

РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

**ВОЛИНСЬКИЙ
МАТЕМАТИЧНИЙ
ВІСНИК
СЕРІЯ
ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА**

Збірник наукових праць

Випуск 3 (12)

Рівне-2005

"Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика" публікує результати досліджень з математичного моделювання і обчислювальних методів та суміжної проблематики в галузі математики, інформатики, механіки. Розрахований на наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів та студентів старших курсів.

"Волинский математический вестник. Серия прикладная математика".
The **"Volyn Mathematical Bulletin. Applied Mathematics Series"**.

Редакційна колегія

Барановський С.В.	Ляшенко І.М.
Бейко І.В.	Мельник В.С.
Бомба А.Я. (<i>відповідальний редактор</i>)	Недашківській М.О.
Булавацький В.М.	Новіков О.М.
Бурак Я.Й.	Петрівський Б.П.
Власюк А.П.	Пономаренко Л.А.
Войтович М.М.	Пригорницький Д.О.
Гарашенко Ф.Г.	Присяжнюк І.М.
Гарбарчук В.І.	Савула Я.Г.
Дейнека В.С.	Свідзинський А.В.
Джунь Й.В.	Скопечкий В.В. (<i>головний редактор</i>)
Каштан С.С. (<i>секретар</i>)	Сяський А.О.
Климюк Ю.Є. (<i>технічний секретар</i>)	Турбал Ю.В.
Кратко М.І.	Чикрій А.О.
Кузьменко А.П.	Шваб'юк В.І.
Кундрат М.М.	Янчук П.С.

Видається у Рівненському державному гуманітарному університеті при сприянні Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, навчальних закладів та наукових товариств Волинського регіону. Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол №10 від 28.05.2005 р.).

Адреса редакції: 33028, Україна, м. Рівне, вул. Остафова, 31,
Рівненський державний гуманітарний університет,
кафедра інформатики та прикладної математики, редакція ВМВ.
Тел.: 8(0362)260-444 . E-mail: vmv@rdgu.rv.ua

Зміст

<i>Барановський С.В., Бринда І.В. Про асимптотичне наближення розв'язків одного класу нелінійних задач конвективної дифузії та моделювання процесів деформації поверхні дна криволінійного каналу.....</i>	5
<i>Бойчук М.В., Шмуригіна Н.М. Моделювання багатосекторної економічної динаміки зростання з лагами</i>	16
<i>Бомба А.Я., Гаврилюк В.І., Каітан С.С. Застосування методу “фіктивних областей” та методології квазіконформних відображень при моделюванні нелінійно-суфозійних процесів в середовищах з вільними межами</i>	28
<i>Бомба А.Я., Климюк Ю.Є., Присяжнюк І.М. Розв'язування задач типу “конвекція-масообмін” з урахуванням зворотного впливу</i>	38
<i>Булавацький В.М. Спроцена математична модель для опису процесу фільтраційної консолідації ґрунтових масивів, насичених сольовими розчинами за умов релаксаційної фільтрації</i>	45
<i>Глинська М.Л. Математичне моделювання неізотермічного адсорбційного масопереносу для обмежених нанопористих середовищ</i>	53
<i>Головач Ю.Ю. Розширення функціональності динамічного детектора помилки переповнення буферу</i>	63
<i>Ємець О.О., Черненко О.О. Моделі задач комбінаторної оптимізації на розміщеннях</i>	71
<i>Климюк Ю.Є. Чисельно-асимптотичне наближення розв'язків одного класу модельних просторових нелінійних сингулярно збурених крайових задач типу “конвекція-дифузія-масообмін”</i>	80
<i>Кузьменко А.П., Кузьменко В.М. Розрахунок фільтрації під гідротехнічними спорудами у випадку багатоступеневого перепаду методом декомпозиції області</i>	94

Литвин О.М., Нечуйвітер О.П. Застосування сплайн-інтерлінації функцій до загального методу побудови оптимальних за порядком точності кубатурних формул обчислення подвійних інтегралів від швидкоосцилюючих функцій	101
Міца О.В., Матяшовська Б.О., Шумило Н.Я. Дослідження впливу похибок параметрів шарів вузькосмугових та широко-смугових фільтрів на стійкість спектральних характеристик ...	113
Мороз І.П. Математичне моделювання процесу проходження електромагнітних хвиль через діелектричну хвилеводну систему з керуючим елементом на p -і- n -структурі	124
Поліщук О.Д. Розв'язання задач з похилою похідною для рівняння Лапласа в R^3 за допомогою потенціалу простого шару	134
Присяжнюк І.М. Асимптотичне наближення розв'язків сингулярно збурених крайових задач конвективної дифузії за умов малого масообміну	146
Сяський В.А. Односторонній контакт двозв'язного штамп з кутовими точками і криволінійного отвору в нескінченній ізотропній пластинці	161
Турбал Ю.В. Деякі властивості позитивних напівтраєкторій Жюліа	175
Фундак Л.І., Цегелик Г.Г. Новий підхід до побудови апарату не-класичних мажорант і діаграм Ньютона функції та його застосування	186
З історії математики, механіки, інформатики	
<i>Академік Микола Боголюбов (до 95-річчя від дня народження)</i>	201
<i>Ігор Володимирович Скрипник</i>	208
<i>Олег Миколайович Романів</i>	210

УДК 519.63.4.001.57+517.54

Бомба А.Я., Гаврилюк В.І., Каштан С.С.

**ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ “ФІКТИВНИХ ОБЛАСТЕЙ” ТА
МЕТОДОЛОГІЇ КВАЗІКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ПРИ
МОДЕЛЮВАННІ НЕЛІНІЙНО-СУФОЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ В
СЕРЕДОВИЩАХ З ВІЛЬНИМИ МЕЖАМИ**

В якості прикладу проведено розрахунки на побудову гідродинамічної сітки, знаходження повної витрати, положення кривої депресії та інших характеристик ґрунтової греблі на непроникній основі з врахуванням взаємовпливу градієнтів напору та характеристик середовища.

Вступ. Як відомо (див., напр., [1-6]), перевищення діючими градієнтами деякого їх критичного значення зумовлює втрату фільтраційної міцності ґрунту за рахунок переміщення дрібних його частинок (суфозії), що, в свою чергу, викликає зміни коефіцієнта фільтрації. У роботі [1] проведено математичне моделювання та здійснено відповідні розрахунки нелінійних процесів фільтрації у випадках, коли область фільтрації має складну геометричну форму, а саме – в системі горизонтального дренажу за умов суфозійно-фільтраційного взаємовпливу. У роботах [2, 3] перенесено результати [1] на випадки областей (середовищ) з вільними межами, а саме при розрахунках фільтраційного режиму в ґрунтовій греблі на непроникній основі з урахуванням фільтраційно-суфозійних явищ (випадок відсутності шару води у нижньому б'єфі). У роботах [4, 5] встановлено співвідношення між характеристиками недеформованого середовища та середовища, що деформується в залежності від гідродинамічної дії фільтраційного потоку та конструктивних параметрів дренажу (геометрії області); розв'язана задача фільтрації у випадку формування збурених зон змінним коефіцієнтом фільтрації. У цій роботі йдеться про поєднання методів фіктивних ділянок та квазіконформних відображень [6] розв'язання нелінійних крайових задач для ефективного вирішення актуальної проблеми врахування суфозійних явищ при розрахунку

фільтраційного режиму в середовищах з кривими депресії (вільними межами).

Постановка задачі. Розглянемо процес фільтрації в ґрунтовій греблі на непроникній основі. Відповідну фізичну область фільтрації G_z ($z = x + iy$) (аналогічно до [1-7]) зображено на рис. 1, де $AB = \{z: m_1 y - x = 0, 0 \leq x \leq l_1\}$, $SD = \{z: m_2 y + x - l_1 - b - l_2 = 0\}$, $C_1 C = \{z: y = h_*, x_1 \leq x \leq x_*\}$, $C_1 D = \{z: m_2 y + x - l_1 - b - l_2 = 0, x_1 \leq x \leq l_1 + b + l_2\}$, $DA = \{z: y = 0, 0 \leq x \leq l_1 + b + l_2\}$, $BC \circ C$ – вільна (невідома) поверхня (крива депресії), $C \circ C_1$ – проміжок височування, AD – непроникна основа греблі, H_G , H та h_* – відповідно висота греблі та напори на ній, b – ширина гребеня, $m_1 = \frac{l_1}{H_G}$ та $m_2 = \frac{l_2}{H_G}$ – коефіцієнти закладання верхового та низового укосів, $C \circ C_1 C$ – фіктивна ділянка розглядуваної області фільтрації, x_* – шукана абсциса точки C .

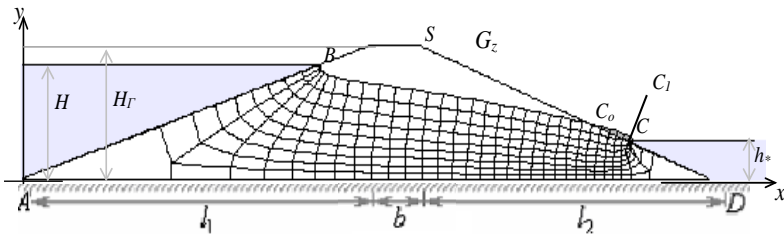


Рис. 1. Схема області фільтрації

Як і раніше, процес фільтрації рідини описуватимемо рівнянням руху $\vec{v} = \kappa \cdot \text{grad } h$ (закон Дарсі) та рівнянням нерозривності $\text{div } \vec{v} = 0$ [1-5], де $\vec{v} = (v_x(x, y) + i \cdot v_y(x, y))$ – швидкість фільтрації, $\kappa = \kappa(\text{grad } h)$ –

обмежена неперервно-диференційована в області G_z функція, що характеризує провідність середовища та його схильність до деформації,

$$h=h(x,y) \text{ – напір в точці } (x,y), \quad h|_{BC,C} = h|_{BC,C_1} = y, \quad \varphi = 1 - \frac{h-h_*}{H-h_*} \text{ –}$$

потенціал поля, такий, що $\varphi|_{AB}=0$, $\varphi|_{CC_1D}=1$, $\frac{d\varphi}{dn}|_{BC} = \frac{d\varphi}{dn}|_{DA} = 0$, n –

зовнішня нормаль до відповідної ділянки границі даної області.

Задача на квазіконформне відображення $\omega=\omega(z)=\varphi(x,y)+i\psi(x,y)$ розглядуваної області G_z на відповідну область квазікомплексного квазіпотенціалу $G_\omega=\{\omega:0<\varphi<1,0<\psi<Q\}$ ($\psi=\psi(x,y)$) – функція течії квазікомплексно спряжена до $\varphi=\varphi(x,y)$) з невідомим параметром – повною питомою витратою $Q=\int_{AB} -v_y dx + v_x dy$ ($Q=Q_*/l$,

де Q_* – повна витрата, l – довжина греблі) матиме вигляд [2-6]

$$\kappa(\text{grad } \varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \kappa(\text{grad } \varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\varphi|_{AB}=0, \quad \varphi|_{CC_1D}=1, \quad \psi|_{DA}=0, \quad \psi|_{BC}=Q. \quad (2)$$

Запишемо обернену до (1)-(2) задачу на квазіконформне відображення $z=z(\omega)=x(\varphi,\psi)+i y(\varphi,\psi)$ області G_ω на G_z при невідомому Q

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \\ \kappa \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, \end{array} \right. \quad (\varphi,\psi) \in G_\omega; \quad (3)$$

$$\begin{cases} m_1 y(0, \psi) - x(0, \psi) = 0, & 0 \leq \psi \leq Q; \\ m_2 y(1, \psi) + x(1, \psi) - l_1 - b - l_2 = 0, & 0 \leq \psi \leq Q_1; \\ y(1, \psi) = h_*, & Q_1 \leq \psi \leq Q; \\ y(\varphi, Q) = h_* + (1 - \varphi) \cdot (H - h_*), & 0 \leq \varphi \leq 1; \\ y(\varphi, 0) = 0, & 0 \leq \varphi \leq 1. \end{cases} \quad (4)$$

Тоді відповідні рівняння другого порядку для знаходження функцій $x = x(\varphi, \psi)$ та $y = y(\varphi, \psi)$ у дивергентній формі мають вигляд

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\kappa^{-1} \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\kappa \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\kappa^{-1} \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\kappa \left(\frac{1}{J} \sqrt{\frac{\partial x^2}{\partial \psi} + \frac{\partial y^2}{\partial \psi}} \right) \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Різницева задача. Різницевий аналог рівнянь (5), крайових умов (4), приграничних умов ортогональності та умов "квазіконформної подібності в малому" відповідних чотирикутників, у відповідній рівномірній сітковій області $G_{\omega}^{\gamma} = \{(\varphi_i, \psi_j) : \varphi_i = \Delta \varphi \cdot i, \quad i = \overline{0, m+1};$

$\psi_j = \Delta \psi \cdot j, \quad j = \overline{0, n+1}; \quad \Delta \varphi = \frac{1}{m+1}, \quad \Delta \psi = \frac{Q}{n+1}, \quad \gamma = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \psi}, \quad m, n \in \mathbf{N}\}$ запишемо у

вигляді [1-6, 8]

$$\begin{cases} \left(a_{i+1,j} x_{i+1,j} - (a_{i+1,j} + a_{i,j}) x_{i,j} + a_{i,j} x_{i-1,j} \right) + \\ + \gamma^2 \left(b_{i,j+1} x_{i,j+1} - (b_{i,j+1} + b_{i,j}) x_{i,j} + b_{i,j} x_{i,j-1} \right) = 0, \\ \left(a_{i+1,j} y_{i+1,j} - (a_{i+1,j} + a_{i,j}) y_{i,j} + a_{i,j} y_{i-1,j} \right) + \\ + \gamma^2 \left(b_{i,j+1} y_{i,j+1} - (b_{i,j+1} + b_{i,j}) y_{i,j} + b_{i,j} y_{i,j-1} \right) = 0, \\ i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} m_1 y_{0,j} - x_{0,j} = 0, & j = \overline{0, n+1}; \\ m_2 y_{m+1,j} + x_{m+1,j} - l_1 - b - l_2 = 0, & j = \overline{0, n_0}; \\ y_{m+1,j} = h_*, & j = \overline{n_0, n+1}; \\ y_{i,n+1} = h_* + (H - h_*)(1 - j_i), & i = \overline{0, m+1}; \\ y_{i,0} = 0, & i = \overline{0, m+1}, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} (x_{i,n} - x_{i,n+1})(x_{i-1,n+1} - x_{i,n+1}) + (y_{i,n} - y_{i,n+1})(y_{i-1,n+1} - y_{i,n+1}) = 0, \\ x_{i,1} - x_{i,0} = 0, & i = \overline{0, m+1}; \\ y_{m,j} - y_{m+1,j} - m_2(x_{m,j} - x_{m+1,j}) = 0, & j = \overline{0, n_0}; \\ y_{1,j} - y_{0,j} + m_1(x_{1,j} - x_{0,j}) = 0, & j = \overline{0, n+1}; \\ x_{m,j} - x_{m+1,j} = 0, & j = \overline{n_0, n+1}; \end{cases} \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{1}{(m+1)(n+1)} \sum_{i,j=0}^{m,n} \frac{1}{\kappa_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}} \gamma_{i,j}, \quad (9)$$

$$\gamma_{i,j} = \frac{\sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i,j})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1} - x_{i,j+1})^2 + (y_{i+1,j+1} - y_{i,j+1})^2}}{\sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1} - x_{i+1,j})^2 + (y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j})^2}},$$

де $\kappa_{i,j} = \kappa \left(\frac{2\Delta\varphi}{J_{i,j}} \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j-1})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})^2} \right)$,

$$J_{i,j} = (x_{i+1,j} - x_{i-1,j})(y_{i,j+1} - y_{i,j-1}) - (x_{i,j+1} - x_{i,j-1})(y_{i+1,j} - y_{i-1,j}),$$

$$a_{i,j} = \frac{1}{\kappa_{i-\frac{1}{2}, j}}, \quad b_{i,j} = \kappa_{i, j-\frac{1}{2}}, \quad x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j), \quad y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j).$$

Алгоритм числового розв'язання. Розв'язок різницевої задачі (6)-(9) у цьому випадку побудуємо так [3-6]. Задаємо кількості m та n вузлів розбиття сіткової області G_ω , параметр ε , що характеризує точність наближення розв'язку відповідної різницевої задачі. Задаємо початкові наближення ряду величин. А саме: початкові наближення координат граничних вузлів $x_{0,j}^{(0)}, y_{0,j}^{(0)}, x_{m+1,j}^{(0)}, y_{m+1,j}^{(0)}, x_{i,n+1}^{(0)}, y_{i,n+1}^{(0)}, x_{i,0}^{(0)}, y_{i,0}^{(0)}$ (так, щоб виконувались рівності (7)) та початкові наближення координат

внутрішніх вузлів $(x_{i,j}^{(0)}, y_{i,j}^{(0)})$, $i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n}$. Задання початкового наближення конформного інваріанта γ проведемо за формулою (9), в якій використовуємо щойно задані початкові значення координат внутрішніх вузлів, тобто $\gamma^{(0)} = \gamma(x_{i,j}^{(0)}, y_{i,j}^{(0)})$. Далі проводимо уточнення: внутрішніх вузлів $(x_{i,j}^{(k+1)}, y_{i,j}^{(k+1)})$ ($k=0,1,\dots$ – номер кроку ітерації) з допомогою ітераційного методу Зейделя [9] за формулами, отриманими шляхом розв'язання (6) відносно $x_{i,j}$ та $y_{i,j}$ (з метою прискорення швидкості збіжності всього процесу і економії машинного часу та на основі ідей методу блочної ітерації [1-5] використаємо лише перший ітераційний крок); величини γ за формулою (9) та витрати Q за формулою $Q = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{n+1}{m+1}$; координат граничних вузлів, наприклад, шляхом розв'язання системи нелінійних рівнянь (7), (8). Далі перевіряємо виконання умов закінчення обчислювального процесу, наприклад, за формулами

$$\begin{aligned} \max_{x_{i,j}, y_{i,j} \in \partial G_z} \left(\left| x_{i,j}^{(k+1)} - x_{i,j}^{(k)} \right|, \left| y_{i,j}^{(k+1)} - y_{i,j}^{(k)} \right| \right) < \varepsilon, \\ \left| Q^{(k+1)} - Q^{(k)} \right| < \varepsilon, \quad \left| D^{(k+1)} - D^{(k)} \right| < \varepsilon, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{де } D = \frac{1}{(m+1)(n+1)} \sum_{i,j=0}^{m,n} \frac{\sqrt{(x_{i+1,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j+1} - y_{i,j})^2}}{\sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i+1,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i+1,j})^2}} \quad - \text{ усереднене}$$

значення відношення довжин діагоналей криволінійних чотирикутників сіткової області G_z^γ .

Якщо умови (10) не справджуються, то повертаємося до уточнення координат внутрішніх вузлів і т.д. У протилежному випадку обчислюємо нев'язку конформності отриманої сітки за формулою $\varepsilon_* = |1 - D|$. Її величина характеризує відхилення отриманих криволінійних чотирикутників від відповідних прямокутників (оскільки

відношення довжин діагоналей у прямокутнику рівне одиниці, а існування прямих кутів забезпечується умовами ортогональності).

У випадку, якщо не виконується, наприклад, лише одна із умов (10), то узгоджуємо співвідношення між точністю ε_* та заданою кількістю кроків розбиття m , n (в першу чергу, шляхом збільшення останніх). Якщо ж потрібно збільшити ступінь точності наближеного розв'язку (зменшити нев'язку ε_*), то збільшуємо параметри розбиття m і n та розв'язуємо різницеву задачу (6)-(9) заново. Оптимальність співвідношення між m і n досягається аналогічно до [3-7] шляхом оптимізації аналогів функціоналів типу Рімана.

Числова реалізація методу здійснювалась з використанням декількох модельних залежностей коефіцієнта фільтрації від градієнта потенціалу (напору), зокрема

$$\kappa = \kappa(\text{grad}\varphi) = \begin{cases} \kappa_0 + \mu(I - I_{kp}), & \text{при } I > I_{kp}, \\ \kappa_0, & \text{при } I \leq I_{kp}, \end{cases} \quad (11)$$

де $\mu > 0$ – параметр, що характеризує ступінь впливу градієнту напору на коефіцієнт фільтрації.

Результати числового розрахунку. Провівши розрахунки за описаним алгоритмом при розбитті області фільтрації $m \times n = 30 \times 8$, точності наближення $\varepsilon = 10^{-5}$, діапазоні значень діючих градієнтів потенціалу $[0.0013, 1.8723]$, критичному значенні градієнта потенціалу $I_{\partial\delta} = 0.0175$, коефіцієнті провідності середовища $\kappa_0 = 2.5$ м/добу, ступені впливу градієнта напору $\mu = 200$, конструктивних параметрах греблі $H = 12$ м, $H_r = 14$ м, $h_* = 4$ м, $l_1 = 42$ м, $b = 6$ м, $l_2 = 35$ м за $k = 2718$ отримано гідродинамічну сітку руху (див. рис. 1) та встановлено зони збурення (див. рис. 2), знайдено повну фільтраційну витрату $Q = 0.15648$ м³/добу за максимальної нев'язки $\varepsilon_* = 0.004$, координати точки $C(73.74, 4)$ та встановлено проміжок височування $C_0 C_1$.

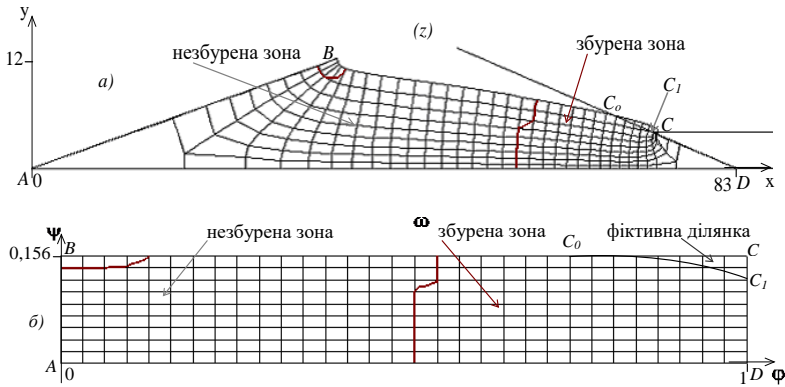


Рис. 2. Збурена та незбурена зони у фізичній області (а) та області комплексного потенціалу (б)

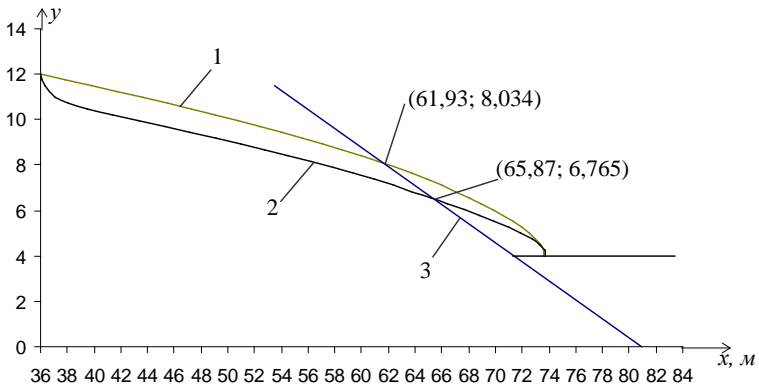


Рис. 3. Положення вільної кривої,

1 – початкова стадія, 2 – стадія стабілізації, 3 – низовий укіс

Висновки. Таким чином, використання такого підходу до розв’язання задач з післядією дозволяє враховувати зворотній вплив градієнтів потенціалу на характеристики ґрунту греблі. Із результатів числових розрахунків бачимо, що врахування зміни коефіцієнта фільтрації за вказаними вище законами приводить до зміни фільтраційної витрати. Встановлення динаміки зміни положення кривої депресії (див. рис. 3) дозволяє визначити ступінь деформаційних процесів в масиві низової

призми та прогнозувати їх наслідки для роботи греблі.

1. *Бомба А.Я., Гутіна Ж.С., Каштан С.С., Хлапук М.М.* Моделювання нелінійних фільтраційно-суфозійних процесів, що виникають в системах горизонтального дренажу // Вісник Українського державного університету водного господарства та природокористування. Збірник наукових праць.- №4 (23).- Рівне: УДУВГП, 2003.- С.108-115.
2. *Бомба А.Я., Гутіна Ж.С., Каштан С.С., Хлапук М.М.* Моделювання нелінійних фільтраційно-суфозійних процесів в ґрунтових греблях // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Збірник наукових праць.- №3 (27).- Рівне: НУВГП, 2004.- С.105-112.
3. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Методи фіктивних ділянок та квазіконформних відображень розв'язання нелінійних крайових задач в областях з вільними межами // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика.- 2004.- Вип.2 (11).- С.17-28.
4. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Нелінійні обернення крайових задач на квазіконформні відображення при моделюванні впливу градієнтів потенціалу на процес фільтрації // Математичні методи та фізико-механічні поля.- 2002.- 45, №2.- С.49-57.
5. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Моделювання зворотного впливу градієнтів потенціалу на процес фільтрації // Вісник Тернопільського державного технічного університету.- 2004.- Т.9, число 1.- С. 123-129.
6. *Бомба А.Я., Каштан С.С.* Чисельне розв'язання обернених нелінійних крайових задач на конформні та квазіконформні відображення // Волинський математичний вісник.- 2001.- Вип. 8.- С.9-22.
7. *Бомба А.Я., Пригорницький Д.О., Скопецький В.В.* Чисельне розв'язання нелінійних модельних крайових задач на квазіконформні відображення з післядією // Доповіді НАН України.- 2004.- №3.- С. 62-68.
8. *Самарский А.А.* Теория разностных схем.- Москва: Наука, 1977.- 656с.
9. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики.- Киев: Наукова думка, 1980.- 334с.
10. *Ортега Д., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными.- Москва: Мир, 1975.- 558с.

Рівненський державний гуманітарний університет, Рівне

E-mail: abomba@ukr.net
im_vova@ukr.net
kashtan@rdgu.rv.ua

Надійшла 27.10.2005

Бомба А.Я., Гаврилюк В.И., Каштан С.С. ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА “ФИКТИВНЫХ ОБЛАСТЕЙ” И МЕТОДОЛОГИИ КВАЗИКОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СУФФОЗИОННЫХ

ПРОЦЕССОВ В СРЕДАХ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ // *В качестве примера построена гидродинамическая сетка, найдены расход, положение кривой депрессии, другие характеристики грунтовой плотины на непроницаемом основании с учетом взаимодействия градиентов напора на характеристики среды.*

Bomba A.Ya., Gavrilyuk V.I., Kashtan S.S. APPLICATIONS OF THE „FICTITIOUS REGIONS" METHOD AND METHODOLOGY QUASI-CONFORMAL MAPPINGS MODELING NONLINEAR PROCESSES IN ENVIRONMENTS WITH FREE BORDERS // *As an example the accounts on construction of a hydrodynamical grid, a presence of the full charge, location curve depression and other characteristics in an earth dam are lead in view of interference of gradients pressure and characteristics of environment.*