Українське математичне товариство
Інститут кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова
Рівненський державний педагогічний інститут

Волинський математичний вісник

Випуск 5

Volyn Mathematical Bulletin

Issue 5

Рівне 1998

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в галузі теоретичної та прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

The "Volyn Mathematical Bulletin" publishes the rezults of investigation of the theoretical and applied mathematics in the form of the short report, original articles, surveys, works of conferences and seminars. It is good for science workers, teachers of higher schools, post graduates and senior years students of the mechanics and mathematics specialities.

У цьому випуску публікуються матеріали Міжнародної наукової конференції "Сучасні проблеми теорії фільтрації" присвяченої пам'яті П.Ф.Фільчакова, що відбулася 1–3 червня 1998р. у м.Рівне.

Видається один раз у рік з 1994 року.
Свідоцтво про державну реєстрацію : серія РВ, №148 від 11.04.1995р.

It publishes one time a year beginning from 1994.
The paper of State registration : series PB, №148, 11.04.1995.

Адреса редакції : 266000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний педагогічний інститут,
кафедра інформатики та прикладної математики.
Тел.: (8+0362) 26-04-44. E-mail: bomba@rspi.rovno.ua

Зміст

УДК 519.21

Доценко С.М., Турбал Ю.В.

ПРО ДОСТАТНІ УМОВИ СТРИБКА ТРАЄКТОРІЇ МОДЕЛІ РАДІОАКТИВНОГО ЗАБРУДНЕННЯ

Розглядаються деякі достатні умови стрибка траєкторії випадкового процесу, що може служити моделлю радіоактивного забруднення.

1. Вступ. Розглянемо випадковий процес

$$X(t)=\sum_{i=1}^{m} X_i(t), \tag{1}$$

де $X_i(t)$ задовольняють стохастичні диференційні рівняння виду:

$$dX_i(t)=-\mu_i X_i(t)dt+dA_i(t) \tag{2}$$

при умовах $X_i(0)=x_i^0$, $i=\overline{1,m}$. Тут μ_i – деякі параметри, $A_i(t)$ – узагальнені пуассонівські процеси з параметрами $(\lambda_i, G_i(t))$, x_i^0 – деякі невипадкові початкові значення. В роботі [1] був запропонований алгоритм побудови оцінок параметрів функцій зносу, який грунтується на виділенні інтервалів неперервності траєкторій процесу. Причому суттєвим в цьому алгоритмі є дослідження сумісності систем рівнянь виду:

$$\begin{cases} y_1+y_2+\ldots+y_m=x_0 \\ y_1e^{-\mu_1}+y_2e^{-\mu_2}+\ldots+y_me^{-\mu_m}=x_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_1e^{-(2m-1)\mu_1}+y_2e^{-(2m-1)\mu_2}+\ldots+y_me^{-(2m-1)\mu_m}=x_{2m-1} \end{cases} \tag{3}$$

відносно невідомих y_i, μ_i, $i=\overline{1,m}$. Якщо ця система несумісна, то можна стверджувати, що на відрізку [1,2m] є стрибок траєкторії досліджуваного процесу.

Надалі будемо вважати, що виконуються умова:

$$\mu_i \neq \mu_j,\ i\neq j,\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,m}. \tag{4}$$

Розглянемо деякі необхідні умови сумісності системи (3).

2. Необхідні умови сумісності системи (3).

Лема 2.1. Якщо система (3) сумісна, то виконується співвідношення:

$$x_1>x_2>\ldots>x_{2m-1};$$

Твердження леми очевидне.

Лема 2.2. Якщо система (3) сумісна, то виконується співвідношення:

$$x_i > x_{i-2} + 2(x_{i-1} - x_{i-2}),\ i = \overline{2,2m-1}.$$

Ця умова випливає з геометричного представлення точок x_i.

Лема 2.3. Послідовність $\frac{x_{i+1}}{x_i}$, $i = \overline{0,2m-2}$ є монотонно зростаючою.

$\frac{x_{i+1}}{x_i} = \text{const}$ тоді і тільки тоді, коли $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_m$.

Доведення. Розглянемо систему (3).

Покажемо, що $\frac{x_{i+1}}{x_i} > \frac{x_i}{x_{i-1}}$, $i = \overline{1,2m-2}$. Маємо:

$$\left(y_1 e^{-\mu_1(i+1)} + y_2 e^{-\mu_2(i+1)} + \ldots + y_m e^{-\mu_m(i+1)}\right) \times$$

$$\times \left(y_1 e^{-\mu_1(i-1)} + y_2 e^{-\mu_2(i-1)} + \ldots + y_m e^{-\mu_m(i-1)}\right) = \sum_{l=1}^{m}\sum_{p=1}^{m} y_l y_p e^{-\mu_l(i+1) - \mu_p(i-1)} =$$

$$= \sum_{l=1}^{m} y_l^2 e^{-2\mu_l} + \sum_{l \neq p} y_l y_p e^{-\mu_l(i+1) - \mu_p(i-1)} = \sum_{l=1}^{m} y_l^2 e^{-2\mu_l} +$$

$$+ \sum_{l > p} y_l y_p e^{-(\mu_l - \mu_p)i}\left(e^{\mu_p - \mu_l} + e^{\mu_l - \mu_p}\right) > \sum_{l=1}^{m} y_l^2 e^{-2\mu_l} + \sum_{l \neq p} y_l y_p e^{-(\mu_l + \mu_p)i} = x_i^2.$$

Відповідна нерівність перетворюється в рівність тоді і тільки тоді, коли $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_m$.

Використовуючи лему 2.3, необхідну умову сумісності системи (3) можемо сформулювати так:

Лема 2.4. Якщо система (3) сумісна, то виконується наступна система нерівностей:

$$\begin{cases} x_0 > 0, \\ \dfrac{x_{i-1}^2}{x_{i-2}} < x_i < x_{i-1},\ i = \overline{1,2m-1}. \end{cases} \qquad (5)$$

Розглянемо ще один підхід. Введемо елементарну заміну змінних: $e^{-\mu_i} = \alpha_i$, $i = \overline{1,m}$. Тоді система (3) набере вигляду:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + \ldots + y_m = x_0 \\ y_1\alpha_1 + y_2\alpha_2 + \ldots + y_m\alpha_m = x_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_1\alpha_1^{(2m-1)} + y_2\alpha_2^{(2m-1)} + \ldots + y_m\alpha_m^{(2m-1)} = x_{2m-1} \end{cases} \tag{6}$$

$$y_i > 0,\ 0 < \alpha_i < 1,\ i = \overline{1,m}. \tag{7}$$

Припустимо, що можемо знайти мінімальне та максимальне значення функції $f^n(y_1, y_2, \ldots, y_m, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m) = y_1\alpha_1^n + y_2\alpha_2^n + \ldots + y_m\alpha_m^n$:

$$x_n^{\min} \equiv \min(y_1\alpha_1^n + y_2\alpha_2^n + \ldots + y_m\alpha_m^n)$$

$$x_n^{\max} \equiv \max(y_1\alpha_1^n + y_2\alpha_2^n + \ldots + y_m\alpha_m^n)$$

при умовах:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + \ldots + y_m = x_0 \\ y_1\alpha_1 + y_2\alpha_2 + \ldots + y_m\alpha_m = x_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_1\alpha_1^{n-1} + y_2\alpha_2^{n-1} + \ldots + y_m\alpha_m^{n-1} = x_{n-1} \end{cases} \tag{8}$$

$$y_i > 0,\ 0 < \alpha_i < 1,\ i = \overline{1,m}. \tag{9}$$

Відмітимо, що відповідні мінімальні та максимальні значення досягаються, оскільки допустима область обмежена та замкнута ($0 \le \alpha_i \le 1$, $0 \le y_i \le x_0$). Розглянемо ситуацію, коли виконуються умови (7). Тоді відповідні мінімальні та максимальні значення $x_i^{\min} - x_i^{\max}$ можуть не досягатись на відповідній допустимій області в силу її незамкненості. В цій ситуації $x_i^{\min} - x_i^{\max}$ визначимо як відповідне мінімальне та максимальне значення в області (8)-(9). Тоді можемо сформулювати таку необхідну умову сумісності системи (3):

Лема 2.5. Якщо система (3) сумісна, то виконується така система нерівностей:

$$\begin{cases} x_0 > 0, \\ x_i^{\min} < x_i < x_i^{\max},\ i = \overline{1,2m-1}. \end{cases} \tag{10}$$

3. Знаходження значень $x_n^{\min} - x_n^{\max}$. Покажемо, як можна знайти відповідні мінімальні та максимальні значення цільової функції.

При умові (7) справедлива нерівність:

$$y_1\alpha_1^n + y_2\alpha_2^n + \ldots + y_m\alpha_m^n < x_{n-1}.$$

Розглянемо граничні точки допустимої області, для яких $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_m = 1$. Тоді наведена вище нерівність перетворюється в рівність. Отже, $x_n^{\max} = x_{n-1}$.

Розглянемо таку задачу

$$y_1\alpha_1^n+y_2\alpha_2^n+...+y_m\alpha_m^n\to\min, \tag{11}$$
$$n=\overline{2,2m-1}$$

при умовах:

$$\begin{cases} y_1+y_2+...+y_m=x_0\\ y_1\alpha_1+y_2\alpha_2+...+y_m\alpha_m=x_1\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ y_1\alpha_1^{n-1}+y_2\alpha_2^{n-1}+...+y_m\alpha_m^{n-1}=x_{n-1}\end{cases} \tag{12}$$

та (4), (7).

Будемо розв'язувати її методом Лагранжа. Введемо функцію Лагранжа:

$$L(y,\alpha,\lambda)=y_1\alpha_1^n+y_2\alpha_2^n+...+y_m\alpha_m^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i(y_1\alpha_1^i+y_2\alpha_2^i+...+y_m\alpha_m^i-x_i). \tag{13}$$

Запишемо систему співвідношень, які описують стаціонарні точки функції Лагранжа:

$$\begin{cases} \alpha_1^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i\alpha_1^i=0\\ \alpha_2^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i\alpha_2^i=0\\ \dots\dots\dots\\ \alpha_m^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i\alpha_m^i=0\end{cases} \tag{A}$$

$$\begin{cases} (n\alpha_1^{n-1}+\sum_{i=1}^{n-1}i\lambda_i\alpha_1^{i-1})y_1=0\\ (n\alpha_2^{n-1}+\sum_{i=1}^{n-1}i\lambda_i\alpha_2^{i-1})y_2=0\\ \dots\dots\dots\\ (n\alpha_m^{n-1}+\sum_{i=1}^{n-1}i\lambda_i\alpha_m^{i-1})y_m=0\end{cases} \tag{B}$$

$$\begin{cases} y_1+y_2+...+y_m=x_0\\ y_1\alpha_1+y_2\alpha_2+...+y_m\alpha_m=x_1\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ y_1\alpha_1^{n-1}+y_2\alpha_2^{n-1}+...+y_m\alpha_m^{n-1}=x_{n-1}\end{cases} \tag{C}$$

Відмітимо, що система (C) співпала з системою (11). Оскільки $y_i>0,\ i=\overline{1,m}$, то систему (B) можемо записати у вигляді:

$$\begin{cases} n\alpha_1^{n-1}+\sum\limits_{i=1}^{n-1} i\lambda_i\alpha_1^{i-1}=0 \\ n\alpha_2^{n-1}+\sum\limits_{i=1}^{n-1} i\lambda_i\alpha_2^{i-1}=0 \\ \dots\dots\dots\dots \\ n\alpha_m^{n-1}+\sum\limits_{i=1}^{n-1} i\lambda_i\alpha_m^{i-1}=0 \end{cases} \tag{B'}$$

Таким чином, отримали системи (A), (B'), (C) для знаходження стаціонарних точок. Розглянемо системи (A)-(B'). Позначимо через $P_n(t)$ многочлен виду: $P_n(t)=t^n+\sum\limits_{i=0}^{n-1}\lambda_i t^i$. З систем (A)-(B') випливає, що значення $\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_m$ є коренями цього многочлена кратності ≥ 2. Оскільки $n<2m$, то звідси випливає, що система (A)-(C) несумісна при виконанні умови (4).

Отже, будемо аналізувати граничні точки допустимої області, при яких система (A)-(C) сумісна. Розглянемо два випадки:

а) число n – парне;

Розглянемо множину точок, для яких виконується умова:

$$\alpha_i\neq\alpha_j,\ i\neq j,\ i=\overline{1,p},\ j=\overline{1,p},\ \alpha_p=\alpha_{p+1}=\dots=\alpha_m, \tag{14}$$

де $p=\left[\frac{n}{2}\right]$, [.] – ціла частина числа.

Система співвідношень (C) буде мати вигляд :

$$\begin{cases} y_1+y_2+\dots+y_p^-=x_0 \\ y_1\alpha_1+y_2\alpha_2+\dots+y_p^-\alpha_p=x_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_1\alpha_1^{2p-1}+y_2\alpha_2^{2p-1}+\dots+y_p^-\alpha_p^{2p-1}=x_{2p-1} \end{cases} \tag{C'}$$

де $y_p^-=y_p+y_{p+1}+\dots+y_m$.

Очевидно, що суттєвим в даному випадку є питання про єдиність розв'язку системи (C'). Легко показати, що послідовність, яка допускає представлення (C'), при виконанні умов (13) та (7) є строго позитивною (доведення аналогічне доведенню Леми 3.3). Звідси випливає, що система (C') має єдиний розв'язок (див. [2]). Тоді точки зосередження мас α_i можуть бути знайдені як корені многочлена $\det|x_i x_{i+1} \dots x_{i+p-1} t^i|_{i=0}^{p}$, а значення y_i – як розв'язки відповідної СЛАР. Тоді розв'язки $(\bar{y}, \bar{\alpha})$ систем (А)-(С) (а нас зараз цікавлять саме вони) мають таку структуру: $s = (\bar{y}, \bar{\alpha}) = \left(y_1, y_2, \dots, y_{p-1}, z_p, z_{p+1}, \dots, z_m, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \alpha_{p+1}, \dots, \alpha_m\right)$, де $z_p, \dots, z_m$ – такі додатні числа, що $z_p + \dots + z_m = \bar{y_p}$, $\alpha_p = \alpha_{p+1} = \dots = \alpha_m$, $y_1, y_2, \dots, y_{p-1}, \bar{y_p}, \alpha_1, \dots, \alpha_p$ – розв'язки системи (С'). Маючи $(\bar{y}, \bar{\alpha})$, значення вектора $\bar{\lambda} = (\lambda_0, \lambda_0, \dots, \lambda_{n-1})$ можна легко знайти як розв'язок СЛАР (А)-(В'). Причому легко показати, що розв'язок єдиний при виконанні умови (13). Відмітимо, що положення перших m компонент вектора s та відповідних їм m компонент другої "половини" вектора s може змінюватись довільним чином (C_m^p варіантів). При кожній зміні отримуємо інший розв'язок. Очевидно, що система (А)-(С) має безліч розв'язків (за рахунок різних комбінацій значень $z_p, \dots, z_m$). Але значення цільової функції задачі (10) на всіх розв'язках системи (А)-(С) є однаковим. Це випливає з аддитивного характеру цільової функції відносно добутків $y_j \alpha_j^n$.

Покажемо, що цільова функція досягає мінімуму у відповідних стаціонарних точках функції Лагранжа.

Лема 3.1. Нехай вектор $(\bar{y}, \bar{\alpha}, \bar{\lambda})$ є розв'язком системи (А)-(С),

$$\bar{y} = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_m^*), \bar{\alpha} = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_m^*), \bar{\lambda} = (\lambda_0^*, \lambda_1^*, \dots, \lambda_{n-1}^*),$$
$$f(\bar{y}, \bar{\alpha}) = y_1^* (\alpha_1^*)^n + y_2^* (\alpha_2^*)^n + \dots + y_m^* (\alpha_m^*)^n.$$

Тоді справедливе співвідношення: $L(\bar{y}, \bar{\alpha}, \lambda) = -\sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i^* x_i$.

Дійсно, $L(\bar{y}, \bar{\alpha}, \lambda) = L(\bar{y}, \bar{\alpha}, \bar{\lambda}) = y_1^* (\alpha_1^*)^n + y_2^* (\alpha_2^*)^n + \dots + y_m^* (\alpha_m^*)^n +$

$$+ \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i^* (y_1^* (\alpha_1^*)^i + y_2^* (\alpha_2^*)^i + \dots + y_m^* (\alpha_m^*)^i - x_i) = y_1^* ((\alpha_1^*)^n + \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i^* (\alpha_1^*)^i) +$$

$$+ y_2^* ((\alpha_2^*)^n + \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i^* (\alpha_2^*)^i) + \dots + y_m^* ((\alpha_m^*)^n + \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i^* (\alpha_m^*)^i) - \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i^* x_i = 0 + 0 + \dots + 0 -$$

$-\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i^* x_i = -\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i^* x_i$, оскільки справедлива система співвідношень (A).

Лема 3.2. Цільова функція задачі (10) досягає свого глобального мінімуму у будь-якій точці, що є розв'язком системи (A)-(C).

Нехай вектор $(\overline{y},\overline{\alpha},\overline{\lambda})$ є розв'язком системи (A)-(C),

$\overline{y}=(y_1^*,y_2^*,...,y_m^*),\overline{\alpha}=(\alpha_1^*,\alpha_2^*,...,\alpha_m^*),\overline{\lambda}=(\lambda_0^*,\lambda_1^*,...,\lambda_{n-1}^*)$,

$f(\overline{y},\overline{\alpha})=y_1^*(\alpha_1^*)^n+y_2^*(\alpha_2^*)^n+...+y_m^*(\alpha_m^*)^n$. Тоді справедливе співвідношення: $L(\overline{y},\overline{\alpha},\lambda)=L(\overline{y},\overline{\alpha},\overline{\lambda})=f(\overline{y},\overline{\alpha})$, $\forall\lambda\in R^n$ оскільки справедлива система (C). Покажемо, що $f(\overline{y},\overline{\alpha})=L(\overline{y},\overline{\alpha},\overline{\lambda})\le L(y,\alpha,\overline{\lambda})=f(y,\alpha)$, де $-y,\alpha$ – довільні вектори розмірності m, що задовольняють умови (6)-(7).

Маємо: $L(y,\alpha,\overline{\lambda})=y_1\alpha_1^n+y_2\alpha_2^n+...+y_m\alpha_m^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i^*(y_1\alpha_1^i+y_2\alpha_2^i+...+y_m\alpha_m^i-x_i)=$

$$=y_1(\alpha_1^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i^*\alpha_1^i)+y_2(\alpha_2^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i^*\alpha_2^i)+...+y_m(\alpha_m^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i^*\alpha_m^i)-\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i^* x_i=$$

$$=L(\overline{y},\overline{\alpha},\lambda)+y_1P_n(\alpha_1)+y_2P_n(\alpha_2)+...+y_mP_n(\alpha_m)\text{, де } P_n(t)=t^n+\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i^* t^i .$$

Як відмічалось вище, цей многочлен має коренями точки $\alpha_1^*,\alpha_2^*,...,\alpha_p^*$, кожна з яких має кратність ≥ 2. Тоді він буде мати вигляд :

$P_n(t)=(t-\alpha_1)^2(t-\alpha_2)^2...(t-\alpha_p)^2\ge 0.$ Отже, відповідна точка є точкою мінімуму.

б) Нехай n-непарне.

Розглянемо такі граничні точки допустимої області вихідної задачі, для яких виконується умова:

$$\alpha_{p+1}=...=\alpha_m=0\text{, де } p=[n/2]. \tag{13}$$

Тоді система (C) запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} y_1+y_2+...+y_p+y_{p+1}=x_0 \\ y_1\alpha_1+y_2\alpha_2+...+y_p\alpha_p=x_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_1\alpha_1^{n-1}+y_2\alpha_2^{n-1}+...+y_p\alpha_p^{n-1}=x_{n-1} \end{cases} \tag{14}$$

Система (14) має n рівнянь та n невідомих ($p=[n/2]$).

Лема 3.3. Послідовність чисел, що допускає зображення (14) при умовах (13) та $0<\alpha_i<1$, $i=\overline{1,p}$ є строго позитивною.

Дійсно, розглянемо довільний многочлен $Q_{n-1}(t)=a_0+a_1t+...+a_{n-1}t^{n-1}$ порядку $2m$–1. Тоді визначимо функціонал G наступним чином: $G(Q)=a_0x_0+a_1x_1+...+a_{2m-1}x_{n-1}$. Нехай $Q_{n-1}(t)\geq 0$ на інтервалі (0,1).

Тоді маємо: $G(Q)=a_0x_0+a_1x_1+...+a_{n-1}x_{n-1}=y_1Q_{n-1}(\alpha_1)+y_2Q_{n-1}(\alpha_2)+...$ $...+y_pQ_{n-1}(\alpha_p)+y_{p+1}a_0$.

Нехай $a_0\neq 0$. Тоді, очевидно, що вираз $G(Q)>0$. Нехай $a_0=0$. Тоді $Q_{n-1}(t)=t(a_1+...+a_{n-1}t^{n-2})$. Покажемо, що існує таке i, що $Q_{n-1}(\alpha_i)>0$. Припустимо, що це не так. Тоді $Q_{n-1}(\alpha_i)=0$, $i=\overline{1,p}$. Тоді цей многочлен буде мати вигляд: $Q_{n-1}(t)=t(t-\alpha_1)(t-\alpha_2)...(t-\alpha_p)P_{n-p-2}(t)$. Припустимо, що α_i не є коренем многочлена $P_{n-p-2}(t)$. Але тоді можемо вибрати малий окіл точки α_i так, щоб знак многочлена $Q_{n-1}(\alpha_i)$ змінювався при "переході через точку". Оскільки $\alpha_i\in(0,1)$, то отримуємо протиріччя з тим, що многочлен $Q_{n-1}(t)\geq 0$. Отже, будь-яке число α_i , $i=\overline{1,m}$, є коренем многочлена $Q_{n-p-2}(t)$. Але ж в нашому випадку $2p=n-1$. Тому многочлен $Q_{n-p-2}(t)$ має порядок p–1, і отже, не може мати р коренів. Отримане протиріччя і доводить лему.

В цьому випадку система (14) має єдиний розв'язок (допускає єдине нижнє головне представлення), який може бути знайдений наступним чином: точки зосередження мас знаходяться як корені многочлена $t\det|x_{i+1}...x_{i+p}t^i|_{i=0}^p$. Тоді вектор $\overline{y}$ може бути знайдений як розв'язок відповідної СЛАР. Доведення того факту, що цільова функція досягає мінімуму у відповідній точці, в точності повторює відповідне доведення в пункті а). Відмітимо лише, що з системи (А) випливає, що $\lambda_0^*=0$. Тоді відповідний многочлен $P_n(t)=t(t-\alpha_1)^2(t-\alpha_2)^2...(t-\alpha_p)^2\geq 0$, $t\in[0,1]$.

1. Закусило О.К., Турбал Ю.В. Один метод оцінки параметрів функцій зносу моделі радіоактивного забруднення // Вісник київського університету.- №1.- 1996.- С. 98-106.
2. Крейн М.Г., Нудельман А.А. Проблема моментов Маркова и экстремиальные задачи.- М.: Наука, 1983.- 350с.

Київський національний університет, Київ
Рівненський державний педагогічний інститут, Рівне

Анотації

Барановский С.В., Бомба А.Я. О АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ КОНВЕКТИВНОЙ ДИФФУЗИИ В ОБЛАСТЯХ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ И ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗМЫВОВ. // Разработан метод приближения решений одного класса нелинейных сингулярно возмущенных задач для уравнений конвективной диффузии в областях со свободными границами, где коэффициент диффузии зависит не только от искомой функции, но и от переменной во времени свободной границы области. На этой основе предлагается подход к моделированию и исследованию процессов деформации дна, которые возникают при обтекании цилиндрических препятствий водным потоком.
Baranovsky S.V., Bomba A.Ya. ON ASYMPTOTIC APPROACH OF THE DECISIONS FOR ONE CLASS NONLINEAR SINGULAR-PERTURBED CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS IN DOMAINS WITH FREE BORDERS AND PROBLEMS OF BOTTOM-DEFORMATION MODELING. // Method of approximate solution for one class of non-linear singular perturbed problems for equations of convective diffusion for case when diffusion coefficient depends on the domain boundary position variable in time, is developed. Modeling and research technique of bottom-deformation processes near cylinder obstacles is proposed on the basis of this method.

Барняк М.Я., Барняк О.М. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О СОБСТВЕННЫХ СИМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ ЖИДКОСТИ В СОСУДЕ. // Задача расматривается для полости, которая имеет форму тела вращения. Эта задача сводится к системе интегро-диференциальных уравнений, приблеженные решения которой строятся с помошью проекционных методов.
Barnyak M.Ya., Barnyak O.M. CONSTRACTION OF SOLUTION OF THE PROBLEM ON PROPER SYMMETRIC OSCILLATIONS OF VISCOUS IN A VESSEL. // The problem is considered for a vessel having the form of a rotetion solid. This problem is reduced to the system of integro-differential equations, approximate solutions of which are constructed with the help of projection methods.

Бомба А.Я., Каштан С.С., Кузьменко А.П. О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА СУММАРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ К РЕШЕНИЮ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ. // Метод Р-трансформаций Г.Положия эффективно использован при решении нелинейных обратных краевых задач на конформные отображения.
Bomba A.Ya., Kashtan S.S., Kuzmenko A.P. ABOUT USAGE OF SUMMARY REPRESENTATION METHOD FOR SOLVING NONLINEAR INVERTED BOUNDARY VALUE PROBLEMS ON CONFORMAL REFLECTIONS. // H.Poloji`s P-transformation method is used for solving nonlinear inverted boundary value problems on conformal reflections.

Бомба А.Я., Хлапук Н.Н. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГРАДИЕНТОВ НАПОРА НА ПРОЦЕСС ФИЛЬТРАЦИИ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ. // Построена локально нелинейная модель процесса фильтрации в зернистых средах, где при больших градиентах напора имеют место суффозионные деформации, на основе модификации закона Дарси. На примерах осесимметричной фильтрации предлагается подход к решению соответствующих нелинейных краевых задач с последействием, а также задач о стабилизации среды.
Bomba A.Ya., Kchlapyk M.M. MODELLING OF HEAD GRADIENTS INFLUENCE ON FILTRATION PROUSS IN MEDIANY THAT AU UNDER DEFORMATION. // Local noulinear model of filtration process based ou Darcy's lan is bnilt for grain porous mediums, urhere somme suffosion deformation may occur under the great head gradients. Some

aproach is suggested to solve correspondent bondary problem of filtration with attereffect and also for medium stabilization problems using some axysymmetrical examples.

Дейнека В.С., Благовещенская Т.Ю. АВТОМАТИЗАЦИЯ РАСЧЕТА ВЛАГОПЕРЕНОСА-ФИЛЬТРАЦИИ В ГРУНТОВЫХ СРЕДАХ С ВКЛЮЧЕНИЯМИ. // Приведена обобщенная математическая модель влагопереноса-фильтрации в многокомпанентных средах с тонкими включениями. Разработаны высокоточные алгоритмы ее дискретизации. Описаны основные функции автоматизированного програмно-алгоритмического комплекса.

Deineka V.S., Blagoveshchenskaja T.J. AUTOMATION OF LIQUID-TRANSFER AND FILTRATION IN SOIL ENVIRONMENTS WITH INCLUSIONS CALCULATION. // The generalized mathematical model of liquid-transfer and filtration in multicomponent environment with thin inclusions have been considered. High-precise calculus algorithms have been suggested. The computer-aided programm and algorithmic complex main operations have been described.

Дейнека В.С., Марченко О.А. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ УПРУГОГО РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА С ЗАДАННЫМ ДАВЛЕНИЕМ НА РАЗРЕЗЕ. // Рассмотрена смешанная краевая задача теории упругости с заданным давлением на разрезе. Построены обобщенные задачи. Доказаны существование и единственность разрывного решения. Построены вычислительные схемы повышенного порядка точности ее дискретизации. Приведены результаты решения модельного примера.

Deineka V.S., Marchenko O.O. ELEVATED ORDER ACCURACY COMPUTATIONAL SCHEMES FOR THE ELASTIC EQUILIBRIUM PROBLEM FOR THE BODY WITH GIVEN PRESSURE ON THE SECTION. // Elasticity theory mixed boundary problem with given pressure on the section is described. Generalized problems have been built. Rupture solution existence and uniquence have been proved. Elevated accuracy order computational schemes for given problem discretization have been built. Illustrative example solution results are given.

Доценко С.М., Турбал Ю.В. О ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ СКАЧКА ТРАЕКТОРИИ МОДЕЛИ РАДИОАКТИВОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ. // Рассматриваются некоторые достаточные условия скачка траектории случайного процесса, который может служить моделью радиоактивного загрязнения.

Dotsenko S.M., Turbal Y.V. ABOUT THE SUFFICIENT CONDITIONS OF TRAJECTORY JUMPING FOR THE MODEL OF RADIOACTIVE POLLUTION. // In this paper is investigated some sufficient conditions of the trajectory jumping for the probability process, which can be considered as a model of radioactive pollution.

Дубовик А.В., Копытко М.Ф. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНОЙ МКЭ. // Предложен подход к исследованию задач однокомпонентной фильтрации в трехмерной постановке. Как пример, решена задача в цилидрической области с цилиндрическим исключением, ось которого направлена вдоль радиуса внешней области.

Dubovick A.V., Kopytko M.F. SOLVING THE FILTRATION PROBLEM IN CYLINDRICAL DOMAIN WITH A HORIZONTICAL WELL BY FEM. // An approach to the investigation of single-component filtration problems in 3D formulation is proposed. As an example, a problem in cylindrical domain with cylindrical exclusion, the axis of which is directed along the radius of the outer domain, was solved.

Жигалло К.М. ТЕОРЕМА ТИПА ХАРДИ-ЛИТТЛВУДА ДЛЯ ПРОИЗВОДНЫХ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧЕТНОГО ПОРЯДКА. // Получено аналог теоремы типа Харди-Литтлвуда для L_p-нормы произвольного четного порядка функции, что является решением задачи Дирихле для полосы $A=\{(x,y):-\infty<x<+\infty,\ 0<y<\eta\}$ с симметричными граничными значениями, по касательному направлению.

Zhigallo K.M. THE THEOREM OF HARDY-LITTLWOOD'S TYPE FOR DERIVATIVES OF ANY EVEN ORDER. // We have obtained an analog of Hardy-Littlwood's type theorem for L_p-norm of any even order of function, that is the solution at the strip $A=\{(x,y):-\infty<x<+\infty,\ 0<y<\eta\}$ of Dirichlet's problem with symmetrical boundary values in the direction of the tangent.

Козаревская Ю.С., Шинкаренко Г.А. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ ВАРИАЦИОННЫХ ЗАДАЧ МИГРАЦИИ ПРИМЕСЕЙ: СТАБИЛИЗИРУЮЩАЯ СХЕМА ДУГЛАСА-ВАНГА. // Для решения задачи миграции субстанции с преобладающей конвекцией в несжимаемой среде использовались кусочно-кубические аппроксимации Эрмита на треугольниках. Применение стабилизирующей схемы Дугласа-Ванга существенно улучшает свойства численного решения. Приведены результаты численных исследований.

Kozarevska Y.S., Shinkarenko G.A. REGULARIZATION OF THE NUMERICAL SOLUTIONS OF THE VARIATIONAL POLUTE TRANSPORT PROBLEM: A DOUGLAS-WANG FINITE ELEMENT APPROACH. // Pice-wise cubic Hermite approximations on triangles are used for solving convection dominated transport problem in the incompressible field. The application of Douglas-Wang finite element approach to the problem noticably improves numerical solution properties. Numerical results are presented.

Кузнєцов Г.В., Яшин О.А. ПРО КОНФОРМНУ ВІДПОВІДНІСТЬ МІЖ РІЗНИМИ ПРОСТОРАМИ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ В ГЕМОДИНАМІЦІ. // Розглядається конформна відповідність між евклідовими просторами, а також між евклідовими і рімановими просторами. Показано, що ця відповідність в парному випадку породжує збіжне, а в другому – циркулярне векторні поля. Наведені деякі застосування отриманих результатів в гемодинаміці із застосуванням методу зовнішніх диференціальних форм.

Kuznetsov G.V., Yashin A.A. ABOUT CONFORMAL CONFORMITY BETWEEN VARIOUS SPACES AND HIS APPENDIX IN HEMODYNAMICS. // In the given work are considered conformal of conformity between euclidean, and also between euclidean and riemannian by spaces. The example of the appendices in hemodynamics is resulted.

Лопатин А.К., Хомченко Л.В. КОНСТРУКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ И ИССЛЕДОВАНИЕ ИХ УСТОЙЧИВОСТИ В СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ ВТОРОГО ПОРЯДКА С АНАЛИТИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. // В данной работе, используя метод тригонометрической интерполяции П.Ф.Фильчакова, предложен алгоритм приведения существенно нелинейных систем второго порядка с аналитическими коэффициентами к квазилинейным системам.

Lopatin A.K., Khomchenko L.V. THE METHODS OF CONSTRUCTION OF VIBRATION REGIMES AND STUDYING OF THEIR STABILITY IN ESSENTIAL NONLINEAR SYSTEMS OF SECOND ORDER WITH ANALYTICAL COEFFICIENTS. // Using the method of trigonometric interpolation the algorithm of reducibility of essential nonlinear systems of second order with analytical coefficients is suggested to quasilinear systems.

Лотюк Ю.Г., Янчук П.С. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЕФИЦИЕНТАМИ. // Метод продолжения по параметру применен к задаче Дирихле для эллиптического уравнения с переменными коэффициентами. При построении вычислительных схем использовано экономные схемы для многочленного приближения решений задачи Пуассона.

Lotyuk Yu.H., Yanchuk P.S. APPROXIMATE SOLUTION THE DIRICHLET'S PROBLEM FOR AN ELLIPTICAL EQUATION WITH VARIABLE FACTORS. //

Homotopy method is applied to the Dirichlet's problem for an elliptical equation with variable factors. With a construction of the computing schemes is used the economical schemes for a polynomial approximation solutions of the Poisson equation.

Лукомський В.П., Ганджа І.С., Лукомський Д.В. К ТЕОРИИ РАВНОМЕРНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. // Представлен новый метод анализа нелинейных осциляторных явлений для систем с одной степенью свободы, описываемых уравнениями движения без малого параметра. Эффективность метода продемонстрирована на примере исследования свободных и вынужденных колебаний осцилятора со степенной нелинейностью.
Lukomsky V.P., Gandzha I.S., Lukomsky D.V. ON THE THEORY OF THE UNIFORM EXPANSIONS OF THE PERIODIC SOLUTIONS OF NONLINEAR EQUATIONS. // We present a new method of the analisys of single degree of freedom nonlinear oscillation fenomena governed by an equation of motion without small parameter The usefullness and effectiveness of the method are demonstrated on the example of the study of free and excited oscillations of oscillator with the power nonlinearity.

Ляшко И.И., Ляшко С.И., Демченко В.Ф., Демченко Л.И., Клюшин Д.А. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ. // Для трехмерной задачи фильтрации двухфазной жидкости построена консервативная разностная схема и высокоэффективный алгоритм решения системы нелинейных алгебраических уравнений.
Lyashko I.I., Lyashko S.I., Demchenko V.F., Demchenko L.I., Klyushin D.A. NUMERICAL SIMULATION OF MULTIPHASE FLOW IN POROUS MEDIA. // Conservative difference scheme and effective algorithm for solving system of nonlinear algebraical equations are developed for simulation of 3D multiphase flow in porous media.

Ляшко С.И., Потапенко Л.И., Пришляк Е.А., Стеля О.Б. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧАХ МАССОПЕРЕНОСА. // Рассмотрены задачи оптимального управления для уравнения конвективной диффузии: идентификации функции источника загрязнения и задача построения решения, управляемого граничным условием.
Lyashko S.I., Potapenko L.I., Pryshlyak K.O., Stelya O.B. OPTIMAL CONTROL IN MASS TRANSFER PROBLEMS. // Some optimal control problems for a transport equation are considered: identifying of a source of contamination and finding of solution, controlled by a boundary condition.

Палиенко Л.И., Номировский Д.Ю., Песцов Р.В., Спивак О.Ю. ОПТИМАЛЬНОЕ ИМПУЛЬСНО-ТОЧЕЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА. // В данной статье доказывается существование оптимального управления системами, которые описываются псевдогиперболическими уравнениями с правыми частями, принадлежащими некоторому негативному гильбертову пространству.
Palienko L.I., Nomirovsky D.Y., Peschov R.V., Spivak O.Y. OPTIMAL POINT-IMPULSE CONTROL OF THE PSEVDOHYPERBOLIC SYSTEM WITH DISTRIBUTED PARAMETERS. // It is proved the existence of optimal control of the systems which are described by the psevdohyperbolic equations with the right hands which belong to the negative Hilbert space.

Прикарпатський А.К., Блекмур Д.Л. ПРО РОЗВ'ЯЗОК ЛАКСА РІВНЯННЯ ГАМІЛЬТОНА-ЯКОБІ. // Доповідь присвячена доведенню розв'язку Лакса рівняння Гамільтона-Якобі, яке засноване на теорії Гамільтонових систем і теорії напівнеперервних випуклих функцій. Загальний підхід до таких розв'язків приводить до точних inf-функціональних виразів, досить зручних для розрахунків на ПК.
Прикарпатский А.К., Блекмур Д.Л. О РЕШЕНИИ ЛАКСА УРАВНЕНИЯ

ГАМИЛЬТОНА-ЯКОБИ. // Сообщение посвящается доказательству решения Лакса уравнения Гамильтона-Якоби, базировавшигося на теории Гамильтоновых систем и теории полунепрерывных опуклых функций. Общий подход к таким решениям приводит к точным inf-функциональным выражениям, достаточно удобен для расчета на ПК.

Савыч В.А. ТЕОРЕМЫ ЕДИНСТВЕННОСТИ ДЛЯ ДВУЗНАЧНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. // Определяется, для скольких точек A задание мультимножеств A-точек однозначно определяет двузначную алгебраическую функцию.
Saveach V.A. SOME UNIQUENESS THEOREMS FOR TWO-DIGIT ALGEBRAIC FUNCTIONS. // The number of points A for which the multisets of A-points uniquely determine two-digit algebraic function, is found.

Сидорчук Б.П. О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ В СЛОИСТЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ. // Методика моделирования нелинейных возмущений, которые возникают на участках действия больших градиентов перенесена на случаи слоистых сред.
Sedorchuk B.P. ABOUT THE MATHEMATICS MODELLING OF FILTRATION NOULINEAR PROCESS INTO THE DEFORMATING SPHERE. // The way of modelling perturbation of noulinear the great head gradients correspondent to the sphere.

Скопецкий В.В., Дейнека В.С. ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ В СРЕДАХ С ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ. // Получены новые задачи фильтрации жидкости в средах с тонкими сильно- и слабопроницаемыми включениями. Построены высокоточные вычислительные схемы их дискретизации.
Skopetsky V.V., Deineka V.S. THE FILTRATION PROBLEMS IN THE MEDIA WITH THE THIN INCLUSIONS. // The new formulations of the problems concerned the filtration of liquid on the media with thin highly and low percolative inclusions were obtained. The high precitions numerical schemes of discratization are designed.

Стеля Л.П. АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ВИЗУАЛИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД НА БАЗЕ ГИС MAPINFO. // Предложена автоматизированная система обработки исходных данных и визуализации результатов моделирования загрязнения грунтовых вод на основе ГИС MapInfo. Приведены примеры использования.
Stelya L.P. AN AUTOMATIC SYSTEM FOR VISUALISATION OF COMPUTATION RESULTS OF GROUNDWATER CONTAMINATION ON THE BASIS OF A GIS MAPINFO. // An automatic system for input data processing and for visualisation of results of groundwater contamination modelling on the basis of a GIS MapInfo is proposed. Some examples of its use are given.

Стеля О.Б., Ходоровский М.С. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ МОНИТОРИНГА ПЛОЩАДКИ ОБЪЕКТА "ВЕКТОР" (30-КМ ЗОНА ЧАЭС). // Рассмотрены некоторые математические модели потока и транспорта загрязнений в насыщенно-ненасыщенных пористых средах. Приведены примеры их использования для решения экологических проблем 30-км зоны ЧАЭС.
Stelya O.B., Khodorovsky M.S. MATHEMATICAL MODELLING IN A MONITORING SYSTEM OF THE OBJECT "VECTOR" SITE (30-KM ZONE OF CHORNOBYL NPP). // Some mathematical models of flow and contaminant transport in saturated-unsaturated porous media are considered. Some examples of their using for environmental problems solving in 30-km zone of Chornobyl NPP are given.

Сяський В.А., Сяський А.А. СМЕШАННАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНКИ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ ОТВЕРСТИЕМ И

ЖЕСТКОГО ДИСКА. // Предложено решение задачи о контактном взаимодействии жесткого диска с криволинейным отверстием бесконечной пластинки при наличии на линии розделения материалов зон спая, гладкого контакта и отставания.
Syasky V.A., Syasky A.A. THE BLEND CONTACT PROBLEM FOR ENDLESS PLATE WITH CURVELINEAR HOLE AND HARD DISK. // The solution of problem about contact interaction of hard disk and curvelinear hole of endless plate is proposed.

Харкевич Ю.И. О ПРИБЛИЖЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКИМИ ИНТЕГРАЛАМИ ПУАССОНА КЛАССОВ (ψ,β)-ДИФФЕРЕНЦИРУЕМИХ ФУНКЦИЙ. // Получены асимптотические равенства для верхних граней отклонения функций класса $C^{\beta}_{\psi}H^{\alpha}$ от их гармонических интегралов Пуассона.
Harkevich U.I. ABOUT APPROXIMATION OF CLASSES (ψ,β)-DIFFERENTIAL FUNCTIONS BY HARMONIC INTEGRALS OF POISSON. // The asymptotic equalities for upper sides of deflection of functions of class $C^{\beta}_{\psi}H^{\alpha}$ from their harmonic integrals of Poisson are obtained.

Янчук П.С., Шпортько О.В. О МНОГОЧЛЕННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В КРИВОЛИНЕЙНЫХ ОБЛАСТЯХ. // Предлагается формула для представления приближенного решения задачи Дирихле в квадрате в виде многочлена. Коэффициенты приближенного решения выражаются из значения правой части уравнения Пуассона в избранных точках, а также известные значения решения в избранных точках на границе области. Предложенные схемы можно использовать для быстрого и качественного решения задачи Дирихле в квадрате. В статье показано, как использовать полученные результаты для приближенного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в произвольных областях с криволинейной границей.
Yanchuk P.S., Sportko A.V. ABOUT POLINOMIAL APPROXIMATION OF THE DECISION OF A PROBLEM DIRICHLE FOR THE EQUATION OF POISSON IN CURVILINEAR AREA. // Is offerred formula for the presentation deciding a problem Dirichle in the square in the manner of multinomial. The Factors approximation deciding are expressed through values a right of part of equations of Poisson in elected spots, as well as known values of deciding in elected spots on the border of area. Offered schemes possible to use for quick and qualitative deciding a problem Dirichle in the square. In close-down shown, how to use tin results for approximation deciding a problem Dirichle for equation of Poisson in free areas with curvilinear border.