

МО України
Рівненський державний педагогічний інститут

Рівненське відділення АН ВШ України

Рівненська та Волинська регіональні організації
Українського математичного товариства

Волинський математичний вісник

(Матеріали школи-семінару “Прикладні проблеми
математики та інформатики”,
1-4 лютого 1996 р., м. Рівне)

ВИП. 2

Рівне 1995

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в області теоретичної і прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

Редакційна колегія:

В. Ю. Слюсарчук (головний редактор),
А. Я. Бомба (відповідальний за випуск),
В. О. Вальковський, М. М. Войтович,
В. Й. Горбайчук, В. В. Ковтунець,
І. В. Коробчук, А. О. Сяський, Г. П. Хома.

Видається один раз у рік з 1994р. Свідоцтво про державну реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.95р. Засновники: А. Я. Бомба (голова Рівненського регіонального відділення Українського математичного товариства), В. В. Ковтунець (член правління Українського математичного товариства), В. Ю. Слюсарчук (головний редактор "Волинського математичного вісника").

При виданні матеріалів школи-семінару редакція вирішила не брати на себе право істотного редагування підготовлених авторами текстів.

Редакція приймає статті лише після оголошення математичним товариством чергового набору вісника. Контактні телефони:

26-04-44, 26-26-97.

с Українське математичне товариство (Рівненська регіональна організація).

Зміст

1. Антонова Т. М. Один одновимірний аналог теореми про рівномірну просту параболічну область збіжності ланцюгових дробів.	6
2. Бартіш М. Я., Чипурко А. І. Про один метод розв'язування задачі про найменші квадрати.	9
3. Бернакевич І. Є. Чисельне розв'язування початково-крайових задач акустики.	12
4. Боднар Д. І., Дубиняк О. С. Розвинення відношення функції Аппеля в гіллясті ланцюгові дроби.	15
5. Бомба А. Я., Каштан С. С., Михальчук В. В. Про наближений метод конформних відображень розв'язування одного класу крайових задач.	18
6. Бомба А. Я., Хлапук М. М., Сидорчук Б. П. Про моделювання і розв'язання одного класу локально збурених нелінійних задач.	22
7. Бомба А. Я., Щодро О. Є., Барановський С. В. Про моделювання і дослідження сингулярно збурених дифузійних процесів в контрастних середовищах.	25
8. Вагін П. П., Пука Є. О., Шинкаренко Г. А. Підсистема накопичення інформації для ведення моніторингу земельних ресурсів.	28
9. Вальковський В. О., Курбацький О. М., Фарід Т. М. Формалізація і оптимізація процесів документообігу засобами схем потоків даних.	31
10. Вальковський В. О., Зербіно Д. Д. Організація асинхронного управління процесом розподіленої обробки інформації.	34
11. Вальковський В. О. Аксиоматика і синтез програм для одного класу систем реального часу.	38
12. Вовк В. Д., Голуб В. М., Дубовик А. В., Копитко М. Ф. Інформаційна система "Землевласники і землекористувачі Львівщини".	40
13. Герасимик Т. М., Данько О. І., Малашнік О. П., Шинкаренко Г. А. Чисельне розв'язування варіаційних задач п'єзоелектрики.	43
14. Герасименко В. І., Сташенко М. О. Кінетична границя рівноважних станів.	46
15. Гоєнко Н. П. Алгоритм розвинення відношення гіпергеометричних функцій Лаурічелли в гіллястий ланцюговий дріб.	49
16. Горбайчук В. Я., Піддубний О. М. Теореми типу Харді-Літтлвуда при додаткових умовах на задані величини. Граничні властивості.	52
17. Городецький В. В., Готинчан Т. І. Властивість локалізації для лінійних методів сумування формальних рядів Фур'є-Ерміта та Фур'є-Лагерра.	55
18. Готинчан Г. І., Ясинський В. К. Теорема існування та єдиності розв'язку для стохастичних диференціально-функціональних рівнянь.	58
19. Дейнека О. Ю. Обмежені розв'язки крайових задач для систем гіперболічних рівнянь.	61
20. Демчик І. І. Узагальнена математична модель процесів магнітного фільтрування та її розв'язки.	64
21. Дияк І. І., Головач Н. П. Застосування прямого методу граничних елементів для чисельного дослідження деяких прикладних задач.	67
22. Дияк І. І., Макар В. М. Чисельне дослідження динамічної за-	

дачі теорії пружності для анізотропних тіл.	70
23. Іванова Н. В. Дослідження пружної рівноваги пластинок складної форми методом довільних кривих.	73
24. Івасишєв С. Д., Дронь В. С. Деякі властивості фундаментальних розв'язків задачі Коші для вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова.	76
25. Івасишин А. М. Про властивості класичних розв'язків одного класу загальних еліптичних систем рівнянь.	79
26. Іваськевич М. І. Розв'язування одного варіанту задачі нестационарних коливань.	82
27. Зербіно Д. Д. Ралізація двійкової арифметики засобами клітинних автоматів.	84
28. Каленюк П. І., Нитребич З. М., Сохан П. А. Задача Коші для однорідної системи диференціальних рівнянь із частинними похідними безмежного порядку.	87
29. Ковтунець В. В., Лотюк Ю. Г. Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку одного диференціального рівняння.	90
30. Козаревська Ю. С., Шинкаренко Г. А. Скінченно-елементні апроксимації Ерміта для одновимірних задач міграції домішок.	93
31. Койфман Ч. Н. Математична модель взаємодії середовищ з тонкими прошарками.	96
32. Колупаєв Б. С., Борджік М. А., Гусаковський С. М. Математичне моделювання процесів перенесення теплової енергії в гетерогенних системах на основі лінійних аморфних полімерів.	99
33. Конєт І. М., Ленюк М. П. Нестационарні температурні поля в кусковооднорідних парашутних просторах.	104
34. Крайчук О. В. Групи з умовою мінімальності для підгруп нескінченного індексу.	107
35. Кузьменко А. П., Бомба А. Я., Савчук Я. Р., Ковальчук О. В. Про метод Р-трансформації розв'язання одного класу крайових задач з розривними коефіцієнтами.	110
36. Кузьменко А. П., Гладка О. М. Розв'язок крайових задач для рівняння дивергентного типу із розривними коефіцієнтами у кільці.	113
37. Кундрат М. М. Дослідження локального руйнування композиції з включенням.	116
38. Ленюк М. П. Підсумовування однієї групи функціональних рядів.	119
39. Олійник Т. М., Остудін Б. А. Чисельне розв'язування деяких початково-крайових задач теплопровідності методом інтегральних рівнянь.	122
40. Петрівський Я. Б., Ковальчук О. Р., Хома Г. П. Єдиність крайової періодичної задачі для інтегро-диференціального рівняння другого порядку гіперболічного типу.	125
41. Петрівський Я. Б. Гладкі розв'язки квазілінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку гіперболічного типу.	127
42. Петрик М. Р. Осесиметрична квазілінійна математична модель фільтрації та відтиску неоднорідних високодисперсних середовищ у гвинтових конічних фільтрувальних апаратах.	130
43. Пізир Я. В., Попов Б. О. Побудова многочленних ермітово-Чебишевських сплайнів третього степеня.	134
44. Савула Я. Г., Дяконюк Л. М. Чисельне моделювання тепло-масопереносу у середовищі з тонким покриттям.	137
45. Слосарчук В. Ю. Оборотність лінійних автономних диференці-	

ально-різнених операторів	140
46. Слюсарчук В. Ю. Нелінійні диференціальні рівняння з асимптотично стійкими розв'язками.	143
47. Слюсарчук В. К., Мартинюк П. Н. Про асимптотичне найкраще рівномірне наближення дробово-раціональними функціями деяких спеціальних і елементарних функцій.	146
48. Сяський А. О. Контакт жорсткого штампа з криволінійним отвором нескінченної пластинки.	149
49. Сяський В. А., Мартинович Т. Л. Пружна рівновага пластинки з криволінійним отвором та включенням при частковому контактуванні границь.	152
50. Талесів П. О. Основна система диференціальних рівнянь точкової відповідності між гіперрозподілами просторів проєктивної зв'язності.	155
51. Тарангул О. В., Матіючук М. І. Про одну нелокальну параболічну крайову задачу.	159
52. Тарасюк Р. І. Про двочленну асимптотику цілих функцій, представлених степеневими рядами.	162
53. Танія Р. М., Кісілевич В. В., Стасюк М. Ф., Нахолок Б. Б. Про аналітичну залежність розв'язків лінійного диференціального рівняння з мірами від параметра.	165
54. Тополок Ю. П. Проблеми розв'язування задач синтезу за заданою амплітудною діаграмою напрямленості.	168
55. Турбал Ю. В. Оцінка параметрів моделі радіоактивного забруднення методом моментів.	171
56. Каркевич Ю. І. Про наближення функцій класу C_n операторами, що породжуються прямокутними - методами підсумовування інтегралів.	174
57. Хома Г. П., Вотьок А. О., Цинайко П. В. Узагальнений розв'язок однієї мішаної задачі.	177
58. Хома А. Г., Хома Н. Г., Петрівський Я. Б. Тривіальні розв'язки однорідної крайової періодичної задачі.	179
59. Шеремета М. М., Воднар Р. Д. Рациональна апроксимація на $[0, 1]$ аналітичних в крузі функцій.	181
60. Янчук П. С. Апроксимаційно-ітеративні схеми кусково-многочленного наближення.	184
61. Янчук П. С., Демчук О. В., Возняк П. В. Апроксимаційно-ітеративний метод на основі ортогональних многочленів Якобі.	188
62. Янчук П. С., Шпортько О. В. Кусково-многочленне наближення розв'язків задачі Дірікле в L -подібних областях.	191
63. Ясинський В. К., Юрченко І. В. Теорема існування та єдиності для стохастичних диференціальних рівнянь з випадковими функціоналами.	194
64. Ясинський І. В., Ясинський І. В. Властивості розв'язків стохастичних диференціально-функціональних рівнянь з нескінченною післядією.	197
Анотації	200

УДК 518.517.944/947

А. П. Кузьменко, канд. фіз.-мат. наук (Рівне, УДАВГ)

А. Я. Бомба, канд. фіз.-мат. наук (Рівне, педінститут)

Я. Р. Савчук, студент (Рівне, педінститут)

О. В. Ковальчук, студент (Рівне, педінститут)

ПРО МЕТОД Р-ТРАНСФОРМАЦІЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОГО КЛАСУ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ З РОЗРИВНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Пропонується методика розв'язання модельних крайових задач з вільним параметром для рівнянь дивергентного типу в кусково-однорідному середовищі.

Розглянемо модельну задачу про фільтрацію у двошаровій області $G = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq c, 0 \leq y \leq \ell\}$:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa \frac{\partial u}{\partial y} \right) = f(x, y); \quad (1)$$

$$u|_{y=0, a \leq x \leq b} = \varphi(x), \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0, x \in (0, a) \cup (b, c)} = 0, \quad (2)$$

$$u|_{y=\ell, 0 \leq x \leq c} = \psi(x), \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0, 0 \leq y \leq \ell} = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=c, 0 \leq y \leq \ell} = 0; \quad (3)$$

$$\left[u \right]_{y=d} = \left[\kappa \frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=d} = 0; \quad \kappa = \begin{cases} \kappa_1, & d \leq y \leq \ell \\ \kappa_2, & 0 \leq y < d \end{cases}; \quad (4)$$

$$\int_a^b \frac{\partial u(x, 0)}{\partial y} dx = Q, \quad (5)$$

де є заданими: параметри a, b, c, d геометрії області G ; достатньо гладкі у своїх областях визначення функції $f(x, y)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$; параметри середовища κ_1, κ_2 ; потік (повна фільтраційна витрата) Q .

Параметр ℓ наперед не заданий, а визначається у ході розв'язку задачі.

Розв'язок задачі (1)-(5) знайдемо наближено, перейшовши до різницевої задачі. Для цього введемо на площині прямокутну рівномірну сітку $\omega_h = \{(x_i, y_k) | x_i = x_0 + ih; y_k = y_0 + kh_1; i, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$, де $h, h_1 > 0$. При цьому покладемо $y_{n_1} = d$, $y_{n+1} = \ell$, $x_{m_1} = a$, $x_{n_1} = b$, $x_{m+1} = c$, $x_0 = y_0 = 0$. Позначимо $u_k(x_i) = u(x_i, y_k)$.

Застосовуючи метод Р-трансформацій [1] загальний розв'язок скінченнорізницевого аналогу крайової задачі (1)-(4) згідно теореми 4 [2] запишемо у вигляді:

$$u_k(x_i) = \sum_{s=1}^n P_{ks} \left(\mu_s^i A_s + v_s^i B_s - h^2 \sum_{t=1}^m \frac{v_s^{|i-t|}}{\mu_s - v_s} \sum_{j=1}^n P_{js} \tilde{f}_j(x_t) \right), \quad (6)$$

де

$$P_{ks} = C_s \begin{cases} \sin k\theta_s, & k = 1, 2, \dots, n_1, \\ \alpha_s \sin(n+1-n_1)\theta_s, & k \neq n_1+1, \dots, n, \end{cases} \quad (7)$$

θ_s - корені рівняння

$$\sin(n+1)\theta + \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \sin(n+1-2n_1)\theta = 0, \quad (0 < \theta_s < \pi), \quad (8)$$

$$\alpha_s = \begin{cases} \sin n_1 \theta_s \sin^{-1}(n+1-n_1)\theta_s, & \text{якщо } \sin(n+1-n_1)\theta_s \neq 0, \\ -\kappa_1 \kappa_2^{-1} \cos n_1 \theta_s \cos^{-1}(n+1-n_1)\theta_s, & \text{якщо } \sin(n+1-n_1)\theta_s = 0, \end{cases} \quad (9)$$

$$C_s = \left(\frac{\kappa_1}{2} \left(n_1 - \frac{\cos(n_1-1)\theta_s \sin n_1 \theta_s}{\sin \theta_s} \right) + \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \sin^2 n_1 \theta_s + \right. \\ \left. + \frac{\kappa_2 \alpha_s^2}{2} \left(n+1-n_1 - \frac{\cos(n-n_1)\theta_s \sin(n+1-n_1)\theta_s}{\sin \theta_s} \right) \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (10)$$

$$\mu_s = v_s^{-1} = \eta_s + \sqrt{\eta_s^2 - 1}, \quad \eta_s = 1 + \frac{h^2}{h_1^2} (1 - \cos \theta_s), \quad (11)$$

$$\tilde{f}_1(x_t) = f_1(x_t) - h_1^2 h^{-4} \kappa_1 \beta(x_t), \quad \tilde{f}_n(x_t) = f_n(x_t) - h_1^2 h^{-4} \phi(x_t), \quad (12)$$

$$\tilde{f}_j(x_t) = f(x_t, y_j), \text{ при } j=2,3,\dots,n-1.$$

Тут $\beta(x_t) = \varphi(x_t)$ при $m_1 \leq t \leq m_2$, а для інших значень t параметри $\beta(x_t)$ невідомі.

Невідомі параметри $A_s, B_s, \beta(x_t)$, знаходяться із замкненої системи різницьових аналогів умов (3) (друге співвідношення):

$$\begin{cases} u_k(x_0) - u_k(x_1) = 0, & (k = \overline{1, n}), \\ u_k(x_m) - u_k(x_{m+1}) = 0, & (k = \overline{1, n}), \\ u_1(x_i) - u_0(x_i) = 0, & (i = \overline{1, m}), \end{cases} \quad (13)$$

де вузлові значення $u(x, y)$ визначаються за формулою (6) [1].

Отримавши, таким чином, явний вид розв'язку $u(x, y)$, маємо можливість ітераційним шляхом за умовою (5) визначити параметр ℓ . При цьому, за умови виконання (5), відповідні ітераційні значення ℓ та $u(x, y)$ у вузлах сітки ω_n приймаються як наближений розв'язок задачі (1)-(5).

Зауважимо, якщо $\varphi(x)=\varphi$, $\phi(x)=\phi$ - сталі, аналогічно розв'язується дана задача і в такому варіанті постановки, коли ℓ задане, а φ або ϕ - невідомі. Такого роду задачі виникають, зокрема, при розрахунку фільтрів для води, а також при прогнозуванні впливу зміни дна озера (наприклад, за рахунок збирання сапропелю) на рівень води в ньому.

Авторами статті розробляються відповідні комп'ютерні програми для чисельної реалізації методу.

1. Положий Г.Н. Чисельное решение двумерных и трехмерных краевых задач математической физики и функции дискретного аргумента. - Киев: Изд-во КГУ, 1962. - 161с.

2. Ляшко И. И., Великоivanenko И. М. Чисельно-аналитическое решение краевых задач теории фильтрации. - Киев: Наук думка, 1973. - 264с.

3. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967). - М.: Наука, 1969. - 543с.