

МО України
Рівненський державний педагогічний інститут

Рівненське відділення АН ВШ України

Рівненська та Волинська регіональні організації
Українського математичного товариства

Волинський математичний вісник

(Матеріали школи-семінару “Прикладні проблеми
математики та інформатики”,
1-4 лютого 1996 р., м. Рівне)

ВИП. 2

Рівне 1995

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в області теоретичної і прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

Редакційна колегія:

В. Ю. Слюсарчук (головний редактор),
А. Я. Бомба (відповідальний за випуск),
В. О. Вальковський, М. М. Войтович,
В. Й. Горбайчук, В. В. Ковтунець,
І. В. Коробчук, А. О. Сяський, Г. П. Хома.

Видається один раз у рік з 1994р. Свідоцтво про державну реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.95р. Засновники: А. Я. Бомба (голова Рівненського регіонального відділення Українського математичного товариства), В. В. Ковтунець (член правління Українського математичного товариства), В. Ю. Слюсарчук (головний редактор "Волинського математичного вісника").

При виданні матеріалів школи-семінару редакція вирішила не брати на себе право істотного редагування підготовлених авторами текстів.

Редакція приймає статті лише після оголошення математичним товариством чергового набору вісника. Контактні телефони:
26-04-44, 26-26-97.

с Українське математичне товариство (Рівненська регіональна організація).

Зміст

1. Антонова Т. М. Один одновимірний аналог теореми про рівномірну просту параболічну область збіжності ланцюгових дробів.	6
2. Бартіш М. Я., Чипурко А. І. Про один метод розв'язування задачі про найменші квадрати.	9
3. Бернакевич І. Є. Чисельне розв'язування початково-крайових задач акустики.	12
4. Боднар Д. І., Дубиняк О. С. Розвинення відношення функції Аппеля в гіллясті ланцюгові дроби.	15
5. Бомба А. Я., Каштан С. С., Михальчук В. В. Про наближений метод конформних відображень розв'язування одного класу крайових задач.	18
6. Бомба А. Я., Хлапук М. М., Сидорчук Б. П. Про моделювання і розв'язання одного класу локально збурених нелінійних задач.	22
7. Бомба А. Я., Щодро О. Є., Барановський С. В. Про моделювання і дослідження сингулярно збурених дифузійних процесів в контрастних середовищах.	25
8. Вагін П. П., Пука Є. О., Шинкаренко Г. А. Підсистема накопичення інформації для ведення моніторингу земельних ресурсів.	28
9. Вальковський В. О., Курбацький О. М., Фарід Т. М. Формалізація і оптимізація процесів документообігу засобами схем потоків даних.	31
10. Вальковський В. О., Зербіно Д. Д. Організація асинхронного управління процесом розподіленої обробки інформації.	34
11. Вальковський В. О. Аксиоматика і синтез програм для одного класу систем реального часу.	38
12. Вовк В. Д., Голуб В. М., Дубовик А. В., Копитко М. Ф. Інформаційна система "Землевласники і землекористувачі Львівщини".	40
13. Герасимик Т. М., Данько О. І., Малашнік О. П., Шинкаренко Г. А. Чисельне розв'язування варіаційних задач п'єзоелектрики.	43
14. Герасименко В. І., Сташенко М. О. Кінетична границя рівноважних станів.	46
15. Гоєнко Н. П. Алгоритм розвинення відношення гіпергеометричних функцій Лаурічелли в гіллястий ланцюговий дріб.	49
16. Горбайчук В. Я., Піддубний О. М. Теореми типу Харді-Літтва-вуда при додаткових умовах на задані величини. Граничні властивості.	52
17. Городецький В. В., Готинчан Т. І. Властивість локалізації для лінійних методів сумування формальних рядів Фур'є-Ерміта та Фур'є-Лагерра.	55
18. Готинчан Г. І., Ясинський В. К. Теорема існування та єдиності розв'язку для стохастичних диференціально-функціональних рівнянь.	58
19. Дейнека О. Ю. Обмежені розв'язки крайових задач для систем гіперболічних рівнянь.	61
20. Демчик І. І. Узагальнена математична модель процесів магнітного фільтрування та її розв'язки.	64
21. Дияк І. І., Головач Н. П. Застосування прямого методу граничних елементів для чисельного дослідження деяких прикладних задач.	67
22. Дияк І. І., Макар В. М. Чисельне дослідження динамічної за-	

дачі теорії пружності для анізотропних тіл. 70

23. Іванова Н. В. Дослідження пружної рівноваги пластинок складної форми методом довільних кривих. 73

24. Івасишєн С. Д., Дронь В. С. Деякі властивості фундаментальних розв'язків задачі Коші для вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова. 76

25. Івасишин А. М. Про властивості класичних розв'язків одного класу загальних еліптичних систем рівнянь. 79

26. Іваськевич М. І. Розв'язування одного варіанту задачі нестационарних коливань. 82

27. Зербіно Д. Д. Ралізація двійкової арифметики засобами клітинних автоматів. 84

28. Каленюк П. І., Нитребич З. М., Сохан П. А. Задача Коші для однорідної системи диференціальних рівнянь із частинними похідними безмежного порядку. 87

29. Ковтунець В. В., Лотюк Ю. Г. Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку одного диференціального рівняння. 90

30. Козаревська Ю. С., Шинкаренко Г. А. Скінченно-елементні апроксимації Ерміта для одновимірних задач міграції домішок. 93

31. Койфман Ч. Н. Математична модель взаємодії середовищ з тонкими прошарками. 96

32. Колупаєв Б. С., Борджік М. А., Гусаковський С. М. Математичне моделювання процесів перенесення теплової енергії в гетерогенних системах на основі лінійних аморфних полімерів. 99

33. Конєт І. М., Ленюк М. П. Нестационарні температурні поля в кусковооднорідних парашутних просторах. 104

34. Крайчук О. В. Групи з умовою мінімальності для підгруп нескінченного індексу. 107

35. Кузьменко А. П., Бомба А. Я., Савчук Я. Р., Ковальчук О. В. Про метод Р-трансформації розв'язання одного класу крайових задач з розривними коефіцієнтами. 110

36. Кузьменко А. П., Гладка О. М. Розв'язок крайових задач для рівняння дивергентного типу із розривними коефіцієнтами у кільці. 113

37. Кундрат М. М. Дослідження локального руйнування композиції з включенням. 116

38. Ленюк М. П. Підсумовування однієї групи функціональних рядів. 119

39. Олійник Т. М., Остудін Б. А. Чисельне розв'язування деяких початково-крайових задач теплопровідності методом інтегральних рівнянь. 122

40. Петрівський Я. Б., Ковальчук О. Р., Хома Г. П. Єдність крайової періодичної задачі для інтегро-диференціального рівняння другого порядку гіперболічного типу. 125

41. Петрівський Я. Б. Гладкі розв'язки квазілінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку гіперболічного типу. 127

42. Петрик М. Р. Осесиметрична квазілінійна математична модель фільтрації та відтиску неоднорідних високодисперсних середовищ у гвинтових конічних фільтрувальних апаратах. 130

43. Пізир Я. В., Попов Б. О. Побудова многочленних ермітово-Чебишевських сплайнів третього степеня. 134

44. Савула Я. Г., Дяконюк Л. М. Чисельне моделювання тепло-масопереносу у середовищі з тонким покриттям. 137

45. Слосарчук В. Ю. Оборотність лінійних автономних диференці-

ально-різнених операторів	140
46. Слюсарчук В. Ю. Нелінійні диференціальні рівняння з асимптотично стійкими розв'язками.	143
47. Слюсарчук В. К., Мартинюк П. Н. Про асимптотичне найкраще рівномірне наближення дробово-раціональними функціями деяких спеціальних і елементарних функцій.	146
48. Сяський А. О. Контакт жорсткого штампа з криволінійним отвором нескінченної пластинки.	149
49. Сяський В. А., Мартинович Т. Л. Пружна рівновага пластинки з криволінійним отвором та включенням при частковому контактуванні границь.	152
50. Талесів П. О. Основна система диференціальних рівнянь точкової відповідності між гіперрозподілами просторів проєктивної зв'язності.	155
51. Тарангул О. В., Матіючук М. І. Про одну нелокальну параболічну крайову задачу.	159
52. Тарасюк Р. І. Про двочленну асимптотику цілих функцій, представлених степеневими рядами.	162
53. Танія Р. М., Кісілевич В. В., Стасюк М. Ф., Нахолок Б. Б. Про аналітичну залежність розв'язків лінійного диференціального рівняння з мірами від параметра.	165
54. Тополок Ю. П. Проблеми розв'язування задач синтезу за заданою амплітудною діаграмою напрямленості.	168
55. Турбал Ю. В. Оцінка параметрів моделі радіоактивного забруднення методом моментів.	171
56. Каркевич Ю. І. Про наближення функцій класу C_n операторами, що породжуються прямокутними - методами підсумовування інтегралів.	174
57. Хома Г. П., Вотьок А. О., Цинайко П. В. Узагальнений розв'язок однієї мішаної задачі.	177
58. Хома А. Г., Хома Н. Г., Петрівський Я. Б. Тривіальні розв'язки однорідної крайової періодичної задачі.	179
59. Шеремета М. М., Воднар Р. Д. Рациональна апроксимація на $[0, 1]$ аналітичних в крузі функцій.	181
60. Янчук П. С. Апроксимаційно-ітеративні схеми кусково-многочленного наближення.	184
61. Янчук П. С., Демчук О. В., Возняк П. В. Апроксимаційно-ітеративний метод на основі ортогональних многочленів Якобі.	188
62. Янчук П. С., Шпортько О. В. Кусково-многочленне наближення розв'язків задачі Дірікле в L -подібних областях.	191
63. Ясинський В. К., Юрченко І. В. Теорема існування та єдиності для стохастичних диференціальних рівнянь з випадковими функціоналами.	194
64. Ясинський І. В., Ясинський І. В. Властивості розв'язків стохастичних диференціально-функціональних рівнянь з нескінченною післядією.	197
Анотації	200

УДК 519.6

Н.С. Янчук, канд.фіз.-мат.наук (Рівне, педінститут)

О.В.Шпортько, студент (Рівне, педінститут)

Кусково - многочленне наближення розв'язків задачі Діріхле в L-подібних областях.

В даній роботі описано схему кусково - многочленного наближення розв'язків задачі Діріхле для рівняння Пуассона і їх похідних. Отримані результати є оптимальними за порядком. Обчислювальні схеми були побудовані на основі многочленів 3-го, 7-го та 9-го степенів.

Розглянемо область, що складається з квадратів однакових розмірів. Припустимо, що ці квадрати утворені двома сімействами прямих $x=x_i h$, $i=0, 1, \dots, M$ та $y=y_j h$, $j=0, 1, \dots, N$. Точки перетину цих прямих назвемо вузлами сітки, а їх сукупність - сіткою. Вузол назвемо внутрішнім, якщо він належить внутрішності даної області G і граничним, якщо він належить границі цієї області. Околом внутрішнього вузла (x_i, y_j) назвемо квадрат $\Pi_{ij}=(x_i-h, x_i+h) \times (y_j-h, y_j+h)$ і вважатимемо, що окіл кожного внутрішнього вузла належить області G . Крім того припустимо, що область G є зв'язною, тобто будь-які два внутрішні вузли можна сполучити ламаною з вершинами лише у внутрішніх вузлах сітки.

В описаній області будемо розв'язувати задачу Діріхле:

$$-\Delta U=f(x,y), (x,y) \in G, \quad (1)$$

$$U(x,y)=g(x,y), (x,y) \in \Gamma, \quad (2)$$

де Γ -границя області G . Алгоритм наближеного розв'язання цієї задачі належить першому з авторів, створення програмного комплексу і чисельний експеримент - другому.

Запропонований алгоритм, як за способом реалізації, так і за способом отримання оцінок відрізняється від усіх відомих авторам методів. Метод характеризується спосіб оптимальними по-порядку оцінками та економним представленням розв'язків.

Для прикладу ми розглянемо кусково-многочленне наближення на основі многочленів 5-го степеня. В околі довільного вузла (x_k, y_l) наближенні розв'язок будемо записувати у вигляді

$$U^{(k,l)}(x, y) = \sum_{p,q=0}^5 U_{pq}^{kl} (x - x_k)^p (y - y_l)^q \quad (3)$$

Кожному внутрішньому вузлу (x_k, y_l) області G поставимо у відповідність сукупність невідомих $\xi^{kl} = (\xi_0^{kl}, \dots, \xi_5^{kl})$ та

$\eta^{kl} = (\eta_0^{kl}, \dots, \eta_5^{kl})$ і стільки ж лінійних алгебраїчних рівнянь вигляду

$$\begin{aligned} \bar{\xi}^{kl} &= E_3^{kl} + \bar{G} \frac{\bar{\xi}^{k,l+1} + \bar{\xi}^{k,l-1}}{2} + \bar{H} \frac{=k+1,l}{\eta} \frac{=k-1,l}{\eta} \\ \bar{\xi}^{kl} &= E_2^{kl} + G \frac{\bar{\xi}^{k,l+1} + \bar{\xi}^{k,l-1}}{2} + H \frac{=k+1,l}{\eta} + \frac{=k-1,l}{\eta} \\ \bar{\eta}^{kl} &= E_1^{kl} + \bar{H} \frac{=k,l+1}{\xi} - \frac{=k,l-1}{\xi} + \bar{G} \frac{=k+1,l}{\eta} + \frac{=k-1,l}{\eta} \\ \bar{\eta}^{kl} &= E_2^{kl} + H \frac{\bar{\xi}^{k,l+1} + \bar{\xi}^{k,l-1}}{2} + G \frac{=k+1,l}{\eta} + \frac{=k-1,l}{\eta} \end{aligned} \quad (4)$$

де $\bar{\xi}^{kl} = (\xi_1^{kl}, \xi_3^{kl}, \xi_5^{kl})^T$, $\bar{\xi}^{kl} = (\xi_0^{kl}, \xi_2^{kl}, \xi_4^{kl})^T$,
 $\bar{\eta}^{kl} = (\eta_1^{kl}, \eta_3^{kl}, \eta_5^{kl})^T$, $\bar{\eta}^{kl} = (\eta_0^{kl}, \eta_2^{kl}, \eta_4^{kl})^T$.

Тут T означає транспонування вектора. Кожна з матриць G, H, \bar{G}, \bar{H}

має структуру вигляду $\begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & 0 \\ * & * & 0 \end{pmatrix}$, не залежить ні від правої частини

рівняння, ні від крайових умов, обчислюється один раз і може зберігатись у вигляді таблиць, або у комп'ютерному файлі.

Праву частину в околі вузла (x_k, y_l) представляємо у вигляді

$$f^{(k,l)}(x, y) = \sum_{i,j=0}^3 f_{ij}^{k,l} (x-x_k)^i (y-y_l)^j. \quad (5)$$

Числа $F_L^{p,l}$ визначаються, як лінійні комбінації $f_{ij}^{k,l}$. Після чого, наприклад, методом простих ітерацій розв'язується система (4) для всіх (k,l) таких, що (x_k, y_l) пробігає всі внутрішні вузли. Якщо $\xi^{k,l}$, або $\eta^{k,l}$ відповідає граничному вузлу, то вони обчислюються на основі крайових умов. Після обчислення всіх $\xi^{k,l}$ та $\eta^{k,l}$, знаходяться числа $U_{pq}^{k,l}$ на основі формул вигляду $U^{k,l} = C f^{k,l} + A \eta^{k,l} + B \xi^{k,l}$, де C, A, B - деякі фіксовані матриці, що не залежать ні від крайових умов, ні від правої частини. Тут $U^{k,l}$ вектор коефіцієнтів розв'язку (3), а $f^{k,l}$ вектор коефіцієнтів правої частини в (5). Має місце наступна

Теорема. Якщо розв'язок $U=U(x, y)$ задачі (1),(2) належить простору $C^{(6)}(D)$ - 6 раз неперервно диференційованих в (D) функцій, то для наближеного розв'язку (3) має місце оцінка

$$\max_{\Pi_{ij}} |D^\alpha (U(x, y) - U^{k,l}(x, y))| \leq K h^{6-|\alpha|}, \quad |\alpha| < 5,$$

де K - число, не залежне ні від h , ні від x та y .

Аналогічні схеми побудовані для кусково - многочленного наближення 7-го та 9-го степенів. Проте, у випадку не більше 18 значущих цифр многочлени 11-го і вищих степенів вибрану при наближеному розв'язуванні задачі Діріхле не давали. Як і слід було чекати, чим більшою була гладкість розв'язків, тим ефективнішими були схеми, побудовані на основі многочленів більш високих степенів.

1. В.К.Дзядьк. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений.-К.: Наукова думка, 1986.

2. Г.И.Марчук. Методы вычислительной математики.-М.: Наука, 1980.