

РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ З МЕТОДИКОЮ ВИКЛАДАННЯ

**Кваліфікаційна робота**

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»  
на тему:

**ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПРИ  
РОЗВ'ЯЗУВАННІ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ З ДОПОМОГОЮ  
ПАКЕТІВ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ**

Виконала:

здобувачка ступеня вищої освіти  
«магістр»  
спеціальності 014 «Середня освіта»  
(Математика)

**Мельник Оксана Михайлівна**

Керівник:

**к. пед. н., доц. Сяська Н.А.**

Рецензент:

**Рівне – 2023**

## РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна (магістерська) робота «Формування інформаційних компетентностей при розв'язуванні планіметричних задач з допомогою пакетів прикладних програм» представлена на 107 сторінках. Робота складається із вступу, двох розділів, висновків та списку літературних джерел та додатків. Для написання кваліфікаційної роботи використано 37 літературних джерел. У роботі наведено 4 таблиці, 40 рисунків та 2 додатки.

Кваліфікаційна робота присвячена вивченню та аналізу процесу формування інформаційних компетентностей учнів при розв'язуванні планіметричних задач з використанням пакетів прикладних програм.

В першому розділі дана характеристика загального поняття компетентностей, їхньої ролі у сучасному світі, а також описано складові інформаційних компетентностей. Вивчення літературних джерел свідчить про значущість інформаційних компетентностей у сучасному освітньому процесі.

Другий розділ визначає та охарактеризовує роль планіметричних задач у навчанні математики, розглядає різні типи та складність цих задач, а також методи та стратегії їхнього розв'язання. Проаналізовано вплив використання пакетів прикладних програм на результативність вирішення планіметричних задач.

Також у роботі проведена оцінка методів оцінки інформаційних компетентностей учнів та наведені результати досліджень, що дозволяють визначити ефективність використання пакетів прикладних програм у формуванні інформаційних компетентностей. Встановлено позитивний вплив використання пакетів прикладних програм на розвиток інформаційних компетентностей учнів.

У процесі проведеної роботи було встановлено, що інтеграція інформаційних компетентностей у використання пакетів прикладних програм сприяє покращенню результатів вирішення планіметричних задач та підвищує рівень інформаційної грамотності учнів.

У висновках роботи сформульовано основні висновки з вивчення та аналізу формування інформаційних компетентностей учнів при розв'язуванні планіметричних задач з використанням пакетів прикладних програм.

Список використаної літератури включає 37 джерел, що були використані для наукового обґрунтування та дослідження теми роботи.

ІНФОРМАЦІЙНІ КОМПЕТЕНТНОСТІ, ПЛАНІМЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ,  
ПАКЕТИ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ, МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА,  
ІНТЕГРАЦІЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ У НАВЧАННЯ, ІНФОРМАЦІЙНА  
ГРАМОТНІСТЬ

**ЗМІСТ**

<b>ВСТУП.....</b>	<b>6</b>
<b>РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....</b>	<b>9</b>
<b>1.1. ВИЗНАЧЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ. ....</b>	<b>9</b>
1.1.2. Характеристики та складові інформаційних компетентностей. ....	18
1.1.3 Формування інформаційної компетентності учнів шляхом використання пакетів прикладних програм. ....	24
<b>1.2.1. ПЛАНІМЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ ТА ЇХ ВАЖЛИВІСТЬ У МАТЕМАТИЧНОМУ     НАВЧАННІ. ....</b>	<b>31</b>
1.2.2. Класифікація планіметричних задач.....	33
1.2.3. Методи та стратегії розв'язання планіметричних задач.....	34
<b>1.3. ВИКОРИСТАННЯ ПАКЕТІВ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ У НАВЧАЛЬНОМУ     ПРОЦЕСІ.....</b>	<b>40</b>
1.3.1. Роль комп'ютерних технологій у навчанні математики.....	40
1.3.2. Переваги, недоліки та можливості пакетів прикладних програм для розв'язування планіметричних задач .....	42
1.3.3. Популярні пакети прикладних програм для математичного моделювання та розв'язання планіметричних задач .....	44
<b>РОЗДІЛ 2. ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ З ДОПОМОГОЮ ПАКЕТІВ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ.....</b>	<b>62</b>
<b>2.1. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАКЕТІВ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ     GRAN-2D І GEOGEBRA.....</b>	<b>62</b>
2.1.1. Задачі на обчислення. ....	62
2.1.2. Задачі на побудову.....	70
2.1.3. Задачі на доведення. ....	77
2.1.4. Задачі на дослідження. ....	85
<b>2.2 ОРГАНІЗАЦІЯ, ПРОВЕДЕННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ПЕДАГОГІЧНОГО     ЕКСПЕРИМЕНТУ. ....</b>	<b>90</b>

<b>ВИСНОВКИ .....</b>	<b>93</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>	<b>96</b>
<b>ДОДАТКИ.....</b>	<b>100</b>
<b>Додаток 1.....</b>	<b>100</b>
<b>Додаток 2.....</b>	<b>104</b>

## ВСТУП

У сучасному світі швидкість змін, що відбуваються у сфері технологій та інформаційного прогресу, вимагає від освіти постійного вдосконалення та адаптації до нових умов. Однією з ключових вимог є формування у молодого покоління комплексу компетентностей, серед яких особливе значення мають інформаційні компетентності. Ці навички є важливим інструментом для успішного функціонування у сучасному інформаційному суспільстві та мають стратегічне значення для освітнього процесу.

Широке використання інформаційних технологій в усіх сферах життя створює високий попит на людей, які мають високий рівень інформаційної компетентності. Інформаційні компетентності включають в себе здатність працювати з інформацією, вміння аналізувати її, оцінювати, використовувати в потрібний момент. Однак, дослідження показують, що у багатьох учнів ці навички є недостатньо розвиненими.

Математичне навчання, зокрема розв'язування планіметричних задач, вимагає від учнів високого рівня абстрактного мислення, логічного аналізу та вміння працювати з числовими та графічними даними. Використання сучасних пакетів прикладних програм може суттєво полегшити процес навчання та допомогти учням у засвоєнні складних математичних концепцій.

У зв'язку з цим, актуальність обраної теми полягає в необхідності розробки та впровадження методик, які сприятимуть ефективному використанню пакетів прикладних програм для розв'язування планіметричних задач та формуванню інформаційних компетентностей учнів. Дослідження цього питання дозволить вдосконалити методику навчання математики, забезпечити більшу доступність та ефективність освіти та сприяти підготовці кваліфікованих фахівців у майбутньому. Проте, варто відзначити, що існуючі дослідження не вичерпали всього спектру можливостей та особливостей цього процесу.

Літературний аналіз показує, що питання формування інформаційних компетентностей та їх вплив на навчання учнів є актуальним та важливим об'єктом дослідження. Раніше вивчалось значення інформаційних компетентностей в загальному контексті освіти, проте недостатньо уваги було приділено впливу пакетів прикладних програм на цей процес.

**Мета роботи** полягає у глибокому теоретичному вивченні та аналізі процесу формування інформаційних компетентностей учнів під час розв'язування планіметричних задач з використанням пакетів прикладних програм. Основною метою є розкриття та уточнення теоретичних засад цього процесу, аналіз його компонентів та визначення впливу використання сучасних інформаційних технологій, зокрема пакетів прикладних програм, на розвиток інформаційних компетентностей учнів у контексті математичної освіти.

Для досягнення цієї мети були поставлені наступні завдання:

1. Визначити поняття та складові інформаційних компетентностей.
2. Проаналізувати роль планіметричних задач у навчанні математики та їх важливість для формування інформаційних компетентностей.
3. Розглянути популярні пакети прикладних програм та їх можливості для розв'язання планіметричних задач.
4. Дослідити ефективність використання цих пакетів для формування інформаційних компетентностей учнів.
5. Проаналізувати рекомендації щодо оптимального використання пакетів прикладних програм.

**Об'єктом дослідження** є процес формування інформаційних компетентностей учнів.

**Предметом дослідження** є вплив використання пакетів прикладних програм на цей процес, зокрема при розв'язуванні планіметричних задач.

У роботі використовуються методи теоретичного аналізу та узагальнення наукової літератури, педагогічне спостереження, аналіз

навчальних програм та методичних матеріалів, а також емпіричні методи дослідження.

**Методи дослідження:** аналіз наукової літератури та методичних посібників з питань компетентнісного навчання, аналіз педагогічного експерименту з використанням пакетів прикладних програм у навчанні, а також методи оцінювання результатів дослідження та аналізу.

Запропоновані методи враховують сучасні тенденції у використанні цифрових технологій в освіті та сприяють оптимальному використанню цих засобів для досягнення максимальної продуктивності у навчальному процесі.

**Практичне значення дослідження:** Отримані результати можуть бути використані вчителями математики та інформатики для оптимізації навчального процесу та підвищення ефективності формування цифрових вмінь учнів. Пропоновані методи та рекомендації можуть бути корисними для педагогів та методистів у підготовці учнів до розв'язування планіметричних задач, використанні інформаційних технологій та роботи з пакетами прикладних програм. Використання цих підходів у навчальному процесі сприятиме покращенню якості освіти та підготовці майбутніх фахівців.

**Апробація результатів дослідження.** Основні положення цього дослідження доповідалися, обговорювалися і отримали схвалення на XI Всеукраїнській конференції молодих вчених "Наукова молодь – 2023", яка відбувся 21 листопада 2023 року. Результати дослідження були опубліковані у вигляді тез у збірнику "Наукова молодь – 2023: матеріали XI Всеукраїнської конференції молодих вчених".



## **РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ**

### **1.1. Визначення інформаційних компетентностей.**

Важливим елементом сучасної освіти та професійного успіху в сучасному світі є інформаційні компетентності. Це навички, знання та уміння, які дозволяють особі ефективно знаходити, оцінювати, обирати та використовувати інформацію в різних сферах життя. Основна мета інформаційних компетентностей - це забезпечення можливості адаптуватися до швидких змін у світі технологій та інформації [1].

Інформаційна компетентність є інтегративним формуванням особистості, що охоплює знання про основні методи інформатики та інформаційні технології. Ця компетентність включає уміння використовувати набуті знання для вирішення практичних задач, майстерність у використанні комп'ютера та технологій зв'язку, а також здатність представляти інформацію і дані у доступній формі для всіх. Важливо усвідомлювати значущість предмету та результату своєї діяльності в цьому контексті [5].

#### **1.1.1. Основні поняття інформаційної компетентності.**

В контексті освіти та професійної діяльності компетенція й компетентність представляють собою ключові поняття. Компетенція описує вимоги соціуму щодо знань та навичок, які необхідні для успішної функціональної активності у певній галузі. Це своєрідна норма або певна специфіка підготовки особистості.

З іншого боку, компетентність відображає готовність та здатність особи ефективно вирішувати завдання, що виникають у процесі діяльності. Це інтегративна характеристика, яка об'єднує знання, вміння, практичні навички, способи мислення, цінності та етичні принципи. Важливо наголосити, що компетентність є динамічною комбінацією, що змінюється з часом та навчальним процесом.

Ця динамічність компетентності пов'язана з навчанням на вищому освітньому рівні. Участь у вищому освітньому процесі сприяє формуванню компетентності, яка стає основою для успішного здійснення професійної та навчальної діяльності. Таким чином, компетентність є результатом навчання та відображає важливий аспект фахової підготовки.

Поняття «комп'ютерна грамотність» охоплює спектр знань, які стосуються інформаційних технологій та комп'ютерів, а також їх можливості та обмеження у вирішенні різноманітних широких професійних завдань. У дослідженнях американської асоціації бібліотекарів для визначення рівня знань, навичок та вмінь студентів у роботі з інформаційними ресурсами, інформаційними та комп'ютерними технологіями, розроблені терміни «комп'ютерна грамотність», «технологічна грамотність» і «інформаційна грамотність»[11].

Комп'ютерна грамотність означає створення основи роботи конкретних технічних пристроїв та програмних засобів. Технологічна грамотність, з іншого боку, передбачає розуміння фундаментальних концепцій технологій та їхніх можливостей у практичному застосуванні.

Американська асоціація бібліотекарів визнає інформаційну грамотність як набір навичок та умінь, які притаманні особистості, і включає в себе вміння визначати потребу в інформаційних ресурсах, оцінювати їхню цінність та ефективно їх використовувати.

Часом можна зустріти також терміни «технологічна грамотність» та «інформаційно-технологічна компетентність».

П.В. Беспалов використовує термін «інформаційно-технологічна компетентність» для опису набору навичок і знань, який фахівець повинен мати для ефективної роботи з інформаційними ресурсами та технологіями. Ця компетентність розглядається як складова зрілості особистості в сучасному інформаційному суспільстві [20].

З іншого боку, В.Л. Голунова пропонує використовувати термін «інформаційна грамотність». Вона вважає, що це поняття більш широке, ніж «комп'ютерна грамотність».

Поняття «інформаційної компетентності» також пов'язане з «інформаційною культурою», яку можна розглядати як набір правил та норм, пов'язаних із спілкуванням та обміном інформації в суспільстві. Інформаційна культура сформувалася на фоні зростання важливості інформаційних ресурсів у соціокультурних процесах протягом другої половини ХХ століття [12].

Варто зазначити, що формування комп'ютерної грамотності не враховує потребу в розвитку сучасного наукового світогляду у майбутніх фахівців. Поняття «комп'ютерна компетентність» та «комп'ютерна грамотність» обмежуються навичками роботи з комп'ютерами, не охоплюючи загальні концепції сучасної інформатики. Також вони не враховують важливість роботи з інформаційними ресурсами під час виконання професійних завдань та в загальному житті.

Інформаційна компетентність виникла внаслідок впливу нових інформаційних технологій і розвитку електронних інформаційних систем. Якщо поняття «комп'ютерна грамотність» орієнтовано на навички роботи з комп'ютерною технікою, то «інформаційна компетентність» охоплює здатність сучасної людини отримувати і використовувати знання за допомогою сучасних комп'ютерних технологій на кшталт того, як ми отримували знання з книг. Іншими словами, інформаційна компетентність включає в себе набір навичок, які можуть ефективно використовувати досягнення цивілізації, зокрема, мотивацію та навички застосування інформаційних технологій.

Одне з перших досліджень інформаційної компетентності було проведено в університеті штату Каліфорнія в 2001 році. В цьому дослідженні інформаційна компетентність розглядалася як здатність до роботи з бібліотечними ресурсами, зокрема, до пошуку та обробки різноманітної інформації.

Інформаційна компетентність - це характеристика особистості, що включає в себе знання та навички у сфері обробки інформації та використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). Ця компетентність також виражає здатність, готовність та досвід використання ІКТ для вирішення завдань, пов'язаних із інформацією, а також для самостійного набуття знань у цій галузі.

Компетентності в області інформаційних та комунікаційних технологій включають у себе здатність учня орієнтуватися в інформаційному середовищі і вміння ефективно працювати з інформацією відповідно до вимог сучасного ринку праці. Ці компетентності пов'язані з характеристиками та технологічної освіченістю особистості, яка готова до активної участі в сучасному високотехнологічному інформаційному суспільстві. Вони охоплюють основні аспекти інформаційної культури учнів і базуються на раціональній взаємодії з технологічною сферою, враховуючи їхні індивідуальні можливості та професійні уподобання [15].

Загально-предметна компетентність формується в процесі вивчення курсу «Інформатика» і включає в себе аспекти інформаційно-аналітичної, пізнавальної та комунікативної діяльності. З іншого боку, технічна компетентність розвивається в рамках соціальної сфери. У світі інформаційного суспільства інформація постійно змінюється і старіє, тож освіта стає більш мобільною. З цього приводу набуває важливості навичка самостійного пошуку та обробки інформації, формулювання висновків і використання набутих знань. Елементами цієї компетентності є:

- Мотивація для виконання завдань.
- Знання, вміння та здібності.
- Відповідальність особистості за досягнення поставленої мети.

Одним із напрямків модернізації освіти є її інформатизація, що означає впровадження у сферу освіти методів та практичне використання інформаційних технологій з призначенням досягнення освітніх цілей.

У зв'язку з цим, стандарти для інформаційної компетентності особистості значно зросли, ця компетентність стала ключовою складовою професійного вдосконалення. Інформаційна компетентність забезпечує навички, такі як:

- Спроможність працювати самостійно, включаючи пошук, відбір, аналіз та оцінку, організацію, відображення та передачу інформації.
- Здатність моделювати і проектувати об'єкти і процеси, включаючи взаємодію з іншими особами, відповідно втілювати свої плани, приймати рішення і діяти в непередбачуваних ситуаціях, а також постійно продовжувати протягом усього життя.

Важливою передумовою для успішного розвитку сучасної високотехнологічної економіки є розвинені навички інформаційної компетентності серед учнів середньої школи.

Поняття «інформаційна компетентність» означає інтегровану якість особистості, яка формується через процеси відбору, засвоєння, перероблення, трансформації і генерування інформації в особливий тип наочно-специфічних знань. Ця компетентність дозволяє особі створювати, отримувати, передбачати та реалізовувати оптимальні рішення в різних сферах діяльності.

Серед численних підходів до визначення компетентності в галузі інформаційних та комунікаційних технологій можна виділити певні підходи, а саме:

- Інформаційна компетентність охоплює навички самостійного пошуку, аналізу, відбору, організації, трансформації, зберігання та передачі необхідної інформації за допомогою різних засобів та інформаційних технологій.
- Інформаційна компетентність є комплексним формуванням особистості, що відображає її здатність визначати свої потреби у інформації, знаходити відомості та ефективно працювати з ними у будь-яких формах і представленнях. Вона також включає у себе вміння працювати з

комп'ютерною технікою та телекомунікаційними технологіями та застосовувати їх у навчальних, професійних та повсякденних ситуаціях.

- мотивація, зацікавленість і потреба в здобутті знань, навичок та умінь у галузі технічних, програмних і інформаційних аспектів відображають загальну систему знань, яка відображає структуру сучасного інформаційного суспільства. Ці знання становлять основу для пошукової пізнавальної діяльності і включають в себе методи та дії, які визначають основу для такої діяльності. Крім того, важливим елементом є досвід у сфері пошукової роботи з програмним забезпеченням і технічними ресурсами, а також досвід взаємодії між людиною і комп'ютером [19].

Інформаційна компетентність складається з предметних, галузевих і ключових компетентностей, і її структура включає такі елементи:

- когнітивний аспект охоплює процеси обробки інформації, які базуються на мікро-когнітивних діях, таких як аналіз інформації, формалізація, порівняння, узагальнення, синтез з існуючими базами знань, створення варіантів використання інформації, передбачення способів використання нової інформації та її взаємодія з наявними знаннями, а також організація зберігання і відтворення інформації в довгостроковій пам'яті;
- ціннісно-мотиваційний аспект полягає в створенні умов, сприяючих включенню старшокласника в світ цінностей, які допомагають визначити важливі ціннісні орієнтації. Він визначає рівень мотиваційних факторів, які впливають на ставлення особи до роботи і життя взагалі. Серед цих факторів виділяються чотири основних типи сполук: до досягнень, приналежності до групи, прагнення до влади і бажання досягти компетентності.
- техніко-технологічний аспект включає в себе розуміння принципів функціонування, можливостей і обмежень технічних пристроїв, які використовуються для автоматизованого пошуку та обробки інформації.

Він також охоплює знання про відмінності між автоматизованою та автоматичною обробкою інформаційних процесів. У цьому аспекті важливо вміти класифікувати завдання за їхнім типом і вибирати відповідний технічний засіб, враховуючи його основні характеристики. Сюди входить розуміння суті технологічного підходу до виконання завдань, знання особливостей інструментів інформаційних технологій для пошуку, обробки та зберігання інформації, а також можливість виявлення, створення та передбачення можливих технологічних етапів у обробці інформаційних потоків. Технологічні навички і вміння роботи з інформаційними потоками, зокрема за допомогою інструментів інформаційних технологій, також входять у цей аспект.

- комунікативний аспект відображає знання, розуміння та використання мов (як природних, так і формальних) та інших систем символів, а також технічних засобів комунікації для передачі інформації від однієї особи до іншої за допомогою різних форм і методів спілкування, будь то вербальні або невербальні засоби.
- рефлексійний аспект включає у себе осмислення рівня саморегуляції особистості, де самосвідомість відіграє ключову роль у контролі над власною поведінкою та сприяє самостійному керуванню особистим життям і розвитком. Це також включає в себе процес розширення самосвідомості та самореалізації [29].

Важливо відзначити, що не виникає сумніву в тому, що уроки інформатики мають великий вплив на формування та розвиток інформаційних компетенцій. Можна виділити різні аспекти цієї діяльності:

- Ознайомлення з комп'ютером як з пристроєм для роботи з інформацією та отримання технічних навичок щодо роботи з різними пристроями і пристроями, такими як навушники, колонки, принтери, сканери, веб-камери та інші.
- Освоєння методів роботи з інформацією, таких як пошук у каталогах, використання пошукових систем, розуміння ієрархічних структур,

видобуток інформації з різних носіїв, систематизація, аналіз і відбір інформації, технічні навички збереження, видалення та копіювання інформації.

- Перетворення інформації з одного формату в інший, наприклад, з графічного в текстовий або з аналогового в цифровий формат.
- Володіння навичками роботи з різними видами носіїв інформації, такими як мультимедійні довідники, електронні підручники, ресурси Інтернету та інші.
- Розвиток критичного мислення стосовно отриманої інформації, здатність виділяти головні аспекти і оцінювати її достовірність та релевантність.
- Вміння використовувати інформаційні та телекомунікаційні технології для вирішення різноманітних навчальних завдань.

Багато вчених як зарубіжних, так і українських провели дослідження, присвячені питанням компетентностей та компетенцій. Українські дослідники зосереджують увагу на розвитку змісту компетентнісного підходу. У їхніх дослідженнях проведено аналіз впровадження компетентнісно орієнтованого підходу до навчальної програми загальної середньої освіти. Крім цього, автори заявили про нові досягнення українських педагогів у визначених ключових компетенціях для шкільної освіти, зокрема компетенції у сфері інформаційної грамотності [37].

Інформатика розглядається як одна з основних галузей наукових знань, яка сприяє формуванню системно-інформаційного підходу до аналізу навколишнього світу. Вона вивчає процеси обробки інформації, методи та засоби отримання, перетворення, передавання, зберігання та використання даних. Також інформатика є сферою практичної діяльності людини, пов'язаною з використанням інформаційних технологій, які постійно розвиваються та розширюються. Передача учням навичок ефективного пошуку, зберігання та обробки даних з використанням інформаційних технологій сприяє підвищенню продуктивності навчального процесу.



Визначення впливу цих технологій на суспільний прогрес, зміни в характері людської праці та створення сучасної інформаційної карти світу також є важливими аспектами.

Ґрунтуючись на різних рівнях засвоєння матеріалу учнями, а також загальної інформації, можна визначити етапи формування інформаційних компетентностей, які учень має пройти під час роботи з інформацією:

1. Ознайомлення: Учень визначає обсяг інформації щодо конкретної проблеми та оцінює можливість її подальшої обробки.

2. Репродукція: Учень детально вивчає і накопичує інформацію, пов'язану з даною проблемою.

3. Перетворення: Учень проводить критичний аналіз накопиченої інформації, порівнює фрагменти з різних джерел на одну і ту ж тему, визначає їх достовірність, виключає непотрібну інформацію та узагальнює матеріал.

4. Творчий етап: Учень створює власний інтелектуальний продукт, базуючись на отриманій та перетвореній інформації. Це може включати формулювання гіпотез, їх перевірку та підтвердження, створення власних теорій, написання творчих робіт або художніх творів.

Враховуючи згадані підходи до інформаційної компетентності та розглядаючи її складові з огляду на навички XXI століття, ми припускаємо, що процес навчання має сприяти формуванню комп'ютерної грамотності та освіченості учнів, розкривати основні аспекти комп'ютерної культури та складові інформаційної компетентності. З цього погляду, можна стверджувати, що інформаційна компетентність є необхідним елементом загальної освітньої компетентності, яка, в свою чергу, стає обов'язковою для сучасного спеціаліста у будь-якій галузі, оскільки здатність до самостійного навчання та постійного професійного розвитку є важливою складовою особистості в інформаційному суспільстві.

### **1.1.2. Характеристики та складові інформаційних компетентностей.**

Інформаційні компетентності та їх роль у сучасному світі є суттєвим аспектом розвитку особистості. Вони є інтегративним утворенням, що відображає здатність особистості до розпізнавання власних інформаційних потреб, ефективного пошуку та використання даних у всіх їх формах та виявах. Це включає як традиційні, друковані носії інформації, так і сучасні електронні ресурси. Крім того, це передбачає вміння працювати з комп'ютерною технікою та телекомунікаційними технологіями, застосовувати їх у професійній діяльності та повсякденному житті.

Основні компоненти інформаційної компетентності включають:

1. Інформаційна компонента – вміння ефективно працювати з повідомленнями у різних формах їх представлення.
2. Комп'ютерна або комп'ютерно-технологічна компонента – володіння навичками та уміннями роботи з сучасними комп'ютерними засобами та програмним забезпеченням.
3. Процесуально-діяльнісна компонента – здатність використовувати сучасні засоби інформаційних та комп'ютерних технологій для опрацювання інформаційних ресурсів та вирішення різноманітних завдань.

Аналізуючи кожну з цих компонент, можна виділити їхню структурну специфіку та визначити ключові аспекти, що формують інформаційну компетентність особистості. Порозуміння та розвиток цих компетентностей є надзвичайно важливим у сучасному світі, де інформаційні технології та знання відіграють ключову роль у всіх сферах життя та професійній діяльності.

Інформаційні компетентності є ключовим елементом в сучасному світі, оскільки належним чином сформовані інформаційні навички та знання дозволяють ефективно опрацьовувати, аналізувати та використовувати інформацію. Для успішної роботи з інформацією важливо мати відповідні характеристики та компетенції.

1. Пошук та Оцінка Інформації:

- Ефективний пошук інформації: здатність швидко та точно знаходити необхідну інформацію в різних джерелах.
  - Оцінка джерел: вміння аналізувати джерела і визначати їхню достовірність та авторитетність.
2. Розуміння та Аналіз Інформації:
- Критичне мислення: вміння критично оцінювати інформацію та робити об'єктивні висновки.
  - Аналітичні навички: навички аналізу та розбору складних інформаційних структур та даних.
3. Організація та Збереження Інформації:
- Систематизація інформації: навички групування та організації отриманої інформації для зручного доступу та використання.
  - Навички архівації та збереження: вміння зберігати важливу інформацію у відсортованому та безпечному способі.
4. Представлення та Передача Інформації:
- Комунікаційні навички: вміння ефективно спілкуватися та висловлювати думки та ідеї.
  - Графічна представленість інформації: навички створення графічних та текстових представлень для кращого сприйняття інформації.
5. Етичні та Легальні Аспекти Інформації:
- Етика використання: розуміння та дотримання правил та норм використання інформації.
  - Відповідальне використання: усвідомлення наслідків незаконного або шкідливого використання інформації.

Ці компоненти є необхідними для створення та використання інформації в продуктивний та відповідальний спосіб, що є важливим аспектом сучасного освітнього та професійного процесу. Шляхом розвитку цих компетенцій можна забезпечити ефективну взаємодію з інформацією та досягнення успіху в різних сферах життя.

Внутрішня структура інформаційної компетентності містить мотиваційний, когнітивний, діяльнісний, ціннісно-рефлексивний, емоційно-вольовий компоненти. Така, на наш погляд, структура інформатичної компетентності. Вона, безперечно, не може бути вичерпною, залишається відкритою, але містить ключові моменти інформатичної компетентності.

1. Мотиваційний компонент охоплює внутрішні побудови, інтереси та цілі особистості, пов'язані з інформаційною діяльністю. Він визначає мотивацію особистості до здобуття та використання інформації, регулюючи її прагнення до навчання та розвитку в цій сфері.

2. Когнітивний компонент включає знання, розуміння, аналітичні та критичні навички, необхідні для ефективної роботи з інформацією. Сюди входить розуміння основних принципів обробки, аналізу та оцінки інформації.

3. Діяльнісний компонент охоплює навички планування, організації, пошуку, обробки та представлення інформації. Сюди включаються навички роботи з різними джерелами, уміння структурувати та використовувати інформацію для досягнення певних цілей.

4. Ціннісно-рефлексивний компонент відображає цінності, вірування та ставлення особистості до інформації. Він визначає, як особистість оцінює інформацію, її джерела та вплив на суспільство, а також вміння рефлексувати над власною інформаційною діяльністю.

5. Емоційно-вольовий компонент відображає емоційні аспекти відношення особистості до навчання та роботи з інформацією. Сюди включаються уміння контролювати власні емоції, витримку, самодисципліну та мотивацію до досягнення мети в інформаційній сфері.

Тлумачення понять "компетентність" та "компетенція" в науковій літературі є ключовим аспектом в дослідженні сучасної освітньої парадигми та професійного розвитку. Ці терміни здійснюють перехід від простого засвоєння знань до більш комплексного утворення особистісних якостей та навичок, необхідних для успішної діяльності у сучасному інформаційному суспільстві.

Таблиця 1.1 Тлумачення компетентності і компетенції в науковій літературі

Автор	Означення
Байденко В.І.	Компетенція/компетентність – це здатність робити щось добре, ефективно в широкому форматі контекстів з високим ступенем саморегуляції, саморефлексії, самооцінки, з швидкою, гнучкою й адаптивною реакцією на динаміку обставин і середовища [5].
Глосарій термінів ЕФО	Компетенція/компетентність – це здатність робити щось добре, ефективно; відповідність до вимог, що ставляться при працевлаштуванні; здатність виконувати особливі трудові функції [5].
Хуторський А.В.	Компетенція включає сукупність взаємозв'язаних якостей особи і є відчуженою, наперед заданою соціальною вимогою (нормою) до освітньої підготовки учня, необхідної для його якісної продуктивної діяльності в певній сфері [5].
Татур Ю.Г.	Компетентність – якість людини, яка завершила освіту певного ступеня, що виражається в готовності (здатності) на його основі до успішної (продуктивної, ефективної) діяльності з урахуванням її значущості й соціальних ризиків, які можуть бути пов'язані з нею [5].
Беспалов В.П.	Інформаційно-технологічна компетентність – це інтегративне утворення, що характеризує зрілу особистість людини сучасного суспільства й таке, що охоплює три основні підструктури особистості: мотивацію (до засвоєння і застосування комп'ютерних інформаційних технологій); здатності; досвід [5].

Баловсяк Н.В.	Інформаційна компетентність – це сукупність компетенцій, пов’язаних із роботою з інформацією у всіх її формах і представленнях, які дозволяють ефективно користуватись інформаційними технологіями різних видів як у традиційній друкованій формі, так і комп’ютерними телекомунікаціями, працювати з інформацією в різних її формах і представленнях як у повсякденному житті, так і в професійній діяльності [5].
---------------	---

Інформаційна доба потребує від особистості навичок ефективного використання інформаційних технологій. Це вимагає розгляду структури інформаційної компетентності з точки зору різних видів діяльності, щоб кожен аспект був врахований та максимально використаний у повсякденній та професійній сферах.

Таблиця 1.2 Структура інформатичної компетентності за видами діяльності

Вид діяльності	Компетенція
Визначення інформації	Мати уявлення про сутність інформації, інформаційних процесів, засоби опрацювання інформації.
Збирання і зберігання інформації	Уміння збирати або здобувати інформацію, зберігати інформацію.
Пошук інформації	Уміння здійснювати пошук інформації в неелектронних та електронних базах даних і сховищах даних.
Сприйняття, розуміння,	Уміння використовувати визначення, тлумачення, логічний аналіз аргументів і доведень, працювати з

відбір і аналіз інформації	електронними редакторами тексту і гіпертексту, електронними словниками, довідниками, перекладачами.
Опрацювання інформації	Володіння навичками роботи з текстовими, графічними процесорами, опрацьовувати числові дані за допомогою електронних таблиць.
Організація і представлення інформації	Структурування інформаційного об'єкта, виділення компонентів і фрагментів у відповідності до заданих критеріїв.
Використання персонального комп'ютера та програмного забезпечення	Знати загальну будову ПК, призначення та принципи функціонування основних його пристроїв.
Передавання інформації, комунікація	Знання базових принципів організації і функціонування комп'ютерних мереж, способів передавання інформації на відстані.
Алгоритмізація	Володіння навичками конструювання алгоритмів розв'язання прикладних задач.
Моделювання	Уміти будувати інформаційні моделі економічних об'єктів і використовувати їх.
Проектування	Уміти планувати діяльність щодо пошуку, збирання, зберігання, опрацювання інформації, працювати з органайзерами, планувальниками тощо.
Управління	Розуміти специфіку процесів управління в економічній сфері та володіти інструментами проектного менеджменту.

Кожен з видів діяльності вимагає відповідного набору компетентностей у структурі інформаційної компетентності. Розуміння та розвиток цих аспектів є ключем до успішної адаптації до вимог сучасного інформаційного суспільства. Вивчення та вдосконалення інформаційної компетентності у різних види діяльності сприятиме більш успішній, продуктивній та ефективній професійній та особистісній реалізації.

### **1.1.3 Формування інформаційної компетентності учнів шляхом використання пакетів прикладних програм.**

Пакети прикладних програм - це група програмного забезпечення, які використовуються для виконання певних завдань або функцій на комп'ютері. Ці пакети можуть включати різноманітні програми, такі як текстові редактори, електронні таблиці, графічні редактори, програми для обробки зображень, веб-браузери, програми для роботи з базами даних тощо.

Пакети прикладних програм зазвичай мають графічний інтерфейс користувача, що спрощує взаємодію з програмою. Вони дозволяють користувачам виконувати різні завдання, такі як створення документів, обробка зображень, аналіз даних, редагування веб-сторінок тощо.

Ці пакети можуть бути комерційними (платними) або безкоштовними, і їх можна встановити на комп'ютер або використовувати у хмарному середовищі. Вони допомагають користувачам виконувати різноманітні завдання з більшою ефективністю та продуктивністю.

Основне призначення прикладних програм полягає у вирішенні завдань, специфічних для певної сфери діяльності.

При розв'язанні завдань на комп'ютері їх зазвичай розбивають на окремі складові, або підзадачі. Кожну з цих підзадач можна вирішити за допомогою відповідної прикладної програми. Загальне рішення вихідної задачі об'єднує всі ці прикладні програми. Для розв'язування подібних задач часто створюють системи прикладних програм, які спрощують роботу з різними конкретними



варіаціями цих задач. Такі системи називаються пакетами прикладних програм для відповідного типу завдань [7].

Серед існуючих сьогодні прикладних програм можна виділити основні категорії в залежності від типу задач, які вони призначені вирішувати:

- Текстові редактори та процесори тексту.
- Електронні таблиці.
- Бази даних.
- Графічні програми та редактори зображень.
- Системи штучного інтелекту та експертні системи.
- Навчальні програми.
- Мультимедійні системи, комп'ютерні ігри та розважальні програми.

Кожна з вищезазначених категорій включає в себе різноманітні прикладні програми з різними характеристиками і функціоналом.

Використання пакету прикладних програм вимагає наявності певного набору апаратних компонентів, певного обсягу оперативної пам'яті та операційної системи на комп'ютері. При виборі пакета прикладних програм користувач повинен бути обережним і враховувати сумісність програми з характеристиками свого комп'ютера.

В школі пакети прикладних програм використовуються для різних цілей:

1. Навчання та освіти: Пакети прикладних програм допомагають учням отримати практичні навички в роботі з різними інструментами та програмами. Наприклад, учні можуть вивчати та використовувати текстові процесори для написання есе, електронні таблиці для виконання математичних обчислень, графічні програми для створення мультимедійних презентацій тощо.

2. Організація навчального процесу: Вчителі використовують пакети прикладних програм для створення та організації навчальних матеріалів, тестування та оцінювання учнів. Наприклад, вони можуть створювати інтерактивні уроки, завдання та тести за допомогою спеціальних програм.

3. Адміністративна робота: Пакети прикладних програм також використовуються для організації адміністративної роботи в школі. Наприклад, вони можуть використовуватись для ведення обліку учнів, розкладу занять, статистичного аналізу даних тощо.

4. Комунікація та співпраця: Пакети прикладних програм допомагають учням та вчителям спілкуватися та співпрацювати між собою. Наприклад, вони можуть використовувати електронну пошту, чати або спеціальні платформи для обміну інформацією, завданнями та матеріалами [18].

Пакети прикладних програм є важливим інструментом для навчання, організації навчального процесу та адміністративної роботи в школі. Вони допомагають учням та вчителям ефективно працювати з інформацією, спілкуватися та співпрацювати між собою.

На уроках математики в школі пакети прикладних програм використовуються для різних цілей:

1. Виконання математичних обчислень: Пакети прикладних програм, наприклад, електронні таблиці, дозволяють учням виконувати різні математичні обчислення швидко та точно. Вони можуть використовувати формули, функції та інші інструменти для розв'язання математичних задач, побудови графіків, статистичного аналізу даних тощо.

2. Візуалізація математичних концепцій: Пакети прикладних програм допомагають учням візуалізувати математичні концепції та взаємозв'язки. Наприклад, вони можуть використовувати графічні програми для побудови геометричних фігур, графіків функцій, динамічних моделей математичних процесів тощо. Це допомагає учням краще розуміти та запам'ятовувати математичні поняття.

3. Розв'язання задач: Пакети прикладних програм допомагають учням розв'язувати математичні задачі шляхом використання різних інструментів та методів. Наприклад, вони можуть використовувати програми для числового аналізу, символічного обчислення, геометричного моделювання тощо. Це дозволяє учням розвивати аналітичні та проблемно-орієнтовані навички.

4. Співпраця та обмін інформацією: Пакети прикладних програм допомагають учням співпрацювати між собою та обмінюватися інформацією. Наприклад, вони можуть використовувати спеціальні платформи для спільної роботи над математичними завданнями, обговорення результатів та обміну матеріалами. Це сприяє розвитку комунікативних та колективних навичок учнів.

На уроках математики в школі пакети прикладних програм використовуються для підтримки виконання математичних обчислень, візуалізації концепцій, розв'язання задач та співпраці між учнями. Вони допомагають учням краще розуміти та застосовувати математичні знання та навички [22].

Використання пакетів прикладних програм також можливе і в розв'язуванні планіметричних задач.

Планіметричні задачі - це математичні задачі, які стосуються плоских геометричних фігур, таких як трикутники, прямокутники, круги тощо. Вони вимагають розрахунку довжин сторін, площі, периметру та інших параметрів цих фігур. Планіметричні задачі можуть включати розв'язання рівнянь, застосування геометричних формул та використання прикладних програм для обчислень. Ці задачі допомагають учням розвивати аналітичні та логічне мислення, а також застосовувати математичні знання у практичних ситуаціях.

Вивчення планіметричних задач у школі відіграє важливу роль у розвитку математичних навичок та критичного мислення учнів. Вони допомагають учням розуміти та застосовувати геометричні принципи та закономірності, а також розвивати навички аналізу, логічного мислення та розв'язування проблем.

Також вивчення цих задач має і практичне значення. Учні навчаються застосовувати математичні знання для вирішення реальних життєвих ситуацій, наприклад, вимірювання площі ділянки землі, розрахунок матеріалів для будівництва тощо.

Крім того, розв'язування планіметричних задач сприяє розвитку учнівської творчості та уяви. Вони навчаються створювати геометричні моделі, розуміти та використовувати різні методи розв'язування задач, а також розвивають свою вміння бачити зв'язки та взаємозв'язки між різними елементами геометричних фігур.

Таким чином, вивчення планіметричних задач у школі відіграє велике значення як для розвитку математичних навичок та критичного мислення учнів, так і для їх практичного застосування та розвитку творчості [23].

Існує кілька типів планіметричних задач, серед яких:

1. Задачі на обчислення площі фігур: учні повинні розрахувати площу прямокутника, квадрата, трикутника, кола або інших геометричних фігур.

2. Задачі на знаходження довжини сторін або радіуса фігур: учні повинні визначити довжину сторін прямокутника, квадрата, трикутника або радіус кола.

3. Задачі на знаходження периметру фігур: учні повинні обчислити суму довжин сторін прямокутника, квадрата, трикутника або кола.

4. Задачі на конструювання геометричних фігур: учні повинні побудувати прямокутник, квадрат, трикутник або іншу фігуру за заданими умовами.

5. Задачі на застосування геометричних принципів та закономірностей: учні повинні застосувати знання про властивості геометричних фігур для розв'язання задачі.

Це лише деякі типи планіметричних задач, які можуть зустрічатися у шкільному курсі математики. Вивчення цих задач допомагає учням розширити свої знання та навички у геометрії.

Також ці задачі можуть бути використані у вивченні алгебри, але вони не є основним елементом цього предмету. Алгебра зосереджена на вивченні алгебраїчних виразів, рівнянь, нерівностей та інших алгебраїчних концепцій. Однак, планіметричні задачі можуть бути використані для застосування алгебраїчних методів та розв'язання задач, які мають геометричний контекст.

Ці задачі допомагають учням розвивати геометричне мислення, вміння аналізувати та розв'язувати складні геометричні ситуації, а також допомагають встановити зв'язок між алгебраїчними і геометричними концепціями [3].

У планіметричних задачах учні можуть використовувати алгебраїчні методи для розв'язання геометричних проблем, наприклад, побудови рівнянь для знаходження невідомих значень у геометричних фігурах. Такий підхід допомагає їм поєднувати знання з алгебри і геометрії для розв'язання складних завдань.

Отже, планіметричні задачі можуть бути корисним інструментом у вивченні алгебри та геометрії, сприяючи розвитку різних аспектів математичної компетентності учнів [6].

Пакети прикладних програм, такі як Microsoft Excel, GeoGebra, Mathcad та інші, можуть бути використані для розв'язання планіметричних задач. Вони надають можливість використовувати готові формули та функції для обчислення площі, периметру, довжин сторін та інших параметрів геометричних фігур.

Наприклад, у пакеті Microsoft Excel можна створити таблицю з відповідними значеннями сторін трикутника, прямокутника або круга. Потім можна використовувати формули для обчислення площі, периметру та інших параметрів на основі цих значень.

GeoGebra є програмою, яка поєднує геометрію та алгебру. Вона дозволяє створювати геометричні фігури та обчислювати їх параметри за допомогою вбудованих функцій та команд.

Mathcad - це система комп'ютерної алгебри, яка дозволяє виконувати розрахунки, включаючи планіметричні задачі. Вона надає можливість використовувати математичні формули та функції для обчислення параметрів геометричних фігур.

Пакети прикладних програм значно спрощують та прискорюють процес розв'язування планіметричних задач. Основні способи, якими вони впливають на цей процес, включають:

1. Можливість швидкого та точного виконання обчислень: Пакети прикладних програм забезпечують високу точність обчислень, що дозволяє отримати більш точні результати при розв'язанні планіметричних задач. Крім того, вони дозволяють виконувати обчислення значно швидше, ніж це можна було б зробити вручну.

2. Графічне представлення результатів: Багато пакетів прикладних програм мають можливість графічного представлення результатів розв'язку планіметричних задач. Це дозволяє візуалізувати геометричні форми та взаємозв'язки між ними, що полегшує розуміння та аналіз результатів.

3. Зручність використання: Пакети прикладних програм зазвичай мають інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, що дозволяє легко та швидко виконувати розрахунки та аналізувати результати. Вони також можуть мати вбудовані шаблони та функції, які спрощують введення даних та виконання певних операцій.

4. Можливість автоматизації процесу: Пакети прикладних програм дозволяють автоматизувати деякі етапи розв'язання планіметричних задач. Наприклад, вони можуть мати вбудовані алгоритми для пошуку перетину ліній, обчислення площі фігур, побудови графіків тощо. Це дозволяє значно зекономити час та зусилля при розв'язанні складних задач.

Таким чином, пакети прикладних програм значно полегшують та прискорюють процес розв'язання планіметричних задач, забезпечуючи точність обчислень, графічне представлення результатів, зручність використання та можливість автоматизації процесу. Використання даних програм дозволяє зручно та швидко розв'язувати планіметричні задачі, зменшуючи ймовірність помилок та спрощуючи обчислення.

Розв'язування планіметричних задач у школі сприяє формуванню інформаційної компетентності учнів. Під час розв'язування таких задач, учні зазвичай збирають, аналізують та інтерпретують інформацію, яка надається у завданні. Вони можуть використовувати геометричні та алгебраїчні методи для знаходження розв'язку, а також використовувати різні джерела інформації,

наприклад, підручники, довідники або Інтернет, для отримання додаткових даних або розширення своїх знань про геометрію. У процесі розв'язування планіметричних задач учні також можуть вчитися формулювати свої думки, аргументувати свої висновки та комунікувати свої ідеї з іншими. Всі ці навички є складовою частиною інформаційної компетентності, яка є важливою для успішного функціонування в сучасному інформаційному суспільстві.

## **1.2 Формування математичних компетентностей за допомогою планіметричних задач**

### **1.2.1. Планіметричні задачі та їх важливість у математичному навчанні.**

Планіметрія - це галузь геометрії, яка вивчає вимірювання площин та фігур. Незважаючи на те, що ця галузь математики може здатися дещо віддаленою або архаїчною, вона залишається дуже актуальною і важливою в сучасному світі. Наприклад, в інженерії та архітектурі, вимірювання площин і фігур є ключовим етапом проектування будівель, інфраструктури і транспортних систем. В медицині вимірювання площі органів і тканин є важливими для точної діагностики та планування хірургічних втручань [14]. У геодезії та картографії планіметрія є фундаментальним аспектом створення карт і географічних інформаційних систем.

Загалом планіметрія залишається важливою галуззю математики, яка надає можливість точно досліджувати плоскі фігури, що важливо в багатьох сферах діяльності і допомагає зробити точні обчислення та приймати обґрунтовані рішення.

Планіметричні задачі - це математичні завдання, які стосуються вимірювання та обчислення плоских геометричних фігур. Ці завдання зазвичай вирішуються в двовимірному просторі та включають в себе різні геометричні об'єкти, такі як прямокутники, трикутники, круги та інші фігури [11].

Такий підхід важливий в математичному навчанні, оскільки розвиваються різні навички, такі як вміння працювати з геометричними концепціями, аналізувати та розв'язувати складні задачі, розвивати креативне та логічне мислення.

Планіметричні задачі в математичному навчанні відіграють значущу роль, оскільки сприяють розвитку ключових навичок і розумінню геометричних концепцій. Важливість цих задач полягає в наступному:

- Розвиток просторового мислення дає розуміти і візуалізувати геометричні об'єкти в просторі. Це розвиває просторову уяву і допомагає в майбутньому при вирішенні різних завдань.
- Розвиток аналітичних навичок дозволяє розробляти логічні алгоритми для вирішення. Учні вчаться розбирати складні задачі на окремі етапи і шукати рішення.
- Застосування математичних концепцій, таких як обчислення площ, визначення кутів та робота з відомими геометричними фігурами. Це допомагає закріпити та поглибити знання.
- Планіметричні задачі можуть бути моделлю для реальних ситуацій. Вони надають можливість застосовувати математику у практичних сферах, таких як архітектура, інженерія, геодезія тощо.
- Розвиток креативності, адже задачі можуть мати декілька шляхів рішення. Це стимулює учнів розвивати творчий підхід до вирішення завдань.

Усі ці фактори роблять планіметричні задачі важливою складовою математичного навчання, сприяють загальному розвитку учнів і підготовці до вирішення більш складних математичних проблем у майбутньому.

Планіметричні задачі мають важливе значення у навчанні математики в сучасних школах. Останнім часом освітній процес перейшов від парадигми засвоєння знань до парадигми розвитку компетентностей. Однією з ключових



компетентностей є математична компетентність, і її формування залежить від розв'язування якісних задач.

Планіметричні задачі відзначаються тим, що їх розв'язання передбачає не лише проведення обчислень, але і вміння проводити логічні розмірковування. Це важливо для розвитку критичного мислення учнів та їх здатності аналізувати складні математичні поняття та відношення між ними.

Розв'язування таких завдань допомагає учням формувати абстрактне мислення та розвивати вміння виявляти причинно-наслідкові зв'язки. Це важливо для їх розвитку як математиків та науковців у майбутньому.

Якісні задачі, які можуть мати навіть формальні відповіді, допомагають виявити глибину та рівень засвоєння матеріалу учнями. Вони дозволяють перевірити, чи здатні учні застосовувати теоретичні знання на практиці та аналізувати складні математичні концепції.

Таким чином, планіметричні задачі важливі для навчання математики, оскільки вони сприяють розвитку математичної компетентності учнів та розвивають їхні аналітичні та логічні навички. Розв'язування таких задач стимулює критичне мислення та підготовлює учнів до подальших викликів математичної науки.

### **1.2.2. Класифікація планіметричних задач.**

Планіметричні задачі є невід'ємною частиною математичного навчання і розвитку геометричних навичок. Вони дозволяють учням застосовувати теоретичні знання та геометричні поняття для розв'язання практичних завдань, що мають велике значення не лише у шкільному навчанні, але й у реальному житті. Однак важливо враховувати, що планіметричні задачі різних типів можуть варіюватися за складністю та характером.

1. Задачі на обчислення площ поверхонь включають в себе розрахунок площі геометричних фігур, таких як прямокутники, трикутники, круги, сектори та інші. Вони можуть бути відносно простими, якщо учні знають

відповідні формули та методи розрахунку. Але вони одночасно і складні, коли потрібно обчислити площу складних фігур або вирішити задачі на взаємозв'язок різних геометричних об'єктів.

2. Задачі на побудову геометричних фігур з заданими параметрами, допомагають розвивати навички побудови геометричних фігур, а також розуміння принципів геометричної конструкції.
3. Задачі на визначення відстаней та кутів, де учні повинні визначити відстані між точками, кути між прямими або розташування точок у просторі. Такі задачі включають в себе застосування геометричних понять та тригонометричних методів для визначення відстаней та кутів між об'єктами.
4. В задачах на аналітичну геометрію використовують координати точок на площині або в просторі для розв'язання геометричних завдань (визначення рівнянь ліній, відстаней, кутів тощо), використовуючи аналітичні методи.
5. Задачі на застосування геометричних концепцій у практичних ситуаціях моделюють реальні ситуації, де учні повинні застосовувати геометричні принципи для розв'язання конкретних завдань (вимірювання відстаней на карті, розрахунок площі ділянки землі, визначення відстані між точками на плані тощо).

З розвитком навичок у розв'язанні різних видів планіметричних задач учні розширюють свої математичні знання, розвивають креативність та критичне мислення, і готуються до застосування цих навичок в реальних життєвих ситуаціях. Таким чином, різні типи та рівні складності планіметричних задач важливі для формування математичної компетентності.

### **1.2.3. Методи та стратегії розв'язання планіметричних задач.**

Математичні задачі, зокрема планіметричні, завжди стояли перед учнями та вчителями як важливий інструмент для розвитку математичних

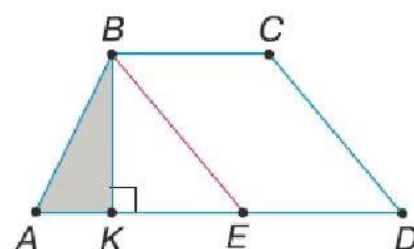
навичок і логічного мислення. Розглянемо різні методи та стратегії розв'язання планіметричних задач і їх важливість у навчанні математиці.

Метод використання властивостей допоміжних трикутників передбачає розгляд певних допоміжних трикутників, створених на основі геометричної фігури, що вивчається. Властивості цих трикутників можуть допомогти визначити відстані, кути або інші параметри геометричної фігури [10].

Варто спочатку ідентифікувати всі можливі трикутники, створені в задачі, і визначити їх властивості. За допомогою властивостей цих трикутників обчислюються необхідні параметри фігури.

**Задача.** Знайдіть висоту трапеції, якщо її основи дорівнюють  $a$  і  $c$  ( $a > c$ ), а прилеглі до основи  $a$  кути дорівнюють  $\alpha$  і  $\beta$ .

**Розв'язання.** Нехай  $ABCD$  – трапеція з основами  $AD = a$ ,  $BC = c$  і  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle D = \beta$  (мал. 13). Проведемо пряму  $BE \parallel CD$ . У  $\triangle ABE$   $AE = a - c$ ,  $\angle BAE = \alpha$ ,  $\angle BEA = \angle CDA = \beta$ .



Мал. 13

За теоремою синусів знаходимо  $AB$ : 
$$\frac{AB}{\sin \beta} = \frac{AE}{\sin(180^\circ - (\alpha + \beta))},$$

звідки 
$$AB = \frac{(a - c) \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}. \quad (1)$$

Проведемо висоту  $BK$  трапеції.  $\triangle ABK$  – прямокутний.

Тоді 
$$BK = AB \cdot \sin \alpha. \quad (2)$$

Підставивши рівність (1) у (2), дістанемо: 
$$BK = \frac{(a - c) \sin \beta \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

Рис.1.1. Приклад розв'язання задачі методом використання властивостей допоміжних трикутників

Метод подібності полягає у використанні подібності між геометричними фігурами. Якщо дві фігури подібні, то співвідношення між відстанями та довжинами сторін залишається сталим.

Метод подібності в математиці використовується для розв'язання задач, які мають однакову форму, але різні масштаби. Він базується на властивостях

подібних фігур та дозволяє знаходити відношення між величинами у подібних фігурах. Метод подібності застосовується у геометрії, фізиці, інженерії та інших науках для розв'язання задач, пов'язаних зі зміною масштабу об'єктів.

Стратегія розв'язання: Знайти подібні трикутники чи геометричні фігури в задачі. Потім необхідно визначити відомі величини та використати правила подібності для знаходження невідомих параметрів.

Метод подібності часто застосовують у розв'язуванні задач на побудову.

**Задача.** Побудуйте трикутник за двома кутами  $A$  і  $C$  та висотою  $h$ , проведеною з вершини кута  $B$ .

**Розв'язання.** Знаючи кути  $A$  і  $C$ , спочатку будемо який-небудь трикутник  $A_1BC_1$ , подібний шуканому, взявши довільно відрізок  $A_1C_1$  (мал. 16). Потім будемо висоту  $BD_1$  цього трикутника. На промені  $BD_1$  відкладаємо відрізок  $BD = h$  і через точку  $D$  проводимо  $AC \parallel A_1C_1$ .  $\triangle ABC$  – шуканий.

Справді,  $AC \parallel A_1C_1$ , тому  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle C = \angle C_1$  і, отже, два кути трикутника  $ABC$  дорівнюють даним кутам. За побудовою, висота  $BD = h$ . Таким чином, побудований трикутник  $ABC$  задовольняє всі вимоги задачі.

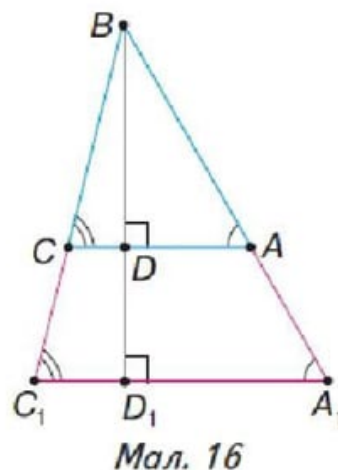


Рис.1.2. Приклад розв'язання задачі методом подібності

Метод геометричних місць - це математичний метод, що використовується для знаходження множини точок, які задовольняють певну геометричну умову. Цей метод застосовується в різних галузях математики, таких як геометрія, алгебра, топологія та інші. Геометричні місця можуть бути лініями, кривими, поверхнями або іншими геометричними об'єктами, які відповідають певним умовам.

Метод геометричних місць ґрунтується на використанні геометричних місць точок, які задовольняють певним умовам. Геометричні місця можуть бути колами, прямими, параболою тощо. Щоб вирішити таку задачу потрібно

визначити, які точки належать до геометричних місць, заданих у завданні. Варто використати властивості цих місць для знаходження потрібних параметрів фігури.

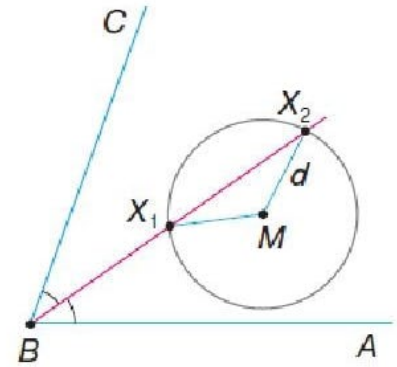
**Задача.** Побудуйте точку в середині кута  $ABC$ , яка рівновіддалена від його сторін і розміщується на відстані  $d$  від точки  $M$ .

**Розв'язання.**

**Аналіз** (мал. 17). Шукана точка  $X$  має задовольняти дві вимоги:

- 1) бути рівновіддаленою від сторін  $\angle ABC$ ;
- 2) лежати на відстані  $d$  від точки  $M$ .

Геометричним місцем точок, що задовольняють першу вимогу, є бісектриса  $\angle ABC$ , а геометричним місцем точок, що задовольняють другу вимогу, є коло з центром  $M$  і радіусом  $d$ . Шукана точка  $X$  лежить на перетині цих геометричних місць.



Мал. 17

**Побудова.** Будуємо: бісектрису  $\angle ABC$ ; коло з центром  $M$  і радіусом  $d$ ;  $X$  – точку перетину бісектриси і кола. Таких точок може бути або дві –  $X_1$  і  $X_2$  (мал. 17), або одна, або жодної.

Рис.1.3. Приклад розв'язання задачі методом геометричних місць

Метод координат передбачає використання координатної системи для опису розташування точок та розв'язання планіметричних задач. Точки на площині представляються координатами  $(x, y)$ . Призначаються координати точкам, які відомі у завданні, та використовуються геометричні відношення та рівняння, щоб знайти координати інших точок чи параметри фігури.

**Задача.** Доведіть, що коли в паралелограма діагоналі рівні, то він — прямокутник.

**Розв'язання.** *Перший крок.* Записуємо задачу мовою координат. Розміщуємо систему координат відносно паралелограма так, щоб його вершини мали координати:  $A(0; 0)$ ,  $B(b; c)$ ,  $C(a + b; c)$ ,  $D(a; 0)$  (мал. 18).

За умовою  $AC = BD$ . Подаємо відстані між точками  $A$  і  $C$ ,  $B$  і  $D$  через їх координати:

$$\sqrt{(a+b-0)^2 + (c-0)^2} = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2},$$

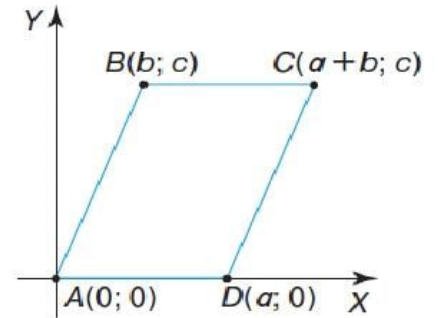
$$(a+b)^2 + c^2 = (a-b)^2 + c^2.$$

*Другий крок.* Перетворюємо одержану рівність:

$$a^2 + 2ab + b^2 + c^2 = a^2 - 2ab + b^2 + c^2,$$

звідси  $4ab = 0$ .

*Третій крок.* З останньої рівності випливає: оскільки  $a > 0$ , то  $b = 0$ . Це означає, що точка  $B(b; c)$  лежить на осі  $OY$ . Тому кут  $BAD$  прямий, а звідси паралелограм  $ABCD$  — прямокутник.



Мал. 18

Рис.1.4. Приклад розв'язання задачі методом координат

Алгебраїчний метод передбачає використання алгебраїчних рівнянь та систем рівнянь для розв'язання планіметричних задач. Вирази і рівняння будуються на основі геометричних умов.

**Задача.** Периметр ромба дорівнює  $2p$ , сума його діагоналей  $m$ . Знайдіть площу ромба.

**Розв'язання.** Позначимо діагоналі ромба через  $x$  і  $y$  (мал. 19). Тоді, за умовою задачі, матимемо:  $x + y = m$ .

З прямокутного трикутника  $AOD$ :  $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2$ , оскільки сторона ромба дорівнює одній четвертій його периметра,  $a = \frac{2p}{4} = \frac{p}{2}$ . Помноживши обидві

частини другого рівняння на 4, дістанемо систему рівнянь:

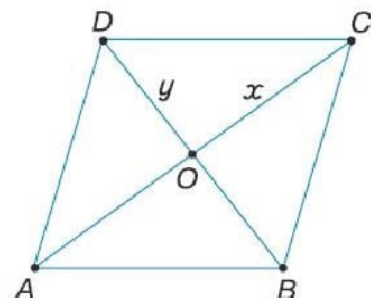
$$\begin{cases} x + y = m, \\ x^2 + y^2 = p^2. \end{cases}$$

З цієї системи рівнянь визначимо добуток  $xy$ . Для цього піднесемо перше рівняння до квадрата і віднімемо від нього друге рівняння, матимемо:

$$2xy = m^2 - p^2, \text{ звідки } xy = \frac{m^2 - p^2}{2}.$$

Площа ромба дорівнює половині добутку діа-

$$\text{гоналей, отже, } S = \frac{1}{2} xy = \frac{m^2 - p^2}{4}.$$



Мал. 19

Рис.1.5. Приклад розв'язання задачі алгебраїчного методу

Метод векторів - це математичний метод, який використовує вектори для вирішення різних завдань у геометрії, фізиці, інженерії та інших науках. Вектор - це математичний об'єкт, який характеризує напрямок і величину переміщення, швидкості, сили тощо. Метод векторів дозволяє вирішувати задачі, пов'язані з рухом тіл, силою тяжіння, електромагнітними полями та іншими фізичними явищами, використовуючи властивості векторів та їх операції.

Векторний метод передбачає використання векторів для опису руху та розташування точок на площині. Вектори представляють напрям та величину руху. Варто використати вектори для опису руху точок, щоб знайти їхнє розташування та відстані на площині. Векторні операції можуть бути корисними для розв'язання задач.

**Задача.** Доведіть, що середня лінія трикутника паралельна стороні й дорівнює її половині.

**Розв'язання.** Нехай  $EF$  – середня лінія трикутника  $ABC$  (мал. 20). Доведемо, що  $EF \parallel AC$  і  $EF = \frac{1}{2} AC$ .

*Перший крок.* Сформулюємо вимогу задачі мовою векторів: позначимо на малюнку вектори  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BF}$ ,  $\vec{BC}$ ,  $\vec{AC}$  і  $\vec{EF}$ .

Тоді вимогу задачі запишемо так:  $\vec{EF} = \frac{1}{2} \vec{AC}$ .

*Другий крок.* За правилом трикутника,  $\vec{EF} = \vec{EB} + \vec{BF}$ .

Перетворимо цю векторну рівність, враховуючи, що

$$\vec{EB} = \frac{1}{2} \vec{AB}, \quad \vec{BF} = \frac{1}{2} \vec{BC} \quad \text{і} \quad \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}.$$

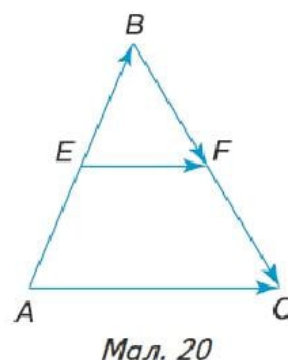
Дістанемо:

$$\vec{EF} = \vec{EB} + \vec{BF} = \frac{1}{2} \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{BC} = \frac{1}{2} (\vec{AB} + \vec{BC}) = \frac{1}{2} \vec{AC}.$$

*Третій крок.* З останньої векторної рівності  $\vec{EF} = \frac{1}{2} \vec{AC}$  випливає:

1) вектори  $\vec{EF}$  і  $\vec{AC}$  колінеарні і, отже, відрізки  $EF$  і  $AC$  паралельні;

2)  $|\vec{EF}| = \frac{1}{2} |\vec{AC}|$ , або  $EF = \frac{1}{2} AC$ .



Мал. 20

Рис.1.6. Приклад розв'язання задачі методом векторів

Залежно від складності та характеру задачі, можна обирати відповідний метод розв'язання та використовувати відомості про геометричні відношення, подібність, координати, алгебраїчні рівняння, геометричні місця або вектори для досягнення правильного відповіді. Вони дозволяють краще розуміти геометричні концепції і навички, які можуть бути корисні в різних сферах життя. Вивчення цих методів сприяє покращенню логічного мислення та аналітичних здібностей. Важливо, щоб учні засвоїли різні підходи до розв'язання задач і були здатні застосовувати їх в практичних ситуаціях. Такий навчальний підхід допомагає створити основу для подальшого вивчення математики та розвитку креативного мислення.

### **1.3. Використання пакетів прикладних програм у навчальному процесі.**

#### **1.3.1. Роль комп'ютерних технологій у навчанні математики**

Використання пакетів прикладних програм (ППП) у навчальному процесі є необхідною та важливою складовою сучасної освіти, особливо в підготовці майбутніх учителів математики, фізики та інформатики. Технологічний компонент навчання включає в себе використання різних програмних засобів та ППП, які допомагають учням ефективно опановувати матеріал, розв'язувати задачі та виконувати наукові дослідження. Важливою рисою використання ППП є їх можливість поєднувати традиційні методи навчання зі сучасними технологіями, створюючи таким чином динамічну та інтерактивну навчальну атмосферу [36].

ППП дозволяють спрощувати складні математичні розрахунки та моделювати графіки та процеси, що допомагає краще розуміти математичні концепції. Вони також забезпечують можливість самостійної роботи з різноманітними інформаційними джерелами, включаючи підручники, електронні ресурси та Інтернет. Учні можуть вивчати матеріал у вигляді текстів, графіків, анімацій та інтерактивних вправ.



Використання ППП також розвиває навички роботи з програмним забезпеченням загального призначення, включаючи пакети для обробки текстів, електронних таблиць, графічних редакторів і багато інших. Важливо, щоб школярі освоїли алгоритмізацію та вміння вирішувати математичні задачі з використанням комп'ютера як інструмента.

Загалом, використання ППП в навчальному процесі надає учням можливість розвивати компетенції в сфері інформатики, математики та фізики, що є надзвичайно важливими в навчанні математики. Такий підхід сприяє засвоєнню матеріалу, розвитку аналітичних навичок і готовності до використання сучасних технологій у навчальному процесі та під час самоосвіти.

Інтерес до вивчення предмету багато в чому залежить від того, як проходять уроки. Застосування комп'ютерної техніки на уроках дозволяє зробити урок нетрадиційним, яскравим, насиченим, наповнюючи його зміст знаннями з інших наочних областей, що перетворюють математику з об'єкту вивчення в засіб отримання нових знань. При цьому комп'ютер не замінює вчителя, а тільки доповнює його [1].

Роль комп'ютерних технологій у навчанні математики стає все більш суттєвою в сучасному освітньому процесі. Інформаційна технологія навчання перетворює спосіб передачі знань та розвитку навичок у навчальних закладах. Ця педагогічна технологія стає ключовою у формуванні сучасного підходу до навчання, зокрема у предметі математика.

Спрощення доступу до інформації та індивідуалізація навчання – основні переваги інформаційних технологій. Комп'ютер стає не лише інструментом для навчання, але й джерелом цікавої інтерактивної інформації, що сприяє більш якісному засвоєнню матеріалу та розвитку креативних здібностей учнів.

Інформаційні технології в контексті математичної освіти дозволяють вчителям та учням досягати ряду важливих цілей. Вони сприяють розвитку міжпредметних зв'язків між математикою та інформатикою, формують

комп'ютерну грамотність учнів та розвивають навички самостійної роботи. Зокрема, індивідуалізуючи підхід до навчання, інформаційні технології допомагають кожному учневі навчатися у власному темпі та відповідно до своїх можливостей[4].

Комп'ютери також сприяють розвитку творчих та дослідницьких здібностей учнів. Вони дозволяють створювати і вирішувати цікаві математичні завдання, експериментувати з геометричними фігурами, моделювати складні математичні процеси та досліджувати різні математичні теорії.

Навчання з використанням комп'ютерів допомагає учням розвивати компетентність в інформатиці та математиці, що важливо для підготовки майбутніх спеціалістів. Інформаційні технології роблять навчання цікавим і доступним, розкриваючи двері до світових знань та розвиваючи творчі здібності учнів.

Ураховуючи вимоги сучасного світу, вчителі та освітні заклади мають обов'язок використовувати комп'ютерні технології в навчанні математики. Це допомагає створити гармонійне поєднання традиційних методів навчання та інноваційних підходів, що веде до покращення якості освіти та підготовки компетентних громадян. Навчання з використанням комп'ютерних технологій - це не просто мода, це важлива складова сучасного освітнього процесу, що розширює можливості учнів та підвищує їхню активність і інтерес до математики.

### **1.3.2. Переваги, недоліки та можливості пакетів прикладних програм для розв'язування планіметричних задач**

Сучасний світ надзвичайно об'єктивно і динамічно змінюється, особливо в контексті освіти та використання комп'ютерних технологій в ній. Педагогічні та навчальні системи стрімко розвиваються для того, щоб забезпечити студентів і учнів найкращими можливостями навчання та розвитку. У цьому контексті пакети прикладних програм стають цінними інструментами для

розв'язання планіметричних задач, а також навчання математики та геометрії. Вони можуть мати багато переваг та можливостей для навчання та розв'язання геометричних задач.

Таблиця 1.3 Характеристика пакетів прикладних програм

Переваги	Можливості	Недоліки
Візуалізація.	Розгляд графічного представлення фігур та швидке спостереження змін при зміні параметрів.	Зменшення аналітичних навичок.
Розрахунки і моделювання.	Розв'язання складних геометричних задач, побудова графіків функцій та геометричних фігур, розрахунок площ і об'ємів фігур.	Потребує певного рівня обізнаності з пакетами прикладних програм.
Різні методи і стратегії.	Перевірка розрахунків за допомогою інструментів, порівняння різних методів підходу до задачі	Вимагає часу на навчання користуванню.
Математичні функції і інструменти.	Створення математичних формул, графіків і таблиць, і обчислення числових значень.	Потребує обслуговування та оновлення.
Інтуїтивне середовище	Легке та зрозуміле середовище для роботи, інтуїтивний доступ до математичних функцій та інструментів	—

Аналізуючи дані таблиці щодо пакетів прикладних програм для розв'язання планіметричних задач, можна побачити, що ці інструменти мають значний потенціал у навчальному процесі. Вони сприяють візуалізації та розрахункам, надають можливість використовувати різні методи та стратегії, а також розвивають інтуїтивне розуміння математичних концепцій. Однак, важливо пам'ятати, що вони не є універсальним рішенням, і вони також мають свої недоліки, такі як залежність від візуальності та потребу у підтримці та оновленнях.

Таким чином, використання пакетів прикладних програм у навчанні математики та геометрії може бути дуже корисним, але воно повинно бути доповнене аналітичним мисленням та іншими педагогічними методами. Їх усвідомлене та інтегроване використання може покращити якість навчання та допомогти учням краще розуміти складні математичні концепції.

### **1.3.3. Популярні пакети прикладних програм для математичного моделювання та розв'язання планіметричних задач**

Мета використання пакетів прикладних програм полягає у тому, щоб:

- розширити межі творчої діяльності як учнів, так і вчителів;
- усвідомити ефективність використання прикладних програм;
- навчити учнів самостійно використовувати дослідницьку діяльність під час розв'язування різноманітних завдань.

Основне завдання прикладних програм полягає у тому, щоб за допомогою їх розв'язувати задачі у конкретній предметній галузі, у нашому випадку це математична галузь.

Виділяють основні групи прикладних програм:

- текстові редактори та процеси;
- електронні таблиці;
- бази даних;

- навчальні програми;
- мультимедійні системи;
- графічні пакети;
- системи штучного інтелекту.

У кожній групі є безліч програм, що відрізняються особливостями використання та можливостями використання.

У сфері математичного моделювання та розв'язання планіметричних задач існують численні популярні пакети прикладних програм, які надають інструменти для вирішення різноманітних завдань. Ось декілька з них:

1. Matlab - це потужний пакет для чисельних обчислень та математичного моделювання. Він надає засоби для вирішення різних математичних задач, включаючи планіметричні.

Основою системи MatLab (Matrix Laboratory - Матрична лабораторія) є принцип розширюваності, що дозволяє адаптувати систему під потреби користувача. Згідно з цим принципом, користувач може створювати практично необмежену кількість власних функцій і алгоритмів для вирішення різних завдань.

MatLab використовується на уроках математики для демонстрації та візуалізації математичних концепцій, розв'язання складних математичних задач, аналізу даних та побудови графіків. Використання MatLab допомагає учням краще зрозуміти математичні концепції шляхом інтерактивних обчислень та візуалізації результатів. Також, MatLab може бути використаний для проведення досліджень та вирішення складних завдань, що допомагає учням розвивати навички проблемного мислення та аналітичного мислення.

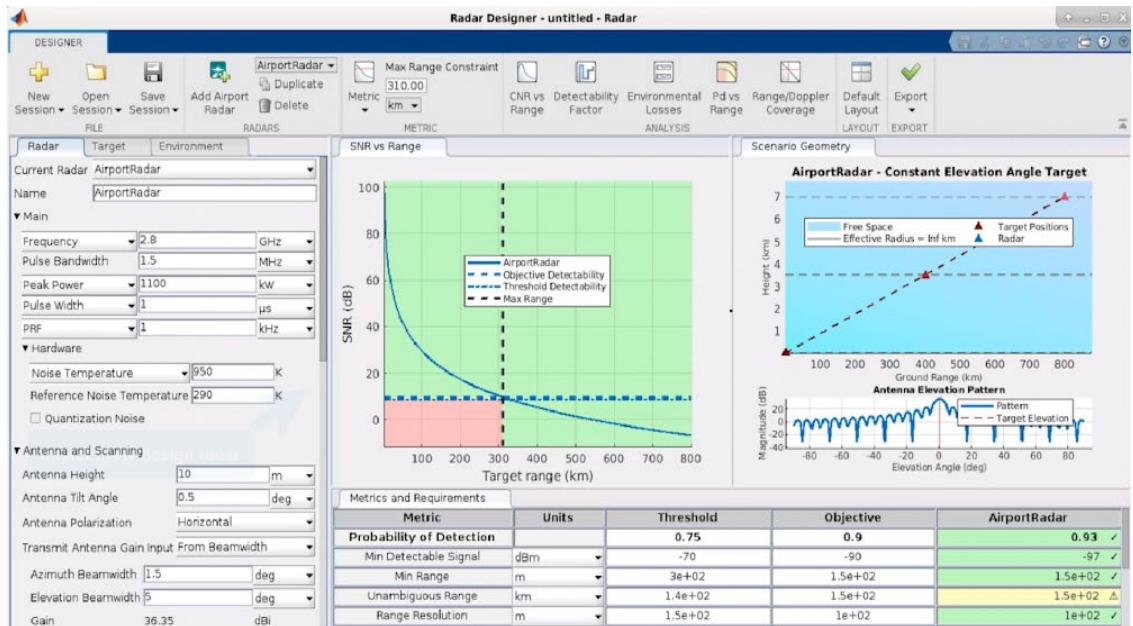


Рис.1.7. Інтерфейс «Matlab»

2. Mathematica - інтерактивна система обчислення та математичного моделювання, яка дозволяє вам вирішувати складні математичні задачі та створювати власні програми.

Система Mathematica має у своєму розпорядженні багато сотень символічних математичних команд і може генерувати високоякісні графіки. Однак робота з цією системою може бути менш очевидною, ніж з іншими математичними системами. Вона спрямована на вирішення складних математичних і науково-технічних задач.

Mathematica дозволяє спрощувати алгебраїчні вирази, проводити диференціювання, обчислювати визначені та невизначені інтеграли й розв'язувати алгебраїчні та диференціальні рівняння та системи рівнянь. Використовуючи чисельні методи (тобто наближені методи),

Mathematica розв'язує завдання, які не можуть бути розв'язані аналітично. Вона також допомагає розв'язувати задачі оптимізації, включаючи лінійне програмування, а також задачі математичної статистики.

Mathematica об'єднує чисельні та символічні можливості з потужними графічними можливостями, включаючи анімацію. Вона також має вбудовану мову програмування і засоби для створення гіпертекстових зв'язків між

документами. Це робить її привабливою як для наукових та практичних досліджень, так і для навчання студентів.

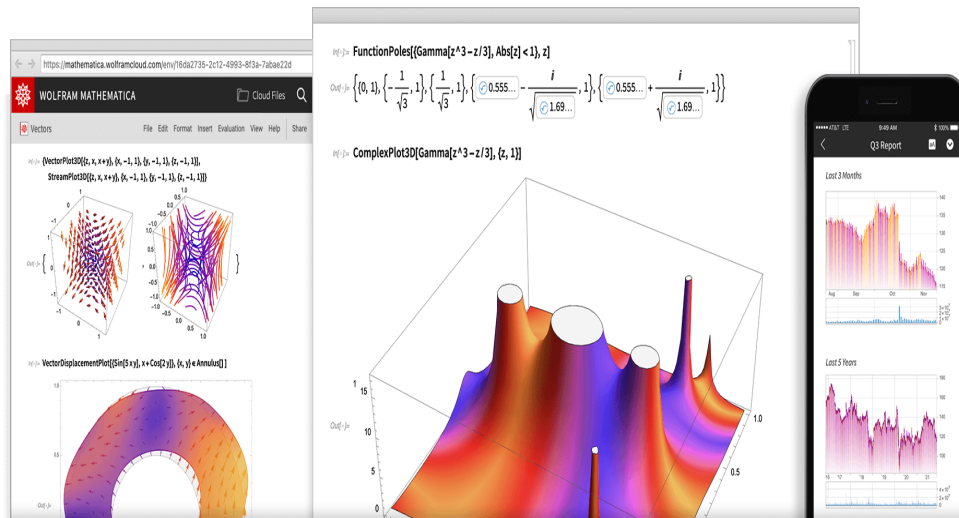


Рис.1.8. Вигляд системи «Mathematica»

Система Mathematica має у своєму розпорядженні безліч математичних команд і може генерувати високоякісні графіки. Вона спрямована на вирішення складних математичних і науково-технічних задач.

Mathematica дозволяє спрощувати алгебраїчні вирази, проводити диференціювання, обчислювати визначені та невизначені інтеграли й розв'язувати алгебраїчні та диференціальні рівняння та системи рівнянь. Використовуючи чисельні методи (тобто наближені методи), Mathematica розв'язує завдання, які не можуть бути розв'язані аналітично. Вона також допомагає розв'язувати задачі оптимізації, включаючи лінійне програмування, а також задачі математичної статистики.

Mathematica об'єднує чисельні і символні можливості з потужними графічними можливостями, включаючи анімацію. Вона також має вбудовану мову програмування і засоби для створення гіпертекстових зв'язків між документами. Через це її використовують як для наукових та практичних досліджень, так і для навчання студентів та учнів [35].

Програмні продукти Microsoft (Excel, Word, Power Point, Access, Paint) можна використовувати для підвищення ефективності при вивченні математики.

3. Програму *Microsoft Excel* використовують на уроках математики для:
- створення, форматування та друку таблиць даних;
  - проведення розрахунків різної складності;
  - побудови та оформлення діаграм і графіків різних типів на основі складних табличних даних;
  - аналізу даних і побудови зведених таблиць і звітів;
  - упорядкування даних таблиць за різними ознаками;
  - пошуку та фільтрації даних;
  - створення та використання тестів для самоконтролю учнів (при введенні відповіді з'являється інформація про її правильність);
  - створення та використання дидактичних ігор на уроках;
  - створення та використання завдань на відповідність (коли кожному елементу лівого стовпця відповідає один або кілька елементів правого стовпця, а учням необхідно встановити ці залежності);
  - встановлення правильної послідовності: учню пропонується перелік дій у довільному порядку, а він повинен зліва від кожної дії поставити її порядковий номер.

Дана програма надає можливість учням розв'язувати різноманітні дослідницькі завдання. Наприклад, потрібно визначити увігнутість, опуклість кривих або визначити площу фігури тощо. Дана програма виконує безліч математичних функцій, за допомогою яких можна розв'язати різноманітні задачі на обчислення.



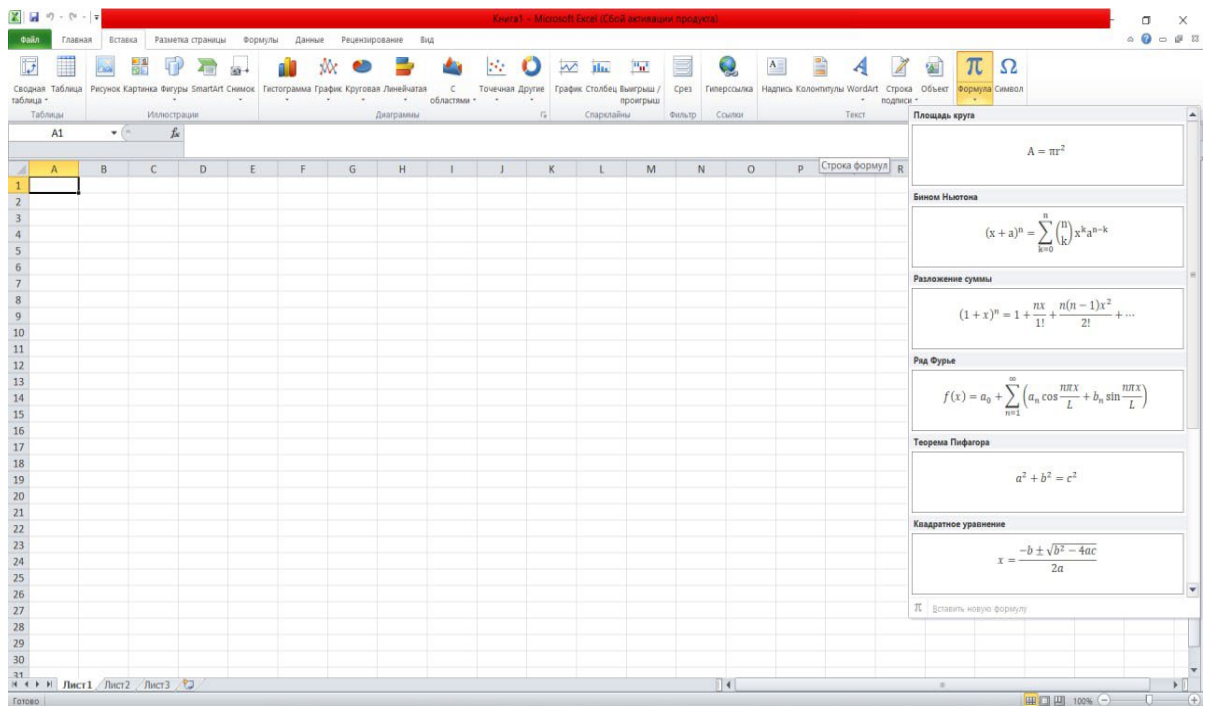


Рис. 1.9 Вигляд програми «Microsoft Excel»

4. Комп'ютерні презентації *Microsoft Power Point* можна використовувати з різними цілями та на різних етапах навчання:

- під час пояснення нової теми урок проходить у вигляді шкільної лекції, де учні не тільки слухають, продивляються інформацію на екранах, конспектують, а і відповідають на запитання, розв'язують задачі за наведеним зразком;
- для контролю набутих теоретичних знань: презентація містить запитання з наступною появою правильної відповіді (спочатку учень відповідає на запитання, а потім усі читають на екрані правильну відповідь).
- для індивідуальних завдань сильнішим учням: у позаурочний час учень, за бажанням, може підготувати презентацію на дану тему (наприклад, довідки з історії розвитку математики, про вчених-математиків тощо), а потім на уроці представити її іншим учням. Це спонукає учнів до пошуку потрібної інформації, а також сприяє розвитку творчого мислення, вміння правильно та стисло формулювати свої думки.

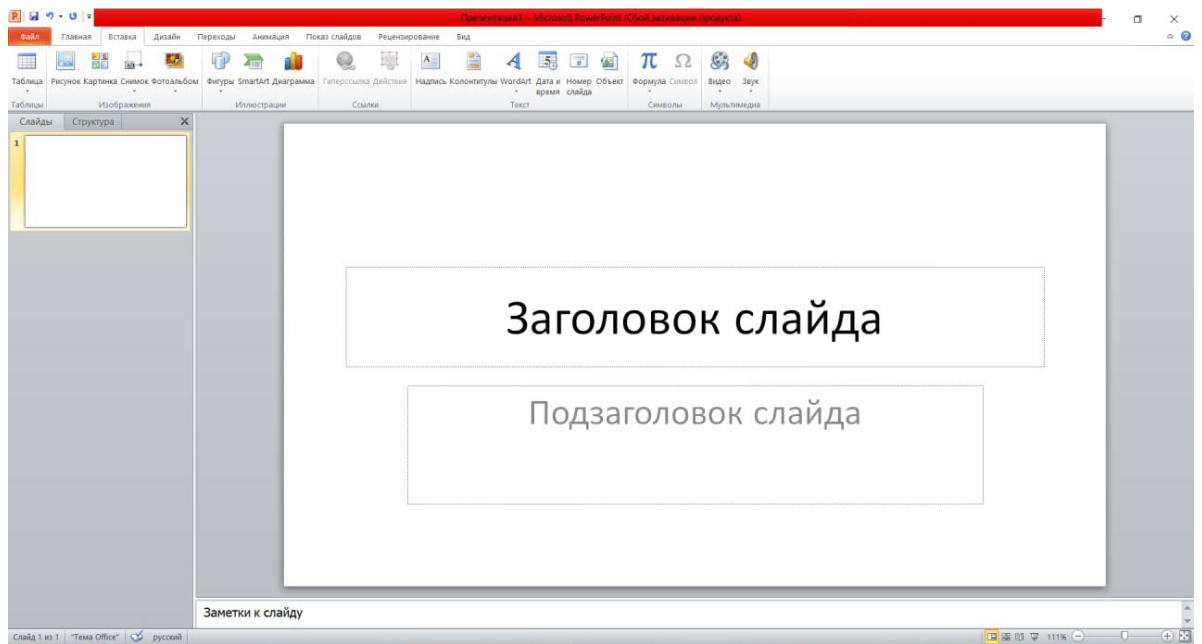


Рис. 1.10. Вигляд програми «Microsoft Power Point»

## 5. Програмний комплекс *GRAN*.

Програма *GRANI* призначена для аналізу функцій за допомогою графіки, і це пояснює її назву, яка скорочена від "G<sup>R</sup>aphic A<sup>N</sup>alysis" (графічний аналіз) [19].

Для коректної роботи програми, необхідно встановити її на жорсткий диск (вінчестер). Під час встановлення важливо забезпечити, щоб на диску присутні були файли *gran1.exe* і *gran1.lng*, які в сумі становлять приблизно 1 мегабайт, і бажано також мати файли допомоги *gran1.hlp* та *gran1.cnt*, загальний обсяг яких становить близько одного мегабайта.

Далі, вирази "вказати ім'я файлу", "звернутися до послуги" і т.п. вказують на необхідність встановити вказівник на імена файлів чи послуги, використовуючи для цього клавіші управління курсором або мишку, і натиснути клавішу *Enter* або ліву клавішу мишки.

Після запуску програми на екрані з'явиться зображення. У верхньому рядку екрана розташоване "головне меню", яке включає перелік "послуг", доступних при роботі з програмою. При виборі конкретного пункту головного меню, з'явиться список підпунктів (послуг) відповідного підменю.

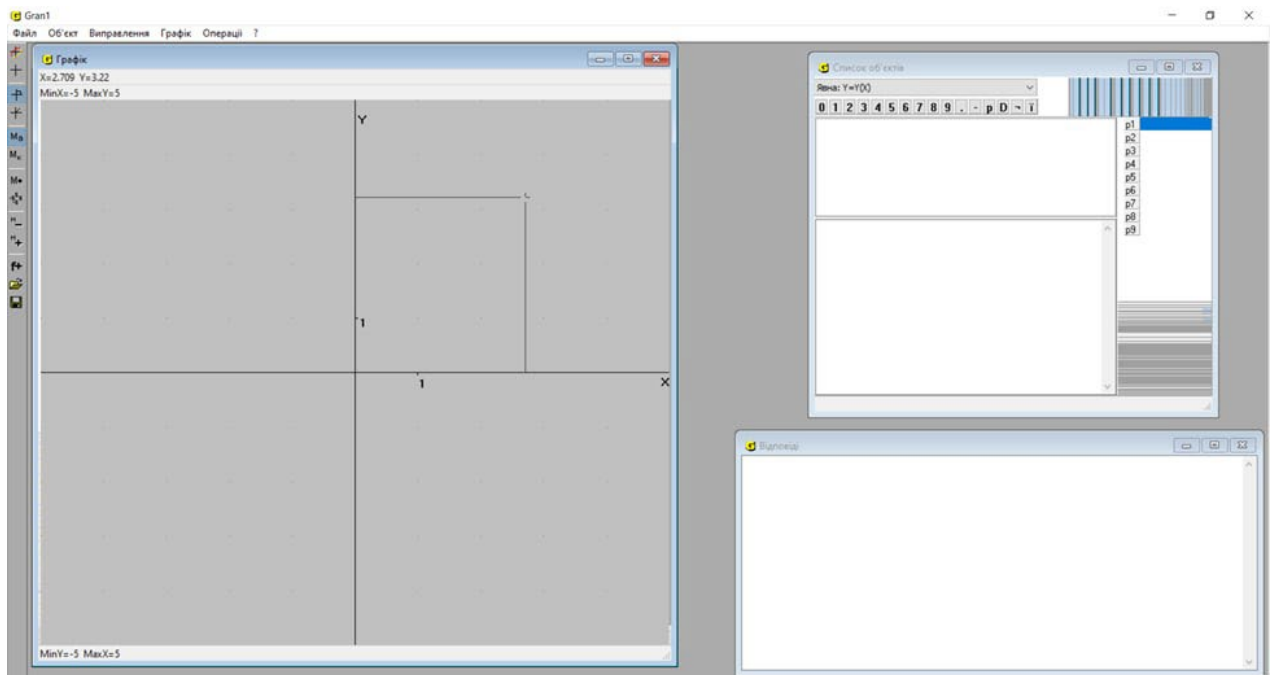


Рис. 1.11 Інтерфейс «GRAN1»

6. Програма *GRAN-2D* розроблена для візуального аналізу геометричних систем на площині, і пояснює її назву (G**RA**phic A**N**alysis 2-Dimension).

Після успішної установки програми у вибраній папці буде створено файл GRAN2D.EXE, який є основною програмою, а в додатковій вкладці «HELP» будуть створені файли допомоги. Після інсталяції програма GRAN-2D стане доступною в меню «Програми» під назвою «GRAN-2D», і ви також запустите її, натиснувши кнопку «Пуск».

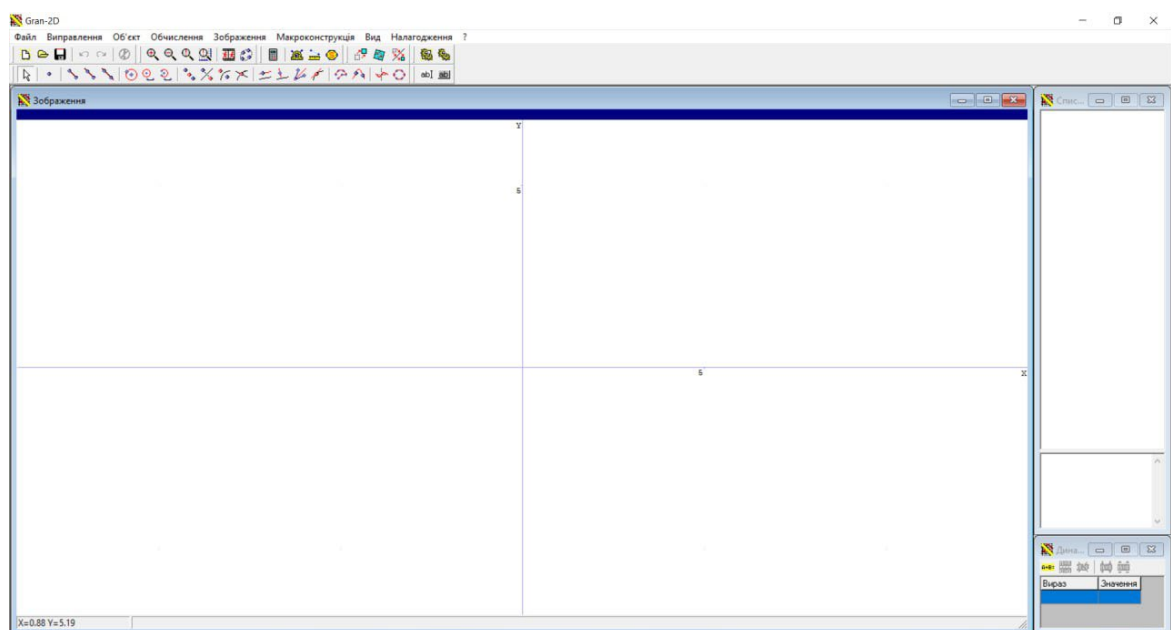


Рис. 1.12 Інтерфейс «GRAN-2D»

7. Програма *GRAN-3D* розроблена для візуального аналізу тривимірних об'єктів, і це пояснює її назву (GRaphic Analysis 3-Dimension).

Дана програма спроектована для використання в операційній системі Windows. Для її встановлення потрібно запустити файл SETUP.EXE з дистрибутивного диска, розмір якого становить близько 1,44 МБ, та відповісти на стандартні запити інсталятора, включаючи вказівку шляху для встановлення та інші параметри. Після успішного встановлення програми, в обраній папці буде створено файл GRAN3D.EXE, який є основною програмою, і в додатковій підпапці "HELP" буде створено файли допомоги.

Після встановлення, програма GRAN-3D буде доступна в меню "Програми" під назвою "GRAN-3D", і ви зможете запустити її, натиснувши кнопку "Пуск".

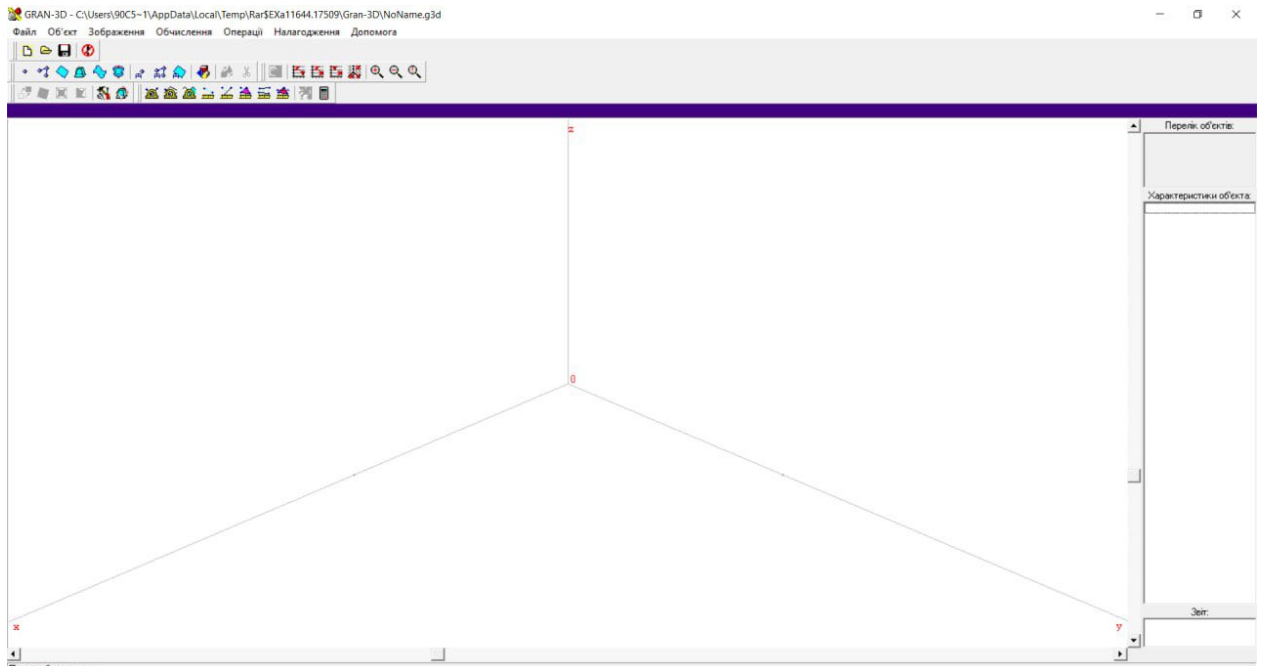


Рис. 1.13. Інтерфейс «GRAN-3D»

Даний комплекс програм досить простий у використанні, в ньому можна виконувати будь-які операції математичного змісту:

- Розгляд симетрії, паралельних перенесень та поворотів. Аналіз середини відрізка та відстані від точки до прямої.

- Побудова графіків функцій за різними методами та вивчення їх властивостей. Виконання перетворень графіків для знаходження точок перетину функцій.
- Розгляд композиції функцій.
- Вивчення обернених функцій та їх графіків.
- Використання графічного підходу для розв'язування рівнянь, систем рівнянь та нерівностей.
- Аналіз відображення на екрані комп'ютера та обґрунтування його вигляду.
- Знаходження кутів між заданими прямими, обчислення площі багатокутників та побудова прямих, паралельних або перпендикулярних до заданих.
- Визначення максимальних та мінімальних значень функції на заданій множині точок та аналіз точок максимуму та мінімуму.
- Побудова дотичних та січних до графіків функцій, обчислення площ фігур.
- Вивчення статистики, включаючи полігон частот, гістограму, середнє квадратичне відхилення та медіану.
- Побудова многогранників та їх перерізів, обчислення об'ємів многогранників.
- Вивчення залежності між графіками функції та її похідної на одній координатній площині на екрані комп'ютера та аналіз змін у проміжках зростання та спадання функції від знаку похідної.
- Виконання всебічного аналізу функції, використовуючи похідну, і створення графіка цієї функції у зошиті з подальшим порівнянням його з відображенням на екрані комп'ютера.

Завдяки цій програмі, учні можуть самостійно можуть перевіряти чи правильно виконали те, чи інше завдання.

8. Програму створення тестів *Test* та проведення тестування на уроках доцільно використовувати:

- на початковому етапі вивчення теми з метою самоконтролю, учні можуть знаходити правильні відповіді на тестові запитання у своїх конспектах або підручниках.
- під час самостійної роботи, в тестах надаються приклади та завдання, які учні вирішують у своїх зошитах і обирають правильні відповіді.
- в кінці вивчення теми, для перевірки теоретичних знань учнів, проводять контрольний тест (під час якого заборонено використовувати конспекти, підручники чи інші допоміжні матеріали).
- сильні учні можуть самостійно створювати тести до уроків з певних тем поза уроками.

Тестування, як інструмент педагогічної діагностики, дозволяє швидко та точно оцінювати рівень знань окремого учня, характеристики навчального процесу на різних рівнях, включаючи клас, групу, паралель, школу, місто та навіть країну. Тестові методики успішно застосовуються в багатьох країнах світу. Після впровадження незалежного зовнішнього оцінювання навчальних досягнень випускників загальноосвітніх навчальних закладів у 2007 році, вони стали ще більш актуальними. Систематична робота з комп'ютерними тестами має стати звичайною практикою для учнів, що підвищує їх шанси на успішне складання зовнішнього тестування.

Широке використання тестів під час навчання математики сприяє підвищенню ефективності навчально-виховного процесу. Це досягається завдяки створенню атмосфери довіри, відкритості та об'єктивності. Також це надає можливість для оперативного отримання зворотного зв'язку та корекції навчального процесу.

9. Система контролю та діагностики *TEST-W* призначена для оцінки знань шляхом комп'ютерного тестування і є ефективним інструментом для створення тестів з математики. Вихідний тест може містити будь-яку кількість питань (зазвичай рекомендується від 30 до 50 або більше).

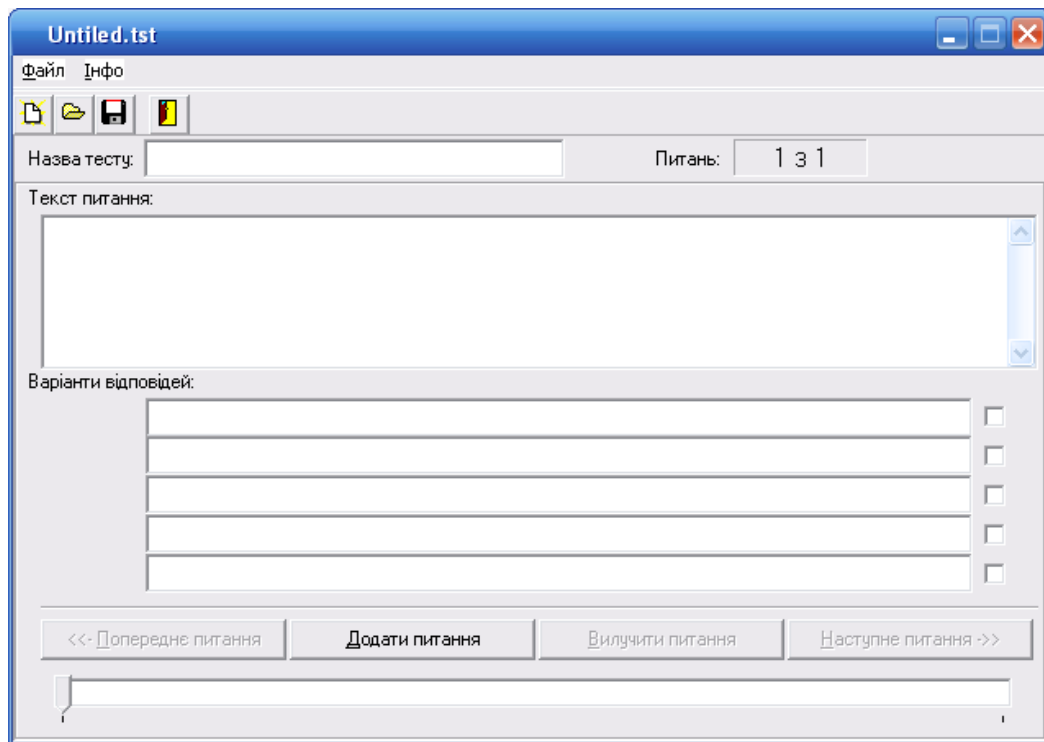


Рис. 1.14 Вигляд програми «TEST-W»

З вихідного тесту випадковим чином вибирається задана кількість питань (наприклад, 25). Таким чином, кожен учень отримує свій власний набір питань, відмінний від тих, що отримують сусіди. Це забезпечує індивідуалізацію та об'єктивність оцінки. Кожному питанню тесту надається 5 варіантів відповідей, серед яких може бути від однієї до трьох правильних. Учні потрібно вказати, які відповіді, на його думку, є правильними, і перейти до наступного питання. Час для відповіді на тест обмежений, і зазвичай рекомендується проводити тестування протягом 10-15 хвилин для 20-25 питань.

Наприклад, підготовка учня до державної підсумкової атестації з алгебри в 9-му класі являє собою чудовий момент для систематичної роботи з використанням тестів. Оскільки перша частина цього іспиту включає 12 тестових завдань, збірник завдань для державної підсумкової атестації з алгебри може бути використаний як основа для створення тестів у середовищі програми TEST. Під час виконання завдань учень переглядає завдання на екрані, виконує необхідні обчислення на папері або усно, обирає відповідь, яка, на його думку, є правильною, і в кінці отримує абсолютно об'єктивну

оцінку. Ця методика є дієвим засобом навчання з використанням тестових технологій.

Комп'ютерні програми використовуються як інструменти для проведення досліджень, візуального та цікавого подання інформації, перевірки знань, навичок та вмінь учнів в привабливій формі. Під час роботи з ними формуються інформаційні, комунікативні, співробітницькі та проблемні навички учнів [33].

10. *GeoGebra* – це математичне (геометричне) середовище, за допомогою якого можна створювати різноманітні креслення для використання в геометрії, алгебри. Дана програма постійно удосконалюється. Програму створив Маркус Хохенвартер.

Математичне середовище GeoGebra використовується у багатьох країнах світу. Завдяки цьому пакету створюються чіткі та якісні зображення різноманітних математичних об'єктів (формули, діаграми, фігури, які використовуються в геометрії, різноманітні графіки тощо).

Програма GeoGebra відзначається наступними характерними особливостями: можливість її використання як у навчальних закладах, так і вдома за різних умов, незалежно від технічних можливостей навчальних класів; сприяння швидшому та ефективнішому засвоєнню математичних знань і навичок, підвищення рівня запам'ятовування навчального матеріалу; можливість використання діяльнісного та евристичного підходу у навчанні, включаючи в себе елементи експерименту та дослідження; підвищення мотивації учнів, можливість створення творчих завдань і організації проєктної діяльності; а також про демонстрування ефективного використання сучасних технологій для моделювання та візуалізації математичних концепцій.



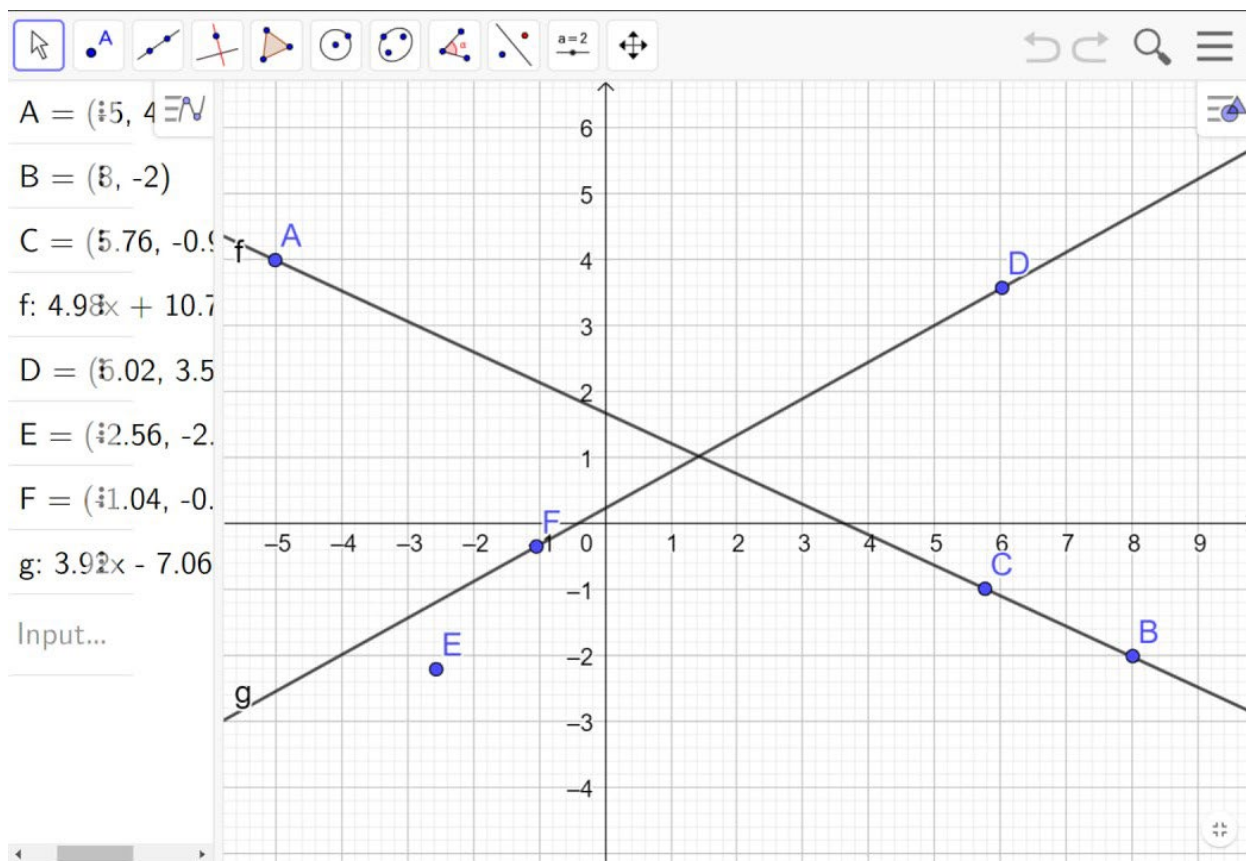


Рис. 1.15 Інтерфейс «GeoGebra»

Дана програма має великий спектр інструментів, які можна використати в алгебрі та геометрії:

- розрахунок значень виразів;
- спрощення дробово-раціональних виразів;
- розкладання многочленів на множники;
- розкладання чисел на їх прості множники;
- визначення найменшого спільного кратного (НСК) і найбільшого спільного дільника (НСД) для кількох чисел;
- побудова графіків функцій і рівнянь, що задаються аналітично;
- графічне вирішення рівнянь та систем рівнянь;
- знаходження точок перетину графіків двох функцій на заданому інтервалі;
- графічне вирішення нерівностей та систем нерівностей;
- побудова дотичних і нормалей до графіків функцій в заданих точках, разом зі знаходженням відповідних рівнянь;

- відслідковування графіка та створення таблиць значень;
- аналіз функцій на певних інтервалах (пошук максимальних та мінімальних значень, точок екстремуму, довжини ділянки кривої, коренів функцій, точок перегину для поліномів тощо);
- обчислення чисельних інтегралів та їх геометрична ілюстрація;
- визначення первісної та похідної функцій та побудова їх графіків.
- створення різноманітних геометричних об'єктів на площині, таких як точки, лінії, вектори, кути, бісектриси кутів, серединні перпендикуляри, паралельні та перпендикулярні лінії, кола (за центром і радіусом, за трьома точками), дуги кола та перетини кінцевих кривих, а також побудова дотичних до кола та інших об'єктів.
- обчислення площі для фігур, таких як багатокутники, круги, частини площини, що обмежені еліпсами, та сектори.
- визначення градусної міри кутів, довжини відрізків, периметрів багатокутників, величини векторів, відстаней від точок до ліній, та тангенсів кутів між лініями та додатнім напрямком вісі абсцис.
- виконання різних перетворень фігур на площині, таких як симетрія відносно точок і ліній, поворот навколо точки, масштабування (гомотетія) та паралельне перенесення.
- знаходження точок перетину різних фігур, таких як перетин двох ліній чи лінії та кола.
- визначення середини відрізка та центра кола (або еліпса).

Отже, завдяки можливостям програми GeoGebra у сфері динамічної та графічної обробки, створення динамічних моделей об'єктів дослідження дозволяє аналізувати та спрощувати геометричні та алгебраїчні завдання. Це стимулює учнів до проведення досліджень, розвиває їх просторову уяву, логічне мислення та навички передбачення результатів. І саме ці аспекти є фундаментом для зроблення математичних занять більш насиченими та продуктивними.

11. Desmos - це безплатний вебсервіс, який використовується для швидкого створення різноманітних графіків функцій. За допомогою цього інструменту також можна побудувати графіки нерівностей, кусково заданих функцій, функцій з параметрами, графіки у полярній системі координат та інше. В середовищі Desmos також є можливість створювати рухомі точки та позначати точки або групи точок на графіках. Діапазон функцій, які можна досліджувати, досить широкий: степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні та обернено тригонометричні, гіперболічні, а також статистичні функції та функції розподілу ймовірностей.

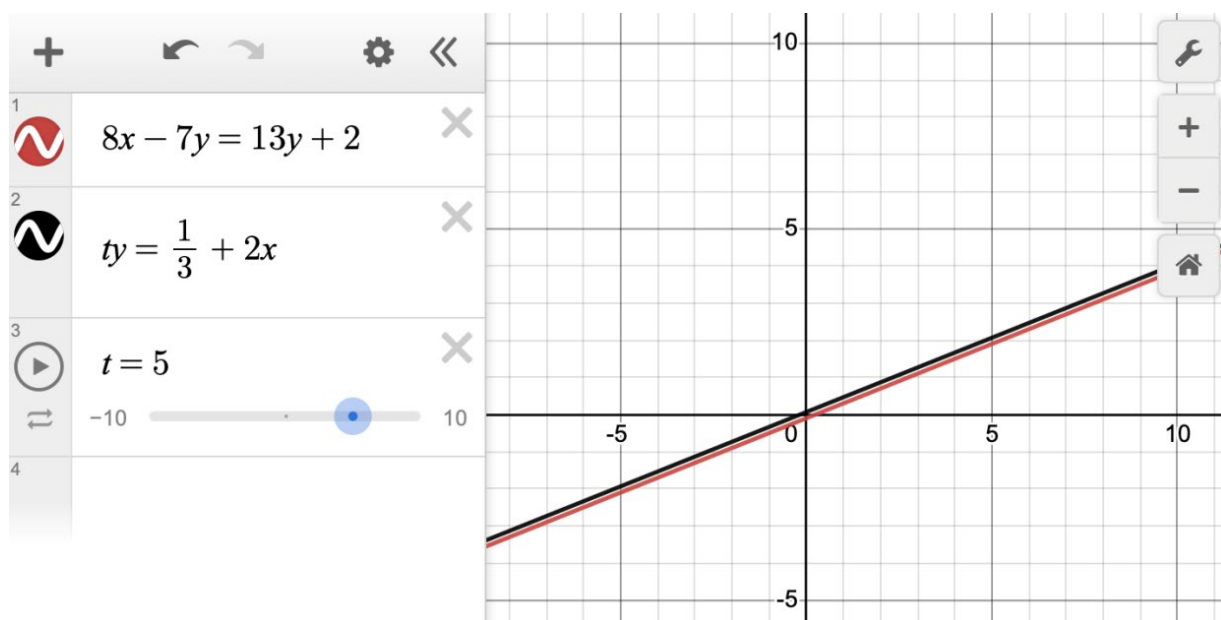


Рис. 1.16. Вигляд програми «Desmos»

Використання пакетів прикладних програм може бути дуже ефективним при розв'язанні планіметричних задач, особливо тих, які вимагають обчислень та візуалізації графіків. Пакети прикладних програм, такі як GeoGebra, Desmos, MatLab, а також багато інших, надають інструменти для роботи з різноманітними об'єктами, визначення координат точок, побудови графіків функцій, виконання різних обчислень і аналізу результатів:

- побудова графіків функцій: За допомогою цих програм можна відобразити графіки функцій та аналізувати їх властивості. Це корисно при розв'язанні завдань, пов'язаних зі знаходженням точок перетину графіків або розв'язування рівнянь і нерівностей.
- візуалізація геометричних об'єктів: Пакети дозволяють побудувати графічні представлення геометричних фігур, включаючи лінії, кути, кола, еліпси та багатокутники.
- виконання обчислень: Вони дозволяють виконувати різні обчислення, включаючи обчислення площі, відстаней, вимірювань і обчислення довжини відрізків.
- робота з параметрами: Ви можете використовувати ці програми для дослідження функцій з параметрами та аналізу залежностей між різними змінними тощо.

Завдяки пакетам прикладних програм спрощується розв'язання планіметричних задач, а також якісно візуалізувати та розуміти геометричні та математичні концепції, що лежать на їх основі. Це допомагає учням краще зрозуміти матеріал, навчитися користуватись такими програмами, що значно спростить вивчення математики у школі. Ці програми допомагають інженерам, математикам, студентам і всім, хто має справу з математичним моделюванням ефективно вирішувати складні завдання та спрощують роботу з математичними обчисленнями. Деякі з них мають інтуїтивний інтерфейс, що робить їх доступними для користувачів будь-якого рівня математичної підготовки.

### **Висновки до 1 розділу**

Здійснивши аналіз наявних джерел, можна стверджувати, що інформаційна компетентність - це набір знань, навичок і вмінь, які дозволяють здобувачеві освіти ефективно шукати, оцінювати, використовувати і розповсюджувати інформацію. Це включає вміння критично мислити,

аналізувати джерела інформації, розрізняти правдиву і неправдиву інформацію, ефективно комунікувати і використовувати технології для пошуку та обробки інформації. Інформаційна компетентність є важливою у сучасному світі, де доступ до інформації є безмежним, але потребує критичного підходу та здатності до фільтрації.

Важливим інструментом для формування інформаційних компетентностей при вивченні планіметрії є систематичне застосування педагогічних програмних засобів моделюючого типу для розв'язування різних типів задач.

## **РОЗДІЛ 2. ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ З ДОПОМОГОЮ ПАКЕТІВ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ**

### **2.1. Розв'язування задач за допомогою пакетів прикладних програм GRAN-2D і GEOGEBRA.**

Розглянемо можливості комп'ютерних програми GRAN-2D та GEOGEBRA для формування інформаційних компетентностей в учнів під час розв'язування планіметричних задач. На прикладах основних видів таких задач буде показано переваги даних ППП над традиційними методами розв'язування.

#### **2.1.1. Задачі на обчислення.**

Вимоги задач на обчислення формують найчастіше словами «обчисліть», «визначте», «знайдіть» тощо.

Ці задачі найпоширеніші. Не менше половини всіх планіметричних задач, які розв'язують в школі, — на обчислення. І це не випадково, бо такі задачі і найприродніші, і найдоступніші для учнів загальноосвітніх шкіл.

При проведенні занять з планіметрії тільки традиційними методами і засобами дуже важко стимулювати учнів до активної навчально-пізнавальної діяльності, тому дуже важливим є перехід до інноваційних технологій навчання, який повинен бути націленим на максимальний розвиток творчих здібностей школярів і формування їх пізнавальної активності.

На заняттях використання персонального комп'ютера, в першу чергу, дозволяє зменшувати витрати часу на деякі розрахунки. Це дозволяє розглянути більшу кількість задач, і приділяти увагу розв'язанню творчих завдань методом математичного моделювання, обговоренню алгоритмів їх розв'язання. Таким чином, методика розв'язання задач змінюється докорінно і сприяє формуванню навичок математичного моделювання. Крім того, використання персонального комп'ютера при розв'язанні задач можна розглядати як сприятливу умову для формування таких позитивних якостей

особистості школяра, як розумова активність, пізнавальна самостійність, пізнавальний інтерес, потреба в самоосвіті, здатність адаптуватися до умов, що змінюються, ініціатива, творчість, тобто навички мислення високого рівня.

Розглянемо можливості математичного моделювання при розв'язуванні задач на обчислення за допомогою пакетів GRAN-2D та GEOGEBRA.

**Задача 1.** У паралелограмі ABCD через точку перетину діагоналей проведено пряму, яка відтинає на сторонах BC і AD відрізки BE=2м і AF=2,8м. Знайдіть сторони BC і AD.

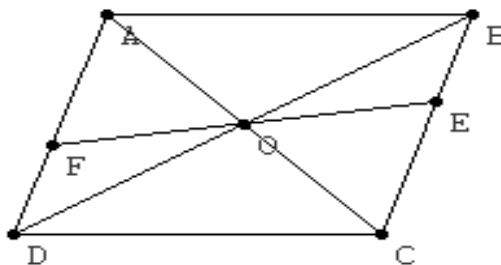


Рис 2.1

**Розв'язання.** Нехай EF – пряма, що перетинає паралельні сторони AD і BC. Трикутники OAF і OCE рівні за другою ознакою. У них сторони OA і OC рівні, бо O – середина діагоналі AC. Куты при вершині O рівні як вертикальні, а кут FAO і ECO рівні як внутрішні різносторонні при паралельних AD, BC і січній AC.

З рівності трикутників випливає рівність сторін  $EC=AF$ . Тобто  $BC=BE+EC=2\text{м}+2,8\text{м}=4,8\text{м}$ . Оскільки у паралелограма протилежні сторони рівні, то  $AD=BC=4,8\text{м}$ .

Розв'язання даної задачі дуже легко можна здійснити за допомогою програми GRAN-2D.

Будуємо дві точки A і B, через які проводимо пряму AB. Далі ставимо точку D і проводимо пряму, яка проходить через точку D і паралельна прямій

АВ. Точка D буде рухомою, яку згодом використаємо для обчислення відстані. Після цього проводимо пряму AD і пряму, яка проходить через

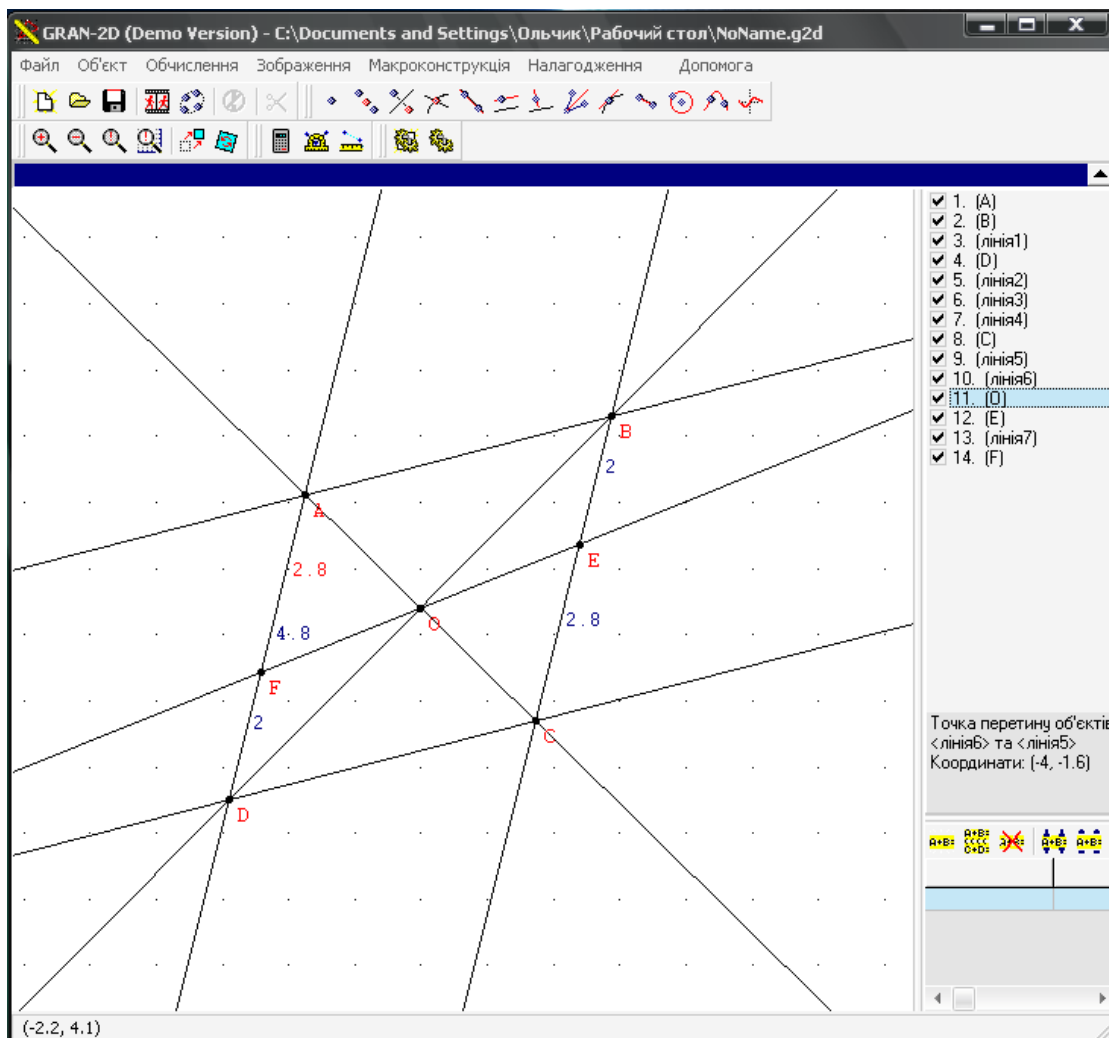


Рис 2.2

точку B і паралельна AD. За допомогою властивості Об'єкт/Створити з екрану/ Точка перетину об'єктів ставимо точку C. Будуємо діагоналі утвореного паралелограма AC і BD та їх точку перетину – точку O. На прямій BC ставимо точку E і проводимо пряму OE. Далі отримуємо точку F як точку перетину двох прямих – OE і AD. Точки E і D – рухомі, а тому за допомогою властивості Обчислення/Відстань і двох рухомих точок вимірюємо відстань AF і BE, які за умовою мають відповідно дорівнювати  $BE=2\text{м}$  і  $AF=2,8\text{м}$ . Трикутники OAF і OCE рівні, бо вимірявши сторону EC ( $EC=AF$ ) переконуємось в цьому. Аналогічно з трикутниками OBE і ODF ( $BE=FD$ ).



Вимірюємо відстань  $AD$ . У паралелограма протилежні сторони рівні, то  $AD=BC=4,8\text{м}$ , практично переконуємось в цьому.

Змоделюємо задачу так, щоб переконатися чи при будь-яких значеннях відрізків  $BE$  і  $AF$  дана задача мала зміст. Точки  $A$  і  $D$  – рухомі, а тому рухаючи їх по прямій, учні переконуються, що відстані зберігаються, тобто  $BE=FD$ ,  $AF=EC$ . Отже, дана задача розв’язана правильно.

**Задача 2.** У прямокутному трикутнику знайти кут між медіаною і бісектрисою, проведеними з вершини гострого кута, який дорівнює  $\alpha$ .

*Розв’язання.*

$AM$  – медіана,  $AL$  – бісектриса, проведені з кута  $\angle A = \alpha$ . Оскільки  $AC < AB$ , то  $CL < BL$ ; також маємо  $BM=MC$ , тому точка  $L$  лежить між  $M$  і  $C$ . Тоді шуканий  $\angle MAL = \angle MAC - \angle LAC$ .

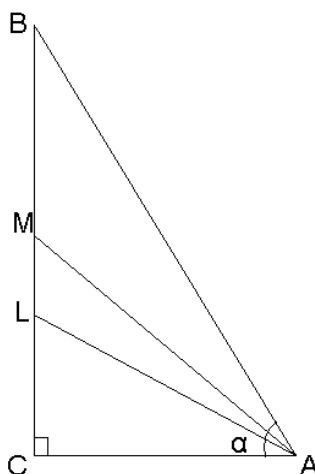


Рис 2.3

$$\text{Маємо } \operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b};$$

$$\operatorname{tg}\angle MAC = \frac{\frac{a}{2}}{b} = \frac{a}{2b} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2}.$$

$$\text{Тоді } \angle MAC = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{2}.$$

Зрозуміло, що  $\angle LAC = \frac{\alpha}{2}$  (оскільки AL – бісектриса). Остаточнo маємо

$$\angle MAL = \arctg \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} - \frac{\alpha}{2}.$$

**Відповідь:**  $\arctg \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} - \frac{\alpha}{2}.$

Дану задачу розв'яжемо за допомогою програми GRAN-2D.

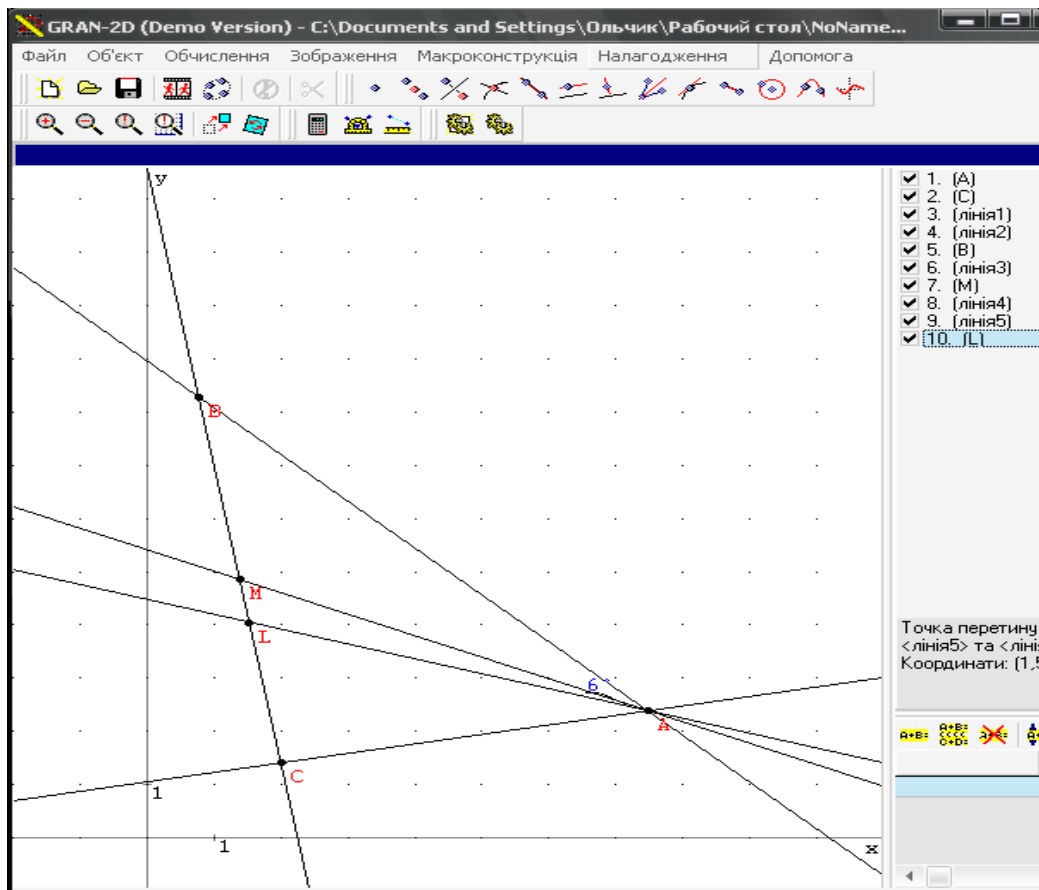


Рис 2.4

Для початку будемо дві точки A і C та проводимо пряму AC. Далі проводимо перпендикулярну пряму до точки C і на прямій вибираємо деяку точку B (послуга Об'єкт/Створити / Пряма, перпендикулярна до заданої прямої). Проводимо пряму BC. За допомогою послуги Об'єкт/Створити/Середня точка отримуємо точку M і сполучивши її з точкою A маємо медіану. Далі, скориставшись послугою Об'єкт/Створити / Пряма, бісектриса кута проводимо бісектрису AL. Вимірюємо кут MAL.

Дана задача є моделлю для обчислення кута між медіаною та бісектрисою в прямокутному трикутнику, задавши різні величини сторін трикутника, створимо динамічний вираз  $\arctg(\operatorname{tg}\angle MAC/2)$  і перевіримо чи дорівнює він виміряному куту  $MA\angle$ .

**Задача 3.** Навколо кола радіуса 3 описано рівнобедрений трикутник з гострим кутом  $30^\circ$  при основі. Визначити сторони трикутника.

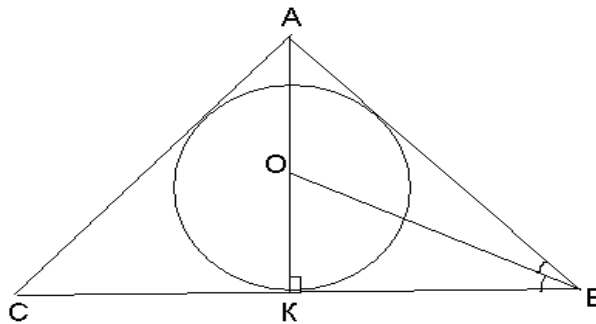


Рис 2.5

*Розв'язання.*

$\angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$ ,  $AK$  – висота,  $O$  – центр вписаного кола,  $OK=3$ .

Оскільки  $BO$  – бісектриса, то  $\angle OBK = 30^\circ/2 = 15^\circ$ .

Маємо в  $\triangle OKB$ :  $KB = \frac{3}{\operatorname{tg}15^\circ}$ . Однак

$$\operatorname{tg}15^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

Тоді  $KB = 3(2 + \sqrt{3})$ , а значить  $BC = 2KB = 6(2 + \sqrt{3})$ . У  $\triangle AKB$ :

$$AB = \frac{KB}{\cos \angle ABK} = \frac{3(2 + \sqrt{3})}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6(2 + \sqrt{3})}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}(2 + \sqrt{3})}{3} = 2\sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) = 2(2\sqrt{3} + 3).$$

**Відповідь:** основа  $6(2 + \sqrt{3})$ , бічні сторони – по  $2(2\sqrt{3} + 3)$ .

Дану задачу розв'яжемо за допомогою програми GRAN-2D.

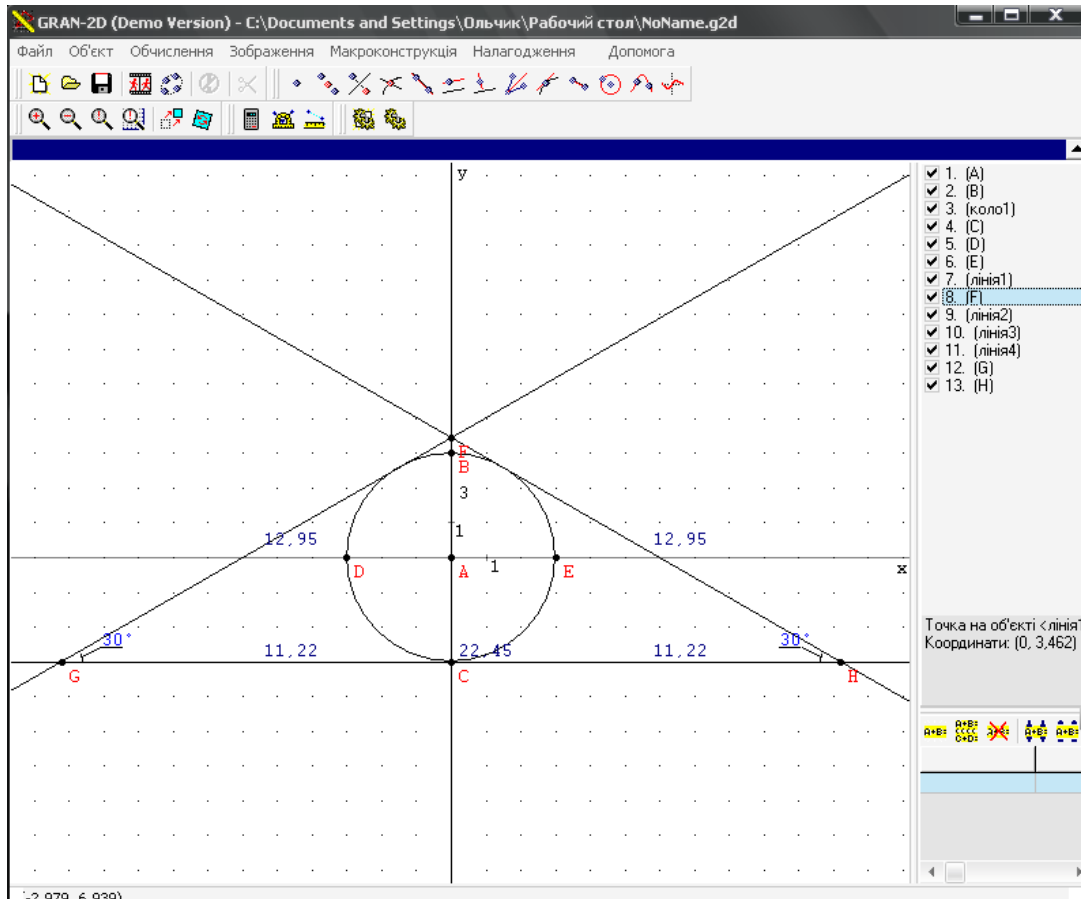


Рис 2.6.1

Розмістимо точку  $A$  в початку координат і точку  $B$ , яка на 3 одиниці відрізняється від початкової точки. Проводимо через дані точки коло. Будуємо пряму  $BA$  і точку  $C$ , симетричну точці  $B$ . Проводимо через точку  $C$  пряму, яка перпендикулярна до  $BA$ . Ставимо на прямій  $BA$  точку  $F$  і за допомогою послуги Об'єкт/Створити з екрану/Прямі, дотичні до кола проводимо дві дотичні. Маємо дві точки  $G$  та  $H$ , які є точками перетину двох дотичних з прямою, яка перпендикулярна до  $BA$ . Вимірюємо кути трикутника  $FGC$  і  $FHC$ , точку  $F$  рухаємо по прямій доти, поки кути не будуть  $30^\circ$ . Отримали трикутник, заданий в умові. Вимірюємо сторони трикутника за допомогою послуги Обчислення/Відстань.

На рисунку 2.6.2 подано ілюстрацію до розв'язування задачі з допомогою ППП GEOGEBRA. Як видно із рисунку спосіб ров'язування практично не відрізняється.

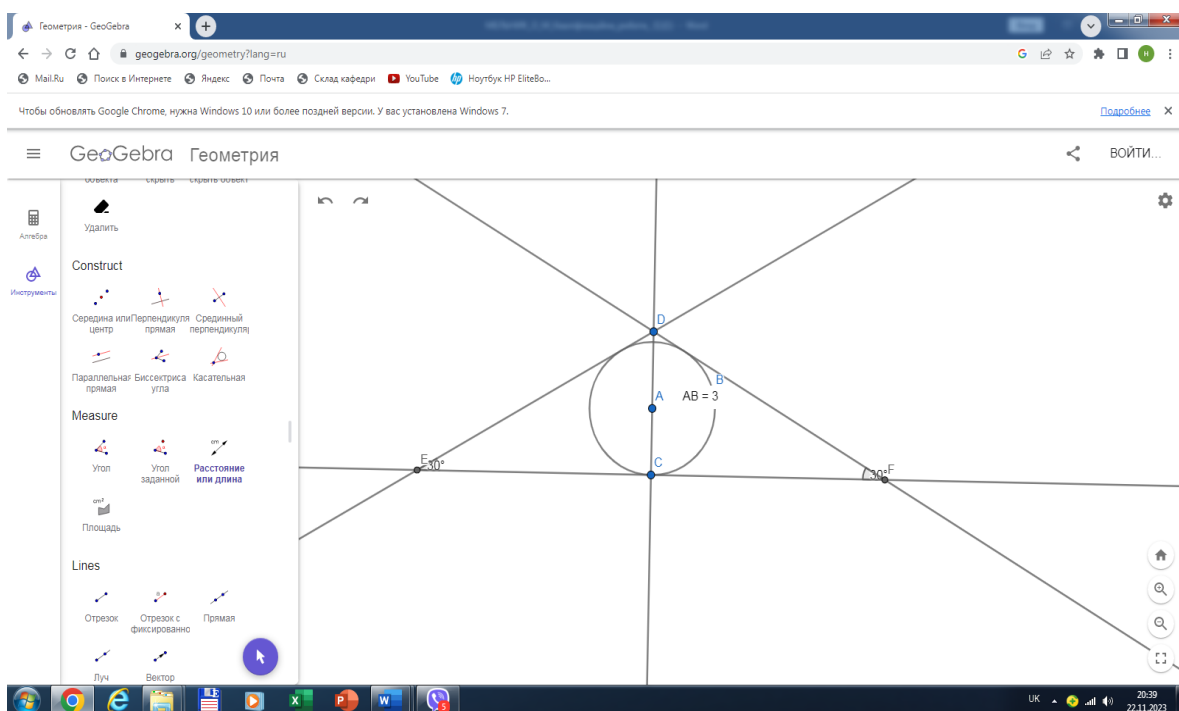


Рис. 2.6.2

Дана задача є математичною моделлю. За допомогою такої моделі учні можуть обчислювати сторони рівнобедреного трикутника із будь-яким радіусом вписаного кола та кутами при основі або при вершині, тобто можна скласти за допомогою моделі декілька задач аналогічного змісту.

Наведемо приклади задач на обчислення, які можуть бути розв'язані за допомогою програми GRAN-2D.

**Задача 4.** Відрізки  $AB$  та  $CD$  перетинаються в точці  $O$ , яка є серединою кожного з них. Чому дорівнює відрізок  $BD$ , якщо  $AC=5$ .

**Задача 5.** У паралелограмі дано дві сторони:  $a$  і  $b(a > b)$  і висоту  $h$ , проведену до більшої сторони. Знайти гострий кут між діагоналями паралелограма.

**Задача 6.** Основи трапеції дорівнюють 4 і 16 см. Знайти радіуси двох кіл: вписаного в трапецію й описаного навколо неї, коли відомо, що ці кола існують.

**Задача 7.** Сторона АВ трикутника ABC дорівнює 12 см. Сторону BC поділено на три рівних частини і через точки поділу проведено прямі, паралельні стороні АВ. Знайдіть довжини відрізків цих прямих, які знаходяться між сторонами трикутника.

**Задача 8.** Висота BD трикутника ABC ділить сторону AC на відрізки AD і CD. Знайдіть довжину відрізка CD, якщо  $AB=2\sqrt{3}$  см,  $BC=5$  см,  $\angle A = 60^\circ$ .

### 2.1.2. Задачі на побудову.

Використання педагогічних програмних засобів GRAN-2D та GEOGEBRA дає значний ефект при розгляді задач на побудову. Оскільки для того, щоб побачити розв'язок такої задачі, важлива точність виконання побудов за допомогою циркуля та лінійки, то учні досить часто або дуже повільно проводять даний етап розв'язування, або ж переробляють побудови кілька разів. Це сповільнює темп навчального процесу. І хоча у вивченні геометричних побудов важливим є вміння будувати алгоритм геометричних побудов, ніж власне побудови, але саме на останні відводиться значна частина часу. Тому в школах при розв'язуванні задач на побудову практично нехтуються такі етапи розв'язування, як доведення та дослідження. Та й складність виконуваних вправ незначна. Використання графічних редакторів на уроці дозволить не думати над тим, як тримати ніжку циркуля так, щоб побудувати коло заданого радіуса, або ж як тримати правильно лінійку і олівець, щоб провести відрізок точно через дві задані точки і т.п. Тож, пакети прикладних програм дозволяють підліткові зосередитися на творчій стороні розв'язування задачі, здійснити моделювання задачі для різних співвідношень елементів умови задачі, оскільки власне побудови можуть бути виконані

значно швидше, з'являється час на проведення етапів доведення та дослідження розв'язків задач. Це дозволяє також ускладнити завдання для більш сильних учнів та розвинути їх творчі здібності.

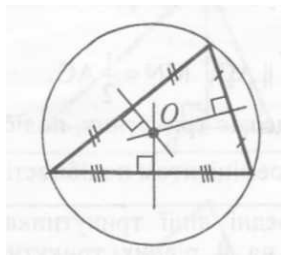
**Задача 1.** Побудуйте коло, описане навколо трикутника.

Коло називається описаним навколо трикутника, якщо воно проходить через усі його вершини.

Центр кола, описаного навколо трикутника, є точкою перетину перпендикулярів до сторін цього трикутника, проведених через середини цих сторін.

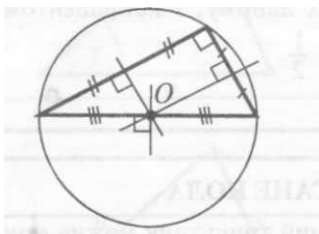
Навколо будь-якого трикутника можна описати коло, і до того ж тільки одне.

Прямі, що містять в собі висоти трикутника, перетинаються в одній точці.



У випадку *гострокутного* трикутника точка перетину серединних перпендикулярів (центр описаного кола) лежить *всередині* трикутника.

Рис 2.7



У випадку *прямокутного* трикутника точка перетину серединних перпендикулярів (центр описаного кола) *співпадає з серединою гіпотенузи*.

Рис 2.8

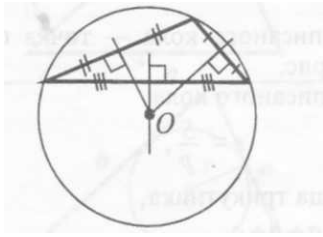


Рис 2.9

У випадку *тупокутного* трикутника точка перетину серединних перпендикулярів (центр описаного кола) лежить *поза трикутником*

Дану задачу розв'яжемо за допомогою програми GRAN-2D.

Для початку будемо вершини трикутника А, В, і С та з'єднуємо їх прямими. Далі для кожної сторони трикутника за допомогою послуги Об'єкт/Створити/Середня точка визначаємо середину сторони. Маємо точки D, E, і F через які проводимо перпендикуляри до прямих (послуга Об'єкт/Створити/Пряма, перпендикулярна до заданої). Визначаємо точку

перетину серединних перпендикулярів. В даному випадку такою буде точка G. Через точку G і будь-яку вершину трикутника проводимо коло.

Задача в даному випадку є моделлю для побудови кола, описаного навколо будь-якого трикутника. Оскільки вершини трикутника – рухомі точки, то учні визначивши за допомогою послуги Обчислення/Кут кути трикутника, можуть легко здійснити процес математичного моделювання і дослідити розміщення центра кола, описаного навколо трикутника залежно від кутів.



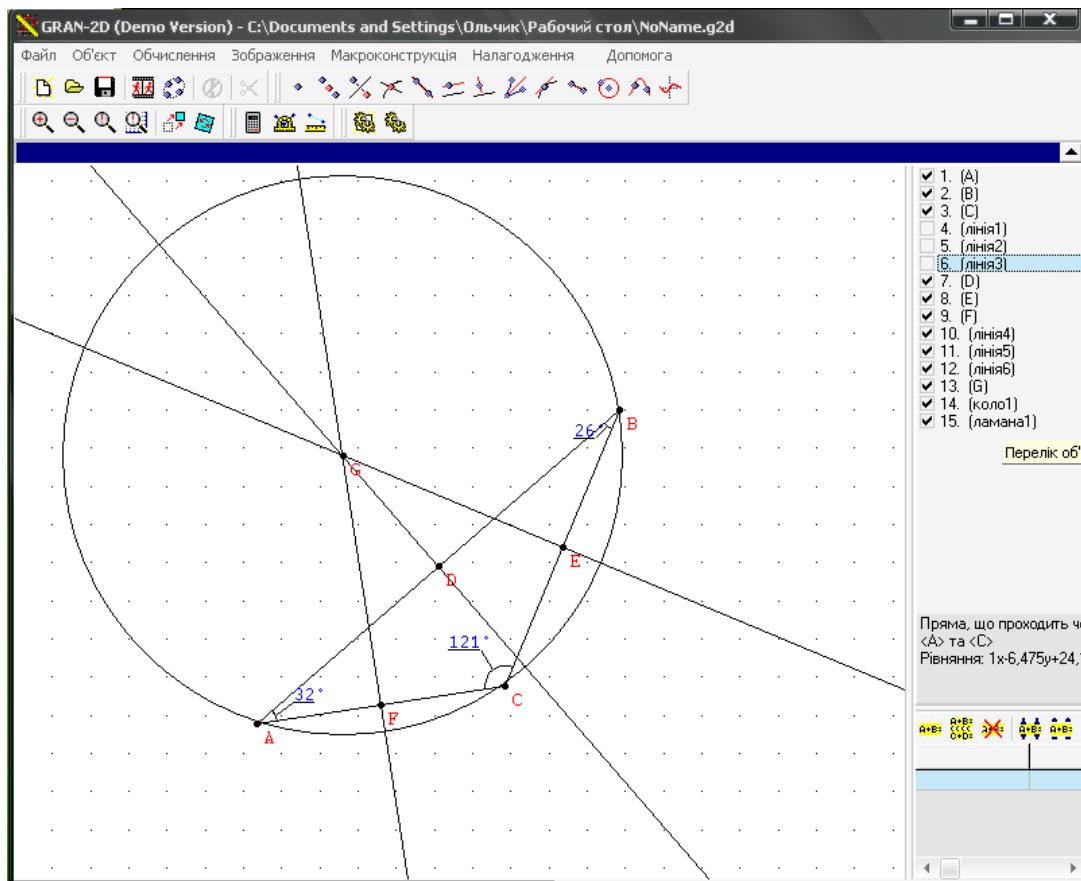


Рис 2.10

**Задача 2.** Побудувати правильний трикутник, дві вершини якого лежать на двох даних колах, а одна з висот – на даній прямій, що проходить між колами.

Дану задачу розв'яжемо за допомогою програми GRAN-2D.

Будуємо два довільних кола за допомогою послуги Об'єкт/Створити з екрану/Коло і пряму між ними. Симетрично відносно прямої відображаємо кожне з кіл, знаходимо їх точки перетину, використовуючи властивість Об'єкт/Створити з екрану/Точка перетину об'єктів. Вони будуть вершинами шуканого трикутника.

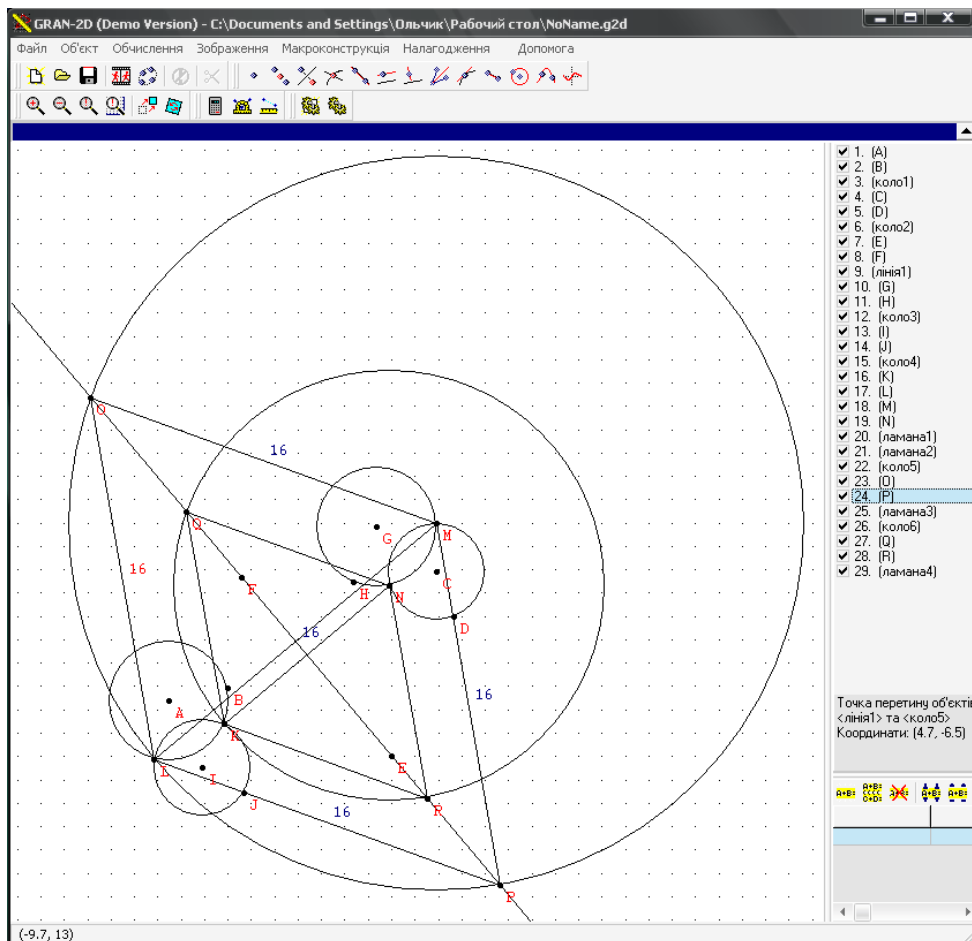


Рис 2.11.1

Далі будемо коло з центром в кожній з точок і яке проходить через другу точку. Визначаємо точки перетину побудованих кіл з прямою. З'єднуємо шукані точки на прямій з даними і отримуємо правильний трикутник. Для перевірки того, що побудований трикутник є правильним, скористаємось послугою Обчислення/Відстань.

У даній задачі можна використати метод математичного моделювання з метою дослідження чи завжди задача має розв'язок, скільки розв'язків має задача в залежності від взаємного розміщення даних об'єктів.

Рисунок 2.11.2 зображує модель розв'язку задачі у пакеті GEOGEBRA. Як видно з рисунку, різниця лише в інструментах для побудови фігур.

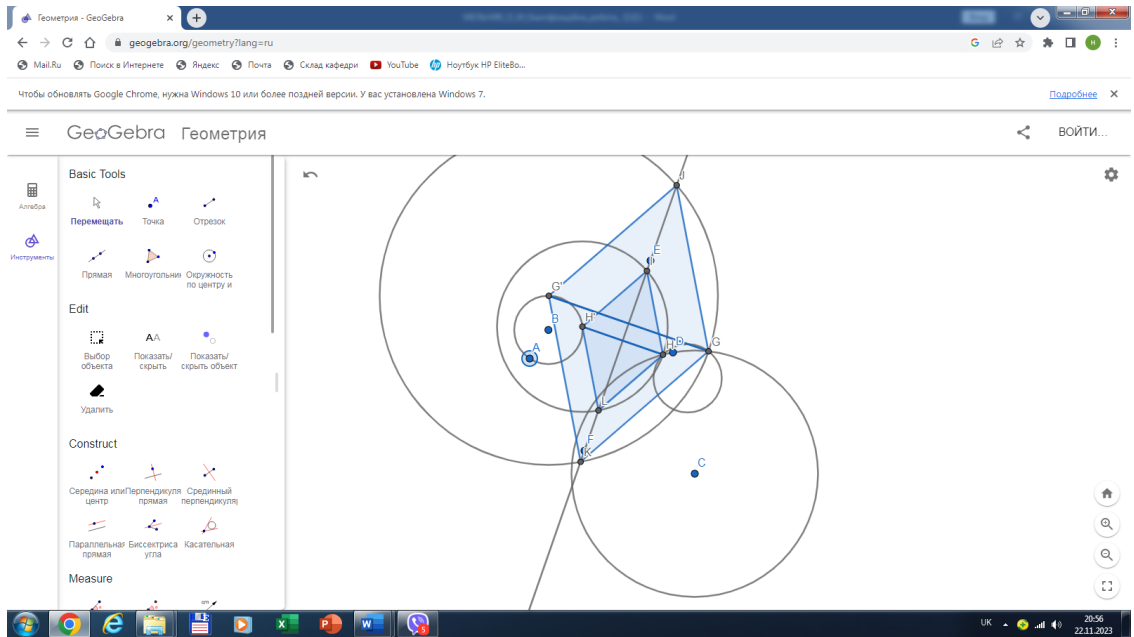


Рис 2.11.2

**Задача 3.** Відновити рівнобедрений трикутник за медіаною, проведеною до основи, і точкою, що належить одній з бічних сторін.

Розв'язання даної задачі дуже легко можна здійснити за допомогою програми GRAN-2D.

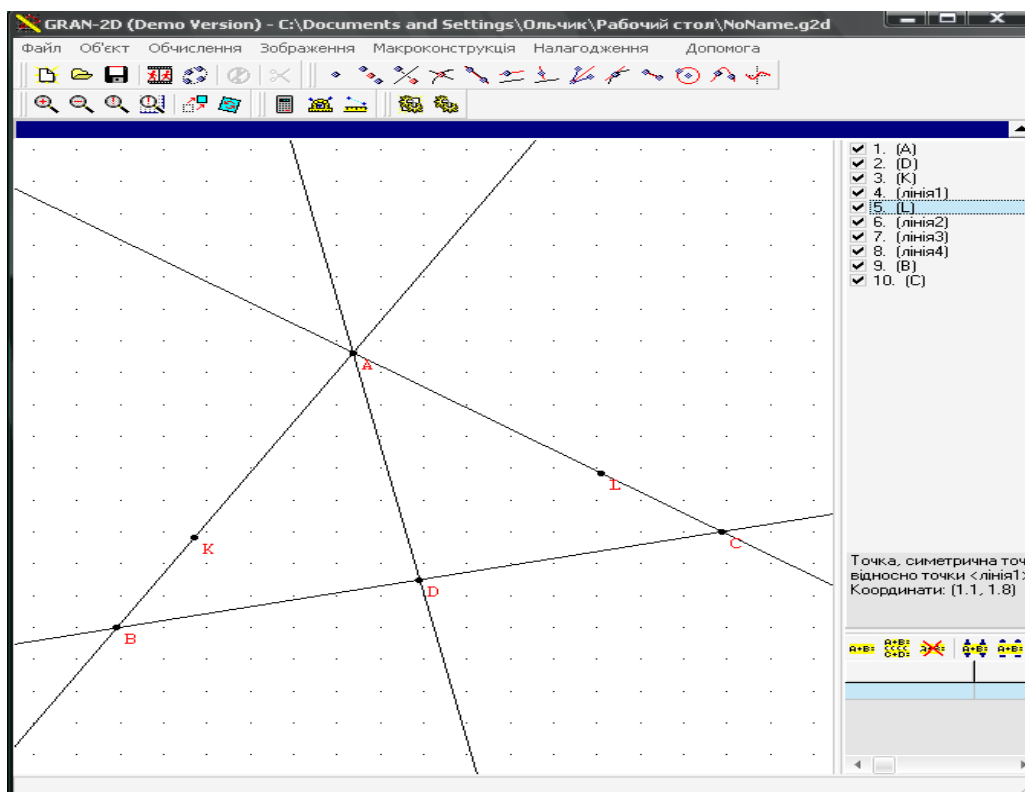


Рис 2.12

Задавши дві точки  $A$  і  $D$ , будемо медіану  $AD$ . Дана точка, яка належить одній з бічних сторін. За допомогою послуги Об'єкт/Створити з екрану/Точка, симетрична даній точці будемо симетричну  $K$  точку  $L$  відносно прямої  $AD$ . Проводимо прямі  $AK$  і  $AL$ . Через точку  $D$ , проводимо пряму, перпендикулярно до  $AD$ . Скориставшись послугою Об'єкт/Створити з екрану/Точку перетину об'єктів отримаємо шукані дві вершини трикутника  $B$  і  $C$ .

Учні можуть здійснити моделювання трикутників і дослідити чи завжди задача має розв'язок, залежно від розміщення даних об'єктів.

**Задача 4.** Побудуйте трапецію, у якої менша діагональ перпендикулярна до основ.

**Задача 5.** Побудуйте чотирикутник, який не є паралелограмом, а має: а) пару рівних сторін; б) пару паралельних сторін; в) пару рівних сторін, а другу пару паралельних сторін; г) дві пари рівних сторін; д) вісь симетрії.

**Задача 6.** Побудуйте  $\triangle ABC$ , вписаний в коло з центром в точці  $O$  так, щоб  $ABCO$  був паралелограмом.

**Задача 7.** Побудуйте шестикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні і рівні, одна діагональ перпендикулярна до пари сторін і пара протилежних кутів прямі.

Такі завдання носять конструктивний характер. Крім суто графічних навичок, вони розвивають просторову уяву, логічне мислення. Їх постановка дещо відрізняється від стандартних задач на побудову і вимагає детального аналізу властивостей, якими володіє шукана фігура, тобто слугує розвитку творчі здібності учнів. Крім того їх розв'язання може бути здійснене з допомогою ППЗ GRAN-2D.

### 2.1.3. Задачі на доведення.

Задачею на доведення називають кожну задачу, в умові якої сформульовано деяке твердження і вимагається довести його. Вимоги цих задач містять найчастіше слова «доведіть», «обґрунтуйте», «покажіть, що».

Для успішного навчання доведенню потрібно, щоб учні оволоділи досить повною системою теоретичних знань і умінь (поняття та їх означення, аксіоми, теореми, уміння виконувати основні побудови тощо).

Підготовка до навчання учнів доведенням починається вже в 5-6 класах, де вони ознайомлюються з першими твердженнями і роблять перші кроки у виконанні дедуктивних умовиводів. Цілеспрямоване навчання доведенням починається з перших уроків систематичного курсу планіметрії, коли вводяться поняття „теорема”, «доведення теореми». Вже тут учні повинні вчитися виконувати аналіз формулювання теореми, тобто відокремлювати умову від висновку.

Навчання учнів умінню самостійно здійснювати пошук доведення значною мірою залежить від володіння основними компонентами, що входять до складу уміння доводити, і методами доведень.

У більшості теорем і задач на доведення процес доведення спрямований на те, щоб показати, що об'єкти, задані в умові теореми (задачі), вміщують необхідні і достатні або достатні ознаки понять, про які йдеться у висновку. У геометричних доведеннях такими поняттями можуть бути фігури, їхні властивості, відношення між фігурами. Тому учні повинні навчитися розгортати умови, тобто діставати з умови ознаки шуканого поняття; оскільки в складніших теоремах ці ознаки сховані за змістом інших понять.

Розглянемо приклади задач на доведення, які можна розв'язати за допомогою ППЗ GRAN-2D

**Задача 1.** У трикутнику ABC:  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ ,  $BD$  — медіана трикутника. Довести, що  $BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$ .

Ця задача є найбільш показовою для демонстрації учням різних методів розв'язування задач і виділення найраціональнішого. Учні повинні критично підійти до аналізу кожного із запропонованих методів, переосмислити і намагатися реалізувати їх у подальшому навчанні. Розглянемо різні способи розв'язування цієї задачі.

Перший спосіб ґрунтується на теоремі косинусів і може бути використаний лише у 9 класі:

$$\text{З } \triangle ABC: \cos \angle A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

$$\text{З } \triangle ABD: BD^2 = c^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - 2c \frac{b}{2} \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}.$$

Другий спосіб використовує співвідношення між сторонами і діагоналями паралелограма. Його застосування вимагає евристичної здогадки про побудову трикутника до паралелограма.

$$2(AB^2 + BC^2) = BK^2 + AC^2; \quad BD = \frac{1}{2} BK.$$

$$BD^2 = \frac{1}{2}(AB^2 + BC^2) - \frac{1}{4} AC^2$$

Цю задачу можна розв'язати ще одним способом, а саме за допомогою педагогічного програмного засобу (ППЗ) GRAN-2D.

За допомогою GRAN-2D було побудовано довільний трикутник з медіаною BD. Створимо ламану (послуга *Об'єкт\Створити з екрану\Ламана*), що сполучає вершини трикутника.

Побудувавши трикутник, створимо два динамічні вирази: перший для обчислення квадрату медіани, а другий – для виразу, що записаний праворуч.

Для створення першого динамічного виразу звернемося до послуги *Обчислення\Динамічний вираз\Створити*, після чого у вікні *Задання динамічного виразу*, що з'явиться, у поле *Вираз* введемо вираз  $((LEN(B,C))^2 + (LEN(A,B))^2)/2 - (LEN(A,C))^2/4$  для обчислення виразу

праворуч. У поле *Назва* введемо вираз *праворуч*, після чого натиснемо кнопку *Виконати*.

Для створення другого виразу знову звернемося до послуги *Обчислення\Динамічний вираз\Створити*, після чого у вікні *Задання динамічного виразу*, що з'явиться, у поле *Вираз* введемо вираз  $(LEN(B,D))^2$  для обчислення квадрата медіани. У поле *Назва* введемо *Квадрат медіани*, після чого натиснемо кнопку *Виконати*.

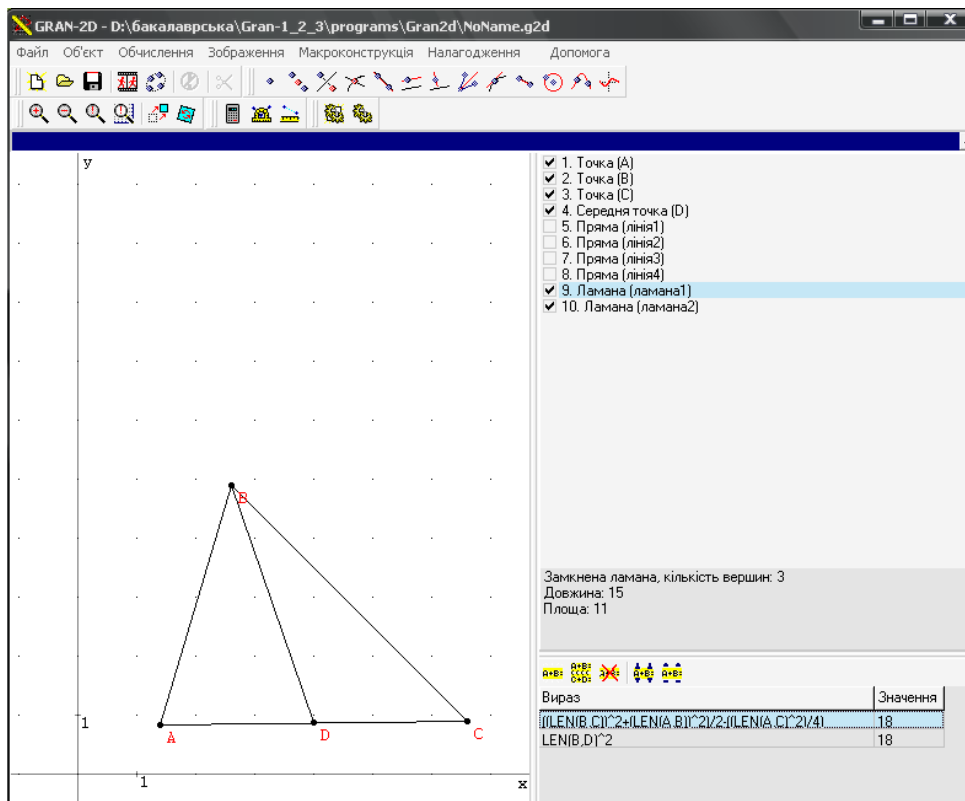


Рис 2.13

Тепер можна порівнювати значення першого та другого динамічних виразів: ці значення завжди співпадатимуть. Теорему доведено.

Учні експериментально мають можливість змоделювати будь-який вид трикутника, оскільки вершини трикутника є рухомими і перевірити істинність теореми.

**Задача 2.** Довести, що у рівнобедреному трикутнику медіани, проведені з вершин при основі, рівні.

Змодельуємо рівнобедрений трикутник. Спочатку створимо (“з екрану”)

дві точки – А та В, що будуть вершинами основи, та створимо точку Середня точка, опорними об'єктами для якої вкажемо точки А та В.

Далі проведемо пряму через точки А та В (послуга Об'єкт\Створити\Пряма, що проходить через дві задані точки), та

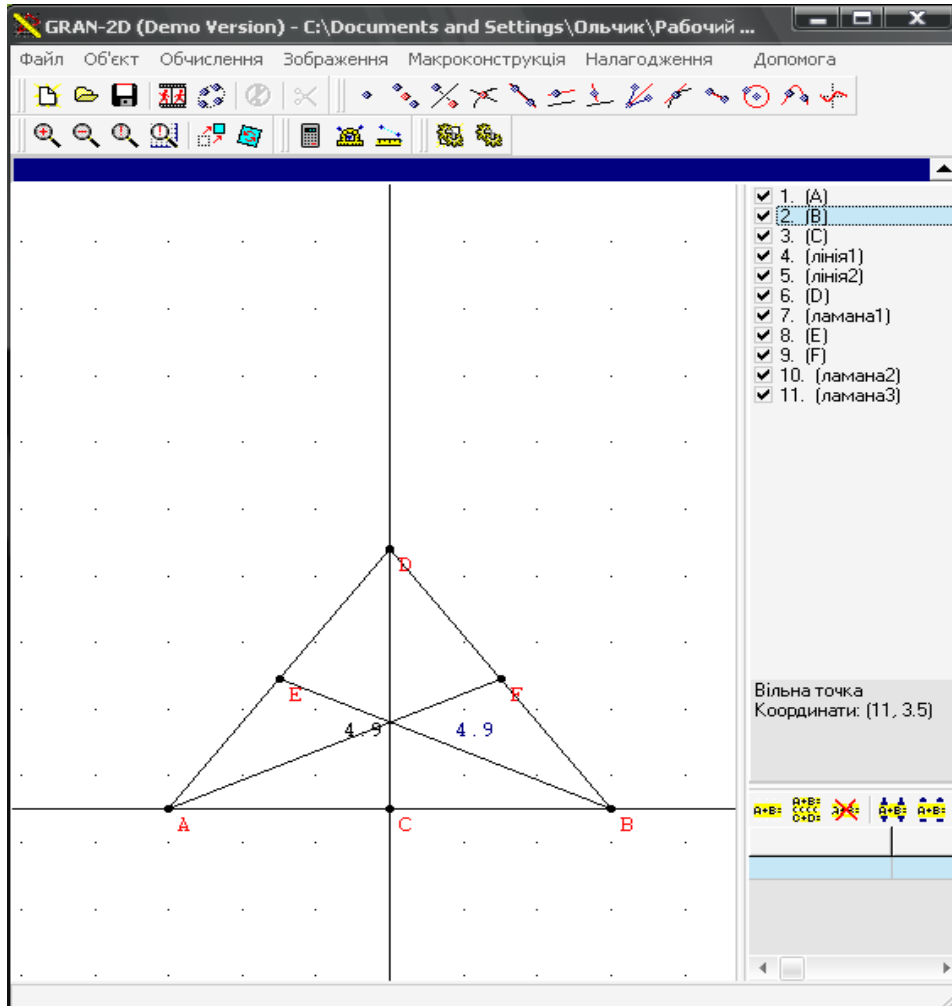


Рис 2.14

створимо об'єкт Перпендикулярна пряма (послуга Об'єкт\Створити з екрану\Пряма, перпендикулярна до заданої прямої), вказавши на зображення об'єкта С та лінія1.

На перпендикулярній прямій лінія 2 помістимо точку D, що буде третьою вершиною трикутника.

Сполучивши вершини трикутника ламаною (послуга Об'єкт\Створити з екрану\Ламана), отримаємо модель рівнобедреного трикутника.

Оскільки медіани проходять через середини сторін, то створимо два



об'єкти типу Середня точка (точка E, точка F), вказавши для першого як опорні об'єкти точки A та D, а для другого – точки B та D. Сполучивши точку A з точкою F, а точку B з точкою E об'єктами Ламана, отримаємо завершену модель задачі.

Залишилось порівняти довжини відрізків AF та BE. Звернувшись до послуги Обчислення\Відстань, за запитом програми необхідно послідовно вказати на зображення точок A та F, після чого ще раз звернувшись до вказаної послуги, слід послідовно вказати на зображення точок B та E. Відразу на зображенні з'являться обчислені значення відстаней між вказаними точками, причому при зміні положення вершин трикутника обчислені значення довжин медіан залишаються рівними між собою.

Виходячи із даної задачі, учні мають модель рівнобедреного трикутника, яка дозволяє переконатися у рівності медіан, проведених при основі для різних значень трикутника.

**Задача 3.** Довести, що пряма, яка проходить через центр кола та середину хорди, перпендикулярна до цієї хорди.

Спочатку створимо об'єкт типу Коло. Для цього слід звернутися до послуги Об'єкт\Створити з екрану\Коло, після чого у полі зображення вказати на положення двох точок: центра кола точка A та точки, через яку це коло проходить точка B.

Далі, звернувшись до послуги Об'єкт\Створити з екрану\Точка, створимо точку, що лежить на колі точка C. Для цього слід підвести вказівник мишки до зображення кола, та натиснути її ліву клавішу. На запит програми, чи потрібно прикріпити точку до кола, слід натиснути кнопку Так. Сполучивши точки B та C ламаною (послуга Об'єкт\Створити з екрану\Ламана), отримаємо хорду. Після цього створимо об'єкт типу Середня точка точка D, опорними точками для якого слід вказати об'єкти точка B та точка C.

Сполучивши прямою точки A та D (за допомогою послуги

Об'єкт\Створити\Пряма, що проходить через дві задані точки),

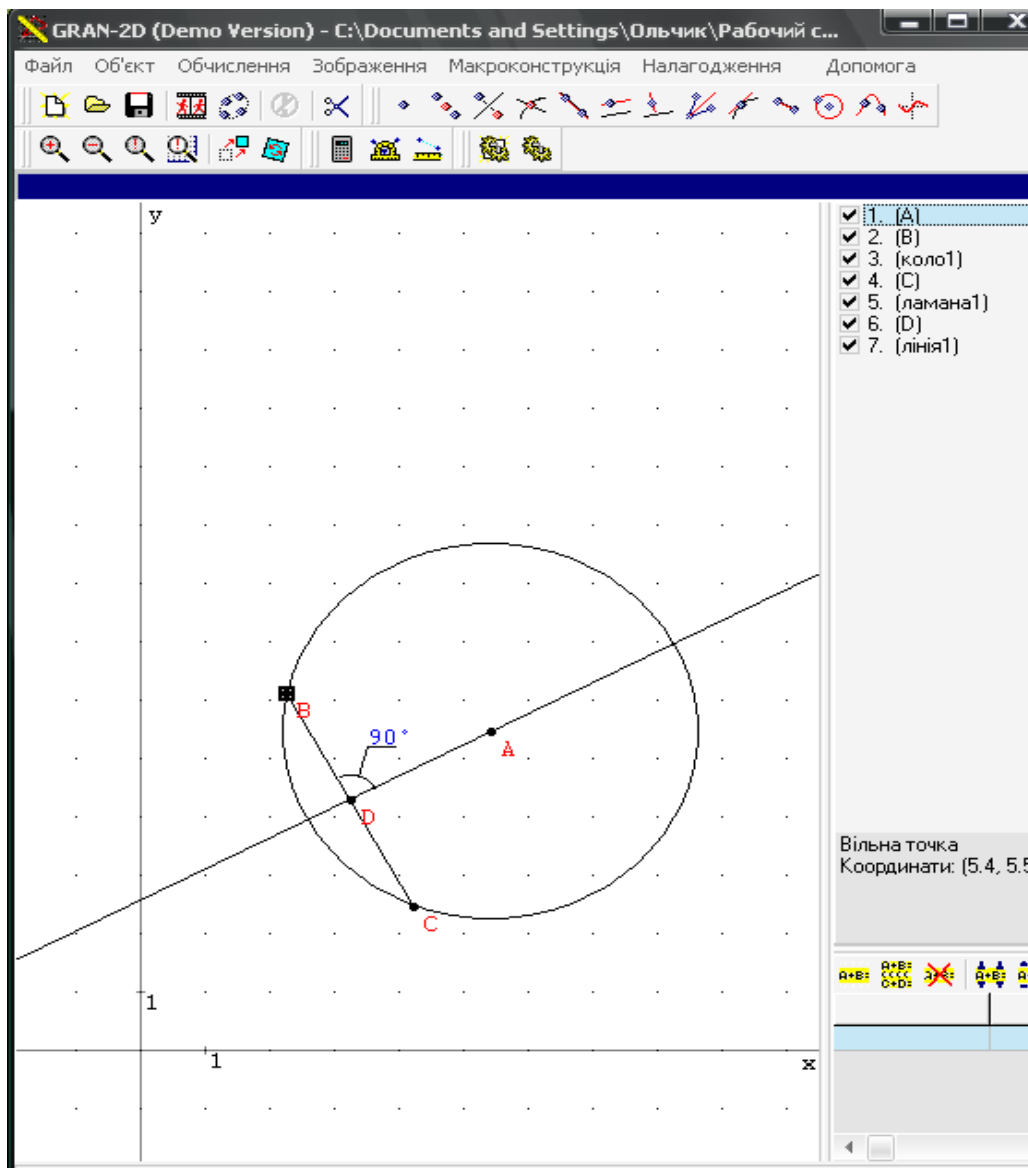


Рис 2.15

отримаємо завершену модель задачі.

Залишилось обчислити кут між хордою та прямою. Звернувшись до послуги Обчислення\Кут, за запитом програми необхідно послідовно вказати на зображення точок A, D та B, після чого на зображенні виводитиметься обчислене значення кута ADB.

Дана модель слугує для того, щоб учні експериментально переконалися, що при зміні положення точок A-C значення кута не змінюється і становить  $90^\circ$ .

**Задача 4.** У чотирикутнику  $MNKP$  протилежні сторони  $MN$  і  $KP$  рівні. Діагональ  $KM$  утворює з ними рівні кути. Довести, що  $MNKP$  – паралелограм.  
Доведення.

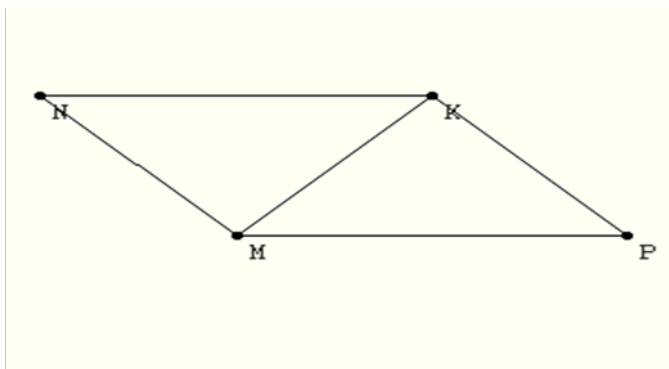


Рис 2.16

1) Оскільки  $\angle NMK = \angle PKM$ , а це внутрішні різносторонні кути при прямих  $MN$ ,  $KP$  і січній  $MK$ , то  $MN \parallel KP$ .

2) Оскільки  $MN \parallel KP$  і  $MN = KP$  за умовою, то  $MNKP$  – паралелограм(за ознакою паралелограма).

Доведемо задачу за допомогою ППП GRAN-2D.

Для цього будемо чотирикутник  $MNKP$ , з'єднуючи точки ламаною. Далі за допомогою властивості Обчислення/Кут та Обчислення/Відстань вимірюємо відстані  $MN$  і  $KP$  і кути  $\angle NMK$  і  $\angle MKP$ . Рухаючи конструкцію, добиваємось виконання умов рівності. Будемо паралельні прями до  $MN$  і  $NP$  та перевіряємо чи збігаються ці прями зі сторонами чотирикутника.

За допомогою такої моделі учні експериментально з'ясовують, що при рівності протилежних сторін і відповідних кутів, отримують такий вид чотирикутника, як паралелограм. Оскільки вершини паралелограма є рухомими точками, то значення сторін можна щораз змінювати.

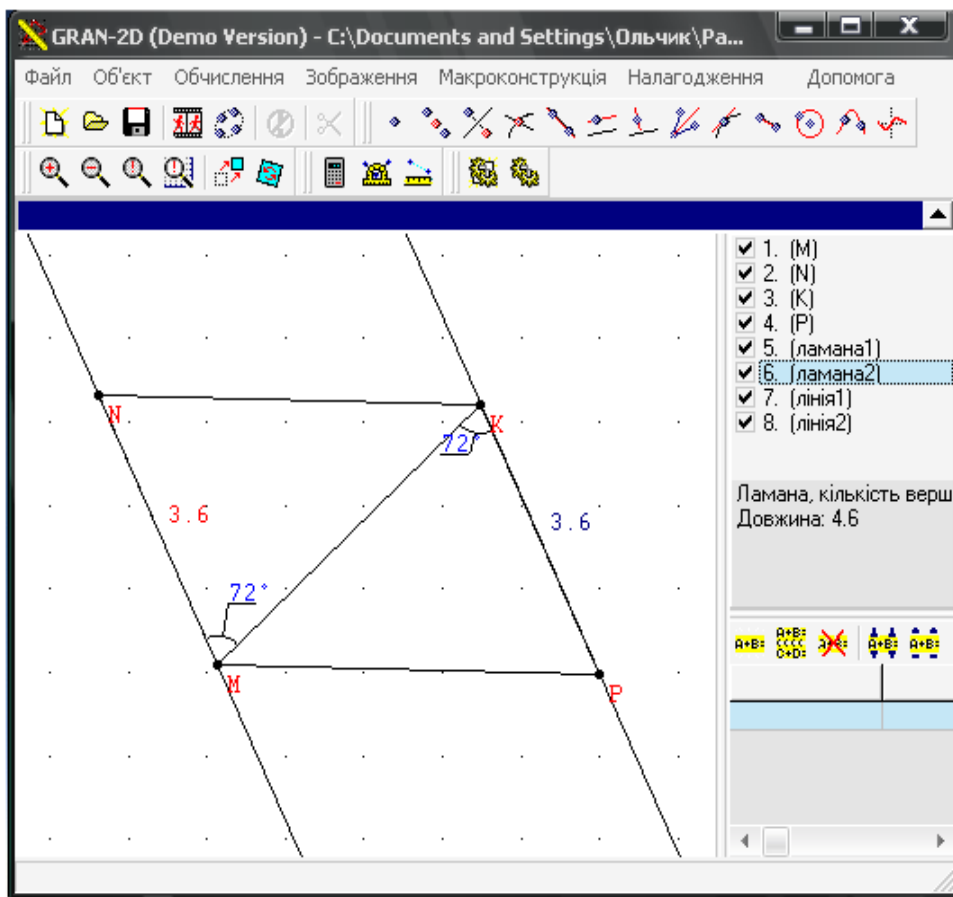


Рис 2.17

**Задача 5.** У квадрат вписано коло. Довести, що сума квадратів відстаней від довільної точки кола до сторін квадрата постійна.

**Задача 6.** Через точку  $D$ , взяту всередині трикутника, проведено три прямі, відповідно паралельні його сторонам. Ці прямі утворюють з сторонами трикутника три трикутники. Довести, що сума площ цих трикутників не менша за третину площі даного трикутника.

**Задача 7.** Довести, що середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює їх півсумі.

**Задача 8.** Довести, що медіани трикутника, перетинаючись, діляться у відношенні 2:1, починаючи від вершини трикутника.

**Задача 9.** Довести, що діагоналі ромба взаємно перпендикулярні.

**Задача 10.** Довести, що діагоналі прямокутника рівні.

#### 2.1.4. Задачі на дослідження.

Задачею на дослідження називатимемо кожна задачу, в якій вимагається що-небудь дослідити. Для них характерні вимоги «дослідіть», «порівняйте», «з'ясуйте» або запитання «чи існує?», «за якої умови?», «чи правильно?», «як зміниться?», «чи залежить?» тощо.

Враховуючи умови диференціації навчання та особистісний розвиток учня, а також використовуючи ППЗ GRAN-2D, можна стверджувати, що саме такі задачі спрямовані на розвиток творчих здібностей та формування пізнавального інтересу.

**Задача 1.** Дано три точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Побудуйте точку  $X$ , яка однаково віддалена від точок  $A$  і  $B$  і знаходиться на даній відстані від точки  $C$ .

Розв'язання:

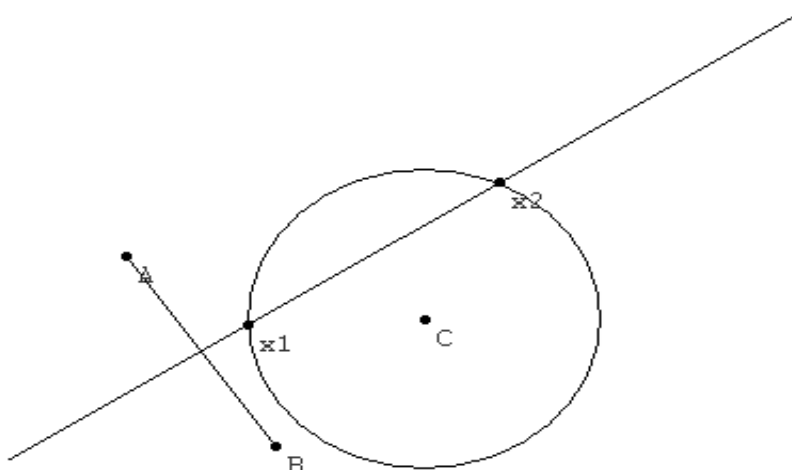


Рис 2.18

Шукана точка  $X$  задовольняє дві умови: 1) однаково віддалена від точок  $A$  і  $B$ ; 2) лежить на даній відстані від точки  $C$ . Геометричне місце точок, що задовольняють першу умову, є пряма, яка перпендикулярна до відрізка  $AB$  і проходить через його середину. Геометричне місце точок, що задовольняють другу умову, є коло даного радіуса з центром у точці  $C$ . Шукана точка  $X$  лежить на перетині цих геометричних місць.

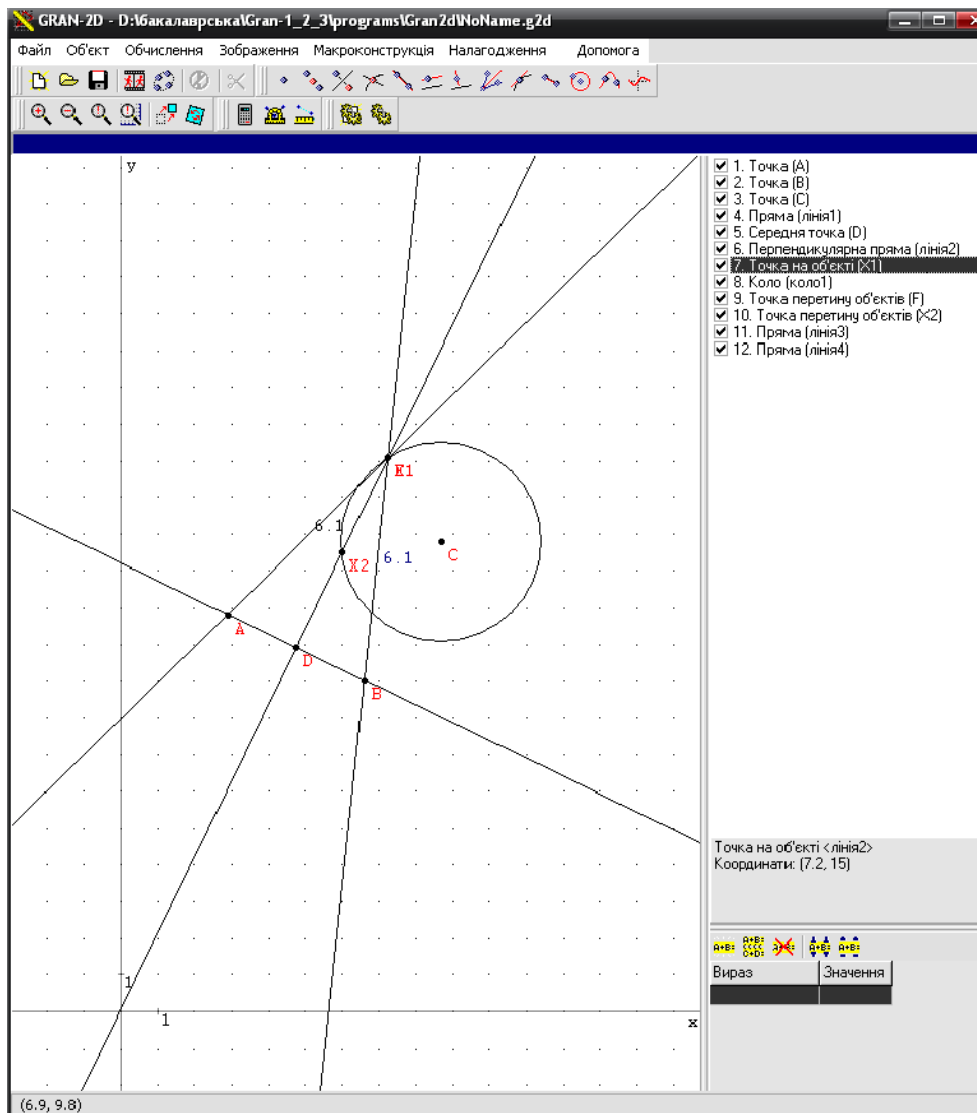


Рис 2.19.1

Перевіримо наші міркування за допомогою ППЗ GRAN-2D. Будуємо три точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  і проводимо пряму  $AB$ . Далі за допомогою послуги Об'єкт\Створити\Середня точка задаємо точку  $D$  і через цю точку проводимо перпендикулярну пряму до  $AB$  і на точку  $C$  як центр і даним радіусом, який дорівнює відстані, проводимо коло. Точки  $X1$  та  $X2$  – шукані. Для перевірки проводимо дві прямі  $X1A$  та  $X1B$  і вимірявши відстань  $X1A$  та  $X1B$ , переконуємось у правильності побудови.

Рухаючи побудовану модель, переконуємось у рівності відстаней для будь-якого розміщення заданих об'єктів. Також можна на даній моделі дослідити кількість розв'язків задачі, залежно від розміщення об'єктів.

Розв'язок задачі за допомогою пакету GEOGEBRA подано на рисунку

## 2.19.2

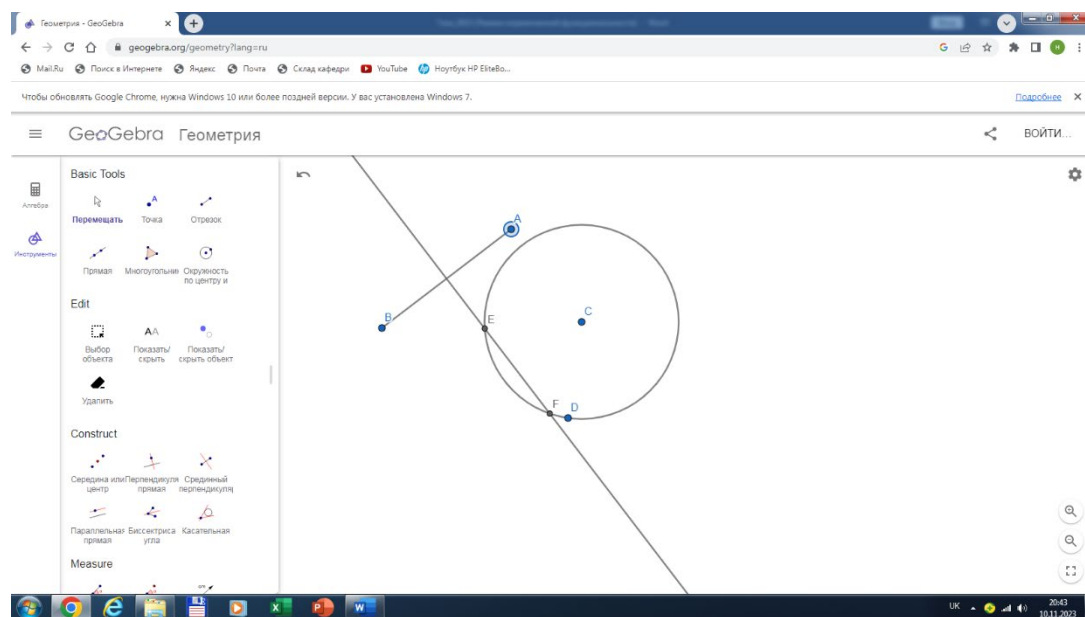
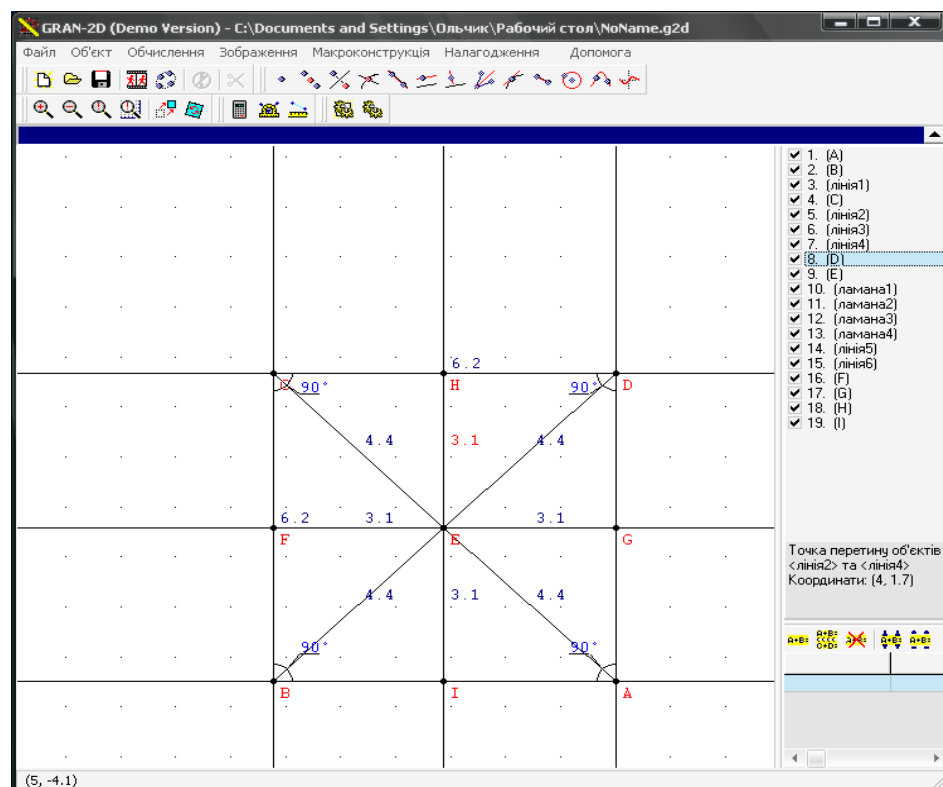


Рис.2.19.2

**Задача 2.** Дослідіть всередині якого паралелограма існує точка, рівновіддалена від усіх його вершин і рівновіддалена від усіх його сторін?

Дану задачу будемо досліджувати за допомогою програми GRAN-2D.



Для початку створимо паралелограм ABCD, скориставшись послугами Об'єкт\Створити екрану\ Точка та Об'єкт\Створити з екрану\Пряма, паралельна заданій прямій. Після цього будуємо довільну точну E через яку проводимо прямі до вершин паралелограма. Скориставшись послугою програми Об'єкт\Створити з екрану\Пряма, перпендикулярна до заданої прямої будуємо перпендикуляри і на перетині їх зі сторонами паралелограма ставимо точки H, F, I та G. Сполучаємо отримані точки з точкою E. Вимірюємо за допомогою послуги Обчислення/Довжина відрізка відстані EA, EB, EC, ED, EH, EF, EI, та EG. Обчисливши кути паралелограма та рухаючи точку E доти, поки відстані до сторін і до вершин паралелограма не будуть рівними, переконуємось, що це можливо лише у квадрата.

Моделювання дозволяє учням знаходити точку в квадрата, яка рівновіддалена від усіх його вершин і усіх його сторін при будь-яких значеннях сторін, паралелограма а також вимірювати відстань від точки до сторін і до вершин.

**Задача 3.** Що є геометричним місцем точок перетину бісектрис трикутників, у яких дві вершини A і B фіксовані і лежать на колі радіуса R, а вершина C рухається по цьому колу?

Розв'язання

Скориставшись послугою *Об'єкт/ Створити з екрану/ Пряма, що проходить через дві точки*, будуємо трикутник ABC (лінія 1, 2, 3). Скориставшись послугою *Об'єкт/ Створити з екрану/ Коло*, створюємо коло, описане навколо трикутника ABC (коло 1). Будуємо бісектриси кутів трикутника, користуючись послугою *Об'єкт/ Створити з екрану/ Пряма, бісектриса* (лінії 4 і 5). Позначаємо точку перетину бісектрис трикутника, скориставшись послугою *Об'єкт/ Створити з екрану/ Точка перетину об'єктів* (течка E). Знаходимо геометричне місце точки E, використовуючи послугу *Зображення/ ГМТ*.



Побудувавши модель задачі в програмі «GRAN 2D», отримуємо наочний результат – шуканим ГМТ є фігура, що складається з двох різних частин і яку можна назвати «лінза». На рисунку видно, що кожна з цих частин може бути дугою кола.

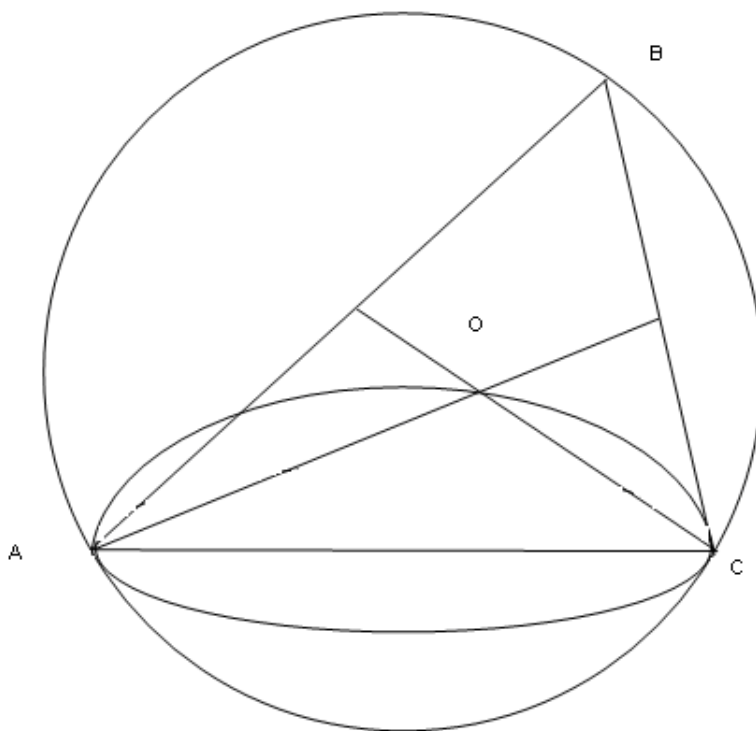


Рис 2.21

**Задача 4.** Побудуйте паралелограм, виберіть довільну точку, яка лежить всередині паралелограма. Знайдіть суму відстаней від цієї точки до всіх сторін паралелограма. Виконайте це завдання для різних точок. Порівняйте результати. Зробіть висновок і обґрунтуйте його.

**Задача 5.** Дослідити, які різні фігури можна утворити з квадрата і двох рівнобедрених прямокутних трикутників, бічні сторони яких дорівнюють стороні квадрата.

**Задача 6.** Дослідіть, чи пряма, яка проходить через центр кола і середину хорди, перпендикулярна до хорди.

**Задача 7.** Дослідіть, чи висоти рівнобедреного трикутника, проведені до бічних сторін рівні.

**Задача 8.** Побудуйте паралелограм із взаємно перпендикулярними діагоналями. Дослідіть, чи буде він ромбом?

**Задача 9.** Порівняйте периметр трикутника із сумою довжин висот.

**Задача 10.** Що більше: сума квадратів сторін трикутника чи сума квадратів медіан трикутника?

Підсумовуючи вище розглянуте можна стверджувати, що програмні засоби GRAN-2D та GEOGEBRA можна використовувати на всіх етапах навчального процесу. Його використання дозволяє звільнити учнів від виконання технічних операцій, а вивільнений навчальний час використовувати для творчих завдань.

## **2.2 Організація, проведення та результати педагогічного експерименту.**

В ході написання магістерської роботи проводила педагогічний експеримент. Експеримент проводився у 8-А та 8-Б класах під час вивчення "Геометрії".

В експерименті брали участь усі учні 8-А класу та усі учні 8-Б класу. Христівського ліцею. Всього у 8-А класі навчається 8 учнів, а у 8-Б класі 10 учнів. Експериментальний клас – 8-А клас, вивчали нові теми за допомогою різних прикладних програм, а контрольний клас – 8-Б клас, вивчали нові теми за допомогою звичайних методів. Мета даного експерименту полягала у розумінні та ефективності використання пакетів прикладних програм при розв'язуванні планіметричних задач.

У експериментальному класі використовували комп'ютерних при розв'язуванні даних задач. У контрольному класі використовувались традиційні методи викладання матеріалу.

У ході першого етапу експерименту були досягнуті наступні завдання:

Зробила розробку методики проведення уроків з використанням пакетів прикладних програм;

Проаналізувала чи ефективно впливає використання даних програм на розвиток учнів.

На другому етапі дослідження було здійснено експериментальне впровадження цієї методики на уроках математики.

Результати проведеної роботи наведено в таблиці:

Таблиця 2.1

Класи	Рівні засвоєння знань			
	високий	достатній	середній	низький
Експериментальний 8-А клас	40%	30%	25%	5%
Контрольний 8-Б клас	30%	20%	37%	13%

При порівнянні результатів результатів стає зрозуміло. Що використання пакетів прикладних програм при розв'язуванні діє ефективно на сприйняття і розуміння нового матеріалу. Під час застосування даної методики в учнів розвивається логічне мислення, критичне мислення, учні вчаться працювати в колективі. Деякі з учнів зацікавились даними програмами і самостійно спробували розв'язувати задачі, результат отримали позитивний, тому, я вважаю, що використання пакетів прикладних програм при розв'язуванні планіметричних задач, має займати основну ланку структури уроку.

Отже, використання пакетів прикладних програм GeoGebra, GRAN-2D та інших, досить добре впливає на розвиток учнів. В учнів формується та розвивається інформаційна компетентність, що дасть змогу їм краще зрозуміти цифровий світ інформатики та математики.

На мою думку, потрібно використовувати дані пакети програм, адже тоді відбувається зацікавлення учнів до вивчення математики. Вивчення математики стає різноманітним, а не однотипним і учні з радістю будуть вивчати нові знання, тим самим розвивати власну інформаційну компетентність, що в майбутньому обов'язково стане у нагоді.

### **Висновки до 2 розділу**

В даному розділі розроблено методика розв'язування основних типів планіметричних задач за допомогою програмних засобів GeoGebra, Gran-2D; встановлено переваги і недоліки їх використання, здійснено порівняльний аналіз цих програмних засобів.

Використання пакетів прикладних програм сприяє формуванню навичок математичного моделювання, застосування творчого підходу до дослідження розв'язків задач, адже динамічність моделей дозволяє розглянути різні часткові випадки.

Результати експериментального навчання засвідчили формування не лише математичних, а й інформаційних компетентностей при вивченні планіметрії, сприяли розвитку просторового і критичного мислення у здобувачів освіти, розуміння суті математичних методів та алгоритмів, що дозволяє реалізувати компетентнісний підхід при навчанні геометрії.

## ВИСНОВКИ

У ході вивчення та аналізу різноманітних аспектів використання комп'ютерних технологій у навчанні геометрії та розв'язанні планіметричних задач, можна зробити кілька ключових висновків. Впровадження пакетів прикладних програм, таких як GeoGebra та GRAN, у навчальний процес дозволяє досягти підвищення ефективності засвоєння математичних знань здобувачами освіти.

Роль вчителя в цьому контексті надзвичайно важлива, вимагаючи від нього не лише відмінної педагогічної майстерності, але й високого рівня комп'ютерної грамотності. Підготовка майбутніх вчителів повинна акцентувати увагу на формуванні їхньої інформаційної культури та вміння ефективно використовувати сучасні технології в навчальному процесі.

Важливо зазначити, що використання комп'ютерних технологій має сприяти не лише покращенню якості навчання математики, а й активізації творчих та дослідницьких здібностей. Успішна інтеграція традиційних та інноваційних методик сприяє розвитку практичної спрямованості та готовності здобувачів освіти до розв'язання реальних планіметричних задач.

Загальною тенденцією є необхідність постійного розвитку та вдосконалення методів викладання, адаптації до швидких змін у сучасному освітньому середовищі та збереження балансу між традиційними та інноваційними підходами. Використання пакетів прикладних програм стає ключовим елементом цього процесу, сприяючи розвитку критичного мислення та поглибленому засвоєнню математичних знань учнями.

Інформаційна компетентність важлива в розвитку учнів, оскільки вона допомагає їм засвоювати необхідні навички та знання для ефективного користування інформацією. В сучасному світі, де доступ до інформації є необмеженим, важливо вміти аналізувати, критично оцінювати, обробляти та використовувати отриману інформацію. Інформаційна компетентність

допомагає учням стати самостійними та креативними мислителями, здатними швидко знаходити необхідну інформацію, а також використовувати її для досягнення своїх цілей. Крім того, вона сприяє розвитку критичного мислення, аналітичних та проблемних навичок, які є важливими в навчанні та в майбутньому професійному житті учнів. Таким чином, інформаційна компетентність грає ключову роль у підготовці учнів до життя в сучасному інформаційному суспільстві.

Інформаційна компетентність також допомагає учням розвивати навички креативності та інноваційного мислення, що є важливими в сучасному світі. Вона сприяє розвитку учнів як активних учасників суспільства, здатних критично мислити, аргументовано висловлювати свої думки та приймати обґрунтовані рішення. Крім того, інформаційна компетентність допомагає учням стати відповідальними користувачами інформації, зберігати конфіденційність та етично використовувати отриману інформацію. Таким чином, інформаційна компетентність є важливою складовою загального розвитку учнів і готує їх до успішного функціонування в сучасному суспільстві.

Експериментальне використання пакетів прикладних програм при розв'язуванні планіметричних задач засвідчило ефективність розробленої методики. Використання програм GeoGebra та GRAN-2D дає змогу якісно зображувати певні об'єкти при розв'язуванні задач геометричного змісту. Програми GeoGebra, GRAN-2D мають велике інструментальне забезпечення, завдяки цим інструментам можна позначити і вимірювати кути, сторони, площі фігур, вписати в коло многокутник і навпаки вписати в многокутник коло тощо.

Використання програми GeoGebra та GRAN-2D на уроках може сприяти розвитку різноманітних якостей учнів:

- робота з програмами GeoGebra та GRAN-2D вимагає від учнів абстрактного мислення та здатності застосовувати математичні концепції у віртуальному середовищі;

- програми дозволяють учням створювати математичні моделі для розуміння різних концепцій. Це розвиває їхні навички в області моделювання та застосованої математики;
- використання візуальних засобів допомагає учням легше розуміти абстрактні математичні концепції шляхом візуалізації графіків, діаграм та інших візуальних елементів;
- використання пакетів прикладних програм може підвищити здатність учнів чітко та ефективно висловлювати свої математичні думки, пояснювати свої розрахунки та демонструвати свої розв'язки;
- робота з програмами GeoGebra та GRAN-2D може стимулювати творчий підхід учнів до вирішення математичних завдань та створення власних математичних моделей;
- учні можуть взаємодіяти між собою та спільно працювати над проектами, використовуючи комп'ютерні програми, що розвиває їхні навички співпраці та колективної роботи;
- вирішення математичних завдань за допомогою пакетів прикладних програм розвивають в учнів стратегії розв'язання проблем і розуміння математичних взаємозв'язків тощо.

Отже, використання пакетів прикладних програм при розв'язанні планіметричних задач є актуальним і ефективним. Кожен педагог вибирає пакети прикладних програм, з якими йому краще працювати, адже використання цих програм мають великий вплив на розвиток учнів та розвиток інформаційної компетентності в їхньому житті. Вчитель має вагомий вплив на формування особистості учня, тому, використання пакетів прикладних програм потрібне на уроках математики.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Биков В. Ю. Оцінювання інформаційно-комунікаційної компетентності учнів та педагогів в умовах євроінтеграційних процесів в освіті : посібник / Биков В. Ю., Овчарук О. В., та інші. К. : Педагогічна думка, 2017. 160с
2. Використання інформаційних технологій на уроках математики [Електронний ресурс] URL: [https://fitu.kubg.edu.ua/images/stories/Departments/kitmd/Internet\\_conf\\_17.05.18/s1/1\\_Zhyvohliad.pdf](https://fitu.kubg.edu.ua/images/stories/Departments/kitmd/Internet_conf_17.05.18/s1/1_Zhyvohliad.pdf) (дата звернення: 01.07.2023).
3. Використання математичних пакетів в інформатичній підготовці
4. Використання пакетів прикладних програм у процесі професійної підготовки студентів фізико-математичних спеціальностей [Електронний ресурс] URL: <https://vspu.net/sit/index.php/sit/article/view/5349/4774> (дата звернення: 01.07.2023).
5. Вовковінська Н.В. Інформатизація середньої освіти: програмні засоби, технології, досвід, перспективи. К.: Педагогічна думка, 2003.
6. Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. Київ : генеза, 2017. 240 с.
7. Геометрія : підруч. для 8 кл. закл. загал. серед. освіти / [А. П. Єршова, В. В. Голобородько, О. Ф. Крижановський, С. В. Єршов.] 2-ге вид., перероб. Харків.: Вид-во «Ранок», 2021. 256 с
8. Головань, М. С. Інформатична компетентність як об'єкт педагогічного дослідження / М. С. Головань // Проблеми інженерно-педагогічної освіти : зб. наук. праць / Українська інженерно-педагогічна академія. Х., 2007. № 16. с. 314-324.
9. Жалдак М. Інформатизації школи: комп'ютер і здоров'я дитини // Директор школи, ліцею, гімназії. 2001. №4. с. 42-46.
10. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Математика з комп'ютером. Посібник для вчителів. К.: РННЦ "ДНІТ". 2004.



11. ЖИТНИК Б.О. Методичний poradник. Харків: Основа, 2005.
12. Жук Ю.О. Електронний підручник та проблема систематики комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання Ю.О. Жук // Нові технології навчання : наук.-метод. зб. К., 2000. Вип. 25. с. 17-19.
13. Захарова І.Г. Інформаційні технології в освіті / І.Г. Захарова. М.: Видавничий центр «Академія», 2007. 192с.
14. Злобін Г. Г. Системи комп'ютерної математики в наукових обчисленнях : навчальний посібник / Г. Г. Злобін. Львів : Львівський національний університет імені Івана Франка, 2013. 120 с.
15. Знайомство з LibreOffice Підручник 04: Вступ до LibreOffice Calc [Електронний ресурс] URL: <http://surl.li/mikxj> (дата звернення: 12.08.2023).
16. Інтерактивне навчання: нові підходи // Відкритий урок. 2009. № 5. с. 4-6.
17. Інформатична компетентність: сутність, структура та становлення [Електронний ресурс] URL: [https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/52565/5/Holovan\\_Informatychna\\_kompetentnist.pdf](https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/52565/5/Holovan_Informatychna_kompetentnist.pdf) (дата звернення: 14.07.2023).
18. Карп С, Кохан О., Редько В. Електронні навчально-методичні комплекси у навчальному процесі середньої школи // Освіта. 2003.
19. Клейман Т. М. Школи майбутнього: Комп'ютери в процесі навчання. М.: Радіо і зв'язок, 1997.
20. Литвиненко Г. Про концепцію математичної освіти в Україні.// Математика в школі. 1998, №2. с. 18-21.  
майбутніх учителів математики [Електронний ресурс] URL: [https://lib.iitta.gov.ua/716732/1/160-169\\_Ponomareva.pdf](https://lib.iitta.gov.ua/716732/1/160-169_Ponomareva.pdf) (дата звернення: 28.08.2023).
21. Методи розв'язування планіметричних задач [Електронний ресурс] URL: <https://vseosvita.ua/library/tema-metodi-rozvazuvanna-planimetricnih-zadac-314675.html> (дата звернення: 05.06.2023).
22. Моделювання з використанням математичних пакетів [Електронний ресурс] URL:

[https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj\\_komp%27yuterne\\_modelyuvannya\\_system\\_procesiv/t1/171..htm](https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t1/171..htm) (дата звернення: 05.09.2023).

23. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту.
24. Носкова М.В. Проблема мотивації педагогів до використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі /М.В.Носкова // Комп'ютер у школі та сім'ї. 2009.
25. Пакет прикладних програм для розв'язання задач зонної чутливості [Електронний ресурс] URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/52159809.pdf> (дата звернення: 02.09.2023).
26. Пометун О.І, Пироженко Л.В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод. посіб./ О.І.Пометун, Л.В.Пироженко,.; за ред. О.І.Пометун. К.: А.С.К, 2004.
27. Проценко Т. Вимоги до використання комп'ютерних засобів у школі // Сікорський П. І. Аналіз традиційних технологій навчання // Педагогіка і психологія професійної освіти. 2000. Інформатика. 2003.
28. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. Х.: Факт, 2005. 360 с
29. Роль якісних задач у формуванні математичної компетентності [Електронний ресурс] URL: <https://repository.sspu.edu.ua/bitstream/123456789/9309/1/Kravchenko.pdf> (дата звернення: 13.09.2023).
30. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі : монографія / Семеріков С. О. ; науковий редактор академік АПН України, д. пед. н., проф. М.І. Жалдак. Кривий Ріг : Мінерал; К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. 340 с.
31. Семко Л.П. ІНФОРМАЦІЙНІ КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА ШЛЯХИ ЇХ ФОРМУВАННЯ [Електронний ресурс] URL: <https://lib.iitta.gov.ua/>

32. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики / В. М. Ракута // Інформаційні технології і засоби навчання. 2012. № 4 (30).
33. Структура та зміст інформаційної компетентності майбутнього спеціаліста [Електронний ресурс] URL: [https://fi.npu.edu.ua/files/Zbirnik\\_KOSN/11/30.pdf](https://fi.npu.edu.ua/files/Zbirnik_KOSN/11/30.pdf) (дата звернення: 29.08.2023).
34. Урок з теми "Методи розв'язування планіметричних задач" [Електронний ресурс] URL: <http://surl.li/micwr> (дата звернення: 22.06.2023).
35. Уроки математики у школі з використанням електронних засобів навчання. Навчально-методичний посібник. / [уклад. Гарус І.Б.]. Полтава : ПОІППО, 2011.
36. Що таке планіметрія? [Електронний ресурс] URL: <http://teg.com.ua/sho-take-planimetriia-znaiomstvo-z-geometriyeu/> (дата звернення: 26.08.2023).
37. GeoGebra. [Елект. ресурс]. Режим доступу : <https://www.geogebra.org>.

## ДОДАТКИ

### Додаток 1

**Тема уроку:** Правильні многокутники. Формули радіусів вписаних і описаних кіл правильних многокутників.

**Мета уроку:** сформувати в учнів уявлення про правильні многокутники, вміння застосовувати формули радіусів вписаних і описаних кіл; розвивати логічне мислення; виховувати любов до математики.

**Обладнання:** підручник "Геометрія", програма "GeoGebra"

**Тип уроку:** засвоєння нових знань, умінь, навичок.

#### *Хід уроку*

##### *I. Організаційний момент*

Привітання вчителя. Перевірка присутніх.

##### *II. Актуалізація опорних знань.*

##### *III. Мотивація навчальної діяльності.*

##### *IV. Вивчення нового матеріалу.*

##### Пояснення нового матеріалу.

Правильним многокутником називають опуклий многокутник, у якого всі сторони між собою рівні і всі кути між собою рівні.

Прикладами правильних многокутників є рівносторонній трикутник і квадрат. На малюнку зображено правильні п'ятикутник, шестикутник, семикутник і восьмикутник.

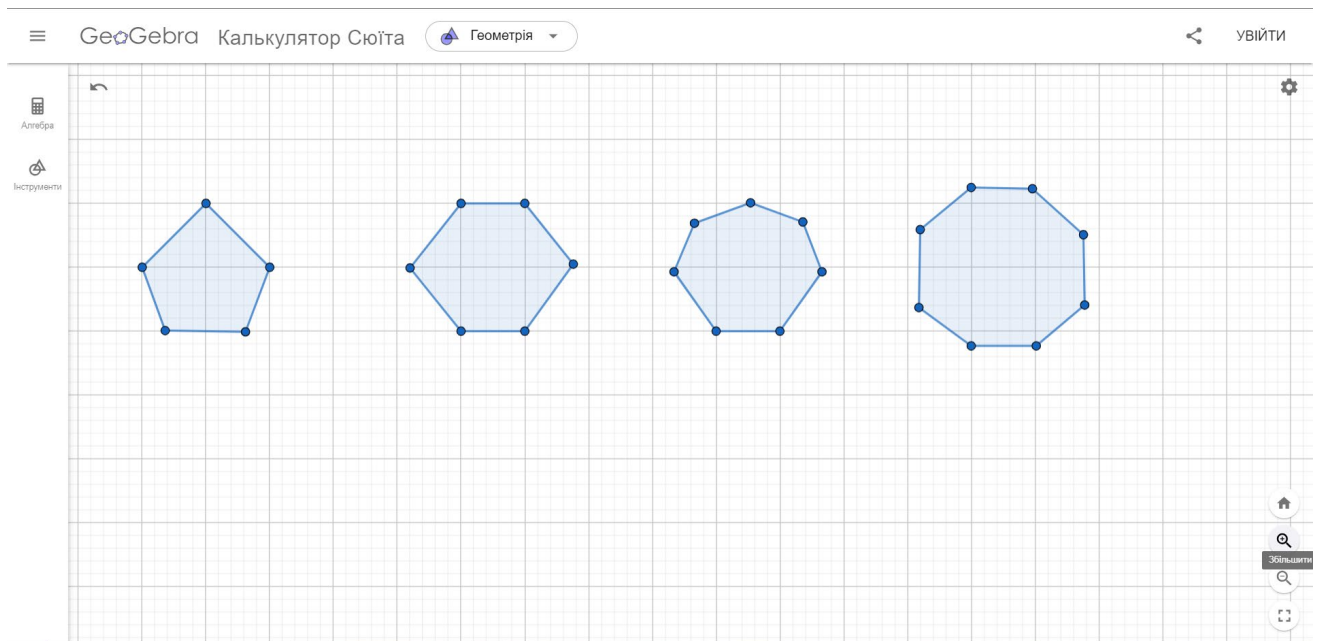


Рис. 1

Теорема (про коло, описане навколо правильного многокутника, і коло, вписане у нього). Якщо многокутник правильний, то навколо нього можна описати коло і в нього можна вписати коло.

Наслідок 1. Центри вписаного й описаного кіл правильного многокутника збігається.

Наслідок 2. Коло, вписане у правильний многокутник, дотикається до сторін многокутника у їх серединах.

#### Розв'язання задач.

Задача. Побудуйте правильний шестикутник, вписаний в коло.

Розв'язання:

- 1) Проведемо довільне коло;
- 2) Позначимо на колі довільну точку  $A$  – одну з вершин правильного шестикутника.
- 3) З точки  $A$ , як із центра радіусом, що дорівнює радіусу кола, зробимо на колі по обидва боки від точки  $A$  засічки й отримаємо точки  $B$  і  $F$ .
- 4) Продовжуємо робити засічки від отриманих точок тим самим радіусом, отримуючи вершини  $C$ ,  $D$ ,  $E$ , і сполучаємо їх.

Отримаємо правильний шестикутник  $ABCDEF$ .

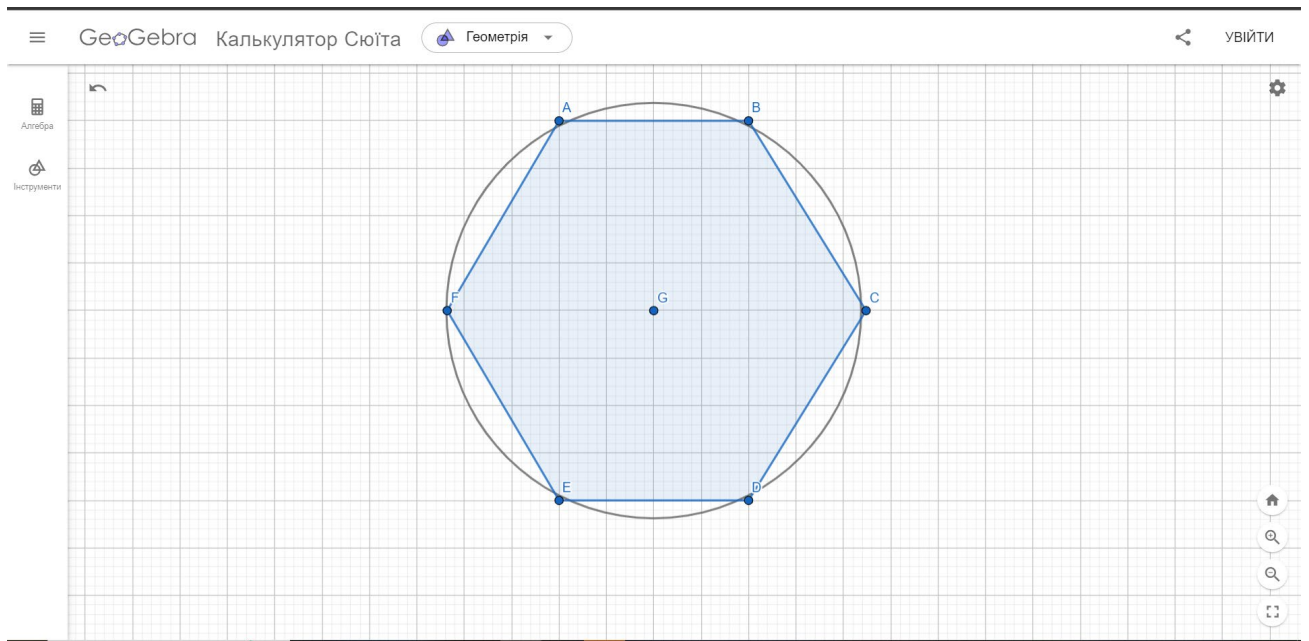


Рис. 2

Задача: Побудуйте правильний трикутник, вписаний у коло.

Розв'язання:

Для побудови правильного вписаного трикутника треба відрізками сполучити вершини правильного вписаного шестикутника через одну. Отримаємо правильний трикутник МІК.

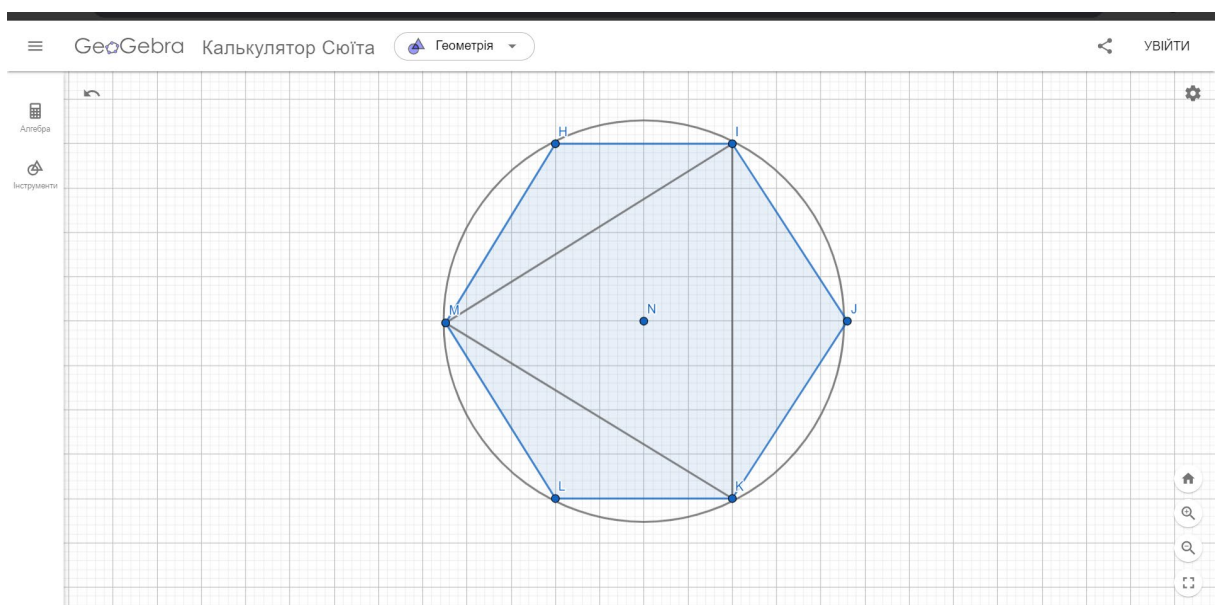


Рис. 3

Задача: Побудуйте правильний чотирикутник (квадрат), вписаний у коло.

Розв'язання:

Для побудови вписаного чотирикутника (квадрата) достатньо через центр кола провести дві взаємно перпендикулярні прямі. Вони перетнуть коло у вершинах квадрата. Маємо квадрат  $ORQP$ .

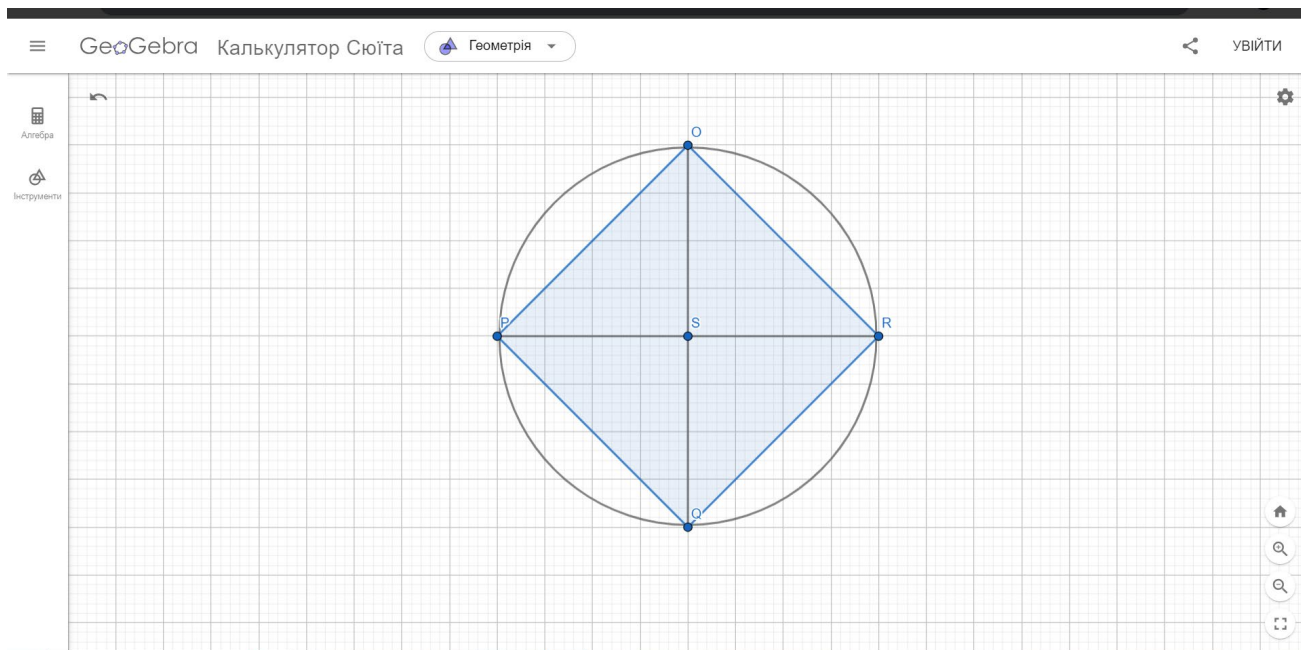


Рис. 4

*V. Закріплення знань і підведення підсумків.*

1. Що називають правильним многокутником?
1. Як звучить теорема про коло, описане навколо правильного многокутника?
2. Як звучить теорема про коло, яке вписане в правильний многокутник?

*VI. Домашня робота*

§ 15, № 731, 736, 744, 748.

## Додаток 2

**Тема уроку:** Паралелограм і його властивості.

**Мета уроку:** сформувати в учнів знання про паралелограм, його властивості та означення; розвивати логічне мислення, уяву; виховувати в учнів тактовність.

**Обладнання:** підручник "Математика", програма "GeoGebra"

**Тип уроку:** засвоєння нових знань, умінь, навичок

*Хід уроку*

*I. Організаційний момент*

Привітання вчителя. Перевірка присутніх.

*II. Актуалізація опорних знань.*

Перевірка домашнього завдання.

*III. Мотивація навчальної діяльності.*

*IV. Вивчення нового матеріалу.*

Означення паралелограма.

Паралелограмом називається чотирикутник, протилежні сторони якого попарно паралельні.

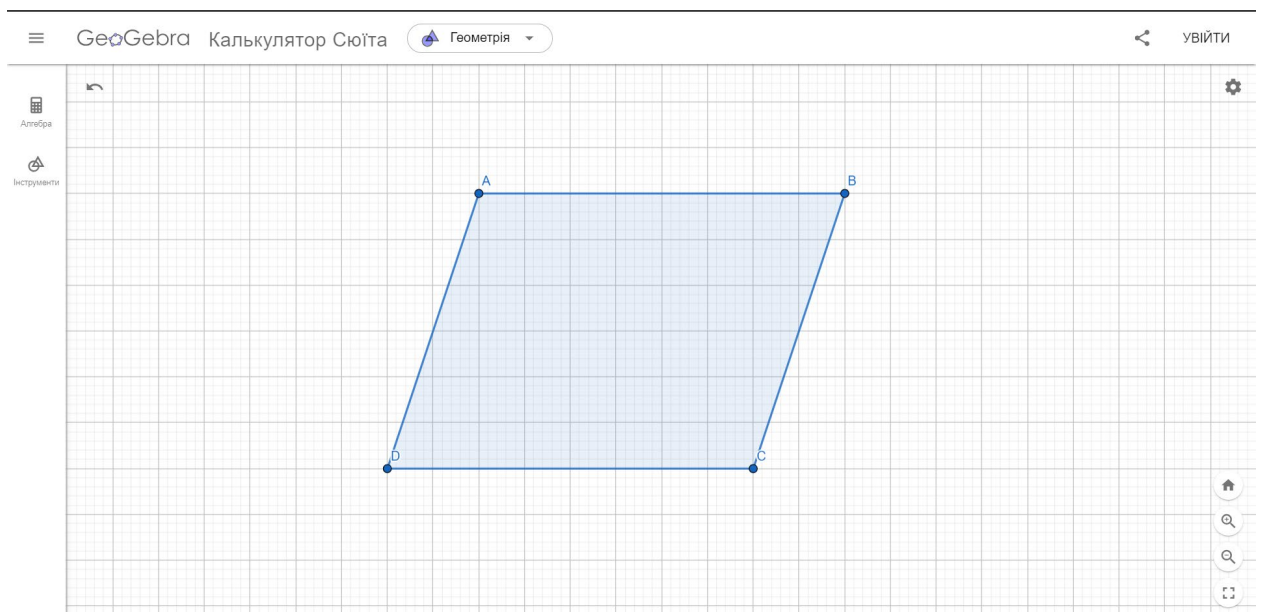


Рис. 1



Задача: На рисунку зображено  $KLM$   $M = NK$ . Доведіть, що чотирикутник  $KLMN$  — паралелограм.

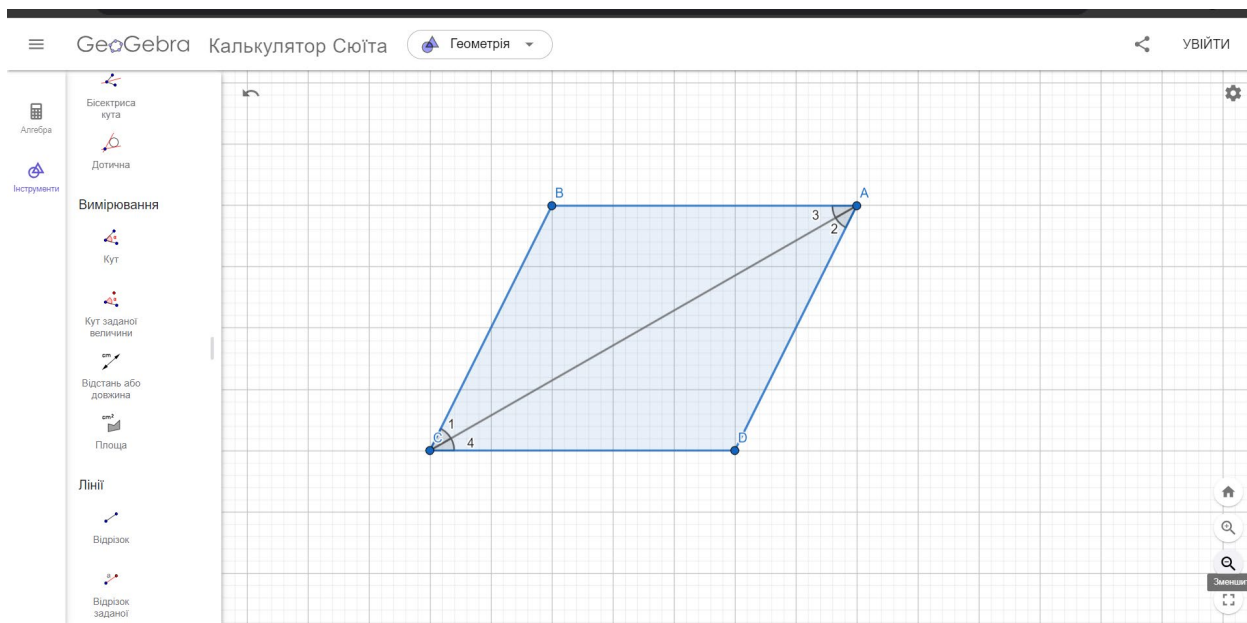


Рис. 2

З рівності трикутників  $KLM$  і  $MNK$  випливає рівність кутів:  $\angle 1 = \angle 2$  і  $\angle 3 = \angle 4$ . Куты 1 і 2 є внутрішніми різносторонніми при прямих  $KL$  і  $MN$  та січній  $KM$ . Аналогічно кути 3 і 4 є внутрішніми різносторонніми при прямих  $LM$  і  $KN$  та січній  $KM$ . За ознакою паралельності прямих маємо:  $KL$  паралельна  $MN$  і  $LM$  паралельна  $KN$ . Отже, у чотирикутнику  $KLMN$  протилежні сторони попарно паралельні, тобто  $KLMN$  — паралелограм за означенням.

Висотою паралелограма називається перпендикуляр, проведений з точки однієї сторони до прямої, що містить протилежну сторону.

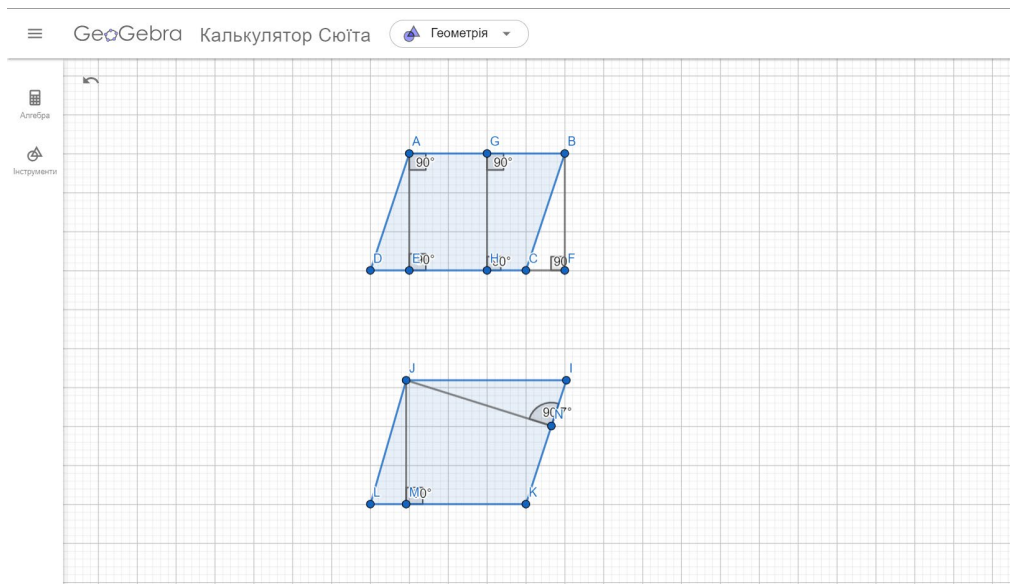


Рис. 3

Властивості паралелограма.

Безпосередньо з означення паралелограма випливає, що будь-які два його сусідні кути є внутрішніми односторонніми при паралельних прямих, які містять протилежні сторони. Це означає, що сума двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює  $180^\circ$ .

Теорема (властивості паралелограма)

У паралелограмі:

- 1) протилежні сторони рівні;
- 2) протилежні кути рівні;
- 3) діагоналі точкою перетину діляться навпіл.

Задача.

У паралелограмі ABCD бісектриса кута C ділить сторону AB навпіл. Знайдіть периметр паралелограма, якщо  $CB = 6$  см

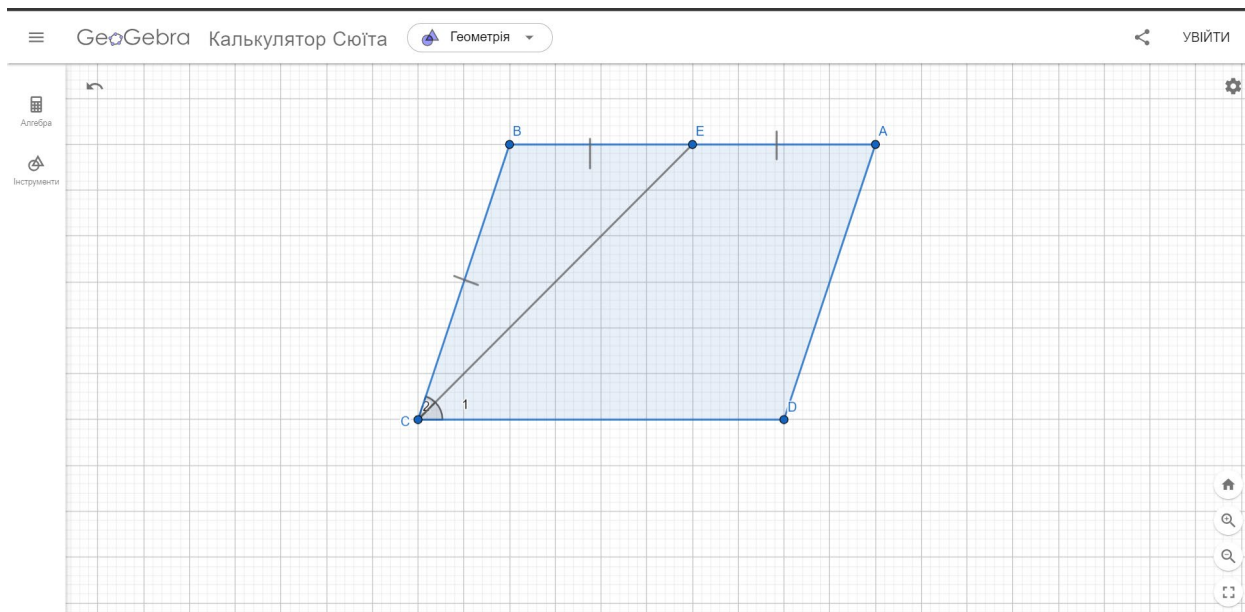


Рис. 4

Розв'язання:

Нехай у паралелограмі  $ABCD$  бісектриса кута  $A$  перетинає сторону  $BC$  в точці  $E$ ,  $BE = EA$ . Зазначимо, що  $\angle 1 = \angle 2$ , оскільки  $CE$  — бісектриса кута  $BCE$ , а  $\angle 1 = \angle 3$  як внутрішні різносторонні при паралельних прямих  $BA$  і  $CD$  та січній  $CE$ . Звідси  $\angle 2 = \angle 3$ , тобто за ознакою рівнобедреного трикутника трикутник  $CBE$  — рівнобедрений з основою  $CE$ , отже,  $BE = CB = 6$  см. За умовою  $BE = EA$ , тобто  $BA = 12$  см.

Отже, оскільки протилежні сторони паралелограма рівні, то  $P_{CBAD} = 2 \cdot (6 + 12) = 36$  (см).

*V. Закріплення знань і підведення підсумків.*

1. Що таке паралелограм?
2. Що таке висота паралелограма?
3. Назвіть властивості паралелограма.

*VI. Домашня робота.*

§ 2, № 37, 38, 44