

Національна академія наук України
Інститут математики НАН України
Рівненський державний педагогічний інститут
Українське математичне товариство
Український фонд "Відродження"

National Academy of Sciences of Ukraine
Institute of Mathematic of NAS of Ukraine
Rivne State Pedagogical Institute
Ukrainian Mathematical Society
Ukrainian fond "Vidrodgenia"

Волинський математичний вісник

Випуск 3

(Матеріали міжнародної конференції "Теорія апроксимацій та чисельні методи", присвяченої 100-річчю з дня народження Е.Ремеза, Україна, Рівне, 19-21 червня 1996)

Volyn

Mathematical Bulletin

ISSUE 3

(Proceedings International Conference "Approximation theory and numerical methods", dedicated to the 100-th Remez birthday anniversary, Ukraine, Rivne, June, 19-21, 1996)

Rivne 1996

“Волинський математичний вісник” публікує результати досліджень в області теоретичної та прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

The “Volyn Mathematical Bulletin” publishes the results of investigation of the theoretical and applied mathematics in the form of the short reports, original articles, surveys, works of conferences and seminars. It is good for science workers, teachers of higher schools, post graduates and senior years students of the mechanics and mathematics specialities.

Редакційна колегія :

Скрипник І.В.(головний редактор),
Дзядик В.К.(голова програмного
комітету конференції),
Бомба А.Я.(редактор),
Боднар Д.І., Ковтунець В.В.,
Коновалов В.Н., Попов Б.О.,
Шевчук І.О., Янчук П.С.

Editorial board:

Skrypnyk I.V.(Editor-in-Chief),
Dziadyk V.K.(Program Committee
Conference Header),
Bomba A.Ya.(editor),
Bodnar D.I., Kovtunets V.V.,
Konovalov V.N., Popov B.O.,
Shevchuk I.O., Yanchuk P.S.

Видається один раз у рік з 1994 року. Свідцтво про державну реєстрацію: серія РВ, N 148 від 11.04.1995 р. Засновники : Бомба А.Я., Ковтунець В.В., Слюсарчук В.Ю..

It publishes one time a year beginning from 1994. The paper of State registration: series РВ N 148, 11.04.1995 . Founders: Bomba A.Ya., Kovtunets V.V., Slusarchuk V.Yu.

Адреса редакції: 266000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 26, педінститут, кафедра інформатики та прикладної математики. Тел.: (8+036+2) 26-04-44. E-Mail: rspi@rspi.govno.ua

При виданні матеріалів конференції редакція вирішила не брати на себе право істотного редагування підготовлених авторами текстів.

The editorship decided not to make the material changes in the authors' original articles of the conferences works.

ЗМІСТ

1. Дзядик В.К. До сторіччя з дня народження члена кореспондента Академії наук України, професора Євгена Яковича Ремеза та про його внесок у розвиток математики.....	7
2. Андриенко В.А. О приближении почти всюду средними Рисса двойных ортогональных рядов.....	9
3. Антонова Т.М. Про вигляд максиманти одного класу гіллястих ланцюгових дробів з комплексними компонентами.....	14
4. Боднар Д. І. Про збіжність гіллястих ланцюгових дробів з невід'ємними елементами.....	19
5. Бомба А.Я., Кузьменко А.П. Про метод сумарних зображень розв'язування крайових задач на конформні відображення.....	23
6. Бунь П.А., Семикина А.В. Числові методи розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків з використанням узагальнених формул диференціювання з різницями назад.....	26
7. Вартамян Г.М. Об оценке одного интеграла на кривых.....	31
8. Галеев Э.М. Дискретизация задачи о поперечниках.....	35
9. Голубов Б.И. Об ограниченности операторов Харди и Харди-Литтльвуда в пространствах $Re H_1$ и BMO	39
10. Кириллов С.А. О теореме Марцинкевича-Зигмунда.....	43
11. Колупаев Б.С., Бордюк М.А., Сідлецький В.О. Кореляційний взаємозв'язок мікро- та макроскопічних властивостей металонаповнених полімерних систем.....	46
12. Кореновский А.А. Многомерный вариант леммы Рисса и некоторые его приложения.....	50
13. Крикова І.В., Литвин О.М. Інтерлінація на границі п'ятикутника з криволінійною стороною.....	56
14. Кротов В.Г. Весовые неравенства и теоремы о следах для функций из многомерных классов типа Харди-Соболева.....	61
15. Крякин Ю.В. О приближении чебышевскими сплайнами в метрике L_{p1}	67
16. Кучмінська Х.Й. Аналог теорема Пейдона-Уолла для гіллястих ланцюгових дробів.....	72
17. Летичевський О.А., Біленко В.І., Волков В.А., Денисенко П.М. Реалізація модифікованого методу Дзядика засобами алгебраїчного програмування.....	76

18. Литвин О.М., Литвин О.О. Одна теорема про збіжність методу Качмажа при розв'язанні СЛАР.....	83
19. Литвин О.М., Нечуйвігер О.П. Кубатурна формула для обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій $F(X, Y)$ з використанням інтерлінації функцій	87
20. Литвин О.М., Трофименко О.П. Чисельна реалізація оптимального методу скінченних елементів задачі Діріхле для рівняння Пуассона.....	91
21. Лотюк Ю.Г. Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку рівняння Ріккати методом продовження по параметру.....	96
22. Олійник Т.М., Остудін Б.А. Алгоритм наближеного розв'язування однієї задачі теплопровідності у випадку розімкнених граничних поверхонь скланої геометрії.....	99
23. Піддубний О.М. Застосування апроксимаційних методів до вивчення граничних властивостей розв'язків одного класу диференціальних рівнянь.	103
24. Попов Б.А. Харе Д.Е.Дж. Побудова ітераційних алгоритмів для обчислення обернених функцій.....	106
25. Прикарпатський А.К., Притула М.М., Єршенко О.О. The Lie-algebraic discrete approximations in computing analysis.....	113
26. Столярчук В.К., Мартинюк П.М. Побудова дробово-раціональних поліномів, які здійснюють близьке до найкращого рівномірне наближення функцій Бесселя з цілим індексом, функції ймовірностей та деяких гіпергеометричних функцій.....	117
27. Стороженко Э.А. Об обратимости неравенства С.Н.Бернштейна для комплексних полиномов.....	120
28. Сяський А.О., Сяський В.А. Метод колокації в плоских контактних задачах для пластин з підкріпленням криволінійним отвором.....	124
29. Тадєєв П.О. Вплив педагогічних праць Є.Я.Ремеза на розвиток змісту сучасної математичної освіти в Україні.....	128
30. Турбал Ю.В. Оцінка інтенсивностей пуассонівських потоків моделі радіоактивного забруднення.....	130
31. Харкевич Ю.І. Про наближення функцій класу C^N лінійними середніми їх рядів Фур'є.....	135
32. Янчук П.С. Многочленно-сітковий спосіб наближеного розв'язування крайових задач.....	139

А.Я.Бомба, кандидат фіз.-мат. наук (Рівне, РДПІ)
 А.П.Кузьменко, кандидат фіз.-мат. наук (Рівне, УДАВГ)

ПРО МЕТОД СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ

Known advantages of H.M.Poloji's P-transformation method (explicit look of solution formulae, possibility of selective computing, etc.) are effectively used for solving boundary value problems of conform reflections.

Розглянемо модельну задачу про знаходження гармонічної функції $\varphi = \varphi(x, y)$ (потенціал) в однозв'язній області $G_z = A_1A_2A_3A_4$ ($z = x + iy$), обмеженій чотирма кривими A_1A_2 ($f_1(x, y) = 0$), A_2A_3 ($f_2(x, y) = 0$), A_3A_4 ($f_3(x, y) = 0$), A_4A_1 ($f_4(x, y) = 0$), які в точках $A_i, i = \overline{1, n}$, перетинаються під прямим кутом, при умовах: $\varphi|_{A_1A_2} = \varphi_*$, $\varphi|_{A_3A_4} = \varphi^*$, $\frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{A_2A_3} = 0$, $\frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{A_4A_1} = 0$, де n - зовнішня нормаль до відповідної кривої. Вивіщи гармонічну функцію $\psi = \psi(x, y)$ (функція течії), комплексно спряжену до $\varphi = \varphi(x, y)$, і замінивши останні дві граничні умови на умови $\psi|_{A_1A_4} = 0$, $\psi|_{A_1A_3} = Q$, де стала Q - повна витрата (невідомий параметр) через довільну криву MN ($M \in A_1A_4, N \in A_2A_3$), зведемо дану задачу до задачі на конформне відображення $\omega = \omega(z)$ області G_ω на прямокутник (область комплексного потенціалу) $G_\omega = \{\omega = \varphi + i\psi: \varphi_* < \varphi < \varphi^*; 0 < \psi < Q\}$ при відповідності куткових точок.

Обернена крайова задача (на конформне відображення області G_ω на G_z при невідомому Q), що має вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{\partial y}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, & (\varphi, \psi) \in G_\omega, \\ f_1(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, \quad f_3(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, \quad 0 \leq \psi \leq Q, \\ f_2(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) = 0, \quad f_4(x(\varphi, Q), y(\varphi, Q)) = 0, \quad \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*, \end{cases} \quad (1)$$

зводиться до розв'язування в G_ω рівнянь Лапласа $\Delta x = 0, \Delta y = 0$ при заданих крайових умовах і умовах Коші-Рімана на границі цієї області.

Різницевий аналог цієї крайової задачі у відповідній рівномірній сітковій області $G_\omega^* = \{(\varphi_i, \psi_j): \varphi_i = \varphi_* + h_0 i, \psi_j = h_0 j, j = 0, 1, \dots, n+1; h_0 = (Q - \varphi_*) / (m+1), h_* = Q / (n+1), \gamma = h_0 / h_*\}$

і $i = 0, 1, \dots, m+1; \psi_j = h_* j, j = 0, 1, \dots, n+1; h_0 = (Q - \varphi_*) / (m+1), h_* = Q / (n+1), \gamma = h_0 / h_*$

запишемо у вигляді:

$$\begin{cases} x_{i+1,j} - 2(1+\gamma^2)x_{i,j} + x_{i-1,j} + \gamma^2(x_{i,j-1} + x_{i,j+1}) = 0, \\ y_{i+1,j} - 2(1+\gamma^2)y_{i,j} + y_{i-1,j} + \gamma^2(y_{i,j-1} + y_{i,j+1}) = 0, \\ i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f_1(x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, & f_3(x_{m+1,j}, y_{m+1,j}) = 0, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ f_2(x_{i,j+1}, y_{i,j+1}) = 0, & f_4(x_{i,0}, y_{i,0}) = 0, \quad i = \overline{0, m+1}; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x_{i+1,0} - x_{i,0} = \gamma(y_{i,1} - y_{i,0}), & \gamma(x_{i,1} - x_{i,0}) = y_{i,0} - y_{i+1,0}, \quad i = \overline{1, m}, \\ x_{1,j} - x_{0,j} = \gamma(y_{0,j+1} - y_{0,j}), & \gamma(x_{0,j+1} - x_{0,j}) = y_{0,j} - y_{1,j}, \quad j = \overline{1, n}; \end{cases} \quad (4)$$

$$(x_{1,1} - x_{0,0})^2 + (y_{1,1} - y_{0,0})^2 = (x_{1,0} - x_{0,1})^2 + (y_{1,0} - y_{0,1})^2, \quad (5)$$

де $x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j)$, $y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j)$.

Ефективність запропонованої нижче методики полягає в тому, що формули сумарних зображень забезпечують розв'язність локалізованої лінійної (основної) частини даної системи, а невідомі коефіцієнти знаходяться шляхом розв'язання нелінійних систем невисоких порядків, породжених лише граничними умовами та умовами (4), (5).

Загальний розв'язок рівнянь (2) згідно з [2] має вид:

$$\begin{cases} x_{i,j} = \sum_{k=1}^n P_{k,j} (\mu_k^i A_k + \nu_k^i B_k - \gamma^2 \sum_{t=1}^{i-1} \frac{\mu_k^{i-t} - \nu_k^{i-t}}{\mu_k - \nu_k} (P_{1,k} x_{t,0} + P_{n,k} x_{t,n+1})), \\ y_{i,j} = \sum_{k=1}^n P_{k,j} (\mu_k^i C_k + \nu_k^i D_k - \gamma^2 \sum_{t=1}^{i-1} \frac{\mu_k^{i-t} - \nu_k^{i-t}}{\mu_k - \nu_k} (P_{1,k} y_{t,0} + P_{n,k} y_{t,n+1})), \\ i = \overline{0, m+1}, \quad j = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{де } P_{i,k} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \cdot \sin \frac{ik\pi}{n+1}, \quad \eta_k = 1 + \gamma^2 - \gamma^2 \cos \frac{k\pi}{n+1},$$

$$\mu_k = \eta_k + \sqrt{\eta_k^2 - 1}, \quad \nu_k = \eta_k - \sqrt{\eta_k^2 - 1}.$$

Невідомі $A_k, B_k, C_k, D_k, x_{i,0}, y_{i,0}, x_{i,n+1}, y_{i,n+1}, \gamma$ визначаються в результаті розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь (3) - (5), де $x_{0,j}, y_{0,j}, x_{m+1,j}, y_{m+1,j}, x_{i,1}, y_{i,1}, x_{1,j}, y_{1,j}$ представлені за формулами (6) (умова (6*)).

Розв'язок цієї системи знаходимо ітераційно таким чином. Задаємо нульове наближення невідомої витрати $Q^{(0)}$ ($Q^{(0)} < Q$). Розв'язуємо систему (3), (4), (6*), наприклад, за методом Ньютона [4] та перевіряємо виконання умови (5). В залежності від одержаної нев'язки вибираємо наступне наближення - $Q^{(1)}$ і т.д. Умовою закінчення процесу може бути нерівність: $|Q^{(k+1)} - Q^{(k)}| < \varepsilon$.

У випадку, якщо, наприклад, крива A_2A_3 (з фіксованою точкою A_2), на якій задається додаткова умова $\varphi=g(y)$, де $g(y)$ - достатньо гладка функція, є вільною кривою, то розв'язок відповідної задачі також може бути отриманий за формулами (6), де невідомі параметри знаходяться в результаті розв'язку системи, яка отримується із (3) - (5), (6*) шляхом заміни рівнянь $f_2(x_{i,n+1}, y_{i,n+1})=0$ на рівняння $\varphi_i=g(y_{i,n+1})$, $i=0, m+1$

1. Бомба А.Я., Кузьменко А.П. Про чисельно-асимптотичний підхід до розв'язку крайових задач фільтрації та масопереносу в пористому середовищі. Деп. в Укр.ИНТЭИ. № 1471 - Ук92.- 12 с.
2. Положий Г.М. Численное решение двумерных и трехмерных краевых задач математической физики и функции дискретного аргумента. - Киев: Изд-во КГУ, 1982. - 161 с.
3. Ляшко И.И., Великоиваненко И.М. Численно-аналитическое решение краевых задач теории фильтрации. - Киев: Наукова думка, 1973.-264 с.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. -М.:Наука, 1980.- 334с.