

**Волинський
математичний
вісник**

Випуск 6

1999

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в галузі теоретичної і прикладної математики та інформатики. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів.

The "Volyn Mathematical Bulletin" publishes the results of investigation of the theoretical and applied mathematics and informatics. Recommended for research workers, teachers of higher schools, post graduates and senior year students.

Заснований у 1994 році. Свідоцтво про реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.1995р.

Редакційна колегія :

Бейко І. В.
Боднар Д. І.
Бомба А. Я. (відповідальний редактор)
Бурак Я. Й.
Войтович М. М.
Гарашенко Ф. Г.
Грищик В. В.
Каштан С. С. (технічний секретар)
Ковтунець В. В.
Кратко М. І.
Мельник В. М.
Попов Б. О.
Прикарпатський А. К.
Пташник Б. Й.
Савула Я. Г.
Скопечкий В. В. (головний редактор)
Сулим Г. Т.
Сяський А. О.
Сяський В. А. (секретар)
Хома Г. П.
Шинкаренко Г. А.
Янчук П. С.
Ясній П. В.

Editorial board :

Byeko I. V.
Bodnar D. I.
Bomba A. Ya. (editor)
Burak Ya. Y.
Voytovych M. M.
Garashchenko F. G.
Grytskyk V. V.
Kashtan S. S. (secretary)
Kovtunets V. V.
Kratko M. I.
Melnyk V. M.
Popov B. O.
Prykarpatsky A. K.
Ptashnyk B. Y.
Savula Ya. G.
Skopetsky V. V. (Editor-in-Chief)
Sulym G. T.
Syasky A. O.
Syasky V. A. (secretary)
Khoma G. P.
Shynkarenko G. A.
Yanchuk P. S.
Yasniy P. V.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Українського математичного товариства, Інституту кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова, Інституту прикладних проблем математики і механіки НАНУ ім. Я.С.Підстригача

Адреса редакції : 33000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
Кафедра інформатики та прикладної математики.
Тел.: (8+0362) 260-444.

ISBN 966 - 7281 - 02 - 8

© Українське математичне товариство, 1999
© РДГУ, 1999

Зміст

Антонова Т.М. ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ ГІЛЛЯСТИХ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ 3

Бабак П.П. АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА РОЗВ'ЯЗКУ НАВАНТАЖЕНОЇ ЗАДАЧІ ДИФУЗІЇ З МАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ДИФУЗІЇ ТА ПОРИСТОСТІ 9

Баран О.С., Боднар Д.І. РОЗВИНЕННЯ КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ У БАГАТОВИМІРНИЙ С-ДРІБ З НЕРІВНОЗНАЧНИМИ ЗМІННИМИ 15

Боднар Д.І. АЛГОРИТМ РОЗВИНЕННЯ КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ У ВІДПОВІДНИЙ БАГАТОВИМІРНИЙ С-ДРІБ 21

Бомба А.Я., Каштан С.С. ПРО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО КЛАСУ НЕЛІНІЙНИХ ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ 25

Ворошик Н.І. ОБЕРНЕНА ТЕОРЕМА НАБЛИЖЕННЯ ГРАНИЧНИХ ФУНКЦІЙ ІХ ГАРМОНІЙНИМ ЗОВНІ ЕЛІПСА ПРОДОВЖЕННЯМ 37

Гембарська С.Б. ПРО АБСОЛЮТНУ ЗБІЖНІСТЬ СТЕПЕНЕВИХ РЯДІВ З ОБМЕЖЕНОЮ ВАРІАЦІЄЮ 41

Григорків В.С. ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ З НЕЛІНІЙНИМ ДИНАМІЧНИМ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИМ МІЖГАЛУЗЕВИМ БАЛАНСОМ 47

Грищенко О.Ю. ДС-РІЗНИЦЕВІ АЛГОРИТМИ ДЛЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСУ З ПРАВИМИ ЧАСТИНАМИ, ЛІНІЙНО ЗАЛЕЖНИМИ ВІД РОЗВ'ЯЗКУ 53

Дейнека В.С. СХЕМИ ПІДВИЩЕНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИФУЗІЇ ІЗ ЗБУРЕНИМИ УМОВАМИ СПРЯЖЕННЯ 57

Жигалло К.М., Харкевич Ю.І. ТОЧНІ ОЦІНКИ НАБЛИЖЕННЯ КЛАСУ КВАЗІГЛАДКИХ ФУНКЦІЙ ІХ БІГАРМОНІЙНИМИ ІНТЕГРАЛАМИ ПУАССОНА В РІВНОМІРНИЙ ТА ІНТЕГРАЛЬНИЙ МЕТРИКАХ 64

Івашук Я.Г., Ковтунець В.В. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ОПЕРАТОРА НАЙКРАЩОГО РІВНОМІРНОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ЕЛЕМЕНТАМИ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО КЛАСУ 69

Ільїна В.В. ПРО АСИМПТОТИЧНУ ПОВЕДІНКУ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА ГРАФАХ 76

Карабин О.О. ДО ПОНЯТТЯ БАЗИ З ПІДПРОСТОРІВ В ГЛЬБЕРТОВИМУ ПРОСТОРІ 81

Клюшин Д.А. ОПТИМІЗАЦІЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ З УЗАГАЛЬНЕНИМ ВПЛИВОМ 85

Кузьменко А.П., Кузьменко В.М. ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕЛІПТИЧНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ У НЕСКІНЧЕНИХ СКЛАДНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ ОБЛАСТЯХ 89

Кундрат М.М. ВТОМНЕ ВІДШАРУВАННЯ ЛІНІЙНОГО ВКЛЮЧЕННЯ 93

Ляшко С.И., Войцеховский С.А., Номировский Д.А., Семенов В.В. ЧИСЛЕННАЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ С ОБОБЩЕННЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ.....	97
Нгуен Суан Тхао БАЗИСНЫЙ АНАЛОГ L-ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	102
Попов Б.О., Лаушник О.І. ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОБЕРНЕНОЇ ДО ІНТЕГРАЛУ ЙМОВІРНОСТІ.....	107
Скасків О.Б., Півкач М.Г. ОЦІНКА ЗНИЗУ ЦІЛИХ РЯДІВ ДІРХЛЕ З ПОКАЗНИКАМИ, ЩО МАЮТЬ ДОДАТНІЙ КРОК, ЗОВНІ СИСТЕМИ МАЛИХ КРУГІВ.....	113
Столярчук В.К., Мартинюк П.М. АСИМПТОТИЧНО НАЙКРАЩЕ РІВНОМІРНЕ НАБЛИЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИМИ ПОЛІНОМАМИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ В КОМПЛЕКСНІЙ ОБЛАСТІ.....	118
Сяський А.О. ДВОСТОРОННІЙ КОНТАКТ ЖОРСТКОГО ДИСКА З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ НЕСКІНЧЕНОЇ ПЛАСТИНКИ.....	122
Сяський В.А. ВПЛИВ ТЕРТЯ НА РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ ПРИ КОНТАКТІ ГЛАДКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛ І ШТАМПІВ З КУТОВИМИ ТОЧКАМИ.....	127
Турбал Ю.В. ПРО НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ СУМІСНОСТІ ДЕЯКИХ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ.....	135
Цимбал В.М. ВИРОДЖЕННЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ У ГІПЕРБОЛІЧНЕ.....	139
Янчук П.С. КВАЗИСПЕКТРАЛЬНІ МНОГОЧЛЕНИ ТА КРАЙОВІ ЗАДАЧІ.....	143
Застосування математичних методів	
Науменко Ю.В. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ РІДИНИ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ОБЕРТОВОМУ ЦИЛІНДРІ.....	160
Черняга П.Г., Сяський В.О., Грицюк П.М. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ РУХІВ ФУНДАМЕНТІВ СПОРУД В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ЗМІНИ ЇХ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК.....	164
Короткі повідомлення	
Вірченко Н.О. ПРО УЗАГАЛЬНЕНУ (ЗА РАЙТОМ) ГАМА-ФУНКЦІЮ.....	168
Петрівський Б.П., Петрівський Я.Б., Хома Н.Г. УЗАГАЛЬНЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ КВАЗІЛІНІЙНИХ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ.....	171
Рубльов Б.В. ВИКОРИСТАННЯ ГЛАДКОЇ МЕТРИКИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ ЗОБРАЖЕНЬ.....	174
Савич В.О. ТЕОРЕМИ ЄДИНОСТІ ДЛЯ ДВОЗНАЧНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ ФУНКЦІЙ З ВРАХУВАННЯМ МНОЖИН А-ТОЧОК.....	177

УДК 517.21

Турбал Ю.В.

ПРО НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ СУМІСНОСТІ ДЕЯКИХ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Пропонується один метод перевірки сумісності деяких систем нелінійних рівнянь, що ґрунтується на знаходженні екстремумів функцій в областях з нелінійними обмеженнями.

1. Вступ. При дослідженні деяких випадкових процесів виникає необхідність розв'язувати системи рівнянь вигляду:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + \dots + y_m = x_1, \\ y_1 e^{-\mu_1} + y_2 e^{-\mu_2} + \dots + y_m e^{-\mu_m} = x_2, \\ \dots \\ y_1 e^{-(2m-1)\mu_1} + y_2 e^{-(2m-1)\mu_2} + \dots + y_m e^{-(2m-1)\mu_m} = x_{2m}, \end{cases} \quad (1)$$

відносно невідомих значень $y_i > 0$ та $\mu_i \geq 0, i = \overline{1, m}$.

Такі системи використовуються в роботі [1] для оцінки параметрів функцій зносу та пуассонівських потоків моделі радіоактивного забруднення. Причому дуже важливим є питання перевірки сумісності систем типу (1) для різних наборів чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2m-1}$.

Необхідні умови сумісності таких систем досліджувались у роботі [2]. Відзначимо, що система

(1) являє собою, по суті, систему моментних співвідношень. Розглянемо функції $e^{-\mu_i x}, i = \overline{1, m}$, що утворюють систему Чебишева (див. [3]). Легко побачити, що питання про сумісність системи (1) та її розв'язок зводиться до розв'язку проблеми моментів Маркова для відповідної системи функцій. Тобто, якщо існує головне зображення послідовності $x_1, x_2, \dots, x_{2m-1}$ (див.

[3]) стосовно системи функцій $e^{-\mu_i x}, i = \overline{1, m}$, у якому точки зосередження мас співпадають з цілими числами $1, 2, \dots, 2m-1$, то система (1) – сумісна.

Задачу про сумісність системи (1) можемо сформулювати з точки зору степеневі проблеми моментів Маркова. Введемо заміну змінних: $e^{-\mu_i} = \alpha_i, i = \overline{1, m}$. Тоді система (1) набере вигляду:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + \dots + y_m = x_0, \\ y_1 \alpha_1 + y_2 \alpha_2 + \dots + y_m \alpha_m = x_1, \\ \dots \\ y_1 \alpha_1^{(2m-1)} + y_2 \alpha_2^{(2m-1)} + \dots + y_m \alpha_m^{(2m-1)} = x_{2m-1}, \\ y_i > 0, 0 < \alpha_i < 1, i = \overline{1, m}. \end{cases} \quad (2)$$

В цьому випадку питання про сумісність та розв'язок системи (2) еквівалентне розв'язку степеневі проблеми моментів Маркова на інтервалі (0,1) в її класичній постановці. Як відомо (див. [2]), степенева проблема моментів Маркова має розв'язок. Основний результат для нашого випадку можна сформулювати так: якщо послідовність чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2m-1}$ строго позитивна, то існує одне і тільки одне її нижнє головне зображення, причому точки зосередження мас співпадають з коренями многочлена $\det \|x_i x_{i+m-1}^i\|$. Відзначимо, що перевірка строгої позитивності довільної послідовності чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2m-1}$ є досить складним завданням. Якщо про послідовність немає ніякої додаткової інформації, то автору взагалі невідомі ефективні методи перевірки строгої позитивності. Тому спробуємо дослідити сумісність системи (2) безпосередньо, виходячи з її специфіки.

Розглянемо наступну умову:

$$\alpha_i \neq \alpha_j, i \neq j, i=1, m, j=1, m. \tag{4}$$

Лема 1. Нехай система (2) сумісна та виконуються умови (3) – (4). Тоді відповідна послідовність чисел $x_1, x_2, \dots, x_{2m-1}$ є строго позитивною відносно системи функцій $1, t, t^2, \dots, t^{2p-1}$, що розглядаються на інтервалі $[0, 1]$.

Справді, розглянемо довільний многочлен $Q_{2m-1}(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_{2m-1} t^{2m-1}$ порядку $2m-1$. Визначимо функціонал G наступним чином: $G(Q) = a_0 x_0 + a_1 x_1 + \dots + a_{2m-1} x_{2m-1}$. Нехай $Q_{2m-1}(t) \geq 0$ на інтервалі $(0, 1)$. Тоді $G(Q) = a_0 x_0 + a_1 x_1 + \dots + a_{2m-1} x_{2m-1} = y_1 Q_{2m-1}(\alpha_1) + y_2 Q_{2m-1}(\alpha_2) + \dots + y_m Q_{2m-1}(\alpha_m)$. Покажемо, що існує таке α_i , що $Q_{2m-1}(\alpha_i) > 0$.

Припустимо, що це не так. Тоді $Q_{2m-1}(\alpha_i) = 0, i = \overline{1, m}$. В цьому випадку многочлен $Q_{2m-1}(t)$ буде мати вигляд: $Q_{2m-1}(t) = (t - \alpha_1)(t - \alpha_2) \dots (t - \alpha_m) P_{m-1}(t)$, де $P_{m-1}(t)$ - деякий многочлен степені $m-1$. Нехай якийсь з чисел $\alpha_i, i = \overline{1, m}$, не є коренем многочлена $P_{m-1}(t)$. Тоді можемо вибрати малий окіл точки α_i так, щоб знак многочлена $Q_{2m-1}(\alpha_i)$ змінювався при "переході через точку". Оскільки $\alpha_i \in (0, 1)$, то отримуємо протиріччя з тим, що многочлен $Q_{2m-1}(t) \geq 0$.

Отже, будь-яке число $\alpha_i, i = \overline{1, m}$ є коренем многочлена $Q_{2m-1}(t)$. Але ж цей многочлен має не більше $2m-1$ коренів. Отримане протиріччя і доводить лему.

Таким чином, при виконанні умови (4) та сумісності системи (2) скінченна послідовність чисел $x_0, x_1, \dots, x_{2m-1}$ є строго позитивною. Звідси випливає, що система (2) має єдиний розв'язок. Причому цей розв'язок може бути знайдений вказаним вище методом. Знайшовши умову сумісності системи (2), ми, фактично, отримуємо ще один шлях розв'язку степеневі проблеми моментів Маркова для випадку, коли в нижньому головному зображенні кількість співвідношень – парна [3].

В роботі [1] була запропонована наступна необхідна умова сумісності системи (1).

Нехай x_n^{\min} та x_n^{\max} – відповідно мінімальне та максимальне значення функції

$$f_n(y_1, y_2, \dots, y_m, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) = y_1 \alpha_1^n + y_2 \alpha_2^n + \dots + y_m \alpha_m^n \text{ за умов:}$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + \dots + y_m = x_0, \\ y_1 \alpha_1 + y_2 \alpha_2 + \dots + y_m \alpha_m = x_1, \\ \dots \end{cases} \tag{5}$$

$$y_1 \alpha_1^{n-1} + y_2 \alpha_2^{n-1} + \dots + y_m \alpha_m^{n-1} = x_{n-1}, \tag{6}$$

$$y_i > 0, 0 < \alpha_i \leq 1, i = \overline{1, m}. \tag{6}$$

Якщо система (2) сумісна, та виконуються умови (3)-(4), то:

$$\begin{cases} x_0 > 0, \\ x_j^{\min} < x_j < x_j^{\max}, i = \overline{1, 2m-1} \end{cases} \tag{7}$$

Покажемо, що умова (7) є і достатньою.

2. Критерій сумісності системи (1)

Лема 2. Функція $f_n(y_1, y_2, \dots, y_m, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ є опуклою.

Дійсно, розглянемо гесіан $H = \left\| \frac{\partial^2 f_n}{\partial x_i \partial x_j} \right\|_{i, j=1, 2m}$ = $\|h_{ij}\|_{i, j=1, 2m}$.

де $(x_1, x_2, \dots, x_{2m}) = (y_1, y_2, \dots, y_m, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$. Легко бачити, що його елементами є

$$h_{ij} = \begin{cases} n\alpha_i^{n-1}, & j = m+i, 1 \leq i \leq m, \\ n\alpha_i^{n-1}, & j = i-m, m \leq i \leq 2m, \\ n(n-1)\alpha_i^{n-2} y_i, & m \leq i \leq 2m, i = j, \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (8)$$

Легко бачити, що всі діагональні мінори матриці H , крім останнього, є нульовими. Останній мінор дорівнює $k \alpha_1^{2m} \alpha_2^{2n-2} \alpha_3^{2n-2} \dots \alpha_m^{2n-2} \geq 0$. Тоді, за критерієм Сельвестра, матриця H є невід'ємно-визначеною. Отже, функція $f_n(y_1, y_2, \dots, y_m, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ – опукла.

Лема 3. Область, задана співвідношеннями (2)-(3), є опуклою. Дійсно, множина виду $\{x: f(x) \leq 0\}$ є опуклою, якщо опукла функція $f(x)$; перетин опуклих множин є опуклою множиною. Тоді опуклою буде і область (2) – (3) як перетин опуклих множин.

Теорема 1. При виконанні співвідношень (3)–(4) умова (7) є необхідною та достатньою для сумісності системи (2).

Дійсно, нехай виконується система нерівностей (7). Покажемо, що система (2) при виконанні співвідношень (3) є сумісною. Будемо послідовно аналізувати підсистеми, що складаються з перших i рівнянь системи (2), $i = \overline{1, 2m-1}$. Очевидно, що рівняння $y_1 + y_2 + \dots + y_m = x_0$ має розв'язки при виконанні умов: $x_0 > 0, y_i > 0, i = \overline{1, m}$. Припустимо, що сумісною є підсистема перших i рівнянь системи (2) та виконуються співвідношення (3). Нехай x_{i+1} – таке число,

що справджує нерівність $x_{i+1}^{\min} < x_{i+1} < x_{i+1}^{\max}$. Якщо в області, яка описується першими i рівняннями системи (2) та умовою (3), існує така точка z , що $f_{i+1}(z) = x_{i+1}$, то, в силу визначення x_{i+1}^{\min} та x_{i+1}^{\max} , сумісною є підсистема з перших $i+1$ рівнянь. Для існування вивіщгаданої точки z достатньо зв'язності області (2)-(3). Але, в силу леми 3, область (2)-(3) є зв'язною.

Розглянемо ситуацію, коли виконується співвідношення (4). Тоді область, утворена співвідношеннями (3) та першими i рівняннями системи (2) буде незв'язною. Вона “розбивається” на відкриті зв'язні підмножини гіперплощинами $\alpha_i = \alpha_j, i \neq j, j = \overline{1, m}$. Надалі будемо позначати відповідні підмножини через Ω_j . В цьому випадку “неприємні моменти” можуть виникнути на згаданих гіперплощинах. А саме можлива ситуація, коли число x_{i+1} є таким, що точки z допустимої області, в яких функція набуває значення x_{i+1} , належать лише множині, що утворюється перетином згаданих гіперплощин (можливість такої ситуації аналізувати не будемо). Тоді з виконання нерівності $x_{i+1}^{\min} < x_{i+1} < x_{i+1}^{\max}$ не випливає сумісність підсистеми перших $i+1$ рівнянь системи (2).

Відмітимо, що будь-яка область Ω_j має таку граничну точку, для якої $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m$. Але, як досліджено в роботі [1], максимальне значення відповідної функції досягається саме на цій множині. Тому у випадку виконання умови (4) можемо вибрати таку випуклу область Ω_j , яка граничить з точкою максимуму та мінімуму функції $f_{i+1}(y_1, y_2, \dots, y_m; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$. Отже, в цьому випадку можемо стверджувати, що для будь-якого числа x_{i+1} , $x_{i+1} \in (x_{i+1}^{\min}, x_{i+1}^{\max})$, існує така точка z в області (2) – (3), що

$$f_n(z) = x_{i+1}.$$

3. Про узагальнення підходу на інші системи. Відзначимо, що підхід, описаний вище, може

бути використаний для перевірки сумісності інших типів нелінійних систем. Розглянемо в наступну систему нелінійних рівнянь:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \\ \dots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

де $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega$, Ω — деяка зв'язна обмежена та замкнена множина, $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — такі функції, що множини $\{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) : f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq 0, i = \overline{1, k}, k = \overline{1, m+1}\}$ є зв'язними або порожніми. Нехай непорожньою є множина розв'язків, наприклад, першого рівняння системи (8). Тоді необхідною та достатньою умовою сумісності системи (8) є наступна умова:

$$x_i^{\min} \leq 0 \leq x_i^{\max}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (9)$$

де x_i^{\min} та x_i^{\max} є відповідно мінімальне та максимальне значення функції $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на такій допустимій множині:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega \subset R^m, \quad (10)$$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \\ \dots \\ f_{i-1}(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \end{cases} \quad (11)$$

Зокрема, при $i=1$ матимемо задачу на знаходження безумовного екстремуму функції. Звичайно, говорити про можливість практичного застосування описаної вище методики перевірки сумісності систем в загальному випадку не можна, оскільки задача знаходження екстремуму нелінійної функції при нелінійних обмеженнях є досить складною. Для її розв'язку можна використовувати ряд відомих методів (градієнтні та ін.). Лише в деяких випадках екстремуми можна знайти порівняно легко. Наприклад, у випадку лінійних функцій $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ задача знаходження відповідних мінімальних та максимальних значень може бути розв'язана симплекс методом. У випадку функцій виду $y_1 e^{-\mu_1 t} + y_2 e^{-\mu_2 t} + \dots + y_m e^{-\mu_m t}$ та нелінійних обмежень виду (1) описаний вище підхід можна використовувати на практиці, оскільки розроблена методика знаходження відповідних екстремальних значень (див. [1]).

1. Доценко С.М., Турбал Ю.В. Про достатні умови стрибка траєкторії моделі радіоактивного забруднення // Волинський математичний вісник. - 1998. - №5. - С.48-56.
2. Закусило О.К., Турбал Ю.В. Один метод оцінки параметрів функцій зносу моделі радіоактивного забруднення // Вісник Київського університету. - 1996. - №1. - С.98-106.
3. Крейн М.Г., Нудельман А.А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. - М.: Наука, 1983. - 350 с.

Рівненський державний гуманітарний університет, Рівне

Турбал Ю.В. О НЕОБХОДИМЫХ И ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ СОВМЕСТИМОСТИ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ // Предлагается один метод проверки совместности некоторых систем нелинейных уравнений, который основывается на нахождении экстремумов функций в областях с нелинейными ограничениями.
 Turbal Yu.V. ABOUT THE NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS OF SOME SYSTEMS OF NONLINEAR EQUATIONS COMPATIBILITY // Necessary and sufficient conditions of some systems of nonlinear equations compatibility are proposed which are based on finding the nonlinear function exxtremums.