

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК**

Випуск 6

1999

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в галузі теоретичної і прикладної математики та інформатики. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів.

The "Volyn Mathematical Bulletin" publishes the results of investigation of the theoretical and applied mathematics and informatics. Recommended for research workers, teachers of higher schools, post graduates and senior year students.

Заснований у 1994 році. Свідоцтво про реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.1995р.

Редакційна колегія :

Бейко І. В.
Боднар Д. І.
Бомба А. Я. (відповідальний редактор)
Бурак Я. Й.
Войтович М. М.
Гарашенко Ф. Г.
Грищик В. В.
Каштан С. С. (технічний секретар)
Ковтунець В. В.
Кратко М. І.
Мельник В. М.
Попов Б. О.
Прикарпатський А. К.
Пташник Б. Й.
Савула Я. Г.
Скопечкий В. В. (головний редактор)
Сулим Г. Т.
Сяський А. О.
Сяський В. А. (секретар)
Хома Г. П.
Шинкаренко Г. А.
Янчук П. С.
Ясній П. В.

Editorial board :

Byeko I. V.
Bodnar D. I.
Bomba A. Ya. (editor)
Burak Ya. Y.
Voytovych M. M.
Garashchenko F. G.
Grytskyk V. V.
Kashtan S. S. (secretary)
Kovtunets V. V.
Kratko M. I.
Melnyk V. M.
Popov B. O.
Prykarpatsky A. K.
Ptashnyk B. Y.
Savula Ya. G.
Skopetsky V. V. (Editor-in-Chief)
Sulym G. T.
Syasky A. O.
Syasky V. A. (secretary)
Khoma G. P.
Shynkarenko G. A.
Yanchuk P. S.
Yasniy P. V.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Українського математичного товариства, Інституту кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова, Інституту прикладних проблем математики і механіки НАНУ ім. Я.С.Підстригача

Адреса редакції : 33000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
Кафедра інформатики та прикладної математики.
Тел.: (8+0362) 260-444.

ISBN 966 - 7281 - 02 - 8

© Українське математичне товариство, 1999
© РДГУ, 1999

Зміст

Антонова Т.М. ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ ГІЛЛЯСТИХ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ 3

Бабак П.П. АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА РОЗВ'ЯЗКУ НАВАНТАЖЕНОЇ ЗАДАЧІ ДИФУЗІЇ З МАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ДИФУЗІЇ ТА ПОРИСТОСТІ 9

Баран О.С., Боднар Д.І. РОЗВИНЕННЯ КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ У БАГАТОВИМІРНИЙ С-ДРІБ З НЕРІВНОЗНАЧНИМИ ЗМІННИМИ 15

Боднар Д.І. АЛГОРИТМ РОЗВИНЕННЯ КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ У ВІДПОВІДНИЙ БАГАТОВИМІРНИЙ С-ДРІБ 21

Бомба А.Я., Каштан С.С. ПРО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО КЛАСУ НЕЛІНІЙНИХ ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ 25

Ворошик Н.І. ОБЕРНЕНА ТЕОРЕМА НАБЛИЖЕННЯ ГРАНИЧНИХ ФУНКЦІЙ ІХ ГАРМОНІЙНИМ ЗОВНІ ЕЛІПСА ПРОДОВЖЕННЯМ 37

Гембарська С.Б. ПРО АБСОЛЮТНУ ЗБІЖНІСТЬ СТЕПЕНЕВИХ РЯДІВ З ОБМЕЖЕНОЮ ВАРІАЦІЄЮ 41

Григорків В.С. ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ З НЕЛІНІЙНИМ ДИНАМІЧНИМ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИМ МІЖГАЛУЗЕВИМ БАЛАНСОМ 47

Грищенко О.Ю. ДС-РІЗНИЦЕВІ АЛГОРИТМИ ДЛЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСУ З ПРАВИМИ ЧАСТИНАМИ, ЛІНІЙНО ЗАЛЕЖНИМИ ВІД РОЗВ'ЯЗКУ 53

Дейнека В.С. СХЕМИ ПІДВИЩЕНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИФУЗІЇ ІЗ ЗБУРЕНИМИ УМОВАМИ СПРЯЖЕННЯ 57

Жигалло К.М., Харкевич Ю.І. ТОЧНІ ОЦІНКИ НАБЛИЖЕННЯ КЛАСУ КВАЗІГЛАДКИХ ФУНКЦІЙ ІХ БІГАРМОНІЙНИМИ ІНТЕГРАЛАМИ ПУАССОНА В РІВНОМІРНИЙ ТА ІНТЕГРАЛЬНИЙ МЕТРИКАХ 64

Івашук Я.Г., Ковтунець В.В. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ОПЕРАТОРА НАЙКРАЩОГО РІВНОМІРНОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ЕЛЕМЕНТАМИ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО КЛАСУ 69

Ільїна В.В. ПРО АСИМПТОТИЧНУ ПОВЕДІНКУ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА ГРАФАХ 76

Карабин О.О. ДО ПОНЯТТЯ БАЗИ З ПІДПРОСТОРІВ В ГЛЬБЕРТОВИМУ ПРОСТОРІ 81

Клюшин Д.А. ОПТИМІЗАЦІЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ З УЗАГАЛЬНЕНИМ ВПЛИВОМ 85

Кузьменко А.П., Кузьменко В.М. ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕЛІПТИЧНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ У НЕСКІНЧЕНИХ СКЛАДНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ ОБЛАСТЯХ 89

Кундрат М.М. ВТОМНЕ ВІДШАРУВАННЯ ЛІНІЙНОГО ВКЛЮЧЕННЯ 93

Ляшко С.И., Войцеховский С.А., Номировский Д.А., Семенов В.В. ЧИСЛЕННАЯ

ОПТИМИЗАЦІЯ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ С ОБОБЩЕННЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ.....	97
Нгуен Суан Тхао БАЗИСНЫЙ АНАЛОГ L-ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	102
Попов Б.О., Лаушник О.І. ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОБЕРНЕНОЇ ДО ІНТЕГРАЛУ ЙМОВІРНОСТІ.....	107
Скасків О.Б., Півкач М.Г. ОЦІНКА ЗНИЗУ ЦІЛИХ РЯДІВ ДІРХЛЕ З ПОКАЗНИКАМИ, ЩО МАЮТЬ ДОДАТНІЙ КРОК, ЗОВНІ СИСТЕМИ МАЛИХ КРУГІВ.....	113
Столярчук В.К., Мартинюк П.М. АСИМПТОТИЧНО НАЙКРАЩЕ РІВНОМІРНЕ НАБЛИЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИМИ ПОЛІНОМАМИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ В КОМПЛЕКСНІЙ ОБЛАСТІ.....	118
Сяський А.О. ДВОСТОРОННІЙ КОНТАКТ ЖОРСТКОГО ДИСКА З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ НЕСКІНЧЕНОЇ ПЛАСТИНКИ.....	122
Сяський В.А. ВПЛИВ ТЕРТЯ НА РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ ПРИ КОНТАКТІ ГЛАДКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛ І ШТАМПІВ З КУТОВИМИ ТОЧКАМИ.....	127
Турбал Ю.В. ПРО НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ СУМІСНОСТІ ДЕЯКИХ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ.....	135
Цимбал В.М. ВИРОДЖЕННЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ У ГІПЕРБОЛІЧНЕ.....	139
Янчук П.С. КВАЗИСПЕКТРАЛЬНІ МНОГОЧЛЕНИ ТА КРАЙОВІ ЗАДАЧІ.....	143
Застосування математичних методів	
Науменко Ю.В. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ РІДИНИ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ОБЕРТОВОМУ ЦИЛІНДРІ.....	160
Черняга П.Г., Сяський В.О., Грицюк П.М. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ РУХІВ ФУНДАМЕНТІВ СПОРУД В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ЗМІНИ ЇХ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК.....	164
Короткі повідомлення	
Вірченко Н.О. ПРО УЗАГАЛЬНЕНУ (ЗА РАЙТОМ) ГАМА-ФУНКЦІЮ.....	168
Петрівський Б.П., Петрівський Я.Б., Хома Н.Г. УЗАГАЛЬНЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ КВАЗІЛІНІЙНИХ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ.....	171
Рубльов Б.В. ВИКОРИСТАННЯ ГЛАДКОЇ МЕТРИКИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ ЗОБРАЖЕНЬ.....	174
Савич В.О. ТЕОРЕМИ ЄДИНОСТІ ДЛЯ ДВОЗНАЧНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ ФУНКЦІЙ З ВРАХУВАННЯМ МНОЖИН А-ТОЧОК.....	177

Черняга П.Г., Сяський В.О., Грицюк П.М.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ РУХІВ ФУНДАМЕНТІВ СПОРУД В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ЗМІНИ ЇХ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Пропонується нова методика математичного моделювання вертикальних рухів фундаментів споруд в залежності від зміни їх просторово-часових характеристик. Прогнозування виконується в довільну точку фундаменту на основі регулярних вимірювань вертикальних рухів марок в залежності від часу та віддачі між ними.

В роботі [1] на основі регулярних геодезичних вимірювань розроблений наближений метод визначення середніх осідань фундаментів споруд АЕС. Були отримані аналітичні формули, які давали можливість визначити осідання фундаментів в довільний момент часу і робити недовготривале прогнозування цих осідань в майбутньому. В даній методиці не було чіткого представлення про положення і стан фундаменту в різних його частинах, бо він фактично замінювався однією точкою з певними усередненими характеристиками.

Деяко ширший підхід був зроблений у роботі [2], де фундамент споруди ототожнювався з деякою площиною, положення якої з часом змінювалося. Це дало змогу розглядати фундамент як систему точок з просторово-часовими характеристиками.

В даній роботі пропонується інший підхід до визначення положення фундаменту споруди в залежності від часу і вертикальних зміщень марок осідань. Ототожнимо фундамент споруди з просторовою замкнутою лінією, яку віднесемо до декартової системи координат $OXYZ$; осі OX і OY розмістимо в горизонтальній площині, яка співпадає з лінією фундаменту при першому циклі геодезичних вимірювань, вісь OZ направимо вертикально вгору.

Припустимо, що в процесі експлуатації споруди координати x, y довільної точки лінії фундаменту залишаються незмінними, а змінюється лише апліката z . На лінії виберемо точку M_0 , яку приймемо за початок відліку. Положення будь-якої точки M на фундаменті будемо визначати довжиною лінії M_0M при певній орієнтації напрямку обходу (рис. 1).

Позначимо через $S = \frac{z}{L}$, $S \in [0, 1]$ - безрозмірний параметр, який визначає положення довільної точки лінії фундаменту; S - довжина ланки M_0M ; L - довжина всього контуру.

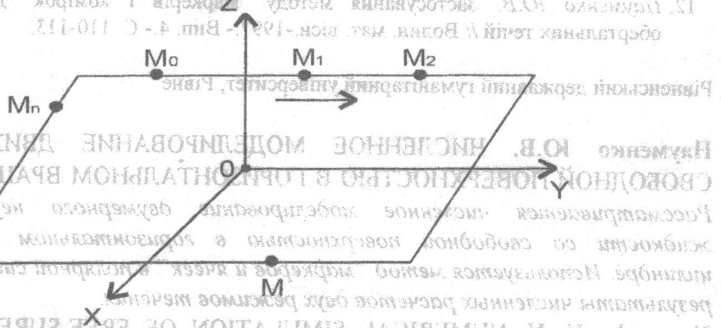


Рис. 1. Схема розміщення точок фундаменту.

З врахуванням сказаного, осідання z довільної точки лінії фундаменту в будь-який момент часу t можна представити у вигляді функції двох змінних:

$$z = f(\bar{S}, t), \quad (1)$$

вид якої будемо визначати, виходячи з регулярних геодезичних вимірювань.

Необхідно зауважити, що кожний результат вимірювання вертикального руху марки включає вплив всіх факторів, які його спричиняють. Тому в даній роботі про вплив окремих факторів на осідання фундаменту мови не буде.

Припустимо, що на даному фундаменті встановлено m марок, за осіданням яких проведено n циклів вимірювань. Результати цих вимірювань можна представити у вигляді матриці

$$Z = (z_{kl}), \quad k = \overline{1, m}, l = \overline{1, n}, \quad (2)$$

де z_{kl} - осідання l -ї марки в k -му циклі спостережень.

Прийемо, що в першому циклі вимірювань осідання всіх марок $z_{1l} = 0$, а всі подальші осідання відраховуються від цього циклу.

З врахуванням вищесказаного, функцію (1) будемо шукати у вигляді многочлена з двома змінними \bar{S} і t :

$$z = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^n A_{ij} \bar{S}^{i-1} (t-t_1)^{j-1}, \quad (3)$$

де t - час (в роках), t_j - час, що відповідає першому циклу вимірювань;

A_{ij} ($i = \overline{1, m+1}; j = \overline{1, n}$) - невідомі числа, які будемо визначати методом колокацій.

Підставивши в праву частину (3) замість \bar{S} і t відповідно значення \bar{S}_l ($l = \overline{1, m+1}$) (приймемо, що $m+1$ марка співпадає з першою) і t_k ($k = \overline{1, n}$), а в ліву частину - відповідні елементи матриці (2), отримаємо систему $(m+1) \cdot n$ лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів A_{ij} :

$$\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^n A_{ij} \bar{S}_l^{i-1} (t_k - t_1)^{j-1} = z_{kl}, \quad (k = \overline{1, n}, l = \overline{1, m+1}). \quad (4)$$

Якщо розв'язок системи (4) буде відомий, то осідання будь-якої точки лінії фундаменту в довільний момент часу буде визначено за формулою (3).

При значній кількості наявних марок m і циклів вимірювань n можуть виникнути технічні труднощі з реалізацією системи (4) із-за високого її порядку. У цьому випадку розв'язувати задачу пропонуємо наступним чином.

Позначимо відповідно через m_1 і n_1 максимальні показники біля \bar{S} і t в многочлені (3). В силу вищесказаного, вибираємо $m_1 < m$ і $n_1 < n$. Для зручності введемо такі позначення:

$$x_1 = A_{11}, x_2 = A_{12}, x_3 = A_{13}, \dots, x_q = A_{(m_1+1)(n_1+1)}, \quad q = (m_1+1)(n_1+1),$$

$$z_1 = z_{11}, z_2 = z_{12}, z_3 = z_{13}, \dots, z_r = z_{(m_1+1)n_1}, \quad r = (m_1+1)n_1.$$

Тоді система (4) відносно невідомих x_j ($j = \overline{1, q}$) набуває вигляду

$$\sum_{j=1}^q \alpha_{jh} x_j = z_h \quad (h = \overline{1, r}), \quad (5)$$

де $\alpha_{jh} = t_{1h}^{N_j} \bar{S}_l^{m_1 - N_j}$

$$M = E \begin{pmatrix} j-1 \\ n_1+1 \end{pmatrix} (E(x) \text{ ціла частина } x),$$

$$N = j-1 - M(n_1+1),$$

$$(1) \quad M_1 = 1 + E \left(\frac{h-1}{n} \right),$$

$$N_1 = n - n(M_1 - 1).$$

Система (5) несутісна (число рівнянь більше числа невідомих), тому її розв'язок будемо знаходити методом найменших квадратів [1].

В кінцевому результаті отримаємо систему

$$\sum_{j=1}^q a_{ij} x_j = c_i \quad (i=1, q). \quad (6)$$

$$(7) \quad \text{Тут } a_{ij} = \sum_{h=1}^r \alpha_{jh} \alpha_{ih} \quad \text{і} \quad c_i = \sum_{h=1}^r \alpha_{ih} z_h.$$

Чисельна реалізація розробленої методики проведена для багатьох фундаментів споруд Рівненської АЕС. На рис.2 зображено схему розміщення марок осідань та відстані між ними на одному із фундаментів споруди.

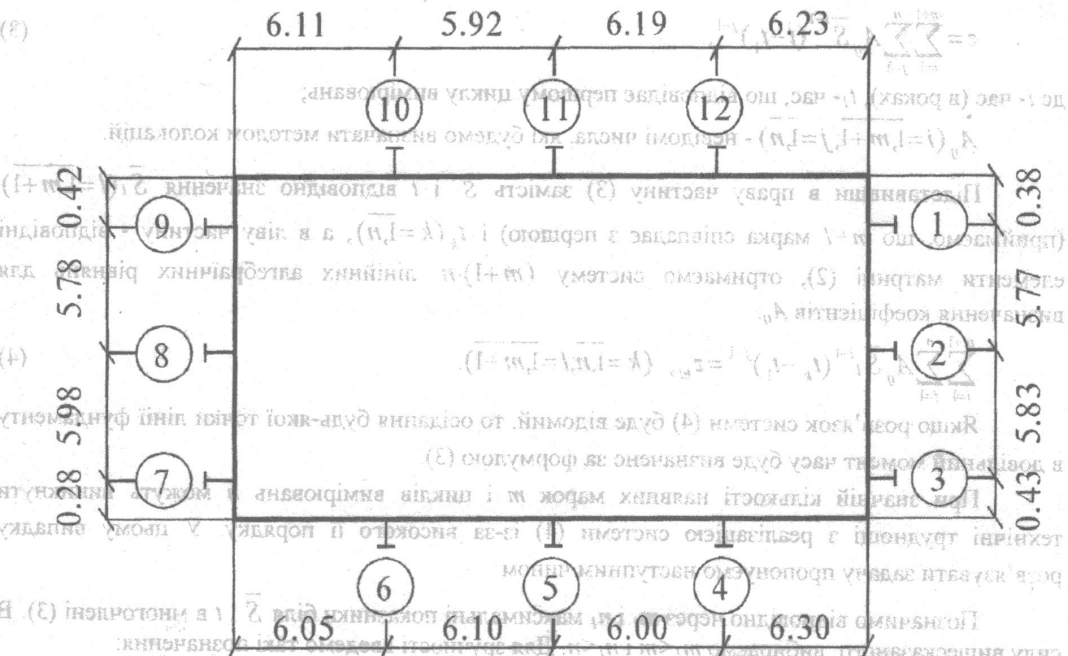


Рис.2. Схема розміщення марок осідань та віддалі між ними на фундаменті споруди.

Для визначення вертикального руху фундаменту в будь-якій його точці та в довільний момент часу в обробку включені результати спостережень з травня 1996 по серпень 1998 років, що складають п'ять циклів вимірювань. Задача реалізована поліномом (3) при $m=4$ і $n=4$. Середня квадратична похибка відхилень кривої апроксимації від результатів спостережень становить 0,4 мм, що відповідає точності вимірювань осідань марок.

Для перевірки даної методики з системи обробки були виключені результати осідань марки за номером 8. В результаті обчислень була одержана середня квадратична похибка апроксимації 0,29 мм. При цьому був здійснений прогноз руху цієї марки для значень часу t , що відповідає циклам вимірювань, які не входили в обробку при визначенні прогнозної функції.

Результати вимірювань і прогнозу приведені в табл. 1.