

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК**

**Серія
прикладна математика**

ВИПУСК 1

**ЗБІРНИК
НАУКОВИХ
ПРАЦЬ**

Рівне-2003

“Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика” публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів.

“Волинский математический вестник. Серия прикладная математика”.
The **“Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series”**.

Редакційна колегія

Барановський С.В. (<i>секретар</i>)	Ляшенко І.М.
Бейко І.В.	Мельник В.С.
Бомба А.Я. (<i>відповідальний редактор</i>)	Недашківський М.О.
Бурак Я.Й.	Петрівський Б.П.
Власюк А.П.	Пригорницький Д.О. (<i>технічний секретар</i>)
Войтович М.М.	Прикарпатський А.К.
Гарщенко Ф.Г.	Савула Я.Г.
Гарбарчук В.І.	Свідзинський А.В.
Дейнека В.С.	Скопецький В.В. (<i>головний редактор</i>)
Джунь Й.В.	Сяський А.О.
Зарівняк І.С.	Турбал Ю.В.
Каштан С.С. (<i>технічний секретар</i>)	Чикрій А.О.
Кратко М.І.	Шваб'юк В.І.
Кузьменко А.П.	Шинкаренко Г.А.
Кундрат М.М.	Янчук П.С.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики НАН України ім. В.М.Глушкова, Інституту прикладних проблем механіки і математики НАНУ ім. Я.С.Підстригача, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ.

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: 8(0362)260-444 . E-mail: vmv@rdgu.rv.ua

УДК 519.632.4.001.57+517.54

Каштан С.С.**ПРО РОЗРАХУНОК ШВИДКОСТІ ФІЛЬТРАЦІЇ У СЕРЕДОВИЩАХ
СХИЛЬНИХ ДО ДЕФОРМАЦІЙ ПІД ДІЄЮ ГРАДІЄНТУ
КВАЗІПОТЕНЦІАЛУ**

На основі розробленого алгоритму числового розв'язання у криволінійних чотирикутних областях нелінійних крайових задач для систем диференціальних рівнянь еліптичного типу проведено розрахунок швидкості фільтрації в неоднорідному ізотропному середовищі, обмеженому лініями течії та еквіквзіпотенціальними лініями, схильному до деформації під дією градієнту квазіпотенціалу. Встановлено співвідношення між характеристиками недеформованого середовища та середовища, що деформується під дією градієнту квазіпотенціалу.

Вступ. У роботах [1 – 5] побудовано алгоритми числового обернення розв'язків нелінійних крайових задач на конформні і квазіконформні відображення в криволінійних чотирикутних областях, обмежених лініями течії та еквіквзіпотенціальними лініями – математичних моделей процесів руху рідин, газів, заряджених частинок тощо в однорідних і неоднорідних, ізотропних та анізотропних середовищах. Зокрема, у роботах [1, 2] подається розв'язання задачі про моделювання відповідних процесів у ізотропних та анізотропних середовищах, де компоненти тензора провідності (зокрема, фільтрації) вибрано залежними не лише від координат точок фізичної області, але й від шуканих функцій течії і потенціалу. У роботах [3 – 5] подається алгоритм розв'язання відповідних задач у середовищах, схильних до деформацій під дією градієнту потенціалу. Запропонований підхід дозволяє паралельно визначати характеристичну функцію течії, квазікомплексний потенціал, повну фільтраційну витрату, градієнти потенціалу та поле швидкості і побудувати гідродинамічну сітку руху. У цій роботі йдеться про розрахунок швидкості фільтрації, зокрема у вказаних середовищах, та встановлення співвідношень між характеристиками середовища до та після деформації, коли залежність коефіцієнта фільтрації від градієнту квазіпотенціалу є лінійною.

Постановка задачі. Для однозв'язної криволінійної області (пласт, що піддається деформації) $G_z = ABCD$ ($z = x + iy$), обмеженій чотирма гладкими кривими $AB = \{z : f_1(x, y) = 0\}$, $BC = \{z : f_2(x, y) = 0\}$, $CD = \{z : f_3(x, y) = 0\}$, $DA = \{z : f_4(x, y) = 0\}$, розглянемо таку крайову задачу:

$$\kappa \left(|\text{grad } \varphi| \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \kappa \left(|\text{grad } \varphi| \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\varphi|_{AB} = \varphi_*, \quad \varphi|_{CD} = \varphi^*, \quad \psi|_{DA} = 0, \quad \psi|_{BC} = Q, \quad (2)$$

де $\varphi = \varphi(x, y)$ – квазіпотенціал поля, $-\infty < \varphi_* < \varphi^* < +\infty$, $\psi = \psi(x, y)$ –

відповідна функція течії, $Q = \int_{M \in AD}^{N \in BC} -v_y dx + v_x dy$ – потік через довільний

поперечний переріз MN або повна фільтраційна витрата, κ – обмежена неперервно диференційована в області G_z функція, що характеризує провідність середовища та його схильність до деформації (коефіцієнт фільтрації), а рівняння (1) є наслідком закону Дарсі $\bar{v} = \kappa \cdot \text{grad } \varphi$ (рівняння руху) та рівняння нерозривності $\text{div } \bar{v} = 0$ [7 – 10]. Дана задача, як відомо [1 – 6], зводиться до квазіконформного відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ області G_z на відповідну область квазікомплексного потенціалу $G_\omega = \{\omega : \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q\}$, де Q – невідомий параметр.

Обернену до (1) – (2) задачу на квазіконформне відображення $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$ області G_ω на G_z при невідомому Q , аналогічно до [1 – 5], запишемо у вигляді

$$\left\{ \kappa \left[\frac{1}{J} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \psi} \right)^2} \right] \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad \kappa \left[\frac{1}{J} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \psi} \right)^2} \right] \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad (3) \right.$$

$$\left. \begin{cases} f_1(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, & f_3(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, & 0 \leq \psi \leq Q, \\ f_2(x(\varphi, Q), y(\varphi, Q)) = 0, & f_4(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) = 0, & \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*, \end{cases} \quad (4)$$

де $J = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \psi} - \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial y}{\partial \varphi}$ – якобіан даного відображення.

При цьому, відповідні рівняння другого порядку для знаходження

функцій $x = x(\varphi, \psi)$ та $y = y(\varphi, \psi)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\kappa^{-1} \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\kappa \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\kappa^{-1} \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\kappa \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

в силу залежності коефіцієнта κ від кожної із них, є взаємозв'язаними.

Таким чином, математична постановка задачі на обернене квазіконформне відображення описується системою рівнянь (5), (4). Різницевий аналог цієї задачі у рівномірній сітковій області $G_\omega^\gamma = \{(\varphi_i, \psi_j)\}$:

$$\varphi_i = \varphi_* + \Delta\varphi \cdot i, i = \overline{0, m+1}; \quad \psi_j = \Delta\psi \cdot j, j = \overline{0, n+1}; \quad \Delta\varphi = \frac{\varphi^* - \varphi_*}{m+1}, \Delta\psi = \frac{Q}{n+1},$$

$$\gamma = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\psi}, \quad m, n \in \mathbf{N} \} \text{ побудовано у [3].}$$

Алгоритм чисельного розв'язання відповідної різницевої задачі базується на поетапній параметризації величин конформного інваріанту γ , граничних і внутрішніх вузлів сіткової області G_z^γ та передбачає використання ідей методів блочної ітерації [11] і Ньютона [12], та є описаним в [3].

Провівши розрахунок гідродинамічної сітки руху за вказаною в [3, 5] методикою, на основі закону Дарсі (рівняння руху) $\vec{v} = \kappa \text{grad} \varphi$ та умов типу Коші-Рімана (3), знаходимо розрахункову величину швидкості за такими формулами [1 – 5]:

- у внутрішніх вузлах сітки

$$v_{i,j} = \frac{2\Delta\psi \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i-1,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i-1,j})^2}}{(x_{i+1,j} - x_{i-1,j})(y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) - (x_{i,j+1} - x_{i,j-1})(y_{i+1,j} - y_{i-1,j})},$$

$$i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n};$$

- у граничних вузлах сітки

$$v_{0,j} = \frac{2\Delta\Psi\sqrt{(x_{1,j} - x_{0,j})^2 + (y_{1,j} - y_{0,j})^2}}{(x_{1,j} - x_{0,j})(y_{0,j+1} - y_{0,j-1}) - (x_{0,j+1} - x_{0,j-1})(y_{1,j} - y_{0,j})}, \quad j = \overline{1, n},$$

$$v_{i,n+1} = \frac{\Delta\Psi\sqrt{(x_{i+1,n+1} - x_{i-1,n+1})^2 + (y_{i+1,n+1} - y_{i-1,n+1})^2}}{(x_{i+1,n+1} - x_{i-1,n+1})(y_{i,n+1} - y_{i,n}) - (x_{i,n+1} - x_{i,n})(y_{i+1,n+1} - y_{i-1,n+1})},$$

$$i = \overline{1, m},$$

$$v_{m+1,j} = \frac{2\Delta\Psi\sqrt{(x_{m+1,j} - x_{m,j})^2 + (y_{m+1,j} - y_{m,j})^2}}{(x_{m+1,j} - x_{m,j})(y_{m+1,j+1} - y_{m+1,j-1}) - (x_{m+1,j+1} - x_{m+1,j-1})(y_{m+1,j} - y_{m,j})},$$

$$j = \overline{1, n},$$

$$v_{i,0} = \frac{\Delta\Psi\sqrt{(x_{i+1,0} - x_{i-1,0})^2 + (y_{i+1,0} - y_{i-1,0})^2}}{(x_{i+1,0} - x_{i-1,0})(y_{i,1} - y_{i,0}) - (x_{i,1} - x_{i,0})(y_{i+1,0} - y_{i-1,0})}, \quad i = \overline{1, m};$$

- у кутових точках сітки

$$v_{0,0} = \frac{\Delta\Psi\sqrt{(x_{1,0} - x_{0,0})^2 + (y_{1,0} - y_{0,0})^2}}{(x_{1,0} - x_{0,0})(y_{0,1} - y_{0,0}) - (x_{0,1} - x_{0,0})(y_{1,0} - y_{0,0})},$$

$$v_{0,n+1} = \frac{\Delta\Psi\sqrt{(x_{1,n+1} - x_{0,n+1})^2 + (y_{1,n+1} - y_{0,n+1})^2}}{(x_{1,n+1} - x_{0,n+1})(y_{0,n+1} - y_{0,n}) - (x_{0,n+1} - x_{0,n})(y_{1,n+1} - y_{0,n+1})},$$

$$v_{m+1,n+1} = \frac{\Delta\Psi\sqrt{(x_{m+1,n+1} - x_{m,n+1})^2 + (y_{m+1,n+1} - y_{m,n+1})^2}}{(x_{m+1,n+1} - x_{m,n+1})(y_{m+1,n+1} - y_{m+1,n}) - (x_{m+1,n+1} - x_{m+1,n})(y_{m+1,n+1} - y_{m,n+1})},$$

$$v_{m+1,0} = \frac{\Delta\Psi\sqrt{(x_{m+1,0} - x_{m,0})^2 + (y_{m+1,0} - y_{m,0})^2}}{(x_{m+1,0} - x_{m,0})(y_{m+1,1} - y_{m+1,0}) - (x_{m+1,1} - x_{m+1,0})(y_{m+1,0} - y_{m,0})}.$$

Результати розрахунку. Тестування розробленого алгоритму проводилось для фізичної області G_z , обмеженій чотирма гладкими кривими

$$f_1(x, y) = x, \quad f_2(x, y) = y - 25 + 7 \cos \frac{x}{5}, \quad f_3(x, y) = x - 10\pi,$$

$f_4(x, y) = y - 3 - 3 \cos \frac{x}{5}$. Такий вибір граничних кривих забезпечує

наявність великих (більших за критичні) значень градієнтів

квазіпотенціалу на ділянках входу та виходу фільтраційної течії в даній області. Результати числового розрахунку гідродинамічної сітки руху у цьому випадку наведено в [3].

У припущенні, що середовище не деформується (коефіцієнт фільтрації є постійним у всьому середовищі), при $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 1$, $\varepsilon = 10^{-8}$, $m = n = 24$ за $k = 2082$ кроків ітераційного процесу знайдено повну фільтраційну витрату $Q_0 = 0,553839$ [3] та побудовано гідродинамічну сітку з максимальною нев'язкою $\varepsilon_* = 1,8E-3$, що має місце в околі деяких граничних вузлів, де криволінійні елементарні чотирикутники найбільше відхиляються від прямокутників. Врахування ж взаємовпливу градієнта квазіпотенціалу та коефіцієнта фільтрації за модельною залежністю $\kappa(|\text{grad } \varphi|) = 1 + 0,2\sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}$ викликало збільшення шуканої витрати Q до $0,557641$ та зміну величини швидкості фільтрації (див. рис. 1, 2).

В таблиці 1 подано значення зміни величини швидкості фільтрації при зміні властивостей неоднорідного ізотропного середовища під дією градієнтів квазіпотенціалу вздовж деяких ліній течії та еквікватипотенціальних ліній.

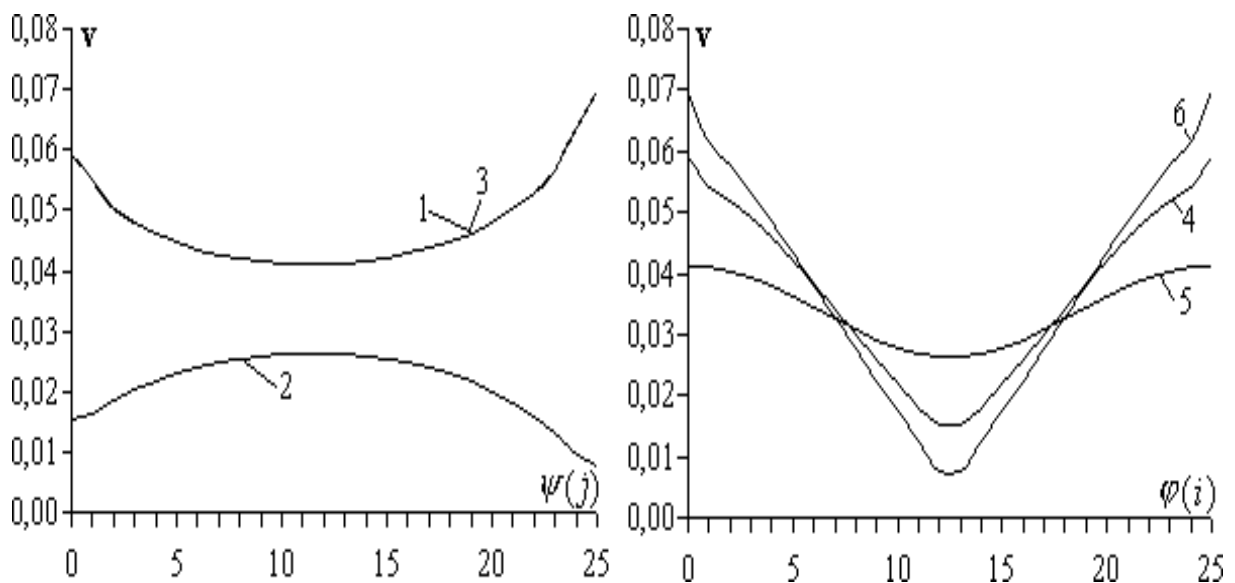


Рис. 1. Розподіл розрахункової величини швидкості фільтрації вздовж кривих
1 – $\varphi = 0$, 2 – $\varphi = 0,5$, 3 – $\varphi = 1$, 4 – $\psi = 0$, 5 – $\psi = Q/2$, 6 – $\psi = Q$

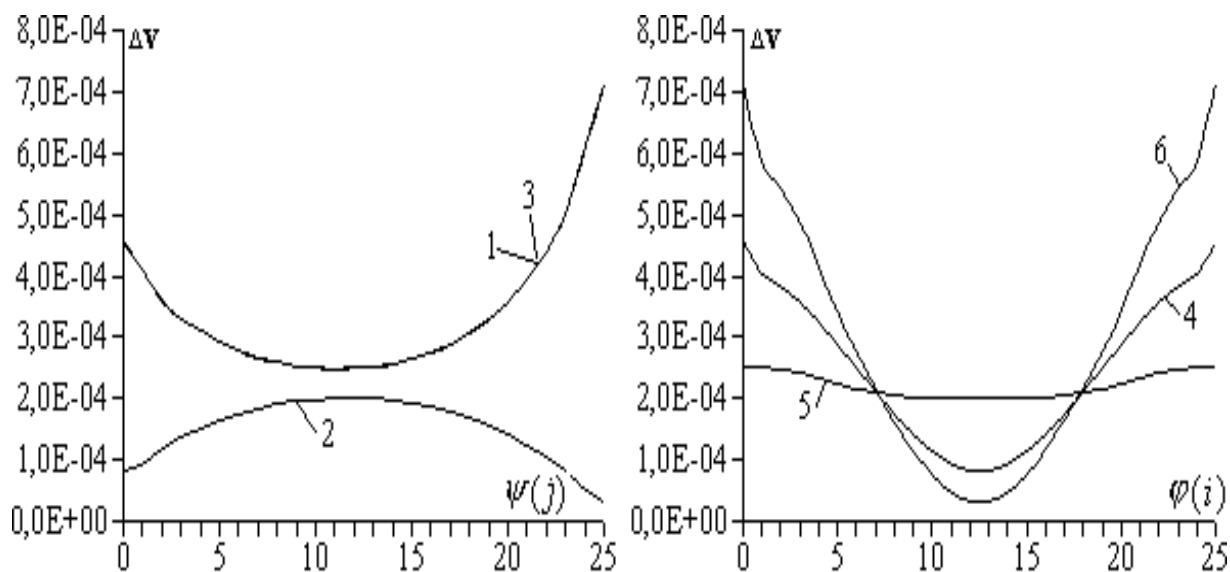


Рис. 2. Розподіл зміни величини швидкості фільтрації вздовж кривих 1 – $\varphi = 0$, 2 – $\varphi = 0.5$, 3 – $\varphi = 1$, 4 – $\psi = 0$, 5 – $\psi = Q/2$, 6 – $\psi = Q$

Табл. 1. Значення зміни величини швидкості фільтрації при фіксованих i, j

	$i = 0$	$i = 5$	$i = 10$	$i = 15$	$i = 20$	$i = 25$
$j = 0$	4,6E-04	2,9E-04	2,5E-04	2,6E-04	3,6E-04	7,1E-04
$j = 5$	2,9E-04	2,4E-04	2,2E-04	2,3E-04	2,6E-04	3,4E-04
$j = 10$	1,1E-04	1,7E-04	2,0E-04	1,9E-04	1,5E-04	7,8E-05
$j = 15$	1,2E-04	1,7E-04	2,0E-04	1,9E-04	1,5E-04	7,8E-05
$j = 20$	2,9E-04	2,4E-04	2,2E-04	2,3E-04	2,6E-04	3,4E-04
$j = 25$	4,5E-04	2,9E-04	2,5E-04	2,7E-04	3,6E-04	7,1E-04

Висновки. Розроблені нами алгоритми розв’язання нелінійних крайових задач на обернені квазіконформні відображення дозволяють враховувати зворотній вплив градієнтів квазіпотенціалу на характеристики середовища не починаючи розв’язання відповідної задачі “з нуля”. Розв’язок задачі отримується шляхом поетапного фіксування характеристик середовища та процесу і врахування механізму їх взаємовпливу. Проведені числові експерименти підтверджують факт, що врахування впливу великих градієнтів квазіпотенціалу на провідність середовища приводить до збільшення розрахункової величини швидкості фільтраційної течії на

ділянках її виходу із даної області. На вході ж в дану область, де мають місце як вимивання, так і осідання суфозійних частинок, має місце більш складна (ніж монотонно зростаюча) залежність приросту швидкості (повної витрати) та коефіцієнта фільтрації від додаткового впливу величин градієнтів квазіпотенціалу.

1. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Чисельне розв'язання обернених нелінійних крайових задач на конформні та квазіконформні відображення // Волинський математичний вісник.- 2001.- Вип. 8.- С.9-22.
2. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Нелінійні обернення крайових задач на квазіконформні відображення в анізотропних середовищах // Вісник Київського університету. Сер. фізико-математичні науки.- 2001, №4.- С.182-195.
3. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Нелінійні обернення крайових задач на квазіконформні відображення при моделюванні впливу градієнтів напору на процес фільтрації // Математичні методи та фізико-механічні поля.- 2002.- 45, №2. - С.15-22.
4. *Каштан С.С.* Про моделювання поля швидкості фільтрації за умов взаємовпливу градієнта потенціалу і характеристик анізотропного середовища // Волинський математичний вісник.- 2002.- Вип.9.- С.32-40.
5. *Бомба А.Я., Гутіна Ж.С., Каштан С.С., Хлапук М.М.* Моделювання нелінійних фільтраційно-суфозійних процесів, що виникають в системах горизонтального дренажу // Вісник Українського державного університету водного господарства та природокористування. Збірник наукових праць.- №4 (23).- Рівне: УДУВГП, 2003.- С.108-115.
6. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функции комплексного переменного.- Москва: Наука, 1973.- 736с.
7. *Аравин В.И., Нумеров С.Н.* Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде.- М.: ГИТТЛ, 1953.- 616с.
8. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод.- М.: Гостехиздат, 1952.- 676с.
9. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917 – 1967) / Под ред. *Полубариновой-Кочинной П.Я.*- Москва: Наука, 1969.- 546с.
10. *Слезкин Н.А.* О дифференциальных уравнениях фильтрации // Докл. АН СССР.- 1951.- Т.79.- №5.- С.755-758.
11. *Ортега Д., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными.- Москва: Мир, 1975.- 558с.
12. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики.- Киев: Наукова думка, 1980.- 334с.

Рівненський державний гуманітарний університет
E-mail: Kashtan@rdgu.rv.ua

Надійшла 24.12.2003

Каштан С.С. О РАСЧЕТЕ СКОРОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ В СРЕДАХ СКЛОННЫХ К ДЕФОРМАЦИЯМ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ГРАДИЕНТА КВАЗИПОТЕНЦИАЛА // *На основании разработанного алгоритма численного решения в криволинейных четырехугольных областях нелинейных краевых задач для систем дифференциальных уравнений эллиптического типа проведен расчет скорости фильтрации в неоднородной изотропной среде, ограниченной линиями тока и эквипотенциальными линиями, склонному к деформации под воздействием градиента квазипотенциала. Установлены соотношения между характеристиками недеформированной среды и среды, которая деформируется под воздействием градиента квазипотенциала.*

Kashtan S.S. ABOUT CALCULATION OF SPEED OF THE FILTRATION IN ENVIRONMENTS INCLINED TO DEFORMATIONS UNDER INFLUENCE OF GRADIENT QUASIPOTENTIAL // *On the basis of the developed algorithm of the numerical decision in curvilinear quadrangular areas of nonlinear boundary value problems for systems of the differential equations of elliptic type calculation of speed of a filtration in the non-uniform isotropic environment limited to lines of a current and by equiquasipotential lines, inclined to deformation under influence of a gradient quasipotential is lead. Parities between characteristics of not deformed environment and environment which is deformed under influence of a gradient quasipotential are established.*

ЗМІСТ

Барановський С.В., Щодро О.Є. АСИМПТОТИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ОДНОГО КЛАСУ НЕЛІНІЙНИХ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ РІВНЯНЬ КОНВЕКТИВНОЇ ДИФУЗІЇ ТА ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЛОКАЛЬНО ЗОСЕРЕДЖЕНИХ ДЕФОРМАЦІЙ РУСЛА	5
Батишкіна Ю.В. ЧАСТКОВЕ ПІДСИЛЕННЯ КРИВОЛІНІЙНОГО ОТВОРУ В НЕСКІНЧЕННІЙ ПЛАСТИНІ ДВОМА ТОНКИМИ ПРУЖНИМИ СТРИЖНЯМИ	16
Бомба А.Я. ПРОСТОРОВІ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ТИПУ “КОНВЕКЦІЯ-ДИФУЗІЯ”	27
Булавацький В.М., Рогаль І.В. ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПРЯМИХ ДО ЗАДАЧІ КОНСОЛІДАЦІЇ ҐРУНТОВОГО МАСИВУ НАСИЧЕНОГО СОЛЬОВИМ РОЗЧИНОМ	36
Герасимчук О.Б. МЕРОМОРФНО-РЕГУЛЯРИЗУЮЧИЙ АЛГОРИТМ ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ ЗА ЇХ ПРОЕКЦІЯМИ	46
Зарівняк І.С. ІМОВІРНІСТЬ НЕБЕЗПЕЧНОГО СТАНУ СКЛАДЕНОЇ ДВОТАВРОВОЇ БАЛКИ ПРИ ВТРАТІ ПЛОСКОЇ ФОРМИ СТІЙКОСТІ ПІД ВПЛИВОМ ВИПАДКОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ І ПОЧАТКОВИХ ПРОГІНІВ ПРИКЛЕСНИХ ПОЛИЦЬ	53
Каиштан С.С. ПРО РОЗРАХУНОК ШВИДКОСТІ ФІЛЬТРАЦІЇ У СЕРЕДОВИЩАХ СХИЛЬНИХ ДО ДЕФОРМАЦІЙ ПІД ДІЄЮ ГРАДІЄНТУ КВАЗІПОТЕНЦІАЛУ	61
Ленюк М.П., Петрик М.Р. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИФУЗІЙНОГО МАСОПЕРЕНОСУ ЗІ СПЕКТРАЛЬНИМ ПАРАМЕТРОМ ДЛЯ n -ІНТЕРФЕЙСНИХ НЕОДНОРІДНИХ І НАНОПОРИСТИХ НАПВООБМЕЖЕНИХ СЕРЕДОВИЩ	69

<i>Мартинюк П.М., Чума А.С. ПОБУДОВА ТРИКУТНИХ СІТОК МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ</i>	<i>96</i>
<i>Пригорницький Д.О. ЧИСЕЛЬНІ ОБЕРНЕННЯ ОДНОГО КЛАСУ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ У ТРИЗВ'ЯЗНИХ ОБЛАСТЯХ З ПОТЕНЦІАЛОМ КЕРУВАННЯ</i>	<i>107</i>
<i>Присяжнюк І.М. АСИМПТОТИЧНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ТИПУ “КОНВЕКЦІЯ-ДИФУЗІЯ” У МНОГОЗВ'ЯЗНИХ ОБЛАСТЯХ</i>	<i>118</i>
<i>Чернуха О.Ю. ДО ОПИСУ ПРОЦЕСІВ ДИФУЗІЇ В ШАРІ З ВИПАДКОВИМИ КУЛЬОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ</i>	<i>129</i>
<i>Шувар Б.А., Дашко О.М., Угрин С.З. ДВОСТОРОННІ НАБЛИЖЕННЯ ДО РОЗВ'ЯЗКІВ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ</i>	<i>143</i>
<i>Яджак М.С. ДО ПИТАННЯ ОРГАНІЗАЦІЇ СИСТОЛІЧНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ПІД ЧАС ВИКОНАННЯ КАСКАДНОЇ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ</i>	<i>153</i>
НАШІ ЗЕМЛЯКИ – МАТЕМАТИКИ	
<i>Парасюк О.С., Вірченко Н.О. КОРОТКО ПРО НАУКОВУ СПАДЩИНУ АКАДЕМІКА М.КРАВЧУКА</i>	<i>161</i>