

МО України  
Рівненський державний педагогічний інститут

Рівненське відділення АН ВШ України

Рівненська та Волинська регіональні організації  
Українського математичного товариства

# Волинський математичний вісник

(Матеріали школи-семінару “Прикладні проблеми  
математики та інформатики”,  
1-4 лютого 1996 р., м. Рівне)

ВИП. 2

Рівне 1995

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в області теоретичної і прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

Редакційна колегія:

В. Ю. Слюсарчук (головний редактор),  
А. Я. Бомба (відповідальний за випуск),  
В. О. Вальковський, М. М. Войтович,  
В. Й. Горбайчук, В. В. Ковтунець,  
І. В. Коробчук, А. О. Сяський, Г. П. Хома.

Видається один раз у рік з 1994р. Свідоцтво про державну реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.95р. Засновники: А. Я. Бомба (голова Рівненського регіонального відділення Українського математичного товариства), В. В. Ковтунець (член правління Українського математичного товариства), В. Ю. Слюсарчук (головний редактор "Волинського математичного вісника").

При виданні матеріалів школи-семінару редакція вирішила не брати на себе право істотного редагування підготовлених авторами текстів.

Редакція приймає статті лише після оголошення математичним товариством чергового набору вісника. Контактні телефони:

26-04-44, 26-26-97.

с Українське математичне товариство (Рівненська регіональна організація).

Зміст

1. Антонова Т. М. Один одновимірний аналог теореми про рівномірну просту параболічну область збіжності ланцюгових дробів. ....	6
2. Бартіш М. Я., Чипурко А. І. Про один метод розв'язування задачі про найменші квадрати. ....	9
3. Бернакевич І. Є. Чисельне розв'язування початково-крайових задач акустики. ....	12
4. Боднар Д. І., Дубиняк О. С. Розвинення відношення функції Аппеля в гіллясті ланцюгові дроби. ....	15
5. Бомба А. Я., Каштан С. С., Михальчук В. В. Про наближений метод конформних відображень розв'язування одного класу крайових задач. ....	18
6. Бомба А. Я., Хлапук М. М., Сидорчук Б. П. Про моделювання і розв'язання одного класу локально збурених нелінійних задач. ....	22
7. Бомба А. Я., Щодро О. Є., Барановський С. В. Про моделювання і дослідження сингулярно збурених дифузійних процесів в контрастних середовищах. ....	25
8. Вагін П. П., Пука Є. О., Шинкаренко Г. А. Підсистема накопичення інформації для ведення моніторингу земельних ресурсів. ....	28
9. Вальковський В. О., Курбацький О. М., Фарід Т. М. Формалізація і оптимізація процесів документообігу засобами схем потоків даних. ....	31
10. Вальковський В. О., Зербіно Д. Д. Організація асинхронного управління процесом розподіленої обробки інформації. ....	34
11. Вальковський В. О. Аксиоматика і синтез програм для одного класу систем реального часу. ....	38
12. Вовк В. Д., Голуб В. М., Дубовик А. В., Копитко М. Ф. Інформаційна система "Землевласники і землекористувачі Львівщини". ....	40
13. Герасимик Т. М., Данько О. І., Малашнік О. П., Шинкаренко Г. А. Чисельне розв'язування варіаційних задач п'єзоелектрики. ....	43
14. Герасименко В. І., Сташенко М. О. Кінетична границя рівноважних станів. ....	46
15. Гоєнко Н. П. Алгоритм розвинення відношення гіпергеометричних функцій Лаурічелли в гіллястий ланцюговий дріб. ....	49
16. Горбайчук В. Я., Піддубний О. М. Теореми типу Харді-Літтлвуда при додаткових умовах на задані величини. Граничні властивості. ....	52
17. Городецький В. В., Готинчан Т. І. Властивість локалізації для лінійних методів сумування формальних рядів Фур'є-Ерміта та Фур'є-Лагерра. ....	55
18. Готинчан Г. І., Ясинський В. К. Теорема існування та єдиності розв'язку для стохастичних диференціально-функціональних рівнянь. ....	58
19. Дейнека О. Ю. Обмежені розв'язки крайових задач для систем гіперболічних рівнянь. ....	61
20. Демчик І. І. Узагальнена математична модель процесів магнітного фільтрування та її розв'язки. ....	64
21. Дияк І. І., Головач Н. П. Застосування прямого методу граничних елементів для чисельного дослідження деяких прикладних задач. ....	67
22. Дияк І. І., Макар В. М. Чисельне дослідження динамічної за-	

дачі теорії пружності для анізотропних тіл. ....	70
23. Іванова Н. В. Дослідження пружної рівноваги пластинок складної форми методом довільних кривих. ....	73
24. Івасишєн С. Д., Дронь В. С. Деякі властивості фундаментальних розв'язків задачі Коші для вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова. ....	76
25. Івасишин А. М. Про властивості класичних розв'язків одного класу загальних еліптичних систем рівнянь. ....	79
26. Іваськевич М. І. Розв'язування одного варіанту задачі нестационарних коливань. ....	82
27. Зербіно Д. Д. Ралізація двійкової арифметики засобами клітинних автоматів. ....	84
28. Каленюк П. І., Нитребич З. М., Сохан П. А. Задача Коші для однорідної системи диференціальних рівнянь із частинними похідними безмежного порядку. ....	87
29. Ковтунець В. В., Лотюк Ю. Г. Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку одного диференціального рівняння. ....	90
30. Козаревська Ю. С., Шинкаренко Г. А. Скінченно-елементні апроксимації Ерміта для одновимірних задач міграції домішок. ....	93
31. Койфман Ч. Н. Математична модель взаємодії середовищ з тонкими прошарками. ....	96
32. Колупаєв Б. С., Борджік М. А., Гусаковський С. М. Математичне моделювання процесів перенесення теплової енергії в гетерогенних системах на основі лінійних аморфних полімерів. ....	99
33. Конєт І. М., Ленюк М. П. Нестационарні температурні поля в кусковооднорідних парашутних просторах. ....	104
34. Крайчук О. В. Групи з умовою мінімальності для підгруп нескінченного індексу. ....	107
35. Кузьменко А. П., Бомба А. Я., Савчук Я. Р., Ковальчук О. В. Про метод Р-трансформації розв'язання одного класу крайових задач з розривними коефіцієнтами. ....	110
36. Кузьменко А. П., Гладка О. М. Розв'язок крайових задач для рівняння дивергентного типу із розривними коефіцієнтами у кільці. ....	113
37. Кундрат М. М. Дослідження локального руйнування композиції з включенням. ....	116
38. Ленюк М. П. Підсумовування однієї групи функціональних рядів. ....	119
39. Олійник Т. М., Остудін Б. А. Чисельне розв'язування деяких початково-крайових задач теплопровідності методом інтегральних рівнянь. ....	122
40. Петрівський Я. Б., Ковальчук О. Р., Хома Г. П. Єдність крайової періодичної задачі для інтегро-диференціального рівняння другого порядку гіперболічного типу. ....	125
41. Петрівський Я. Б. Гладкі розв'язки квазілінійних інтегро-диференціальних рівнянь другого порядку гіперболічного типу. ....	127
42. Петрик М. Р. Осесиметрична квазілінійна математична модель фільтрації та відтиску неоднорідних високодисперсних середовищ у гвинтових конічних фільтрувальних апаратах. ....	130
43. Пізир Я. В., Попов Б. О. Побудова многочленних ермітово-Чебишевських сплайнів третього степеня. ....	134
44. Савула Я. Г., Дяконюк Л. М. Чисельне моделювання тепло-масопереносу у середовищі з тонким покриттям. ....	137
45. Слосарчук В. Ю. Оборотність лінійних автономних диференці-	

ально-різнених операторів . . . . .	140
46. Слюсарчук В. Ю. Нелінійні диференціальні рівняння з асимптотично стійкими розв'язками. . . . .	143
47. Слюсарчук В. К., Мартинок П. Н. Про асимптотичне найкраще рівномірне наближення дробово-раціональними функціями деяких спеціальних і елементарних функцій. . . . .	146
48. Сяський А. О. Контакт жорсткого штамп з криволінійним отвором нескінченної пластинки. . . . .	149
49. Сяський В. А., Мартинович Т. Л. Пружна рівновага пластинки з криволінійним отвором та включенням при частковому контактуванні границь. . . . .	152
50. Талесів П. О. Основна система диференціальних рівнянь точкової відповідності між гіперрозподілами просторів проєктивної зв'язності. . . . .	155
51. Тарангул О. В., Матіючук М. І. Про одну нелокальну параболічну крайову задачу. . . . .	159
52. Тарасюк Р. І. Про двочленну асимптотику цілих функцій, представлених степеневими рядами. . . . .	162
53. Танія Р. М., Кісілевич В. В., Стасюк М. Ф., Нахолок Б. Б. Про аналітичну залежність розв'язків лінійного диференціального рівняння з мірами від параметра. . . . .	165
54. Тополок Ю. П. Проблеми розв'язування задач синтезу за заданою амплітудною діаграмою напрямленості. . . . .	168
55. Турбал Ю. В. Оцінка параметрів моделі радіоактивного забруднення методом моментів. . . . .	171
56. Каркевич Ю. І. Про наближення функцій класу $C_n$ операторами, що породжуються прямокутними - методами підсумовування інтегралів. . . . .	174
57. Хома Г. П., Вотьок А. О., Цинайко П. В. Узагальнений розв'язок однієї мішаної задачі. . . . .	177
58. Хома А. Г., Хома Н. Г., Петрівський Я. Б. Тривіальні розв'язки однорідної крайової періодичної задачі. . . . .	179
59. Шеремета М. М., Воднар Р. Д. Раціональна апроксимація на $[0, 1]$ аналітичних в крузі функцій. . . . .	181
60. Янчук П. С. Апроксимаційно-ітеративні схеми кусково-многочленного наближення. . . . .	184
61. Янчук П. С., Демчук О. В., Возняк П. В. Апроксимаційно-ітеративний метод на основі ортогональних многочленів Якобі. . . . .	188
62. Янчук П. С., Шпортько О. В. Кусково-многочленне наближення розв'язків задачі Дірікле в $L$ -подібних областях. . . . .	191
63. Ясинський В. К., Юрченко І. В. Теорема існування та єдиності для стохастичних диференціальних рівнянь з випадковими функціоналами. . . . .	194
64. Ясинський І. В., Ясинський І. В. Властивості розв'язків стохастичних диференціально-функціональних рівнянь з нескінченною післядією. . . . .	197
Анотації . . . . .	200

УДК 519.6

П.С. Янчук, канд. фіз.-мат. наук (Рівне, педінститут)

О.В. Демчук, студент (Рівне, педінститут)

П.В. Возняк, студент (Рівне, педінститут)

### Апроксимаційно - ітеративний метод на основі ортогональних многочленів Якобі.

Пропонується спосіб наближеного одержання коефіцієнтів розрахункових формул апроксимаційно-ітеративного методу В.Дзядька на основі ортонормованих многочленів Якобі. Виходячи з апроксимаційно-ітеративного методу будеться який метод знаходження наближених розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь.

Даний метод проілюструємо спочатку на прикладі наближеного розв'язування задачі Коші вигляду:

$$y' = f(x, y), \quad (1)$$

$$y(x_{-1}) = y_{-1}, \quad (2)$$

на проміжку  $x_{-1} \leq x \leq x_1$ , де  $x_{-1} = x_0 - \frac{h}{2}$ ,  $x_1 = x_0 + \frac{h}{2}$ .

Будемо виходити з тотожності виду

$$y(x) = y_{-1} + \int_{x_{-1}}^x y'(t) dt. \quad (3)$$

Наблизимо функцію  $y(t)$  на проміжку  $[x_{-1}, x_1]$ , з допомогою інтерполяційного многочлена виду

$$P_n y'(t) = \sum_{j=0}^n (c_j y')_j P_j^{\alpha, \beta}(x_0, t), \quad (4)$$

$$P_j^{\alpha, \beta}(x_0, t) = P_j^{\alpha, \beta} \left( 2 \frac{t - x_0}{h} \right),$$

з  $P_j(t)$ -ортонормовані на  $[-1, 1]$  многочлени Якобі  $P_j(t) = P_j^{\alpha, \beta}(t)$  з

$$\rho = (1-t)^\alpha (1+t)^\beta.$$

За вузли інтерполяції візьмемо корені многочлена Якобі  $P_{n+1}(t)$  степеня  $(n+1)$  і позначимо їх через  $\alpha_i, i=0,1,\dots,n$ . Тоді коефіцієнти  $(c y')$  можна обчислити за формулами, які відповідають даному сімейству многочленів Якобі, а саме

$$(c y')_j = \frac{h}{2} \sum_{i=0}^n D_i P_{ji} Y'_i, \quad (5)$$

де  $P_{ji} = P_j(\alpha_i)$ ,  $Y'_i = Y'(x_0 + h\alpha_i)$ ,  $i=0,1,\dots,n$ , а  $D_i$  коефіцієнт квадратурної формули Гауса. Через  $S_n y$  позначимо функцію вигляду

$$S_n y = Y_{-1} + \int_{x-1}^x P_n Y'(t) dt. \quad (6)$$

Із (4), (5), (6) випливає, що

$$(S_n y)(x) = Y_{-1} + \frac{h}{2} \sum_{j=0}^n \left( \sum_{i=0}^n D_i P_{ji} Y'_i \right) I P_j \left( \frac{x - x_0}{h} \right), \quad (7)$$

де 
$$I P_j(x) = \int_{-1}^x P_j(t) dt.$$

Поклавши в (8)  $x = x_{-1} + \alpha_p \cdot \frac{h}{2}$  отримаємо

$$(S_n y)_p = Y_{-1} + \frac{h}{2} \sum_{s=0}^n \eta_{ps} Y'_s, \quad (8)$$

де 
$$\eta_{ps} = D_s \sum_{j=0}^n P_{js} (IP)_{jp},$$

$$(IP)_{jp} = I P_j(\alpha_p), P_{js} = P_j(\alpha_s). \quad (9)$$

Із співвідношення (9) випливає неявна схема вигляду

$$Y_p = Y_{-1} + \frac{h}{2} \sum_{s=0}^n \eta_{ps} f(\alpha_s, Y_s), \quad (10)$$

де  $Y_s = y(\alpha_s)$ . Числа  $\eta_{ps}$  ті ж, що і у відповідній неявній схемі Рунге-Кутта. Таку схему В. Дзядик назвав апроксимаційно-ітеративним методом і дав розрахункові формули для випадку вузлів в нулях

многочленів вигляду  $(1-x^2)U_{n-1}(x)$ , де  $U_{n-1}(x)$ -многочлен Чебишева 2-го роду, що має степінь  $n-1$ .

В умовах теореми Пікара, якщо функція  $f=f(x,y)$  є  $C^{n+1}$  то порядок відхилення многочлена  $\omega_{n+1}$  від точного розв'язку рівнині  $(n+1)$ , тобто має місце нерівність

$$|y - \omega_{n+1}| \leq C h^{n+1}, \quad x_0 - \frac{h}{2} \leq x \leq x_0 + \frac{h}{2}, \quad (11)$$

де  $C$  не залежить ні від  $h$ , ні від  $x$ . Останнє твердження є наслідком теореми В. Дзядика [1]. На основі цього твердження можна сформулювати явний метод для розв'язування задачі (1),(2). Нехай обчислено значення  $y_0, \dots, y_m$  в точках  $x_0, x_1, \dots, x_m$ . Тоді

$$K_{p\gamma} = y_m + \frac{h}{2} \sum_{s=0}^n \eta_{ps} f(x_m + h \alpha_s, K_{s,\gamma-1}), \quad (12)$$

$$x_i - x_{i-1} = h, \quad \forall i, \quad p=0,1,\dots,n; \gamma=1,2,\dots,n+1.$$

$$y_{m+1} = \frac{h}{2} \sum_{s=0}^n D_s K_{s,n+1}. \quad (13)$$

Зауважимо, що на основі неявного методу Рунге-Кутта можна отримати точність наближення невідомого розв'язку у вузлах рівномірної сітки порядку  $O(h^{2n+2})$  при  $n+1$  проміжному вузлі. Причому нерівність (11) дає можливість встановити оцінку похибки у довільній міжвуздовій точці.

На закінчення відмітимо, що теоретичні результати належать першому автору, а чисельний експеримент і створення програмного комплексу двом іншим.

І.В.К.Дзядьк. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений.-К.:Наукова думка,1986.

Г.И.Марчук. Методы вычислительной математики.-М.: Наука, 1980.