

МО України
Рівненський державний педагогічний інститут

Рівненське відділення АН ВШ України

Рівненська та Волинська регіональні організації
Українського математичного товариства

Волинський математичний вісник

(Матеріали школи-семінару “Прикладні проблеми
математики та інформатики”,
1-4 лютого 1996 р., м. Рівне)

ВИП. 2

Рівне 1995

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в області теоретичної і прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

Редакційна колегія:

В. Ю. Слюсарчук (головний редактор),
А. Я. Бомба (відповідальний за випуск),
В. О. Вальковський, М. М. Войтович,
В. Й. Горбайчук, В. В. Ковтунець,
І. В. Коробчук, А. О. Сяський, Г. П. Хома.

Видається один раз у рік з 1994р. Свідоцтво про державну реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.95р. Засновники: А. Я. Бомба (голова Рівненського регіонального відділення Українського математичного товариства), В. В. Ковтунець (член правління Українського математичного товариства), В. Ю. Слюсарчук (головний редактор "Волинського математичного вісника").

При виданні матеріалів школи-семінару редакція вирішила не брати на себе право істотного редагування підготовлених авторами текстів.

Редакція приймає статті лише після оголошення математичним товариством чергового набору вісника. Контактні телефони:
26-04-44, 26-26-97.

с Українське математичне товариство (Рівненська регіональна організація).

Зміст

1. Антонова Т. М. Один одновимірний аналог теореми про рівномірну просту параболічну область збіжності ланцюгових дробів.	6
2. Бартіш М. Я., Чипурко А. І. Про один метод розв'язування задачі про найменші квадрати.	9
3. Бернакевич І. Є. Чисельне розв'язування початково-крайових задач акустики.	12
4. Боднар Д. І., Дубиняк О. С. Розвинення відношення функції Аппеля в гіллясті ланцюгові дроби.	15
5. Бомба А. Я., Каштан С. С., Михальчук В. В. Про наближений метод конформних відображень розв'язування одного класу крайових задач.	18
6. Бомба А. Я., Хлапук М. М., Сидорчук Б. П. Про моделювання і розв'язання одного класу локально збурених нелінійних задач.	22
7. Бомба А. Я., Щодро О. Є., Барановський С. В. Про моделювання і дослідження сингулярно збурених дифузійних процесів в контрастних середовищах.	25
8. Вагін П. П., Пука Є. О., Шинкаренко Г. А. Підсистема накопичення інформації для ведення моніторингу земельних ресурсів.	28
9. Вальковський В. О., Курбацький О. М., Фарід Т. М. Формалізація і оптимізація процесів документообігу засобами схем потоків даних.	31
10. Вальковський В. О., Зербіно Д. Д. Організація асинхронного управління процесом розподіленої обробки інформації.	34
11. Вальковський В. О. Аксиоматика і синтез програм для одного класу систем реального часу.	38
12. Вовк В. Д., Голуб В. М., Дубовик А. В., Копитко М. Ф. Інформаційна система "Землевласники і землекористувачі Львівщини".	40
13. Герасимик Т. М., Данько О. І., Малашнік О. П., Шинкаренко Г. А. Чисельне розв'язування варіаційних задач п'єзоелектрики.	43
14. Герасименко В. І., Сташенко М. О. Кінетична границя рівноважних станів.	46
15. Гоєнко Н. П. Алгоритм розвинення відношення гіпергеометричних функцій Лаурічелли в гіллястий ланцюговий дріб.	49
16. Горбайчук В. Я., Піддубний О. М. Теореми типу Харді-Літтва-вуда при додаткових умовах на задані величини. Граничні властивості.	52
17. Городецький В. В., Готинчан Т. І. Властивість локалізації для лінійних методів сумування формальних рядів Фур'є-Ерміта та Фур'є-Лагерра.	55
18. Готинчан Г. І., Ясинський В. К. Теорема існування та єдиності розв'язку для стохастичних диференціально-функціональних рівнянь.	58
19. Дейнека О. Ю. Обмежені розв'язки крайових задач для систем гіперболічних рівнянь.	61
20. Демчик І. І. Узагальнена математична модель процесів магнітного фільтрування та її розв'язки.	64
21. Дияк І. І., Головач Н. П. Застосування прямого методу граничних елементів для чисельного дослідження деяких прикладних задач.	67
22. Дияк І. І., Макар В. М. Чисельне дослідження динамічної за-	

дачі теорії пружності для анізотропних тіл. 70

23. Іванова Н. В. Дослідження пружної рівноваги пластинок складної форми методом довільних кривих. 73

24. Івасишєн С. Д., Дронь В. С. Деякі властивості фундаментальних розв'язків задачі Коші для вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова. 76

25. Івасишин А. М. Про властивості класичних розв'язків одного класу загальних еліптичних систем рівнянь. 79

26. Іваськевич М. І. Розв'язування одного варіанту задачі нестационарних коливань. 82

27. Зербіно Д. Д. Ралізація двійкової арифметики засобами клітинних автоматів. 84

28. Каленюк П. І., Нитребич З. М., Сохан П. А. Задача Коші для однорідної системи диференціальних рівнянь із частинними похідними безмежного порядку. 87

29. Ковтунець В. В., Лотюк Ю. Г. Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку одного диференціального рівняння. 90

30. Козаревська Ю. С., Шинкаренко Г. А. Скінченно-елементні апроксимації Ерміта для одновимірних задач міграції домішок. 93

31. Койфман Ч. Н. Математична модель взаємодії середовищ з тонкими прошарками. 96

32. Колупаєв Б. С., Борджік М. А., Гусаковський С. М. Математичне моделювання процесів перенесення теплової енергії в гетерогенних системах на основі лінійних аморфних полімерів. 99

33. Конєт І. М., Ленюк М. П. Нестационарні температурні поля в кусковооднорідних парашутних просторах. 104

34. Крайчук О. В. Групи з умовою мінімальності для підгруп нескінченного індексу. 107

35. Кузьменко А. П., Бомба А. Я., Савчук Я. Р., Ковальчук О. В. Про метод Р-трансформації розв'язання одного класу крайових задач з розривними коефіцієнтами. 110

36. Кузьменко А. П., Гладка О. М. Розв'язок крайових задач для рівняння дивергентного типу із розривними коефіцієнтами у кільці. 113

37. Кундрат М. М. Дослідження локального руйнування композиції з включенням. 116

38. Ленюк М. П. Підсумовування однієї групи функціональних рядів. 119

39. Олійник Т. М., Остудін Б. А. Чисельне розв'язування деяких початково-крайових задач теплопровідності методом інтегральних рівнянь. 122

40. Петрівський Я. Б., Ковальчук О. Р., Хома Г. П. Єдність крайової періодичної задачі для інтегро-диференціального рівняння другого порядку гіперболічного типу. 125

41. Петрівський Я. Б. Гладкі розв'язки квазілінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку гіперболічного типу. 127

42. Петрик М. Р. Осесиметрична квазілінійна математична модель фільтрації та відтиску неоднорідних високодисперсних середовищ у гвинтових конічних фільтрувальних апаратах. 130

43. Пізир Я. В., Попов Б. О. Побудова многочленних ермітово-Чебишевських сплайнів третього степеня. 134

44. Савула Я. Г., Дяконюк Л. М. Чисельне моделювання тепло-масопереносу у середовищі з тонким покриттям. 137

45. Слосарчук В. Ю. Оборотність лінійних автономних диференці-

ально-різнених операторів	140
46. Слюсарчук В. Ю. Нелінійні диференціальні рівняння з асимптотично стійкими розв'язками.	143
47. Слюсарчук В. К., Мартинок П. Н. Про асимптотичне найкраще рівномірне наближення дробово-раціональними функціями деяких спеціальних і елементарних функцій.	146
48. Сяський А. О. Контакт жорсткого штампа з криволінійним отвором нескінченної пластинки.	149
49. Сяський В. А., Мартинович Т. Л. Пружна рівновага пластинки з криволінійним отвором та включенням при частковому контактуванні границь.	152
50. Талесів П. О. Основна система диференціальних рівнянь точкової відповідності між гіперрозподілами просторів проективної зв'язності.	155
51. Тарангул О. В., Матіючук М. І. Про одну нелокальну параболічну крайову задачу.	159
52. Тарасюк Р. І. Про двочленну асимптотику цілих функцій, представлених степеневими рядами.	162
53. Танія Р. М., Кісілевич В. В., Стасюк М. Ф., Нахолок Б. Б. Про аналітичну залежність розв'язків лінійного диференціального рівняння з мірами від параметра.	165
54. Тополок Ю. П. Проблеми розв'язування задач синтезу за заданою амплітудною діаграмою напрямленості.	168
55. Турбал Ю. В. Оцінка параметрів моделі радіоактивного забруднення методом моментів.	171
56. Каркевич Ю. І. Про наближення функцій класу C_n операторами, що породжуються прямокутними - методами підсумовування інтегралів.	174
57. Хома Г. П., Вотьок А. О., Цинайко П. В. Узагальнений розв'язок однієї мішаної задачі.	177
58. Хома А. Г., Хома Н. Г., Петрівський Я. Б. Тривіальні розв'язки однорідної крайової періодичної задачі.	179
59. Шеремета М. М., Воднар Р. Д. Рациональна апроксимація на $[0, 1]$ аналітичних в крузі функцій.	181
60. Янчук П. С. Апроксимаційно-ітеративні схеми кусково-многочленного наближення.	184
61. Янчук П. С., Демчук О. В., Возняк П. В. Апроксимаційно-ітеративний метод на основі ортогональних многочленів Якобі.	188
62. Янчук П. С., Шпортько О. В. Кусково-многочленне наближення розв'язків задачі Дірікле в L -подібних областях.	191
63. Ясинський В. К., Юрченко І. В. Теорема існування та єдиності для стохастичних диференціальних рівнянь з випадковими функціоналами.	194
64. Ясинський І. В., Ясинський І. В. Властивості розв'язків стохастичних диференціально-функціональних рівнянь з нескінченною післядією.	197
Анотації	200

УДК 532. 546 + 532. 72

А.Я.Бомба, канд. фіз.-мат. наук (Рівне, педінститут)
 М.М.Хлапук, канд. техн. наук (Рівне, УІВГ)
 Б.П.Сидорчук, аспірант (Рівне, УІВГ)

**ПРО МОДЕЛЮВАННЯ І РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО КЛАСУ ЛОКАЛЬНО
 ЗБУРЕНИХ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ**

Пропонується методика дослідження нелінійних збурень, які виникають на ділянках великих градієнтів.

В області $G = \{(r, t) : r_0 < r < R_0, t > 0\}$ розглянемо осесиметричну задачу:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\chi(h) r \frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{\partial h}{\partial t}, & h(r, 0) = 0, \\ h(r_0, t) = h_0, & h(R_0, t) = H_0, \quad 0 < h_0 < H_0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\chi(h) = \chi \cdot \begin{cases} 1, & \text{при } \int_0^t \frac{\partial h}{\partial r} dt \leq \alpha (\alpha > 0), \\ 1 + \chi^{-1} \varepsilon (r - r_0), & \text{при } \int_0^t \frac{\partial h}{\partial r} dt > \alpha, \end{cases} \quad (2)$$

де α - критичне значення градієнта невідомої функції $h(r, t)$, що спричиняє збурення коефіцієнта провідності χ (сталого при $t = 0$ в усьому кільці $r_0 < r < R_0$, $\chi = \chi_0$) в деякому okolí $r = r_0$, ε - числова характеристика цього збурення ($\varepsilon > 0$). Невідома точка $r = r_0(\alpha)$, яка ділить відрізок $[r_0, R_0]$ на "збурену" $([r_0, r_0])$ та "незбурену" $([r_0, R_0])$ ділянки, знаходиться у процесі розв'язку даної задачі, $0 < T < \infty$.

Напочатку запишемо розв'язок виродженої задачі [1], тобто, коли в (1) - $\chi(h) = \chi_0 \quad \forall r \in [r_0, R_0]$:

$$h(r, t) = h_0 + \frac{H_0 - h_0}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln \frac{r}{r_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n R_n(r) T_n(t), \quad (3)$$

де $R_n(r) = c_n J_0(\lambda_n r) + Y_0(\lambda_n r)$, J_0, Y_0 - бесселеві функції відповідно 1-го та 2-го роду, c_n, λ_n - знаходяться в результаті розв'язку системи:

$$\begin{cases} c_n J_0(\lambda_n r_0) + Y_0(\lambda_n r_0) = 0, \\ c_n J_0(\lambda_n R_0) + Y_0(\lambda_n R_0) = 0, \end{cases}$$

$$T_n(t) = e^{-\lambda_n^2 t}, \quad \rho_n = \int_{r_0}^{R_0} r R_n(r) \left(h_0 + \frac{H_0 - h_0}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln \frac{r}{r_0} \right) dr \left(\int_{r_0}^{R_0} r R_n^2(r) dr \right)^{-1}$$

Далі з рівняння

$$\int_{0_+}^T \frac{\partial h}{\partial r} dt = \alpha$$

знаходимо перше наближення "точки розділу" $r = r_1$ і на наступному кроці (при знаходженні розв'язку задачі (1))

$$h = \begin{cases} h_1, & \text{при } r_1 < r < R_0, \\ h_2, & \text{при } r_0 < r \leq r_1, \end{cases} \text{ де } \chi = \chi \cdot \begin{cases} 1, & r_1 < r < R_0, \\ 1 + \chi^{-1} e^{-(r-r_1)}, & r_0 < r \leq r_1 \end{cases}$$

приходимо до таких двох задач:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\chi \cdot r \frac{\partial h_1}{\partial r}) = \frac{\partial h_1}{\partial t}, & h_1(r, 0) = 0, \\ h_1(R_0, t) = H_0, & r_1 < r < R_0 \end{cases}; \quad \begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\chi \cdot (1 + \chi^{-1} e^{-(r-r_1)}) r \frac{\partial h_2}{\partial r}) = \frac{\partial h_2}{\partial t}, \\ h_2(r, 0) = 0, & h_1(r_0, t) = h_0, & r_0 < r \leq r_1 \end{cases} \quad (4)$$

при умовах спряження:

$$h_1(r_1, t) = h_2(r_1, t), \quad \frac{\partial h_1(r_1, t)}{\partial r} = \frac{\partial h_2(r_1, t)}{\partial r}$$

У результаті розв'язку (4) матимемо [1]:

$$\begin{cases} h_1(r, t) = H_0 + \frac{H_0}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln \frac{r}{R_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\rho}_n \bar{R}_n(r) \bar{T}_n(t), \\ h_2(r, t) = h_0 + \frac{H_0}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln \frac{r}{r_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\rho}'_n \bar{R}'_n(r) \bar{T}'_n(t) \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{де } \bar{R}_n(r) = c_n J_0(\bar{\lambda}_n r) + Y_0(\bar{\lambda}_n r), \quad \bar{R}'_n(r) = a_n K_0(\bar{\lambda}_n r) + b_n K_2(\bar{\lambda}_n r) = \\ = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{m,n} (\bar{\lambda}_n, a_n, b_n) r^m, \quad \beta_{m,n} = -\frac{e^{-\bar{\lambda}_n^2 r_1}}{\chi \cdot -e r_1} \beta_{m-1,n} + \frac{\bar{\lambda}_n^2 \chi}{(m+1)(\chi \cdot -e r_1)} \beta_{m-2,n}, \quad m = 2, \infty,$$

$$\beta_{0,n} = a_n, \quad \beta_{1,n} = b_n, \quad \bar{T}_n(t) = \bar{T}'_n(t) = e^{-\bar{\lambda}_n^2 t}, \quad \bar{\rho}_n = \bar{\rho}'_n = - \left(\int_{r_0}^{r_1} \left(h_0 + \frac{H_0 - h_0}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln \frac{r}{r_0} \right) \chi \right.$$

$$\left. \chi r \bar{R}'_n(r) dr + \int_{r_0}^{r_0} \left(H_0 + \frac{H_0 - h_0}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln \frac{r}{R_0} \right) r \bar{R}_n(r) dr \right) \times \left(\int_{r_0}^{r_1} r \bar{R}_n'^2(r) dr + \int_{r_0}^{r_0} r \bar{R}_n^2(r) dr \right)^{-1}$$

$$c_n = -Y_0(\bar{\lambda}_n R_0) J_0^{-1}(\bar{\lambda}_n R_0), \quad b_n = (c_n J_0(\bar{\lambda}_n r_1) + Y_0(\bar{\lambda}_n r_1)) \times (-K_0(\bar{\lambda}_n R_0) K_0^{-1}(\bar{\lambda}_n R_0) K_0(\bar{\lambda}_n r_1) + \\ + K_2(\bar{\lambda}_n r_1))^{-1}, \quad a_n = -b_n K_0(\bar{\lambda}_n R_0) K_0^{-1}(\bar{\lambda}_n R_0),$$

а власні значення $\tilde{\lambda}_n$ отримуються шляхом розв'язання рівняння:

$$-Y_0(\tilde{\lambda}_n, R_0)J_0^{-1}(\tilde{\lambda}_n, R_0)J_0(\tilde{\lambda}_n, r) + Y_0(\tilde{\lambda}_n, r) + (-Y_0(\tilde{\lambda}_n, R_0)J_0^{-1}(\tilde{\lambda}_n, R_0)J_0(\tilde{\lambda}_n, r) + Y_0(\tilde{\lambda}_n, r)) \times \\ \times (-K_0(\tilde{\lambda}_n, R_0)K_0^{-1}(\tilde{\lambda}_n, R_0)K_0(\tilde{\lambda}_n, r) + K_0(\tilde{\lambda}_n, r))^{-1} (K_0(\tilde{\lambda}_n, R_0)K_0^{-1}(\tilde{\lambda}_n, R_0)K_0(\tilde{\lambda}_n, r) - \\ - K_0(\tilde{\lambda}_n, r)) = 0.$$

Аналогічно знаходимо друге наближення $r = r_2$ і т.д. Виявляється, що даний процес збіжний, а саме:

$$r_n = \lim_{n \rightarrow \infty} r_n.$$

Зауваження 1. Подібного роду процедура може бути використана для наближеного розв'язання задачі і в такому розумінні: на першому етапі ($0 < t < T$) вважаємо, що "грунт не руйнувався". Руйнування ж на ділянці $[r_0, r_1]$ (де r_1 отримуються як і раніше) відбувається на другому етапі ($T < t < 2T$). При цьому розв'язок тут отримується аналогічно до розв'язку задачі (4), лише з тією різницею, що за початковий момент часу прийматимемо $t = T$, а за початкову умову - значення розв'язку із попереднього етапу при $t = T$ і т.д.

Зауваження 2. Якщо ϵ - малий параметр, то розв'язок задачі (1), (2) можна наближено отримати у вигляді [2, 3]: $h(r, t) = h^*(r, t) + \epsilon h_1(r, t)$, де розв'язок $h^*(r, t)$ виродженої задачі побудованої раніше (див. (3)), а поправка $h_1(r, t)$ знаходиться в результаті розв'язку задачі:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\chi \cdot r \frac{\partial h_1}{\partial r} \right) + F_1(r, t) &= \frac{\partial h_1}{\partial t}, \quad F_1(r, t) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((r_1 - r)r \frac{\partial h^*}{\partial r} \right), \\ h_1(r_0, t) = h_1(R_0, t) = h_1(r, 0) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$h_1(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} R_n(r) T_n(t), \quad \text{де } T_n(t) = \int_0^t e^{-\lambda^2(t-\tau)} \tilde{T}_n(\tau) d\tau, \quad \tilde{T}_n(t) = \frac{2}{R_0 - r_0} \int_{r_0}^{R_0} r F_1(r, t) R_n(r) dr.$$

Зауваження 3. З метою зручності викладок і модельної орієнтації ми розглядали простіший (специфічний) випадок серед такого роду параболических задач. Дана методика побудови моделей і їх дослідження поширюється і на складніші конструкції збудень. Причому на проміжних етапах процес може супроводжуватись заміною методу розділення змінних іншими наближеними методами.

1. Тихонов А.Н. Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1977. - 735 с.
2. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. - М.: Мир, 1972. - 274 с.
3. Бомба А.Я. Об асимптотическом методе решения одной задачи массопереноса при фильтрации в пористой среде. Укр. матем. журн. - 1982. - т.4. №4, - с. 493 - 496.