Волинський математичний вісник

Випуск 9

2002

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в галузі математики, інформатики та механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

The **"Volyn Mathematical Bulletin"** publishes the rezults of investigation of the mathematics, informatics and mechanics. It is good for science workers, teachers of higher schools, post graduates and senior years students of the mechanics and mathematics specialities.

Заснований у 1994 році. Свідоцтво про реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.1995р.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Українського математичного товариства, Інституту кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова, Інституту прикладних проблем математики і механіки НАНУ ім. Я.С.Підстригача. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ.

Адреса редакції : 33000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31, Рівненський державний гуманітарний університет, кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ. Тел.: (8+0362) 260-444 . E-mail: vmv@rdgu.rv.ua

ISBN 966 - 7281 - 02 – 8

Зміст

УДК 519.632.4.001.57+517.54

Бомба А.Я.

ЧИСЕЛЬНО-АСИМПТОТИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ТИПУ "ФІЛЬТРАЦІЯ-ДИФУЗІЯ" ЗА УМОВ ВЗАЄМОВПЛИВУ ГРАДІЄНТІВ КВАЗІПОТЕНЦІАЛУ ТА КОЕФІЦІЄНТА ПРОВІДНОСТІ СЕРЕДОВИЩА

На основі розробленого нового методу побудови динамічної сітки квазіідеальних полів в суфозійно деформівних середовищах та переходу до відповідної області квазікомплексного потенціалу отримано асимптотичні розвинення розв'язків сингулярно збурених модельних задач типу "фільтрація-дифузія" для областей, обмежених двома лініями течії та двома еквіпотенціальними лініями з урахуванням зворотнього впливу градієнта квазіпотенціалу на коефіцієнт фільтрації.

Вступ. У роботах [1-4] побудовані асимптотичні наближення розв'язків сингулярно збурених мішаних задач для рівнянь параболічного типу – математичних моделей процесів конвективної дифузії при фільтрації в пористому середовищі у випадку переважання їх конвективних складових над дифузійними, а в [5-7] – алгоритми чисельного обернення розв'язків відповідних нелінійних крайових задач на конформні та квазіконформні відображення в областях, обмежених лініями течії та еквіквазіпотенціальними лініями. Запропонований підхід дозволяє знаходити паралельно характеристичну функцію течії, квазікомплексний потенціал та його градієнт, повну витрату і поле швидкостей та будувати динамічну сітку.

На даний час актуальними і мало вивченими є задачі моделювання впливу градієнтів (зокрема, великих, що перевищують критичні їх значення) на вихідні характеристики середовища (в першу чергу на коефіцієнт провідності). Перевищення діючими градієнтами деякого їх критичного значення $I_{кр}$ [8, 9] у придренній (чи присвердловинній) зоні зумовлюють втрату фільтраційної міцності ґрунту за рахунок переміщення дрібних його частинок (суфозії), що викликають зміни коефіцієнта фільтрації. У роботах [8, 9] проведено математичне моделювання нелінійних процесів осесиметричної фільтрації з урахуванням суфозійних явищ і розроблено методику розв'язання відповідних нелінійних задач з післядією руху води до дрени (свердловини) та із зволожувача в ґрунт. Також отримані аналітичні вирази для знаходження фільтраційної витрати, напорів і їх градієнтів, встановлено співвідношення між характеристиками недеформованого середовища та середовища, що деформується в залежності від гідродинамічної дії фільтраційного потоку та конструктивних параметрів дренажу; розв'язана задача фільтрації у випадку формування збурених зон змінним коефіцієнтом фільтрації із врахуванням нерівномірного заповнення пор ґрунту суфозійними частинками у випадку осесиметричної фільтрації.

Розробці алгоритму чисельного розв'язання нелінійних обернених крайових задач на квазіконформні відображення в неоднорідних анізотропних середовищах із одночасним врахуванням взаємовпливу коефіцієнта провідності середовища та діючих градієнтів потенціалу в довільних криволінійних чотирикутних областях присвячена дана робота. Загальна схема його побудови запозичена у [5, 6], де аналогічні задачі розв'язувались без врахування взаємовпливу коефіцієнта провідності та діючих градієнтів потенціалу. Асимптотичні розвинення розв'язків відповідних "дифузійних" задач в даній роботі отримуються аналогічно [1-3] у припущенні, що "фільтраційно-суфозійний фон" стабілізований.

1. Загальна постановка задачі. Як відомо [1-4, 11], процес конвективної дифузії при фільтрації в пористому середовищі може бути описаний системою диференціальних рівнянь:

$$\vec{v} = \kappa\, grad\, \varphi\,,\ div\vec{v} = 0\,;\quad \varepsilon \cdot \Delta c - \nabla c \cdot \vec{v} = \sigma(t)\frac{\partial c}{\partial t}\,,$$

де $\vec{v}(v_x(x,y),v_y(x,y))$ – вектор, а $\varphi=\varphi(x,y)$ – квазіпотенціал швидкості фільтрації в точці $z=x+iy$, $c=c(x,y,t)$ – концентрація розчинних у фільтраційному потоці речовин у точці (x,y) в момент часу t, ε – коефіцієнт конвективної дифузії (малий параметр), $\sigma(t)$ – пористість, а $\kappa=\kappa(I(x,y))$ – величина, що характеризує фільтраційну провідність середовища, $I(x,y)=\sqrt{\varphi_x^2+\varphi_y^2}=|grad\varphi|$ [8, 9].

Розглянемо такий процес в чотирикутній криволінійній області (пласт, що піддається деформації) $G_z=ABCD$ ($z=x+iy$), обмеженій двома гладкими еквіпотенціальними лініями $AB=\{z: f_1(x,y)=0\}$, $CD=\{z: f_3(x,y)=0\}$ ($\varphi|_{AB}=\varphi_*, \varphi|_{CD}=\varphi^*$, $-\infty<\varphi_*<\varphi^*<+\infty$) та двома гладкими лініями течії $BC=\{z: f_2(x,y)=0\}$, $AD=\{z: f_4(x,y)=0\}$ ($\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{BC}=0, \left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{AD}=0$, де n – зовнішня нормаль до відповідної кривої). Крайові і початкову умови для "конвективно-дифузійної складової" даного процесу задамо так:

$$c|_{AB}=c_*(M,t),\ \left.\frac{\partial c}{\partial n}\right|_{CD}=0,\ c|_{AD}=c_*^0(M,t),\ \left.\frac{\partial c}{\partial n}\right|_{BC}=0,\ c|_{t=0}=c_0^0(x,y),$$

де M – біжуча точка відповідної кривої; $c_*(M,t)$, $c_*^0(M,t)$ $c_0^0(x,y)$ – задані достатньо гладкі функції, що задовольняють умови узгодженості.

Аналогічно до [5, 6], ввівши функцію течії $\psi=\psi(x,y)$ (квазікомплексно спряжену до $\varphi=\varphi(x,y)$) та замінивши останні дві із граничних умов на відповідні умови для функції $\psi(x,y)$, приходимо до більш загальної задачі на квазіконформне (конформне, у випадку $\kappa=1$) відображення $\omega=\omega(z)=\varphi(x,y)+i\psi(x,y)$ даної області G_z на відповідну область квазікомплексного потенціалу $G_\omega=\{\omega:\varphi_*<\varphi<\varphi^*, 0<\psi<Q\}$ з невідомим параметром – повною витратою $Q=\int\limits_{MN}-v_y dx+v_x dy$ ($M\in AD$, $N\in BC$): $\kappa(\text{grad}\varphi)\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\partial\psi}{\partial y}$, $\kappa(\text{grad}\varphi)\frac{\partial\varphi}{\partial y}=-\frac{\partial\psi}{\partial x}$, $\varphi|_{AB}=\varphi_*$, $\varphi|_{CD}=\varphi^*$, $\psi|_{DA}=0$, $\psi|_{BC}=Q$.

Відповідну обернену їй задачу на квазіконформне відображення $z=z(\omega)=x(\varphi,\psi)+i\,y(\varphi,\psi)$ області G_ω на G_z при невідомому значенні Q, аналогічно до [5, 6], запишемо у вигляді:

$$\begin{cases}\kappa\dfrac{\partial y}{\partial\psi}=\dfrac{\partial x}{\partial\varphi},\ \dfrac{1}{\kappa}\dfrac{\partial y}{\partial\varphi}=-\dfrac{\partial x}{\partial\psi};\end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} f_1(x(\varphi_*,\psi),y(\varphi_*,\psi))=0,\ \ f_3\left(x(\varphi^*,\psi),y(\varphi^*,\psi)\right)=0,\ 0\le\psi\le Q,\\ f_2(x(\varphi,Q),y(\varphi,Q))=0,\ \ \ f_4(x(\varphi,0),y(\varphi,0))=0,\ \ \ \varphi_*\le\varphi\le\varphi^*;\end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{\kappa}\dfrac{\partial x}{\partial\varphi}\right)_\varphi+\left(\kappa\dfrac{\partial x}{\partial\psi}\right)_\psi=0,\ \left(\dfrac{1}{\kappa}\dfrac{\partial y}{\partial\varphi}\right)_\varphi+\left(\kappa\dfrac{\partial y}{\partial\psi}\right)_\psi=0.\end{cases} \tag{3}$$

Задачу конвективної дифузії у припущенні, що задача фільтрації (1-3) є розв'язаною, в області комплексного потенціалу G_ω, аналогічно до [1-4], запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} &Lc=0,\ Lc\equiv\varepsilon\left(\alpha(\varphi,\psi)\frac{\partial^2 c}{\partial\varphi^2}+\gamma(\varphi,\psi)\frac{\partial^2 c}{\partial\psi^2}+\delta_1(\varphi,\psi)\frac{\partial c}{\partial\varphi}+\delta_2(\varphi,\psi)\frac{\partial c}{\partial\psi}\right)-\\ &\qquad -\delta(\varphi,\psi)\frac{\partial c}{\partial\varphi}-\sigma(t)\frac{\partial c}{\partial t},\end{aligned} \tag{4}$$

$$c(\varphi_*,\psi,t)=c_*(\psi,t),\ c(\varphi,0,t)=c_*^0(\varphi,t),\ c'_\varphi(\varphi_*,\psi,t)=0,\ c'_\psi(\varphi,Q,t)=0; \tag{5}$$

$$c(\varphi,\psi,0)=c_0^0(\varphi,\psi),\ (\varphi,\psi,t)\in G=G_\omega\times(0,\infty) \tag{6}$$

де $\alpha=\delta=\dfrac{v^2}{\kappa^2}$; $\gamma=v^2$, $\delta_2=\dfrac{1}{\kappa}\left(v_y\dfrac{\partial v_y}{\partial\varphi}-v_x\dfrac{\partial v_x}{\partial\varphi}\right)+v_y\dfrac{\partial v_y}{\partial\psi}+v_x\dfrac{\partial v_x}{\partial\psi}$,

$$\delta_1=\frac{1}{\kappa^2}\left(v_x\frac{\partial v_x}{\partial\varphi}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial\varphi}\right)+\frac{1}{\kappa}\left(v_x\frac{\partial v_y}{\partial\psi}-v_y\frac{\partial v_x}{\partial\psi}\right)+\frac{v^2}{\kappa}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{\kappa}\right),$$

а в кутових точках $(\varphi_*,0,0)$, $(\varphi^*,0,0)$, $(\varphi_*,Q,0)$, $(\varphi^*,Q,0)$, а також вздовж ребер паралелепіпеда G функції $c_*(\psi,t)$, $c_*^0(\varphi,t)$, $c_*^0(\varphi,t)$ разом з відповідними похідними є узгодженими.

2. Метод чисельного розв'язання задач фільтрації типу (1)-(3) на квазіконформне відображення рівномірної сіткової області квазікомплексного потенціалу $G_\omega^\gamma=\{(\varphi_i,\psi_j):$

$$\varphi_i=\varphi_*+\Delta\varphi\cdot i,\ i=\overline{0,m+1};\ \psi_j=\Delta\psi\cdot j,\ j=\overline{0,n+1};\Delta\varphi=\frac{\varphi^*-\varphi_*}{m+1},\ \Delta\psi=\frac{Q}{n+1},\ \gamma=\frac{\Delta\varphi}{\Delta\psi},\ m,\ n\in\mathbf{N}\}$$ на

сіткову область фільтрації (відповідну динамічну сітку) описано в роботах [5, 6, 21].

Тестування розробленого алгоритму виконано для області G_z, обмеженої кривими $f_1(x,y)=x$, $f_2(x,y)=y-25+7\cos\frac{x}{5}$, $f_3(x,y)=x-10\pi$, $f_4(x,y)=y-3-3\cos\frac{x}{5}$, при $\varphi_*=0$, $\varphi^*=10$, $m=n=24$ та заданій точності наближення $\varepsilon_0=10^{-6}$ [21]. Такий вибір граничних кривих забезпечує наявність великих (більших за критичні) значень градієнтів потенціалу на ділянках входу та виходу фільтраційної течії в даній області. У припущенні, що середовище не деформується, а саме, коли $\kappa=\kappa_0=1$, за $k=1387$ кроків ітераційного процесу знайдено повну витрату Q=5.53839 та динамічну сітку з максимальною нев'язкою ε_*=1.8E-03 (найбільшого "відхилення" криволінійних елементарних чотирикутників в G_Z від відповідних прямокутників в G_ω, що має місце в деяких околах граничних вузлів) [21]. На основі ряду чисельних експериментів виявлені оптимальні співвідношення між параметрами m та n розбиття області G_ω, коли при збільшенні останніх нев'язка максимально зменшується.

На рис. 1 проілюстровано процес стабілізації витрати (Q), відношення діагоналей (D) та

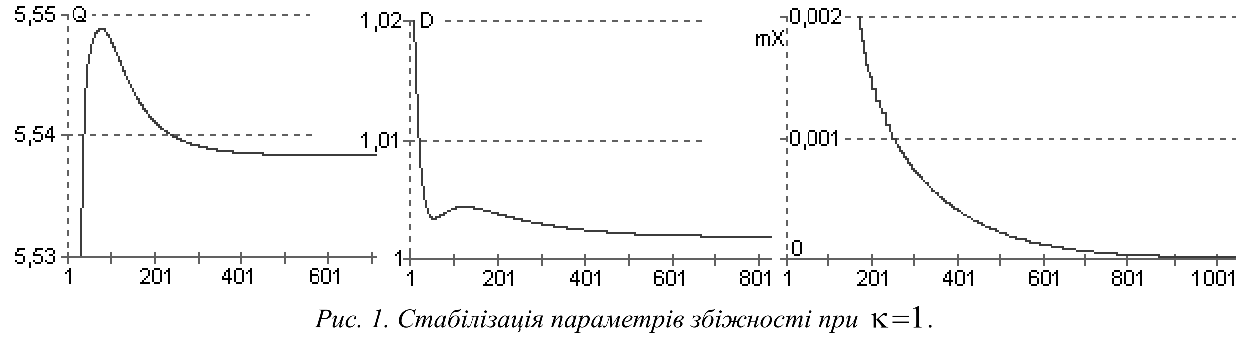

Рис. 1. Стабілізація параметрів збіжності при $\kappa=1$.

максимальної похибки наближень граничних вузлів динамічної сітки (mX) в залежності від кроку ітерації, що підтверджує збіжність наближеного розв'язку задачі.

Моделювання зон мінімального насичення, відриву (вимивання), затримки суфозійних частинок та незбуреної ділянки середовища G_Z (відповідно G_ω) в залежності від значень градієнта напору $I(\varphi,\psi)$ проведемо, аналогічно до [8,9]:

$$\kappa=\begin{cases}\kappa_0, \ I\le I_з, \\ \kappa_0+\mu(I-I_з)(I-I_в), \ I_з<I<I_н, \\ \kappa^*, \ I\ge I_н, \end{cases} \qquad \text{якщо } I'_\varphi<0;$$

$$\kappa=\begin{cases}\kappa_0, \ I\le I_1, \\ \kappa_0+\mu_0(I-I_1), \ I_1<I<I_2, \\ \kappa^0, \ I\ge I_2, \end{cases} \qquad \text{якщо } I'_\varphi\ge 0,$$

де $I_н$ – значення градієнту потенціалу, при якому має місце мінімальне насичення суфозійних частинок в ґрунті на вході фільтраційного потоку (в область G_Z), $I_в$, $I_з$ – критичні його значення, при якому мають місце відповідно відрив та максимальне осідання (максимальна затримка) суфозійних частинок у порах ґрунту, а коефіцієнт μ, що характеризує ступінь їх впливу на провідність середовища, знаходиться в результаті розв'язання рівняння $\kappa(I_н,\mu)=\kappa^*$, κ^* – максимальне значення коефіцієнта фільтрації, яке відповідає повному вимиванню суфозійних частинок (з останніх співвідношень можемо також визначити і мінімальне значення коефіцієнта фільтрації $\kappa=\kappa_*$, що досягається на деякій ділянці зони осідання частинок, де має місце максимально можливе заповнення пор суфозійними частинками); I_1, I_2 – критичні значення градієнту потенціалу ($I'_{1\varphi}>0$, $I'_{2\varphi}>0$), при яких має місце вимив суфозійних частинок з ґрунту, коефіцієнт μ_0 знаходиться в результаті розв'язання рівняння $\kappa(I_2,\mu_0)=\kappa^0$, де κ^0 – максимальне значення коефіцієнта фільтрації, яке відповідає повному вимиванню суфозійних частинок на виході фільтраційного потоку.

На рис. 2 зображені розрахункові динамічна сітка та зони збурення згідно описаної вище моделі при $\mu=\mu_0=1$, $\kappa^*=1.005$, $\kappa^0=1.04$, $I_з=0.3$, $I_в=0.35$, $I_н=0.4$, $I_1=0.37$,

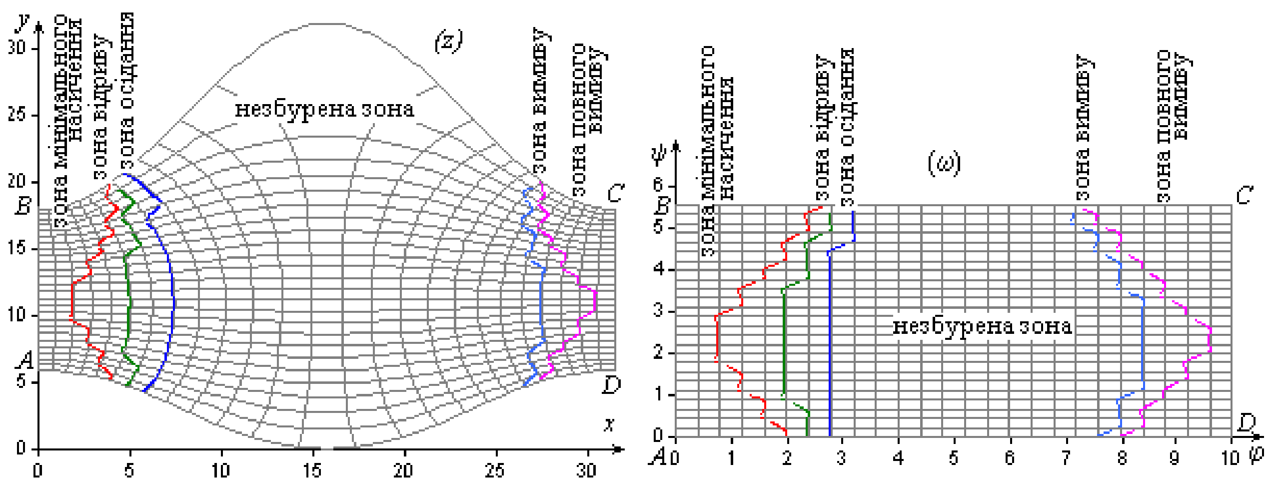

Рис. 2. Збурені та незбурена зони у фізичній області та області комплексного потенціалу.

$I_2=0.41$. Врахування відповідних факторів збурення приводить до збільшення значення шуканої витрати Q від 5.53839 (без врахування суфозії) до 5.581554 (з врахуванням зміни провідності ділянок середовища за рахунок суфозійних деформацій).

На рис. 3 пунктирними, точковими та суцільними лініями зображені графіки залежностей $I=I_k(x,y)$ та $\kappa=\kappa_k(x,y)$ (на лінії течії $\psi(x,y)=Q/2=2.791$) відповідно при початкових ($k=0$ та $k=1$) ітераціях та на стадії стабілізації ітераційного процесу ($I_\infty \approx I_7$, $\kappa_\infty=\kappa_7$), а на рис. 4 зображені відповідні скалярні поля швидкості фільтраційної течії.

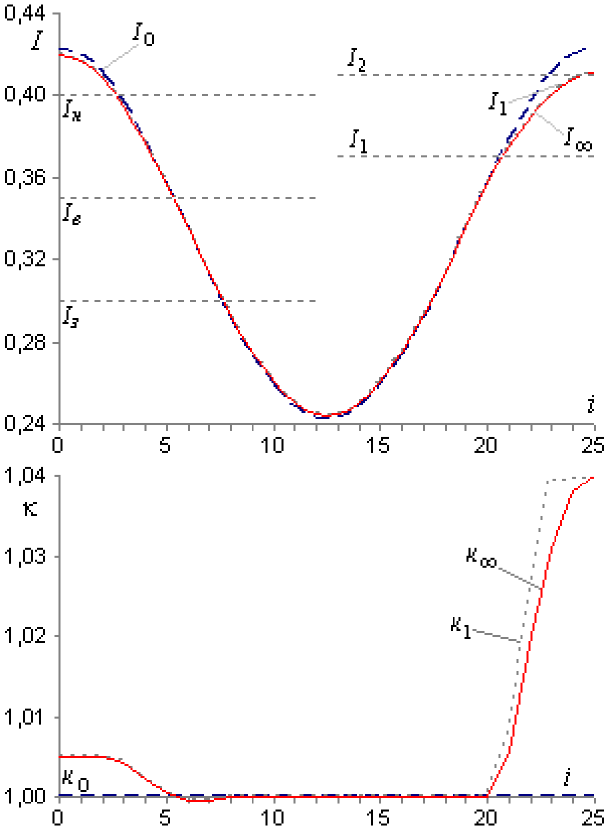

Рис. 3. Розподіл градієнта напору та коефіцієнта фільтрації вздовж лінії $\psi(x,y)=Q/2$ у фізичній області G_z.

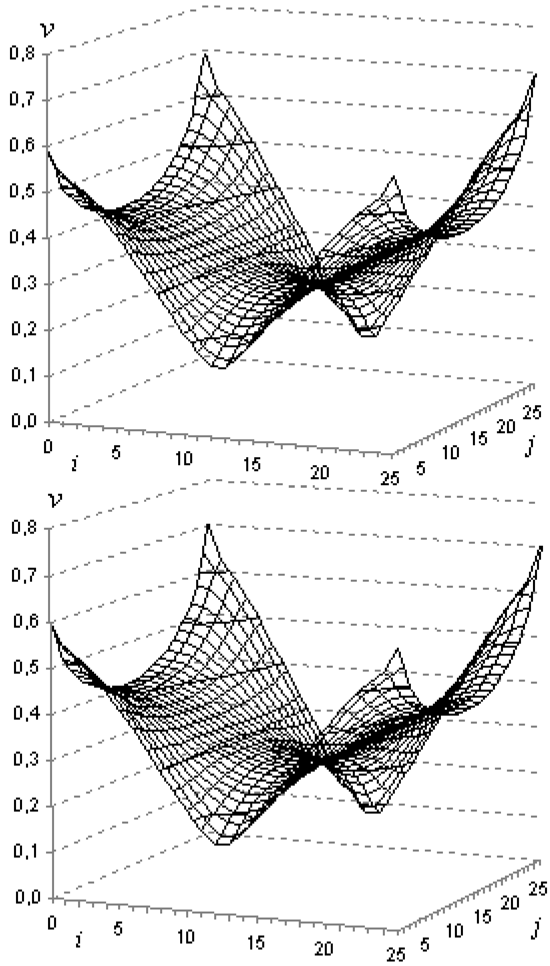

Рис. 4. Скалярні поля швидкості на стадіях: початку (k=0) та стабілізації (k=7) ітераційного процесу.

3. Асимптотичний розв'язок сингулярно збуреної задачі (4)-(6) згідно з [1,2,20] шукаємо у вигляді

$$c=\hat{c}+S+\Pi+\Pi^0+\Pi^*+R. \tag{11}$$

Тут $\hat{c}(\varphi,\psi,t,\Theta)$ – згладжений вздовж характеристики $t=f(\varphi,\psi)\equiv f_2^{-1}(f_1(\varphi,\psi))$, ($f_1(\varphi,\psi)=\int\limits_{\varphi_*}^{\varphi}\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\delta(\tilde{\varphi},\psi)}$, $f_2(t)=\int\limits_0^t\frac{\partial\tilde{t}}{\sigma(\tilde{t})}$, f_2^{-1} – функція обернена до f_2) розв'язок виродженого рівняння (4) за початкової умови (6) та "вхідної" граничної умови (5.1), тобто $\hat{c}(\varphi,\psi,t,\Theta)$ – розв'язок відповідної задачі конвективного масопереносу з врахуванням "розмазування" його фронту за рахунок дифузійних процесів. А саме,

$$\hat{c}=g_1(\Theta,\psi)c_0^0(f^{-1}(f(\varphi,\psi)-t,\psi)+g_2(\Theta,\psi)c_*(\psi,t-f(\varphi,\psi)) \qquad (12)$$

де $g_1(\Theta)=0.5(1+\Phi(\Theta))$, $g_2(\Theta)=0.5(1-\Phi(\Theta))$, $\Theta=(f(\varphi,\psi)-t)\varepsilon^{3/2}$, $\Phi(\Theta)$ – інтеграл помилок, f^{-1} – функція обернена до функції f.

“Дифузійну” поправку $S=S(\varphi,\psi,t,\varepsilon)$ в усій області G_ω знаходимо аналогічно, як у роботі [1,20], вимагаючи, щоб дана функція задовольняла рівняння $LS=(-L\hat{c})$ і граничні умови

$$S\Big|_{t=0,\Theta>0}=c_0^0-\hat{c}\Big|_{t=0,\Theta>0},\ S\Big|_{\varphi=0,\Theta<0}=c_*-\hat{c}\Big|_{\varphi=0,\Theta<0}$$

з точністю $O(\varepsilon)$.

Функція типу пограншару $\Pi(\xi,\psi,t)$ в околі $\varphi=\varphi^*$ призначена для врахування дифузійних процесів вздовж границі виходу фільтраційного потоку CD і визначається за формулою

$$\Pi(\xi,\psi,t)=a(\psi,t)e^{-\delta(\varphi^*,\psi)\xi}, \qquad (13)$$

де $a(\psi,t)=\varepsilon\left(\frac{\partial\hat{c}}{\partial\varphi}+\frac{\partial S}{\partial\varphi}\right)\Big|_{\varphi=\varphi^*}$, $\xi=\frac{\varphi-\varphi^*}{\varepsilon}$.

Функції типу пограншару

$$\Pi^0=\Pi_0^0(\varphi,\eta,t)+\sqrt{\varepsilon}\Pi_1^0(\varphi,\eta,t) \text{ і } \Pi^*(\varphi,\mu,t)=\Pi_0^*(\varphi,\mu,t)+\sqrt{\varepsilon}\Pi_1^*(\varphi,\mu,t),$$

де $\eta=\varepsilon^{-1/2}\psi$, $\mu=\varepsilon^{-1/2}(Q-\psi)$, призначені для врахування перерозподілу концентрації розчинної речовини в околі граничних ліній течії $\psi=0, i\psi=Q$ за рахунок впливу відповідних джерел забруднень, інших умов. Вони визначаються в результаті розв’язку рівнянь виду

$$\alpha(\varphi)\frac{\partial^2\Pi}{\partial\eta^2}-\delta(\varphi)\frac{\partial\Pi}{\partial\varphi}-\sigma(t)\frac{\partial\Pi}{\partial t}+g(\varphi,\eta,t),$$

які за допомогою заміни $s=f_1(\varphi)-f_2(t)$ зводяться до рівняння з сталими коефіцієнтами вигляду $a(s)\frac{\partial^2\Pi}{\partial\eta^2}=\frac{\partial\Pi}{\partial t}+g_0(s,t)$, де s – параметр.

4.Зауваження, висновки.

4.1. Використовуючи принцип максимуму для параболічних рівнянь, встановлюємо оцінку для залишкового члена ряду (11) $|R|=O(\varepsilon)$ [1,20].

Алгоритм для наближеного обчислення значень функції $f^{-1}\left(f(\varphi,\psi)-t\right)$ у вузлах $\left(\varphi_i,\psi_j,t_k\right)$ області G, де $t_k=t_{k(i,j)}=f\left(\varphi_i,\psi_j\right)$ тут будується аналогічно до [2] (на основі розробленої нами процедури обернення інтегралів із змінною верхньою межею).

Враховуючи умову $\frac{\partial c}{\partial n}\Big|_{CD}=0$ формулу для обчислення маси “виносу” забруднень через ділянку “виходу” фільтраційного потоку із даної області G_z згідно із [2] обчислюємо за формулою

$$q(t)=\int_{0}^{Q} c(\varphi^{*},\psi,t)d\psi .$$

4.2. На основі проведених досліджень бачимо, що введення нелінійності даної задачі шляхом врахування зворотного впливу градієнта квазіпотенціалу на коефіцієнт фільтрації приводить до суттєвого ускладнення алгоритму розрахунку фільтраційного фону, а процедура розрахунку концентрації забруднень у даній області при цьому стає лише більш громіздкою.

Проведені в рамках даної моделі чисельні розрахунки підтверджують факт збільшення величини фільтраційної витрати за рахунок зворотного впливу великих градієнтів квазіпотенціалу на провідність середовища (формування зон вимивання, осідання частинок та мінімального насичення ними пор ґрунту). При цьому, особливо відзначимо ефективність використання ідеї почергового "замороження" характеристик середовища та течії для опису розвитку даного процесу в часі [8, 9] та його стабілізації.

1. *Бомба А.Я.* Об асимптотическом методе приближенного решения одной задачи массопереноса при фильтрации в пористой среде. – Укр. матем. журн., 1982, т. 34, №4. – С. 493-496.
2. *Лаврик В.И., Бомба А.Я., Власюк А.П.* Об асимптотическом приближении решений некоторых задач массопереноса при фильтрации в неоднородной пористой среде. Препринт 85.72. – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1985.
3. *Бомба А.Я.* Асимптотический метод решения одной пространственной задачи массопереноса. – В кн.: Некоторые модели движения сплошной среды и их приложения. М.: Наука. – 1988. – С. 115–120.
4. *Бомба А.Я.* Асимптотический метод решения одной сингулярно возмущённой задачи массопереноса //Киевский ун–т. –Киев, 1986. – Деп. в УкрНИИНТИ, №286–Ук86.
5. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Нелінійні обернення крайових задач на квазіконформні відображення в анізотропних середовищах // Вісник Київського університету. Сер.: фізико-математичні науки.- 2001, №4.- С.160-174.
6. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Чисельне розв'язання обернених нелінійних крайових задач на конформні та квазіконформні відображення // Волинський математичний вісник.- 2001.- Вип. 8.- С.9-22.
7. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Математичне моделювання одного класу еко-енергосистем // Міжнародна конференція "Моделювання та оптимізація складних систем" присвячена 65-річчю Бублика Б.М. (25-28 січня 2001р., Київ). Праці конференції.- Київ -2001.- Т.3.- С.116-117.
8. *Хлапук М.М., Бомба А.Я., Сидорчук Б.П.* Про моделювання взаємовпливу фільтрації та механічної суфозії // Сучасні проблеми теорії фільтрації. Вісник УДАВГ.- Рівне, 1998.- С.157-166.
9. *Бомба А.Я., Хлапук М.М., Сидорчук Б.П.* Моделювання взаємовпливу градієнтів і фільтраційного середовища та проблеми стійкості дисперсійних систем // Фізика конденсованих високомолекулярних систем..- 1997.- Вип.3.- С.202-207.
10. *Darcy H.* Les fontains publiques de la ville de Dijon.- Paris, 1856.
11. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917 – 1967) / Под ред. *Полубариновой-Кочиной П.Я.*- Москва: Наука, 1969.- 546с.
12. *Слезкин Н.А.* О дифференциальных уравнениях фильтрации // Докл. АН СССР.- 1951.- Т.79.- №5.- С.755-758.
13. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики.- Киев: Наукова думка, 1980.- 334с.
14. *Ортега Д., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными.- Москва: Мир, 1975.- 558с.
15. *Власюк А.П., Михальчук В.Г.* Автоматическое построение конформных и квазиконформных отображений четырехугольных областей с помощью разностных сеток с "плавающими" узлами.- Киев, 1989.- 55с.- (Препринт АН УССР. Ин-т математики, 89.79).
16. *Годунов С.К., Прокопов Г.П.* О расчетах конформных отображений и построении разностных сеток // Журнал вычислительной математики и математической физики.- 1967.- 7, №5. -С.1031-1059.
17. *Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С.* Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах.- Киев: Наукова думка, 1991.- 432с.
18. *Савула Я.Г., Шинкаренко Г.А., Вовк В.Н.* Некоторые приложения метода конечных элементов.- Львов: Редакционно-издательская группа Львов. ун-та, 1981.- 38с.
19. *Ляшко И.И., Великоиваненко И.М., Лаврик В.И., Мистецкий Г.Е.* Метод мажорантных областей в

теории фильтрации.- Киев: Наукова думка, 1974.- 200с.

20. *Бутузов В.Ф., Нестеров А.В.* Об одной сингулярно возмущенной задаче параболического типа. – В кн.: IX Междунар. конф. по нелинейным колебаниям. – Киев: Ин–т математики АН УССР, – 1981. – С. 73–74.
21. *Каштан С.С.* Про моделювання поля швидкості фільтрації за умов взаємовпливу градієнта потенціалу і характеристик анізотропного середовища // Волинський математичний вісник.- 2002.- Вип. 9.- С.32-40.

Рівненський державний гуманітарний університет, Рівне
E-mail: Bomba@rdgu.rv.ua

Надійшла 26.06.2002

Бомба А.Я. ЧИСЛЕНО-АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ТИПА “ФИЛЬТРАЦИЯ-ДИФФУЗИЯ” ПРИ УСЛОВИЯХ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ ГРАДИЕНТОВ ПОТЕНЦИАЛА И КОЭФФИЦИЕНТА ПРОВОДИМОСТИ СРЕДЫ // *На основании разработанного нового метода построения динамической сетки квазиидеальных полей в суффозионно деформируемых средах и переходе к соответствующей области квазикомплексного потенциала получены асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных модельных задач типа “фильтрация-диффузия” для областей, ограниченных двумя линиями течения и двумя эквипотенциальными линиями с учетом обратного влияния градиента квазипотенциала на коэффициент фильтрации.*

Bomba A.Y. A NUMERICALLY ASYMPTOTIC APPROXIMATION OF SOLUTIONS FOR SINGULARLY PERTURBED NONLINEAR “FILTRATION-DIFFUSION” PROBLEMS UNDER CONDITIONS OF INTERACTION BETWEEN POTENTIAL GRADIENTS AND COEFFICIENT OF MEDIUM CONDUCTIVITY // *On the basis of the developed new method for constructing a dynamical grid of quasiperfect fields in suffosion-warped media and transfer to the corresponding area of the quasicomplex potential, asymptotic expansion of solution for singularly perturbed model “filtration-diffusion” is obtained for areas limited by two lines of flow and two equipotential lines allowing for inverse influence of the quasipotential gradient on the filtration coefficient.*

"**Волинський математичний вісник**" публікує результати досліджень в галузі математики, інформатики та механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Міжнародного університету "Рівненський економіко-гуманітарний інститут" ім. С.Дем'янчука, Волинського державного університету ім. Л.Українки Українського математичного товариства, Інституту кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова, Інституту прикладних проблем математики і механіки НАНУ ім. Я.С. Підстригача. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ.

Адреса редакції : 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31, Рівненський державний гуманітарний університет, кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ. Тел.: (8+0362) 260-444 . E-mail: vmv@rdgu.rv.ua

ISBN 966 - 7281 - 02 – 8

Наукове видання
"Волинський математичний вісник"
Випуск 9, 2002

Відповідальний за випуск Бомба А.Я.

Здано до друку . .200 р. Підписано до друку . .200 р.
Формат 1/8 Папір друк. 30×21 Ум. друк. арк. 4,38
Наклад 300 прим. Замовлення № –

Віддруковано в інформаційно-видавничому відділі
Рівненського державного гуманітарного університету
Україна, 33000, м. Рівне, вул. С.Бандери, 15