Національна академія наук України
Інститут математики НАН України
Рівненський державний педагогічний інститут
Українське математичне товариство
Український фонд "Відродження"

National Academy of Sciences of Ukraine
Institute of Mathematic of NAS of Ukraine
Rivne State Pedagogical Institute
Ukrainian Mathematical Society
Ukrainian fond "Vidrodgennia"

Волинський математичний вісник

Випуск 3

(Матеріали міжнародної конференції "Теорія апроксимацій та чисельні методи", присвяченої 100-річчю з дня народження Е.Ремеза, Україна, Рівне, 19-21 червня 1996)

Volyn Mathematical Bulletin

ISSUE 3

(Proceedings International Conference "Approximation theory and numerical methods", dedicated to the 100-th Remez birthday unniversary, Ukraine, Rivne, June, 19-21, 1996)

Rivne 1996

"Волинський математичний вісник" публікує результати досліджень в області теоретичної та прикладної математики у вигляді коротких повідомлень, оригінальних статей, оглядів, матеріалів конференцій та семінарів. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів механіко-математичних спеціальностей.

The "Volyn Mathematical Bulletin" publishes the rezults of investigation of the theoretical and applied mathematics in the form of the short repots, original articles, surveys, works of cоnferences and seminars. It is good for science workers, teachers of higher schools, post graduates and senior years students of the mechanics and mathematics specialities.

Видається один раз у рік з 1994 року. Свідоцтво про державну реєстрацію: серія РВ, N 148 від 11.04.1995 р. Засновники : Бомба А.Я., Ковтунець В.В., Слюсарчук В.Ю..

It publishes one time a year beginning from 1994. The paper of State registration: series PB N 148, 11.04.1995 . Founders: Bomba A.Ya., Kovtunets V.V., Slusarchuk V.Yu.

Адреса редакції: 266000, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 26, педінститут, кафедра інформатики та прикладної математики. Тел.: (8+036+2) 26-04-44. E-Mail: rspi@rspi.rovno.ua

При виданні матеріалів конференції редакція вирішила не брати на себе право істотнього редагування підготовлених авторами текстів.

The editorship desided not to make the material changes in the authors' original articles of the conferenses works.

ЗМІСТ

1. **Дзядик В.К.** До сторіччя з дня народження члена кореспондента Академії наук України, професора Євгена Яковича Ремеза та про його внесок у розвиток математики. 7

2. **Андриенко В.А.** О приближении почти всюду средними Рисса двойных ортогональных рядов. 9

3. **Антонова Т.М.** Про вигляд максиманти одного класу гіллястих ланцюгових дробів з комплексними компонентами........ 14

4. **Боднар Д. І.** Про збіжність гіллястих ланцюгових дробів з невід'ємними елементами........ 19

5. **Бомба А.Я., Кузьменко А.П.** Про метод сумарних зображень розв'язування крайових задач на конформні відображення........ 23

6. **Бунь П.А., Семикина А.В.** Числові методи розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків з використанням узагальнених формул диференціювання з різницями назад........ 26

7. **Вартанян Г.М.** Об оценке одного интеграла на кривых........ 31

8. **Галеев Э.М.** Дискретизация задачи о поперечниках 35

9. **Голубов Б.И.** Об ограниченности операторов Харди и Харди-Литтльвуда в пространствах Re H1 и BMO........ 39

10. **Кириллов С.А.** О теореме Марцинкевича-Зигмунда........ 43

11. **Колупаєв Б.С., Бордюк М.А., Сідлецький В.О.** Кореляційний взаємозв'язок мікро– та макроскопічних властивостей металонаповнених полімерних систем........ 46

12. **Кореновский А.А.** Многомерный вариант леммы Рисса и некоторые его приложения. 50

13. **Крикова І.В., Литвин О.М.** Інтерлінація на границі п'ятикутника з криволінійною стороною. 56

14. **Кротов В.Г.** Весовые неравенства и теоремы о следах для функций из многомерных классов типа Харди-Соболева 61

15. **Крякин Ю.В.** О приближении чебышевскими сплайнами в метрике Lp1. 67

16. **Кучмінська Х.Й.** Аналог теореми Пейдона-Уолла для гіллястих ланцюгових дробів........ 72

17. **Летичевський О.А., Біленко В.І., Волков В.А., Денисенко П.М.** Реалізація модифікованого методу Дзядика засобами алгебраїчного програмування. 76

18. **Литвин О.М., Литвин О.О.** Одна теорема про збіжність методу Качмажа при розв'язанні СЛАР... 83

19. **Литвин О.М., Нечуйвітер О.П.** Кубатурна формула для обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій F(X,Y) з використанням інтерлінації функцій 87

20. **Литвин О.М., Трофименко О.П.** Чисельна реалізація оптимального методу скінченних елементів задачі Діріхле для рівняння Пуассона......... 91

21. **Лотюк Ю.Г.** Побудова многочлена найкращого рівномірного наближення розв'язку рівняння Ріккаті методом продовження по параметру 96

22. **Олійник Т.М., Остудін Б.А.** Алгоритм наближеного розв'язування однієї задачі теплопровідності у випадку розімкнених граничних поверхонь складної геометрії. 99

23. **Піддубний О.М.** Застосування апроксимаційних методів до вивчення граничних влативостей розв'язків одного класу диференціальних рівнянь. 103

24. **Попов Б.А. Харе Д.Е.Дж.** Побудова ітераційних алгоритмів для обчислення обернених функцій. 106

25. **Прикарпатський А.К., Притула М.М., Єршенко О.О.** The Lie-algebraic discrete approximations in computing analysis... 113

26. **Столярчук В.К., Мартинюк П.М.** Побудова дробово-раціональних поліномів, які здійснюють близьке до найкращого рівномірне наближення функцій Бесселя з цілим індексом, функції ймовірностей та деяких гіпергеометричних функцій.. 117

27. **Стороженко Э.А.** Об обратимости неравенства С.Н.Бернштейна для комплексных полиномов. 120

28. **Сяський А.О., Сяський В.А.** Метод колокації в плоских контактних задачах для пластин з підкріпленим криволінійним отвором................... 124

29. **Тадєєв П.О.** Вплив педагогічних праць Є.Я.Ремеза на розвиток змісту сучасної математичної освіти в Україні... 128

30. **Турбал Ю.В.** Оцінка інтенсивностей пуассонівських потоків моделі радіоактивного забруднення. 130

31. **Харкевич Ю.І.** Про наближення функцій класу С Н лінійними середніми їх рядів Фур'є. 135

32. **Янчук П.С.** Многочленно-сітковий спосіб наближеного розв'язування крайових задач. 139

УДК 517.5

В.К. Столярчук, канд. фіз.-мат. наук (Рівне, педінститут)
П.М. Мартинюк, викладач (Рівне, педінститут)

ПОБУДОВА ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНИХ ПОЛІНОМІВ, ЯКІ ЗДІЙСНЮЮТЬ БЛИЗЬКЕ ДО НАЙКРАЩОГО РІВНОМІРНЕ НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ БЕССЕЛЯ З ЦІЛИМ ІНДЕКСОМ, ФУНКЦІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ДЕЯКИХ ГІПЕРГЕОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ

The possibilitty of appliation the aproximation method for the construction of fractional polynomiales which realized the best uniform aproximation of some special function is determined.

В даній статті розширено викладені результати доссліджень, що доповідались авторами під час роботи Міжнародної конференції "Теорія апроксимацій та чисельні методи" і які анонсовані в [4].

В монографії [1] В.К. Дзядика викладений наступний спосіб раціональної апроксимації функцій. Нехай y(x), x є [-h,h] - розв'язок задачі Коші для лінійного диференціального рівняння з многочленними коефіцієнтами. При заданих натуральних n та m, використовуючи A-метод, будуємо многочлен $y_{n+2m}(x)$, який наближує функцію y(x). Нехай далі $P_n(x)$ і $Q_m(x)$ - многочлени, що задовільняють рівнянню

$$y_{n+2m}(x)Q_m(x) = P_n(x) + \sum_{j=n+m+1}^{n+3m} \tau_j T_j\left(\frac{x}{h}\right),$$

в якому τ_j - деякі параметри і $T_j(t)=\cos(j\cdot\arccos t)$-многочлени Чебишева степеня j. Після цього утворюємо раціональну функцію $P_n(x)/Q_m(x)=:R_{n,m}(x)$.

Використовуючи даний метод, учень В.К. Дзядика В.Р. Кравчук в роботі [2] побудував раціональні поліноми порядку (n,1) або (n,2), які здійснюють асимптотично найкраще рівномірне наближення основних елементарних функцій.

В даному повідомленні нами встановлена можливість одержання аналогічних результатів для важливіших спеціальних функцій математичної фізики, зокрема, функції ймовірностей, функцій Бесселя цілого порядку $J_0(x)$ і $J_1(x)$, деяких гіпергеометричних функцій виду $F(1,\gamma+1,x)$. При цьому виявилось можливим одержати оцінки для відхилень через величину найкращого наближення також для випадку, коли знаменники $Q_m(x)$ побудованих раціональних поліномів $P_n(x)/Q_m(x)$ є алгебричні многочлени як третього, так і четвертого степенів (в тому числі й для елементарних функцій e^x, sin(x), cos(x) і ін.).

Надалі обмежимось розглядом функції Бесселя $J_0(x)$.

Т е о р е м а. Нехай $y_{2n+2}(x)=\sum_{k=0}^{n+1} a_{2k}\cdot x^{2k}$ - многочлени, побудовані за А-методом для наближення функції $J_0(x)$, $x \in [-h,h]$, $h>0$ [3], а $P_{2n-2}(x)$ і (x^2+a) - многочлени, які задовільняють рівняння

$$y_{2n+2}(x)\cdot(x^2+a)=P_{2n-2}(x)+\tau_{2n+2}\cdot T_{2n+2}\left(\frac{x}{h}\right)+\tau_{2n+4}\cdot T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right) \quad (1)$$

Тоді для раціональної функції $R_{2n-2,2}(x)=\frac{P_{2n-2}(x)}{x^2+a}$ справедлива асимптотична рівність

$$\left\|J_0(x)-R_{2n-2}(x)\right\|_{C_{[-h,h]}}=(1+\beta_n)\cdot E_{2n-2,2}(J_0(x))_{C_{[-h,h]}}, \quad (2)$$

де $E_{2n-2,2}(J_0(x))_{C_{[-h,h]}}$ - величина найкращого рівномірного наближення функції $J_0(x)$, $x \in [-h,h]$, раціональними поліномами порядку (2n-2,2), $\beta_n=\beta_n(x,h)=o(1)$ при $n\to\infty$.

Д о в е д е н н я. Перш за все відмітимо, що згідно з А- методом многочлен $y_{2n+2}(x)$ є розв'язком операторного рівняння

$$y_{2n+2}(x)+\int_0^x\int_0^t\left(\frac{y_{2n+2}(u)}{u}+y_{2n+2}(u)\right)dudt-1=-\tau\cdot T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right), \quad (3)$$

побудованого, виходячи з інтегрального рівняння Вольтерри

$$y(x)=\int_0^x\int_0^t\left(\frac{y'(u)}{u}+y(u)\right)dudt-1=0, x\in[-h,h]$$

, розв'язком якого є функція $J_0(x)$, причому (див. [3]) мають місце співвідношення

$$J_0(x)-y_{2n+2}(x)=\tau\cdot\left(T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)+o(1)\right) \quad (4)$$

Прирівнюючи коефіцієнти при трьох найвищих степенях x в рівняннях (1) і (3), одержимо систему з шести рівнянь з невідомими a, a_{2n+2}, a_{2n}, a_{2n-2}, τ_{2n+2}, τ_{2n+4}. Розв'язуючи її, знаходимо

$\tau_{2n+4}=-\tau(2n+3)(2n+4)$,

$$\tau_{2n+2}=4\tau(2n+3)(2n+4)\left((2n+2)^2-a\right)/h^2, \quad (5)$$

$a=4n^2+o(1)$,

де параметр τ обчислюється за формулою, що містить скінченне число арифметичних операцій і прямує до 0 при $n\to\infty$ (див. [3]).

Оцінимо величину $\left\| J_0(x) - R_{2n-2,2}(x) \right\|_{C_{[-h,h]}}$. Виходячи з рівнянь (1) і (4) і враховуючи співвідношення (5), матимемо

$$J_0(x) - R_{2n-2,2}(x) = J_0(x) - y_{2n+2}(x) + \frac{\tau_{2n+2} \cdot T_{2n+2}\left(\frac{x}{h}\right)}{x^2 + a} + \frac{\tau_{2n+4} T_{2n+4}\left(\frac{x}{h}\right)}{x^2 + a} = \frac{32 \cdot n \cdot \tau}{h^2} \times$$

$$\times (1 + \alpha_n) \cdot \left(T_{2n+2}\left(\frac{x}{h}\right) + o(1) \right) \qquad (6),$$

де $\alpha_n = \dfrac{28n^2 + 3n - 2nx^2}{2n \cdot (x^2 + 4n^2)} \to 0$, коли $n \to \infty$.

Оскільки при достатньо великих натуральних n в усіх точка сегмента [-h,h] виконується нерівність $|o(1)| < 1$, то згідно з (6) різниця $J_0(x) - R_{2n-2,2}(x)$ в (2n+3) екстремальних точках многочлена Чебишева $T_{2n+2}(x/h)$ прийматиме значення з почережними знаками. Тому на основі теореми Валле-Пуссена і співвідношення (6) виконуватимуться нерівності:

$$E_{2n-2,2}\left(J_0(x)\right)_{C_{[-h,h]}} \ge \frac{32|\tau| n}{h^2}\left(1 - |\alpha_n|\right) \cdot (1 - o(1)) \Rightarrow |\tau| \le \frac{E_{2n-2,2}\left(J_0(x)\right)_{C_{[-h;h]}}}{32n\left(1 - |\alpha_n|\right) \cdot (1 - o(1))}. \qquad (7)$$

З другого боку, на основі співвідношення (6) при тих самих натуральних n справедлива нерівність

$$\left\| J_0(x) - R_{2n-2,2}(x) \right\|_{C_{[-h;h]}} \le \frac{32n\left(1 + |\alpha_n|\right) \cdot (1 + o(1))}{h^2} \cdot |\tau| \qquad (8)$$

З двох останніх нерівностей асимптотична рівність (2) випливає, як наслідок. Теорема доведена.

1. Дзядык В.К. Апроксимационные методы решения дифференциальных и интегрльных уравнений.- Киев:Наук. думка. 1988.- 303 с.
2. Кравчук В.Р. Про один простий спосіб рціональної апроксимації функцій ||Укр. мат. журн. - 1992. - 44,№7, - с.998 - 1000.
3. Столярчук В.К. О равномерном приближении функций Бесселя с целым индексом многочленами || Укр. мат. журн. - 1974. - 26,№5, - с.198 - 201.
4. Столярчук В.К., Мартинюк П.М. Побудова дробово-раціональних функцій, які здійснюють близьке до найкращого рівномірне наближення деяких спеціальних та елементрних функцій||Тези Міжн. конференції "Теорія апроксимацій та чисельні методи".- Рівне. 1996.- с. 78.