

РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК**

**СЕРІЯ
ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА**

Збірник наукових праць

Випуск 2 (11)

Рівне-2004

"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика" публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів.

"Волынский математический вестник. Серия прикладная математика".
The **"Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series"**.

Редакційна колегія

| | |
|---|--|
| Барановський С.В. (<i>секретар</i>) | Ляшенко І.М. |
| Бейко І.В. | Мельник В.С. |
| Бомба А.Я. (<i>відповідальний редактор</i>) | Недашківській М.О. |
| Булавацький В.М. | Новіков О.М. |
| Бурак Я.Й. | Петрівський Б.П. |
| Власюк А.П. | Пономаренко Л.А. |
| Войтович М.М. | Пригорницький Д.О. (<i>технічний секретар</i>) |
| Гаращенко Ф.Г. | Савула Я.Г. |
| Гарбарчук В.І. | Свідзинський А.В. |
| Дейнека В.С. | Скопецький В.В. (<i>головний редактор</i>) |
| Джунь Й.В. | Сяський А.О. |
| Каштан С.С. (<i>технічний секретар</i>) | Турбал Ю.В. |
| Кратко М.І. | Чикрій А.О. |
| Кузьменко А.П. | Шваб'юк В.І. |
| Кундрат М.М. | Янчук П.С. |

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ.

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: 8(0362)260-444 . E-mail: vmv@rdgu.rv.ua

Зміст

| | |
|--|-----|
| <i>Наші вітання СКОПЕЦЬКОМУ ВАСИЛЮ ВАСИЛЬОВИЧУ</i> | 5 |
| Барановський С.В., Бомба А.Я., Скопецький В.В. <i>Про асимптотичне наближення розв'язків одного класу нелінійних задач конвективної дифузії та моделювання процесів деформацій русла на ділянках планового розширення та повороту русла</i> | 7 |
| Бомба А.Я., Каштан С.С. <i>Методи фіктивних ділянок та квазі-конформних відображень розв'язання нелінійних крайових задач в областях з вільними межами</i> | 17 |
| Вальковський В.О., Соловей І.А. <i>До проблеми оптимальної синхронної реалізації обчислень на клітинних автоматах</i> | 29 |
| Власюк А.П., Мартинюк П.М. <i>Фільтраційна консолідація неоднорідного масиву ґрунту в неізотермічних умовах з урахуванням впливу переносу солей</i> | 39 |
| Возняк О.Г. <i>Задача Коші для деяких вироджених параболічних рівнянь</i> | 54 |
| Гайвась Б.І. <i>Про вплив електроосмосу на двостороннє конвективне осушення пористого шару</i> | 74 |
| Дейнека О.Ю. <i>Періодичні розв'язки системи телеграфних рівнянь</i> | 86 |
| Ємець Є.М. <i>Про еквівалентність задач цілочислового програмування та задач оптимізації на полірозміщеннях</i> | 91 |
| Ємець О.О. <i>Розв'язок безумовної задачі евклідової комбінаторної оптимізації на переставленнях з дробово-лінійною цільовою функцією</i> | 95 |
| Ємець Ол-ра О. <i>Одна задача комбінаторної оптимізації на переставленнях нечітких множин</i> | 101 |
| Ємець О.О., Черненко О.О. <i>Математичне моделювання деяких економічних проблем задачами оптимізації на розміщеннях з дробово-лінійною функцією цілі</i> | 107 |
| Зарівняк І.С. <i>Імовірність критичного стану клеєних швів шарової пластини з початковими неправильностями</i> | 113 |
| Климюк Ю.Є., Присяжнюк І.М. <i>Моделювання процесів конвективно-дифузійного переносу у випадку многочленної залежності коефіцієнта дифузії від концентрації</i> | 121 |
| Кузьменко А.П., Кузьменко В.М. <i>Чисельно-аналітичний розв'язок просторових крайових задач з вільною межею для одного класу диференціальних рівнянь у частинних похідних</i> | 130 |
| Мандзак Т.І., Савула Я.Г. <i>Пониження вимірності математичної</i> | |

| | |
|--|------------|
| <i>моделі адвекції-дифузії у тонкому включенні з використанням експоненційних апроксимацій</i> | <i>140</i> |
| Мартинюк П.М. <i>Про зменшення затрат машинного часу при розв'язуванні нелінійних крайових задач методом скінченних елементів</i> | <i>148</i> |
| Міца О.В. <i>Моделювання та оптимізація розподілу показника заломлення неоднорідних плівок при розв'язанні задачі просвітлення</i> | <i>161</i> |
| Петрик М.Р., Ленюк М.П. <i>Математичне моделювання адсорбційного масопереносу з спектральним параметром для неоднорідних n-інтерфейсних обмежених нанопористих середовищ</i> | <i>168</i> |
| Поліщук О.Д. <i>Розв'язання задачі Неймана для рівняння Лапласа в R^3 для розімкненої поверхні за допомогою потенціалу подвійного шару</i> | <i>189</i> |
| Пригорницький Д.О. <i>Нелінійні обернення модельних крайових задач на конформні відображення для тризв'язних областей.....</i> | <i>196</i> |
| Присяжнюк І.М. <i>Чисельно-асимптотичне наближення розв'язків нелінійних сингулярно збурених крайових задач конвективної дифузії із запізнюючим аргументом</i> | <i>212</i> |
| Романова Н.Г. <i>Задача оптимізації дробово-лінійної цільової функції на поліпереставленнях: властивості її комбінаторного многогранника</i> | <i>223</i> |
| Савула Я.Г., Винницька Л.І. <i>Застосування генетичного алгоритму до оптимізації сіток в процесі числового розв'язування задачі адвекції-дифузії-реакції</i> | <i>233</i> |
| Скопецький В.В., Булавацький В.М. <i>Математичне моделювання фільтраційного ущільнення ґрунтових масивів за умов насичення сольовими розчинами та нерівноважності дифузійного процесу</i> | <i>240</i> |
| Сяський А.О., Бабич С.М. <i>Математична модель шліцьового з'єднання храпового типу для передачі обертального руху</i> | <i>248</i> |
| Чілікіна Т.В. <i>Розв'язування одного класу задач нелінійної комбінаторної оптимізації на переставленнях</i> | <i>257</i> |
| НАШІ ЗЕМЛЯКИ – МАТЕМАТИКИ-МЕХАНІКИ | |
| Я.С. ПІДСТРИГАЧ – <i>видатний вчений, стратег і організатор науки</i> | <i>263</i> |

УДК 539.3

Сяський А.О., Бабич С.М.**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ШЛІЦЬОВОГО З'ЄДНАННЯ ХРАПОВОГО ТИПУ ДЛЯ ПЕРЕДАЧІ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ**

Запропоновано новий вид шліцьового з'єднання храпового типу із зубами змінного поперечного перерізу. Моделюючи маточину нескінченною пластинкою з підсиленням круговим отвором, а шліцьовий вал – круглим диском з підсиленням контуром, задача зведена до системи чотирьох сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь з ядрами Гільберта. Наближений розв'язок реалізовано методом колокації, яким досліджено вплив на напружений стан пластинки і диска жорсткості зуба.

Вступ. Нагальні потреби сучасного машинобудування спричинили до необхідності детального вивчення та дослідження вузлів механізмів, які передають обертальний рух. До таких вузлів відносяться і шліцьові з'єднання, за допомогою яких з'єднують вали із зубчастими колесами, маховиками, шківками пасових передач. Загальновідоме застосування шліцьових з'єднань у трансмісіях тракторів, автомобілів, сільськогосподарських та інших машин.

Успішному вирішенню проблеми розрахунку шліцьових з'єднань, яка зводиться до проблеми передачі зусиль від тонкостінних пружних елементів до масивних циліндричних тіл, сприяли дослідження В.М. Александрова і С.М. Мхітаряна [1], С.С. Шагіняна [2]. В цих дослідженнях підсилювальні елементи моделювалися тонкими пружними лініями, які ототожнювалися з фактичною лінією спаю.

Теоретичним основам уточненого розрахунку шліцьових з'єднань, в яких зуби моделюються пружними криволінійними брусами з віссю, що не співпадає з лінією спаю, присвячена робота [3].

В цій статті запропоновано новий вид шліцьового з'єднання храпового типу, в якому підсилювальні стрижні мають змінну ширину.

Моделюючи маточину нескінченною пластинкою з круговим отвором, а шліцьовий вал – пружним круговим диском, які частково підсилені пружними стрижнями, що вважаються лініями, наділеними тільки жорсткостями на розтяг (стиск) (рис.1.), задача зведена до системи чотирьох сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь з ядрами

Гільберта для визначення напружень в пластинці і диску. Наближений розв'язок задачі реалізовано методом колокації.

Математична формалізація задачі. Вивід основних рівнянь.

Допустимо, що контур кругового отвору γ радіуса $\rho_0 = 1$ нескінченної ізотропної пластинки товщиною $2h$ підсилений системою N однакових пружних стрижнів змінної ширини, рівномірно розміщених на γ і виготовлених з того ж матеріалу, що й пластинка. В отвір пластинки вставлено пружний круговий диск товщиною $2\tilde{h}$, контур якого підсилений однаковими пружними стрижнями змінної ширини з того ж матеріалу, що й диск. При цьому зони підсилення γ_1 пластинки і γ_2 диска визначаються проміжками

$$\gamma_1 \equiv \bigcup_{k=0}^{N-1} \left[-\alpha_0 + 2\pi \frac{k}{N}; \alpha_0 + 2\pi \frac{k}{N} \right]; \quad \gamma_2 \equiv \bigcup_{k=0}^{N-1} \left[\tilde{\alpha}_0 + 2\pi \frac{k}{N}; \beta_0 + 2\pi \frac{k}{N} \right];$$

$$\beta_0 = \frac{2\pi}{N} - \alpha_0; \quad \tilde{\alpha}_0 = \beta_0 - 2\alpha_0.$$

В центрі диска прикладено пару сил з моментом M_0 , внаслідок чого відбувається перерозподіл напружень в пластинці і диску.

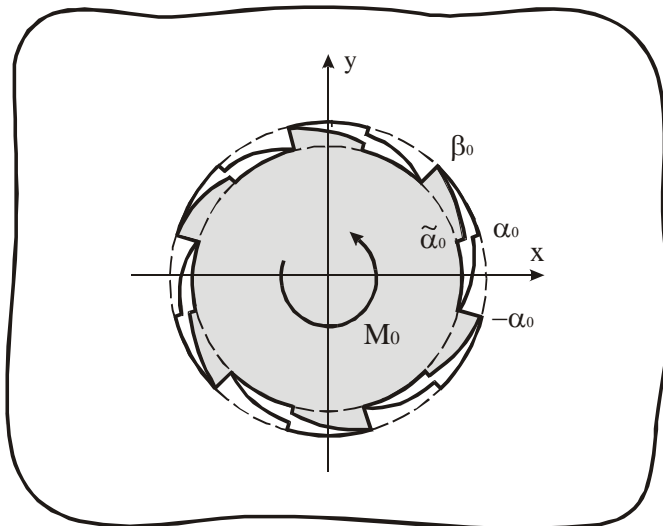


Рис.1. Розрахункова схема шліцьового з'єднання хрещового типу

Задача полягає у визначенні контактних зусиль в пластинці, диску та підсилювальних стрижнях.

Середню поверхню системи “пластинка-диск” віднесемо до полярної системи координат (ρ, λ) з полюсом в центрі диска, полярна вісь якої походить через середину одного з підсилювальних стрижнів пластинки.

Вважатимемо, що ширини $b_0(\lambda)$ і $\tilde{b}_0(\lambda)$ підсилювальних стрижнів пластинки та диска гладкі і неперервні функції на $[-\alpha_0; \alpha_0]$, $[\tilde{\alpha}_0; \beta_0]$ відповідно і не перевищують висоту зуба b^* .

Граничні умови задачі без врахування жорсткості підсилень на згин мають вигляд [4]

$$\begin{aligned} T_\rho &= \frac{2Ehb_0(\lambda)\varepsilon_\lambda}{\rho_0}; \quad S_{\rho\lambda} = -\frac{\partial}{\partial\lambda}T_\rho, \quad \lambda \in \gamma_1; \\ \tilde{T}_\rho &= -\frac{2\tilde{E}\tilde{h}\tilde{b}_0(\lambda)\tilde{\varepsilon}_\lambda}{\rho_0}; \quad \tilde{S}_{\rho\lambda} = -\frac{\partial}{\partial\lambda}\tilde{T}_\rho, \quad \lambda \in \gamma_2, \end{aligned} \quad (1)$$

де E і \tilde{E} – модулі Юнга матеріалів пластинки і диска відповідно; T_ρ , $S_{\rho\lambda}$ – контактні зусилля на γ_1 ; \tilde{T}_ρ , $\tilde{S}_{\rho\lambda}$ – контактні зусилля на γ_2 .

Відносні видовження ε_λ , $\tilde{\varepsilon}_\lambda$ контурів пластинки і диска визначаються із співвідношень [5]

$$\begin{aligned} \varepsilon_\lambda(\lambda) &= \frac{1}{2Eh} \left[(1-\nu)T_\rho(\lambda) - \frac{N}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_\rho(t)dt + \frac{N}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} S_{\rho\lambda}(t)ctgN\frac{\lambda-t}{2}dt \right]; \\ \tilde{\varepsilon}_\lambda(\lambda) &= \frac{1}{2\tilde{E}\tilde{h}} \left\{ (1-\tilde{\nu})\tilde{T}_\rho(\lambda) + \frac{N}{\pi} \int_{\tilde{\alpha}_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{\rho\lambda}(t)ctgN\frac{\lambda-t}{2}dt \right\}, \quad \lambda \in \gamma. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут ν ($\tilde{\nu}$) – коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки (диска).

Підставивши (2) в граничні умови (1), отримаємо систему інтегродиференціальних рівнянь з ядрами Гільберта для визначення контактних зусиль

$$T_{\rho}(\lambda) = b_0(\lambda) \left[(1-\nu)T_{\rho}(\lambda) - \frac{N}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_{\rho}(t) dt + \frac{N}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} S_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} N \frac{\lambda-t}{2} dt \right];$$

$$S_{\rho\lambda} = -\frac{\partial}{\partial \lambda} T_{\rho}; \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0];$$

$$\tilde{T}_{\rho}(\lambda) = -\tilde{b}_0(\lambda) \left[(1-\tilde{\nu})\tilde{T}_{\rho}(\lambda) - \frac{N}{\pi} \int_{\tilde{\alpha}_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} N \frac{\lambda-t}{2} dt \right];$$

$$\tilde{S}_{\rho\lambda} = -\frac{\partial}{\partial \lambda} \tilde{T}_{\rho}; \quad \lambda \in [\tilde{\alpha}_0; \beta_0]. \quad (3)$$

Крім системи (3) повинні виконуватися умови рівноваги кожного підсилювального стрижня [3]

$$\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} (T_{\rho} + iS_{\rho\lambda}) e^{it} dt = -iP_0 e^{-i\alpha_0}; \quad \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} S_{\rho\lambda}(t) dt = -P_0;$$

$$\int_{\tilde{\alpha}_0}^{\beta_0} (\tilde{T}_{\rho} + i\tilde{S}_{\rho\lambda}) e^{it} dt = -iP_0 e^{i\beta_0}; \quad \int_{\tilde{\alpha}_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{\rho\lambda}(t) dt = -P_0 \quad (4)$$

і диска

$$NP_0 = M_0, \quad (5)$$

де P_0 – сила взаємодії торців підсилювальних стрижнів.

Кільцеві зусилля T_{λ} на контурі пластинки та \tilde{T}_{λ} на контурі диска можна визначити за формулами [5]

$$T_{\lambda}(\lambda) = T_{\rho}(\lambda) - \frac{N}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_{\rho}(t) dt + \frac{N}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} S_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} N \frac{\lambda-t}{2} dt;$$

$$\tilde{T}_{\lambda}(\lambda) = \tilde{T}_{\rho}(\lambda) - \frac{N}{\pi} \int_{\tilde{\alpha}_0}^{\beta_0} \tilde{S}_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} N \frac{\lambda-t}{2} dt.$$

Нормальні напруження σ , $\tilde{\sigma}$ в довільному поперечному перерізі $t = \lambda$ підсилювальних стрижнів пластинки і диска відповідно знаходяться із співвідношень [6]

$$\sigma = \frac{1}{F} \left(\cos \lambda \int_{\lambda}^{\alpha_0} (T_{\rho} \sin t + S_{\rho\lambda} \cos t) dt - \sin \lambda \int_{\lambda}^{\alpha_0} (T_{\rho} \cos t - S_{\rho\lambda} \sin t) dt \right);$$

$$\tilde{\sigma} = -\frac{1}{\tilde{F}} \left(\cos \lambda \int_{\lambda}^{\beta_0} (\tilde{T}_{\rho} \sin t + \tilde{S}_{\rho\lambda} \cos t) dt - \sin \lambda \int_{\lambda}^{\beta_0} (\tilde{T}_{\rho} \cos t - \tilde{S}_{\rho\lambda} \sin t) dt + \right. \\ \left. + P_0 \cos(\beta_0 - \lambda) \right).$$

Тут F (\tilde{F}) – площа поперечного перерізу підсилювального стрижня пластинки (диска).

Після заміни змінних

$$tg \frac{N\lambda}{2} = a_0 z; \quad tg \frac{Nt}{2} = a_0 s; \quad a_0 = tg \frac{N\alpha_0}{2}; \quad z, s \in [-1; 1]; \quad \lambda, t \in [-\alpha_0; \alpha_0]$$

перші два рівняння системи (3) приймуть вигляд

$$T_{\rho}(z) = b_0(\lambda) \left[(1 - \nu) T_{\rho}(z) - \frac{2a_0}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{T_{\rho}(s) ds}{1 + a_0^2 s^2} + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 S_{\rho\lambda}(s) \frac{ds}{z - s} + \right. \\ \left. + \frac{2a_0^2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{s \cdot S_{\rho\lambda}(s) ds}{1 + a_0^2 s^2} \right]; \quad S_{\rho\lambda}(z) = -\frac{\partial}{\partial z} T_{\rho}(z) \cdot \frac{1 + a_0^2 z^2}{2a_0} N;$$

$$z \in [-1; 1]; \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]. \quad (6)$$

Якщо провести заміну

$$tg \frac{N\lambda}{2} = a_0^* z + b_0^*; \quad tg \frac{Nt}{2} = a_0^* s + b_0^*; \quad a_0^* = \frac{1}{2} \left(tg \frac{N\beta_0}{2} - tg \frac{N\tilde{\alpha}_0}{2} \right);$$

$$b_0^* = \frac{1}{2} \left(tg \frac{N\beta_0}{2} + tg \frac{N\tilde{\alpha}_0}{2} \right); \quad z, s \in [-1; 1]; \quad \lambda, t \in [\tilde{\alpha}_0; \beta_0],$$

то останні два рівняння системи (3) запишуться так

$$\tilde{T}_{\rho}(z) = -\tilde{b}_0(\lambda) \left[(1 - \tilde{\nu}) \tilde{T}_{\rho}(z) - \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \tilde{S}_{\rho\lambda}(s) \frac{ds}{z - s} - \frac{2a_0^*}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{(a_0^* s + b_0^*) \tilde{S}_{\rho\lambda}(s) ds}{1 + (a_0^* s + b_0^*)^2} \right];$$

$$\tilde{S}_{\rho\lambda}(z) = -\frac{\partial}{\partial z} \tilde{T}_\rho(z) \cdot \frac{1 + (a_0^* z + b_0^*)^2}{2a_0^*} N; \quad z \in [-1; 1]; \quad \lambda \in [\tilde{\alpha}_0; \beta_0]. \quad (7)$$

З урахуванням другого та четвертого співвідношення (3) умови рівноваги (4) можна перетворити до вигляду

$$T_\rho(-\alpha_0) = -P_0; \quad T_\rho(\alpha_0) = 0; \quad \tilde{T}_\rho(\tilde{\alpha}_0) = 0; \quad \tilde{T}_\rho(\beta_0) = P_0. \quad (8)$$

Наближений розв'язок задачі. Точний розв'язок системи (6), (7) знайти неможливо. Тому на підставі (8) і структури характеристичних частин цієї системи наближений розв'язок задачі шукатимемо у вигляді [7]

$$\begin{aligned} T_\rho(z) &= -\frac{P_0}{2}(1-z) + \sqrt{1-z^2} \Phi_{01}(z); & S_{\rho\lambda}(z) &= \frac{\Phi_{02}(z)}{\sqrt{1-z^2}}; \\ z &\in [-1; 1]; & \lambda &\in [-\alpha_0; \alpha_0]; \\ \tilde{T}_\rho(z) &= \frac{P_0}{2}(1+z) + \sqrt{1-z^2} \tilde{\Phi}_{01}(z); & \tilde{S}_{\rho\lambda}(z) &= \frac{\tilde{\Phi}_{02}(z)}{\sqrt{1-z^2}}; \\ z &\in [-1; 1]; & \lambda &\in [\tilde{\alpha}_0; \beta_0]. \end{aligned} \quad (9)$$

Тут $\Phi_{0j}(z)$, $\tilde{\Phi}_{0j}(z)$ – регулярні при $z = \pm 1$ функції. Виберемо їх у вигляді інтерполяційного полінома Лагранжа, побудованого по вузлах Чебишева [7]

$$\{\Phi_{0j}(z), \tilde{\Phi}_{0j}(z)\} = \frac{1}{N_0} \sum_{n=1}^{N_0} \{A_{nj}, \tilde{A}_{nj}\} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{N_0-1} \cos m\varphi_n \cos m\varphi \right], \quad j=1, 2, \quad (10)$$

де $z = \cos \varphi$; $\varphi_n = \frac{2n-1}{2N_0} \pi$; N_0 – число точок колокації.

Враховуючи (10), співвідношення (9) приймуть вигляд

$$\begin{aligned} T_\rho(\cos \varphi) &= -\frac{P_0}{2}(1 - \cos \varphi) + \sin \varphi \sum_{n=1}^{N_0} A_{n1} F(\varphi, \varphi_n); \\ S_{\rho\lambda}(\cos \varphi) &= \frac{1}{\sin \varphi} \sum_{n=1}^{N_0} A_{n2} F(\varphi, \varphi_n); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_\rho(\cos \varphi) &= \frac{P_0}{2}(1 + \cos \varphi) + \sin \varphi \sum_{n=1}^{N_0} \tilde{A}_{n1} F(\varphi, \varphi_n); \\ \tilde{S}_{\rho\lambda}(\cos \varphi) &= \frac{1}{\sin \varphi} \sum_{n=1}^{N_0} \tilde{A}_{n2} F(\varphi, \varphi_n). \end{aligned} \quad (11)$$

Тут $F(\varphi, \varphi_n) = \frac{1}{N_0} \frac{(-1)^{n+1} \cos N_0 \varphi \sin \varphi_n}{\cos \varphi - \cos \varphi_n}$.

Підставляючи (11) в (5)-(7) і надаючи φ послідовно значення $\varphi_1, \dots, \varphi_{N_0}$ одержимо систему $4N_0 + 1$ лінійних алгебраїчних рівнянь для

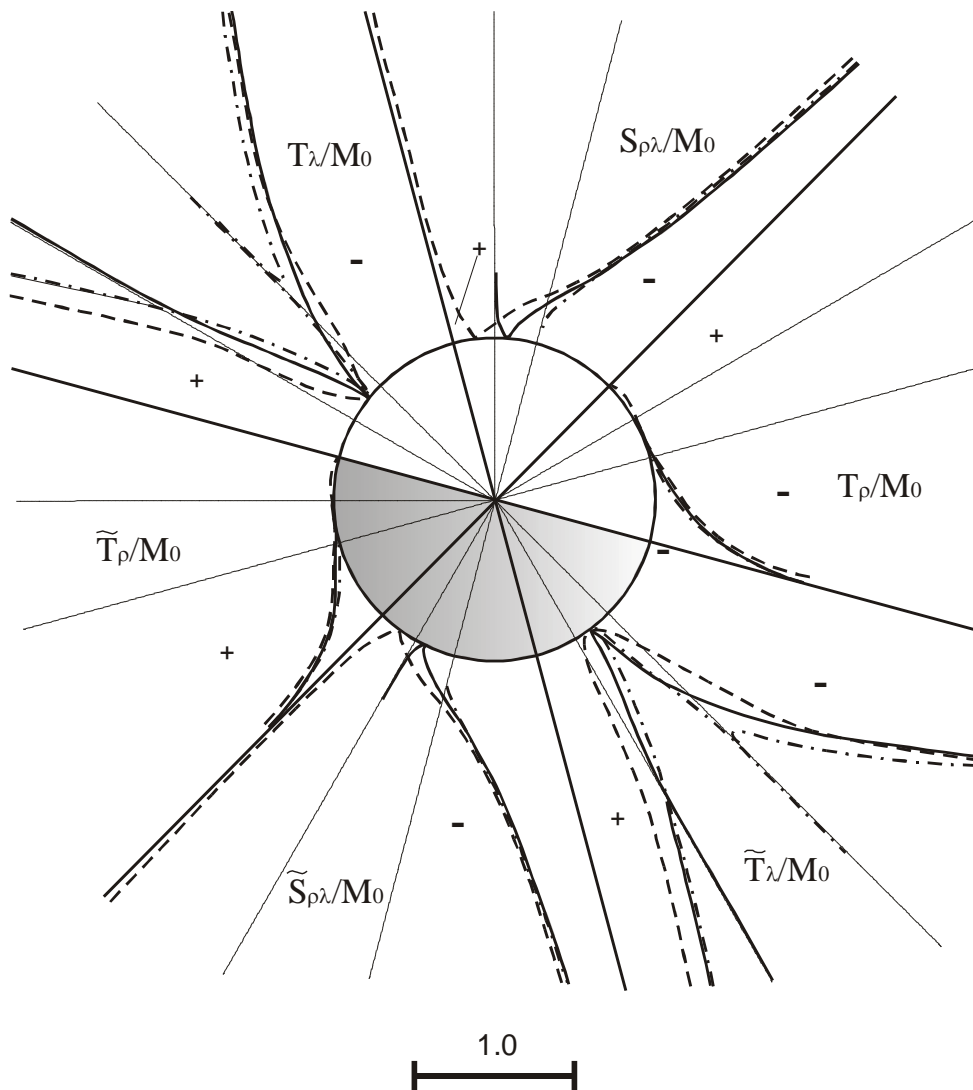


Рис.2. Епюри розподілу контактних і кільцевих зусиль в пластинці і диску для шліцьового з'єднання храпового типу з підсилювальними стрижнями змінної ширини

визначення сталих A_{n1} , A_{n2} , \tilde{A}_{n1} , \tilde{A}_{n2} , P_0 . Формули для обчислення сингулярних і регулярних інтегралів, які входять в (5)-(7), наведені в [8].

Зауважимо, що умови рівноваги (4) виконуються тотожно.

Результати числового розрахунку компонент напруженого стану пластинки (верхня частина) і диска (нижня частина) при $b^*/\rho_0 = 0.1$, $b_0(z) = b^* \left(1 - \frac{z+1}{2}\right)$, $\tilde{b}_0(z) = b^* \left(1 + \frac{z-1}{2}\right)$, $\nu = \tilde{\nu} = 0.3$, $N_0 = 64$ наведені на рис.2. Штрихові лінії відповідають випадку $\alpha_0 = 30^\circ$, $\tilde{\alpha}_0 = -30^\circ$, $\beta_0 = 30^\circ$, суцільні – $\alpha_0 = 22.5^\circ$, $\tilde{\alpha}_0 = -7.5^\circ$, $\beta_0 = 37.5^\circ$ і штрихпунктирні – $\alpha_0 = 15^\circ$, $\tilde{\alpha}_0 = 15^\circ$, $\beta_0 = 45^\circ$.

Аналогічні залежності для випадку підсилення контурів пластинки і диска стрижнями сталого ширини $b^*/\rho_0 = 0.1$ при $\alpha_0 = 15^\circ$, $\tilde{\alpha}_0 = 15^\circ$, $\beta_0 = 45^\circ$ ілюструються на рис.3.

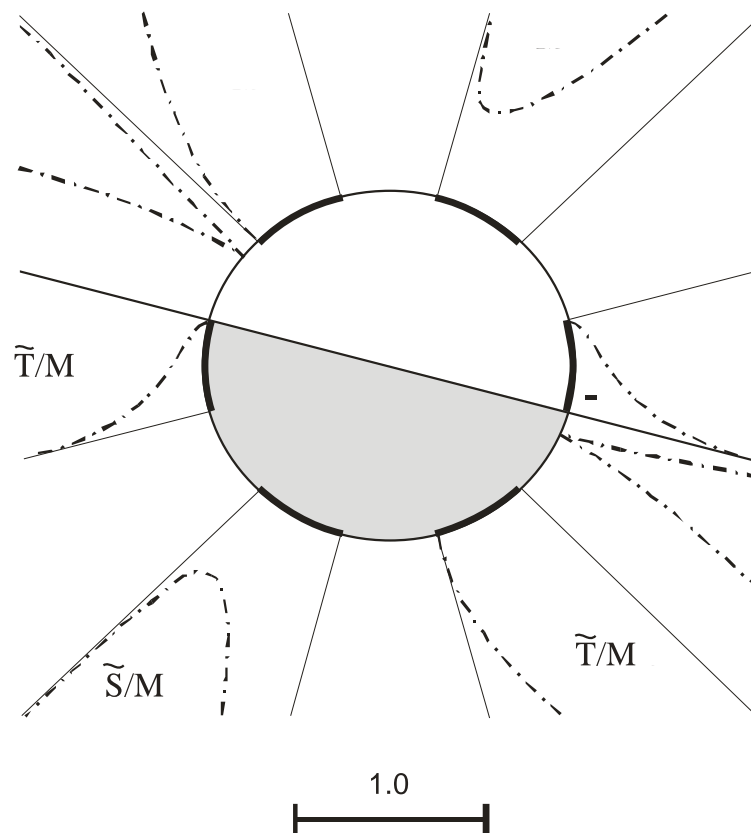


Рис.3. Епюри розподілу контактних і кільцевих зусиль в пластинці і диску для шліцьового з'єднання з підсилювальними стрижнями сталого ширини

Висновки.

1. Використання підсилювальних стрижнів змінного перерізу дозволяє на 30-40% зменшити їх металомісткість у порівнянні із стрижнями сталого перерізу без зміни напруженого стану.

2. Серед підсилювальних стрижнів змінної жорсткості різної довжини ефективніше використання стрижнів меншої довжини. При цьому міцність з'єднання не зменшиться.

1. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. – М.: Наука, 1983. – 488с.
2. Шагинян С.С. Передача нагрузки от кольцевой накладки к плоскости с круговым отверстием // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела. – 1972. – №5. – С.178-183.
3. Сяський А., Комбель С. Теоретичні основи уточненого розрахунку шлицьових з'єднань // Машинознавство.- 2003.- №4 (70).- С.27-33.
4. Савин Г.Н., Флейшман Н.П. Пластинки и оболочки с ребрами жесткости. - Киев: Наук. думка, 1964. - 384с.
5. Сяський А.А., Сяський Вас. А. Напряженное состояние кусочно-однородной пластинки с упругим включением // Прикл. механика. -1983. - Т.19, №5. - С.94-99.
6. Мартынович Т.Л. К решению задач о напряженном состоянии в изотропных пластинках с подкрепленным краем // Прикл. механика. -1970. - Т.6, №9. – С.59-65.
7. Каландия А.И. Математические методы двумерной упругости. - М.: Наука, 1973. - 304с.
8. Сяський А.А. Термоупругая задача для пластинки с частично подкрепленным круговым отверстием // Прикл. механика. – 1984. – 20, №10. - С.75-79.

Рівненський державний гуманітарний університет

E-mail: Kombel@rdgu.rv.ua

Надійшла 15.12.2004

Сяський А.А., Бабич С.М. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШЛИЦЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ ХРАПОВОГО ТИПА ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ // Предложен новый вид шлицевого соединения храпового типа с зубьями переменного поперечного сечения. Моделируя ступицу бесконечной пластинкой с усиленным круговым отверстием, а шлицевой вал - круглым диском с усиленным контуром, задача сведена к системе четырех сингулярных интегро-дифференциальных уравнений с ядрами Гильберта. Приближенное решение реализовано методом коллокации, которым исследовано влияние на напряженное состояние пластинки и диска жесткости зуба.

Syasky A.O., Babych S.M. MATHEMATICAL MODEL OF SPLINED JOINT WITH THE BARS OF A VARYING STIFFNESS FOR A TRANSFERS OF A ROTATIONAL MOVEMENT // A new sort of the splined joint with the bars of a variable cross section is suggested. The task is reduced to the system of four singular equations with Hilbert's nucleuses by the modeling of the hub by the endless plate with the amplified circular aperture, and by the modeling of the splined shaft by the circular disk with the amplified contour. Approached decision was realized by the method of collocation, due to it the influence of stiffness of the bar on the stressed state of the plate and the disk was investigated.

