

Українське математичне товариство  
Інститут кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова  
Рівненський державний педагогічний інститут

**Волинський  
математичний вісник**

*Випуск 5*

**Volyn  
Mathematical Bulletin**

*Issue 5*

Рівне 1998

“Волинський математичний вісник” публікує результати досліджень в галузі теоретичної та прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

The “Volyn Mathematical Bulletin” publishes the results of investigation of the theoretical and applied mathematics in the form of the short report, original articles, surveys, works of conferences and seminars. It is good for science workers, teachers of higher schools, post graduates and senior years students of the mechanics and mathematics specialities.

---

У цьому випуску публікуються матеріали Міжнародної наукової конференції “Сучасні проблеми теорії фільтрації” присвяченої пам'яті П.Ф.Фільчакова, що відбулася 1–3 червня 1998р. у м.Рівне.

---

**Редакційна колегія :**

Боднар Д. І.  
Бомба А. Я. (відповідальний редактор)  
Войтович М. М.  
Каштан С. С. (технічний секретар)  
Ковтунець В. В.  
Кратко М. І.  
Попов Б. О.  
Прикарпатський А. К.  
Савула Я. Г.  
Скопєцький В. В. (головний редактор)  
Сяський А. О.  
Сяський В. А. (секретар)  
Шинкаренко Г. А.  
Янчук П. С.

**Editorial board :**

Bodnar D. I.  
Bomba A. Ya. (editor)  
Voytovych M. M.  
Kashtan S. S. (secretary)  
Kovtunets V. V.  
Kratko M. I.  
Popov B. O.  
Prykarpatsky A. K.  
Savula Ya. G.  
Skopetsky V. V. (Editor-in-Chief)  
Syasky A. O.  
Syasky V. A. (secretary)  
Shynkarenko G. A.  
Yanchuk P. S.

Видається один раз у рік з 1994 року.

Свідоцтво про державну реєстрацію : серія РВ, №148 від 11.04.1995р.

It publishes one time a year beginning from 1994.

The paper of State registration : series РВ, №148, 11.04.1995.

**Адреса редакції :** 266000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,  
Рівненський державний педагогічний інститут,  
кафедра інформатики та прикладної математики.  
Тел.: (8+0362) 26-04-44. E-mail: bomba@rspi.rovno.ua

*Зміст*

Барановський С.В., Бомба А.Я. ПРО АСИМПТОТИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ОДНОГО КЛАСУ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ КОНВЕКТИВНОЇ ДИФУЗІЇ В ОБЛАСТЯХ ІЗ ВЛЬНИМИ МЕЖАМИ ТА ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗМИВІВ.....	5
Барняк М.Я., Барняк О.М. ПОБУДОВА РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧІ ПРО ВЛАСНІ СИМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ РІДИНИ В ПОСУДИНІ.....	11
Бомба А.Я., Каштан С.С., Кузьменко А.П. ПРО ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ....	16
Бомба А.Я., Хлапук М.М. МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ГРАДІЄНТІВ НАПОРУ НА ПРОЦЕС ФІЛЬТРАЦІЇ В СЕРЕДОВИЩАХ, ЩО ДЕФОРМУЮТЬСЯ.....	26
Дейнека В.С., Благовіщенська Т.Ю. АВТОМАТИЗАЦІЯ РОЗРАХУНКУ ВОЛОГОПЕРЕНОСУ-ФІЛЬТРАЦІЇ В ГРУНТОВИХ СЕРЕДОВИЩАХ З ВКЛЮЧЕННЯМИ.....	36
Дейнека В.С., Марченко О.О. ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ СХЕМИ ПІДВИЩЕНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ ДЛЯ ЗАДАЧІ ПРУЖНОЇ РІВНОВАГИ ТІЛА З ЗАДАНИМ ТИСКОМ НА РОЗРІЗІ.....	42
Доценко С.М., Турбал Ю.В. ПРО ДОСТАТНІ УМОВИ СТРИБКА ТРАЄКТОРІЇ МОДЕЛІ РАДІОАКТИВНОГО ЗАБРУДНЕННЯ.....	48
Дубовик А.В., Копитко М.Ф. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ФІЛЬТРАЦІЇ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБЛАСТІ З ГОРИЗОНТАЛЬНОЮ СВЕРДЛОВИНОЮ МСЕ.....	56
Жигалло К.М. ТЕОРЕМА ТИПУ ХАРДІ-ЛІТТЛІВУДА ДЛЯ ПОХІДНИХ ДОВІЛЬНОГО ПАРНОГО ПОРЯДКУ.....	61
Козаревська Ю.С., Шинкаренко Г.А. РЕГУЛЯРИЗАЦІЯ ЧИСЕЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ВАРІАЦІЙНИХ ЗАДАЧ МІГРАЦІЇ ДОМШОК: СТАБІЛІЗУЮЧА СХЕМА ДУГЛАСА-ВАНГА.....	66
Кузнецов Г.В., Яшин А.А. О КОНФОРМНОМ СООТВЕТСТВИИ МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ ПРОСТРАНСТВАМИ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ В ГЕМОДИНАМИКЕ.....	71
Лопатін О.К., Хомченко Л.В. КОНСТРУКТИВНІ МЕТОДИ ПОБУДОВИ КОЛИВАЛЬНИХ РЕЖИМІВ І ДОСЛІДЖЕННЯ ЇХ СТІЙКОСТІ В СУТТЄВО НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМАХ ДРУГОГО ПОРЯДКУ З АНАЛІТИЧНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ.....	76
Лотюк Ю.Г., Янчук П.С. НАБЛИЖЕНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ДРІХЛЕ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНОГО РІВНЯННЯ ІЗ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ.....	81

Лукомський В.П., Ганджа І.С., Лукомський Д.В. ДО ТЕОРІЇ РІВНОМІРНИХ РОЗКЛАДІВ ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ.....	86
Ляшко І.І., Ляшко С.І., Демченко В.Ф., Демченко Л.І., Клюпий Д.А. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ ДВОХФАЗНОЇ РІДИНИ.....	92
Ляшко С.І., Потапенко Л.І., Прип'як К.О., Стеля О.Б. ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ В ЗАДАЧАХ МАСОПЕРЕНОСУ.....	97
Палієнко Л.І., Номіровський Д.Ю., Песцов Р.В., Співак О.Ю. ОПТИМАЛЬНЕ ІМПУЛЬСНО-ТОЧКОВЕ КЕРУВАННЯ СИСТЕМОЮ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ ПСЕВДОГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ.....	101
Руккарпаський А.К., Blackmore D.L. ABOUT THE LAX SOLUTION TO A HAMILTONIAN-JACOBI EQUATION.....	107
Савич В.О. ТЕОРЕМИ ЄДИНОСТІ ДЛЯ ДВОЗНАЧНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ ФУНКЦІЙ.....	112
Сидорчук Б.П. ПРО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ПРОЦЕСІВ ФІЛЬТРАЦІЇ В ШАРУВАТИХ СЕРЕДОВИЩАХ, ЩО ДЕФОРМУЮТЬСЯ.....	115
Скопечський В.В., Дейнека В.С. ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ФІЛЬТРАЦІЇ В СЕРЕДОВИЩАХ З ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ.....	121
Стеля Л.П. АВТОМАТИЗОВАНА СИСТЕМА ВІЗУАЛІЗАЦІЇ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКІВ ЗАБРУДНЕННЯ ГРУНТОВИХ ВОД НА БАЗІ GIS MAPINFO.....	129
Стеля О.Б., Ходорівський М.С. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В СИСТЕМІ МОНИТОРИНГУ МАЙДАНЧИКА ОБ'ЄКТУ "ВЕКТОР" (30-КМ ЗОНА ЧАЕС).....	134
Сяський В.А., Сяський А.О. МІШАНА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ НЕСКІНЧЕННОЇ ПЛАСТИНКИ З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ І ЖОРСТКОГО ДИСКА.....	139
Харкевич Ю.І. ПРО НАБЛИЖЕННЯ ГАРМОНІЙНИМИ ІНТЕГРАЛАМИ ПУАССОНА КЛАСІВ $(\psi, \beta)$ -ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ.....	147
Янчук П.С., Шпортько О.В. ПРО МНОГОЧЛЕННЕ НАБЛИЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧІ ДІРІХЛЕ ДЛЯ РІВНЯННЯ ПУАССОНА В КРИВОЛІНІЙНИХ ОБЛАСТЯХ.....	152
Хроніка. Кочина П.Я., Голубева О.В., Черняев А.П., Хмельник М.И. ТВОРЧЕСТВО П.Ф.ФИЛЬЧАКОВА И КОНФЕРЕНЦИЯ ЕГО ПАМЯТИ.....	164
Аногації.....	165



УДК 539.3

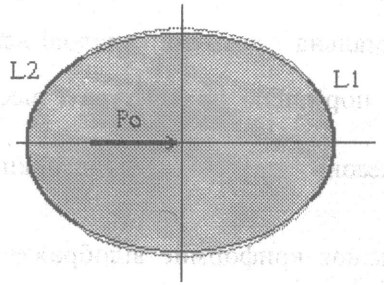
Сяський В.А., Сяський А.О.

## МІШАНА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ НЕСКІНЧЕНОЇ ПЛАСТИНКИ З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ І ЖОРСТКОГО ДИСКА

Запропонований розв'язок задачі про контактну взаємодію жорсткого диска з криволінійним отвором нескінченної пластинки при наявності на лінії розділу матеріалів зон спаю, гладкого контакту і відставання.

Розглянемо нескінченну ізотропну пластинку товщиною  $2h$  з криволінійним отвором, обмеженим гладким контуром  $L$  у вигляді правильного  $N$ -кутника із закругленими кутами типу гіпотрохоїди, в який без зазору і натягу вставлений абсолютно жорсткий диск такої ж форми. До серединної поверхні пластинки віднесена комплексна площина  $z=x+iy$ , причому початок системи координат співпадає з центром отвору.

На ділянці  $L_2 = [\pi - \beta_0^*; \pi + \beta_0^*]$  диск спаяний з пластинкою. В центрі диска прикладена сила  $P_0$ , яка напрямлена вздовж осі його симетрії (мал. 1). Внаслідок цього на ділянці  $L_1 = [-\alpha_0^*; \alpha_0^*]$  між пластинкою і диском виникає зона контакту, а на ділянках  $[\alpha_0^*; \pi - \beta_0^*]$  і  $[\pi + \beta_0^*; 2\pi - \alpha_0^*]$  - зони відставання.



Мал.1.

Розв'язок задачі полягає у визначенні напружень на лінії розділу матеріалів пластинки і диска, а також величини зони контакту.

Враховуючи симетричність задачі відносно осі  $Ox$ , основні деформаційні співвідношення при заданому навантаженні, згідно з [1], запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda}^*(\lambda) = & \frac{1}{2Eh} \left[ (1-\nu)T_{\rho}^*(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ T_{\rho}^*(t) - S_{\rho\lambda}^*(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \frac{1}{\pi} \int_{\pi-\beta_0}^{\pi+\beta_0} T_{\rho}^*(t) dt + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\pi} \int_{\pi-\beta_0}^{\pi+\beta_0} S_{\rho\lambda}^*(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{P_0}{2\pi} [(3-\nu)\cos\lambda - (1+\nu)\varepsilon(N-2)\cos(N-1)\lambda] \right]; \quad (1) \\ V^*(\lambda) = & \frac{1}{2Eh} \left[ (1-\nu)S_{\rho\lambda}^*(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ S_{\rho\lambda}^*(t) + T_{\rho}^*(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \frac{1}{\pi} \int_{\pi-\beta_0}^{\pi+\beta_0} S_{\rho\lambda}^*(t) dt - \right. \\ & \left. - \frac{1}{\pi} \int_{\pi-\beta_0}^{\pi+\beta_0} T_{\rho}^*(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt - \frac{P_0}{2\pi} [(3-\nu)\sin\lambda - (1+\nu)\varepsilon(N-2)\sin(N-1)\lambda] \right], \quad \lambda \in [0; 2\pi]. \end{aligned}$$

Тут позначено  $\varepsilon_{\lambda}^* + iV^* = (\varepsilon_{\lambda} + iV)\omega'(\sigma)$ ;  $T_{\rho}^* + iS_{\rho\lambda}^* = (T_{\rho} + iS_{\rho\lambda})\omega'(\sigma)$ ;

$\varepsilon_{\lambda} + iV = \frac{\partial}{\partial s} [(u_n + iu_s)e^{i\theta}]$ ;  $e^{i\theta} = e^{i\lambda} \frac{\omega'(\sigma)}{|\omega'(\sigma)|}$ ;  $\sigma = e^{i\lambda}$ ;  $\varepsilon_{\lambda}$ ,  $V$  - відносне видовження

і кут повороту нормалі до контура  $L$  внаслідок деформації;  $T_{\rho}$ ,  $S_{\rho\lambda}$  -

контактні зусилля між диском та пластинкою;  $s$  - дуга на  $L$ ;  $u_n$ ,  $u_s$  -

нормальна і дотична складові вектора зміщення контурних точок;  $\theta$  - кут

між нормаллю до контура і віссю  $Ox$ ;  $E$ ,  $\nu$  - модуль Юнга і коефіцієнт

Пуассона матеріалу пластинки;  $z = \omega(\xi) = R_0 \left( \xi + \frac{\varepsilon}{\xi^{N-1}} \right)$  - функція, яка

здійснює конформне відображення зовнішності  $S^-$  одиничного кола  $\gamma$  в

площині  $\xi = \rho e^{i\lambda}$  на область, яку займає пластинка ( $R_0$  - характерний розмір

отвору;  $\varepsilon$  - параметр, що визначає відхилення форми криволінійного

многокутника від кола);  $\gamma_1 \equiv [-\alpha_0; \alpha_0]$  - образ зони контакту,

$\gamma_2 \equiv [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]$  - образ зони спаю при відображенні  $\omega(\xi)$ . Зауважимо, що

інтеграли з ядром  $\operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2}$  сингулярні, якщо  $\lambda$  і  $t$  належать одночасно

одному із проміжків  $[-\alpha_0; \alpha_0]$  або  $[\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]$ .

Введенням заміни

$$\begin{aligned} T_{\rho}^*(t) &= T_{\rho}^0(t); S_{\rho\lambda}^*(t) = S_{\rho\lambda}^0(t), t \in [-\alpha_0; \alpha_0]; \\ T_{\rho}^*(t+\pi) &= \tilde{T}_{\rho}^*(t); S_{\rho\lambda}^*(t+\pi) = \tilde{S}_{\rho\lambda}^*(t), t \in [-\beta_0; \beta_0] \end{aligned} \quad (2)$$

співвідношення (1) можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda}^*(\lambda) &= \frac{1}{2Eh} \left[ (1-\nu)T_{\rho}^*(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ T_{\rho}^0(t) - S_{\rho\lambda}^0(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{T}_{\rho}^*(t) dt - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{\rho\lambda}^*(t) \operatorname{tg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{P_0}{2\pi} [(3-\nu)\cos\lambda - (1+\nu)\varepsilon(N-2)\cos(N-1)\lambda] \right]; \\ V^*(\lambda) &= \frac{1}{2Eh} \left[ (1-\nu)S_{\rho\lambda}^*(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ S_{\rho\lambda}^0(t) + T_{\rho}^0(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{\rho\lambda}^*(t) dt + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{T}_{\rho}^*(t) \operatorname{tg} \frac{\lambda-t}{2} dt - \frac{P_0}{2\pi} [(3-\nu)\sin\lambda - (1+\nu)\varepsilon(N-2)\sin(N-1)\lambda] \right], \lambda \in [0; 2\pi]. \end{aligned} \quad (3)$$

Граничні умови задачі приймаємо у вигляді рівності кривизн контурів пластинки і диска в зоні контакту внаслідок деформації. При відсутності тертя ці умови мають вигляд

$$k(\lambda) = k_0(\lambda) = \frac{1}{\tilde{\rho}(\lambda)}; S_{\rho\lambda} = 0, \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]. \quad (4)$$

Тут  $k_0(\lambda)$ ,  $k(\lambda)$  - кривизни контурів диска та отвору відповідно. Для деформованої границі пластинки справедливе співвідношення [2]

$$k(\lambda) = \frac{1}{\tilde{\rho}(\lambda)} \left[ 1 - \varepsilon_{\lambda} + \frac{dV}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\theta} + \frac{V}{|\omega'(\sigma)|} \frac{d\tilde{\rho}(\lambda)}{d\lambda} \right], \quad (5)$$

причому, для розглядуваного контура мають місце залежності

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = (1-N) + \frac{\alpha N}{\alpha^2 + \beta^2}; \frac{d\tilde{\rho}(\lambda)}{d\lambda} = \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \beta N [(\alpha^2 + \beta^2)(1-2N) + 3\alpha N]}{[(1-N)(\alpha^2 + \beta^2) + \alpha N]^2}, \quad (6)$$

де  $\alpha + i\beta = \omega'(\sigma)$ ;  $\tilde{\rho}(\lambda)$  - кривизна недеформованого контура пластинки.

На лінії спаю пластинки і диска повинні виконуватися умови рівності деформацій. Для абсолютно жорсткого диска вони запишуться так

$$\varepsilon_\lambda^* = 0; V^* = 0, \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]. \quad (7)$$

Підстановка співвідношень (3) з врахуванням (5), (6) в граничні умови (4), (7) приводить до системи чотирьох сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь з ядрами Гільберта для визначення величин

$\tilde{T}_\rho, \tilde{S}_{\rho\lambda}$  на лінії спаю і  $T_\rho^0, S_{\rho\lambda}^0$  - в зоні контакту

$$\begin{aligned} & \left[ \alpha(\alpha^2 + \beta^2)(2N-1) - 2\alpha^2 N - \frac{N^2 \beta^2 (2\alpha - (\alpha^2 + \beta^2))}{(1-N)(\alpha^2 + \beta^2) + \alpha N} - \beta(\alpha^2 + \beta^2) \frac{d}{d\lambda} \right] \times \\ & \times \left[ (1-\nu) T_\rho^0(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ T_\rho^0(t) - S_{\rho\lambda}^0(t) ctg \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{T}_\rho(t) dt - \right. \\ & \left. - \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{\rho\lambda}(t) tg \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{P_0}{2\pi} [(3-\nu) \cos \lambda - (1+\nu) \varepsilon(N-2) \cos(N-1)\lambda] \right] + \\ & + \left[ \beta(\alpha^2 + \beta^2)(2N-1) - 2\alpha\beta N + \frac{N^2 \alpha \beta (2\alpha - (\alpha^2 + \beta^2))}{(1-N)(\alpha^2 + \beta^2) + \alpha N} + \alpha(\alpha^2 + \beta^2) \frac{d}{d\lambda} \right] \times \\ & \times \left[ (1-\nu) S_{\rho\lambda}^0(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ S_{\rho\lambda}^0(t) + T_\rho^0(t) ctg \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{\rho\lambda}(t) dt + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{T}_\rho(t) tg \frac{\lambda-t}{2} dt - \frac{P_0}{2\pi} [(3-\nu) \sin \lambda - (1+\nu) \varepsilon(N-2) \sin(N-1)\lambda] \right] = 0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\alpha S_{\rho\lambda}^0(\lambda) - \beta T_\rho^0(\lambda) = 0; \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0];$$

$$\begin{aligned} & (1-\nu) \tilde{T}_\rho(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ T_\rho^0(t) - S_{\rho\lambda}^0(t) ctg \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \left[ \tilde{T}_\rho(t) + \tilde{S}_{\rho\lambda}(t) tg \frac{\lambda-t}{2} \right] dt + \\ & + \frac{P_0}{2\pi} [(3-\nu) \cos \lambda - (1+\nu) \varepsilon(N-2) \cos(N-1)\lambda] = 0; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & (1-\nu) \tilde{S}_{\rho\lambda}(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ S_{\rho\lambda}^0(t) + T_\rho^0(t) ctg \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \left[ \tilde{S}_{\rho\lambda}(t) - \tilde{T}_\rho(t) tg \frac{\lambda-t}{2} \right] dt - \\ & - \frac{P_0}{2\pi} [(3-\nu) \sin \lambda - (1+\nu) \varepsilon(N-2) \sin(N-1)\lambda] = 0; \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]. \end{aligned}$$

Тут  $\alpha = 1 - \varepsilon(N-1) \cos N\lambda$ ;  $\beta = \varepsilon(N-1) \sin N\lambda$ .

Для забезпечення єдиності розв'язку задачі повинна виконуватися умова рівноваги диска як жорсткого цілого

$$\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} (T_p^0(t)\cos t - S_{p\lambda}^0(t)\sin t) dt - \int_{-\beta_0}^{\beta_0} (\tilde{T}_p(t)\cos t - \tilde{S}_{p\lambda}(t)\sin t) dt = -P_0. \quad (10)$$

Зона контакту (величина  $\alpha_0$ ) наперед невідома. Для її знаходження скористаємося додатковою умовою сумісного деформування пластинки і диска  $u(0)=u(\pi)$ , яку можна перетворити до вигляду

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} (T_p^0(t)\cos t - S_{p\lambda}^0(t)\sin t) \ln \left| \operatorname{tg} \frac{t}{2} \right| dt + \frac{2}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{T}_p(t)\cos t \ln \left| \operatorname{tg} \frac{t}{2} \right| dt - \\ & - \frac{2}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{p\lambda}(t)\sin t \ln \left| \operatorname{tg} \frac{t}{2} \right| dt + (1-\nu) \left[ \int_0^{\alpha_0} (T_p^0(t)\sin t + S_{p\lambda}^0(t)\cos t) dt + \right. \\ & \left. + \int_0^{\beta_0} (\tilde{T}_p(t)\sin t + \tilde{S}_{p\lambda}(t)\cos t) dt \right] + \frac{P_0}{\pi} \varepsilon(1+\nu)(N-2) = 0. \quad (11) \end{aligned}$$

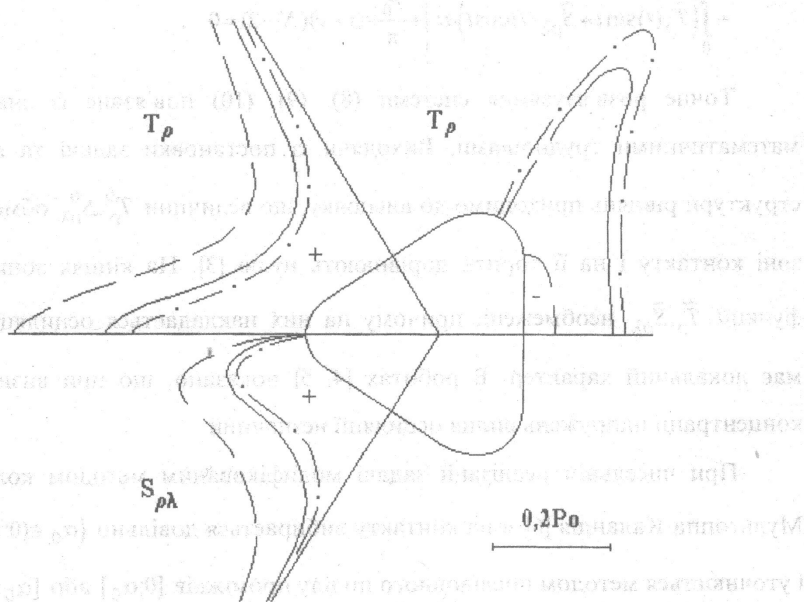
Точне розв'язування системи (8), (9), (10) пов'язане із значними математичними труднощами. Виходячи із постановки задачі та аналізу структури рівнянь приходимо до висновку, що величини  $T_p^0, S_{p\lambda}^0$  обмежені в зоні контакту і на її торцях дорівнюють нулю [3]. На кінцях зони спаю функції  $\tilde{T}_p, \tilde{S}_{p\lambda}$  необмежені, причому на них накладається осциляція, яка має локальний характер. В роботах [4, 5] показано, що при визначенні концентрації напружень вплив осциляції незначний.

При чисельній реалізації задачі модифікованим методом колокації Мультотпа-Каландія [6] зона контакту вибирається довільно ( $\alpha_0 \in (0; \pi - \beta_0)$ ) і уточнюється методом послідовного поділу проміжків  $[0; \alpha_0]$  або  $[\alpha_0; \pi - \beta_0]$  навпіл в залежності від знака лівої частини (11). Даний спосіб дозволяє визначити граничний кут контакту із наперед заданою точністю. При

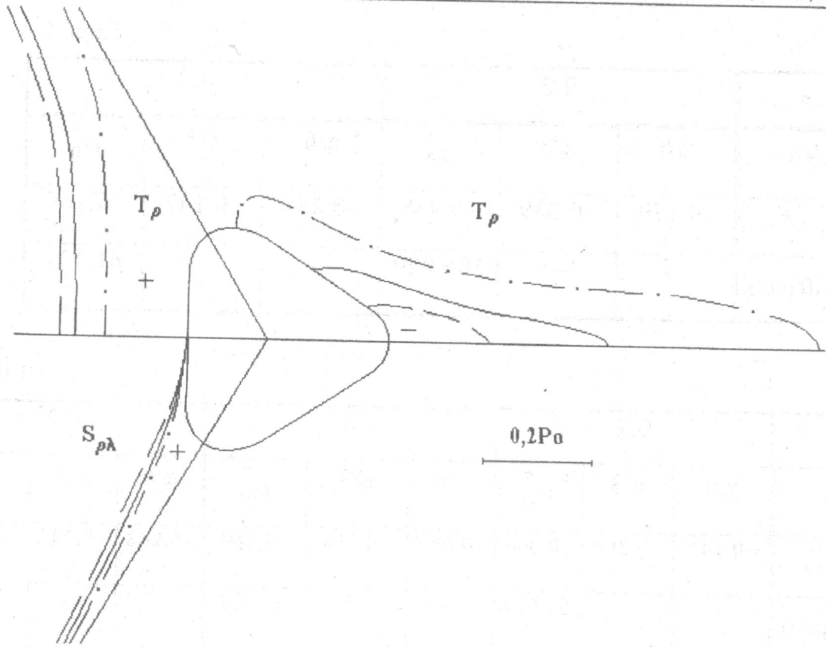
такому підході відповідна система лінійних рівнянь стає визначеною.

Результати чисельного розрахунку напруженого стану в пластинці з трикутним отвором ( $N=3$ ;  $\beta_0=60^\circ$ ;  $\varepsilon=\pm 0.2$ ) при  $\nu=0.3$  ілюструється на мал. 2 ( $\varepsilon=-0.2$ ) і мал. 3 ( $\varepsilon=0.2$ ). Штрихові лінії відповідають куту  $\alpha_0=30^\circ$ , суцільні -  $\alpha_0=60^\circ$ , штрихпунктирні - граничному куту  $\alpha_0^*$ . Наведені графіки показують, що максимуми контактних зусиль зміщуються до ділянок отвору з найбільшою кривизною. Із зменшенням зони контакту контактні зусилля зменшуються, а зусилля на лінії спаю - зростають. В табл.1 подані значення  $T_p/P_0$  при  $\lambda=0$  і граничного полярного кута контакту  $\alpha_0^*$ .

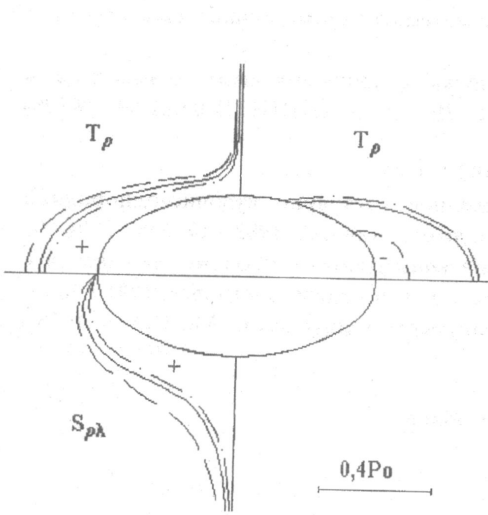
Аналогічні результати для еліптичного отвору з параметрами ( $N=2$ ;  $\beta_0=90^\circ$ ) наведені на мал. 4 ( $\varepsilon=0.2$ ), мал. 5 ( $\varepsilon=-0.2$ ) і в таблиці 2.



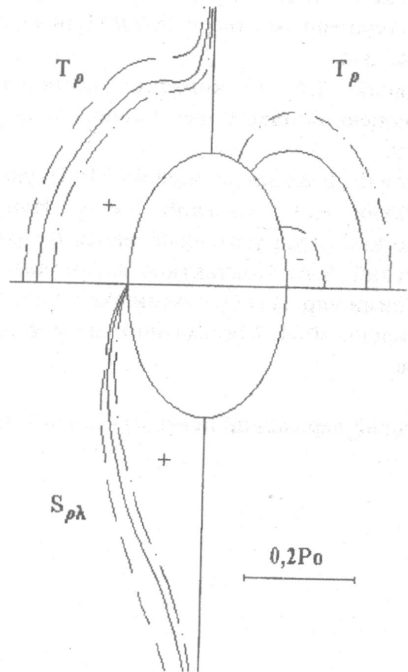
Мал.2.



Мал.3.



Мал.4.



Мал.5.

Табл. 1.

$\varepsilon$	0.2			-0.2		
	$\pi/6$	$\pi/3$	$\alpha_0^*$	$\pi/6$	$\pi/3$	$\alpha_0^*$
$T_p/P_0$	-0.179	-0.389	-0.838	-0.051	-0.147	-0.169
$\alpha_0^*$ (град)	—	—	105.020	—	—	61.131

Табл. 2.

$\varepsilon$	0.2			0			-0.2		
	$\pi/6$	$\pi/3$	$\alpha_0^*$	$\pi/6$	$\pi/3$	$\alpha_0^*$	$\pi/6$	$\pi/3$	$\alpha_0^*$
$T_p/P_0$	-0.146	-0.368	-0.390	-0.095	-0.219	-0.260	-0.068	-0.145	-0.188
$\alpha_0^*$ (град)	—	—	51.520	—	—	67.002	—	—	77.518

1. Сяський А.А. Упруге равновесие пластинки с частично подкрепленным криволинейным отверстием // Прикладная математика и механика.- 1986.- 50, №2.- С.247-254.
2. Сяський А.А. О контакте жесткого диска с криволинейным отверстием в бесконечной пластинке.- Ровно, 1988.- 10с.- Деп. в УкрНИИТИ 03.01.89.- №128-Ук89.
3. Гахов Ф.Д. Краевые задачи.- М.: Наука, 1977.- 640с.
4. Сяський А.А., Сяський Вас.А. Напряженное состояние кусочно-однородной пластинки с упругим включением // Прикладная механика.- 1983.- 19, №5.- С.94-99.
5. Сяський А.А. Контактное взаимодействие анизотропных оболочек и пластин с тонкими упругими ребрами: Автореф. дис. ... д. т. н.- Днепропетровск, 1991.- 36 с.
6. Каландия Ф.И. Математические методы двумерной упругости.- М.: Наука, 1973.- 304с.

Рівненський державний педагогічний інститут, Рівне



## Анотації

**Барановский С.В., Бомба А.Я.** О АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ КОНВЕКТИВНОЙ ДИФфуЗИИ В ОБЛАСТЯХ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ И ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗМЫВОВ. // Разработан метод приближения решений одного класса нелинейных сингулярно возмущенных задач для уравнений конвективной диффузии в областях со свободными границами, где коэффициент диффузии зависит не только от искомой функции, но и от переменной во времени свободной границы области. На этой основе предлагается подход к моделированию и исследованию процессов деформации дна, которые возникают при обтекании цилиндрических препятствий водным потоком.

**Baranovsky S.V., Bomba A.Ya.** ON ASYMPTOTIC APPROACH OF THE DECISIONS FOR ONE CLASS NONLINEAR SINGULAR-PERTURBED CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS IN DOMAINS WITH FREE BORDERS AND PROBLEMS OF BOTTOM-DEFORMATION MODELING. // Method of approximate solution for one class of non-linear singular perturbed problems for equations of convective diffusion for case when diffusion coefficient depends on the domain boundary position variable in time, is developed. Modeling and research technique of bottom-deformation processes near cylinder obstacles is proposed on the basis of this method.

**Барняк М.Я., Барняк О.М.** ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О СОБСТВЕННЫХ СИМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ ЖИДКОСТИ В СОСУДЕ. // Задача рассматривается для полости, которая имеет форму тела вращения. Эта задача сводится к системе интегро-дифференциальных уравнений, приближенные решения которой строятся с помощью проекционных методов.

**Barnyak M.Ya., Barnyak O.M.** CONSTRUCTION OF SOLUTION OF THE PROBLEM ON PROPER SYMMETRIC OSCILLATIONS OF VISCOUS IN A VESSEL. // The problem is considered for a vessel having the form of a rotation solid. This problem is reduced to the system of integro-differential equations, approximate solutions of which are constructed with the help of projection methods.

**Бомба А.Я., Каштан С.С., Кузьменко А.П.** О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА СУММАРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ К РЕШЕНИЮ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ. // Метод Р-трансформаций Г.Положия эффективно использован при решении нелинейных обратных краевых задач на конформные отображения.

**Bomba A.Ya., Kashtan S.S., Kuzmenko A.P.** ABOUT USAGE OF SUMMARY REPRESENTATION METHOD FOR SOLVING NONLINEAR INVERTED BOUNDARY VALUE PROBLEMS ON CONFORMAL REFLECTIONS. // H.Polozij's P-transformation method is used for solving nonlinear inverted boundary value problems on conformal reflections.

**Бомба А.Я., Хлапук Н.Н.** МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГРАДИЕНТОВ НАПОРА НА ПРОЦЕСС ФИЛЬТРАЦИИ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ. // Построена локально нелинейная модель процесса фильтрации в зернистых средах, где при больших градиентах напора имеют место суффозионные деформации, на основе модификации закона Дарси. На примерах осесимметричной фильтрации предлагается подход к решению соответствующих нелинейных краевых задач с последствием, а также задач о стабилизации среды.

**Bomba A.Ya., Kchlapuk N.N.** MODELLING OF HEAD GRADIENTS INFLUENCE ON FILTRATION PROUSS IN MEDIANY THAT AU UNDER DEFORMATION. // Local nolinear model of filtration process based ou Darcy's lan is bnilt for grain porous mediums, urhere somme suffosion deformation may occur under the great head gradients. Some

approach is suggested to solve correspondent boundary problem of filtration with attereffect and also for medium stabilization problems using some axysymmetrical examples.

**Дейнека В.С., Благовещенская Т.Ю.** АВТОМАТИЗАЦИЯ РАСЧЕТА ВЛАГОПЕРЕНОСА-ФИЛЬТРАЦИИ В ГРУНТОВЫХ СРЕДАХ С ВКЛЮЧЕНИЯМИ.

// Приведена обобщенная математическая модель влагопереноса-фильтрации в многокомпонентных средах с тонкими включениями. Разработаны высокоточные алгоритмы ее дискретизации. Описаны основные функции автоматизированного программно-алгоритмического комплекса.

**Deineka V.S., Blagoveshchenskaja T.J.** AUTOMATION OF LIQUID-TRANSFER AND FILTRATION IN SOIL ENVIRONMENTS WITH INCLUSIONS CALCULATION.

// The generalized mathematical model of liquid-transfer and filtration in multicomponent environment with thin inclusions have been considered. High-precise calculus algorithms have been suggested. The computer-aided programm and algorithmic complex main operations have been described.

**Дейнека В.С., Марченко О.А.** ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ УПРУГОГО РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА С ЗАДАННЫМ ДАВЛЕНИЕМ НА РАЗРЕЗЕ.

// Рассмотрена смешанная краевая задача теории упругости с заданным давлением на разрезе. Построены обобщенные задачи. Доказаны существование и единственность разрывного решения. Построены вычислительные схемы повышенного порядка точности ее дискретизации. Приведены результаты решения модельного примера.

**Deineka V.S., Marchenko O.O.** ELEVATED ORDER ACCURACY COMPUTATIONAL SCHEMES FOR THE ELASTIC EQUILIBRIUM PROBLEM FOR THE BODY WITH GIVEN PRESSURE ON THE SECTION.

// Elasticity theory mixed boundary problem with given pressure on the section is described. Generalized problems have been built. Rupture solution existence and uniqueness have been proved. Elevated accuracy order computational schemes for given problem discretization have been built. Illustrative example solution results are given.

**Доценко С.М., Турбал Ю.В.** О ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ СКАЧКА ТРАЕКТОРИИ МОДЕЛИ РАДИОАКТИВНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ.

// Рассматриваются некоторые достаточные условия скачка траектории случайного процесса, который может служить моделью радиоактивного загрязнения.

**Dotsenko S.M., Turbal Y.V.** ABOUT THE SUFFICIENT CONDITIONS OF TRAJECTORY JUMPING FOR THE MODEL OF RADIOACTIVE POLLUTION.

// In this paper is investigated some sufficient conditions of the trajectory jumping for the probability process, which can be considered as a model of radioactive pollution.

**Дубовик А.В., Копытко М.Ф.** РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНОЙ МКЭ.

// Предложен подход к исследованию задач однокомпонентной фильтрации в трехмерной постановке. Как пример, решена задача в цилиндрической области с цилиндрическим исключением, ось которого направлена вдоль радиуса внешней области.

**Dubovick A.V., Kopytko M.F.** SOLVING THE FILTRATION PROBLEM IN CYLINDRICAL DOMAIN WITH A HORIZONTAL WELL BY FEM.

// An approach to the investigation of single-component filtration problems in 3D formulation is proposed. As an example, a problem in cylindrical domain with cylindrical exclusion, the axis of which is directed along the radius of the outer domain, was solved.

**Жигалло К.М.** ТЕОРЕМА ТИПА ХАРДИ-ЛИТТЛВУДА ДЛЯ ПРОИЗВОДНЫХ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧЕТНОГО ПОРЯДКА.

// Получено аналог теоремы типа Харди-Литтлвуда для  $L_p$ -нормы произвольного четного порядка функции, что является решением задачи Дирихле для полосы  $A = \{(x, y) : -\infty < x < +\infty, 0 < y < \eta\}$  с симметричными

граничными значениями, по касательному направлению.

**Zhigallo K.M.** THE THEOREM OF HARDY-LITTLEWOOD'S TYPE FOR DERIVATIVES OF ANY EVEN ORDER. // We have obtained an analog of Hardy-Littlewood's type theorem for  $L_p$ -norm of any even order of function, that is the solution at the strip  $A = \{(x, y) : -\infty < x < +\infty, 0 < y < \eta\}$  of Dirichlet's problem with symmetrical boundary values in the direction of the tangent.

**Козаревская Ю.С., Шинкаренко Г.А.** РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ ВАРИАЦИОННЫХ ЗАДАЧ МИГРАЦИИ ПРИМЕСЕЙ: СТАБИЛИЗИРУЮЩАЯ СХЕМА ДУГЛАСА-ВАНГА. // Для решения задачи миграции субстанции с преобладающей конвекцией в несжимаемой среде использовались кусочно-кубические аппроксимации Эрмита на треугольниках. Применение стабилизирующей схемы Дугласа-Ванга существенно улучшает свойства численного решения. Приведены результаты численных исследований.

**Kozarevska Y.S., Shinkarenko G.A.** REGULARIZATION OF THE NUMERICAL SOLUTIONS OF THE VARIATIONAL POLUTE TRANSPORT PROBLEM: A DOUGLAS-WANG FINITE ELEMENT APPROACH. // Piece-wise Hermite approximations on triangles are used for solving convection dominated transport problem in the incompressible field. The application of Douglas-Wang finite element approach to the problem noticeably improves numerical solution properties. Numerical results are presented.

**Кузнецов Г.В., Яшин О.А.** ПРО КОНФОРМНУ ВІДПОВІДНІСТЬ МІЖ РІЗНИМИ ПРОСТОРАМИ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ В ГЕМОДИНАМІЦІ. // Розглядається конформна відповідність між евклідовими просторами, а також між евклідовими і рімановими просторами. Показано, що ця відповідність в парному випадку породжує збіжне, а в другому – циркулярне векторні поля. Наведені деякі застосування отриманих результатів в гемодинаміці із застосуванням методу зовнішніх диференціальних форм.

**Kuznetsov G.V., Yashin A.A.** ABOUT CONFORMAL CONFORMITY BETWEEN VARIOUS SPACES AND HIS APPENDIX IN HEMODYNAMICS. // In the given work are considered conformal of conformity between euclidean, and also between euclidean and riemannian by spaces. The example of the appendices in hemodynamics is resulted.

**Лопатин А.К., Хомченко Л.В.** КОНСТРУКТИВНІ МЕТОДИ ПОСТРОЕНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ И ИССЛЕДОВАНИЕ ИХ УСТОЙЧИВОСТИ В СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ ВТОРОГО ПОРЯДКА С АНАЛИТИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. // В данной работе, используя метод тригонометрической интерполяции П.Ф.Фильчакова, предложен алгоритм приведения существенно нелинейных систем второго порядка с аналитическими коэффициентами к квазилинейным системам.

**Lopatin A.K., Khomchenko L.V.** THE METHODS OF CONSTRUCTION OF VIBRATION REGIMES AND STUDYING OF THEIR STABILITY IN ESSENTIAL NONLINEAR SYSTEMS OF SECOND ORDER WITH ANALYTICAL COEFFICIENTS. // Using the method of trigonometric interpolation the algorithm of reducibility of essential nonlinear systems of second order with analytical coefficients is suggested to quasilinear systems.

**Лопок Ю.Г., Янчук П.С.** ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ. // Метод продолжения по параметру применен к задаче Дирихле для эллиптического уравнения с переменными коэффициентами. При построении вычислительных схем использовано экономные схемы для многочленного приближения решений задачи Пуассона.

**Lotyuk Yu.H., Yanchuk P.S.** APPROXIMATE SOLUTION THE DIRICHLET'S PROBLEM FOR AN ELLIPTICAL EQUATION WITH VARIABLE FACTORS. //

Homotopy method is applied to the Dirichlet's problem for an elliptical equation with variable factors. With a construction of the computing schemes is used the economical schemes for a polynomial approximation solutions of the Poisson equation.

**Лукомський В.П., Ганджа І.С., Лукомський Д.В.** К ТЕОРИИ РАВНОМЕРНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. // Представлен новый метод анализа нелинейных осцилляторных явлений для систем с одной степенью свободы, описываемых уравнениями движения без малого параметра. Эффективность метода продемонстрирована на примере исследования свободных и вынужденных колебаний осцилятора со степенной нелинейностью.

**Lukomsky V.P., Gandzha I.S., Lukomsky D.V.** ON THE THEORY OF THE UNIFORM EXPANSIONS OF THE PERIODIC SOLUTIONS OF NONLINEAR EQUATIONS. // We present a new method of the analysis of single degree of freedom nonlinear oscillation phenomena governed by an equation of motion without small parameter. The usefulness and effectiveness of the method are demonstrated on the example of the study of free and excited oscillations of oscillator with the power nonlinearity.

**Ляшко І.І., Ляшко С.І., Демченко В.Ф., Демченко Л.І., Ключин Д.А.** ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ. // Для трехмерной задачи фильтрации двухфазной жидкости построена консервативная разностная схема и высокоэффективный алгоритм решения системы нелинейных алгебраических уравнений.

**Lyashko I.I., Lyashko S.I., Demchenko V.F., Demchenko L.I., Klyushin D.A.** NUMERICAL SIMULATION OF MULTIPHASE FLOW IN POROUS MEDIA. // Conservative difference scheme and effective algorithm for solving system of nonlinear algebraical equations are developed for simulation of 3D multiphase flow in porous media.

**Ляшко С.І., Потапенко Л.І., Пришляк Е.А., Стеля О.Б.** ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧАХ МАССОПЕРЕНОСА. // Рассмотрены задачи оптимального управления для уравнения конвективной диффузии: идентификации функции источника загрязнения и задача построения решения, управляемого граничным условием.

**Lyashko S.I., Potapenko L.I., Pryshlyak K.O., Stelya O.B.** OPTIMAL CONTROL IN MASS TRANSFER PROBLEMS. // Some optimal control problems for a transport equation are considered: identifying of a source of contamination and finding of solution, controlled by a boundary condition.

**Палиенко Л.І., Номировский Д.Ю., Песцов Р.В., Спивак О.Ю.** ОПТИМАЛЬНОЕ ИМПУЛЬСНО-ТОЧЕЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА. // В данной статье доказывается существование оптимального управления системами, которые описываются псевдогиперболическими уравнениями с правыми частями, принадлежащими некоторому негативному гильбертову пространству.

**Palienko L.I., Nomirovsky D.Y., Peschov R.V., Spivak O.Y.** OPTIMAL POINT-IMPULSE CONTROL OF THE PSEVDONHYPERBOLIC SYSTEM WITH DISTRIBUTED PARAMETERS. // It is proved the existence of optimal control of the systems which are described by the pseudohyperbolic equations with the right hands which belong to the negative Hilbert space.

**Прикарпатський А.К., Блекмур Д.Л.** ПРО РОЗВ'ЯЗОК ЛАКСА РІВНЯННЯ ГАМІЛЬТОНА-ЯКОБІ. // Доповідь присвячена доведенню розв'язку Лакса рівняння Гамільтона-Якобі, яке засноване на теорії Гамільтонових систем і теорії напівнеперервних випуклих функцій. Загальний підхід до таких розв'язків приводить до точних inf-функціональних виразів, досить зручних для розрахунків на ПК.

**Прикарпатський А.К., Блекмур Д.Л.** О РЕШЕНИИ ЛАКСА УРАВНЕНИЯ

**ГАМИЛЬТОНА-ЯКОБИ.** // Сообщение посвящается доказательству решения Лагранжева уравнения Гамильтона-Якоби, базировавшегося на теории Гамильтоновых систем и теории полунепрерывных опуклых функций. Общий подход к таким решениям приводит к точным inf-функциональным выражениям, достаточно удобен для расчета на ПК.

**Савыч В.А.** ТЕОРЕМЫ ЕДИНСТВЕННОСТИ ДЛЯ ДВУЗНАЧНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. // Определяется, для скольких точек  $A$  задание мультимножеств  $A$ -точек однозначно определяет двузначную алгебраическую функцию.

**Saveach V.A.** SOME UNIQUENESS THEOREMS FOR TWO-DIGIT ALGEBRAIC FUNCTIONS. // The number of points  $A$  for which the multisets of  $A$ -points uniquely determine two-digit algebraic function, is found.

**Сидорчук Б.П.** О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ В СЛОИСТЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ. // Методика моделирования нелинейных возмущений, которые возникают на участках действия больших градиентов перенесена на случаи слоистых сред.

**Sedorchuk B.P.** ABOUT THE MATHEMATICS MODELLING OF FILTRATION NOULINEAR PROCESS INTO THE DEFORMATING SPHERE. // The way of modelling perturbation of noulinear the great head gradients correspondent to the sphere.

**Скопецкий В.В., Дейнека В.С.** ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ В СРЕДАХ С ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ. // Получены новые задачи фильтрации жидкости в средах с тонкими сильно- и слабопроницаемыми включениями. Построены высокоточные вычислительные схемы их дискретизации.

**Skopetsky V.V., Deineka V.S.** THE FILTRATION PROBLEMS IN THE MEDIA WITH THE THIN INCLUSIONS. // The new formulations of the problems concerned the filtration of liquid on the media with thin highly and low percolative inclusions were obtained. The high precisions numerical schemes of discratisation are designed.

**Стеля Л.П.** АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ВИЗУАЛИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД НА БАЗЕ ГИС MAPINFO. // Предложена автоматизированная система обработки исходных данных и визуализации результатов моделирования загрязнения грунтовых вод на основе ГИС MapInfo. Приведены примеры использования.

**Stelya L.P.** AN AUTOMATIC SYSTEM FOR VISUALISATION OF COMPUTATION RESULTS OF GROUNDWATER CONTAMINATION ON THE BASIS OF A GIS MAPINFO. // An automatic system for input data processing and for visualisation of results of groundwater contamination modelling on the basis of a GIS MapInfo is proposed. Some examples of its use are given.

**Стеля О.Б., Ходоровский М.С.** МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ МОНИТОРИНГА ПЛОЩАДКИ ОБЪЕКТА "ВЕКТОР" (30-КМ ЗОНА ЧАЭС). // Рассмотрены некоторые математические модели потока и транспорта загрязнений в насыщенно-ненасыщенных пористых средах. Приведены примеры их использования для решения экологических проблем 30-км зоны ЧАЭС.

**Stelya O.B., Khodorovsky M.S.** MATHEMATICAL MODELLING IN A MONITORING SYSTEM OF THE OBJECT "VECTOR" SITE (30-KM ZONE OF CHORNOBYL NPP). // Some mathematical models of flow and contaminant transport in saturated-unsaturated porous media are considered. Some examples of their using for environmental problems solving in 30-km zone of Chernobyl NPP are given.

**Сяський В.А., Сяський А.А.** СМЕШАННА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЇ ПЛАСТИНКИ С КРИВОЛИНЕЙНИМ ОТВЕРСТІЕМ І



**ЖЕСТКОГО ДИСКА.** // Предложено решение задачи о контактном взаимодействии жесткого диска с криволинейным отверстием бесконечной пластинки при наличии на линии розделения материалов зон спая, гладкого контакта и отставания.

**Syasky V.A., Syasky A.A.** THE BLEND CONTACT PROBLEM FOR ENDLESS PLATE WITH CURVELINEAR HOLE AND HARD DISK. // The solution of problem about contact interaction of hard disk and curvelinear hole of endless plate is proposed.

**Харкевич Ю.И.** О ПРИБЛИЖЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКИМИ ИНТЕГРАЛАМИ ПУАССОНА КЛАССОВ  $(\psi, \beta)$ -ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ. // Получены асимптотические равенства для верхних граней отклонения функций класса  $C_{\psi}^{\beta} H^{\alpha}$  от их гармонических интегралов Пуассона.

**Harkevich U.I.** ABOUT APPROXIMATION OF CLASSES  $(\psi, \beta)$ -DIFFERENTIAL FUNCTIONS BY HARMONIC INTEGRALS OF POISSON. // The asymptotic equalities for upper sides of deflection of functions of class  $C_{\psi}^{\beta} H^{\alpha}$  from their harmonic integrals of Poisson are obtained.

**Янчук П.С., Шпортько О.В.** О МНОГОЧЛЕННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В КРИВОЛИНЕЙНЫХ ОБЛАСТЯХ. // Предлагается формула для представления приближенного решения задачи Дирихле в квадрате в виде многочлена. Коэффициенты приближенного решения выражаются из значения правой части уравнения Пуассона в избранных точках, а также известные значения решения в избранных точках на границе области. Предложенные схемы можно использовать для быстрого и качественного решения задачи Дирихле в квадрате. В статье показано, как использовать полученные результаты для приближенного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в произвольных областях с криволинейной границей.

**Yanchuk P.S., Sportko A.V.** ABOUT POLINOMIAL APPROXIMATION OF THE DECISION OF A PROBLEM DIRICHLE FOR THE EQUATION OF POISSON IN CURVILINEAR AREA. // Is offered formula for the presentation deciding a problem Dirichle in the square in the manner of multinomial. The Factors approximation deciding are expressed through values a right of part of equations of Poisson in elected spots, as well as known values of deciding in elected spots on the border of area. Offered schemes possible to use for quick and qualitative deciding a problem Dirichle in the square. In close-down shown, how to use tin results for approximation deciding a problem Dirichle in equation of Poisson in free areas with curvilinear border.