

Національна академія наук України
Інститут математики НАН України
Рівненський державний педагогічний інститут
Українське математичне товариство
Український фонд "Відродження"

National Academy of Sciences of Ukraine
Institute of Mathematic of NAS of Ukraine
Rivne State Pedagogical Institute
Ukrainian Mathematical Society
Ukrainian fond "Vidrodgenia"

Волинський математичний вісник

Випуск 3

(Матеріали міжнародної конференції "Теорія апроксимацій та чисельні методи", присвяченої 100-річчю з дня народження Е.Ремеза, Україна, Рівне, 19-21 червня 1996)

Volyn

Mathematical Bulletin

ISSUE 3

(Proceedings International Conference "Approximation theory and numerical methods", dedicated to the 100-th Remez birthday anniversary, Ukraine, Rivne, June, 19-21, 1996)

Rivne 1996

“Волинський математичний вісник” публікує результати досліджень в області теоретичної та прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

The “Volyn Mathematical Bulletin” publishes the results of investigation of the theoretical and applied mathematics in the form of the short reports, original articles, surveys, works of conferences and seminars. It is good for science workers, teachers of higher schools, post graduates and senior years students of the mechanics and mathematics specialities.

Редакційна колегія :

Скрипник І.В.(головний редактор),
Дзядик В.К.(голова програмного
комітету конференції),
Бомба А.Я.(редактор),
Боднар Д.І., Ковтунець В.В.,
Коновалов В.Н., Попов Б.О.,
Шевчук І.О., Янчук П.С.

Editorial board:

Skrypnyk I.V.(Editor-in-Chief),
Dziadyk V.K.(Program Committee
Conference Header),
Bomba A.Ya.(editor),
Bodnar D.I., Kovtunets V.V.,
Konovalov V.N., Popov B.O.,
Shevchuk I.O., Yanchuk P.S.

Видається один раз у рік з 1994 року. Свідцтво про державну реєстрацію: серія РВ, N 148 від 11.04.1995 р. Засновники : Бомба А.Я., Ковтунець В.В., Слюсарчук В.Ю..

It publishes one time a year beginning from 1994. The paper of State registration: series РВ N 148, 11.04.1995 . Founders: Bomba A.Ya., Kovtunets V.V., Slusarchuk V.Yu.

Адреса редакції: 266000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 26, педінститут, кафедра інформатики та прикладної математики. Тел.: (8+036+2) 26-04-44. E-Mail: rspi@rspi.govno.ua

При виданні матеріалів конференції редакція вирішила не брати на себе право істотного редагування підготовлених авторами текстів.

The editorship decided not to make the material changes in the authors' original articles of the conferences works.

ЗМІСТ

1. Дзядик В.К. До сторіччя з дня народження члена кореспондента Академії наук України, професора Євгена Яковича Ремеза та про його внесок у розвиток математики.....	7
2. Андриенко В.А. О приближении почти всюду средними Рисса двойных ортогональных рядов.....	9
3. Антонова Т.М. Про вигляд максиманти одного класу гіллястих ланцюгових дробів з комплексними компонентами.....	14
4. Боднар Д. І. Про збіжність гіллястих ланцюгових дробів з невід'ємними елементами.....	19
5. Бомба А.Я., Кузьменко А.П. Про метод сумарних зображень розв'язування крайових задач на конформні відображення.....	23
6. Бунь П.А., Семикина А.В. Числові методи розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків з використанням узагальнених формул диференціювання з різницями назад.....	26
7. Вартамян Г.М. Об оценке одного интеграла на кривых.....	31
8. Галеев Э.М. Дискретизация задачи о поперечниках.....	35
9. Голубов Б.И. Об ограниченности операторов Харди и Харди-Литтльвуда в пространствах $Re H^1$ и BMO	39
10. Кириллов С.А. О теореме Марцинкевича-Зигмунда.....	43
11. Колупаев Б.С., Бордюк М.А., Сідлецький В.О. Кореляційний взаємозв'язок мікро- та макроскопічних властивостей металонаповнених полімерних систем.....	46
12. Кореновский А.А. Многомерный вариант леммы Рисса и некоторые его приложения.....	50
13. Крикова І.В., Литвин О.М. Інтерлінація на границі п'ятикутника з криволінійною стороною.....	56
14. Кротов В.Г. Весовые неравенства и теоремы о следах для функций из многомерных классов типа Харди-Соболева.....	61
15. Крякин Ю.В. О приближении чебышевскими сплайнами в метрике Lp_1	67
16. Кучмінська Х.Й. Аналог теореми Пейдона-Уолла для гіллястих ланцюгових дробів.....	72
17. Летичевський О.А., Біленко В.І., Волков В.А., Денисенко П.М. Реалізація модифікованого методу Дзядика засобами алгебраїчного програмування.....	76

18.	Литвин О.М., Литвин О.О. Одна теорема про збіжність методу Качмажа при розв'язанні СЛАР.....	83
19.	Литвин О.М., Нечуйвігер О.П. Кубатурна формула для обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій $F(X, Y)$ з використанням інтерлінації функцій	87
20.	Литвин О.М., Трофименко О.П. Чисельна реалізація оптимального методу скінченних елементів задачі Діріхле для рівняння Пуассона.....	91
21.	Лотюк Ю.Г. Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку рівняння Ріккати методом продовження по параметру.....	96
22.	Олійник Т.М., Остудін Б.А. Алгоритм наближеного розв'язування однієї задачі теплопровідності у випадку розімкнених граничних поверхонь скланої геометрії.....	99
23.	Піддубний О.М. Застосування апроксимаційних методів до вивчення граничних властивостей розв'язків одного класу диференціальних рівнянь.	103
24.	Попов Б.А. Харе Д.Е.Дж. Побудова ітераційних алгоритмів для обчислення обернених функцій.....	106
25.	Прикарпатський А.К., Притула М.М., Єршенко О.О. The Lie-algebraic discrete approximations in computing analysis.....	113
26.	Столярчук В.К., Мартинюк П.М. Побудова дробово-раціональних поліномів, які здійснюють близьке до найкращого рівномірне наближення функцій Бесселя з цілим індексом, функції ймовірностей та деяких гіпергеометричних функцій.....	117
27.	Стороженко Э.А. Об обратимости неравенства С.Н.Бернштейна для комплексних полиномов.....	120
28.	Сяський А.О., Сяський В.А. Метод колокації в плоских контактних задачах для пластин з підкріпленням криволінійним отвором.....	124
29.	Тадєєв П.О. Вплив педагогічних праць Є.Я.Ремеза на розвиток змісту сучасної математичної освіти в Україні.....	128
30.	Турбал Ю.В. Оцінка інтенсивностей пуассонівських потоків моделі радіоактивного забруднення.....	130
31.	Харкевич Ю.І. Про наближення функцій класу C^N лінійними середніми їх рядів Фур'є.....	135
32.	Янчук П.С. Многочленно-сітковий спосіб наближеного розв'язування крайових задач.....	139

Б.С. Колупаєв (Рівне, педінститут)
 М.А. Бордюк (Рівне, педінститут)
 В.О. Сідлецький (Рівне, педінститут)

КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МІКРО- ТА МАКРОСКОПІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МЕТАЛОНАПОВНЕНИХ ПОЛІМЕРНИХ СИСТЕМ.

Correlation between characteristics of metallic-filled polymers systems were established by regressive analysis.

При створенні нових полімерних систем важливим питанням є можливість прогнозування комплексу їх властивостей на основі певних експериментальних досліджень [1]. Особливо перспективними являються полімерні композиції, які в якості наповнювача містять високодисперсні метали з полярними по відношенню до матриці властивостями. При цьому необхідно також враховувати тип і характер взаємодії між компонентами. Характерно, що найбільш перспективним є визначення за питомою щільністю іонів на поверхні металевого наповнювача та структурними особливостями полімерної матриці комплексу макроскопічних параметрів системи.

Розглянемо взаємодію донорів та акцепторів на границі розділу полімер-металевий наповнювач. Потенціальна енергія електрона в донорному та акцепторному центрах визначається виразом:

$$W(n) = W_0(d_1, d_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2) - e\Delta V(n), \quad (1)$$

де $W_0(d_1, d_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$ – різниця енергетичних рівнів електрона в донорному і акцепторному центрах, $\Delta V(n)$ – різниця потенціалів між центрами потенціальних ям донорного та акцепторного центрів. Рівноважний стан системи при цьому визначається мінімумом вільної енергії за відношенням до числа взаємодіючих пар донор-акцептор:

$$F = F_0 + \Delta E(n) - T\Delta S(n) \quad (2)$$

$$i (\partial F / \partial n)_T = 0,$$

де n – число взаємодіючих пар на одиницю площі.

Зміну ентропії знайдемо за формулою Стірлінга [2]:

$$\Delta S(n) = k [N_d \ln N_d - (N_d - n) \ln (N_d - n) - n \ln n] \quad (3)$$

Із умови рівноваги отримаємо:

$$\frac{n}{N_d - n} = \exp \left[\frac{W_0(d_1, d_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2) - e\Delta V(n) - kT \ln \left(\frac{\partial \Delta V}{\partial n} \right)}{kT} \right] \quad (4)$$

Задамо вигляд функції $\Delta V(n)$, використовуючи концепцію подвійного електронно-го шару, тобто

$$\Delta V(n) = \frac{4\pi en}{\alpha} \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right), \quad (5)$$

де α – коефіцієнт, зумовлений наявністю поля пар, що прореагували. Тоді

$$\frac{n}{N_d - n} = \left(\frac{W_0(d_1, d_2, \epsilon_1, \epsilon_2) - \frac{2e\Delta V(n)}{\alpha}}{kT} \right) \quad (6)$$

Останній вираз дозволяє визначати щільність іонів на поверхні металевого наповнювача.

Використаємо методи регресивного аналізу для встановлення взаємозв'язку щільності іонів (n) з міцністю зв'язків на границі розділу фаз (σ), товщиною граничного шару ($l_{гш}$), поверхневою енергією $W(l)$. В таблиці 1 наведено результати розрахунків параметрів емпіричних прямих лінійної регресії і коефіцієнтів кореляції між теоретичною міцністю зв'язків на границі розділу фаз ПВХ та ПВБ-систем і питомою щільністю іонів на поверхні металевих наповнювачів (Cu, Fe, W). За початок відліку вибрано величини $n_0 = 9,92$, $\sigma_0 = 495$ при одиниці масштабу $h_1 = 0,01$ і $h_2 = 1$ і при $\bar{n} = 10,85$ та $\bar{\sigma} = 1022,50$. Відповідно, $S_1 = 4,71$ і $S_2 = 441,28$.

Таблиця 1. Значення параметрів прямих лінійної регресії та коефіцієнтів кореляції.

n	σ	m	u	mu	mu^2	v	mv	mv^2	mvu
5,17	495	3	-474,6	-1423,8	6757735,4	0	0	0	0
9,92	930	3	0	0	0	435	1305	567675	0
15,01	1405	2	509	1018	518162	910	1820	1656200	926380
16,62	1570	2	670	1340	897800	1075	2150	2311250	1440500
Σ		10		934,2	8173697,4				

Емпіричний коефіцієнт кореляції між величинами n і σ при цьому рівний $r_n = 0,99$, а рівняння емпіричних ліній регресії мають вигляд:

$$\sigma - 1022,50 = 92,61(n - 10,85) \quad (7)$$

$$n - 10,85 = 0,01(\sigma - 1022,50) \quad (8)$$

Оцінка значення коефіцієнта кореляції $r_n \sqrt{n-1} = 2,99$ показує, що значення більше критичного навіть при надійності $P = 0,99$. Якщо вважати, що при $n = 0$, $\sigma = \sigma_0$, то аналітично залежність можна подати в такому вигляді:

$$\sigma - \sigma_0 = 91,65n$$

В таблиці 2 наведено результати розрахунків кореляційного взаємозв'язку між $l_{гш}$ і n . В даному випадку $n_0 = 5,17$, $l_{гш0} = 55,51$ і, відповідно, $h_1 = 0,01$, $h_2 = 0,01$; $\bar{n} = 11,55$; $\bar{l}_{гш} = 57,04$; $S_1 = 5,53$ і $S_2 = 12,59$. Це відповідає значенню

коефіцієнта ко-реляції $r_n = 0,93$, і відповідно рівняння прямих регресії запишуться як

$$l_{\text{ш}} - 57,04 = 2,12(n - 11,55) \quad (9)$$

$$n - 11,55 = 0,41(l_{\text{ш}} - 57,04) \quad (10)$$

Функціональну залежність між $l_{\text{ш}}$ і n можна подати у вигляді

$$l_{\text{ш}} = 41 - 0,63n + 0,11n^2$$

Аналіз залежності $W(l)$ і n від типу та концентрації металевого наповнювача показує, що між даними величинами існує взаємозв'язок, який на основі методів регресивного аналізу можна подати у вигляді:

$$lgn = A + BW(l) \quad (11)$$

Таблиця 2. Значення коефіцієнтів кореляції і прямих лінійної регресії.

lgn	$l_{\text{ш}}$	m	mu	mu^2	v	mv	mv^2	mvu
5,17	41	4	0	0	-1451	-5804	8421604	0
15,01	55,51	3	983,60	2950,80	0	0	0	0
16,62	69,75	3	1144,60	3463,80	1424	4272	6083328	4880731
Σ		10	6384,60	6832733		-1532	14504932	4889731

Параметри A і B розраховували методом найменших квадратів, а коефіцієнт кореляції – методом регресивного аналізу [3]. Довірливий інтервал для статистичного коефіцієнта кореляції оцінювали за критерієм Фішера. Відповідні величини подано в таблиці 3. При цьому співставлення розрахункових значень вибіркової функції

$$B = \frac{A}{\sqrt{1 - A^2}} = \sqrt{n - 2}, \quad (12)$$

де n – об'єм вибірки, з теоретичним критерієм узгодження $t = 2,32$ показує, що між lgn і $W(l)$ існує лінійна кореляційна залежність. При оцінці довірливих інтервалів для r , а також при перевірці гіпотези про відсутність кореляційного зв'язку використовували 5%–ий рівень значимості.

Таблиця 3. Параметри прямих лінійної регресії ПВХ–систем.

Тип композиції	A	$B \cdot 10^{21}$	Довірливий інтервал коефіцієнтів кореляції
ПВХ+W	74,21	-44,03	$0,73 < r < 0,92$
ПВХ+Fe	282,11	-119,02	$0,87 < r < 0,99$
ПВХ+Cu	248,18	-174,15	$0,70 < r < 0,91$
ПВХ+Mo	108,04	-62,13	$0,70 < r < 0,91$

Таким чином, методи регресивного аналізу дозволяють встановити кількісний взаємозв'язок між структурними характеристиками компонентів та комплексом властивостей металонаповнених полімерних систем. В свою чергу, це відкриває можливості напрямленого підходу до створення нових гетерогенних полімерних композиційних матеріалів.

1. Френкель С. Я., Цигельный И. М., Колупаев Б. С. Молекулярная кибернетика. Львов: Світ, 1990, 168 с.
2. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Мир, 1973, 184 с.
3. Худсон Д. Статистика для физиков. М.: Мир, 1967, 187 с.