

МО України  
Рівненський державний педагогічний інститут

Рівненське відділення АН ВШ України

Рівненська та Волинська регіональні організації  
Українського математичного товариства

# Волинський математичний вісник

(Матеріали школи-семінару “Прикладні проблеми  
математики та інформатики”,  
1-4 лютого 1996 р., м. Рівне)

ВИП. 2

Рівне 1995

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в області теоретичної і прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

Редакційна колегія:

В. Ю. Слюсарчук (головний редактор),  
А. Я. Бомба (відповідальний за випуск),  
В. О. Вальковський, М. М. Войтович,  
В. Й. Горбайчук, В. В. Ковтунець,  
І. В. Коробчук, А. О. Сяський, Г. П. Хома.

Видається один раз у рік з 1994р. Свідоцтво про державну реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.95р. Засновники: А. Я. Бомба (голова Рівненського регіонального відділення Українського математичного товариства), В. В. Ковтунець (член правління Українського математичного товариства), В. Ю. Слюсарчук (головний редактор "Волинського математичного вісника").

При виданні матеріалів школи-семінару редакція вирішила не брати на себе право істотного редагування підготовлених авторами текстів.

Редакція приймає статті лише після оголошення математичним товариством чергового набору вісника. Контактні телефони:  
26-04-44, 26-26-97.

с Українське математичне товариство (Рівненська регіональна організація).

Зміст

1. Антонова Т. М. Один одновимірний аналог теореми про рівномірну просту параболічну область збіжності ланцюгових дробів. ....	6
2. Бартіш М. Я., Чипурко А. І. Про один метод розв'язування задачі про найменші квадрати. ....	9
3. Бернакевич І. Є. Чисельне розв'язування початково-крайових задач акустики. ....	12
4. Боднар Д. І., Дубиняк О. С. Розвинення відношення функції Аппеля в гіллясті ланцюгові дроби. ....	15
5. Бомба А. Я., Каштан С. С., Михальчук В. В. Про наближений метод конформних відображень розв'язування одного класу крайових задач. ....	18
6. Бомба А. Я., Хлапук М. М., Сидорчук Б. П. Про моделювання і розв'язання одного класу локально збурених нелінійних задач. ....	22
7. Бомба А. Я., Щодро О. Є., Барановський С. В. Про моделювання і дослідження сингулярно збурених дифузійних процесів в контрастних середовищах. ....	25
8. Вагін П. П., Пука Є. О., Шинкаренко Г. А. Підсистема накопичення інформації для ведення моніторингу земельних ресурсів. ....	28
9. Вальковський В. О., Курбацький О. М., Фарід Т. М. Формалізація і оптимізація процесів документообігу засобами схем потоків даних. ....	31
10. Вальковський В. О., Зербіно Д. Д. Організація асинхронного управління процесом розподіленої обробки інформації. ....	34
11. Вальковський В. О. Аксиоматика і синтез програм для одного класу систем реального часу. ....	38
12. Вовк В. Д., Голуб В. М., Дубовик А. В., Копитко М. Ф. Інформаційна система "Землевласники і землекористувачі Львівщини". ....	40
13. Герасимик Т. М., Данько О. І., Малашнік О. П., Шинкаренко Г. А. Чисельне розв'язування варіаційних задач п'єзоелектрики. ....	43
14. Герасименко В. І., Сташенко М. О. Кінетична границя рівноважних станів. ....	46
15. Гоєнко Н. П. Алгоритм розвинення відношення гіпергеометричних функцій Лаурічелли в гіллястий ланцюговий дріб. ....	49
16. Горбайчук В. Я., Піддубний О. М. Теореми типу Харді-Літтва-вуда при додаткових умовах на задані величини. Граничні властивості. ....	52
17. Городецький В. В., Готинчан Т. І. Властивість локалізації для лінійних методів сумування формальних рядів Фур'є-Ерміта та Фур'є-Лагерра. ....	55
18. Готинчан Г. І., Ясинський В. К. Теорема існування та єдиності розв'язку для стохастичних диференціально-функціональних рівнянь. ....	58
19. Дейнека О. Ю. Обмежені розв'язки крайових задач для систем гіперболічних рівнянь. ....	61
20. Демчик І. І. Узагальнена математична модель процесів магнітного фільтрування та її розв'язки. ....	64
21. Дияк І. І., Головач Н. П. Застосування прямого методу граничних елементів для чисельного дослідження деяких прикладних задач. ....	67
22. Дияк І. І., Макар В. М. Чисельне дослідження динамічної за-	

дачі теорії пружності для анізотропних тіл. ....	70
23. Іванова Н. В. Дослідження пружної рівноваги пластинок складної форми методом довільних кривих. ....	73
24. Івасишвілі С. Д., Дронь В. С. Деякі властивості фундаментальних розв'язків задачі Коші для вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова. ....	76
25. Івасишвілі А. М. Про властивості класичних розв'язків одного класу загальних еліптичних систем рівнянь. ....	79
26. Іваськевич М. І. Розв'язування одного варіанту задачі нестационарних коливань. ....	82
27. Зербіно Д. Д. Ралізація двійкової арифметики засобами клітинних автоматів. ....	84
28. Каленюк П. І., Нитребич З. М., Сохан П. А. Задача Коші для однорідної системи диференціальних рівнянь із частинними похідними безмежного порядку. ....	87
29. Ковтунець В. В., Лоток Ю. Г. Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку одного диференціального рівняння. ....	90
30. Козаревська Ю. С., Шинкаренко Г. А. Скінченно-елементні апроксимації Ерміта для одновимірних задач міграції домішок. ....	93
31. Койфман Ч. Н. Математична модель взаємодії середовищ з тонкими прошарками. ....	96
32. Колупаєв Б. С., Борджі М. А., Гусаковський С. М. Математичне моделювання процесів перенесення теплової енергії в гетерогенних системах на основі лінійних аморфних полімерів. ....	99
33. Конет І. М., Ленюк М. П. Нестационарні температурні поля в кусковооднорідних парашутних просторах. ....	104
34. Крайчук О. В. Групи з умовою мінімальності для підгруп нескінченного індексу. ....	107
35. Кузьменко А. П., Бомба А. Я., Савчук Я. Р., Ковальчук О. В. Про метод Р-трансформації розв'язання одного класу крайових задач з розривними коефіцієнтами. ....	110
36. Кузьменко А. П., Гладка О. М. Розв'язок крайових задач для рівняння дивергентного типу із розривними коефіцієнтами у кільці. ....	113
37. Кундрат М. М. Дослідження локального руйнування композиції з включенням. ....	116
38. Ленюк М. П. Підсумовування однієї групи функціональних рядів. ....	119
39. Олійник Т. М., Остудін Б. А. Чисельне розв'язування деяких початково-крайових задач теплопровідності методом інтегральних рівнянь. ....	122
40. Петрівський Я. Б., Ковальчук О. Р., Хома Г. П. Єдиність крайової періодичної задачі для інтегро-диференціального рівняння другого порядку гіперболічного типу. ....	125
41. Петрівський Я. Б. Гладкі розв'язки квазілінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку гіперболічного типу. ....	127
42. Петрик М. Р. Осесиметрична квазілінійна математична модель фільтрації та відтиску неоднорідних високодисперсних середовищ у гвинтових конічних фільтрувальних апаратах. ....	130
43. Пізир Я. В., Попов Б. О. Побудова многочленних ермітово-Чебишевських сплайнів третього степеня. ....	134
44. Савула Я. Г., Дяконюк Л. М. Чисельне моделювання тепло-масопереносу у середовищі з тонким покриттям. ....	137
45. Слосарчук В. Ю. Оборотність лінійних автономних диференці-	

ально-різнених операторів . . . . .	140
46. Слюсарчук В. Ю. Нелінійні диференціальні рівняння з асимптотично стійкими розв'язками. . . . .	143
47. Слюсарчук В. К., Мартинюк П. Н. Про асимптотичне найкраще рівномірне наближення дробово-раціональними функціями деяких спеціальних і елементарних функцій. . . . .	146
48. Сяський А. О. Контакт жорсткого штампа з криволінійним отвором нескінченної пластинки. . . . .	149
49. Сяський В. А., Мартинович Т. Л. Пружна рівновага пластинки з криволінійним отвором та включенням при частковому контактуванні границь. . . . .	152
50. Талесів П. О. Основна система диференціальних рівнянь точкової відповідності між гіперрозподілами просторів проєктивної зв'язності. . . . .	155
51. Тарангул О. В., Матіючук М. І. Про одну нелокальну параболічну крайову задачу. . . . .	159
52. Тарасюк Р. І. Про двочленну асимптотику цілих функцій, представлених степеневими рядами. . . . .	162
53. Танія Р. М., Кісілевич В. В., Стасюк М. Ф., Нахолок Б. Б. Про аналітичну залежність розв'язків лінійного диференціального рівняння з мірами від параметра. . . . .	165
54. Тополок Ю. П. Проблеми розв'язування задач синтезу за заданою амплітудною діаграмою напрямленості. . . . .	168
55. Турбал Ю. В. Оцінка параметрів моделі радіоактивного забруднення методом моментів. . . . .	171
56. Каркевич Ю. І. Про наближення функцій класу $C_n$ операторами, що породжуються прямокутними - методами підсумовування інтегралів. . . . .	174
57. Хома Г. П., Вотьок А. О., Цинайко П. В. Узагальнений розв'язок однієї мішаної задачі. . . . .	177
58. Хома А. Г., Хома Н. Г., Петрівський Я. Б. Тривіальні розв'язки однорідної крайової періодичної задачі. . . . .	179
59. Шеремета М. М., Воднар Р. Д. Рациональна апроксимація на $[0, 1]$ аналітичних в крузі функцій. . . . .	181
60. Янчук П. С. Апроксимаційно-ітеративні схеми кусково-многочленного наближення. . . . .	184
61. Янчук П. С., Демчук О. В., Возняк П. В. Апроксимаційно-ітеративний метод на основі ортогональних многочленів Якобі. . . . .	188
62. Янчук П. С., Шпортько О. В. Кусково-многочленне наближення розв'язків задачі Дірікле в $L$ -подібних областях. . . . .	191
63. Ясинський В. К., Юрченко І. В. Теорема існування та єдиності для стохастичних диференціальних рівнянь з випадковими функціоналами. . . . .	194
64. Ясинський І. В., Ясинський І. В. Властивості розв'язків стохастичних диференціально-функціональних рівнянь з нескінченною післядією. . . . .	197
Анотації . . . . .	200

УДК 517.9

А.Я. Бомба, канд. фіз.-мат. наук ( Рівне, педінститут )

О.Є. Подро, канд. техн. наук ( Рівне, УІІВГ )

С.В. Барановський, аспірант ( Рівне, УІІВГ )

**ПРО МОДЕЛЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ ДИФУЗИВНИХ ПРОЦЕСІВ В КОНТРАСТНИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

Пропонується методика побудови моделей процесів конвективної дифузії, локально зосереджених в околах-прошарках ліній розділу контрастних середовищ при "руйнуванні" окремих ділянок області, і чисельно-асимптотичного наближення розв'язків відповідних сингулярно збурених крайових задач.

В області  $\Omega = ( (x, y, t) : x > 0, -\infty < y < +\infty, t > 0 )$  розглянемо таку модельну задачу :

$$Lc = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c}{\partial x} \right) - u \frac{\partial c}{\partial x} - v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial c}{\partial t} ; \quad (1)$$

$$c(x, y, t) = \varphi(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq l_* \\ c_*(x), & l_* \leq x \leq l_* \\ c^{\ddagger}, & x \geq 0 \end{cases} ; \quad \frac{\partial c}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 . \quad (2)$$

Тут  $\varphi, D, u, v$  - неперервні разом із своїми похідними функції такі, що :

$$D(x, y) = \begin{cases} D_0(y) & \text{при } 0 \leq x \leq l \\ D_*(x, y) & \text{при } l_* \leq x \leq l_* \\ 0 & \text{при } x \geq l_* \end{cases} ; \quad (3)$$

$$u(x) = \begin{cases} u_0 & \text{при } 0 \leq x \leq l \\ u_*(x) & \text{при } l_* \leq x \leq l_* \\ 0 & \text{при } x \geq l \end{cases} ; \quad (4)$$

$$v(x) = \begin{cases} v_0 & \text{при } 0 \leq x \leq l \\ v_*(x) & \text{при } l_* \leq x \leq l_* \\ 0 & \text{при } x \geq l \end{cases} . \quad (5)$$

Якщо дані функції мають ще й достатню гладкість, а також має місце сильна узгодженість початкової та граничної умов, то розв'язок задачі (1)-(2) може бути наближено отриманий у вигляді асимптотичного ряду :

$$c = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i c_i + \sum_{i=0}^{2n} \varepsilon^{i/2} \Pi_{i/2} + R_n, \quad (6)$$

де  $R_n = O(\varepsilon^{n+1})$  - залишковий член,  $\Pi_{i/2}(\eta, y, t)$  - пограничні функції ( $\eta$  - розтягнута змінна в околі  $x=0$ ,  $\eta = \frac{x}{\varepsilon^{1/2}}$ ), які служать для того, щоб задовольнялась крайова умова (2) (див. наприклад, [1], [2]). Члени регулярної частини асимптотики (6) отримуються в результаті стандартної процедури порівнявання, а саме :

$$c_0(x, y, t) = \begin{cases} c_2 & \text{при } x \geq l_2 \\ c_2(f^{-1}(f(x)-t)) & \text{при } x \leq l_2, t \leq f(x)-f(l_2) \\ 0 & \text{при } x \leq l_2, t \geq f(x)-f(l_2) \end{cases}; \quad (7)$$

$$f(x) = \int_0^x \frac{dx}{u(x)} = \begin{cases} x/u_0 & \text{при } x \leq l \\ l/u_0 + \int_l^x \frac{dx}{u_1(x)} & \text{при } l \leq x \leq l_2 \end{cases}; \quad (8)$$

$$c_1(x, y, t) = - \int_0^t f(f^{-1}(f(x)+t-\tau), y - g(\tau, f(x)+\tau) + g(\tau, f(x)+\tau), \tau) d\tau; \quad (9)$$

$$g(\tau, x, t) = \int_0^t v(f^{-1}(f(x)+t-\tau)) d\tau, \quad \tilde{f}(x, y, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c_0}{\partial x} \right), \quad (10)$$

$f^{-1}$  - функція обернена до функції  $f$ , і т.д..

У випадку, коли вихідні дані при  $x=l$ ,  $x=l_2$  лише неперервні, то дотримувчись методики [1]-[2], розв'язок задачі (1)-(2) при традиційних умовах спряження в точність до  $O(\varepsilon)$  можемо отримати таким чином. Напочатку знаходимо розв'язок виродженої задачі  $c_0(x, y, t) = \varphi(x)$ . Далі проводимо його згладження в околах-прошарках  $x=l$ , та  $x=l_2$ , наприклад, так :

$$\tilde{c}_*(x, y, t) = c_*(x) \cdot g\left(\frac{(x-1)(1_*-x)}{\varepsilon}\right) + c^* g\left(\frac{x-1}{\varepsilon^{1/2}}\right); \quad (11)$$

$$g(\theta) = \frac{1+\Phi(\theta)}{2}, \quad \Phi(\theta) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^\theta e^{-s^2} ds.$$

Підберемо тепер функцію  $S$  так, щоб

$$LS + P(x) = \frac{\partial S}{\partial t} + O(\varepsilon), \quad (12)$$

$$S|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial t}\Big|_{x=0} = P_*, \quad P_*(x) = L\tilde{c}_*(x), \quad P_* = -\frac{\partial \tilde{c}_*}{\partial x}\Big|_{x=0}.$$

У результаті матимемо  $c = \tilde{c}_0 + S + O(\varepsilon)$ . При цьому зауважимо, що функція  $S$  містить в собі і поправку пограничного шару  $\Pi$  при  $x=0$ , а саме:  $S = S_* + \Pi$ , де  $S_*$  - дифузійна поправка по вихідній області. Зауважимо також, що такого роду гладкість може забезпечуватись, якщо,

наприклад,  $c_*(x) = \left\{ \frac{x-1}{1_*-1} \right\}^{2m} c_0$ ,  
 А останнє представляє інтерес з точки зору апроксимації розривних при  $x = 1 - 1_*$  вихідних даних, оскільки тут

$$c_*(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0, \quad \forall x \in (1, 1_*).$$

Ввівши критичний рівень концентрації  $c_{cr}$  та час руйнування  $T$ , ми у результаті розв'язку рівняння  $c(x, y, T) = c_{cr}$  можемо знайти деяку криву  $y = p(x)$  - лінію розділу вихідної області, що встановлюється за цей час. На наступному етапі  $t \in (T, 2T)$  умови спряження задаватимемо саме на цій кривій, що приводить до більш конструктивного підбору функції  $g$ .

1. Вомба А.Я. Про асимптотичний метод розв'язання однієї задачі масопереносу при фільтрації в пористому середовищі. Укр. матем. журн. 1982 - т.4, №4, к.с. 493-496.

2. Вомба А.Я. Асимптотический метод решения одной сингулярно возмущенной задачи массопереноса. К.: Киевский ун-т, 1986. - Деп. в УкрНИИТИ, № 286-Укр86.

3. Васильева А.В., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. - М.: Высшая школа, 1990.



УДК (528.88 + 528.44) : 681.5.1(11-2)  
(11) :  $\left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta\right) + \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cos n\theta d\theta\right) + \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \sin n\theta d\theta\right)$

П.П.Вагін, канд.фіз.-мат.наук (Львівський університет)

Є.С.Пука, мол.наук.співр. (Львівський університет)

Г.А.Шинкаренко, док.фіз.-мат.наук (Львівський університет)

### ПІДСИСТЕМА НАКОПИЧЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ ДЛЯ ВЕДЕННЯ МОНІТОРИНГУ ЗЕМЕЛЬНИХ РЕСУРСІВ

Підсистема накопичення інформації для ведення моніторингу земельних ресурсів передбачає вибір і введення в комп'ютер показників контролю за станом ґрунтового покриву, що дають повну характеристику ґрунтів для оцінки екологічного стану земельних ресурсів.

Ґрунт - найцінніший природний ресурс для людства і втрата кожного гектара родючої землі наносить шкоду суспільству. Тривале, часто агрономічно неправильне ведення землеробства, великі антропогенні навантаження з метою інтенсифікації сільськогосподарського виробництва привело до значного погіршення стану земельних угідь, негативних змін фізико-хімічних властивостей ґрунтів і структури ґрунтового покриву.

Завдання моніторингу земельних ресурсів (МЗР) полягає в одержанні інформації: про дані обстеження минулих років; про сучасний стан ґрунтів; прогнозування їх змін; вироблення рішень для запобігання ґрунторуйнівних процесів, тобто деградації ґрунтів.

Основною складовою МЗР є вибір показників контролю та розробка програмних засобів для їх нагромадження у базі даних. Вибрані показники контролю повинні дати повну характеристику ґрунтів для оцінки екологічного стану земельних ресурсів. Крім того, вибір показників необхідно проводити з урахуванням можливості використання інформації діючих нині служб контролю за станом ґрунтового покриву. Введення МЗР необхідно починати з використання показників, які характеризують механічні і фізико-хімічні властивості ґрунтів, тобто з нагромад-