

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК**

Випуск 6

1999

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в галузі теоретичної і прикладної математики та інформатики. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів.

The "Volyn Mathematical Bulletin" publishes the results of investigation of the theoretical and applied mathematics and informatics. Recommended for research workers, teachers of higher schools, post graduates and senior year students.

Заснований у 1994 році. Свідоцтво про реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.1995р.

Редакційна колегія :

Бейко І. В.
Боднар Д. І.
Бомба А. Я. (відповідальний редактор)
Бурак Я. Й.
Войтович М. М.
Гарашенко Ф. Г.
Грищик В. В.
Каштан С. С. (технічний секретар)
Ковтунець В. В.
Кратко М. І.
Мельник В. М.
Попов Б. О.
Прикарпатський А. К.
Пташник Б. Й.
Савула Я. Г.
Скопечкий В. В. (головний редактор)
Сулим Г. Т.
Сяський А. О.
Сяський В. А. (секретар)
Хома Г. П.
Шинкаренко Г. А.
Янчук П. С.
Ясній П. В.

Editorial board :

Byeko I. V.
Bodnar D. I.
Bomba A. Ya. (editor)
Burak Ya. Y.
Voytovych M. M.
Garashchenko F. G.
Grytskyk V. V.
Kashtan S. S. (secretary)
Kovtunets V. V.
Kratko M. I.
Melnyk V. M.
Popov B. O.
Prykarpatsky A. K.
Ptashnyk B. Y.
Savula Ya. G.
Skopetsky V. V. (Editor-in-Chief)
Sulym G. T.
Syasky A. O.
Syasky V. A. (secretary)
Khoma G. P.
Shynkarenko G. A.
Yanchuk P. S.
Yasniy P. V.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Українського математичного товариства, Інституту кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова, Інституту прикладних проблем математики і механіки НАНУ ім. Я.С.Підстригача

Адреса редакції : 33000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
Кафедра інформатики та прикладної математики.
Тел.: (8+0362) 260-444.

ISBN 966 - 7281 - 02 - 8

© Українське математичне товариство, 1999
© РДГУ, 1999

Зміст

Антонова Т.М. ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ ГІЛЛЯСТИХ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ 3

Бабак П.П. АСИМПТОТИЧНА ПОВЕДІНКА РОЗВ'ЯЗКУ НАВАНТАЖЕНОЇ ЗАДАЧІ ДИФУЗІЇ З МАЛИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ДИФУЗІЇ ТА ПОРИСТОСТІ 9

Баран О.С., Боднар Д.І. РОЗВИНЕННЯ КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ У БАГАТОВИМІРНИЙ С-ДРІБ З НЕРІВНОЗНАЧНИМИ ЗМІННИМИ 15

Боднар Д.І. АЛГОРИТМ РОЗВИНЕННЯ КРАТНОГО СТЕПЕНЕВОГО РЯДУ У ВІДПОВІДНИЙ БАГАТОВИМІРНИЙ С-ДРІБ 21

Бомба А.Я., Каштан С.С. ПРО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО КЛАСУ НЕЛІНІЙНИХ ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ 25

Ворошик Н.І. ОБЕРНЕНА ТЕОРЕМА НАБЛИЖЕННЯ ГРАНИЧНИХ ФУНКЦІЙ ІХ ГАРМОНІЙНИМ ЗОВНІ ЕЛІПСА ПРОДОВЖЕННЯМ 37

Гембарська С.Б. ПРО АБСОЛЮТНУ ЗБІЖНІСТЬ СТЕПЕНЕВИХ РЯДІВ З ОБМЕЖЕНОЮ ВАРІАЦІЄЮ 41

Григорків В.С. ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ З НЕЛІНІЙНИМ ДИНАМІЧНИМ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИМ МІЖГАЛУЗЕВИМ БАЛАНСОМ 47

Грищенко О.Ю. ДС-РІЗНИЦЕВІ АЛГОРИТМИ ДЛЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСУ З ПРАВИМИ ЧАСТИНАМИ, ЛІНІЙНО ЗАЛЕЖНИМИ ВІД РОЗВ'ЯЗКУ 53

Дейнека В.С. СХЕМИ ПІДВИЩЕНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИФУЗІЇ ІЗ ЗБУРЕНИМИ УМОВАМИ СПРЯЖЕННЯ 57

Жигалло К.М., Харкевич Ю.І. ТОЧНІ ОЦІНКИ НАБЛИЖЕННЯ КЛАСУ КВАЗІГЛАДКИХ ФУНКЦІЙ ІХ БІГАРМОНІЙНИМИ ІНТЕГРАЛАМИ ПУАССОНА В РІВНОМІРНИЙ ТА ІНТЕГРАЛЬНИЙ МЕТРИКАХ 64

Івашук Я.Г., Ковтунець В.В. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ОПЕРАТОРА НАЙКРАЩОГО РІВНОМІРНОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ЕЛЕМЕНТАМИ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО КЛАСУ 69

Ільїна В.В. ПРО АСИМПТОТИЧНУ ПОВЕДІНКУ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА ГРАФАХ 76

Карабин О.О. ДО ПОНЯТТЯ БАЗИ З ПІДПРОСТОРІВ В ГЛЬБЕРТОВИМУ ПРОСТОРІ 81

Клюшин Д.А. ОПТИМІЗАЦІЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ З УЗАГАЛЬНЕНИМ ВПЛИВОМ 85

Кузьменко А.П., Кузьменко В.М. ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕЛІПТИЧНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ У НЕСКІНЧЕНИХ СКЛАДНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ ОБЛАСТЯХ 89

Кундрат М.М. ВТОМНЕ ВІДШАРУВАННЯ ЛІНІЙНОГО ВКЛЮЧЕННЯ 93

Ляшко С.И., Войцеховский С.А., Номировский Д.А., Семенов В.В. ЧИСЛЕННАЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ С ОБОБЩЕННЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ.....	97
Нгуен Суан Тхао БАЗИСНЫЙ АНАЛОГ L-ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	102
Попов Б.О., Лаушник О.І. ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОБЕРНЕНОЇ ДО ІНТЕГРАЛУ ЙМОВІРНОСТІ.....	107
Скасків О.Б., Півкач М.Г. ОЦІНКА ЗНИЗУ ЦІЛИХ РЯДІВ ДІРХЛЕ З ПОКАЗНИКАМИ, ЩО МАЮТЬ ДОДАТНІЙ КРОК, ЗОВНІ СИСТЕМИ МАЛИХ КРУГІВ.....	113
Столярчук В.К., Мартинюк П.М. АСИМПТОТИЧНО НАЙКРАЩЕ РІВНОМІРНЕ НАБЛИЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИМИ ПОЛІНОМАМИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ В КОМПЛЕКСНІЙ ОБЛАСТІ.....	118
Сяський А.О. ДВОСТОРОННІЙ КОНТАКТ ЖОРСТКОГО ДИСКА З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ НЕСКІНЧЕНОЇ ПЛАСТИНКИ.....	122
Сяський В.А. ВПЛИВ ТЕРТЯ НА РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ ПРИ КОНТАКТІ ГЛАДКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛ І ШТАМПІВ З КУТОВИМИ ТОЧКАМИ.....	127
Турбал Ю.В. ПРО НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ СУМІСНОСТІ ДЕЯКИХ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ.....	135
Цимбал В.М. ВИРОДЖЕННЯ ГІПЕРБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ У ГІПЕРБОЛІЧНЕ.....	139
Янчук П.С. КВАЗИСПЕКТРАЛЬНІ МНОГОЧЛЕНИ ТА КРАЙОВІ ЗАДАЧІ.....	143
Застосування математичних методів	
Науменко Ю.В. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ РІДИНИ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ОБЕРТОВОМУ ЦИЛІНДРІ.....	160
Черняга П.Г., Сяський В.О., Грицюк П.М. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ РУХІВ ФУНДАМЕНТІВ СПОРУД В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ЗМІНИ ЇХ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК.....	164
Короткі повідомлення	
Вірченко Н.О. ПРО УЗАГАЛЬНЕНУ (ЗА РАЙТОМ) ГАМА-ФУНКЦІЮ.....	168
Петрівський Б.П., Петрівський Я.Б., Хома Н.Г. УЗАГАЛЬНЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ КВАЗІЛІНІЙНИХ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ.....	171
Рубльов Б.В. ВИКОРИСТАННЯ ГЛАДКОЇ МЕТРИКИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ ЗОБРАЖЕНЬ.....	174
Савич В.О. ТЕОРЕМИ ЄДИНОСТІ ДЛЯ ДВОЗНАЧНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ ФУНКЦІЙ З ВРАХУВАННЯМ МНОЖИН А-ТОЧОК.....	177

УДК 517.944

Петрівський Б.П., Петрівський Я.Б., Хома Н.Г.

УЗАГАЛЬНЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ КВАЗІЛІНІЙНИХ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ

Встановлено умови існування єдиного розв'язку квазілінійної крайової періодичної задачі для інтегро-диференціального рівняння другого порядку гіперболічного типу.

Розглядається крайова періодична задача

$$u_{tt} - u_{xx} = f(x, t, u, u_t, u_x, v[u]), \quad (1)$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, t + T) = u(x, t), \quad (x, t) \in R^2, \quad (2)$$

де $v[u](x, t) = \int_0^h \varphi(x, t, u(x, s), u_t(x, s), u_x(x, s)) ds$.

Відомо [1], що крайова періодична задача вигляду

$$u_{tt} - u_{xx} = g(x, t), \quad (3)$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad u(x, t + T) = u(x, t), \quad (x, t) \in R^2, \quad (4)$$

має єдиний класичний розв'язок щонайменше в трьох просторах функцій, які визначаються наступним чином

$$B_1 = \{g : g(x, t) = -g(-x, t) = g(\pi - x, t) = g(x, t + T)\};$$

$$B_2 = \left\{g : g(x, t) = -g(-x, t) = g(2\pi + x, t) = g(\pi - x, t + \frac{T}{2}) = g(x, t + T)\right\};$$

$$B_3 = \left\{g : g(x, t) = -g(\pi - x, t) = g(2\pi + x, t) = -g(x, t + \frac{T}{2})\right\}$$

для таких періодів -

$$T_1 = \frac{(2p-1)\pi}{q}, \quad T_2 = \frac{2\pi(2p-1)}{2s-1}, \quad T_3 = \frac{4\pi k}{2s-1} \quad \text{де } p, s, k \text{ - натуральні числа.}$$

Більше того, справедливим є таке твердження в [2, 3].

Теорема 1. Функція

$$u_i(x, t) = (P_i g)(x, t; b_i) = \int_0^{b_i} Q(\tau) d\tau - \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} g(\xi, \tau) d\xi, \quad (5)$$

де $Q(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 < \tau \leq t \\ -\frac{1}{4}, & t < \tau \leq b_i \end{cases}, \quad b_i = (2p-1)\pi, \quad i=1,2, \quad b_3 = 2\pi \cdot k, \quad g \in G_x \cap B_i, \quad G_x \subset \text{простір}$

неперервних і обмежених на R^2 разом з похідною по x функцій, є єдиною функцією з простору $C^{2,2} \cap B_i$, яка задовольняє умови (3), (4), причому справджуються наступні оцінки

$$\|u\|_C \leq \frac{b_i^2}{4} \|g(x,t)\|_C, \quad \|u_l(x,t)\|_C \leq \frac{b_i}{2} \|g(x,t)\|_C, \quad l=t,x, \tag{6}$$

$$\|g(x,t)\|_C = \sup\{|g(x,t)|; (x,t) \in R^2\} \tag{7}$$

де C -простір неперервних і обмежених на R^2 функцій двох змінних x, t , $C^{2,2}$ - простір неперервних і обмежених на R^2 разом із другими похідними по змінних x, t функцій.

За аналогією з розв'язком (5) задачі (3), (4) утворимо систему інтегральних рівнянь

$$\begin{cases} u_i(x,t) = \int_0^{b_i} Q(\tau) d\tau \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} F[u, u_t, u_x](\xi, \tau) d\xi, \\ \frac{\partial u_i(x,t)}{\partial t} = \int_0^{b_i} Q(\tau) \sum_{k=0}^1 F[u, u_t, u_x](x+(-1)^k(t-\tau), \tau) d\tau, \\ \frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x} = \int_0^{b_i} Q(\tau) \sum_{k=0}^1 (-1)^k F[u, u_t, u_x](x+(-1)^k(t-\tau), \tau) d\tau, \quad i=1,2,3, \end{cases} \tag{8}$$

де $F[u, u_t, u_x, v[u]](x,t) = f(x,t, u(x,t), u_t(x,t), u_x(x,t), v[u](x,t))$.

Означення. Неперервний розв'язок $(u_i, \frac{\partial u_i}{\partial t}, \frac{\partial u_i}{\partial x})$, $u_i \in B_i$, $i=1,2,3$, системи інтегральних рівнянь (8) будемо називати гладким розв'язком крайової періодичної задачі (1), (2).

Використовуючи інтегральне зображення розв'язку (5) лінійної крайової періодичної задачі (3), (4), на основі теореми 1 переконуємось у справедливості наступного твердження

Теорема 2. Нехай $g \in B_i \cap C(R^2)$. Тоді лінійна задача (3), (4) має єдиний гладкий розв'язок, визначений формулою (5), для якого справедливі оцінки (6), (7).

Аналогічний результат справедливий і для квазілінійної задачі (1)-(2).

Теорема 3. Нехай скалярні функції $F[u, u_t, u_x, v[u]](x,t)$ і $v[u](x,t)$ задовольняють такі умови:

- 1) $F[u, u_t, u_x, v[u]](x,t) \in C(R^2 \times \|u\|_C < \infty \times \|u_t\|_C < \infty \times \|u_x\|_C < \infty \times \|v\|_C < \infty)$,
- 2) $0 < \|F[0,0,0, v[0]](x,t)\|_C = M < \infty$;

$$3) \left| F[u''_1, u''_t, u''_x, v[u'']](x,t) - F[u'_1, u'_t, u'_x, v[u']](x,t) \right| \leq N_1 |u''(x,t) - u'(x,t)| + N_2 |u''_t(x,t) - u'_t(x,t)| + N_3 |u''_x(x,t) - u'_x(x,t)| + N_4 |v[u''](x,t) - v[u'](x,t)|;$$

$$4) F[0,0,0, v[0]](x,t) \in B_i, \quad i=1,2,3;$$

$$5) \forall u \in B_i \cap C^{1,1} : F[u, u_t, u_x, v[u]](x,t) \in B_i \cap C(R^2), \quad i=1,2,3;$$

$$6) v[u](x,t) \in C(R^2 \times \|u\|_C < \infty \times \|u_t\|_C < \infty \times \|u_x\|_C < \infty);$$

$$7) \left| \varphi(x,t, u''_1, u''_t, u''_x) - \varphi(x,t, u'_1, u'_t, u'_x) \right| \leq K_1 |u''(x,t) - u'(x,t)| + K_2 |u''_t(x,t) - u'_t(x,t)| + K_3 |u''_x(x,t) - u'_x(x,t)|;$$

$$8) |\varphi(x,t)| \leq N.$$

Тоді, при виконанні умови

визначимо функції $Q(\tau)$ з умови $\int_0^{b_i} Q(\tau) d\tau = 1$ і введемо функції $Q(\tau)$ з умови $\int_0^{b_i} Q(\tau) d\tau = 1$ і введемо функції $Q(\tau)$ з умови $\int_0^{b_i} Q(\tau) d\tau = 1$.

$$\frac{(T_i q)^2}{4} (N_1 + NN_4 K_1) + \frac{T_i q}{2} (N_2 + N_3 + NN_4 (K_2 + K_3)) \leq 1, \quad i=1,2,3,$$

задача (1), (2) має єдиний гладкий розв'язок.

1. Хома Г.П., Петрівський Я.Б. Розв'язність однієї крайової періодичної задачі // Укр. мат. журн. - 1997. - Т.49, №2. - С.296-301.
2. Хома Г.П., Петрівський Б.П., Петрівський Я.Б. Крайова періодична задача для інтегро-диференціального рівняння другого порядку // Волинський математичний вісник - 1997 - №4 - С.170-172.
3. Хома Н.Г., Семчук А.Я. Розв'язок крайової періодичної задачі // Волинський математичний вісник - 1997 - №4 - С.173-174.

Рівненський державний гуманітарний університет, Рівне
 Тернопільська державна фінансово-економічна академія, Тернопіль

Петрівський Б.П., Петрівський Я.Б., Хома Н.Г. ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА // Установлены условия существования решения квазилинейной краевой периодической задачи для гиперболического уравнения.

Petriivskiy B.P., Petriivskiy Ya.B., Khoma N.G. GENERALIZED SOLUTIONS OF QUASILINEAR INTEGRAL AND DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE SECOND ORDER HYPERBOIC TYPE // Conditions for existence of the solution for quasilinear boundary-value periodical problem for hyperbolic equation are established.