Волинський математичний вісник

Випуск 8

2001

Зміст

УДК 518:517.944/947

Кузьменко А.П., **Кузьменко В.М.**

МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦІЇ ТА РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ РОЗВ'ЯЗКУ ОДНОГО КЛАСУ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

Запропонована нова методика розрахунку фільтраційних полів у неоднорідному середовищі. В основу покладена ідея зниження розмірності математичної моделі об'єкту шляхом декомпозиції вихідної задачі на рекурентну послідовність задач, розв'язки яких без труднощів знаходяться з використанням чисельних методів скінченних елементів та Р-перетворень. Формулюється алгоритм «паралельної» комп'ютерної реалізації обчислень. Заявлені його переваги при розв'язуванні відповідного класу крайових задач в математичних моделях екологічних систем.

Надзвичайна складність екологічних та відповідних технологічних задач призводить до необхідності використання математичного моделювання в якості основного методу дослідження. Крім проблем інформаційного забезпечення, такі задачі характеризуються, зокрема, великою розмірністю. Тому доречними є розробки підходів, які б забезпечували зниження розмірності моделі.

В даній роботі розроблена відповідна вказаній ідеї зниження розмірності методика, яка може бути основою науково обгрунтованих розрахунків, необхідних при проектуванні важливих в екосистемах очисних та захисних гідроспоруд, гідрохімічного режиму грунтів та грунтових вод, тощо. Основні засади методики викладемо на прикладі розрахунку фільтраційного поля в неоднорідному середовищі.

Як правило, в природніх умовах фільтраційний потік здійснюється в середовищі, що є неоднорідним, зокрема, по вертикалі. При моделюванні фільтраційних процесів прошарки із близькими значеннями коефіцієнта фільтрації зводяться до розрахункового прошарку з осередненим коефіцієнтом фільтрації. В результаті весь водоносний пласт моделюється областю фільтрації з шаруватою структурою.

1.Напірна фільтрація. Розглянемо приклад плоскої напірної фільтрації води в багатошаруватому пласті скінченної потужності, що моделюється наступною крайовою задачею: в області $\Omega=\left\{(x,y)\,\middle|\,x\in(-\infty,+\infty),\ y\in(a,b)\right\}$ знайти функцію напору $u(x,y)$ як розв'язок рівняння

$$div(\kappa(x,y)\,grad\,u(x,y)) = f(x,y),\ \ (x,y)\in\Omega, \tag{1}$$

який на межі $\partial\Omega$ задовольняє крайовим умовам

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad x\in(-\infty,0]\cup[a,+\infty); \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\ x\in(0,a);\ \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=b}=0,\quad x\in(-\infty,\infty). \tag{3}$$

Нехай, при цьому:

$$\kappa(x,y)=\kappa_i,\ \text{при}\,(x,y)\in G,\ y\in(b_{i-1},b_i),\ \ i=\overline{1,n}; \tag{4}$$

$$0=b_0<b_1<\ldots<b_n=b,\ \kappa_i=const(i),\ i=\overline{1,n}.$$

На лініях розриву $\kappa(x,y)$ покладемо

$$[u]=0,\qquad \left[\kappa\frac{\partial u}{\partial y}\right]=0, \tag{5}$$

де $[\cdot]$ означає стрибок функції: $[u]_{y=\xi}=u(x,\xi+0)-u(x,\xi-0)$.

Вважаємо, що напір $\varphi(x)$ та інтенсивність джерел $f(x,y)$ – задані функції, для яких існує єдиний розв'язок крайової задачі (1) – (5) [1].

Застосовуючи методику, викладену в [2], будемо шукати розв'язок $u(x,y)$ у вигляді ряду

$$u(x,y)=\sum_{k=0}^{\infty}u_k^{(s)}(x,y), \tag{6}$$

де $s=i$ при $y\in(b_{i-1},\,b_i)$, $i=\overline{1,n}$. Згідно з [5] для визначення $u_k^{(s)}(x,y)$ отримуємо рекурентну послідовність відповідних крайових задач (k,s)

$$\begin{cases}\Delta u_0^{(1)}(x,y)=f(x,y),\ x\in(-\infty,\infty),\ y\in(0,b_1);\\ u_0^{(1)}(x,0)=\varphi(x),\ x\in(-\infty,0]\cup[a,+\infty);\\ \left.\dfrac{\partial u_0^{(1)}}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\ x\in(0,a);\quad \left.\dfrac{\partial u_0^{(1)}}{\partial y}\right|_{y=b_1}=0,\ x\in(-\infty,\infty);\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta u_0^{(s)}(x,y)=f(x,y),\ x\in(-\infty,\infty),\ y\in(b_{s-1},b_s),\quad s=\overline{2,n};\\ \left.\dfrac{\partial u_0^{(s)}}{\partial y}\right|_{y=b_{s-1}}=0,\quad \left.\dfrac{\partial u_0^{(s)}}{\partial y}\right|_{y=b_s}=0,\ x\in(-\infty,\infty),\quad s=\overline{2,n};\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta u_k^{(1)}(x,y)=0,\quad x\in(-\infty,\infty),\ y\in(0,b_1);\\ u_k^{(1)}(x,0)=0,\ x\in(-\infty,0]\cup[a,+\infty);\quad \left.\dfrac{\partial u_0^{(1)}}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\ x\in(0,a);\\ \left.\left(\kappa_1\dfrac{\partial u_k^{(1)}}{\partial y}=\kappa_1\dfrac{\partial u_{k-1}^{(1)}}{\partial y}-\alpha_1\left(u_{k-1}^{(2)}-u_{k-1}^{(1)}\right)\right)\right|_{y=b_1},\quad x\in(-\infty,\infty);\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta u_k^{s}(x,y)=0,\ x\in(-\infty,\infty),\ y\in(b_{s-1},b_s),\ s=\overline{2,n-1};\\ \left.\left(\kappa_s\dfrac{\partial u_k^{(s)}}{\partial y}=\kappa_s\dfrac{\partial u_{k-1}^{(s)}}{\partial y}-\alpha_{s-1}\left(u_{k-1}^{(s)}-u_{k-1}^{(s-1)}\right)\right)\right|_{y=b_{s-1}},\quad x\in(-\infty,\infty);\\ \left.\left(\kappa_s\dfrac{\partial u_k^{(s)}}{\partial y}=\kappa_s\dfrac{\partial u_{k-1}^{(s)}}{\partial y}-\alpha_s\left(u_{k-1}^{(s+1)}-u_{k-1}^{(s)}\right)\right)\right|_{y=b_s}\quad x\in(-\infty,\infty),\ s=\overline{2,n-1};\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta u_k^{n}(x,y)=0,\quad x\in(-\infty,\infty),\ y\in(b_{n-1},b);\\ \left.\left(\kappa_n\dfrac{\partial u_k^{(n)}}{\partial y}=\kappa_n\dfrac{\partial u_{k-1}^{(n)}}{\partial y}-\alpha_{n-1}\left(u_{k-1}^{(n)}-u_{k-1}^{(n-1)}\right)\right)\right|_{y=b_{n-1}},\quad x\in(-\infty,\infty);\\ \left.\dfrac{\partial u_k^{(n)}}{\partial y}\right|_{y=b}=0,\ x\in(-\infty,\infty),\end{cases}$$

розв'язки яких легко отримати методом Р-трансформацій [2, 3]. Тут Δ – оператор Лапласа, $k=\overline{0,\infty}$.

2.Безнапірна фільтрація. Розглянемо випадок стаціонарної плоскої фільтрації води через неоднорідне пористе середо-вище земляної греблі, що зведена на проникній шаруватій основі скінченної потужності зі шпунтом АМ (рис.1).

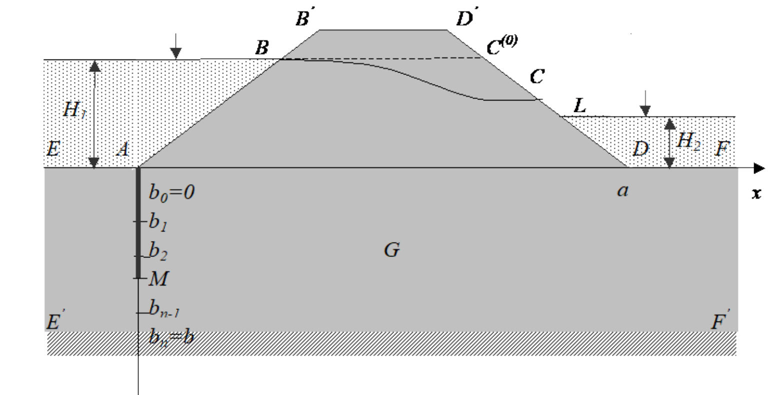

Рис. 1

Для визначення основних характеристик відповідного фільтраційного потоку достатньо знайти функцію напору $u(x,y)$ як розв'язок рівняння

$$div(\kappa(x,y)\,grad\,u(x,y))=0,\ \ (x,y)\in G, \tag{7}$$

при:

$$u\big|_{EAB}=H_1,\ \left.\frac{\partial u}{\partial \mathbf{v}}\right|_{BC}=0,\ \ (u+y)_{BCL}=0, \tag{8}$$

$$u\big|_{LDF}=H_2,\ \left.\frac{\partial u}{\partial \mathbf{v}}\right|_{E'F'}=0,\ \ \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{AM}=0, \tag{9}$$

$$\kappa(x,y)=\begin{cases}\kappa_0(x,y),\ (x,y)\in G,\ y\le 0,\\ \kappa_i,\ (x,y)\in G,\ y\in(b_{i-1},b_i),\ i=\overline{1,n},\end{cases} \tag{10}$$

$$[u]_{y=b_i}=0,\quad \left[\kappa\frac{\partial u}{\partial y}\right]_{y=b_i}=0,\ \ i=\overline{0,n-1}, \tag{11}$$

де G – область фільтрації, $\kappa(x,y)$ – коефіцієнт фільтрації в точці $(x,y)\in G$, H_1, H_2 – рівні напору у верхньому і нижньому б'єфах, $\overline{\mathbf{v}}$ – одиничний вектор внутрішньої нормалі до межі області, n – число розривів коефіцієнта $\kappa(x,y)$, $y_M=b_{s_0}$ – ордината точки М, $s_0<n$, $0=b_0<b_1<\ldots<b_n=b,\ \kappa_i=const(i),\ i=\overline{1,n}$.

Зауважимо, що для області G невідомим є положення кривої депресії BC і його необхідно знайти при розв'язуванні задачі (7) – (11), яка має єдиний класичний розв'язок [1].

Нехай крива BC визначена, наприклад, рівнянням $y=g(x),\ x\in[0,a]$, де неперервна фінітна функція $g(x)\le 0$ для $x\in[0,a]$.

Розв'язок $u(x,y)$, як і вище, шукаємо у вигляді ряду (6), де $s=0$ при $g(x)\le y\le b_0$, $s=i$ при $b_{i-1}<y\le b_i$, $i=\overline{1,n}$. Аналогічно, для визначення $u_k^{(s)}=u_k^{(s)}(x,y)$ отримуємо рекурентну послідовність крайових задач

$$\begin{cases} \Delta u_0^{(0)}(x,y)=0,\ (x,y)\in G_0;\quad u_0^{(0)}\big|_{AB}=H_1,\quad \left.\dfrac{\partial u_0^{(0)}}{\partial \mathbf{v}}\right|_{BC}=0,\quad \left(u_0^{(0)}+y\right)_{CL}=0,\\ u_0^{(0)}\big|_{LD}=H_2,\quad \left.\dfrac{\partial u_0^{(0)}}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\quad x\in(0,a); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta u_0^{(1)}(x,y)=0,\quad x\in(-\infty,\infty),\quad y\in(0,b_1);\\ u_0^{(1)}(x,0)=H_1,\quad x\in(-\infty,0];\qquad u_0^{(1)}(x,0)=H_2,\quad x\in[a,+\infty);\\ \left.\dfrac{\partial u_0^{(1)}}{\partial y}\right|_{y=0}=0,\ x\in(0,a);\ \left.\dfrac{\partial u_0^{(1)}}{\partial y}\right|_{y=b_1}=0,\quad x\in(-\infty,\infty);\ \left.\dfrac{\partial u_0^{(1)}}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\ y\in(0,b_1]; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta u_0^{(s)}(x,y)=0,\ x\in(-\infty,\infty),\ y\in(b_{s-1},b_s),\ s=\overline{2,n};\\ \left.\dfrac{\partial u_0^{(s)}}{\partial y}\right|_{y=b_{s-1}}=0,\quad \left.\dfrac{\partial u_0^{(s)}}{\partial y}\right|_{y=b_s}=0,\quad x\in(-\infty,\infty),\ s=\overline{2,n};\\ \left.\dfrac{\partial u_0^{(s)}}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\quad y\in(b_{s-1},b_s],\quad s=\overline{2,s_0}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta u_k^{(0)}(x,y)=0,\ (x,y)\in G_0;\quad u_k^{(0)}\big|_{AB\cup CD}=0,\ \left.\dfrac{\partial u_k^{(0)}}{\partial \mathbf{v}}\right|_{BC}=0;\\ \left.\left(\kappa_0\dfrac{\partial u_k^{(0)}}{\partial y}=\kappa_0\dfrac{\partial u_{k-1}^{(0)}}{\partial y}-\alpha_0\left(u_{k-1}^{(1)}-u_{k-1}^{(0)}\right)\right)\right|_{y=0},\quad x\in(0,a); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta u_k^{(1)}(x,y)=0,\ x\in(-\infty,\infty),\quad y\in(0,b_1);\quad u_k^{(1)}(x,0)=0,\ x\in(-\infty,0]\cup[a,+\infty);\\ \left.\left(\kappa_1\dfrac{\partial u_k^{(1)}}{\partial y}=\kappa_1\dfrac{\partial u_{k-1}^{(1)}}{\partial y}-\alpha_0\left(u_{k-1}^{(1)}-u_{k-1}^{(0)}\right)\right)\right|_{y=0},\ x\in(0,a);\\ \left.\left(\kappa_1\dfrac{\partial u_k^{(1)}}{\partial y}=\kappa_1\dfrac{\partial u_{k-1}^{(1)}}{\partial y}-\alpha_1\left(u_{k-1}^{(2)}-u_{k-1}^{(1)}\right)\right)\right|_{y=b_1},\ x\in(-\infty,\infty);\quad \dfrac{\partial u_0^{(1)}}{\partial x}\Big|_{x=0},\quad y\in(0,b_1]; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta u_k^{(s)}(x,y)=0,x\in(-\infty,\infty),y\in(b_{s-1},b_s),s=\overline{2,n};\quad \dfrac{\partial u_k^{(s)}}{\partial x}=0,y\in[b_{s-1},b_s],s=\overline{2,s_0};\\ \left.\left(\kappa_s\dfrac{\partial u_k^{(s)}}{\partial y}=\kappa_s\dfrac{\partial u_{k-1}^{(s)}}{\partial y}-\alpha_{s-1}\left(u_{k-1}^{(s)}-u_{k-1}^{(s-1)}\right)\right)\right|_{y=b_{s-1}},\quad x\in(-\infty,\infty),\quad s=\overline{2,n-1};\\ \left.\left(\kappa_s\dfrac{\partial u_k^{(s)}}{\partial y}=\kappa_s\dfrac{\partial u_{k-1}^{(s)}}{\partial y}-\alpha_s\left(u_{k-1}^{(s+1)}-u_{k-1}^{(s)}\right)\right)\right|_{y=b_s},\quad x\in(-\infty,\infty),\quad s=\overline{2,n-1}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta u_k^{(n)}(x,y)=0, \quad x\in(-\infty,\infty), \quad y\in(\,b_{n-1},b)\,; \\ \left.\left(\kappa_n \dfrac{\partial u_k^{(n)}}{\partial y}=\kappa_n \dfrac{\partial u_{k-1}^{(n)}}{\partial y}-\alpha_{n-1}\left(u_{k-1}^{(n)}-u_{k-1}^{(n-1)}\right)\right)\right|_{y=b_{n-1}}, \quad x\in(-\infty,\infty); \\ \left.\dfrac{\partial u_k^{(n)}}{\partial y}\right|_{y=b}=0, \;\; x\in(-\infty,\infty)\,. \end{cases}$$

Тут $G_0=\{(x,y)|(x,y)\in G,\ y\le 0\}$.

Для розв'язування задач $(k,0),(k=0,1,2,...)$ застосуємо метод скінченних елементів [4]. З цією метою перейдемо до еквівалентної варіаційної задачі, яка полягає у наступному. Потрібно знайти функцію $u_k^{(0)}(x,y)\in H$, яка забезпечує мінімум функціоналу енергії

$$F(u)=\iint\limits_{(G_0)}\kappa(x,y)\left|grad\,u(x,y)\right|^2 dxdy,$$

де H – множина функцій на G_0, які мають узагальнені перші похідні і задовольняють заданим крайовим умовам першого роду. При знаходженні наближеного розв'язку задач $(k,0)$ здійснюємо триангуляцію області G_0 (розбиваємо на трикутники). В якості базису відповідного H скінченномірного простору H^N (N – число вузлів триангуляції області G_0) виберемо поліноми першого степеня (лінійні на кожному трикутнику розбиття області G_0).

В результаті реалізації стандартної методики МСЕ [7] спочатку одержимо наближені значення $u_0^{(0)}(x,y)$ у вузлах триангуляції області G_0. Тепер розв'язок задач $(0,s)\left(s=\overline{1,n}\right)$ знайдемо у вигляді формул Р-трансформацій [2, 3]. Розв'язки наступних задач (k,s) $(k=\overline{1,\infty},\ s=\overline{0,n})$ знаходимо відповідно методами МСЕ та Р-трансформацій паралельно за схемою , наведеною в [5].

Збіжність ряду (6) забезпечується при відповідному виборі релаксаційних параметрів $\alpha_s\left(s=\overline{0,n-1}\right)$ [6].

Знаходження кривої $y=g(x)$, $x\in(a,b)$ здійснюється методом ітерацій наступним чином. Спочатку криву BC задаємо наближено, наприклад, прямою $BC^{(0)}$ (рис.1). При цьому, одержуємо наближення $G^{(0)}$ області G. Проміжок височування CL замінюється наближенням – відрізком $C^{(0)}L$. В $G^{(0)}$ за викладеною вище схемою розв'язується задача (7) – (11) без умови $(u+y)_{BC^{(0)}}=0$. В результаті у вузлових точках області $G^{(0)}$ отримуємо значення $u^{(0)}(x,y)$-наближення $u(x,y)$. Якщо у вузлових точках на межі $BC^{(0)}$

$$\left|u^{(0)}(x,y)+y\right|>\varepsilon\,, \tag{12}$$

то в якості наступного наближення BC вибирається ламана $BC^{(1)}$, вершинами якої є точки $(x_i;u^{(0)}(x_i,y_i))$, де (x_i,y_i)-вузли триангуаляції на межі $BC^{(0)}$. Критерієм зупинки ітераційного процесу є нерівність (12) для достатньо малого значення $\varepsilon>0$. Збіжність $BC^{(m)}$

до BC при $m \to \infty$ у відповідному визначенні доведена в [7]. При цьому можливі певні модифікації способу визначення проміжку височування CL [8].

Підсумовуючи, зауважимо наступні переваги запропованої методики.

Процес розв'язування задачі "розпаралелюється", що є актуальним заходом в організації ефективного математичного забезпечення розрахунку на ЕОМ задач масопереносу в суцільному середовищі. Методика забезпечує розв'язок розглянутої задачі для достатньо складних за конфігурацією областей при значній кількості ліній розриву коефіцієнта $\kappa(x, y)$, що природньо для задач підземної гідромеханіки. Явний вид наближеного розв'язку, що забезпечують задіяні тут методи Р-трансформацій і скінченних елементів, дозволяє здійснювати вибірковість рахунку в наперед вибраній множині вузлів. Цей факт важливий з огляду на звичні диспропорції у розмірах області фільтрації. Нарешті, такий комбінований підхід дозволяє уникнути проблеми розв'язування нестійких за своєю природою систем лінійних алгебраїчних рівнянь, що появились би, при розв'язуванні вихідної задачі, наприклад, методом скінченних різниць [9]. Методика достатньо зручна для комп'ютерної реалізації.

Зауважимо, що викладені тут алгоритми чисельного розрахунку задач фільтрації без складнощів можуть бути адаптовані до ряду інших складних випадків конфігурації області та зміни коефіцієнта фільтрації, а також на випадок трьохмірної фільтрації.

Відмітимо, що декомпозицію вихідної задачі, подібно до вище викладеного алгоритму, можна достатньо ефективно здійснити на основі альтернуючого методу Шварца [10, 11].

Очевидно, що запрононовані тут підходи з успіхом можуть бути поширені на відповідні випадки нестаціонарної фільтрації в неднорідних складної конфігурації областях [12].

Таким чином, ідея декомпозиції у викладеному вище варіанті реалізації має ряд переваг, забезпечує зниження розмірності вихідної задачі і може з успіхом використовуватись для розрахунку, зокрема, фільтраційного фону, що є основою в задачах дослідження гідрологічних процесів у природніх та створених цивілізацією екологічних системах.

1. *Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С.* Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах.- К.: Наукова думка, 1991.- 432с.
2. *Кузьменко А.П., Бомба А.Я.* Про розв'язок крайових задач у шаруватих середовищах. // Волинський математичний вісник.- 1994.- Вип.1.- С.36-43.
3. *Положий Г.Н.* Численное решение двумерных и трехмерных краевых задач математической физики и функции дискретного аргумента.- К.: Из-во Киевского ун-та, 1962.- 161с.
4. *Стренг Г., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов.- М.: Мир, 1977.- 349с.
5. *Кузьменко А.П., Кузьменко В.М.* До розв'язування еліптичних крайових задач у нескінченних складної конфігурації областях // Волинський математичний вісник.- 1999.- Вип.6.- С.89-92.
6. *Кузьменко А.П., Гладка О.М.* Один метод розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь у частинних похідних із розривними коефіцієнтами // Тези доповідей Третьої наукової конференції ім. акад. М. Кравчука.- Київ – 1994.- С.66.
7. *Якимов Н.Д.* Вариационные теоремы для задач с кривыми депрессии //Труды семинара по краевым задачам.- Казань: Из-во Казанского ун-та.- 1976.- Вып.13.- С.258-275.
8. *Chishaki T., Matsuguma N.* Analysis of seepage problems by reduction method // Tehnology reports of the Kyushu university.- 1976.- 49, №2.- С.75-82.
9. *Самарский А.А.* Теория разностных схем.- М.: Наука, 1977.- 656с.
10. *Кузьменко А.П., Гладка О.М.* Про розв'язок крайових задач для рівняння дівергентного типу у нескінченній багатошаровій смузі // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач. Зб.наук.пр.- Київ: Ін-т математики НАНУ.- 1995.- С.168-173.

11. *Кузьменко А.П., Кузьменко В.М.* Про розв'язок просторових крайових задач для рівнянь дівергентного типу із розривними коефіцієнтами // Сучасні проблеми теорії фільтрації. Зб. наук. ст.- Рівне: УДАВГ.- 1998.- С.96-101.
12. *Кузьменко А.П., Гладка О.М.* До розв'язування нестаціонарних крайових задач у шаруватих кругових областях // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво.- Рівне: РДТУ.- 1998.- Вип.23.- С.76-83.

Міжнародний університет РЕГІ ім. академіка Степана Дем'янчука, Рівне
Рівненський державний технічний університет, Рівне

Надійшла 29.10.2001

Кузьменко А.П., Кузьменко В.М. МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ И РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ЗАДАЧ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ // *Предлагается новая методика расчета фильтрационных полей в неоднородной среде. В основание положена идея снижения размерности математической модели объекта путем декомпозиции исходной задачи на реккурентную последовательность задач, решения которых без сложностей находятся с использованием численных методов конечных элементов и Р-преобразований. Формулируется алгоритм «паралельной» компьютерной реализации вычислений. Подчеркнуты его преимущества при исследовании соответствующего класса краевых задач в математических моделях экологических систем.*

Kuzmenko A.P., **Kuzmenko V.M.** THE METHOD OF DECOMPOSITION AND PARALLELISM DECISIONS OF ONE CLASS OF PROBLEMS OF THE THEORY OF THE FILTRATION // *Is offered a new design procedure of filtrational fields in the non-uniform environment. In the basis the idea of reduction of dimension of mathematical model of object is fixed by decomposition of an initial problem on reccurrent a sequence of problems which decisions without complexities are with use of numerical methods of final elements and P-transformations. The algorithm of «parallel» computer realization of calculations is formulated. His advantages are underlined at research of the appropriate class of regional problems in mathematical models of ecological systems.*

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в галузі математики, інформатики та механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

The **"Volyn Mathematical Bulletin"** publishes the rezults of investigation of the mathematics, informatics and mechanics. It is good for science workers, teachers of higher schools, post graduates and senior years students of the mechanics and mathematics specialities.

У цьому випуску переважають роботи з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики.

Заснований у 1994 році. Свідоцтво про реєстрацію: серія РВ, №148 від 11.04.1995р.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Українського математичного товариства, Інституту кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова, Інституту прикладних проблем математики і механіки НАНУ ім. Я.С.Підстригача. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ.

Адреса редакції : 33000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31, Рівненський державний гуманітарний університет, кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ. Тел.: (8+0362) 260-444 .

ISBN 966 - 7281 - 02 – 8

Наукове видання
"Волинський математичний вісник"
Випуск 8, 2001

Відповідальний за випуск Бомба А.Я.

Здано до друку . .200 р. Підписано до друку . .200 р.
Формат 1/8 Папір друк. 30×21 Ум. друк. арк. 4,54
Наклад 300 прим. Замовлення № –

Віддруковано в інформаційно-видавничому відділі
Рівненського державного гуманітарного університету
Україна, 33028, м. Рівне, вул. Остафова, 31