МО України
Рівненський державний педагогічний інститут

Рівненське відділення АН ВШ України

Рівненська та Волинська регіональні організації
Українського математичного товариства

# Волинський математичний вісник

(Матеріали школи-семінару **"Прикладні проблеми математики та інформатики"**,
1-4 лютого 1996 р., м. Рівне)

ВИП. 2

Рівне 1995

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в області теоретичної і прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.



Видається один раз у рік з 1994р. Свідоцтво про державну реєстрацію: серія РВ, N148 від 11.04.95р. Засновники: А. Я. Бомба (голова Рівненського регіонального відділення Українського математичного товариства), В. В. Ковтунець (член правління Українського математичного товариства), В. Ю. Слюсарчук (головний редактор "Волинського математичного вісника").

При виданні матеріалів школи-семінару редакція вирішила не брати на себе право істотнього редагування підготовлених авторами текстів.

Редакція приймає статті лише після оголошення математичним товариством чергового набору вісника. Контактні телефони:
26-04-44, 26-26-97.

## Зміст

1. Антонова Т.М. Один одновимірний аналог теореми про рівномірну просту параболічну область збіжності ланцюгових дробів. ........ 6
2. Бартіш М.Я., Чипурко А.І. Про один метод розв'язування задачі про найменші квадрати. ........ 9
3. Бернакевич І.Є. Чисельне розв'язування початково-крайових задач акустики. ........ 12
4. Боднар Д.І., Дубиняк О.С. Розвинення відношення функцій Аппеля в гіллясті ланцюгові дроби. ........ 15
5. Бомба А.Я., Каштан С.С., Михальчук В.В. Про наближений метод конформних відображень розв'язування одного класу крайових задач. ........ 18
6. Бомба А.Я., Хлапук М.М., Сидорчук Б.П. Про моделювання і розв'язання одного класу локально збурених нелінійних задач. ........ 22
7. Бомба А.Я., Щодро О.Є., Барановський С.В. Про моделювання і дослідження сингулярно збурених дифузійних процесів в контрастних середовищах. ........ 25
8. Вагін П.П., Пука Є.О., Шинкаренко Г.А. Підсистема накопичення інформації для ведення моніторингу земельних ресурсів. ........ 28
9. Вальковський В.О., Курбацький О.М., Фарід Т.М. Формалізація і оптимізація процесів документообігу засобами схем потоків даних. ........ 31
10. Вальковський В.О., Зербіно Д.Д. Організація асинхронного управління процесом розподіленої обробки інформації. .. 34
11. Вальковський В.О. Аксіоматика і синтез програм для одного класу систем реального часу. ........ 38
12. Вовк В.Д., Голуб В.М., Дубовик А.В., Копитко М.Ф. Інформаційна система "Землевласники і землекористувачі Львівщини". ........ 40
13. Гарасимик Т.М., Данько О.І., Малашняк О.П., Шинкаренко Г.А. Чисельне розв'язування варіаційних задач п'єзоелектрики. ... 43
14. Герасименко В.І., Сташенко М.О. Кінетична границя рівноважних станів. ........ 46
15. Гоєнко Н.П. Алгоритм розвинення відношення гіпергеометричних функцій Лаурічелли в гіллястий ланцюговий дріб. ........ 49
16. Горбайчук В.И., Піддубний О.М. Теореми типу Харді-Літтлвуда при додаткових умовах на задані величини. Граничні властивості. ........ 52
17. Городецький В.В., Готинчан Т.І. Властивість локалізації для лінійних методів сумування формальних рядів Фур'є-Ерміта та Фур'є-Лагерра. ........ 55
18. Готинчан Г.І., Ясинський В.К. Теорема існування та єдиності розв'язку для стохастичних диференціально-функціональних рівнянь. ........ 58
19. Дейнека О.Ю. Обмежені розв'язки крайових задач для систем гіперболічних рівнянь. ........ 61
20. Демчик І.І. Узагальнена математична модель процесів магнітного фільтрування та її розв'язки. ........ 64
21. Дияк І.І., Головач Н.П. Застосування прямого методу граничних елементів для чисельного дослідження деяких прикладних задач. ........ 67
22. Дияк І.І., Макар В.М. Чисельне дослідження динамічної за-

дачі теорії пружності для анізотропних тіл. ...............70
23. Іванова Н. В. Дослідження пружної рівноваги пластинок складної форми методом довільних кривих. ................73
24. Івасишен С. Д., Дронь В. С. Деякі властивості фундаментальних розв'язків задачі Коші для вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова. ..................................76
25. Івасишин Л. М. Про властивості класичних розв'язків одного класу загальних еліптичних систем рівнянь. ................79
26. Іваськевич М. І. Розв'язування одного варіанту задачі нестаціонарних коливань. ......................................82
27. Зербіно Д. Д. Ралізація двійкової арифметики засобами клітинних автоматів. ..........................................84
28. Каленюк П. І., Нитребич З. М., Сохан П. Л. Задача Коші для однорідної системи диференціальних рівнянь із частинними похідними безмежного порядку. .............................87
29. Ковтунець В. В., Лотюк Ю. Г. Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку одного диференціального рівняння. .................................................90
30. Козаревська Ю. С., Шинкаренко Г. А. Скінченно-елементні апроксимації Ерміта для одновимірних задач міграції домішок. 93
31. Койфман Ч. Н. Математична модель взаємодії середовищ з тонкими прошарками. ........................................96
32. Колупаєв Б. С., Бордюк М. А., Гусаковський С. М. Математичне моделювання процесів перенесення теплової енергії в гетерогенних системах на основі лінійних аморфних полімерів. 99
33. Конет І. М., Ленюк М. П. Нестаціонарні температурні поля в кусковооднорідних парашутних просторах. ................104
34. Крайчук О. В. Групи з умовою мінімальності для підгруп нескінченного індексу. .......................................107
35. Кузьменко А. П., Бомба А. Я., Савчук Я. Р., Ковальчук О. В. Про метод Р-трансформацій розв'язання одного класу крайових задач з розривними коефіцієнтами. ....................110
36. Кузьменко А. П., Гладка О. М. Розв'язок крайових задач для рівняння дивергентного типу із розривними коефіцієнтами у кільці. ..................................................113
37. Кундрат М. М. Дослідження локального руйнування композиції з включенням. ..........................................116
38. Ленюк М. П. Підсумовування однієї групи функціональних рядів. ....................................................119
39. Олійник Т. М., Остудін Б. А. Чисельне розв'язування деяких початково-крайових задач теплопровідності методом інтегральних рівнянь. ...........................................122
40. Петрівський Я. Б., Ковальчук О. Р., Хома Г. П. Сумісність крайової періодичної задачі для інтегро-диференціального рівняння другого порядку гіперболічного типу. ............125
41. Петрівський Я. Б. Гладкі розв'язки квазілінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку гіперболічного типу. ....................................................127
42. Петрик М. Р. Осесиметрична квазилінійна математична модель фільтрації та відтиску неоднорідних висококдисперсних середовищ у гвинтовоконічних фільтрувальних апаратах. ......130
43. Пізюр Я. В., Попов Б. О. Побудова многочленних ермітово-чебишовських сплайнів третього степеня. ..................134
44. Савула Я. Г., Дяконюк Л. М. Чисельне моделювання тепло-масопереносу у середовищі з тонким покриттям. ..............137
45. Слюсарчук В. Ю. Оборотність лінійних автономних диференці-

ально-різнецевих операторів. ..............................140
46. Слюсарчук В.Ю. Нелінійні диференціальні рівняння з асимптотично стійкими розв'язками. ..............................143
47. Столярчук В.К., Мартинюк П.М. Про асимптотичне найкраще рівномірне наближення дробово-раціональними функціями деяких спеціальних і елементарних функцій. ..................146
48. Сяський А.О. Контакт жорсткого штампа з криволінійним отвором нескінченної пластинки. ..............................149
49. Сяський В.А., Мартинович Т.Л. Пружна рівновага пластинки з криволінійним отвором та включенням при частковому контактуванні границь. ..............................152
50. Тадеєв П.О. Основна система диференціальних рівнянь точкової відповідності між гіперрозподілами просторів проективної зв'язності. ..............................155
51. Тарангул О.В., Матійчук М.І. Про одну нелокальну параболічну крайову задачу. ..............................159
52. Тарасюк Р.І. Про двочленну асимптотику цілих функцій, представлених степеневими рядами. ..............................162
53. Тацій Р.М., Кісілевич В.В., Стасюк М.Ф., Пахолок Б.Б. Про аналітичну залежність розв'язків лінійного диференціального рівняння з мірами від параметра. ..............................165
54. Тополюк Ю.П. Проблеми розв'язування задач синтезу за заданою амплітудною діаграмою напрямленості. ..............................168
55. Турбал Ю.В. Оцінка параметрів моделі радіоактивного забруднення методом моментів. ..............................171
56. Харкевич Ю.І. Про наближення функцій класу С н, операторами, що породжуються прямокутними - методами підсумовування інтегралів. ..............................174
57. Хома Г.П., Ботюк А.О., Цинайко П.В. Узагальнений розв'язок одної мішаної задачі. ..............................177
58. Хома Л.Г., Хома Н.Г., Петрівський Я.Б. Тривіальні розв'язки однорідної крайової періодичної задачі. ..........179
59. Шеремета М.М., Боднар Р.Д. Раціональна апроксимація на [0,1] аналітичних в крузі функцій. ..............................181
60. Янчук П.С. Апроксимаційно-ітеративні схеми кусково-многочленного наближення. ..............................184
61. Янчук П.С., Демчук О.В., Возняк П.В. Апроксимаційно-ітеративний метод на основі ортогональних многочленів Якобі. ..............................188
62. Янчук П.С., Шпортько О.В. Кусково-многочленне наближення розв'язків задачі Діріхле в L-подібних областях. ...191
63. Ясинський В.К., Юрченко І.В. Теореми існування та єдиності для стохастичних диференціальних рівнянь з випадковими функціоналами. ..............................194
64. Ясинський І.В., Ясинський Ї.В. Властивості розв'язків стохастичних диференціально-функціональних рівнянь з нескінченною післядією. ..............................197
Анотації ..............................200

УДК 517.944

Я.Б.Петрівський, аспірант (Тернопільский педінститут)

# ГЛАДКІ РОЗВ'ЯЗКИ КВАЗІЛІНІЙНИХ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ

Встановлено умови існування гладкого розв'язку для одного випадку крайової періодичної задачі.

Розглянемо таку крайову періодичну задачу:

$$u_{tt} - u_{xx} = F[u, u_t, u_x, v[u]], \tag{1}$$

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \quad u(x,t+T_1) = u(x,t), \quad (x,t) \in R^2, \tag{2}$$

у просторі функцій $A = \{u : u(x,t) = u(\pi - x,t) = -u(-x,t) = u(x,t+T_1)\}$, де $T_1 q = (2p-1)\pi$, $p \in Z$, $q \in N$, $(2p-1,q) = 1$,

$$v[u](x,t) = \int_0^{h(x,t)} \varphi(x,t,s,u(x,s),u_t(x,s),u_x(x,t))ds.$$

Вираз $(k,s)=1$ означає, що числа $k$ і $s$ взаємно прості.

Позначимо через $C$ простір функцій двох змінних $x$, $t$, неперервних і обмежених на $R^2$, а через $G_x$ - простір функцій, неперервних і обмежених на $R^2$, разом з похідною по $x$. Використовуючи результати роботи [1], доведемо сумісність задачі (1), (2) у вказаному просторі функцій $A$. Під гладким ($u \in C^{1,1}(R^2)$) розв'язком задачі (1), (2) розуміємо неперервний розв'язок відповідної системи інтегральних рівнянь.

Теорема. Нехай скалярні функції $F[u,u_t,u_x,v[u]](x,t)$ і $v[u](x,t)$ задовольняють такі умови:

1) $F[u,u_t,u_x,v[u]](x,t) \in C(R^2) \times \|u\|_C < \infty \times \|u_t\|_C < \infty \times \|u_x\|_C < \infty \times \|v\|_C < \infty$;

2) $0 < \|F[0,0,0,v[0]](x,t)\|_C = \Gamma < \infty$;

3) $|F[u'',u''_t,u''_x,v[u'']](x,t) - F[u',u'_t,u'_x,v[u']](x,t)| \le N_1|u''(x,t) - u'(x,t)| +$
$+ N_2|u''_t(x,t) - u'_t(x,t)| + N_3|u''_x(x,t) - u'_x(x,t)| - N_4|v[u''](x,t) - v[u'](x,t)|$;

4) $F[0,0,0,v[0]](x,t) \in A$;

5) $\forall\, u \in A \cap C^{1,1}$ функція $F[u,u_t,u_x,v[u]](x,t) \in A \cap C(R^2)$;

6) $v[u](x,t) \in C(R^2) \times \|u\|_C < \infty \times \|u_t\|_C < \infty \times \|u_x\|_C < \infty$;

7) $|\varphi(x,t,s,u'',u''_t,u''_x) - \varphi(x,t,s,u',u'_t,u'_x)| \le K_1|u'' - u'| + K_2|u''_t - u'_t| + K_3|u''_x - u'_x|$;

8) $h(x,t) \le N$.

Тоді при виконанні умови

$$\frac{(T_1 q)^2}{4}(N_1 + NN_4K_1) + \frac{T_1 q}{2}(N_2 + N_3 + NN_4(K_2 + K_3)) < 1 \tag{3}$$

задача (1), (2) має єдиний гладкий розв'язок $u \in C^{1,1} \cap A$.

Зауваження. Замість вимоги, щоб скалярна функція $F[u,u_t,u_x,v[u]](x,t)$ була визначена для всіх значень $(x,t,u,u_t,u_x)$ достатньо вважати, що $F$ визначена для $(x,t)\in\mathbb{R}^2$, $\|u\|_C < L$, $\|u_t\|_C < b$, $\|u_x\|_C < b$, $b=(2L)/(T_1q)$ і $L$ задовольняє нерівність

$$\frac{(T_1q)^2}{4}\Gamma < L\left(1-\left(\frac{(T_1q)^2}{4}(N_1+NN_4K_1)+\frac{T_1q}{2}(N_2+N_3+NN_4(K_2+K_3)\right)\right) \quad (4)$$

або просто

$$(T_1q)^2 M/4 \le L, \quad (5)$$

якщо $M=\|F[u,u_t,u_x,v[u]](x,t)\|_C$ $\forall u:\|u\|_C \le L$, $\|u_t\|_C \le b$, $\|u_x\|_C \le b$, де норму довільної обмеженої і неперервної функції визначено так:
$\|g(x,t)\|_C = \sup\{|g(x,t)|:(x,t)\in\mathbb{R}^2\}$.

Доведення. Нехай D - банаховий простір функцій $f(x,t)\in A\bigcap G_x$ з нормою

$$\|f(x,t)\|_{C^1} = \max\{\|f(x,t)\|_C, \frac{T_1q}{2}\|f_t(x,t)\|_C, \frac{T_1q}{2}\|f_x(x,t)\|_C\}. \quad (6)$$

Візьмемо в кулі $\|f(x,t)\|_{C^1} \le L$ довільну функцію $f\in A\bigcap G_x$.

Нехай $u(x,t)$ є єдиний гладкий розв'язок рівняння $u_{tt}-u_{xx}=F[f,f_t,f_x,v[f]]$, який задовольняє умови (2). Такий розв'язок існує [1]. Визначимо в кулі $\|f(x,t)\|_{C^1} \le L$ простору D оператор $T_0$, поклавши $(T_0[f])(x,t)=u(x,t)$. Якщо $u^0(x,t)=(T_0[0])(x,t)$, то враховуючи умову 2) теореми при $f(x,t)= \ = F[0,0,0,v[0]](x,t)$ для відповідної лінійної крайової періодичної задачі одержуємо

$$\|u^0(x,t)\|_C \le \alpha\Gamma,\ \frac{T_1q}{2}\|u_t^0(x,t)\|_C \le \alpha\Gamma,\ \frac{T_1q}{2}\|u_x^0(x,t)\|_C \le \alpha\Gamma,\ \alpha=\frac{(T_1q)^2}{4}. \quad (7)$$

Таким чином, норми функцій $u^0(x,t)=(T_0[0])(x,t)\in D$ задовольняють нерівність

$$\|(T_0[0])(x,t)\|_{C^1} \le \alpha\Gamma. \quad (8)$$

Тепер, якщо $u_1=T_0[f_1]$, $u_2=T_0[f_2]$, то на основі умов теореми, оцінок (7) і нерівності

$$|v[u''](x,t)-v[u'](x,t)| \le N(K_1\|u''(x,t)-u'(x,t)\|_C +$$
$$+K_2\|u_t''(x,t)-u_t'(x,t)\|+K_3\|u_x''(x,t)-u_x'(x,t)\|)$$

одержуємо

$$|u_1(x,t)-u_2(x,t)| \le \frac{(T_1q)^2}{4}((N_1+N_4NK_1)\|f_1(x,t)-f_2(x,t)\|_C +$$

$$+(N_2+N_4NK_2)\|f_{1t}(x,t)-f_{2t}(x,t)\|_C +$$

$$+(N_3+N_4NK_3)\|f_{1x}(x,t)-f_{2x}(x,t)\|_C) \equiv \frac{(T_1q)^2}{4}\beta,$$

$$|u_{1t}(x,t)-u_{2t}(x,t)| \le \frac{T_1q}{2}\beta, \quad |u_{1x}(x,t)-u_{2x}(x,t)| \le \frac{T_1q}{2}\beta.$$

Якщо останні дві нерівності помножити на $(T_1q)/2$ і зробити відповідні перетворення, то одержуємо

$$\|T_0[f_1]-T_0[f_2]\|_{C^1} \le (\frac{(T_1q)^2}{4}(N_1+N_4NK_1)+$$

$$+\frac{T_1q}{2}(N_2+N_3+N_4N(K_2+K_3)))\|f_1(x,t)-f_2(x,t)\|_{C^1}.$$

Тепер на основі нерівностей (3), (4), (8) бачимо, що виконуються всі умови теореми 0.1 [2, с.475] про нерухому точку, тобто теорема доведена.

Аналогічно, якщо $\|F[u,u_t,u_x,v[u]](x,t)\|_C \le M$ для $\|u\|_C \le L$, $\|u_t\|_C < (2L)/(T_1q)$, $\|u_x\|_C < (2L)/(T_1q)$, то частина співвідношень (7), які відносяться до $u_t(x,t)$ і $u_x(x,t)$ показує, що якщо $\|f\|_{C^1} \le L$, то $u = T_0[f]$ задовольняє нерівність $\|u\|_{C^1} \le (T_1q)^2 M/4$.

Якщо справедлива нерівність (5), то $T_0$ відображає кулю $\|f\|_{C^1} \le L$, саму в себе, а це означає в силу (5), що виконуються всі умови зауваження 0.1, які відносяться до теореми 0.1 [2, с.475].

Таким чином, теорема з врахуванням зауваження повністю доведена.

1. Митропольский Ю.А., Хома Г.П. О периодических решениях волновых уравнений второго порядка. // Укр.мат.журн. - 1993. - 45, №8.- С.1115-1121.
2. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Мир, 1970. - 720 с.