

**Волинський  
математичний  
вісник**

**Випуск 6**

**1999**

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в галузі теоретичної і прикладної математики та інформатики. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів.

The "Volyn Mathematical Bulletin" publishes the results of investigation of the theoretical and applied mathematics and informatics. Recommended for research workers, teachers of higher schools, post graduates and senior year students.

Заснований у 1994 році. Свідоцтво про реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.1995р.

**Редакційна колегія :**

Бейко І. В.  
Боднар Д. І.  
Бомба А. Я. (*відповідальний редактор*)  
Бурак Я. Й.  
Войтович М. М.  
Гарашенко Ф. Г.  
Грищик В. В.  
Каштан С. С. (*технічний секретар*)  
Ковтунець В. В.  
Кратко М. І.  
Мельник В. М.  
Попов Б. О.  
Прикарпатський А. К.  
Пташник Б. Й.  
Савула Я. Г.  
Скопечкий В. В. (*головний редактор*)  
Сулим Г. Т.  
Сяський А. О.  
Сяський В. А. (*секретар*)  
Хома Г. П.  
Шинкаренко Г. А.  
Янчук П. С.  
Ясній П. В.

**Editorial board :**

Byeko I. V.  
Bodnar D. I.  
Bomba A. Ya. (*editor*)  
Burak Ya. Y.  
Voytovych M. M.  
Garashchenko F. G.  
Grytskyk V. V.  
Kashtan S. S. (*secretary*)  
Kovtunets V. V.  
Kratko M. I.  
Melnyk V. M.  
Popov B. O.  
Prykarpatsky A. K.  
Ptashnyk B. Y.  
Savula Ya. G.  
Skopetsky V. V. (*Editor-in-Chief*)  
Sulym G. T.  
Syasky A. O.  
Syasky V. A. (*secretary*)  
Khoma G. P.  
Shynkarenko G. A.  
Yanchuk P. S.  
Yasniy P. V.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Українського математичного товариства, Інституту кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова, Інституту прикладних проблем математики і механіки НАНУ ім. Я.С.Підстригача

**Адреса редакції :** 33000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,  
Рівненський державний гуманітарний університет,  
Кафедра інформатики та прикладної математики.  
Тел.: (8+0362) 260-444.

ISBN 966 - 7281 - 02 - 8

© Українське математичне товариство, 1999  
© РДГУ, 1999

**Зміст**

**Антонова Т.М.** ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ ГІЛЛЯСТИХ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ ..... 3

**Бабак П.П.** АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА РОЗВ'ЯЗКУ НАВАНТАЖЕНОЇ ЗАДАЧІ ДИФУЗІЇ З МАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ДИФУЗІЇ ТА ПОРИСТОСТІ ..... 9

**Баран О.С., Боднар Д.І.** РОЗВИНЕННЯ КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ У БАГАТОВИМІРНИЙ С-ДРІБ З НЕРІВНОЗНАЧНИМИ ЗМІННИМИ ..... 15

**Боднар Д.І.** АЛГОРИТМ РОЗВИНЕННЯ КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ У ВІДПОВІДНИЙ БАГАТОВИМІРНИЙ С-ДРІБ ..... 21

**Бомба А.Я., Каштан С.С.** ПРО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО КЛАСУ НЕЛІНІЙНИХ ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ ..... 25

**Ворошик Н.І.** ОБЕРНЕНА ТЕОРЕМА НАБЛИЖЕННЯ ГРАНИЧНИХ ФУНКЦІЙ ІХ ГАРМОНІЙНИМ ЗОВНІ ЕЛІПСА ПРОДОВЖЕННЯМ ..... 37

**Гембарська С.Б.** ПРО АБСОЛЮТНУ ЗБІЖНІСТЬ СТЕПЕНЕВИХ РЯДІВ З ОБМЕЖЕНОЮ ВАРІАЦІЄЮ ..... 41

**Григорків В.С.** ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ З НЕЛІНІЙНИМ ДИНАМІЧНИМ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИМ МІЖГАЛУЗЕВИМ БАЛАНСОМ ..... 47

**Грищенко О.Ю.** ДС-РІЗНИЦЕВІ АЛГОРИТМИ ДЛЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСУ З ПРАВИМИ ЧАСТИНАМИ, ЛІНІЙНО ЗАЛЕЖНИМИ ВІД РОЗВ'ЯЗКУ ..... 53

**Дейнека В.С.** СХЕМИ ПІДВИЩЕНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИФУЗІЇ ІЗ ЗБУРЕНИМИ УМОВАМИ СПРЯЖЕННЯ ..... 57

**Жигалло К.М., Харкевич Ю.І.** ТОЧНІ ОЦІНКИ НАБЛИЖЕННЯ КЛАСУ КВАЗІГЛАДКИХ ФУНКЦІЙ ІХ БІГАРМОНІЙНИМИ ІНТЕГРАЛАМИ ПУАССОНА В РІВНОМІРНИЙ ТА ІНТЕГРАЛЬНИЙ МЕТРИКАХ ..... 64

**Івашук Я.Г., Ковтунець В.В.** ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ОПЕРАТОРА НАЙКРАЩОГО РІВНОМІРНОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ЕЛЕМЕНТАМИ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО КЛАСУ ..... 69

**Ільїна В.В.** ПРО АСИМПТОТИЧНУ ПОВЕДІНКУ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА ГРАФАХ ..... 76

**Карабин О.О.** ДО ПОНЯТТЯ БАЗИ З ПІДПРОСТОРІВ В ГЛЬБЕРТОВИМУ ПРОСТОРІ ..... 81

**Клюшин Д.А.** ОПТИМІЗАЦІЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ З УЗАГАЛЬНЕНИМ ВПЛИВОМ ..... 85

**Кузьменко А.П., Кузьменко В.М.** ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕЛІПТИЧНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ У НЕСКІНЧЕНИХ СКЛАДНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ ОБЛАСТЯХ ..... 89

**Кундрат М.М.** ВТОМНЕ ВІДШАРУВАННЯ ЛІНІЙНОГО ВКЛЮЧЕННЯ ..... 93

**Ляшко С.И., Войцеховский С.А., Номировский Д.А., Семенов В.В.** ЧИСЛЕННАЯ



ОПТИМИЗАЦИЯ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ С ОБОБЩЕННЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ.....	97
Нгуен Суан Тхао БАЗИСНЫЙ АНАЛОГ L-ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	102
Попов Б.О., Лаушник О.І. ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОБЕРНЕНОЇ ДО ІНТЕГРАЛУ ЙМОВІРНОСТІ.....	107
Скасків О.Б., Півкач М.Г. ОЦІНКА ЗНИЗУ ЦІЛИХ РЯДІВ ДІРХЛЕ З ПОКАЗНИКАМИ, ЩО МАЮТЬ ДОДАТНІЙ КРОК, ЗОВНІ СИСТЕМИ МАЛИХ КРУГІВ.....	113
Столярчук В.К., Мартинюк П.М. АСИМПТОТИЧНО НАЙКРАЩЕ РІВНОМІРНЕ НАБЛИЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИМИ ПОЛІНОМАМИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ В КОМПЛЕКСНІЙ ОБЛАСТІ.....	118
Сяський А.О. ДВОСТОРОННІЙ КОНТАКТ ЖОРСТКОГО ДИСКА З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ НЕСКІНЧЕННОЇ ПЛАСТИНКИ.....	122
Сяський В.А. ВПЛИВ ТЕРТЯ НА РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ ПРИ КОНТАКТІ ГЛАДКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛ І ШТАМПІВ З КУТОВИМИ ТОЧКАМИ.....	127
Турбал Ю.В. ПРО НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ СУМІСНОСТІ ДЕЯКИХ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ.....	135
Цимбал В.М. ВИРОДЖЕННЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ У ГІПЕРБОЛІЧНЕ.....	139
Янчук П.С. КВАЗИСПЕКТРАЛЬНІ МНОГОЧЛЕНИ ТА КРАЙОВІ ЗАДАЧІ.....	143
Застосування математичних методів	
Науменко Ю.В. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ РІДИНИ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ОБЕРТОВОМУ ЦИЛІНДРІ.....	160
Черняга П.Г., Сяський В.О., Грицюк П.М. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ РУХІВ ФУНДАМЕНТІВ СПОРУД В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ЗМІНИ ЇХ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК.....	164
Короткі повідомлення	
Вірченко Н.О. ПРО УЗАГАЛЬНЕНУ (ЗА РАЙТОМ) ГАМА-ФУНКЦІЮ.....	168
Петрівський Б.П., Петрівський Я.Б., Хома Н.Г. УЗАГАЛЬНЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ КВАЗІЛІНІЙНИХ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ.....	171
Рубльов Б.В. ВИКОРИСТАННЯ ГЛАДКОЇ МЕТРИКИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ ЗОБРАЖЕНЬ.....	174
Савич В.О. ТЕОРЕМИ ЄДИНОСТІ ДЛЯ ДВОЗНАЧНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ ФУНКЦІЙ З ВРАХУВАННЯМ МНОЖИН А-ТОЧОК.....	177



УДК 518.61.001.573

Бомба А.Я., Каштан С.С.

ПРО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО КЛАСУ НЕЛІНІЙНИХ ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ

На основі методу сумарних зображень Г.Положея побудовано алгоритм наближення розв'язків нелінійних обернених крайових задач на конформні відображення в областях обмежених лініями течії та еквіпотенціальними лініями.

В роботі [3] розглядалась модельна задача про знаходження гармонічної функції  $\varphi = \varphi(x, y)$  (потенціалу) в однозв'язній чотирикутній криволінійній області  $G_z \equiv ABCD$  ( $z = x + iy$ ), обмеженої чотирма гладкими кривими  $AB = \{z: f_1(x, y) = 0\}$ ,  $BC = \{z: f_2(x, y) = 0\}$ ,

$CD = \{z: f_3(x, y) = 0\}$ ,  $DA = \{z: f_4(x, y) = 0\}$ , які в точках  $A, B, C, D$  перетинаються під

прямими кутами, при умовах:  $\varphi|_{AB} = \varphi_*$ ,  $\varphi|_{CD} = \varphi^*$ ,  $\left. \frac{d\varphi}{dn} \right|_{BC} = \left. \frac{d\varphi}{dn} \right|_{DA} = 0$  (де  $n$  – зовнішня нормаль до відповідної кривої).

Шляхом введення гармонічної функції  $\psi = \psi(x, y)$  (функції течії), комплексно спряженої до  $\varphi = \varphi(x, y)$ , і заміною останніх двох граничних умов на умови:  $\psi|_{BC} = Q$ ,  $\psi|_{AD} = 0$ , де стала  $Q$  – повна витрата (невідомий параметр), дану задачу замінено

більш загальною задачею на конформне відображення  $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$  області  $G_z$  на прямокутник (область комплексного потенціалу)  $G_\omega = \{\omega: \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q\}$  при відповідності чотирьох куткових точок [11, 13, 14]. Обернена до неї крайова задача на конформне відображення  $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$  області  $G_\omega$  на  $G_z$  при невідомому  $Q$  звелась до розв'язування в  $G_\omega$  рівнянь Лапласа  $\Delta x = 0$ ,  $\Delta y = 0$  при нелінійних крайових умовах

$$\begin{aligned} f_1(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) &= 0, & f_3(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) &= 0, & 0 \leq \psi \leq Q; \\ f_2(x(\varphi, Q), y(\varphi, Q)) &= 0, & f_4(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) &= 0, & \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*; \\ x_\varphi &= y_\psi, & x_\psi &= -y_\varphi, \end{aligned}$$

$(\varphi, \psi) \in \{( \varphi, 0): \varphi_* < \varphi < \varphi^* \} \cup \{(\varphi_*, \psi): 0 < \psi < Q\}$ ; а її різницевий аналог у відповідній рівномірній сітковій області  $G_\omega^\gamma = \{(\varphi_i, \psi_j): \varphi_i = \varphi_* + h_0 i, i = 0, m+1; \psi_j = h_1 j, j = 0, n+1;$

$$h_0 = \frac{\varphi^* - \varphi_*}{m+1}, h_1 = \frac{Q}{n+1}, \gamma = \frac{h_0}{h_1} \text{ отримано у вигляді [17]:}$$

$$\begin{cases} x_{i+1,j} - 2(1+\gamma^2)x_{i,j} + x_{i-1,j} + \gamma^2(x_{i,j-1} + x_{i,j+1}) = 0, & i = \overline{1, m}, \\ y_{i+1,j} - 2(1+\gamma^2)y_{i,j} + y_{i-1,j} + \gamma^2(y_{i,j-1} + y_{i,j+1}) = 0, & j = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f_1(x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, & f_3(x_{m+1,j}, y_{m+1,j}) = 0, & j = \overline{0, n+1}, \\ f_2(x_{i,n+1}, y_{i,n+1}) = 0, & f_4(x_{i,0}, y_{i,0}) = 0, & i = \overline{0, m+1}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_{i+1,0} - x_{i,0} = \gamma(y_{i,1} - y_{i,0}), & y_{i,0} - y_{i+1,0} = \gamma(x_{i,1} - x_{i,0}), & i = \overline{1, m}, \\ x_{1,j} - x_{0,j} = \gamma(y_{0,j+1} - y_{0,j}), & y_{0,j} - y_{1,j} = \gamma(x_{0,j+1} - x_{0,j}), & j = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{1}{(m+1)(n+1)} \sum_{i,j=0}^{m,n} \frac{\sqrt{(x_{i+1,j}-x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j}-y_{i,j})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1}-x_{i,j+1})^2 + (y_{i+1,j+1}-y_{i,j+1})^2}}{\sqrt{(x_{i,j+1}-x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1}-y_{i,j})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1}-x_{i+1,j})^2 + (y_{i+1,j+1}-y_{i+1,j})^2}} \quad (4)$$

де  $x_{i,j} = x(\phi_i, \psi_j)$ ,  $y_{i,j} = y(\phi_i, \psi_j)$ .

Аналогічно до (6) роботи [3] запишемо загальний розв'язок скінченно-різницевої системи рівнянь (1) у внутрішніх і граничних по вертикалі вузлах сіткового прямокутника  $G_{\omega}^y$  через значення в граничних вузлах по горизонталі:

$$\begin{cases} x_{i,j} = \sum_{k=1}^n p_{j,k} \left( \mu_k^i A_k + \nu_k^i B_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{j-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} x_{l,0} + p_{n,k} x_{l,n+1}) \right), \\ y_{i,j} = \sum_{k=1}^n p_{j,k} \left( \mu_k^i C_k + \nu_k^i D_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{j-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} y_{l,0} + p_{n,k} y_{l,n+1}) \right), \end{cases} \quad (5)$$

$i=0, m+1, j=1, n$ , де  $p_{j,k} = \sqrt{\frac{\nu_k}{\mu_k}} \frac{\sin \frac{j\eta_k}{n+1}}{\sin \frac{\eta_k}{n+1}}$ ,  $\eta_k = 1 + \gamma^2 - \gamma^2 \cos \frac{k\pi}{n+1}$ ,  $\mu_k = \eta_k + \sqrt{\eta_k^2 - 1}$ ,  $\nu_k = \eta_k - \sqrt{\eta_k^2 - 1}$ , а невідомі  $A_k, B_k, C_k, D_k, x_{l,0}, y_{l,0}, x_{l,n+1}, y_{l,n+1}$  визначаються в

результаті розв'язання системи:

$$f_1 \left( \sum_{k=1}^n p_{j,k} \left( A_k + B_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{j-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} x_{l,0} + p_{n,k} x_{l,n+1}) \right) \right),$$

$$\sum_{k=1}^n p_{j,k} \left( C_k + D_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{j-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} y_{l,0} + p_{n,k} y_{l,n+1}) \right) = 0,$$

$$f_2(x_{i,m+1}, y_{i,m+1}) = 0; f_4(x_{i,0}, y_{i,0}) = 0;$$

$$f_3 \left( \sum_{k=1}^n p_{j,k} \left( \mu_k^{m+1} A_k + \nu_k^{m+1} B_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{m+1-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} x_{l,0} + p_{n,k} x_{l,n+1}) \right) \right),$$

$$\sum_{k=1}^n p_{j,k} \left( \mu_k^{m+1} C_k + \nu_k^{m+1} D_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{m+1-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} y_{l,0} + p_{n,k} y_{l,n+1}) \right) = 0;$$

$$x_{i+1,0} - x_{i,0} = \gamma \left( \sum_{k=1}^n p_{1,k} \left( \mu_k^i C_k + \nu_k^i D_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{i-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} y_{l,0} + p_{n,k} y_{l,n+1}) \right) - y_{i,0} \right); \quad (6)$$

$$y_{i,0} - y_{i+1,0} = \gamma \left( \sum_{k=1}^n p_{1,k} \left( \mu_k^i A_k + \nu_k^i B_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{i-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} x_{l,0} + p_{n,k} x_{l,n+1}) \right) - x_{i,0} \right);$$

$$\gamma \sum_{k=1}^n (p_{j+1,k} - p_{j,k}) \left( C_k + D_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{j-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} y_{l,0} + p_{n,k} y_{l,n+1}) \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^n p_{j,k} \left( (\mu_k - 1) A_k + (\nu_k + 1) B_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{(\mu_k - 1) \nu_k^{j-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} x_{l,0} + p_{n,k} x_{l,n+1}) \right);$$

$$\gamma \sum_{k=1}^n (p_{j+1,k} - p_{j,k}) \left( A_k + B_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{\nu_k^{j-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} x_{l,0} + p_{n,k} x_{l,n+1}) \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^n p_{j,k} \left( (1 - \mu_k) C_k + (1 - \nu_k) D_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^m \frac{(1 - \mu_k) \nu_k^{j-l}}{\mu_k - \nu_k} (p_{1,k} y_{l,0} + p_{n,k} y_{l,n+1}) \right);$$

$i=1, m, j=1, n$  (невідомі величини  $\gamma$  представлені за формулою (4)).

Нехай  $M$  та  $N$  довільні точки кривої  $BC$ . Покладемо  $\varphi|_{MN} = \varphi^0$ . Очевидно, що в залежності від значення  $\varphi^0$  матимуть місце 25 різних випадків формування течії в області  $G_z$  (див. рис.1-4), які характеризуються положенням ліній розділу ділянок фільтраційних потоків, що при цьому утворюються ( $K^0K, K^0KK^*$  і т.д.). Зокрема, якщо  $\varphi^0$  пробігатиме всеможливі дійсні числа від  $-\infty$  до  $+\infty$ , то відповідна межева точка розділу  $K$ , положення якої можна характеризувати натуральним параметром  $s = s(\varphi^0)$ , пробіжить всю границю даної області  $G_z$  за стрілкою годинника починаючи з деякої точки  $K_\infty \in AD$ , що відповідає випадкам, коли  $\varphi^0 = \pm\infty \neq 0$  ( $0 < s < L, s$  - відстань від точки  $K_\infty$  до точки  $K, L$  - довжина  $\partial G_z$ ) (див. рис.4).

Отже, при наявності джерела поперечних збурень  $MN$  вихідного потоку не маємо можливості безпосередньо перейти до оберненої задачі (не відомо, яку із областей  $G_w$  слід вибирати). Зокрема, різним нескінченним значенням потенціалу  $\varphi^0$  відповідають різні точки  $K \in KK_\infty\bar{K}$ , де  $\underline{K}$  - точка, що відповідає найбільшій із "від'ємних нескінченностей" (тобто, коли при всіх  $K \in \underline{K}A$  відповідні значення  $\varphi^0$  є скінченними), а  $\bar{K}$  - точка, що відповідає найменшій із "додатніх нескінченностей" (див. рис.4). З метою вибору одного із 23 варіантів (див. рис.1-3) та розв'язку відповідної оберненої задачі за заданими скінченими значеннями  $\varphi_*, \varphi^*, \varphi^0 = \varphi_0$  побудуємо відповідний алгоритм наступним чином:

1) Перевіряємо виконання умов  $\varphi_0 = \varphi_*$  та  $\varphi_0 = \varphi^*$ . Якщо одна із них виконується, то відповідно, розв'язуємо задачу (1.8) чи (3.1).

2) Перевіряємо належність  $\varphi_0$  до одного із проміжків  $(-\infty, \varphi_*)$ ,  $(\varphi_*, \varphi^*)$ ,  $(\varphi^*, +\infty)$ . Нехай, наприклад,  $\varphi_0 < \varphi_*$  (при  $\varphi_* < \varphi_0 < \varphi^*$  чи  $\varphi_0 > \varphi^*$  алгоритм продовжується аналогічно). Тоді розв'язуємо допоміжну ("ключову") задачу (1.4) (для випадків  $\varphi_* < \varphi_0 < \varphi^*$  та  $\varphi_0 > \varphi^*$  в якості "ключових" будуть відповідно задачі (2.4) та (3.5)), де значення  $\varphi^0$  знаходиться в процесі розв'язання даної задачі при додатковій ("компенсаційній") умові  $\psi|_A = \psi|_B$  (позначимо це значення  $\varphi^0$  через  $\varphi_{1.4}$ ).

3) Перевіряємо належність  $\varphi_0$  до одного із проміжків  $(-\infty, \varphi_{1.4})$ ,  $(\varphi_{1.4}, \varphi_*)$  (у випадку  $\varphi_0 = \varphi_{1.4}$  задача є розв'язаною). Якщо  $\varphi_0 < \varphi_{1.4}$ , то розв'язуємо задачу (1.2), де  $K=A$  ("компенсаційна умова") і знаходимо відповідне значення  $\varphi^0 = \varphi_{1.2}$  (при  $\varphi_0 > \varphi_{1.4}$  в якості "ключової" розв'язуємо задачу (1.6)).

4) Якщо задане значення  $\varphi_0 < \varphi_{1.2}$  ( $\varphi_0 > \varphi_{1.2}$ ), то розв'язуємо задачу (1.1) при невідомих значеннях  $Q', Q'', \tilde{\varphi}$  ((1.3) при невідомих значеннях  $Q', Q'', Q'''$ ).

Відзначимо, що конкретні задачі для випадків (1.7), (2.1), (2.3), (2.6) розглядалися, відповідно, у роботах [2], [3], [9], [10]. У даній роботі побудуємо алгоритм розв'язку поставленої задачі при великих значеннях  $\varphi^0$ , а саме, коли  $K \in CD, \varphi^* < \varphi^0$  та  $\psi|_D < \psi|_C$  (див. рис.3.4). При цьому область комплексного потенціалу має вертикальний розріз.

Крайова задача на конформне відображення області  $G_w$  на область  $G_z$  при невідомих  $Q', Q'', Q''', \varphi^0$  запишеться у вигляді:



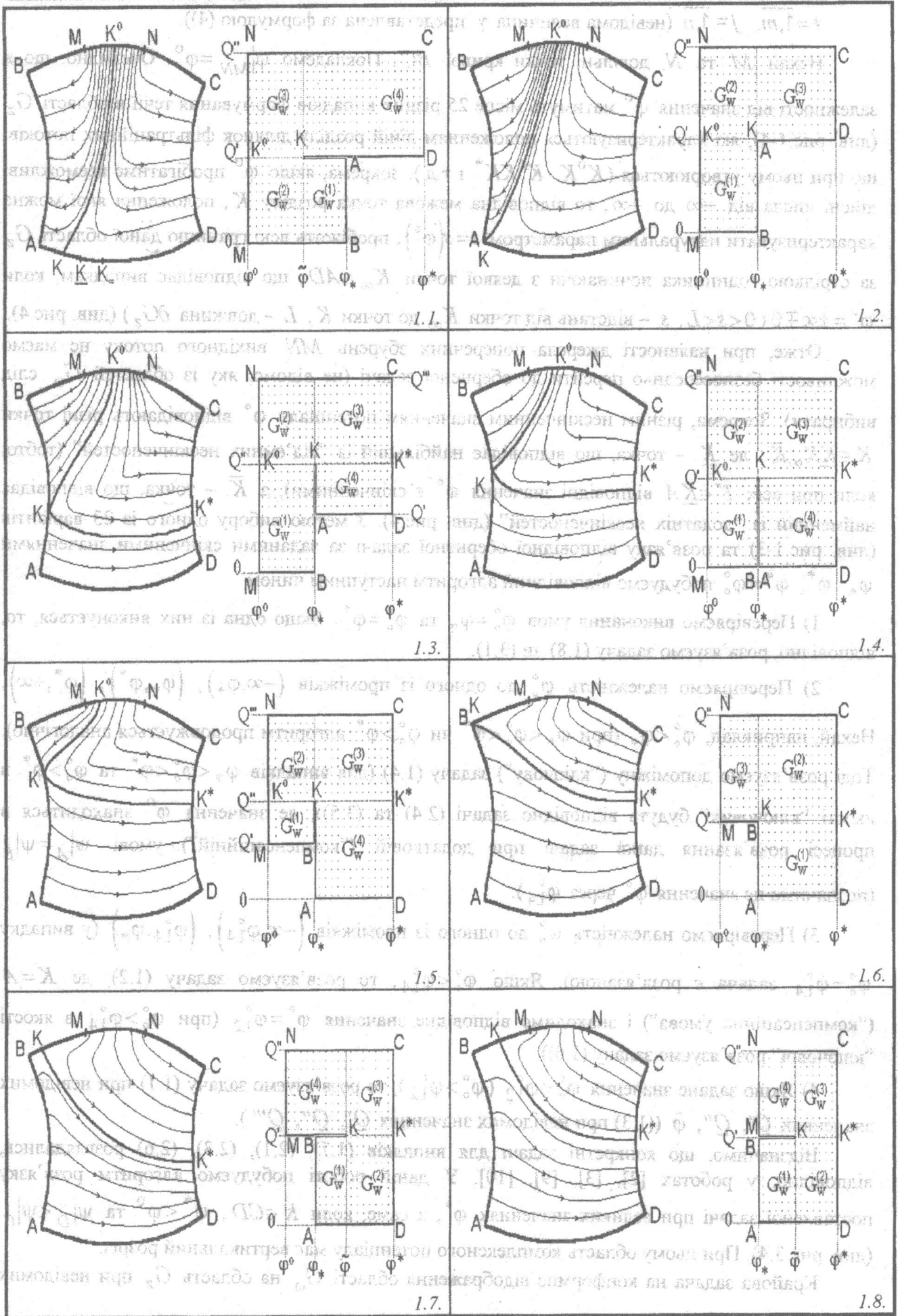


Рис. 1. Формування течії при  $-\infty < \phi \leq \phi_*$ .

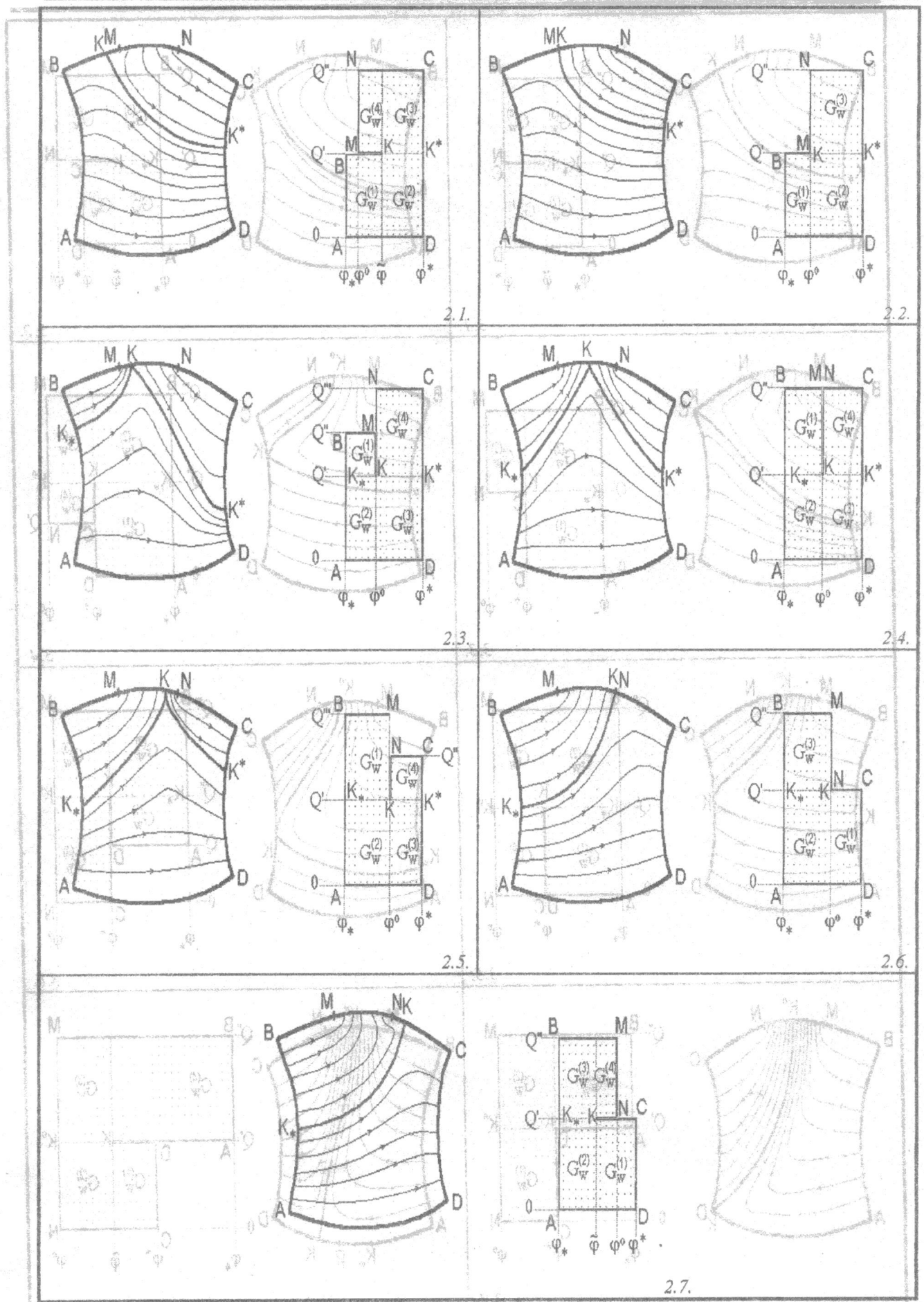
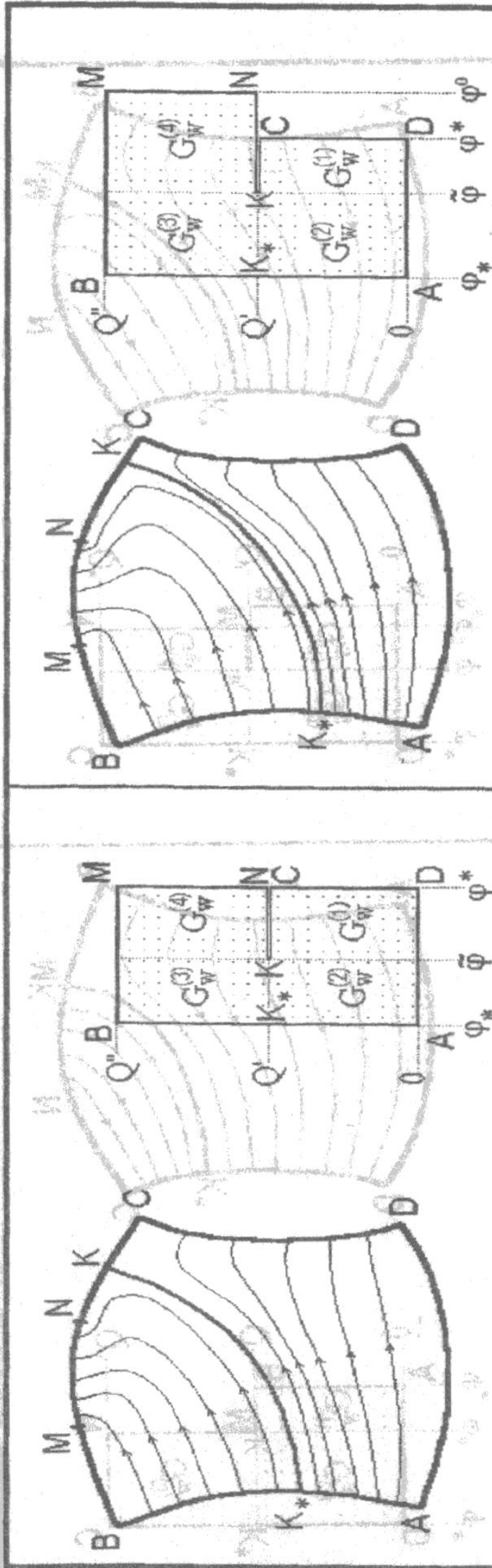
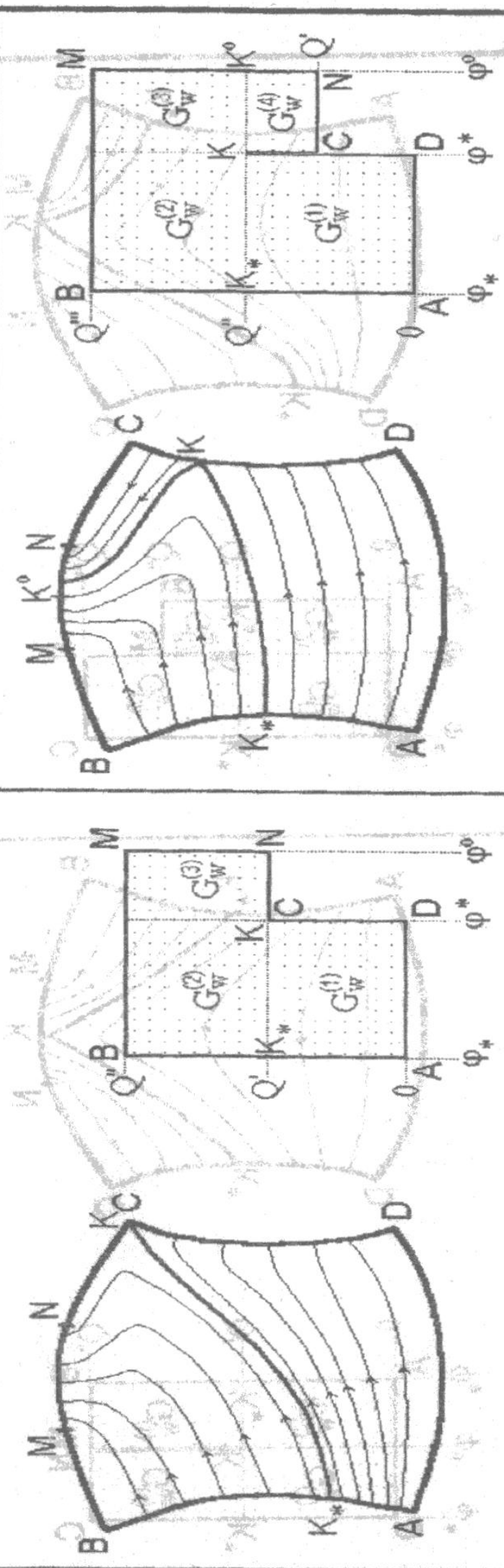


Рис. 2. Формування течії при  $\phi_* < \phi^0 < \phi^*$ .



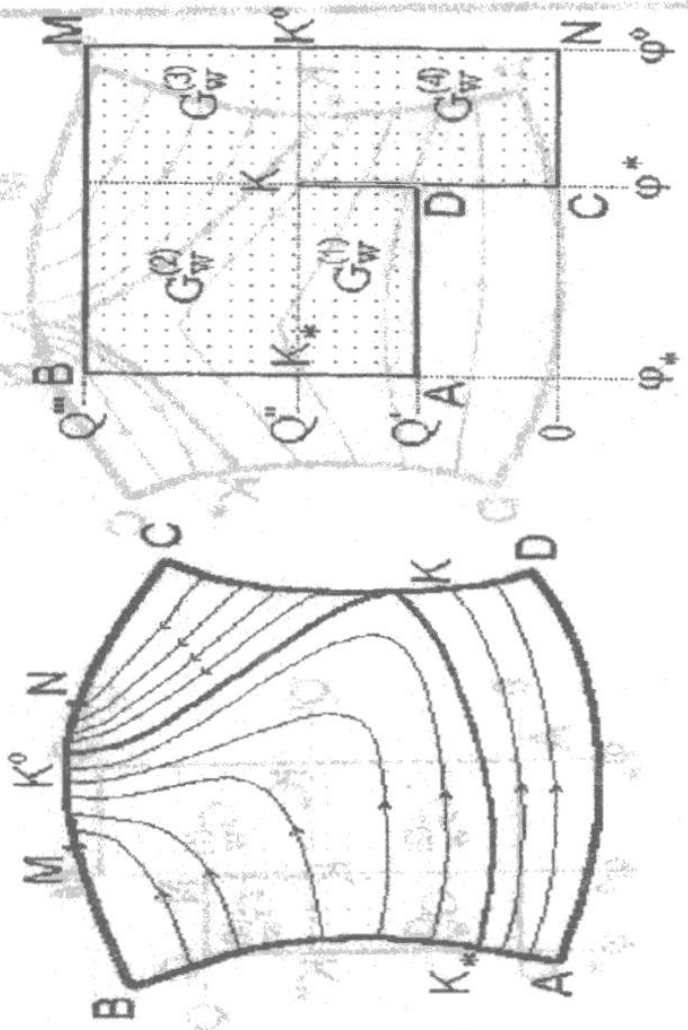
3.1.



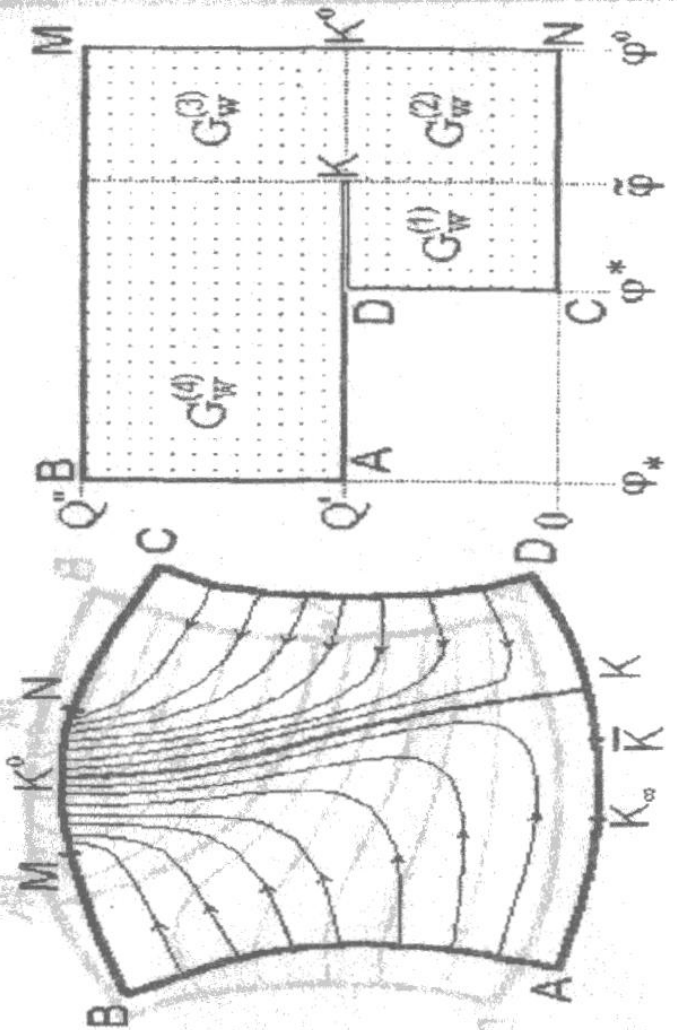
3.2.



3.4.

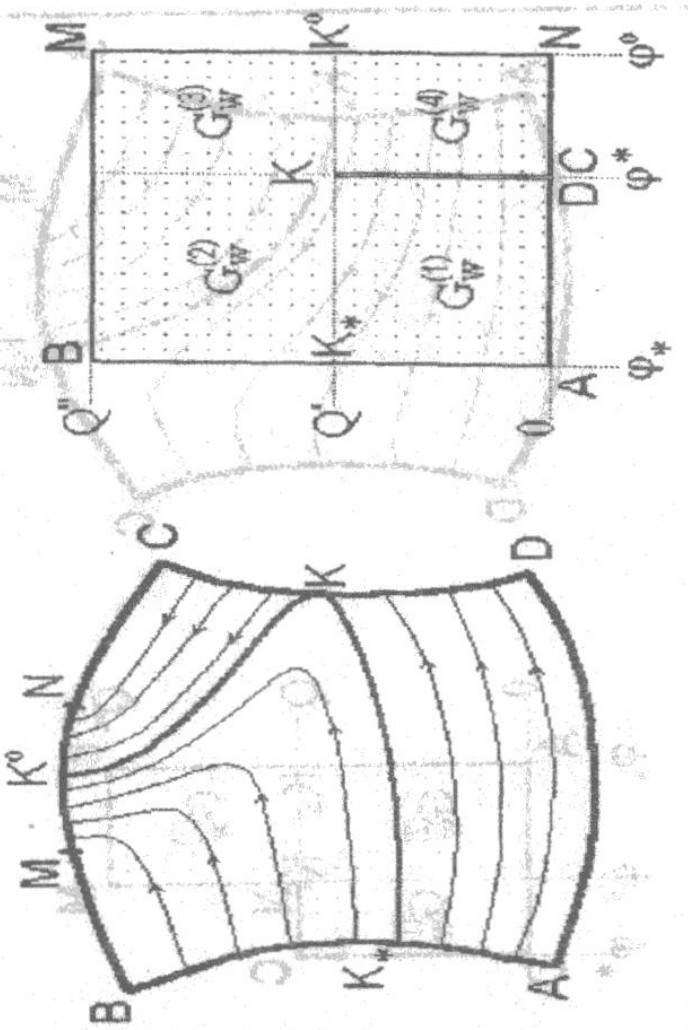


3.6.

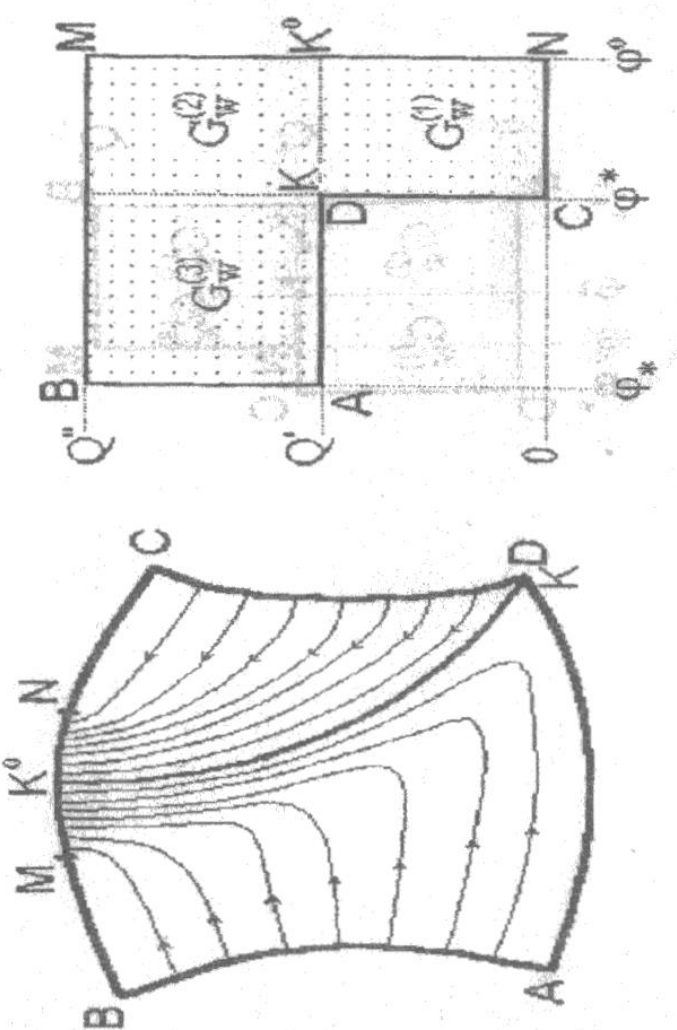


3.8.

3.3.



3.5.



3.7.

Рис. 3. Формування течії при  $\varphi^* \leq \varphi < +\infty$ .

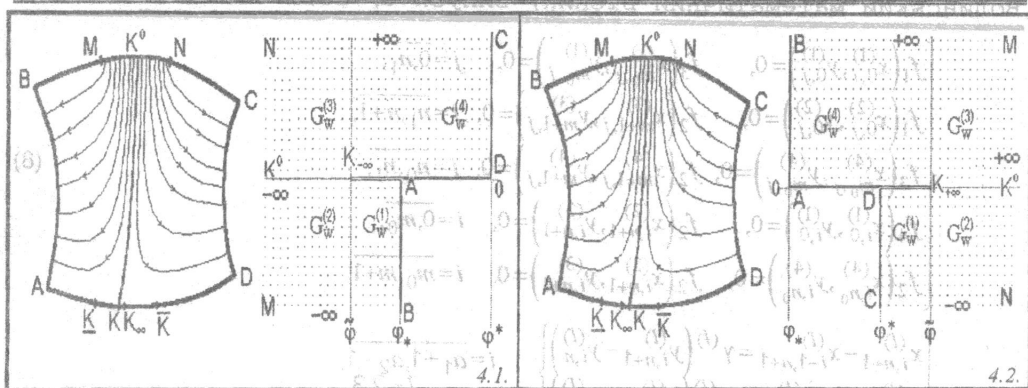


Рис. 4. Формування течії при  $\varphi^0 = \pm\infty$ .

$$\begin{cases}
 \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{\partial y}{\partial \psi}, & \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi} & (\varphi, \psi) \in G_\omega, & f_1(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, & 0 \leq \psi \leq Q''', \\
 f_2(x(\varphi, Q'''), y(\varphi, Q''')) = 0, & \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^0, & f_2(x(\varphi^0, \psi), y(\varphi^0, \psi)) = 0, & Q''' \geq \psi \geq Q', \\
 f_2(x(\varphi, Q'), y(\varphi, Q')) = 0, & \varphi^0 \geq \varphi \geq \varphi^*, & f_3(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, & Q' \leq \psi \leq Q'', \\
 f_3(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, & Q'' \geq \psi \geq 0, & f_4(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) = 0, & \varphi^* \geq \varphi \geq \varphi_*,
 \end{cases}$$

де  $Q'''$  – сумарний потік, що входить в область  $G_2$  через ділянку  $AB$ ,  $Q''$  – потік, що виходить із неї через ділянку  $KD$  ( $Q'' - Q'$  – потік, що входить в область  $G_2$  через ділянку  $KC$ , а  $Q'' - Q'$  – потік, що виходить із  $G_2$  через ділянку  $MN$ ).

Різницевий аналог цієї задачі у сітковій області  $G_\omega^y = \bigcup_{l=1}^4 G_\omega^{(l)}$ , де  $G_\omega^{(l)} = \{(\varphi_i, \psi_j)\}$ :

$$\varphi_i = \Phi_p + h_\varphi(i - a_1), i = \overline{a_1, a_2}; \quad \psi_j = \Psi_p + h_\psi(j - b_1), j = \overline{b_1, b_2}; \quad h_\varphi = \frac{\Phi_k - \Phi_p}{a_2 - a_1}, h_\psi = \frac{\Psi_k - \Psi_p}{b_2 - b_1},$$

$$\gamma^{(l)} = \frac{h_\varphi}{h_\psi} \}, \text{ а параметри } \Phi_p, \Phi_k, a_1, a_2, \Psi_p, \Psi_k, b_1, b_2 \text{ в залежності від значення } l$$

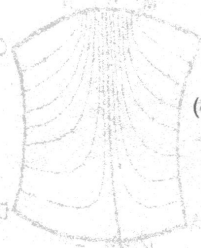
визначаються згідно з таблицею:

$l$	$\Phi_p$	$\Phi_k$	$a_1$	$a_2$	$\Psi_p$	$\Psi_k$	$b_1$	$b_2$
1	$\varphi_*$	$\varphi^*$	0	$m_0$	0	$Q''$	0	$n_1$
2	$\varphi_*$	$\varphi^*$	0	$m_0$	$Q''$	$Q'''$	$n_1$	$n+1$
3	$\varphi^*$	$\varphi^0$	$m_0$	$m+1$	$Q''$	$Q'''$	$n_1$	$n+1$
4	$\varphi^*$	$\varphi^0$	$m_0$	$m+1$	$Q'$	$Q''$	$n_0$	$n_1$

запишемо у вигляді [17]:

$$\begin{cases}
 x_{i+1,j}^{(l)} - 2(1 + \gamma^{(l)2})x_{i,j}^{(l)} + x_{i-1,j}^{(l)} + \gamma^{(l)2}(x_{i,j-1}^{(l)} + x_{i,j+1}^{(l)}) = 0, \\
 y_{i+1,j}^{(l)} - 2(1 + \gamma^{(l)2})y_{i,j}^{(l)} + y_{i-1,j}^{(l)} + \gamma^{(l)2}(y_{i,j-1}^{(l)} + y_{i,j+1}^{(l)}) = 0, \\
 i = a_1 + 1, a_2 - 1, j = b_1 + 1, b_2 - 1, l = \overline{1, 4},
 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases}
 f_1(x_{0,j}^{(1)}, y_{0,j}^{(1)}) = 0, & f_3(x_{m_0,j}^{(1)}, y_{m_0,j}^{(1)}) = 0, & j = \overline{0, n_1}, \\
 f_1(x_{0,j}^{(2)}, y_{0,j}^{(2)}) = 0, & f_2(x_{m+1,j}^{(3)}, y_{m+1,j}^{(3)}) = 0, & j = \overline{n_1, n+1}, \\
 f_3(x_{m_0,j}^{(4)}, y_{m_0,j}^{(4)}) = 0, & f_2(x_{m+1,j}^{(4)}, y_{m+1,j}^{(4)}) = 0, & j = \overline{n_0, n_1}, \\
 f_4(x_{i,0}^{(1)}, y_{i,0}^{(1)}) = 0, & f_2(x_{i,n+1}^{(2)}, y_{i,n+1}^{(2)}) = 0, & i = \overline{0, m_0}, \\
 f_2(x_{i,n_0}^{(4)}, y_{i,n_0}^{(4)}) = 0, & f_2(x_{i,n+1}^{(3)}, y_{i,n+1}^{(3)}) = 0, & i = \overline{m_0, m+1},
 \end{cases} \quad (8)$$



$$\begin{cases}
 x_{i,n+1}^{(l)} - x_{i-1,n+1}^{(l)} = \gamma^{(l)} (y_{i,n+1}^{(l)} - y_{i,n}^{(l)}) \\
 y_{i-1,n+1}^{(l)} - y_{i,n+1}^{(l)} = \gamma^{(l)} (x_{i,n+1}^{(l)} - x_{i,n}^{(l)}) \\
 x_{m+1,j}^{(l)} - x_{m,j}^{(l)} = \gamma^{(l)} (y_{m+1,j}^{(l)} - y_{m+1,j-1}^{(l)}) \\
 y_{m,j}^{(l)} - y_{m+1,j}^{(l)} = \gamma^{(l)} (x_{m+1,j}^{(l)} - x_{m+1,j-1}^{(l)}) \\
 x_{m_0,j}^{(1)} - x_{m_0,j-1}^{(1)} = \gamma^{(1)} (y_{m_0,j}^{(1)} - y_{m_0,j-1}^{(1)}) \\
 y_{m_0,j-1}^{(1)} - y_{m_0,j}^{(1)} = \gamma^{(1)} (x_{m_0,j}^{(1)} - x_{m_0,j-1}^{(1)})
 \end{cases} \quad \begin{matrix} i = \overline{a_1+1, a_2-1}, \\ l = \overline{2,3}, \\ j = \overline{b_1+1, b_2-1}, \\ l = \overline{4,3}, \\ j = \overline{1, n_1-1}, \end{matrix} \quad (9)$$

$$\begin{cases}
 x_{m_0,j}^{(2)} = x_{m_0,j}^{(3)}, & y_{m_0,j}^{(2)} = y_{m_0,j}^{(3)}, & j = \overline{n_1+1, n_2}, \\
 \gamma^{(2)} (x_{m_0,j}^{(2)} - x_{m_0-1,j}^{(2)}) = \gamma^{(3)} (x_{m_0+1,j}^{(3)} - x_{m_0,j}^{(3)}) \\
 \gamma^{(2)} (y_{m_0,j}^{(2)} - y_{m_0-1,j}^{(2)}) = \gamma^{(3)} (y_{m_0+1,j}^{(3)} - y_{m_0,j}^{(3)}) \\
 x_{i,n_1}^{(4)} = x_{i,n_1}^{(2)}, & y_{i,n_1}^{(4)} = y_{i,n_1}^{(2)}, & i = \overline{a_1+1, a_2-1}, \\
 \gamma^{(4)} (x_{i,n_1}^{(4)} - x_{i,n_1-1}^{(4)}) = \gamma^{(1)} (x_{i,n_1+1}^{(2)} - x_{i,n_1}^{(2)}) \\
 \gamma^{(4)} (y_{i,n_1}^{(4)} - y_{i,n_1-1}^{(4)}) = \gamma^{(1)} (y_{i,n_1+1}^{(2)} - y_{i,n_1}^{(2)})
 \end{cases} \quad \begin{matrix} j = \overline{n_1+1, n_2}, \\ j = \overline{n_1, n+1}, \\ i = \overline{a_1+1, a_2-1}, \\ l_1 = \overline{2,3}, l_2 = \overline{1,4}, \\ i = \overline{a_1, a_2}, \end{matrix} \quad (10)$$

$$\gamma^{(l)} = \frac{1}{(a_2+a_1)(b_2-b_1)} \sum_{i,j=a_1, b_1}^{a_2-1, b_2-1} \sqrt{(x_{i+1,j}^{(l)} - x_{i,j}^{(l)})^2 + (y_{i+1,j}^{(l)} - y_{i,j}^{(l)})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1}^{(l)} - x_{i,j+1}^{(l)})^2 + (y_{i+1,j+1}^{(l)} - y_{i,j+1}^{(l)})^2} \quad (11)$$

$x_{i,j}^{(l)} = x(\varphi_i, \psi_j)$ ,  $y_{i,j}^{(l)} = y(\varphi_i, \psi_j)$ ,  $(\varphi_i, \psi_j) \in G_{\omega}^{(l)}$ ,  $l = \overline{1,4}$ .

Загальний розв'язок скінченно-різницевого рівняння (7), згідно з формулами (5), запишемо у вигляді:

$$\begin{cases}
 x_{i,j}^{(l)} = \sum_{k=b_1+1}^{b_2-1} p_{j,k} \left( \mu_k A_k^{(l)} + \nu_k B_k^{(l)} + \gamma^{(l)} 2 \sum_{t=a_1+1}^{a_2-1} \frac{\nu_k^{j-t}}{\mu_k - \nu_k} (p_{b_1+1,k} x_{t,b_1}^{(l)} + p_{b_2-1,k} x_{t,b_2}^{(l)}) \right), \\
 y_{i,j}^{(l)} = \sum_{k=b_1+1}^{b_2-1} p_{j,k} \left( \mu_k C_k^{(l)} + \nu_k D_k^{(l)} + \gamma^{(l)} 2 \sum_{t=a_1+1}^{a_2-1} \frac{\nu_k^{j-t}}{\mu_k - \nu_k} (p_{b_1+1,k} y_{t,b_1}^{(l)} + p_{b_2-1,k} y_{t,b_2}^{(l)}) \right),
 \end{cases} \quad (12)$$

де  $i = \overline{a_1, a_2}$ ,  $j = \overline{b_1+1, b_2-1}$ ,  $p_{j,k} = \sqrt{\frac{2}{b_2-b_1}} \sin \frac{(i-b_1)(k-b_1)\pi}{b_2-b_1}$ ,  $\eta_k = 1 + \gamma^{(l)2} - \gamma^{(l)2} \cos \frac{(k-b_1)\pi}{b_2-b_1}$ ,

$l = \overline{1,4}$ ,  $\mu_k = \eta_k + \sqrt{\eta_k^2 - 1}$ ,  $\nu_k = \eta_k - \sqrt{\eta_k^2 - 1}$ .

Система нелінійних алгебраїчних рівнянь для знаходження невідомих параметрів



$A_k^{(l)}, B_k^{(l)}, C_k^{(l)}, D_k^{(l)}, x_{l,b_1}^{(l)}, x_{l,b_2}^{(l)}, y_{l,b_1}^{(l)}, y_{l,b_2}^{(l)}$  ( $l=\overline{1,4}$ ) формується аналогічно до системи (6) на основі рівнянь (8), (9) із додавкою умов склеювання (10) та використанням формул сумарних зображень (12) і умов (11). При її розв'язанні умовою закінчення процесу може бути

нерівність: 
$$\sum_{l=1}^4 \left| \gamma^{(k+1)} - \gamma^{(k)} \right| < \varepsilon. \quad (81)$$

Якщо ж область  $G_\omega$  задана, тобто величини  $\varphi_* < \varphi^* < \varphi^0$  і  $0 < Q' < Q'' < Q'''$  відомі, та допускається її покриття рівномірною сіткою, а  $G_z$  – вільна, а саме:  $BC = \{z: f_2(x,y) = \rho\}$ ,  $M(x_M, y_M), N(x_N, y_N)$  – плаваючі точки на вільній кривій  $BMNC$ , де  $f_2(x,y)$  задана гладка функція,  $\rho, x_M, x_N$  – невідомі параметри, тоді обернена крайова задача на конформне відображення області  $G_\omega$  на  $G_z$ , що має вигляд:

(91) 
$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{\partial y}{\partial \psi}, & \frac{\partial \bar{x}}{\partial \psi} = -\frac{\partial \bar{y}}{\partial \varphi}, & (\varphi, \psi) \in G_\omega, & f_1(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi)) = 0, & 0 \leq \psi \leq Q''', \\ f_2(x(\varphi, Q'''), y(\varphi, Q''')) = \rho, & \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^0, & f_2(x(\varphi^0, \psi), y(\varphi^0, \psi)) = \rho, & Q''' \geq \psi \geq Q', \\ f_2(x(\varphi, Q'), y(\varphi, Q')) = \rho, & \varphi^0 \geq \varphi \geq \varphi^*, & f_3(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, & Q' \leq \psi \leq Q'', \\ f_3(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, & Q'' \geq \psi \geq 0, & f_4(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) = 0, & \varphi^* \geq \varphi \geq \varphi_* \end{cases}$$

зводиться до розв'язування в  $G_\omega$  рівнянь Лапласа  $\Delta x = 0, \Delta y = 0$  при заданих крайових умовах та умовах Коші-Рімана на границі  $\partial G_\omega$  області  $G_\omega$  [3 – 6].

Різницевий аналог цієї крайової задачі у відповідній рівномірній сітковій області  $G_\omega^y = G_\omega^y \cup G_\omega^{y'} = \{(\varphi_i, \psi_j): \varphi_i = \varphi_* + h_\varphi i, i = \overline{0, m_0}, \psi_j = h_\psi j, j = \overline{0, n+1}\} \cup \{(\varphi_i, \psi_j): \varphi_i = \varphi^* + h_\varphi(i - m_0), i = \overline{m_0, m+1}, \psi_j = Q' + h_\psi(j - n_0), j = \overline{n_0, n+1}\}$ , де

$$h_\varphi = \frac{\varphi^* - \varphi_*}{m+1} = \frac{\varphi^0 - \varphi_*}{m_0} = \frac{\varphi^* - \varphi^0}{m+1 - m_0} \quad \text{та} \quad h_\psi = \frac{Q''' - Q'}{n+1} = \frac{Q'' - Q'}{n_0} = \frac{Q''' - Q''}{n+1 - n_0} = \frac{Q''' - Q'}{n_0} = \frac{Q'' - Q'}{n_0} = \left( \gamma = \frac{h_\varphi}{h_\psi} \right),$$

запишемо у вигляді:

(81) 
$$\begin{cases} x_{i+1,j} + 2(1+\gamma^2)x_{i,j} + x_{i-1,j} + \gamma^2(x_{i,j-1} + x_{i,j+1}) = 0, \\ y_{i+1,j} - 2(1+\gamma^2)y_{i,j} + y_{i-1,j} + \gamma^2(y_{i,j-1} + y_{i,j+1}) = 0, \end{cases} \quad (13)$$
 якщо  $\omega \in G_\omega^y$ , то  $i = \overline{1, m_0 - 1}, j = \overline{1, n}$ ,  
якщо  $\omega \in G_\omega^{y'}$ , то  $i = \overline{m_0 + 1, m}, j = \overline{n_0 + 1, n}$ ,

(14) 
$$\begin{cases} f_1(x'_{0,j}, y'_{0,j}) = 0, & j = \overline{0, n+1}, & f_2(x'_{i, n+1}, y'_{i, n+1}) = \rho, & i = \overline{0, m_0}, \\ f_2(x''_{i, n+1}, y''_{i, n+1}) = \rho, & i = \overline{m_0, m+1}, & f_2(x''_{m+1, j}, y''_{m+1, j}) = \rho, & j = \overline{n_0, n+1}, \\ f_2(x''_{i, n_0}, y''_{i, n_0}) = \rho, & i = \overline{m_0, m+1}, & f_3(x''_{m_0, j}, y''_{m_0, j}) = 0, & j = \overline{n_0, n_1}, \\ f_3(x'_{m_0, j}, y'_{m_0, j}) = 0, & j = \overline{0, n_1}, & f_4(x'_{i, 0}, y'_{i, 0}) = 0, & i = \overline{0, m_0} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x'_{i,n+1} - x'_{i-1,n+1} &= \gamma (y'_{i,n+1} - y'_{i,n}) \\ y'_{i-1,n+1} + y'_{i,n+1} &= \gamma (x'_{i,n+1} - x'_{i,n}) \\ x'_{m_0,j} - x'_{m_0,j-1} &= \gamma (y'_{m_0,j} - y'_{m_0,j-1}) \\ y'_{m_0-1,j} - y'_{m_0,j} &= \gamma (x'_{m_0,j} - x'_{m_0,j-1}) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i &= \overline{1, m_0 - 1}, \\ j &= \overline{1, n_1 - 1}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} x''_{i,n+1} - x''_{i-1,n+1} &= \gamma (y''_{i,n+1} - y''_{i,n}) \\ y''_{i-1,n+1} - y''_{i,n+1} &= \gamma (x''_{i,n+1} - x''_{i,n}) \\ x''_{m+1,j} - x''_{m,j} &= \gamma (y''_{m+1,j} - y''_{m+1,j-1}) \\ y''_{m,j} - y''_{m+1,j} &= \gamma (x''_{m+1,j} - x''_{m+1,j-1}) \\ x'_{m_0,j} &= x''_{m_0,j}, \quad y'_{m_0,j} = y''_{m_0,j}, \quad j = \overline{n_0 + 1, n} \\ x'_{m_0,j} - x'_{m_0-1,j} &= x''_{m_0+1,j} - x''_{m_0,j} \\ y'_{m_0,j} - y'_{m_0-1,j} &= y''_{m_0+1,j} - y''_{m_0,j} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i &= \overline{m_0 + 1, m}, \\ j &= \overline{n_0 + 1, n}, \\ j &= \overline{n_0, n + 1} \end{aligned} \quad (16)$$

де  $\begin{cases} x'_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j), y'_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j), (\varphi_i, \psi_j) \in G'_\omega, \\ x''_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j), y''_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j), (\varphi_i, \psi_j) \in G''_\omega. \end{cases}$

Розв'язок скінченно-різницевих рівнянь (13) у внутрішніх і граничних по вертикалі вузлах сіткового прямокутника  $G'_\omega$  через значення в граничних вузлах по горизонталі знаходимо згідно загальних формул сумарних зображень Г. Положого [12, 16], а саме:

$$\left. \begin{aligned} x'_{i,j} &= \sum_{k=1}^n P_{j,k} \left( \mu_k^i A_k + \nu_k^i B_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^{m_0-1} \frac{\nu_k^{|i-l|}}{\mu_k - \nu_k} (P_{1,k} x'_{l,0} + P_{n,k} x'_{l,n+1}) \right), \\ y'_{i,j} &= \sum_{k=1}^n P_{j,k} \left( \mu_k^i C_k + \nu_k^i D_k + \gamma^2 \sum_{l=1}^{m_0-1} \frac{\nu_k^{|i-l|}}{\mu_k - \nu_k} (P_{1,k} y'_{l,0} + P_{n,k} y'_{l,n+1}) \right), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} i &= \overline{0, m_0}, \quad j = \overline{1, n}, \quad \text{де } P_{j,k} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \sin \frac{jk\pi}{n+1}, \quad \eta_k = 1 + \gamma^2 - \gamma^2 \cos \frac{k\pi}{n+1} \\ \left. \begin{aligned} x''_{i,j} &= \sum_{k=n_0+1}^n P_{j,k} \left( \mu_k^i A_k + \nu_k^i B_k + \gamma^2 \sum_{l=m_0+1}^m \frac{\nu_k^{|i-l|}}{\mu_k - \nu_k} (P_{n_0+1,k} x''_{l,n_0} + P_{n,k} x''_{l,n+1}) \right), \\ y''_{i,j} &= \sum_{k=n_0+1}^n P_{j,k} \left( \mu_k^i C_k + \nu_k^i D_k + \gamma^2 \sum_{l=m_0+1}^m \frac{\nu_k^{|i-l|}}{\mu_k - \nu_k} (P_{n_0+1,k} y''_{l,n_0} + P_{n,k} y''_{l,n+1}) \right), \end{aligned} \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i &= \overline{m_0, m+1}, \quad j = \overline{n_0 + 1, n}, \quad \text{де } P_{j,k} = \sqrt{\frac{2}{n+1-n_0}} \sin \frac{(j-n_0)(k-m_0)\pi}{n+1-n_0}, \\ \eta_k &= 1 + \gamma^2 - \gamma^2 \cos \frac{(k-n_0)\pi}{n+1-n_0}, \quad \mu_k = \eta_k + \sqrt{\eta_k^2 - 1}, \quad \nu_k = \eta_k - \sqrt{\eta_k^2 - 1}. \end{aligned} \quad (19)$$

Невідомі  $A_k, B_k, C_k, D_k, (x'_{i,0}, y'_{i,0}, x'_{i,n+1}, y'_{i,n+1}, x''_{i,n_0}, y''_{i,n_0}, x''_{i,n+1}, y''_{i,n+1})$  визначаються в результаті розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь (14), (15), (16), де  $x'_{0,j}, y'_{0,j}, x''_{m,j}, y''_{m,j}, x''_{m+1,j}, y''_{m+1,j}, x'_{i,n}, y'_{i,n}, x''_{i,n}, y''_{i,n}, x''_{m_0+1,j}, y''_{m_0+1,j}, x''_{m_0,j}, y''_{m_0,j}, x'_{m_0,j}, y'_{m_0,j}, x'_{m_0-1,j}, y'_{m_0-1,j}$  представлені за формулами (17), (18) (система

(19)). Розв'язок цієї системи знаходимо ітераційно таким чином: задаємо нульові наближення невідомих величин,  $\rho, x_M = x_{m+1, n_0}, x_N = x_{m+1, n+1}$ . Розв'язуємо систему (19), наприклад, за методом Ньютона [8, 15] та перевіряємо виконання умов:

$$\rho = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{m_0+1} \sum_{i=0}^{m_0} f_2(x_{i, n+1}, y_{i, n+1}) + \frac{1}{m-m_0+2} \sum_{i=m_0}^{m+1} f_2(x_{i, n+1}, y_{i, n+1}) + \frac{1}{m-m_0+2} \sum_{i=m_0}^{m+1} f_2(x_{i, n_0}, y_{i, n_0}) + \frac{1}{n-n_0+2} \sum_{l=n_0}^{n+1} f_2(x_{m+1, l}, y_{m+1, l}) \right)$$

$$x_M = \frac{\gamma x_{m, n+1} + x_{m+1, n}}{1 + \gamma}, \quad x_N = \frac{x_{m+1, n_0} + \gamma x_{m, n_0}}{1 + \gamma}$$

Умовою закінчення процесу може бути нерівність

$$\left| \rho^{(k+1)} - \rho^{(k)} \right| + \left| x_M^{(k+1)} - x_M^{(k)} \right| + \left| x_N^{(k+1)} - x_N^{(k)} \right| \leq \varepsilon$$

У випадку, коли область комплексного потенціалу  $G_0$  має горизонтальний розріз (див., напр., рис.2.7) загальний розв'язок системи скінченно-різницевих рівнянь типу (7) отримуємо за формулами сумарних зображень (6) роботи [3] у внутрішніх і граничних по горизонталі вузлах сіткового прямокутника через значення в граничних вузлах по вертикалі у вигляді:

$$\begin{cases} x_{i,j}^{(l)} = \sum_{k=a_1+1}^{a_2-1} P_{i,k} \left( \mu_k^j A_k^{(l)} + \nu_k^j B_k^{(l)} + \gamma^{(l)} \sum_{t=b_1+1}^{b_2-1} \frac{\nu_k^{j-t}}{\mu_k - \nu_k} (P_{a_1+1, t} x_{a_1, t}^{(l)} + P_{a_2-1, t} x_{a_2, t}^{(l)}) \right), \\ y_{i,j}^{(l)} = \sum_{k=a_1+1}^{a_2-1} P_{i,k} \left( \mu_k^j C_k^{(l)} + \nu_k^j D_k^{(l)} + \gamma^{(l)} \sum_{t=b_1+1}^{b_2-1} \frac{\nu_k^{j-t}}{\mu_k - \nu_k} (P_{a_1+1, t} y_{a_1, t}^{(l)} + P_{a_2-1, t} y_{a_2, t}^{(l)}) \right), \end{cases}$$

$i = a_1+1, a_2-1, j = b_1, b_2, l = 1, 4,$

де  $P_{i,k} = \sqrt{\frac{2}{a_2-a_1}} \sin \frac{(i-a_1)(k-a_1)\pi}{a_2-a_1}, \quad \eta_k = 1 + \gamma^{(l)} \frac{1 - \gamma^{(l)2} \cos \frac{(k-a_1)\pi}{a_2-a_1}}{1 - \gamma^{(l)2}}$ ,  $\mu_k = \eta_k + \sqrt{\eta_k^2 - 1}$ ,  $\nu_k = \eta_k - \sqrt{\eta_k^2 - 1}, \quad \gamma^{(l)} = \frac{h_\varphi}{h_\psi}, \quad h_\varphi = \frac{\Phi_k - \Phi_p}{a_2 - a_1}, \quad h_\psi = \frac{\Psi_k - \Psi_p}{b_2 - b_1}$ , а параметри  $\Phi_p, \Psi_p, \Phi_k, \Psi_k, a_1, a_2, b_1, b_2$  в залежності від значення  $l$  визначаються згідно таблиці:

$l$	$\Phi_p$	$\Phi_k$	$a_1$	$a_2$	$\Psi_p$	$\Psi_k$	$b_1$	$b_2$
1	$\varphi$	$\varphi^*$	$m_0$	$m+1$	0	$Q'$	0	$n_0$
2	$\varphi^*$	$\tilde{\varphi}$	0	$m_0$	0	$Q'$	0	$n_0$
3	$\varphi^*$	$\varphi$	$m_0$	$m_0$	$Q'$	$Q''$	$n_0$	$n+1$
4	$\varphi$	$\varphi^*$	$m_0$	$m_1$	$Q'$	$Q''$	$n_0$	$n+1$

1. Бомба А.Я., Каштан С.С. Про метод сумарних зображень розв'язання нелінійних обернених крайових задач на конформні відображення з особливостями і моделювання ліній розділу фільтраційних потоків // Вісник Тернопільського державного технічного університету імені І.Пуллая. - 1998. - Т3, №4. - С.12-20.
2. Бомба А.Я., Каштан С.С. Про чисельно-аналітичні методи розв'язання одного класу нелінійних крайових задач на конформні відображення і моделювання впливу на процеси // Сюма Міжнародна наукова конференція ім. академіка М.Кравчука (14-16 травня 1998р., Київ). Матеріали конференції. - Київ - 1998. - С.59-60.
3. Бомба А.Я., Каштан С.С., Кузьменко А.П. Про застосування методу сумарних зображень до розв'язання нелінійних обернених крайових задач на конформні відображення // Волинський

математичний вісник.-1998.-Вип. 5.- С.16-25.

4. Бомба А.Я., Каштан С.С., Михальчук В.В. Про наближений метод конформних відображень розв'язання одного класу крайових задач // Волинський математичний вісник.- 1995.- Вип. 2.- С.18-21.
5. Бомба А.Я., Кузьменко А.П. Про метод сумарних зображень розв'язування крайових задач на конформні відображення з особливостями // Волинський математичний вісник.- 1997.- Вип. 4.- С.18-21.
6. Бомба А.Я., Кузьменко А.П. Про метод сумарних зображень розв'язування крайових задач на конформні відображення // Волинський математичний вісник.- 1996.- Вип. 3.- С.23-25.
7. Бомба А.Я., Кузьменко А.П. Про чисельно-асимптотичний підхід до розв'язування одного класу задач гідродинаміки.- Рівне: УПВГ.- Деп. в УкрИНТЭИ 24.09.92. №1471.- Ук92.- 12с.
8. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа.- Москва-Ленинград: Физматгиз, 1962.- 708с.
9. Каштан С.С. Про метод сумарних зображень розв'язання нелінійних обернених крайових задач на конформні відображення і моделювання ліній розділу фільтраційних потоків в пористих середовищах // Фізика конденсованих високомолекулярних систем.- 1998.- №4.- С.119-122.
10. Каштан С.С. Про метод сумарних зображень розв'язання одного класу нелінійних обернених крайових задач теорії фільтрації // Вісник Української державної академії водного господарства. Збірник наукових статей за матеріалами Міжнародної конференції "Сучасні проблеми теорії фільтрації" присвяченої пам'яті П.Ф.Фільчакова (1-3 червня, 1998р.).- Рівне.- 1998.- С.70-77.
11. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного.- Москва: Наука, 1973.- 736с.
12. Ляшко И.И., Великоиваненко И.М. Численно-аналитическое решение краевых задач теории фильтрации.- Киев: Наукова думка, 1973.- 264с.
13. Ляшко И.И., Великоиваненко И.М., Лаврик В.И., Мистецкий Г.Е. Метод мажорантных областей в теории фильтрации.- Киев: Наукова думка, 1974.- 200с.
14. Ляшко И.И., Сергиенко И.В., Мистецкий Г.Е., Скопецкий В.В. Вопросы автоматизации решения задач фильтрации на IBM.- Киев: Наукова думка, 1977.- 288с.
15. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики.- Киев: Наукова думка, 1980.- 334с.
16. Положий Г.М. Численное решение двумерных и трехмерных краевых задач математической физики и функции дискретного аргумента.- Киев: Изд-во КГУ, 1982.- 161с.
17. Самарский А.А. Теория разностных схем.- Москва: Наука, 1977.- 656с.

Рівненський державний гуманітарний університет, Рівне  
 Рівненський державний технічний університет, Рівне

**Бомба А.Я., Каштан С.С. О РЕШЕНИИ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ // На основании метода суммарных представлений Г.Положия построено алгоритм приближения решений нелинейных обратных краевых задач на конформные отображения в областях ограниченных линиями течения и эквипотенциальными линиями.**

**Bomba A.Ya., Kashtan S.S. ABOUT SOLVING ONE CLASS OF NONLINEAR INVERTED BOUNDARY VALUE PROBLEMS ON CONFORMAL REFLECTIONS // On the grounds of method of H.Poloji's total presentations the algorithm of approximating the solutions of nonlinear inverse marginal problems on conformal displaying in areas limited by current lines and equal potential lines is built.**