Зміст

УДК 517.9

Дейнека О.Ю.

ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНА СТІЙКІСТЬ РОЗВ'ЯЗКІВ СИСТЕМИ ТЕЛЕГРАФНИХ РІВНЯНЬ

Отримані необхідні і достатні умови експоненціальної стійкості розв'язків системи телеграфних рівнянь з лінійними крайовими умовами.

1.Позначення. Основний результат. Нехай $C^0(M,\boldsymbol{R}^n)$ та $C^1(M,\boldsymbol{R}^n)$ – простори відповідно неперервних та неперервно диференційованих на множині M функцій із значеннями в $\boldsymbol{R}^n$, з нормами $\|z\|_{C^0}=\sup\limits_{t\in M}\|z(t)\|_{\boldsymbol{R}^n}$ та $\|z\|_{C^1}=\|z\|_{C^0}+\sup\limits_{t\in M}\left\|\frac{dz(t)}{dt}\right\|_{\boldsymbol{R}^n}$; $\sigma(A)$ – спектр оператора A, а $r(A)$ – його спектральний радіус.

В роботі вивчається поведінка розв'язків системи телеграфних рівнянь

$$\begin{cases} A\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial t}=-\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x}, \\ A\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}=-\dfrac{\partial i(x,t)}{\partial x}, \quad x\in[0,l],\ t\ge 0 \end{cases} \tag{1}$$

з лінійними крайовими

$$\begin{cases} Cu(0,t)+Di(0,t)=0, \\ E\dfrac{du(l,t)}{dt}+Fu(l,t)+Gi(l,t)=0, \quad t\ge 0 \end{cases} \tag{2}$$

та початковими

$$\begin{cases} u(x,0)=\alpha(x), \\ i(x,0)=\beta(x), \quad x\in[0,l] \end{cases} \tag{3}$$

умовами, де l-фіксоване додатне число; $A=diag(a_1,...,a_n)$, $a_j>0$, $j=\overline{1,n}$;C,D,E,F,G – квадратні матриці n-го порядку, для яких $\det\left[E(C+D)(C-D)\right]\ne 0$; $\alpha=\alpha(x),\beta=\beta(x)\in C^1\left([0,l],\boldsymbol{R}^n\right)$; $i=i(x,t),u=u(x,t)\in C^1\left([0,l]\times[0,+\infty),\boldsymbol{R}^n\right)$. Вважається, що початкова та крайова умови узгоджені в точках (0,0) та (l,0)

$$\begin{cases} C\alpha(0)+D\beta(0)=0, \\ -EA^{-1}\left.\dfrac{d\beta(x)}{dx}\right|_{x=l}+F\alpha(l)+G\beta(l)=0. \end{cases} \tag{4}$$

Нульовий розв'язок задачі (1) – (4) називається експоненціально стійким, якщо існують додатні числа γ і N, такі що для довільного розв'язку цієї задачі виконується нерівність

$$\max_{x\in[0,l]}\left(\|i(x,t)\|_{\boldsymbol{R}^n}+\|u(x,t)\|_{\boldsymbol{R}^n}\right)\le N\exp\{-\gamma t\}\max_{x\in[0,l]}\left(\|i(x,0)\|_{\boldsymbol{R}^n}+\|u(x,0)\|_{\boldsymbol{R}^n}\right)$$

для всіх $t\ge 0$.

Для формулювання основного результату введемо такі позначення:

$$K=(C+D)^{-1}(D-C);$$

$$P_k=diag(\delta_{k1},...,\delta_{kn}),\quad \delta_{s\tau}=\begin{cases}1, \text{ якщо } s=\tau, \\ 0, \text{ якщо } s\ne\tau;\end{cases}$$

$$H(\omega)=\sum_{v,k=1}^{n}\exp\{-i\omega(a_k+a_v)l\}P_kKP_v \quad (\omega\in\boldsymbol{R}).$$

Теорема. Якщо $\sup\limits_{\omega\in\boldsymbol{R}} r(H(\omega))<1$, то нульовий розв'язок задачі (1) – (4) експоненціально стійкий тоді і тільки тоді, коли

$$\overline{\bigcup_{\omega\in\boldsymbol{R}}\sigma\Big[(I+H(\omega))^{-1}(E^{-1}(G-F)-E^{-1}(F+G)H(\omega)\Big]}\subset\{\lambda:\mathrm{Re}\lambda<0\}.$$

Для доведення теореми перейдемо від задачі (1) – (4) до диференціально-різницевого рівняння з початковою умовою, визначеною (3), за методом запропонованим в роботі [1].

2.Допоміжні результати. З'ясуємо як пов'язані розв'язки задачі (1) – (4) та розв'язки відповідного цій задачі диференціально-різницевого рівняння. Аналогічно як в роботі [2], використовуючи оператори проектування P_k, введені в пункті 1, загальний розв'язок (1) представимо у вигляді

$$\begin{cases} u(x,t)=\sum\limits_{k=1}^{n}P_k(\varphi(t-a_kx)+\theta(t+a_kx)),\\ i(x,t)=\sum\limits_{k=1}^{n}P_k(\varphi(t-a_kx)-\theta(t+a_kx)),\end{cases}\tag{5}$$

де $\theta(s)\in C^1\big([0,+\infty),\boldsymbol{R}^n\big),\varphi_k(s)\in C^1\big([-a_kl,+\infty),\boldsymbol{R}^n\big)$ для всіх $k=\overline{1,n}.$ Після підстановки (5) в (2) отримаємо систему

$$\begin{cases}(C+D)\varphi(t)+(C-D)\theta(t)=0, & (6)\\ E\sum\limits_{k=1}^{n}P_k\dfrac{d\varphi(t-a_kl)}{dt}+E\sum\limits_{k=1}^{n}P_k\dfrac{d\theta(t+a_kl)}{dt}+ & \\ +(F+G)\sum\limits_{k=1}^{n}P_k\varphi(t-a_kl)+(F-G)\sum\limits_{k=1}^{n}P_k\theta(t+a_kl)=0. & (7)\end{cases}$$

Далі у рівнянні (7) зробимо заміну

$$y(t)=\sum_{k=1}^{n}P_k\theta(t+a_kl)\tag{8}$$

та із співвідношення (6), враховуючи (8), запишемо

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{n}P_k\varphi(t-a_kl)=\sum_{k=1}^{n}P_kK\theta(t-a_kl)=\sum_{k=1}^{n}P_kK\sum_{v=1}^{n}P_vy((t-a_kl)-a_vl)=\\&=\sum_{k,v=1}^{n}P_kKP_vy(t-(a_k+a_v)l).\end{aligned}\tag{9}$$

Тоді рівняння (7) набуде вигляду

$$\frac{dy(t)}{dt}+\sum_{v,k=1}^{n}P_vkP_k\frac{dy(t-(a_k+a_v)l)}{dt}=E^{-1}(G-F)y(t)-E^{-1}(F+G)\sum_{v,k=1}^{n}P_vkP_ky(t-(a_k+a_v)l)$$

і з останньої рівності після перепозначень

$$\sum_{v,k=1}^{n}P_vkP_ky(t-(a_k+a_v)l)=\sum_{v,k=1}^{n}A_{k,v}y(t-\Delta_{v,k}),\ E^{-1}(G-F)=B_0,\ -E^{-1}(F+G)=B_1$$

отримаємо диференціально-різницеве рівняння

$$\frac{d}{dt}\left(y(t)+\sum_{v,k=1}^{n}A_{v,k}y(t-\Delta_{v,k})\right)=B_0y(t)+B_1\sum_{v,k=1}^{n}A_{v,k}y(t-\Delta_{v,k}).\tag{10}$$

Для існування єдиного розв'язку $y=y(t)\in C^1\big([0,+\infty),\boldsymbol{R}^n\big)$ рівняння (10) з заданою початковою умовою – функцією $\psi=\psi(t)\in C^1\left([0;\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}],\boldsymbol{R^n}\right)$ необхідно і достатньо, згідно [4], щоб виконувалася рівність

$$\left.\frac{d\psi(t)}{dt}\right|_{t=\Delta-0}+\sum_{\nu,k=1}^{n}A_{\nu,k}\left.\frac{d\psi\left(t-\Delta_{\nu,k}\right)}{dt}\right|_{t=\Delta+0}=B_0\psi(\Delta)+B_1\sum_{\nu,k=1}^{n}A_{\nu,k}\psi\left(\Delta-\Delta_{\nu,k}\right),$$

де $\Delta=\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}=2\max\limits_{k}a_k l$. Тому опишемо алгоритм визначення початкової умови $\psi=\psi(t)\in C^1\left([0;\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}],\boldsymbol{R^n}\right)$ із задачі (1) – (4).

Використовуючи (3),(5), отримаємо систему

$$\begin{cases}2\sum\limits_{k=1}^{n}P_k\varphi(-a_k x)=\alpha(x)+\beta(x),\\ 2\sum\limits_{k=1}^{n}P_k\theta(a_k x)=\alpha(x)-\beta(x),\end{cases}\tag{11}$$

згідно з якою, $\theta_k(s)$ визначені і неперервні разом із своїми похідними на $[0;a_k l]$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$,а $\varphi_k(s)$ – на $[-a_k l;0]$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$. Із (6) $\theta_k(s)$ і $\varphi_k(s)$ визначаються на $[-a_k l;a_k l]$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$. Співвідношення (4) гарантують неперервну диференційованість в точці $t=0$, тобто $\theta_k(s),\varphi_k(s)\in C^1\left([-a_k l;a_k l],\boldsymbol{R^n}\right)$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$. Щоб задати початкову умову для рівняння (10), згідно (8), функції $\theta_k(s)$ необхідно продовжити так, щоб $\theta_k(s)\in C^1\left([a_k l;a_k l+2\max\limits_{k}a_k l],\boldsymbol{R^n}\right)$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$. Тому, на підставі неперервної диференційованості функцій $\varphi_k\left(t-a_k l\right)$ коли $t\in[0;\min\limits_{k}a_k l]$ для всіх $k=\overline{1,n}$, з рівності (7) однозначно визначаємо неперервно диференційовані функції $\theta_k(s)$ на $[a_k l;a_k l+\min\limits_{k}a_k l]$, неперервні в точках $t=a_k l$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$. Для доведення неперервної диференційованості в точках $t=a_k l$ досить за допомогою рівності (7) продовжити $\theta_k(s)$ на $[0+\varepsilon;\min\limits_{k}a_k l+\varepsilon]$ ($\varepsilon-$ досить мале додатне число) для всіх $k=\overline{1,n}$. Продовжуючи цей процес з використанням (6) та (7) $\left[2\max\limits_{k}a_k\Big/\min\limits_{k}a_k\right]+1$ разів, згідно (8), отримуємо початкову умову $\psi(t)\in C^1\left([0;\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}],\boldsymbol{R^n}\right)$.

Зауважимо, що проводячи міркування у зворотному порядку можна з початкової умови $\psi(t)\in C^1\left([0;\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}],\boldsymbol{R^n}\right)$ отримати початкову умову (3) і співвідношення (4).

Далі, на підставі алгоритму, $\theta_k(s)\in C^1\left([0;2\max\limits_{k}a_k l+a_k l+\varepsilon],\boldsymbol{R^n}\right)$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$, тому похідна функції $y=y(t)$ є неперервною в точці $t=\Delta=\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}=2\max\limits_{k}a_k l$, тобто виконана умова

$$\left.\frac{d\psi(t)}{dt}\right|_{t=\Delta-0}+\sum_{\nu,k=1}^{n}A_{\nu,k}\left.\frac{d\psi\left(t-\Delta_{\nu,k}\right)}{dt}\right|_{t=\Delta+0}=B_0\psi(\Delta)+B_1\sum_{\nu,k=1}^{n}A_{\nu,k}\psi\left(\Delta-\Delta_{\nu,k}\right).$$

Таким чином, рівняння (10) має єдиний розв'язок $y=y(t)\in C^1\left([0,+\infty),\boldsymbol{R^n}\right)$, для кожної визначеної, за описаним вище алгоритмом функції $\psi=\psi(t)$.

Відмітимо, що розв'язки задачі (1) – (4) пов'язані з розв'язками рівняння (10) з початковою умовою $\psi(t)\in C^1\left([0;\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}],\boldsymbol{R^n}\right)$ через співвідношення (5), (8), (9) наступним чином:

$$\begin{cases} u(x,t)=\sum\limits_{k=1}^{n}P_k\left[K\sum\limits_{\nu=1}^{n}P_\nu y(t-a_\nu l-a_k x)+\sum\limits_{\nu=1}^{n}P_\nu y(t-a_\nu l+a_k x)\right], \\ i(x,t)=\sum\limits_{k=1}^{n}P_k\left[K\sum\limits_{\nu=1}^{n}P_\nu y(t-a_\nu l-a_k x)-\sum\limits_{\nu=1}^{n}P_\nu y(t-a_\nu l+a_k x)\right],(x,t)\in[0,l]\times[0,+\infty). \end{cases} \tag{12}$$

Аналізуючи ці рівності робимо висновок, що компоненти вектор -функцій $u=u(x,t)$ та $i=i(x,t)$ визначаються через лінійну комбінацію компонент вектор-функції $y=y(t)$ для кожного фіксованого $x\in[0,l]$. І навпаки, згідно з (5) та (9), компоненти вектор-функції $y=y(t)$ визначається через лінійну комбінацію компонент вектор-функцій $u=u(x,t)$ та $i=i(x,t)$ за допомогою співвідношення

$$2y(t)=u(l,t)-i(l,t). \tag{13}$$

Нагадаємо, що нульовий розв'язок диференціально-різницевого рівняння (10) називається експоненціально стійким, якщо існують додатні γ_1 і N_1, такі що для довільного його розв'язку з початковою умовою $\psi(t)\in C^1\left([0;\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}],\boldsymbol{R^n}\right)$, виконується нерівність $\|y(t)\|_{\boldsymbol{R^n}}\le N_1\exp\{-\gamma_1 t\}\max\limits_{t\in[0;\max\limits_{\nu,k}\Delta_{\nu,k}]}\|\psi(t)\|_{\boldsymbol{R^n}}$, для всіх $t\ge 0$.

Отже, так як між початковими умовами задачі (1) – (4) та відповідного їй рівняння (10) існує взаємно однозначна відповідність, згідно описаного вище алгоритму, а також, на підставі (12), (13), отримуємо твердження .

Лема. Нульовий розв'язок задачі (1) – (4) є експоненціально стійким тоді і тільки тоді, коли експоненціально стійким є нульовий розв'язок диффенціально-різницевого рівняння (10) .

3.Доведення теореми. Доводити теорему будемо за схемою запропонованою В.Ю.Слюсарчуком [3].

Необхідність. Нехай нульовий розв'язок задачі (1) – (4) є експоненціально стійким. Тоді, згідно з лемою, експоненціально стійким є нульовий розв'язок рівняння (10). Подамо розв'язок (10) у вигляді $y(t)=\exp\{pt\}b$ ($b\in\boldsymbol{R^n}$, p- комплексне число, $t\ge 0$) і підставимо в рівняння, тоді $p\exp\{pt\}b+p\exp\{pt\}H(-ip)b=p\exp\{pt\}B_0 b+p\exp\{pt\}B_1 H(-ip)b$, або $p(I+H(-ip))b=(B_0+B_1 H(-ip))b.$

З умови $\sup\limits_{\omega\in\boldsymbol{R}} r(H(\omega))<1$ теореми та рівномірної неперервності $H(\omega)$,як майже-періодичної функції, випливає існування $(I+H(\omega))^{-1}$ [5]. Тому

$$(I+H(-ip))^{-1}(B_0+B_1 H(-ip))b=pb$$

і за припущенням про експоненціальну стійкість розв'язку $y(t)=\exp\{pt\}b$, тобто, що $\operatorname{Re}p<0$, отримуємо твердження теореми . Необхідність доведена.

Достатність. Нехай виконуються умови теореми, тоді існує неперервний обернений оператор $(I+H(\omega))^{-1}$ [5]. Тому

$$\sup_{\operatorname{Re}\lambda>0}\left\|(I+H(-i\lambda))^{-1}\right\|_{L(\boldsymbol{R^n},\boldsymbol{R^n})}<\infty. \tag{14}$$

З умови теореми, враховуючи зроблені в пункті 2 позначення,

$$\sum_{v,k=1}^{n} P_v k P_k y(t-(a_k+a_v)l) = \sum_{v,k=1}^{n} A_{k,v} y(t-\Delta_{v,k}),\ E^{-1}(G-F)=B_0,\ -E^{-1}(F+G)=B_1$$

випливає, що $\bigcup_{\mathrm{Re}\lambda>0} \sigma\left[(I+H(-i\lambda))^{-1}(B_0+B_1 H(-i\lambda))\right] \subset \{\mu:\ \mathrm{Re}\mu \le \varepsilon < 0\}$, тобто

$$\bigcup_{\mathrm{Re}\lambda>0} \sigma\left[\lambda I - (I+H(-i\lambda))^{-1}(B_0+B_1 H(-i\lambda))\right] \subset \{\mu:\ \mathrm{Re}\mu > 0\}.$$

Отже,

$$0 \notin \sigma\left[\lambda(I+H(-i\lambda)) - B_0 - B_1 H(-i\lambda)\right],\ \text{для всіх}\ \lambda \in \{\lambda:\ \mathrm{Re}\lambda > 0\}. \tag{15}$$

Введемо в розгляд функцію

$$z(t) = \begin{cases} \exp\{\beta t\}\,\vartheta(t,\psi(\tau)), & \text{коли}\ \ t \ge 0, \\ \exp\{\beta t\}\,\psi(\tau), & \text{коли}\ \ t \in [0; \max\limits_{v,k} \Delta_{v,k}], \end{cases} \tag{16}$$

де $\vartheta(t,\psi(\tau))-$ розв'язок побудований по функції $\psi(\tau)$, $\beta-$ досить мале додатне число. Функція $z = z(t)$ є розв'язком рівняння

$$\begin{gathered} \frac{d}{dt}\left(z(t) + \sum_{v,k=1}^{n} \exp\{\beta\Delta_{v,k}\} A_{v,k} z(t-\Delta_{v,k}) \right) = B_0 z(t) + \\ + B_1 \sum_{v,k=1}^{n} \exp\{\beta\Delta_{v,k}\} A_{v,k} z(t-\Delta_{v,k}) + \beta\left(z(t) + \sum_{v,k=1}^{n} \exp\{\beta\Delta_{v,k}\} A_{v,k} z(t-\Delta_{v,k}) \right). \end{gathered} \tag{17}$$

З (14), (15) і того, що β досить мале отримуємо, згідно з [6] ст.28,

$$\sup_{\mathrm{Re}\lambda<0} \left\| \left(I + \sum_{v,k=1}^{n} \exp\{(\beta-\lambda)\Delta_{v,k}\} A_{v,k} \right)^{-1} \right\|_{L(\boldsymbol{R}^n, \boldsymbol{R}^n)} < \infty. \tag{18}$$

та

$$0 \notin \left[(\lambda-\beta)\left(I + \sum_{v,k=1}^{n} \exp\{(\beta-\lambda)\Delta_{v,k}\} A_{v,k} \right) - B_0 - B_1 \sum_{v,k=1}^{n} \exp\{(\beta-\lambda)\Delta_{v,k}\} A_{v,k} \right] \tag{19}$$

для всіх $\lambda \in \{\lambda:\ \mathrm{Re}\lambda > 0\}$.

До рівняння (17) застосуємо перетворення Лапласа, і на підставі (18), (19) отримаємо нерівність $\left\| \frac{\tilde{z}(\lambda)}{\lambda} \right\|_{\boldsymbol{R}^n} < \frac{c}{|\lambda|^2}$, для всіх $\lambda \in \{\lambda:\ \mathrm{Re}\lambda > 0\}$ ($c = const \in (0,+\infty)$, $\tilde{z}(\lambda)$ -зображення функції $z(t)$). З останньої нерівності та формули $\int_0^t z(\tau)\,d\tau = \frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \exp\{\lambda t\} \frac{\tilde{z}(\lambda)}{\lambda}\,d\lambda$ [5], в якій $\alpha > \max\left\{0, \lim\limits_{t\to\infty} t^{-1} \ln\left(1 + \|z(t)\|_{\boldsymbol{R}^n}\right)\right\}$, отримаємо оцінку

$$\left\| \int_0^t z(s)\,ds \right\|_{\boldsymbol{R}^n} \le Q\ \text{для всіх}\ t \ge 0, \tag{20}$$

де $Q-$ постійна, що не залежить від $\psi(\tau)$.

Далі, від (17) перейдемо до функціонального рівняння

$$z(t)+\sum_{v,k=1}^{n}\exp\left\{\beta\Delta_{v,k}\right\}A_{v,k}z(t-\Delta_{v,k})=z(0)+\sum_{v,k=1}^{n}\exp\left\{\beta\Delta_{v,k}\right\}A_{v,k}z(-\Delta_{v,k})+$$
$$+\beta\left(\int_0^t z(s)ds+\sum_{v,k=1}^{n}\exp\left\{\beta\Delta_{v,k}\right\}A_{v,k}\int_0^t z(s-\Delta_{v,k})ds\right)+B_0\int_0^t z(s)ds+$$
$$+B_1\sum_{v,k=1}^{n}\exp\left\{\beta\Delta_{v,k}\right\}A_{v,k}\int_0^t z(s-\Delta_{v,k})ds$$

права частина якого обмежена на $[0;+\infty)$, згідно з (20). На підставі (18), його розв'язок є обмеженим. Тому обмеженою є права частина рівняння

$$\frac{dz(t)}{dt}+\sum_{v,k=1}^{n}\exp\left\{\beta\Delta_{v,k}\right\}A_{v,k}\frac{dz(t-\Delta_{v,k})}{dt}=B_0z(t)+B_1\sum_{v,k=1}^{n}\exp\left\{\beta\Delta_{v,k}\right\}A_{v,k}z(t-\Delta_{v,k})+$$
$$+\beta\left(z(t)+\sum_{v,k=1}^{n}\exp\left\{\beta\Delta_{v,k}\right\}A_{v,k}z(t-\Delta_{v,k})\right).$$

І, згідно з (18) , є обмеженим на $[0;+\infty)$ розв'язок $\frac{dz(t)}{dt}$ цього рівняння.

Отже кожний розв'язок (17) є обмеженим для довільної функції $\psi(t)\in C^1\left(\left[0;\max_{v,k}\Delta_{v,k}\right],\boldsymbol{R^n}\right)$. Згідно теореми Банаха-Штейнгауза [5], нульовий розв'язок (17) є стійким. Цього достатньо, на підставі (16), для експоненціальної стійкості нульового розв'язку рівняння (10). Справді, функція $\vartheta\left(t,\psi(t)\right)=\exp\{-\beta t\}z(t)$ є розв'язком рівняння (10) для кожної функції $\psi(t)\in C^1\left(\left[0;\max_{v,k}\Delta_{v,k}\right],\boldsymbol{R^n}\right)$, тому має місце оцінка

$$\left\|\vartheta\left(t,\psi(t)\right)\right\|_{\boldsymbol{R^n}}\le\exp\left\{-\beta t\right\}\max_{t\ge0}\left\|z(t)\right\|_{\boldsymbol{R^n}}\le N_2\exp\left\{-\beta t\right\}\max_{t\in\left[0;\max_{v,k}\Delta_{v,k}\right]}\left\|\psi(t)\right\|_{\boldsymbol{R^n}}\quad\text{для всіх } t\ge0.$$

В свою чергу твердження леми гарантує експоненціальну стійкість нульового розв'язку задачі (1) – (4). Достатність доведена.

Колесов Ю.С., Швидра Д.И. Автоколебания в системах с запаздыванием.- Вильнюс: Моклас, 1974.- 174с.`

Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 4.- М.: Физматгиз, 1958.- 457с.

Слюсарчук В.Е. Абсолютная экспоненциальная устойчивость линейных дифференциальных уравнений нейтрального типа в банаховом пространстве // Диф. уравнения.- 1980.- №3.- С462-469.

Беллман Р., Кук К. Дифференцыально-разностные уравнения.- М.:Мир, 1967.- 548с.

Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.- М.: Наука, 1989.- 624с.

Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве.- М.: Наука, 1970.- 376с.

Рівненський державний технічний університет,Рівне

Надійшла 5.02.2000

Дейнека О.Ю. ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ ТЕЛЕГРАФНЫХ УРАВНЕНИЙ // *Получены необходимые и достаточные условия екпоненциальной устойчивости решений системы телеграфных уравнений с линейными граничными условиями.*

Dejneka O.J. EXPONENTICAL STABILITY OF THE SOLUTIONS OF THE SYSTEM OF TELEGRAPH EQUATIONS // *Necessary and sufficient conditions of exponentical stability of the solutions of the system of telegraph equations are obtained.*