вимірної міри в такому вигляді:

$$f(x)_{|\Omega^{(m)}}=\sum_{|\alpha|<r}\frac{(-1)^\alpha}{\alpha!}\int\limits_{\Pi_\varepsilon^n}f(x)D_y^\alpha((x-y)^\alpha\varphi_\varepsilon(y))dy+\sum_{|\alpha|=r}\frac{r}{\alpha!}*$$

$$\int\limits_{\Omega^{(n)}}D^\alpha f(y)\frac{(x-y)^\alpha}{|x-y|^n}\int\limits_{|x-y|}^{\infty}\tau^{n-1}\varphi_\varepsilon(x+\tau\frac{y-x}{|y-x|})d\tau\,dy,\ x\in\Omega^{(m)},$$

де $\varphi_\varepsilon(x)=\varkappa\prod\limits_{i=1}^{n}\xi(\frac{2}{\varepsilon_i}(x_i-x_{\varepsilon,i}))$, $x_\varepsilon=(x_{\varepsilon,1},\ldots,x_{\varepsilon,n})$ центр $\Pi_\varepsilon^{(n)}$,

$\xi(t)=exp(\frac{t^2}{t^2-1}),\ |t|<1;\ \xi(t)=0,\ |t|\geqslant1$.

Стала $\varkappa$ вибрана так що $\int\limits_{\Pi_\varepsilon^n}\varphi_\varepsilon(x)dx=1$. Для похідних $D^\beta f(x)_{|\Omega^{(m)}}$

має місце наступне представлення

$$D^\beta f(x)_{|\Omega^{(m)}}-D^\beta\pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)})_{|\Omega^{(m)}}=\sum_{|\alpha|=r-|\beta|}\frac{r-|\beta|}{\alpha!}*$$

$$*\int\limits_{\Omega^{(n)}}D^{\alpha+\beta}f(y)\frac{(x-y)^\alpha}{|x-y|^n}\int\limits_{|x-y|}^{\infty}\tau^{n-1}\varphi_\varepsilon(x+\tau\frac{y-x}{|y-x|})d\tau\,dy,\ x\in\Omega^{(m)},\ |\beta|<r'.$$

Те, що алгебраїчні многочлени

$$\pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)})=\sum_{|\alpha|<r}\frac{(-1)^\alpha}{\alpha!}\int\limits_{\Pi_\varepsilon^n}f(y)D_y^\alpha((x-y)^\alpha\varphi_\varepsilon(y))dy$$

задовільняють нерівність [7] випливає із наведених інтегральних перетворень, нерівності Гельдера для трьох функцій.

Лема: 2. Для кожної функції $f\in\omega_p^r(\Omega_\lambda^{(n)}(h)), r\in\mathbb{N}, 1\leqslant p\leqslant\infty$ існує $\pi_{r-1}(x;f,\Omega_\lambda^{(n)}(h))\in P_{r-1}(\mathbb{R}^n)$ такий, що

$$\|f_{|\Omega_\lambda^{(m)}(h)}-\pi_{r-1}(f,\Omega_\lambda^{(n)}(h))_{|\Omega_\lambda^{(m)}(h)}\|_{\omega_q^s(\Omega_\lambda^{(m)}(h))}*\|f\|_{\omega_p^r(\Omega_\lambda^{(n)}(h))}*$$
$$*h^{r-s-|\lambda|/p+|\lambda^{(m)}|/q},$$ де $\Omega_\lambda^{(m)}(h)=\Omega_\lambda^{(n)}(h)\cap\mathbb{R}^m$, $1\leqslant p\leqslant q\leqslant\infty, s<r'$,

$r'=\sum\limits_{i=n-m+1}^{n}\alpha_i, r=\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i$. Доведення даної леми аналогічне доведенню леми 4 із [4].

<u>**Доведення теореми:**</u> Оцінимо за допомогою формул (1),(2),(3) величини $h_i^{(k)}, i=\overline{1,n}$. Ці величини використовуються при визначенні сплайн-функцій виду (5). Якщо $k=1,\dots,[N^{1-1/\lambda_1}]$, то $h_n^{(k)}=x_n^{(k)}-x_n^{(k-1)}=$

$$N^{-\beta}\left(k^{\frac{\lambda_1\beta-1}{\lambda_1-1}}-(k-1)^{\frac{\lambda_1\beta-1}{\lambda-1}}\right)=N^{-\beta}(k+\theta-1)^{\frac{\lambda_1(\beta-1)}{\lambda_1-1}},\quad 0<\theta<1,$$

$$\beta=\frac{r-s-n-(1/p-m/qn)}{r-\lambda_{n-m-1}s-|\lambda|/p+|\lambda^{(m)}|}.$$

Оскільки $0,5<k-1+\theta<2k, k\geqslant2$ і $k \asymp k-1+\theta$, то врезультаті отримаємо

$$\left.\begin{aligned} &h_n^{(k)}\asymp N^{-\beta}k^{\frac{\lambda_1(\beta-1)}{\lambda_1-1}}, k=1,\dots,[N^{1-1/\lambda_1}]\\ &h_n^{(k)}=N^{-1}, k=[N^{1-1/\lambda_1}]+d, d\in\mathbb{N}\end{aligned}\right\}\quad(8),$$

У випадку коли $i=\overline{1,n}-1$, $k=1,\dots,[N^{1-1/\lambda_1}]$

$$h_i^{(k)}=k^{\frac{\lambda_i\lambda_1\beta-\lambda_i}{\lambda_1-1}}k^{\frac{\lambda_1-\lambda_i}{\lambda_1-1}}=N^{-\beta\lambda_i}k^{\frac{\lambda_1(\lambda_i\beta-1)}{\lambda_1-1}}.$$ Тоді

$$\left.\begin{aligned} &h_i^{(k)}\asymp N^{-\beta\lambda_i}k^{\frac{\lambda_1(\lambda_i\beta-1)}{\lambda_1-1}}, k=1,\dots,[N^{1-1/\lambda_1}],\\ &h_i^{(k)}=N^{-1}, k=[N^{1-1/\lambda_1}]+d, d\in\mathbb{N}, i=\overline{1,n}-1\end{aligned}\right\}\quad(9),$$

Із визначення сплайн-функції виду [4] очевидно, що

$$\sum_{\nu\in\mathbb{N}}\varphi_s(x;Q_{N,\nu})\equiv1,\quad x\in\mathbb{R}^n. \tag{10}$$

Позначимо через $\Pi_\nu^{(n)}$ носій функції $\psi_r(x;Q_\nu^{(n)})$. Очевидно, що $\Pi_\nu^{(n)}$ – n-вимірний паралелепіпед. Позначимо довжини сторін цього паралелепіпеда через $h^*_{i,\nu}$, $i=\overline{1,n}$. Очевидно, що $h^*_{1,\nu}=\min\limits_{i=1,n} h^*_{i,\nu}$.
Нехай $\Pi_\nu^{(m)} = supp\ \psi_2(x;Q_\nu^{(n)})_{|\mathbb{R}^m}$.
В цьому випадку $\Pi_\nu^{(m)}$ – m-вимірний паралелепіпед із сторонами довжини $h^*_{i,\nu}$, $i=\overline{n-m+1,n}$ і $h^*_{n-m+1}=\min\limits_{i=\overline{n-m+1,n}} h^*_{i,\nu}$. Із (10) випливають оцінки

$$\|\psi_r(Q_\nu)_{|\mathbb{R}^m}\|_{\omega^s_\infty(\mathbb{R}^m)} \asymp (h^*_{n-m+1,\nu})^{-s}, \quad s=\overline{0,r-1} \qquad (11)$$

Нехай $\{Q^{(n)}_{N,\nu'}\}$, ті паралелепіпеди із $\{Q^{(n)}_{N,\nu}\}_{\nu\in\mathbb{N}}$, для яких $Q^{(n)}_{N,\nu}\cap\mathbb{R}^m\neq\emptyset$. Через $Q^{(m)}_{N,\nu'}$ позначимо m-вимірні паралелепіпеди такі, що $Q^{(n)}_{N,\nu'}\cap\mathbb{R}^m\neq\emptyset$. Введемо слідуючі позначення.
Через $Q^{(n)}_{N,\nu}$ позначимо m-вимірні паралелепіпеди такі, що $Q^{(m)}_{N,\nu'} = Q^{(n)}_{N,\nu}\cap\mathbb{R}^m$. Будемо говорити що $\Omega^{(n)}_{N,\nu} = Q^{(n)}_{N,\nu}\cap\Omega^{(n)}_{\nu}$, $\Omega^{(n)}_{N,\nu'} = Q^{(n)}_{N,\nu'}\cap\Omega^{(n)}_{\nu'}$, $\Omega^{(m)}_{N,\nu} = Q^{(n)}_{N,\nu'}\cap\Omega^{(m)}_{\nu'}$, $\Omega^{(n)}_{\nu}=\Pi^{(n)}_\nu\cap\Omega^{(n)}_{\nu}$, $\Omega^{(m)}_{\nu}=\Pi^{(n)}_\nu\cap\Omega^{(m)}_{\nu}$.
Ясно, що ми маємо розбиття $\{\Omega^{(n)}_{N,\nu}\}_{\nu\in\mathbb{N}}$, $\{\Omega^{(m)}_{N,\nu}\}$ відповідно областей $\Omega^{(n)}_\nu$, $\Omega^{(m)}_\nu$.

Нехай $Q^{(n)}_{N,\nu'}$ – область, що належить $\Omega_{(N,k)}=\{x:x=(x_1,\dots,x_n)\}$, $x\in\Omega^{(n)}_\lambda$, $x_n^{(k-1)}<x_n<x_n^{(k)}$, $x_n^{(k)}<N^{-\beta}$ } така, що $Q^{(n)}_{N,\nu}$ або є n-вимірним паралелепіпедом, або містить $(n-1)$ вимірну грань, що має ребро довжини $h_n^{(k)}$. Неважко перевірити що в цьому випадку існує такий подібний паралелепіпеду $Q^{(n)}_{N,\nu'}$, $\Omega^{(n)}_{N,\nu'} = Q^{(n)}_{N,\nu'}\cap\Omega^{(n)}_\lambda$ з коефіцієнтами подібності $c=c(n,\lambda_1)$ n-вимирній паралелепіпед $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}\subset\bar{\Omega}^{(n)}_{N,\nu}$ що область $\bar{\Omega}^{(n)}_{N,\nu}$ зіркова відносно $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$; $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}\cap\Omega^{(m)}_{N,\nu}=\hat{\Pi}^{(m)}_{N,\nu}\neq\emptyset$, і $\bar{\Omega}^{(m)}_{N,\nu}$ – область зіркова відносно $\hat{\Pi}^{(m)}_{N,\nu}$. Тоді існує концентричний із $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$ n-вимірний паралелепіпед $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$ такий, що

$diam\ \check{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}\ c'(n,\lambda_1) diam\ \hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$, $\check{\Pi}^{(m)}_{N,\nu} = \check{\Pi}^{(n)}_{N,\nu} \cap \mathbb{R}^m \neq \emptyset$.

Нехай також $\tilde{\Omega}^{(n)}_{N,\nu} := \{ x : x = (x_1,\ldots,x_n), (0,\ldots,0,x_{n-m+1},\ldots,x_n) \in \Omega^{(m)}_\lambda,\ |x_i| < x_n^{\lambda_i},\ i=\overline{1,n-m} \}$.

Тоді згідно леми 1 існує многочлен $\pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)}_{N,\nu}) \in P_{r-1}(\mathbb{R}^n)$ такий, що $\|f_{|\bar{\Omega}^{(m)}_\lambda} - \pi_{r-1}(x;f,\bar{\Omega}^{(n)}_{N,\nu})|\Omega^{(m)}_\lambda\|_{\omega^s_q(\bar{\Omega}^{(m)}_{N,\nu})} \ll \|f\|_{\omega^s_p(\bar{\Omega}^{(m)}_{N,\nu})}$

$$(h_n^{(k)})^{r-s}\prod_{i=1}^{n}(h_n^{(k)})^{-1/p}\prod_{i=n-m+1}^{n}(h_n^{(k)})^{1/q}\ ;r-s-n/p+m/q>0,\ s\in\mathbb{N}\cup\{0\},$$

$s \leqslant r'-1,\ 1 \leqslant p \leqslant q \leqslant \infty$.

Вважаючи, що по означенню $\pi_{r-1}(x;f,\bar{\Omega}^{(n)}_{N,\nu'}) = \pi_{r-1}(x;f,\bar{\Omega}^{(n)}_{N,\nu})$, будемо мати $\|f_{|\bar{\Omega}^{(m)}_\lambda} - \pi_{r-1}(x;f,\bar{\Omega}^{(n)}_{N,\nu'})|\Omega^{(m)}_\lambda\|_{\omega^s_q(\bar{\Omega}^{(m)}_{N,\nu'})} \ll$ (12)

$$\ll \|f\|_{\omega^r_p(\Omega^{(n)}_{N,\nu})}(h_n^{(k)})^{r-s}\prod_{i=1}^{n}(h_i^{(k)})^{-1/p}\prod_{i=n-m+1}^{n}(h_i^{(k)})^{1/q}\ ,r-s-n/p+m/q>0,$$

$s \in \mathbb{N}\cup\{0\}, s \leqslant r'-1,\ 1 \leqslant p \leqslant q \leqslant \infty$.

Нехай тепер $\Omega^{(n)}_{N,\nu'} \subset \Omega_{(N,k)}$ і $\Omega^{(n)}_{N,\nu}$ не є n-вимірним паралелепіпедом і розбиття напівпростору $\mathbb{R}$ і не містить /n-1/-вимірну грань паралелепіпеда із розбиття напівпростору $\mathbb{R}^n_+$, що має ребро довжини $h_n^{(k)}$. Тоді виберемо складену із скінченного числа областей $\{\Omega^{(n)}_{N,\nu'}\}\nu'\in\mathbb{N}$ таку область $\dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu}$, що $\dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu} \subset \Omega_{(N,k)} \cup \Omega_{(N,k+1)}$ і $\bar{\Omega}^{(n)}_{N,\nu} \subset \dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu}$ при цьому існує n-вимірний паралелепіпед $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$ подібний паралелепіпедам із розбиття області $\mathbb{R}^n_+$, що належать смузі $Q_n^{(k)}$ із коефіцієнтом подібності $c=c(n,\lambda_1)$ такий, що $\dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu} \supset \hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$, $\dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu}$ – область зіркова відносно $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$; $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu} \cap \dot{\Omega}^{(m)}_{N,\nu} = \hat{\Pi}^{(m)}_{N,\nu} \neq \emptyset$, $\dot{\Omega}^{(m)}_{N,\nu} = \dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu} \cap \Omega^{(m)}_\lambda$ і $\dot{\Omega}^{(m)}_{N,\nu}$ – область зіркова відносно $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$. Неважко переконатись, що існує паралелепіпед $\check{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$ концентричний із $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$ і такий, що $diam\ \hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu} \leq c(n,\lambda_1) diam\ \hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu}$, $\hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu} \subset \dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu}$; $\hat{\Pi}^{(m)}_{N,\nu} = \hat{\Pi}^{(n)}_{N,\nu} \cap \Omega^{(m)}_{\lambda}$.

Нехай також $\tilde{\Omega}^{(n)}_{N,\nu} := \{ x : x = (x_1,\dots,x_n), (0,\dots,0,x_{n-m+1},\dots,x_n) \in \dot{\Omega}^{(m)}_{N,\nu}, |x_i| < x_n^{\lambda_i}, i=\overline{1,n-m} \}$.

Тоді згідно лемі 1 існує многочлен $\pi_{r-1}(x;f,\dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu}) \in P_{r-1}(\mathbb{R}^n)$ такий, що $\|f|_{\bar{\Omega}^{(m)}_{\lambda}} - \pi_{r-1}(x;f,\dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu})|_{\Omega^{(m)}_{\lambda}}\|_{\omega^s_q(\dot{\Omega}^{(m)}_{N,\nu})} \ll \|f\|_{\omega^r_q(\dot{\Omega}^{(m)}_{N,\nu})}$ $(h_n^{(k)})^{r-s}\prod\limits_{i=1}^{n}(h_i^{(k)})^{-1/p}\prod\limits_{i=n-m+1}^{n}(h_i^{(k)})^{1/q}$, $r-s-n/p+m/q > 0$, $s \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $s \leq r'-1$, $1 \leq p \leq q \leq \infty$.

По означенню вважатимемо, що $\pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)}_{N,\nu'}) = \pi_{r-1}(x;f,\dot{\Omega}^{(n)}_{N,\nu})$, тоді

$$\|f|_{\Omega^{(m)}_{\lambda}} - \pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)}_{N,\nu'})|_{\Omega^{(m)}_{\lambda}}\|_{\omega^s_q(\Omega^{(m)}_{N,\nu'})} \ll \|f\|_{\omega^r_p(\Omega^{(n)}_{N,\nu})} * \tag{13}$$

$$*(h_n^{(k)})^{r-s}\prod_{i=1}^{n}(h_i^{(k)})^{-1/p}\prod_{i=n-m+1}^{n}(h_i^{(k)})^{1/q},\ r-s-n/p+m/q > 0,\ s \in \mathbb{N} \cup \{0\},$$

$s \leq r'-1$, $1 \leq p \leq q \leq \infty$.

Нехай $\Omega^{(n)}_{N,\nu} \subset \Omega^{(n)}_{\lambda}(N^{-\beta})$. Неважко переконатись, що існує $c(n,\lambda,p,q)$, що не залежить від N таке, що $\bar{\Omega}^{(n)}_{N,\nu} \subset \Omega^{(n)}_{\lambda}(cN^{-\beta})$, $\Omega^{(m)}_{\lambda}(cN^{-\beta}) = \Omega^{(n)}_{\lambda}(cN^{-\beta}) \cap \Omega^{(m)}_{\lambda}$.

Тоді в силу леми 2 існує многочлен $\pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)}_{\lambda}(cN^{-\beta})) \in P_{r-1}(\mathbb{R}^n)$ такий, що $\|f|_{\Omega^{(m)}_{\lambda}} - \pi_{r-1}(f,\Omega^{(n)}_{\lambda}(cN^{-\beta}))|_{\Omega^{(m)}_{\lambda}}\|_{\omega^s_q(\Omega^{(m)}_{\lambda}(cN^{-\beta}))} \ll$ $\ll \|f\|_{\omega^r_q(\Omega^{(n)}_{\lambda}(cN^{-\beta}))} N^{-r+s+|\lambda|/p-|\lambda^{(m)}|/q}$, $r-s-|\lambda|/p+|\lambda^{(m)}|/q > 0$, $s \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $s \leq r'-1$, $1 \leq p \leq q \leq \infty$.

Покладемо по означенню $\pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)}_{N,\nu'}) = \pi_{r-1}(x;f,\Omega^{(n)}_{\lambda}(cN^{-\beta}))$. Тоді

$$\|f|_{\Omega^{(m)}_{\lambda}} - \pi_{r-1}(f,\Omega^{(n)}_{N,\nu'})|_{\Omega^{(m)}_{\lambda}}\|_{\omega^s_q(\Omega^{(m)}_{N,\nu})} \ll \|f\|_{\omega^r_p(\Omega^{(n)}_{\lambda}(cN^{-\beta}))} * \tag{14}$$

$$*\ (h_n^{(1)})^{r-s}\prod_{i=1}^{n}(h_i^{(1)})^{1/p}\prod_{i=n-m+1}^{n}(h_i^{(1)})^{-1/q},\ r-s-|\lambda|/p+|\lambda^{(m)}|/q>0,$$

$s \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $s \leq r'-1$, $1 \leq p \leq q \leq \infty$.

Визначимо тепер сплайн-функцію, сліди якої здійснюють наближення слідів $f \in \omega_p^r(\Omega_\lambda^{(n)})$ в метриці $\omega_q^r(\Omega_\lambda^{(m)})$, $1 \leq p \leq q \leq \infty$, на всій області $\Omega_\lambda^{(m)}$.

Вважаємо, що $\delta_{r,s,n}^{(m)}(x;f) = \sum\limits_{\nu' \in \mathbb{N}} \pi_{r-1}(x;f,\Omega_{N,\nu'}^{(n)})\phi_r(x,\Omega_{N,\nu'}^{(n)})$, (15)

де $\pi_{r-1}(x;f,\Omega_{N,\nu'}^{(n)})$ визначають так, як це було описане вище.

Той факт, що сплайн-функція виду (15) задовільняє нерівність (6) при $N = \mathbb{N}$ випливає із представлення

$$D^\alpha f(x)_{|\Omega_\lambda^{(m)}} - D^\alpha \delta_{r,s,\mathbb{N}}^{(m)}(x;f)_{|\Omega_\lambda^{(m)}} = \sum_{\beta < \alpha} \frac{\alpha!}{(\alpha-\beta)!\beta!} \sum_{\nu' \in \mathbb{N}} (D^\beta f(x)_{|\Omega_\lambda^{(m)}} -$$

$$- D^\beta \pi_{r-1} f(x;f,\Omega_{N,\nu'}^{(n)})_{|\Omega_\lambda^{(m)}}) \phi_r(x;\Omega_{N,\nu'}^{(n)})_{|\Omega_\lambda^{(m)}}$$

та співвідношень (8),(9),(10),(11),(12),(13),(14).

Література.

1. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике.-М.:Наука, 1988.-336 с.
2. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральное представление функций и теоремы вложения.-М.:Наука, 1975.-480 с.
3. Буренков В.И. Интегральное представление Соболева и формула Тэйлора // Труды Мат.ин-та АН СССР.- 1974. -131 .- с. 33-38.
4. Семенюк В.Б. Приближение функций и их производных некоторыми сплайнами на областях с внешним пиком. Исследования по теории приближения функций.- К.: Институт математики АН УССР.- 1991.- с. 100-109.

АНОТАЦІЇ.

1. УДК 517.9
В.Е.Слюсарчук
ОСЦИЛЯЦИЯ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ.
Получены необходимые и достаточные условия осцилляции решений нелинейных разностных уравнений.

UDK 517.9
V.Y.Slyusarchuk
OSCILLATION OF SOLUTIONS OF A NONLINEAR DIFFERENCE EQUATIONS.
Necessary and sufficient conditions of oscillationare obtained for solutions of a nonlinear difference equations.

УДК 517.5 +
В.В.Ковтунец.
КВАЗИНЬЮТОНОВСКИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ АЛГОРИТМОВ НАИЛУЧШЕЙ РАВНОМЕРНОЙ АППРОКСИМАЦИИ.
С точки зрения метода параметрического продолжения выводится алгоритм Ремеза и строятся его модификации. Доказана квадратичная скорость сходимости алгоритма Ремеза при условиях , не требующих дифференцируемости приближаемой функции и функций чебышевской системы , по которой строятся приближающие полиномы. Модифицированные варианты, имеющие также квадратичную сходимость, отличаются меньшим количеством вычислений приближаемой функции.

UDK 517.5+
V.V.Kovtunets,cand.
QUAZINETWTOIAN APPROACH TO DEVELOPMENT OF ALGORITHMES FOR THE BEST UNIFORM APPROXIMATION.
The Remez algorithm and its modifications deduced from the homotopy continuation method. The second rate of Remez algorithm convergency is proved without assumption about differentiabillity of involved functions. The modifications of Remez algorithm are distinguished by lesser number of computing of function to be approximated.

УДК 519.41
А.В.Крайчук
БЕСКОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ БЕСКОНЕЧНОГО ИНДЕКСА.
В работе описаны произвольные бесконечные группы, в которых дополняемы все подгруппы бесконечного индекса.

UDK 519.41
O.V.Krajuk
INFINITE GROUPS WITH COMPLEMENTED SUBGROUPS OF INFINITE INDEX.
The infinite groups with complemented subgroups of infinite index are described.

4. УДК 518:517.944/947
А.П.Кузьменко, А.Я.Бомба
О РЕШЕНИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ.
На основании синтеза методов А.А.Дородницына/декомпозиция задачи/и Г.Н.Положого/Р-трансформаций/ предлагается новая методика численно-аналитического решения краевых задач для уравнений дивергенного типа с разрывными коэффициентами в бесконечных областях.

UDK 518:517.944/947
A.P.Kuzmenko,A.YA.Bomba
ON THE SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS IN THE STRATUM ENVIRONMENTS.
A new method of construction for assimptotic number-analytic solutions of boundary value problems for equations ofdivergent type with separable coeficients in the infinite domain is proposed on the basis of syntesys methods of A.A.Dorodnitsin(decomposition problem) and G.N.Polozhiy(P-transformations).

5. УДК 519.41/47
В.С.Марач
ДВА КЛАССА НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРУПП, БЛИЗКИХ К ГРУППАМ, КОНЕЧНЫМ НАД ЦЕНТРОМ.
Получены различные характеризации двух классов непериодических групп, по своему строению близких к группам, конечным над центром.

UDK 519.41/47
V.S.Marach
TWO CLASSES OF NON-PERIODIC GROUPS WHICH ARE CLOSE TO GROUPS WITH CENTRE OF FINITE INDEX.
Are received the different characterizations of two classes of non-periodic groups which by their structure are close to groups with centre finite index.

6. УДК 517.946
А.В.Рыбачок
К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕГРИРОВАНИИ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ ОБОБЩЕННЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ ПЕРЕМЕННЫХ.
В работе изложено и проиллюстрировано новую схему обобщенного разделения переменных на примере нахождения собственных чисел и собственных функций квадрата оператора Лапласса.

A.V.Rybachok
UDK 517.946
ABOUT INTEGRATING OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY VARIABLE PARTITION.
The simple scheme of generalized variable partition is shown by providing a sample of own values and own functions for square of Laplas operator.

7\. УДК 517.5
В.Б.Семенюк.
О ПРИБЛИЖЕНИИ СЛЕДОВ МНОГОМЕРНЫХ ФУНКЦИЙ КЛАССОВ СОБОЛЕВА СЛЕДАМИ СПЛАЙН-ФУНКЦИЙ.

В статье рассматривается вопрос приближения следов функций, что принадлежат изотропным классам Соболева следами некоторых специально построенных сплайн-функций. Функции приближаюеся в интегральной метрике на областях с знешними пиками степенного характера.

UDK 517.5
V.B.Semenuk
ABOUT APPROACH OF MULTIVARIATE FUNCTIONS OF TRACES OF SOBOLYEV'S CLASSES APPROACH BY SPLINE-FUNCTIONS TRACES.

The article deals with the problem of approach traces of Sobolyev's classes fanctions by the traces of some specially built spline-functions. The functions approach in integral metrics on the domains with external peaks of degree character.

8\. УДК 517.5
В.К.Столярчук
ПРИМЕЧЕНИЕ АППРОКСИМАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АССИМПТОТИКИ ДИАГОНАЛЬНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ПАДЕ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ F(1,y+1,z) и F(a,1,y,z).

Установлена возможность применения аппроксимационного метода для исследования аксиоматики диагональных аппроксимаций Паде некоторых специальных функций.

UDK 517.5
V.K.Stolyarchuk
APPLICATION OF APPROXIMATIVE METHOD FOR STUDY OF PADE'S DIAGONAL APPROXIMATIONS ASYMPOTICS OF HYPERGEOMETRICAL FUNCTIONS F(1,y+1,z) AND F(a,1,y,z).

The possibility of using of approximative method for investigation of Page's diagonal approximations asymptotics of some special functions has been determined.

9\. УДК 517.5
Ю.И.Харкевич
ПРИБЛИЖЕНИЕ ОПЕРАТОРАМИ АБЕЛЯ-ПУАССОНА КЛАССОВ (Ф,В)-ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫХ ФУНКЦИИ В РАВНОМЕРНОЙ И ИНТЕГРАЛЬНОЙ МЕТРИКАХ.

Получены ассимптотические равенства для верхних граней уклонений функций классов C,L операторами Абеля-Пуассона в равномерной и интегральной метриках соответственно.

UDK 517.5
Yu.I.Harkevich
DIFFERENTIAR FUNCTIONS CLASSES APPROXIMATION BY ABEL-POISSON OPERATORS IN UNIFORM AND INTEGRRAL METRICS.

The obtained assimptotic equalities for top borders of deflection of functions of classes C and L by means of Ablel-Puasson operators in unuform and integral metrics accordingly.

10. УДК 517.5
В.Н.Цимбал
ГРАНИЧНЫЙ СКАЧОК ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ.

Методом погранслоя построено ассимптотическое разложение решения смешанной задачи для сингулярно возмущенного уравнения третьего порядка с кратными характеристиками в граничных условиях.

UDK 517.5
V.N.Tsymbal
BOUNDARY JUMP FOR THE SINGULAR PERTURBED EQUATION OF THE THIRD ORDER WITH MULTIPLE CHARACTERISTICS.

Asymptotic exansion of the solution of the boundary value problem for the singular perturbed equation of the third order with multiple characteristics with a small parameter in boundary conditions is constructed. The boundary layer methpd is applied.

11. УДК 517.5+
Р.П.Стецюк.
МНОГОЧЛЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.
Разработано алгоритм построения аппроксимационных фмногочленов В.К.Дзядыка для гипергеометрической функции. Сделано анализ влияния на метод погрешностей машинных округлений. Найдены условия, при которых алгоритм будет численно устойчивым.

UDK 517.5+
P.P.Stetsiuk
POLINOMIAL APPROXIMATION OF HYPERGEOMETRIC FUNCTIONS

A new algorithm for computing Dzyadyk's approximating polynomials of hypergeometric function is developed. An error of computing was investigated. Conditions of algorithm computing Stabylity are found.

12. УДК 51:53
П.М.Николаев, О.В.Олейник
РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СТЕПЕНЯМ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ РАДИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ СФЕР.

До сих пор известны значения первых четырех функций, зависящих от расстояния r, в разложении радиальной функции распределения p(r) в ряд по степеням плотности системы твердых сфер. В работе найдено значение пятой функции на основе исследования метода ускоренной сходимости рядов теории возмущений. Также дано выражение для бинарной функции распределения, хорошо описывающей данные машинного эксперимента для системы твердых

СФЕР.

UDK 51:53

P.M.Nikolayev, O.V.Oliynyk

BY DENSITY DEGREES RADIAL DISTRIBUTION FUNCTIONS OF THE SOLID SPHERE SYSTEM.

It's still known values only first fourth functions as the functions VS. distins r for radial distribution functions (r) expension in terms of dencity powers for the system of hard sphheres. The fifth function value based on faster series convergence method of perturbation theory was found in this work. The discrete distribution function expression which describes well computer experiment data for the system of hard sphres has been presented also.