

РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ТЕОРІЇ ТА МЕТОДИК ПОЧАТКОВОГО НАВЧАННЯ

Дипломна робота

освітньо-кваліфікаційного рівня "магістр"

на тему:

**Психолого-педагогічні особливості
методики застосування моделювання у
навчальному процесі з математики**

Виконала: студентка II курсу магістратури

Спеціальності 013 «Початкова освіта»

Дорошенко Софія Василівна

Науковий керівник: **канд. пед. н., проф.**

Пасічник Я. А.

Рівне – 2018 року

Зміст

Вступ	3
Розділ I. Психолого-педагогічні аспекти проблеми навчання математики молодших школярів	
1.1. Психолого-педагогічні особливості сучасних дітей молодшого шкільного віку	6
1.2. Дидактичний принцип наочності і його історичні корені.....	17
1.3. Моделювання як ефективний метод навчання математики молодших школярів.....	23
Висновки до першого розділу	31
Розділ II. Особливості методики застосування методу моделювання у навчальному процесі з математики в початкових класах	
2.1. Методика застосування методу моделювання в процесі вивчення нумерації цілих невід’ємних чисел.....	33
2.2. Методика застосування методу моделювання в процесі формування навичок усних і письмових обчислень.....	40
2.3. Місце моделювання у методиці розв’язування текстових задач.....	62
2.4. Систематизація моделей під час вивчення величин, частин і дробів.....	69
2.5. Методика застосування моделювання в процесі вивчення елементів алгебри і геометрії в початкових класах.....	80
Висновки до другого розділу.....	89
Розділ III . Експериментальна частина	
3.1. Експериментальна методика застосування методу моделювання під час розв’язування задач на зв’язки між пропорційними величинами	93
3.2. Аналіз результатів дослідного навчання	96
Висновки.....	103
Список використаної літератури.....	106

Вступ

На сучасному етапі розвитку освіти пріоритетною виступає особистісно-орієнтована модель навчання і виховання, яка передбачає здійснення індивідуального підходу до кожного учня в навчально-виховному процесі. А це, в свою чергу, вимагає врахування індивідуальних психолого-педагогічних особливостей молодших школярів під час вибору методів і засобів навчання, а також форм організації навчальної діяльності.

Однією із найактуальніших проблем сучасної методики викладання математики є проблема методів навчання, а саме, використання і поєднання сучасних технологій навчання з процесами моделювання у навчальному процесі для досягнення його максимальної ефективності.

Для цього, насамперед, необхідно виділити специфічні психолого-педагогічні особливості дітей молодшого шкільного віку.

Аналіз останніх досліджень і публікацій психолого-педагогічної літератури показує, що питання психології молодшого школяра досліджувало у своїх працях багато вчених, зокрема, В.Давидов, Б.Ананьєв, Л.Занков, Д.Ельконін, Шардаков, Косма і інші. Особистісний підхід до молодших школярів досліджували М.Волокітіна, Н.Левітін, В.Самохвалова та ін. Захопливо писали про молодших школярів видатні вчені-педагоги Ш.Амонашвілі, В.Сухомлинський та ін.

Молодший шкільний вік є новим етапом розвитку дитини, що охоплює період з 6-7 років до 10-11 років. Це час випробовування дитиною своїх сил, вирішення складних завдань, які виникають в результаті взаємодії із зовнішнім середовищем. Зазвичай, з ростом дитячого організму відбуваються якісні зміни й у психіці дитини, ускладнюється система її соціальних зв'язків, мотивів. Але найголовнішою подією цього вікового періоду є безперечно зміна соціального статусу – вступ дитини до школи. На шляху свого становлення, як особистість, дитина проходить кілька етапів психічного і фізичного розвитку, що створюють передумови формування і виховання у неї різних якостей і властивостей, розвиток здібностей і інтересів, до яких вона є найбільш чутливою (найбільш сприйнятливою).

Математичні здібності дітей, як і інші якості їх особистості, знаходяться в процесі становлення і пов'язані з ходом вікового розвитку. Вікові особливості мають безпосереднє відношення до формування здібностей та індивідуальних відмінностей.

Введення в практику початкового навчання різноманітних форм і методів математичного розвитку потребує сучасних підходів в початковій освіті. Одним із пріоритетних методів розвитку математичних здібностей дітей молодшого шкільного віку є метод моделювання.

Метод моделювання використовується в будь-якій науці, на всіх етапах наукового пізнання. Він володіє великою евристичною силою, яка визначається тим, що з його допомогою вдається звести вивчення складного матеріалу до простого, невидимого і невідчутного до видимого і відчутного, тобто модель може зробити будь-який об'єкт доступним для сприйняття.

У зв'язку з цим проблема використання моделювання в процесі початкового навчання математики є надзвичайно актуальною.

В сучасній педагогіці над цією темою працює багато вчених-педагогів, психологів і математиків, таких як А. Г. Бондар [10], В. В. Павелко [43], Г. Рєпина [49], Т.Д. Садова [54] та інші.

Не могла ця проблема залишитись й поза моєю увагою, як майбутнього вчителя молодших класів, тому й була обрана для проведення науково-педагогічного дослідження.

Об'єкт нашого дослідження – метод моделювання.

Предмет дослідження - психолого-педагогічні особливості методики застосування моделювання у навчальному процесі з математики.

Метою нашого дослідження є вивчення психолого-педагогічних особливостей застосування методу моделювання у навчальному процесі з математики.

Завдання дослідження:

1) Проаналізувати психолого-педагогічну і методичну літературу з теми дослідження;

- 2) Виявити психолого-педагогічні особливості дітей молодшого шкільного віку;
- 3) Охарактеризувати суть понять «модель» і «моделювання»;
- 4) Описати методику застосування методу моделювання у процесі вивчення початкового курсу математики;
- 5) Довести ефективність застосування моделювання у навчанні математики молодших школярів.

Гіпотезою нашого дослідження є ствердження про те, що моделювання є ефективним методом засвоєння математичного матеріалу учнями молодшого шкільного віку.

Під час проведення нашого дослідження ми користувалися теоретичними і емпіричними методами, а саме:

Теоретичні - аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури з питань дослідження особливостей дітей молодшого шкільного віку та методики застосування методу моделювання у процесі навчання молодших школярів.

Емпіричні – спостереження, експеримент, проведення уроків на розкриття змісту різних математичних понять, формування вмінь та навичок.

Структура роботи зумовлена логікою дослідження і складається зі вступу, трьох розділів, висновків до кожного розділу та загальних висновків, списку використаної літератури. Загальний обсяг дипломної роботи становить сторінки.

Розділ І. Психолого-педагогічні аспекти проблеми навчання математики молодших школярів.

1.1. Психолого-педагогічні особливості сучасних дітей молодшого шкільного віку.

В нашому столітті спостерігається процес загальмування темпів розумового розвитку. Сучасні діти за більшістю характеристик відстають у розвитку від своїх батьків, коли ті були в їхньому віці. Проте, разом з тим, внаслідок швидких темпів науково-технічного прогресу наші діти є більш інформованими і ерудованими. Тому перед науковцями стоїть питання виділення специфічних особливостей сучасних молодших школярів.

Як пише В. В. Давидов, молодший шкільний вік – це особливий період життя, на якому дитина вперше починає займатися соціально значимою навчальною діяльністю.

До шести-семи років діти досягають необхідного рівня розвитку для навчання в школі. Але процес переходу дитини від дошкільного періоду до періоду молодшого школяра супроводжується кризою. Під час вступу дитини до школи повністю змінюється весь стрій її життя: зміна режиму, відношення з оточуючими. У молодшому шкільному віці провідною є навчальна діяльність, в результаті якої виникають основні психічні новоутворення, характерні для даного віку. І, хоч діти найчастіше із задоволенням відвідують школу, їх переважно цікавить лише зовнішня атрибутика шкільного життя: сидіння за партою, носіння портфеля тощо. Їм подобається їх новий статус школяра, вони намагаються якнайкраще виконувати поставлені завдання. Але на початковому етапі школярі сприймають похвалу вчителя як оцінку власних старань, а не якості виконаної роботи. Тому одним із основних завдань вчителів, психологів і батьків на даному етапі - забезпечити формування внутрішньої мотивації до навчання, тобто бажання осягати нове, дізнаватися цікаве. Формування інтересу до змісту навчальної діяльності, здобуття знань пов'язане з переживанням школярем почуття задоволення від власних досягнень. [33]

Зазвичай молодші школярі із захопленням здобувають нові знання, тому вчителю достатньо лише вміти підтримувати інтерес дитини і спрямовувати її зусилля в потрібне русло. Але педагогам необхідно пам'ятати, що в даному віці для дитини значне місце займає ігрова діяльність. Тому навчальний процес необхідно будувати із врахуванням інтересів дітей і їхніх вікових особливостей.

Дуже важливим для дитини є входження в нове соціальне середовище. Необхідно допомогти дитині знайти своє місце в колективі учнів класу, школи. У молодшому шкільному віці відбувається формування особистості.

На даному етапі відбувається функціональне удосконалення мозку – розвивається аналітико-синтетична функція кори; поступово змінюється співвідношення процесів збудження і гальмування: процес гальмування стає дедалі сильнішим, хоча і надалі переважає процес збудження, і молодші школярі дуже імпульсивні. [53]

Необхідна умова шкільного навчання - це розвиток пізнавальної діяльності школярів. Пізнавальна діяльність полегшує і прискорює розумову реакцію. Психологічні особливості молодших школярів, їх природна допитливість, чуйність, особлива прихильність до засвоєння нового, готовність сприймати все, що пропонує вчитель, створюють сприятливі умови для розвитку пізнавальної активності.

Пізнавальна активність є основою практично будь-якої діяльності, в тому числі, й навчальної. Для вчителя не є секретом, що низький її рівень стає на перешкоді ефективної організації освітнього процесу, зокрема, і в початковій школі. [56]

Пізнавальна діяльність учнів початкових класів характеризується, перш за все, емоційністю світосприйняття. Тому ілюстрації, малюнки, жарти, наочні посібники – є необхідними атрибутами навчання. Для дітей важливими є емоції: образи, які виникають у них під час сприйняття інформації повинні бути дуже яскравими.

Дуже важливим є стимулювання пізнавальної діяльності учнів на уроках математики. Пріоритетним напрямом у роботі повинен бути розвиток логічного мислення й математичного мовлення.

Міцні знання, уміння й навички учні набувають у процесі активної пізнавальної діяльності, важливим збудником якої є інтерес. Щоб підтримати цей інтерес вчитель використовує різні форми зацікавленості: дидактичні і сюжетні ігри, задачі у віршах, задачі-жарти, ребуси, ігрові ситуації. Зокрема, на уроках математики дуже корисні вправи із серії “Цікава математика”, “У царстві геометричних фігур”, в яких передбачається оригінальне розв’язування нестандартних задач, вибір раціональних способів дослідження, порівняння, доведення. Вони потребують від кожного учня вищого ступеня творчої активності, гнучкості мислення.

Л. Кравчук [31] виділила такі чинники, що сприяють формуванню і зміцненню пізнавального інтересу у дитини молодшого шкільного віку:

1. Максимальна опора на активну мислительну діяльність учня: ситуації розв’язування пізнавальних завдань, ситуації активного пошуку, ситуації розумової напруги, ситуації суперечливості суджень, зіткнення різних позицій, в яких необхідно розібратися самому, стати на певну точку зору, прийняти рішення.

2. Навчальний матеріал повинен враховувати психологічний, інтелектуальний рівень розвитку як окремого учня так і класу в цілому.

3. Емоційна атмосфера навчання, позитивний емоційний тонус навчального процесу.

На думку М. Ф. Бєляєва [3], Г. І. Щукіної [61], пізнавальний інтерес у своєму розвитку проходить такі стадії: цікавість, допитливість, теоретичний інтерес.

Цікавість – елементарна стадія вибіркового ставлення, що обумовлена тільки зовнішніми, скоріше обставинами несподіваного характеру, що привертають увагу людини і є початковим поштовхом у виявленні пізнавального інтересу.

У педагогічному словнику [46] допитливість визначається як риса характеру особистості, що проявляється у прагненні до широти та глибини знань про навколишній світ і саму себе. Із психологічної точки зору, допитливість – риса

характеру особистості, яка виявляється у постійному прагненні людини до глибшого розуміння суті подій і явищ навколишнього світу. Допитливість є необхідною умовою інтелектуального розвитку людини, успішного навчання свідомого професійного вибору. Якщо для дитини дошкільного віку – це вікова особливість розвитку, то у дітей молодшого шкільного віку формується у процесі навчання шляхом пробудження інтересу до різних навчальних предметів і видів людської діяльності.

Теоретичний інтерес пов'язаний як із прагненням до пізнання складних теоретичних питань і проблем конкретної науки, так і з використанням їх як інструменту пізнання. Цей ступінь активного впливу людини на світ, на його перебудову, що безпосередньо пов'язаний зі світоглядом людини, з її переконаннями в силі і можливостях науки. Цей ступінь характеризує не тільки пізнавальне начало в структурі особистості, а й людину як діяча, суб'єкта, особистість.

На думку С. Л. Рубінштейна [51] головним критерієм уроку повинна стати включеність у навчальну діяльність усіх без винятку учнів на рівні їхніх потенційних можливостей, спілкування у режимі діалогу, співробітництва. Вчений зазначав: «для того, щоб учень по-справжньому включився в роботу, потрібно зробити поставлені в ході навчальної діяльності завдання не тільки зрозумілими, але і внутрішньо прийнятими їм, тобто щоб вони придбали значущість і знайшли, таким чином, відгук і опорну крапку в його переживанні. Рівень свідомості істотно залежить від того, наскільки особистісно значущим для учня виявляється те, що об'єктивно, суспільно значуще».

У підручнику «Педагогіка» Кузьмінського А.І., Омеляненко В. Л. виявлені яскраво виражені відмінності в характері сприйняття у людей, рівні розвитку аналізу і синтезу [32]. В одних людей переважає аналітичне сприйняття, чітке виділення форм і рухів, в інших - схильність до врахування всього комплексу форм та цілісності образів, синтетичність сприйняття загалом. У дослідженнях, проведених у початковій школі, також було виявлено індивідуальні відмінності у

поєднанні даних аналізу і синтезу: у 57% випробовуваних переважало аналітичне сприйняття, у 43% - синтетичне.

Діти, у яких переважає синтетичний тип сприйняття, проявляють схильність до узагальненого віддзеркалення явищ і предметів, але, як правило, не надають значення деталям, не бачать їх, що нерідко приводить до помилкових узагальнень. Школярі з протилежним типом сприйняття, навпаки, прагнуть проаналізувати усі деталі, подробиці, проте їм важко в самостійному виділенні основного значення та основних характеристик сприйнятого об'єкта. [20]

Окрім того, у психології виділяється ще один специфічний тип сприймання - емоційний, тобто такий, що припускає підвищену емоційну збудливість у відповідь на різні подразники [20]. Такі діти перш за все сприймають те, що впадає в очі, те, що пов'язане з їх минулим досвідом, тобто у їх сприйманні велику роль відіграє мимовільна регуляція. У вчителів же, котрі характеризуються таким типом сприйняття, образи неорганізовані, заплутані, вони більше прагнуть виразити свої переживання, аніж зрозуміти і висловити суть якого-небудь явища. Спостерігаючи за учнем, такий вчитель перш за все помічає те, що впливає на його емоційну сферу, а не прагне розібратися в особливостях організації пізнавальної сфери молодшого школяра.

Отже, успіх навчання дитини в школі великою мірою залежить від того, як вона сприймає навчальний матеріал. У дитини, яка вступає до школи, вже відносно розвинене сприймання, зокрема дитина повинна вміти виділяти суттєве в явищах навколишньої дійсності, вміти порівнювати їх, бачити подібне і відмінне. За час навчання в початкових класах її сприймання значно збагачується. У процесі навчально-виховної роботи вчитель поглиблює досвід учня і навчає його правильно сприймати, правильно спостерігати. Об'єкти сприймання стають для учня об'єктами спеціального спостереження і вивчення.

Сприйняття на даному рівні психічного розвитку пов'язане з практичною діяльністю дитини. Сприйняти предмет для дитини – означає щось з ним зробити, щось змінити в ньому.

В процесі навчання відбувається перебудова сприйняття, воно підіймається на вищий рівень розвитку, набуває характеру цілеспрямованої і керованої діяльності. Також під час навчання сприйняття поглиблюється, стає більш аналізованим, диференційованим, набуває характеру організованого спостереження.

У школі дитина переходить від безпосереднього чуттєвого сприймання світу до сприймання, вираженого в абстрактних поняттях. У її мисленні виникає наукове осмислення всього того, що вона раніше фіксувала як об'єкт із певним набором ознак.

Деякі вікові особливості притаманні увазі учнів молодших класів. Основна з них - слабкість довільної уваги. На початку молодшого шкільного віку обмежена можливість вольового регулювання уваги і керування нею. Довільна увага молодшого школяра потребує так званої близької мотивації. Якщо у старших школярів довільна увага підтримується і при наявності далекої мотивації (вони можуть змусити себе зосередитись на будь-якій роботі заради результату, який очікується в майбутньому), то молодший школяр зазвичай може змусити себе зосереджено працювати лише за наявності близької мотивації (перспективи отримати гарну оцінку, заслужити похвалу учителя і т. д.). Для успішної організація навчальної роботи молодших школярів потрібно постійно турбуватися про розвиток у них довільної уваги та формування вольових зусиль у подоланні труднощів при оволодінні знаннями. Діти молодшого шкільного віку здатні зосереджувати увагу на інтелектуальних задачах, але це вимагає деяких зусиль волі.

Увага дітей молодшого шкільного віку характеризується малою стійкістю (10-15 хвилин), малим обсягом (2-3 одиниці), слабким розподілом, нерозвиненим переключенням. Зазначені особливості уваги необхідно враховувати в процесі навчання та виховання молодших школярів. Викладання в початкових класах повинно бути безпосередньо цікавим, емоційно насиченим, з широким застосуванням наочності, а також доступним.

Окрім довільної та мимовільної уваги, виокремлюють ще один особливий вид - післядовільну увагу.

Післядовільна увага - вид уваги, яка виникає після того, як свідоме зосередження на певному об'єкті переходить у невимушене. [41]

Іноді після довільну увагу ще називають вторинною мимовільною. Оскільки вона має ознаки як мимовільної (не вимагає спеціальних вольових зусиль), так і довільної (залишається цілеспрямованою і передбачуваною). Перехід від довільної уваги до післядовільної зменшує напруженість діяльності і підвищує її ефективність через зменшення потреби у витрачанні зусиль на зосередження у роботі. [41]

При організації навчально-виховного процесу в школі необхідно враховувати особливості всіх видів уваги.

Постійна підтримка уваги за допомогою вольових зусиль пов'язана зі значним напруженням є дуже виснажливою. Саме це й визначає особливе значення післядовільної уваги в процесі навчання.

Вихованню післядовільної уваги у молодших школярів сприяє проблемність навчання, використання творчих завдань, самостійна робота.

Значно краще в молодшому шкільному віці розвинена мимовільна увага. Все нове, неочікуване, яскраве, цікаве саме собою привертає увагу дітей, без жодних зусиль. Навчання дитини в школі, сам процес здобування знань - все це сприяє швидкому зростанню у молодших школярів мимовільної уваги, яка розвивається у них, головним чином, на ґрунті виникаючих інтересів, і, зокрема, інтересу до навчальних занять

У молодших школярів мимовільна увага значною мірою залежить від враження матеріалу, від його наочності та конкретності, від впливу на емоційну сферу дитини. Хоч у молодших школярів найбільше розвинена мимовільна увага, однак перші роки навчання - головний період формування й довільної вольової уваги .

Перевага у дітей молодшого шкільного віку мимовільної уваги над довільною може бути пояснена тим, що регулююча діяльність другої нервової системи відносно до першої в цьому віці ще недостатня.

Регуляція уваги тісно пов'язана з волею та розвитком логічного мислення. Щоб стати уважним, людина повинна дійти до висновку про необхідність

зосередитися, зважити за й проти та відкинути ті висновки, які сприяють відволіканню від предмета, на якому треба зосередитися. Тому, довільна увага є не тільки вольовою, але й інтелектуальною, тобто пов'язаною з достатньо розвинутим мисленням.

В умовах шкільного життя увага молодшого школяра багато в чому залежить від уваги інших дітей, і в цьому розумінні колектив та навчальна праця - головні фактори розвитку уваги.

Увага дітей молодшого шкільного віку нестійка, вона часто переключається з одного об'єкта на інший. Тому, з поля уваги дітей треба усунути все, що не має відношення до роботи на уроці. Учитель іноді і не здогадується, що служить причиною неуважності дітей. [40]

Мислительна діяльність молодших школярів також характеризується образністю. Під час роботи з інформацією їм важливо мати конкретні образи виучуваних предметів і явищ. Під час розв'язування конкретних завдань діти спираються на реальні предмети або дії, чи на їх зображення, моделі.

Процес навчання стимулює розвиток абстрактного мислення, особливо на уроках математики, оскільки від дій з конкретними предметами школяр переходить до розумових операцій з абстрактними числами. Першокласник не робить число об'єктом своєї думки, воно невідривно пов'язане з певними предметами. Однак числові операції дитина цього віку створює, не відволікаючись, а спираючись на певні предмети та уявлення. Їй легше лічити, використовуючи пальці та палички. У процесі вивчення математики учні переходять від дій з предметами до дій в розумі, спираючись на уявлення та слова. Це дає можливість дітям оперувати числами не відштовхуючись від конкретних предметів.

Для успішної організації навчального процесу важливо знати, в яких умовах діти краще користуються тим чи іншим видом абстрагування. У дослідженнях Н.Менчинської вказано, що первинним абстрагуванням діти користуються, коли формування нових понять (наприклад, поняття додавання) відбувається на основі дії з конкретними, реальними предметами, але не з абстрактними числами. І

навпаки, повторне абстрагування учні сприймають тоді, коли при розв'язуванні завдань вони користуються схемами. Схема полегшує використання понять на практиці тому, що вона поєднує наочний та абстрактний матеріал разом.

Протягом молодшого шкільного віку в дітей формуються такі мислительні операції, як аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення.

Мислення молодших школярів розвивається у взаємозв'язку з мовленням. В початковій школі активний словниковий запас збільшується до семи тисяч слів. Вплив шкільного навчання проявляється не тільки в значному збагаченні словникового запасу людини, але, перш за все, в набутті виключно важливого уміння усно і письмово висловлювати свої думки.

Пам'ять молодших школярів характеризується вибірковістю, тобто вони, перш за все, запам'ятають не те, що найважливіше, а те, що справило на них найбільше враження. Часто, під час відтворення інформації дитина згадує спочатку емоцію, яку в неї викликала та чи інша інформація, а вже потім самі знання. [42]

Вікові особливості пам'яті у молодшому шкільному віці розвиваються під впливом навчання. Посилюється роль і питома вага словесно-логічного, смислового запам'ятовування і розвивається можливість свідомо керувати своєю пам'яттю. Оскільки у молодших школярів спостерігається відносно переважання діяльності першої сигнальної системи, то у молодших школярів більш розвинена наочно-образна пам'ять, ніж словесно-логічна. Учні краще запам'ятовують конкретні відомості, події, обличчя, предмети, факти, ніж визначення, описи і пояснення. Молодші школярі схильні до механічного запам'ятовування без усвідомлення смислових зв'язків всередині вивчаного матеріалу.

У молодшому шкільному віці пам'ять, як і всі інші психічні процеси, зазнає суттєвих змін. Як вже вказувалося, суть їх полягає в тому, що пам'ять дитини поступово набуває рис довільності, стаючи свідомо регульованою і опосередкованою.

У молодшому шкільному віці дитина починає опановувати прийомами смислового запам'ятовування, але її словесно-логічна пам'ять залишається недостатньо сформованою.

Сергеєнкова О. П. у підручнику «Загальна психологія» визначає, що «Словесно-логічна пам'ять полягає в запам'ятовуванні думок, понять, суджень, умовиводів, які відображають істотні зв'язки і відношення предметів і явищ, їхні загальні властивості».[55]

Основою логічної пам'яті є використання розумових процесів в якості опори. Така пам'ять базується на розумінні. У зв'язку з цим доречно згадати висловлювання Л.М. Толстого; «Знання тільки тоді знання, коли воно придбане зусиллями думки, а не однією пам'яттю». До розумових прийомів запам'ятовування належать: смислове порівняння, класифікація, виділення смислових опор, складання плану, побудова моделей та ін.

Процес розвитку логічної пам'яті у молодших школярів повинен бути спеціально організований, оскільки в переважній більшості діти цього віку самостійно (без спеціального навчання) не використовують прийоми смислової обробки матеріалу та з метою запам'ятовування вдаються до випробуваного засобу - повторення. Але, навіть успішно освоївши в ході навчання способи смислового аналізу і запам'ятовування, діти не відразу приходять до їх застосування у навчальній діяльності. До цього необхідно спеціальне спонукання з боку дорослого.

На різних етапах молодшого шкільного віку відзначається динаміка ставлення учнів до придбаних ними способів смислового запам'ятовування: якщо у другокласників потреба у їх використанні самостійно не виникає, то до кінця навчання у початковій школі діти самі починають звертатися до нових способів запам'ятовування при роботі з навчальним матеріалом.

Шкільний період характеризується бурхливим розвитком уяви, обумовленим інтенсивним процесом придбання різнобічних знань і їх використання на практиці.

Доведено, що уява найтіснішим чином пов'язана з іншими психічними процесами (пам'яттю, мисленням, увагою, сприйняттям), які застосовуються в навчальній діяльності. Таким чином, не приділяючи достатньо уваги розвитку уяви, вчителі початкової ланки знижують якісний рівень навчання. [41]

В учнів молодшого шкільного віку основною тенденцією розвитку уяви є удосконалення відтворювальної уяви. Вона пов'язана з представленням раніше сприйнятого чи створення образів відповідно до поданих схем, описів, малюнків і т.д. Творча уява, як створення нових образів пов'язана з перетворенням, перебудовою, переробкою вражень минулого досвіду, поєднанням їх в нові сполучення, комбінації.

Уява молодшого школяра характеризується також іншою рисою: наявністю елементів репродуктивного, простого відтворення. Ця риса дитячої уяви виражається в тому, що в своїх іграх, наприклад, вони повторюють ті дії і положення, які вони спостерігали у дорослих, розігрують історії, які вони переживали, які бачили в кіно, відтворюючи без змін життя школи, сім'ї та ін.

Проте з віком елементів репродуктивного, простого відтворення в уяві молодшого школяра стає дедалі менше і більшою мірою з'являється творча переробка уявлень.

Під впливом навчання відбувається поступовий перехід від пізнання зовнішньої сторони явищ до усвідомлення їх сутності.

Таким чином, не можна не погодитися з висновками вчених-психологів, дослідників про те, що уява є одним з найважливіших психічних процесів і від рівня її розвитку, особливо у дітей молодшого шкільного віку, багато в чому залежить успішність засвоєння шкільної програми.

В даному віці дуже важливим є емоційне життя школярів. Дітям постійно необхідно отримувати схвалення за власну діяльність, старання. Але поряд із радісними емоціями виступають і емоції страху. Боязнь дитини бути покараною части спричиняє такі явища, як брехня і боягузтво. Молодші школярі дуже довірливі, вони безмірно довіряють вчителю, який є для них авторитетом. Тому дуже важливо, щоб вчитель у всіх відношеннях був прикладом для дітей. Емоційність дітей проявляється, по-перше, в тому, що їх психічна діяльність зазвичай прикрашена емоціями. У них викликає емоційно прикрашене відношення все, що вони бачать, про що думають, що роблять. По-друге, молодші школярі не уміють стримувати свої почуття, контролювати їх зовнішні прояви.

По-третє, емоційність виражається у їхній емоційній непостійності, частій зміні настроїв, схильності до афектів. З часом діти вчаться регулювати свої емоційні прояви, стримувати їх.

Отже, можна виділити такі основні особливості дітей молодшого шкільного віку:

- Довірливе відношення до зовнішнього світу;
- Переплетення реального і вигаданого на основі емоційності світосприйняття і необмеженості фантазій;
- Побудова моральних ідеалів – образів;
- Ігровий, дослідницький характер пізнання;

Також варто підкреслити необхідність врахування індивідуальних особливостей кожної дитини під час навчання.

Індивідуальні відмінності - це відмінності у фізіологічних задатках, в особливостях нервової системи, на підставі яких формується психічне життя особистості, всі її психічні процеси.

У школярів індивідуальні відмінності виявляються у фонді накопичених знань, в темпі їх придбання, в рівні досягнутого при цьому узагальнення, в чутливості до допомоги, в гнучкості знань, в широті їх прикладання, а також в особистих якостях: інтересах, мотивації, саморегуляції тощо. Таким чином, в умовах шкільного навчання діти відрізняються одне від одного, перед усім тим, що по-різному засвоюють матеріал шкільної програми.

1.2. Дидактичний принцип наочності і його історичні корені

Сучасна школа ставить за мету формування особистості здатної мислити. У народній педагогіці здавна існувала справедлива думка, що навчання не така вже й проста справа. Його не можна звести до простої передачі знань від вчителя до учнів. Це спонукає до постійних пошуків раціональних шляхів організації навчання, відкриття його об'єктивних закономірностей, які знайшли своє відображення у принципах і методах навчання. [35]

У підручнику з педагогіки Пальчевського С. С. знаходимо такі трактування:

«Принцип (від лат. *principium* - основа, першопочаток) - це загальна керівна норма певної дії. У той час, коли закони - об'єктивно чинні зв'язки, то принципи і правила - це норми діяльності, що встановлені людьми і мають конкретне робоче значення.

Дидактичні принципи (принципи навчання) - це вихідні положення, що, визначаючи зміст, організаційні форми і методи навчального процесу відповідно до загальних цілей і закономірностей, забезпечують його ефективність.» [45]

Отже, принципи навчання відображають об'єктивні закономірності процесу навчання і являють собою загальні вимоги до формування змісту освіти та організації навчально-виховного процесу – як у цілому, так і в окремих його частинах.

Коріння цього принципу знаходимо в народній педагогіці, підтвердженням чого є такі вислови: «Краще раз побачити, ніж сто разів почути», «Приклад кращий, ніж правило» та ін.

Розробка цього принципу бере свої початки у роботах Яна Амоса Коменського ще у XVII ст. Він вважав, що будь-яке пізнання і навчання повинне ґрунтуватися на чуттєвому досвіді. Вчений проголосив «золоте правило» дидактики: «Хай буде для учнів золотим правилом: все, що тільки можна надавати для відчуття, а саме: видиме - для сприйняття зором, чутне - слухом, запахи - нюхом, смак - смаком, доступне на дотик - шляхом дотику. Якщо які-небудь предмети відразу можна сприйняти кількома чуттями, нехай вони відразу схоплюються кількома відчуттями». Тобто вивчення будь-якого явища повинно розпочинатися не зі словесного тлумачення, а з безпосереднього спостереження. [35]

Ідеї Я. А. Коменського підтримував Ф. Бекон. Його ідеї про необхідність вивчення природи, критика поширених тоді методів схоластики, спроби створити новий метод (індукцію) зумовили новий рух у середовищі педагогів.

Як і Я. Коменський, багато тодішніх педагогів міркували так: у навчанні необхідно, наскільки це можливо, предмети, що вивчаються, представляти безпосередньому спостереженню учнів, учити учнів за самими предметами, а не з книжок про ці предмети. Саме ця думка закладена у «золотому правилі» Я.

Коменського. Зокрема у відомій усім педагогам книзі «Накреслення всезагальної школи мудрості» він вимагає, щоб вправи для відчуттів були визнані необхідними для вправ розумових. Крім того: «Потрібно у навчанні справу поставити так, щоб не ми говорили учням, а самі предмети, щоб учні могли торкатися їх або їх заміників, розглядати, слухати». [35]

Як далі пише Я. Коменський, «усі стіни навчальних кімнат і всередині, і ззовні повинні бути заповнені картинами, надписами, рельєфами так, щоб куди не глянув учень, він скрізь бачив предмет. У цьому відношенні цілком справедливе положення «Краще надлишок, ніж нестача».

Я. Коменський навіть видав книгу, в якій розмістив 300 малюнків, де зобразив усе видиме й невидиме. Книга була задумана як наочний посібник при вивченні латинської мови. У ній він навіть зобразив на малюнку Бога, душу, божественні діяння: мудрості, терпіння тощо.

В подальшому історичному розвитку найбільший внесок у визначення сутності і дидактичної ролі наочності в процесі навчання зробили такі науковці, як Дістервег, К. Д. Ушинський і Й. Г. Песталоцці.

Крім того, значний внесок у розвиток принципу наочності вніс Ж. Ж. Руссо. На його думку, перший розум дитини - це чуттєвий розум, відсутність власного спостереження й досвіду спричиняють дуже велику шкоду розумовому розвитку дитини. [35]

Й. Песталоцці у свій час зазначав: "...я утвердив вищу основу навчання у визнанні наочності як абсолютного фундаменту всякого пізнання". Той факт, що педагог проголошує себе засновником даного принципу викликав критику у багатьох вчених, оскільки розробка принципу наочності розпочалася задовго до нього. Але, це не змінює той факт, що саме Й. Песталоцці зробив найбільший внесок у розробку і утвердження даного принципу у педагогіці.

Й. Песталоцці здійснив у дидактиці поворот від зовнішньої природи, як це у Я. Коменського, до природи людини. [35]

Вчений вважав, що характерна риса людської природи полягає у самодіяльності, у вільному розкритті всіх сил за власними внутрішніми законами,

а не під тиском зовнішніх причин, а тому «... всі освітні засоби, як більш чи менш штучні, не повинні відхилятися від природного ходу розвитку людських здібностей чи протидіяти йому, а бути в повній згоді з образом дій, якого дотримується сама природа». На думку педагога, роль вчителя у навчанні полягає у допомозі природному прагненню людини до розвитку, що засновується на гармонії вражень, засвоєваних дитиною, зі ступенем розвитку її сил. Саме тому будь-яке знання повинне виходити зі спостережень і до них повертатися.

Й. Песталоцці писав «Немає живого, істинного пізнання, яке б не виходило із безпосередньо чуттєвого сприйняття або не зводилося б до нього. Тому будь-яке елементарне навчання повинне не тільки накінець бути пов'язаним з чуттєвими сприйманнями, а починатися з них і виходити з них».

Отже, наочність у розумінні Й. Песталоцці — це не тільки і не стільки забезпечення чуттєвого, сприйняття предмета вивчення, це коли людина володіє певними чуттєвими елементами знань і використовує ці елементи для обстеження, для орієнтування, тобто зводить складне до сукупності простих елементів, чуттєвих алфавітних одиниць сприйняття. Він пише: «Утвердження в дитини простого спостереження як необхідної основи будь-якого досвідного знання і піднесення згодом спостереження до ступеня мистецтва, тобто до ступеня засобу, являє собою предмет спостереження як об'єкта критичної здібності і штучно виробленої вправності та становить завдання й суть наочності».

Послідовником Й. Песталоцці у дослідженні і обґрунтуванні принципу наочності був А. Дістервег. Він не просто підтримував погляди свого наставника, але й значно розвинув і поглибив його ідеї. Він вважав, що саме наочність повинна стати основою природо відповідного навчання. При чому, великої уваги вчений приділяв безпосередньому ознайомленню дітей з предметами, доступними їх органам чуття. Проте педагог говорив, що не потрібно обмежуватися предметною наочністю, у випадках, де неможливе ознайомлення безпосередньо з самим предметом, він пропонував застосовувати зображення на картинках, спогади, що пережили діти за межами школи, порівняння, аналогії тощо. [35]

А. Дістервег сформулював правила, де знаходить своє відображення принцип наочності:

- 1) від близького до далекого;
- 2) від простого до складного;
- 3) від відомого до невідомого.

Отже, така була історія розвитку і становлення принципи наочності. Варто розглянути, в чому ж полягає його сутність на сучасному етапі розвитку педагогіки.

Принцип наочності навчання полягає в опорі на реальні уявлення учнів. На сучасному етапі даний принцип обґрунтовують так: органи чуття людини характеризуються різною чутливістю до зовнішніх подразників, у переважній більшості людей найчутливішими є органи зору. Його необхідність обґрунтовується також діалектикою переходу від чуттєвого сприйняття до абстрактного мислення у процесі пізнання. Відповідно до принципу наочності, навчання будується на конкретних образах, що безпосередньо сприймаються учнями.

У процесі навчання важливо надати дітям можливість спостерігати, вимірювати, проводити досліди - і таким шляхом вести їх від незнання до знання. Якщо немає можливості представити реальні предмети для оперування ними під час уроків, слід по можливості використовувати наочні засоби: макети, моделі, малюнки і т.д.

В українській педагогічній енциклопедії наочність трактується як один з основних принципів дидактики, відповідно до якого навчання базується на конкретних образах, що безпосередньо сприймаються учнями.

Застосування принципу наочності у початкових класах сприяє збагаченню й розширенню безпосереднього чуттєвого досвіду учнів, розвитку спостережливості, пізнанню конкретних властивостей предметів під час практичної діяльності, створенню умов для переходу до абстрактного мислення, опори для самостійного навчання й систематизації навчального матеріалу.

Засоби унаочнення також дуже різноманітні: предмети та явища навколишньої дійсності; дії вчителя й учнів, що демонструють, як треба виконувати ту чи іншу операцію та як і яким обладнанням користуватися; зображення реальних предметів – різноманітні іграшки, предметні малюнки, картини, образні моделі з паперу, картону й символічні зображення – карти, таблиці, схеми, креслення тощо.

У практиці навчання вчені-практики виділили ряд правил застосування наочності на уроках, зокрема такі:

1) Запам'ятовування ряду предметів, представлених реально (на малюнках, за допомогою моделей), відбувається простіше і швидше, ніж запам'ятовування того ж ряду, представленого в словесній формі, усній чи письмовій;

2) Ніколи не можна обмежуватися на уроках однією тільки наочністю, вона виступає не ціллю навчання, а його засобом;

3) Поняття і абстрактні положення свідомо засвоюються дітьми легше, якщо вони підкріплюються конкретними фактами, прикладами і образами.

Таким чином, можна говорити про те, що використання наочних посібників займало розуми вчених і педагогів протягом всієї історії педагогіки. Проблема наочності залишається актуальною і сьогодні.

Використання наочності на уроках у початкових класах обумовлено психофізіологічними особливостями учнів даної вікової групи.

Наочність - показник простоти і зрозумілості для конкретної людини того психічного образу, який він створює в результаті процесів сприйняття, пам'яті, мислення уявлення та уяви.

Отже, засоби наочності забезпечують чуттєву основу сприймання, запобігають формальному засвоєнню невідомих явищ і понять, є економним засобом передачі значного обсягу інформації (як засвідчує народна мудрість, краще раз побачити, ніж сто разів почути). [35]

У випадках, коли живе спостереження об'єктів неможливе, використовується їхнє зображення у різних формах (малюнок, схема, символ, макет тощо).

1.3. Моделювання як ефективний метод навчання математики молодших школярів.

Формування в учнів початкових класів математичних знань і способів діяльності, їх практичне застосування ґрунтуються на засвоєних у дошкільний період математичних уявленнях, які на елементарному рівні відображають ознаки, властивості та відношення предметів навколишнього світу. Це відображення зазвичай відбувається у знаково-символічній формі.

Використання різних знаково-символічних засобів для вираження одного і того самого змісту виступає способом відокремлення змісту від форми, що завжди розглядається в педагогіці і психології як важливий показник розуміння учнями завдання. Із різних видів діяльності із знаково-символічними засобами найбільше застосування у навчанні має моделювання.

Предмети і процеси різного порядку бувають у деяких відношеннях подібними, аналогічними. Аналогічні, наприклад, географічна карта і місцевість, яку вона зображує, фотографія предмета і сам предмет.

Наявність подібності різних предметів дозволяє моделювати, тобто відтворювати один предмет (систему) за допомогою іншого, у чомусь аналогічного йому. Спосіб пізнання, що дозволяє за допомогою однієї системи (як правило, штучної, створеної людиною) відтворити іншу більш складну систему, що є об'єктом дослідження, називається науковим моделюванням, система ж, що відтворює об'єкт дослідження — її моделлю.

У педагогічній теорії метод моделювання почав широко застосовуватись із другої половини ХХ століття, що зумовлено зростом рівня теоретико-педагогічного знання у педагогіці і, як наслідок, почалося запозичення методів та засобів психології, математики, логіки тощо.

Модель - це спрощене відтворення оригіналу, однак це спрощення не повинне бути довільним, надмірним, оскільки тоді губиться подібність моделі з оригіналом і вона не дає про оригінал ніякого знання.

Зокрема в логіці наявне таке трактування моделі, яке дає Н. В. Карамішева:

«Модель (лат. *modus* - міра, образ, взірець, спосіб) - штучно створений об'єкт у вигляді схем, креслення, формул, фізичних конструкцій тощо для дослідження певного об'єкта, який реально існує».[21]

В Українському педагогічному словнику навчальні моделі визначаються як «навчальні посібники, які є умовним образом (зображення, схема, опис тощо) якогось об'єкта (або системи об'єктів), який зберігає зовнішню схожість і пропорції частин, при певній схематизації й умовності засобів зображення. [15, с.213]

Можна виділити такі суттєві характеристики моделі:

- вона виступає заміником реально існуючого предмета;
- модель несе в собі інформацію про суттєві ознаки і властивості об'єкта-оригінала;

Модель, як правило, відіграє роль засобу, що допомагає у поясненні певної системи. Модель може бути або копією об'єкту, або його складовою. Одночасно з цим модель є і засобом осмислення реальної дійсності.

В своїй діяльності людина щоденно використовує вже існуючі і створює нові моделі. Вони дозволяють сформулювати уявлення про процеси і об'єкти недоступні для безпосереднього сприйняття.

Отже, модель - це певний об'єкт, що відображає найважливіші особливості вивчаюваного явища, об'єкта чи процесу. Може існувати декілька варіацій моделей одного і того самого об'єкта, так само, як і декілька об'єктів можуть бути описані однією єдиною моделлю.

Важливо пам'ятати, що жодна модель не здатна повноцінно замінити оригінал, оскільки вона відображає лише деякі його властивості.

Моделі класифікують виходячи з найбільш суттєвих ознак об'єктів. У літературі, присвяченій філософським аспектам моделювання, представлені різні класифікаційні ознаки, за якими виділено різні типи моделей. Розглянемо деякі з них:

- За способом одержання моделі поділяються на теоретичні та емпіричні.

Теоретичні моделі отримують в результаті вивчення властивостей об'єкта і процесів, що в ньому протікають.

Основу емпіричних моделей складають результати аналізу деякого об'єму даних, отриманих в результаті досліджень чи вимірювань.

- За характером побудови розрізняють матеріальні й ідеальні моделі. Матеріальні моделі, не дивлячись на те, вони створені людиною, існують об'єктивно. Їх призначення специфічне - відтворення структури, характеру, протікання, сутності досліджуваного процесу - відобразити просторові властивості - відобразити динаміку досліджуваних процесів, залежності та зв'язки.

Матеріальні моделі нерозривно пов'язані з уявними (перш ніж що-небудь побудувати, необхідно мати теоретичне уявлення, обґрунтування). Ці моделі залишаються уявними навіть в тому випадку, якщо вони втілені в якій-небудь матеріальній формі. Більшість цих моделей не претендує на матеріальне втілення.

Особливим різновидом моделей є математичні. Більшість математичних моделей складаються із рівнянь, написаних мовою алгебри.

Процес створення моделей називають моделюванням.

У сучасній науці термін “ моделювання” вживається в таких значеннях:

- а) як метод наукового дослідження;
- б) як метод навчання;
- в) як засіб навчання.

Ми розглядаємо моделювання як метод навчання, зокрема на уроках математики в початковій школі.

Метод моделювання використовується там і тоді, коли з якихось причин неможливо досліджувати об'єкт безпосередньо. Тоді замість нього виступає його аналог — модель, яку досліджують як імітацію оригіналу (об'єкта). На моделі вивчають властивості об'єкта, а потім нагромаджені знання переносять на оригінал. В основі такого перенесення лежить схожість, подібність моделі та оригіналу.

Педагогічна енциклопедія містить таке визначення поняття «моделювання»:

«Моделювання – приблизне відтворення будь-яких об'єктів, які за своєю складністю і розмірами не підлягають або погано піддаються дослідженню. Об'єкти, що моделюються, повинні відображати у своїй тематиці дослідження науки, відповідати віковим особливостям» [46].

Суть методу моделювання полягає в заміні реального об'єкта пізнання моделлю, яку досліджують, а одержані результати інтерпретують (переносять) на реальний об'єкт вивчення. Моделювання застосовують також з метою вивчення властивостей і ознак об'єктів за їх моделями-зліпками, фотозображеннями, сигнало- та відеограмами.

Метод моделювання, розроблений Д. Б. Ельконіним, Л. А. Венгером, Н. А. Ветлугіною, полягає в тому, що мислення дитини розвивається за допомогою спеціальних схем, моделей, які в наочній і доступній для неї формі відтворюють приховані властивості та зв'язки того чи іншого об'єкта.

В основі методу моделювання лежить принцип заміщення: реальний предмет дитина замінює іншим предметом, його зображенням, певним умовним позначенням. При цьому враховується основне призначення моделей – полегшити дитині пізнання, відкрити доступ до прихованих, закритих для безпосереднього сприйняття властивостей, якостей речей, їх зв'язків. В результаті знання дитини підіймається на вищий рівень.

Розрізняють такі види моделювання за характером моделей

- 1) Предметне моделювання, при якому модель відтворює геометричні, фізичні, динамічні або функціональні характеристики об'єкта;
- 2) Аналогове моделювання, при якому модель і оригінал описуються єдиним математичним співвідношенням;
- 3) Знакове моделювання, при якому моделями служать знакові утворення будь-якого виду: схеми, графіки, креслення, формули, графи, слова і речення.
- 4) Уявне моделювання, при якому моделі набувають мисленнєво-наочний характер. [56]

Метод моделювання – це складне інтегроване утворення. У класифікації дидактичних методів Н. Г. Казанського і Т. С. Назарової метод моделювання має трьохкомпонентну структуру.

Таким чином, в структурі методу моделювання виділяють:

- Зовнішню сторону – це конкретна форма взаємодії вчителя і учнів. Її формами є розповідь, бесіда, самостійна робота.
- Внутрішня сторона – це сукупність загальнонавчальних прийомів (аналіз, синтез, узагальнення) і способів навчальної діяльності. Її психологічна сутність характеризується догматичним, евристичним або дослідницьким способами навчальної діяльності.
- Технологічна сторона - це сукупність специфічних прийомів даного методу (попередній аналіз, побудова моделі, робота з нею тощо).

Особливість моделювання полягає в тому, що наочність являє собою не просте демонстрування натуральних об'єктів, а стимулювання до самостійної практичної діяльності дітей. Вміння учнів працювати з моделлю, її перетворювати для вивчення загальних властивостей вивчуваних понять становлять одне із головних завдань навчання у всіх предметних областях.

Для моделювання використовуються різноманітні математичні об'єкти: числові формули, числові таблиці, буквені формули, функції, алгебраїчні рівняння, геометричні фігури, різноманітні схеми, діаграми Ейлера-Венна, графи.

Моделювання у початкових класах – це побудова малюнків, схем, графіків, таблиць. Мета моделювання – виділити і зафіксувати найбільш загальні відношення в предметі чи об'єкті для його аналізу і дослідження. Побудова моделі безпосередньо пов'язана з предметними діями учнів. Лише після дії з реальними предметами учень здатен зобразити відношення між ними («рівні», «більше», «менше», «ціле», «частина» і т. д.) у вигляді символів, знаків.

Зміст кожного методу визначають властиві йому прийоми. Для моделювання виділяють такі специфічні прийоми: алгоритми, аналіз, синтез, зіставлення, протиставлення, формулювання проблемних запитань, використання умовно-графічних чи умовно-буквених знаків тощо.

Залежно від типу уроку і його мети моделювання може виконувати різні завдання і функції. Наприклад, під час вивчення нового матеріалу моделювання дає змогу представити модель як результат пізнання. Відповідно, реалізуються такі завдання:

- 1) презентація об'єкта вивчення в упорядкованому вигляді;
- 2) отримання розгорнутої інформації про предмет чи явище;
- 3) пояснення й ілюстрування елементів складного явища та зв'язків між ними;
- 4) забезпечення процесу пізнання.

Основними функціями моделювання у даній ситуації є інформаційна, пояснювальна, інтерпретувальна.

У ході практичного заняття здійснюється продуктивна діяльність і моделювання постає як основа цієї діяльності, виконуючи такі завдання:

- 1) доповнення інформації про властивості об'єкта пізнання;
- 2) перенесення моделі в нові умови;
- 3) зіставлення структури і змісту аналогічних явищ і процесів;
- 4) практичне застосування спільно створеної моделі тощо.

Основні функції моделювання на цих заняттях – це описова, імітувальна, аналітична, творча.

Функції моделі у навчальному процесі можуть розширюватись. Модель використовуємо як джерело інформації на початковому етапі вивчення матеріалу, як об'єкт пізнання, а також як засіб для підсилення доступності сприйняття матеріалу, як засіб створення проблемної ситуації, матеріал для аналізу типових явищ тощо.

Принцип наочності є ключовим принципом організації навчально-виховного процесу у школі. Це пов'язано з тим, що у дітей переважає наочно-образний тип мислення. Діти молодшого шкільного віку краще сприймають інформацію, яка наочно сприймається.

Наочність моделей висвітлюється в наступній важливій закономірності: створення моделі відбувається на основі попереднього створення уявної моделі – наочних образів об'єктів, що моделюються. Тобто суб'єкт створює у себе в

думках уявний образ даного об'єкта, а потім буде матеріальну чи образну модель(наочну).

Використання методу моделювання допомагає вирішувати ряд дуже важливих завдань:

- розвиток продуктивної творчості дітей;
- розвиток вищих форм образного мислення;
- використання раніше засвоєних знань при розв'язання практичних завдань;
- закріплення математичних знань, отриманих дітьми раніше;
- створення умов для активного співробітництва всіх учнів;
- активізація математичного словника дітей;
- отримання нових уявлень і навичок в процесі роботи;

Науковою основою моделювання виступає теорія аналогії. Її основним поняттям є поняття аналогії – схожість об'єктів за їх якісними і кількісними ознаками.

Всі ці види об'єднуються поняттям узагальненої аналогії - абстракцією. Аналогія виражає особливого роду відповідність між об'єктами, що зіставляються, між моделлю і оригіналом.

Необхідність оволодіння молодшими школярами методом моделювання як методом пізнання в процесі навчання можна обґрунтувати з різних позицій.

По-перше, це сприяє формуванню діалектико-матеріалістичного світогляду.

По-друге, як показують експерименти, введення в зміст навчання понять моделі та моделювання істотно змінює ставлення учнів до навчального предмета, робить їх навчальну діяльність більш осмисленою і більш продуктивною.

По-третє, цілеспрямоване і систематичне навчання методу моделювання наближає молодших школярів до методів наукового пізнання, забезпечує їх інтелектуальний розвиток. Для того щоб «озброїти» учнів моделюванням як методом пізнання, вчителю недостатньо лише демонструвати їм різні наукові моделі і показувати процес моделювання окремих явищ. Потрібно, щоб школярі під керівництвом вчителя самі будували моделі, самі вивчали будь-які об'єкти,

явища за допомогою моделювання. Коли учні, розв'язуючи практичну математичну (сюжетну) задачу, розуміють, що вона являє собою знакову модель деякої реальної ситуації, складають послідовність різних її моделей, потім вивчають ці моделі і, нарешті, переводять отриманий результат на мову вихідної задачі, то тим самим школярі опановують методом моделювання.

Під час вивчення математики у початкових класах необхідно допомогти дітям здійснити перехід від наочно-образного типу мислення до абстрактного. І моделювання виступає посередником під час цього переходу. Воно сприяє формуванню у дітей здатності оперувати абстрактними поняттями і числами.

Саме моделювання створює можливості для повнішого засвоєння дітьми суттєвих властивостей і ознак предметів і явищ навколишньої дійсності.

Висновки до першого розділу

Отже, удосконалення процесу навчання молодших школярів є однією із найважливіших теоретичних і практичних проблем сучасної педагогіки. І для того, щоб мати змогу побудувати навчальний процес з найбільшою ефективністю, як стверджують вчені-психологи і методисти, вчителю важливо знати і враховувати психологічні особливості дітей молодшого шкільного віку.

Вчителю необхідно в кожному конкретному випадку професійно підходити до побудови та реалізації навчального процесу, орієнтуючись на особистісний ріст дитини, враховуючи індивідуальні особливості його психічної діяльності, створюючи позитивні перспективи розвитку особистості учня, організовуючи особистісно-орієнтоване освітнє середовище, що дозволяє на практиці виявляти і реалізовувати творчий потенціал дитини. Спираючись на теоретичні знання, вчитель повинен уміти передбачати труднощі дитини в навчанні та усувати їх; планувати корекційно-розвиваючу роботу, створювати проблемні ситуації для активізації динаміки розвитку пізнавальних процесів; організовувати продуктивну самостійну роботу, створювати сприятливий емоційно-психологічний фон процесу навчання. Особливість методичних знань і умінь полягає в тому, що вони тісно пов'язані з психологічними, педагогічними і математичними знаннями.

Проаналізувавши психолого-педагогічну літературу за темою дослідження, (Н. Б. Істоміна, Н. П. Локалова, А. Р. Лурія, Г. Ф. Кумарину, Н. А. Менчинська, Л. С. Цветкова та ін.) Сидорова К. П. в доповіді на тему «Розвиток математичних здібностей молодших школярів під час навчання математики» виділила такі труднощі, які виникають в учнів під час вивчення початкового курсу математики:

1 група - труднощі, пов'язані з недостатністю операцій абстрагування, що проявляється при переході від конкретного до абстрактного плану дій. У зв'язку з цим виникають труднощі при засвоєнні числового ряду і його властивостей.

2 група - труднощі, пов'язані з недостатнім розвитком розумової діяльності і індивідуально-психологічними особливостями особистості учнів. У зв'язку з цим молодші школярі відчують труднощі у формуванні правил на основі аналізу декількох прикладів, труднощі в процесі формування вміння міркувати при

вирішенні завдань. В основі цих труднощів лежить недостатність такої розумової операції, як узагальнення.

3 група - труднощі, пов'язані з несформованістю пізнавального ставлення до дійсності, що характеризується "інтелектуальною пасивністю". Навчальне завдання діти сприймають лише тоді, коли воно переведене в практичний план. При необхідності вирішувати інтелектуальні завдання у них з'являється прагнення використовувати різні обхідні шляхи (заучування без запам'ятовування, вгадування, прагнення діяти за зразком, використовувати підказки).

Дані труднощі можна подолати за допомогою застосування на уроках методу моделювання.

Моделювання – це метод, який дає змогу зробити будь-який матеріал доступним для сприйняття.

По-перше, даний метод значно полегшує процес переходу від наочно-образного до абстрактного типу мислення. Моделюючи будь-яке число за допомогою предметних множин, діти краще усвідомлюють абстрактне значення чисел. Тобто, виконуючи дії з цими множинами, діти мають змогу поступово переходити до виконання арифметичних дій з числами.

По-друге, якщо діти систематично і інтенсивно працюють з моделями у навчальному процесі, то у них відбувається розвиток всіх розумових операцій: аналізу, синтезу, узагальнення, абстрагування, класифікації, порівняння тощо.

По-третє, метод моделювання вимагає від дітей активної розумової діяльності під час аналізу існуючих моделей, а також побудови нових. А це, природно, унеможливорює розвиток «інтелектуальної пасивності» дітей на уроці.

Крім тогош що моделі часто виконують роль засобів наочності, що в свою чергу викликає інтерес у дітей.

Отже, застосування на уроках математики методу моделювання дозволяє домогтися високої ефективності у вивчення початкового курсу математики. Це пов'язано з індивідуальними психолого-педагогічними особливостями дітей молодшого шкільного віку, які кожен вчитель повинен враховувати у побудові навчального процесу.

Розділ II. Особливості методики застосування методу моделювання у навчальному процесі з математики в початкових класах

2.1. Методика застосування методу моделювання в процесі вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел.

Практична й духовна значущість математики в навчанні, розвитку та вихованні молодших школярів визначає такі основні компоненти початкової математичної освіти: знання про натуральні числа і дії над ними, вміння використовувати ці знання в повсякденному житті; початкові алгебраїчні й геометричні уявлення; математичний розвиток включає здібність до узагальнень, здогадку, вміння помітити спільне в різному, порівнювати, аналізувати, робити висновки та перевіряти їх.

Фундаментом курсу математики початкових класів є вивчення чисел та дій над ними.

Для забезпечення ефективності доцільно застосовувати метод моделювання на уроках з математики. Специфіка даного методу дозволяє застосовувати його під час вивчення всіх розділів з математики, що передбачено програмою.

Для того, щоб використання моделювання здійснювалося найефективніше, важливо, щоб вчитель досконало володів методикою застосування даного методу. Особливості методики полягають у тому, що кожна конкретна тема з навчального матеріалу потребує вибору різних варіантів моделей, залежно від теми уроку, його мети, а також завдань.

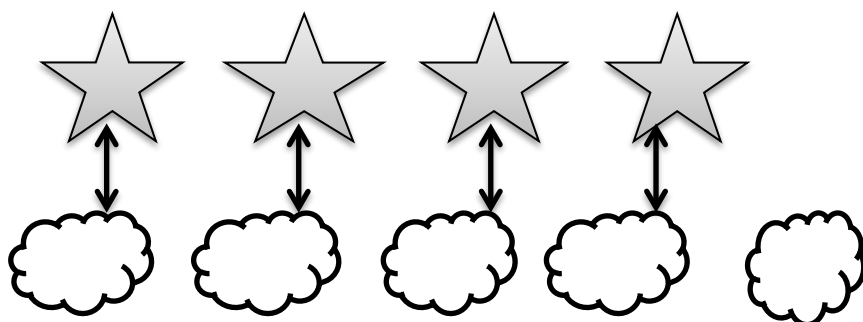
На першому етапі необхідно сформувати в учнів знання і розуміння суті методу моделювання, його специфіки і необхідності його застосування на уроках з математики. Також потрібно сформувати в учнів уміння застосовувати різні види моделювання під час вивчення програмового курсу.

Важливо, щоб учні усвідомили, що моделювання не лише сприяє полегшенню засвоєння знань і формування вмінь та навичок, але й сприяє розвитку мислення дітей, їхньої здатності здійснювати мислительні операції такі, як аналіз, синтез, узагальнення, класифікація тощо.

Отже, розглянемо методику застосування методу моделювання в процесі вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел.

У дочисловий період, перед вивченням нумерації програмою передбачено вчити учнів порівнювати числа. Пропедевтичною роботою до формування в дітей вміння порівнювати числа, є вправи на порівняння множин об'єктів шляхом встановлення взаємно-однозначної відповідності. Для цього використовують вправи типу:

— Порівняй кількість предметів на малюнку.



Вчитель пояснює: «З'єднуємо між собою зірочки і хмаринки. Одна хмаринка лишається без пари, отже, хмаринок більше, ніж зірочок.»

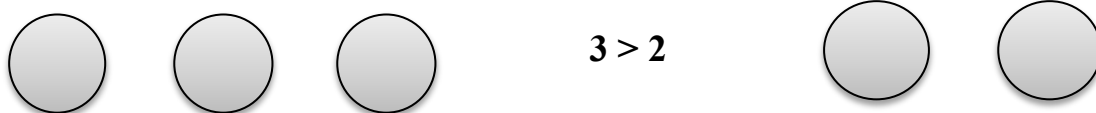
Після розв'язання учнями достатньої для засвоєння кількості вправ, вчитель підводить підсумки:

1) Якщо при встановленні взаємно-однозначної відповідності між елементами двох множин одна множина містить зайвий елемент, для якого не вистачає пари в другій множині, то число, яке виражає чисельність першої множини є більшим, ніж число, яке виражає чисельність другої множини.

2) Якщо при встановленні взаємно-однозначної відповідності в одній множині не вистачає елементів для утворення пари, то число, яке виражає чисельність першої множини є меншим, ніж число, яке виражає чисельність другої множини.

Для введення знаків «>», «<» використовують подібні вправи:

1. Розглянь малюнок.



— Скільки кружечків зліва?

- Скільки кружечків справа?
- Де більше?
- Яке число більше 3 чи 2?
- Запис $3 > 2$ читають так: «3 більше за 2».

2. Полічи кружечки, порівняй числа за зразком.

	●						
		●					○
●		●	○			●	○
●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○
$3 > 2$		□? □		□? □		□? □	

Під час вивчення нумерації цілих невід’ємних чисел застосування методу моделювання є важливою умовою ефективності засвоєння учнями необхідних знань і навичок. Застосування моделей лічильних одиниць робить вивчення даного навчального матеріалу зрозумілим і усвідомленим для дітей молодшого шкільного віку. Зокрема, застосовують такі види моделей лічильних одиниць: палички, пучки паличок, гудзики, бусинки тощо. Саме за допомогою них діти усвідомлюють значення числа і способів його утворення.

Тут також широко використовується арифметичний ящик, але у підручнику міститься багато вправ, в яких для моделювання чисельності множини використовуються зображення будь-яких об’єктів навколишньої дійсності (морквинки, яблука, бусинки тощо).

Застосування всіх названих моделей лічильних одиниць допомагає сформувати у дітей знання, що ґрунтуються, не на механічному усвідомленні, але на глибинному розумінні суті вивчених явищ.

У першому класі для вивчення нумерації у підручнику Богданович М. В., Лищенко Г. П. є ілюстрації, які свідчать про широке застосування моделей намистинок, паличок, пучків паличок. Також дуже часто використовуються

предметні малюнки для ілюстрації чисел. У підручнику з математики для 1 класу авторів Ф. М. Рівкінд, Л. В. Оляницька для вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел застосовуються здебільшого предметні малюнки, зокрема тварини, морквинки, пучки морквинок тощо. Це пов'язано з тим, що у названих авторів вивчення нумерації проводиться з опорою на аксіоматичний підхід. У підручниках з математики авторів А. Заїки, С. Тарнавської також, здебільшого, застосовуються предметні малюнки і геометричні фігури для ілюстрацій цілих невід'ємних чисел. У всіх підручниках, крім того, застосовуються квадратики і смужки, кубики і бруски для моделювання чисел.

Але педагог не повинен обмежуватися застосуванням тільки єдиного дидактичного матеріалу, а саме підручника. Він повинен у навчанні спиратися на всі без винятку органи чуття дитини: зір, слух, дотик, нюх. Тому важливо застосувати предмети, якими дитина може безпосередньо оперувати у процесі вивчення навчального матеріалу.

У підручниках для початкових класів пропонується здійснювати вивчення нумерації за аксіоматичним підходом, згідно з яким утворення чисел здійснюється шляхом додавання одиниці. Тут ключовими є такі поняття, як «наступне число» і «попереднє число».

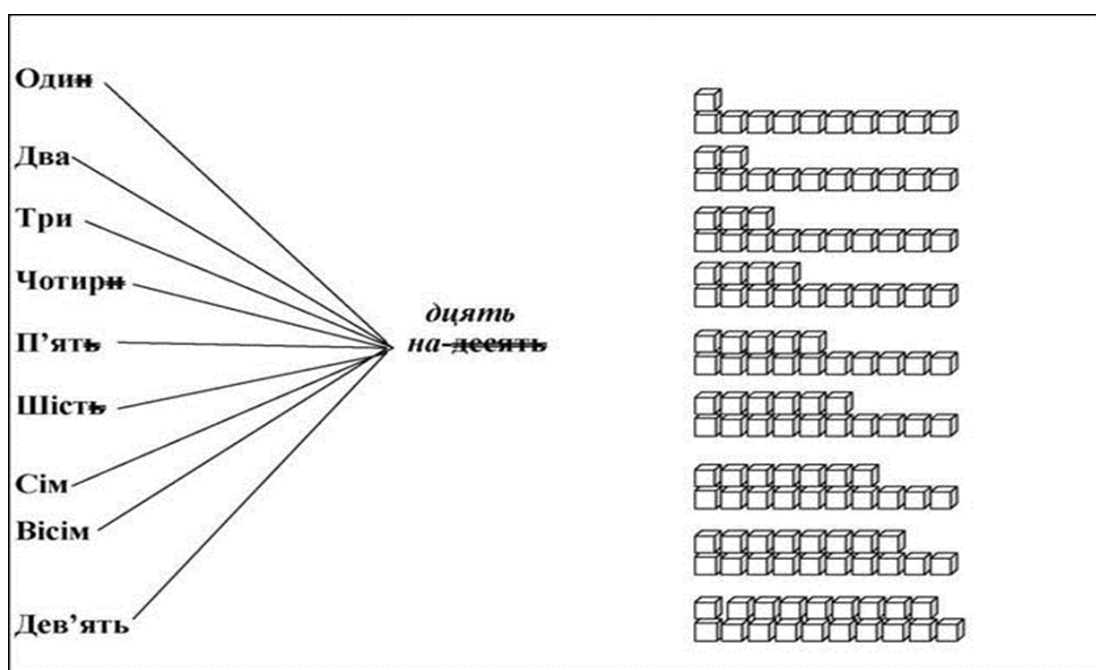
У підручниках здійснюється ілюстрування даного процесу. Але, задля глибшого розуміння пропонується продемонструвати процес утворення числа шляхом додавання до нього одиниці за допомогою моделей лічильних одиниць - паличок, гудзиків, елементів з арифметичного ящика або будь-яких об'єктів навколишньої дійсності.

Моделі лічильних одиниць варто застосовувати при переході до кожного наступного концентру. При тому слід на кожному етапі застосовувати найбільш доцільні моделі. Педагог повинен звертати увагу на особливості виділення концентрів.

Зокрема при вивченні концентру «Другий десяток» потрібно звернути увагу учнів на неузгодженість усної і письмової нумерації. Для цього доцільно застосовувати моделі з арифметичного ящика.

Дуже важливою є робота над вивченням усної нумерації чисел другого десятка. Необхідно дітям наголосити про використання деформованої частинки «дцять» замість «десять». При чому, тут варто звернути увагу на те, що ця деформована частинка зберігає значення десяти. Потрібно продемонструвати за допомогою моделей з арифметичного, що, моделюючи, ми кладемо один кубик на десять, але замість «десять» говоримо «дцять», тобто - «один на дцять», звідки назва числа буде один-на-дцять – одинадцять.

Для того, щоб змодельовати процес утворення всіх чисел другого десятка використовують таку таблицю:



Перехід від усної до письмової нумерації необхідно здійснювати поступово, як і пропонується традиційною методикою, змодельовавши деяке число в кишеньковому абаку. При цьому наголосити, що в кишеньку справа кладемо кубики (одиниці), а зліва — брусок-десяток. А отже, на першому місці справа стоять одиниці, а на другому — десятки.

Наступний етап вивчення чисел у будь-якому центрі — це читання чисел, записаних у нумераційну таблицю, запис чисел цифрами. З точки зору використання моделювання для полегшення процесу сприймання, формування свідомих знань, роботу варто почати з моделювання числа і відповідного запису його цифрами у наступному рядку цієї таблиці чи абака. Це забезпечує розуміння

дітьми позиційного значення цифри у числі, є ґрунтовною підготовчою роботою до етапу записування чисел без нумераційної таблиці.

На нашу думку, моделювання числа з використанням нумераційного абака та одночасний запис цього числа відповідними цифрами — це два моменти, які становлять одне завдання у системі ознайомлення учнів з письмовою нумерацією чисел. Тому важливо, щоб вони виконувалося комплексно. Робота, коли моделями розрядних одиниць зображуються одні числа, а читають записані цифрами у нумераційній таблиці інші числа (як рекомендується традиційною методикою і, відповідно, реалізується у процесі навчання), не сприяє формуванню цілісності уявлень дітей під час вивчення матеріалу розглянутої теми.

Аналогічним способом демонструється утворення числа «двадцять» - «два – дцять» - два десятки і інших круглих чисел концентру «Сотня».

Вчитель повинен продемонструвати процес утворення чисел 21 – 100, зокрема за допомогою вправ типу:

1. Яке число наступне після числа 20?

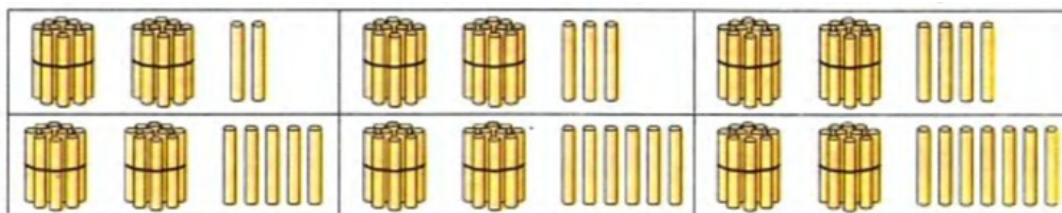


Два десятки, або *двадцять*



Два десятки і один, або *двадцять один*

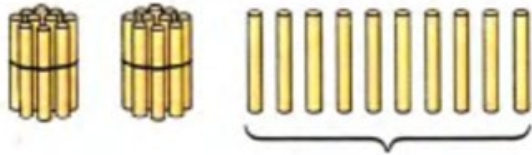
2. Скільки паличок на кожному малюнку?



3. На малюнку двадцять дев'ять паличок.

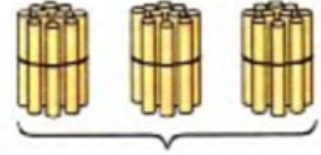


— Покладемо ще одну паличку



10 – десяток

=



3 десятки, або тридцять

Після аналогічної роботи з усіма числами в межах 21-100 доцільно на деякий час вивісити таблицю назв чисел, що позначають десятки. Вона має такий вигляд:

Один десяток – десять;

Два десятки - два

дцять

Три десятки – три

Чотири десятки – сорок

П'ять десятків – п'ят

Шість десятків – шість

Сім десятків – сім

Вісім десятків - вісім

десять

Дев'ять десятків – дев'яносто

Десять десятків – сто

Після роботи з таблицею утворення назв чисел, що позначають десятки, слід виконати узагальнення:

1) назви чисел, що позначають 2 і 3 десятки, складаються з двох частин, перша з яких вказує на кількість десятків, а друга — деформована назва десятка — «дцять»;

2) назви чисел, що позначають цифрами 4, 9 та 10 десятків слід запам'ятати;

3) назви чисел, що позначають цифрами 5, 6, 7, 8 десятків також складаються з двох частин, перша з яких вказує на кількість десятків, а друга — скорочена назва десятків — «десят».

На уроках доцільно також практично продемонструвати процес утворення не круглих двоцифрових чисел. Найдоцільніше для цього використовувати моделі лічильних одиниць з арифметичного ящика.

Для вивчення чисел з концентру «Тисяча» використовуються моделі палички-одиниці, пучки-десятки та пучки-сотні, моделі з арифметичного ящика.

Утворення назв чисел, що позначають сотні проходить аналогічно до утворення назв чисел, що позначають десятки.

У четвертому класі під час вивчення чисел з концентру «Багатоцифрові числа» використовують моделювання за допомогою паличок і пучків паличок, також використовуються рахівниці.

Заключним етапом вивчення нумерації чисел є ознайомлення із таблицею класів і розрядів.

Позитивним є безпосереднє застосування арифметичного ящика у процесі вивчення нумерації чисел, але, на жаль, зараз мало шкіл мають у своєму розпорядженні цей дидактичний матеріал.

Отже, можна зробити висновок, що вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел потребує постійного застосування методу моделювання.

Для того, щоб в учнів формувалися міцні знання та творчі вміння, необхідно створити цілісну систему моделей і застосовувати їх постійно. При чому для кожної конкретної теми потрібно обирати найдоцільніші моделі розрядних одиниць.

Урахування зазначених аспектів полегшує учням сприймання, робить його свідомим, активним, що забезпечує формування ґрунтовних, дієвих знань і умінь молодших школярів

2.2. Методика застосування методу моделювання в процесі формування навичок усних і письмових обчислень

Одним із основних завдань вивчення математики у початкових класах є формування в учнів умінь здійснювати усні та письмові обчислення, а для цього необхідно розпочати вивчення арифметичних дій ще з 1 класу.

Під час пояснення змісту арифметичних дій в початковій школі доцільно використовувати принцип співвіднесення предметної, вербальної, схематичної і символічної моделей і перехід від однієї моделі до іншої. Такий підхід особливо важливий з точки зору подальшого навчання учнів розв'язування задач.

Методику вивчення арифметичних дій розкриємо в такій послідовності:

а) Методика застосування методу моделювання в процесі вивчення арифметичних дій додавання і віднімання.

б) Методика застосування методу моделювання в процесі вивчення арифметичних дій множення і ділення

Розглянемо методику роботи.

а) Методика застосування методу моделювання в процесі вивчення арифметичних дій додавання і віднімання.

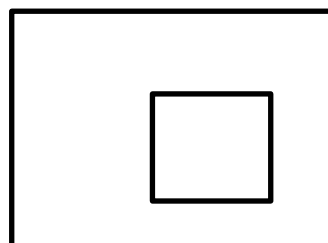
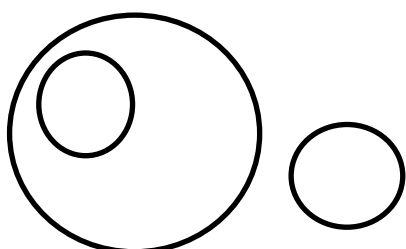
Програмою передбачено починати вивчення арифметичних дій додавання і віднімання у першому класі під час вивчення нумерації чисел першого десятка. Оскільки діти засвоюють способи утворення числа шляхом прилічування і відлічування одиниці, то вони вже активно виконують додавання і віднімання з одиницею. У дітей повинні сформуватися такі висновки:

1) Додати до числа одиницю означає назвати число, яке слідує за даним – наступне;

2) Відняти від числа одиницю означає назвати число, яке передує даному – попереднє.

Підготовчими вправами до введення дії додавання у дочисловий період виступають вправи на перелічування однорідних предметів навколишнього середовища та зображених на малюнках. Наприклад:

Полічіть, скільки на малюнку кружечків? Скільки квадратиків? Скільки всього фігур?



Уміння правильно знаходити результати додавання і віднімання - необхідна умова успішного вивчення усних і письмових прийомів виконання цих дій у наступних концентрах..

Вивчення дій додавання і віднімання в учнів здійснюється з опорою на теоретико-множинне трактування цих дій. У дочисловий період чисельність предметної множини знаходять, як уже вказувалось вище шляхом перелічування об'єктів множини. На цьому етапі застосовують як предметні малюнки, так і операції з конкретними предметами.

Оскільки дії додавання і віднімання взаємозв'язані, то їх потрібно вивчати нерозривно, або на одному уроці, або на парних уроках. Формування цих арифметичних дій здійснюється на основі конкретно-образного сприймання і мислення.

Уміння правильно знаходити результати додавання і віднімання в межах 10 — необхідна умова успішного вивчення усних і письмових прийомів виконання цих дій у наступних концентрах. [7]

Існують такі прийоми додавання і віднімання в межах десяти:

1) Прийом прилічування і відлічування по 1 (Будь яке число в натуральній послідовності, (крім числа 1), можна дістати так: додати одиницю до числа, яке передує йому ($3 - це 2 + 1$), або відняти одиницю від числа яке йде за ним ($3 - це 4 без 1; 4 - 1$).

2) Прийом прилічування і відлічування групами

$3+5=$	$8-3=$
$3+5=3+2+3=5+3=8$	$8-3=8-1-2=7-2=5$

3) Прийоми, що ґрунтуються на складі числа (на основі цього прийому складають таблиці додавання і віднімання.

У підручнику вивчення арифметичної дії додавання починається з такої вправи:



$$2 + 1 = 3$$



$$3 + 2 = 5$$

Вчитель проводить роботу:

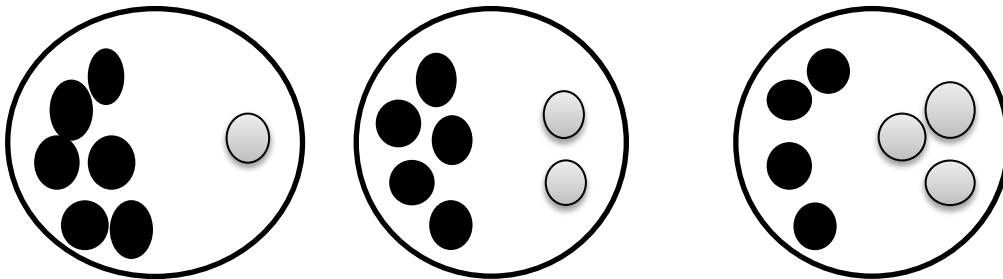
- Скільки блакитних намистинок? (2)
- Скільки червоних намистинок (1)
- Скільки намистинок разом? (3)
- Як отримали число 3? (до 2 додали 1)
- Більше чи менше стало утворене число? (більше)
- У математиці виконання цієї дії можна показати не тільки на намистинках, але й записати за допомогою чисел і знаків.

$2 + 1 = 3$, де знак «+» позначає додавання.

Далі в підручнику подана велика кількість вправ для засвоєння цієї арифметичної дії, в яких також використовується моделювання, як засіб забезпечення розуміння учнями виучуваного матеріалу.

Дуже важливо, щоб діти засвоїли таблиці додавання і віднімання. У підручнику містяться вправи, які є підготовчими до засвоєння таблиць додавання і віднімання. Наприклад, такими є вправи на вивчення складу числа:

1. За малюнком поясни, на які два числа можна розкласти число 7.



2. За малюнком пояснить склад числа 8.

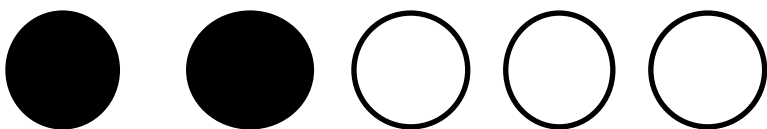
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$8 = 7 + 1$	$8 = 3 +$	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$8 = 6 +$	<input type="checkbox"/>	$8 = 2 +$	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$8 = 5 +$	<input type="checkbox"/>	$8 = 1 +$	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$8 = 4 +$	<input type="checkbox"/>		

Під час виконання цієї вправи доцільно спочатку запропонувати дітям розглянути квадратики зліва-направо, потім – справа-наліво. Потім дітям пропонується зробити висновки про те, на які два числа можна розкласти число 8. Діти називають пари чисел, на які можна розкласти число 8 (число 8 можна розкласти на 7 і 1, 6 і 2, 5 і 3, 4 і 4, 3 і 5, 2 і 6, 1 і 7).

Розкриття змісту дії віднімання також ґрунтується на теоретико-множинному підході. Воно відбувається під час розв’язування таких завдань, коли необхідно з певної кількості відповідних предметів вилучити іншу кількість предметів, тобто з даної скінченної множини вилучити скінченну підмножину і визначити чисельність множини, яка залишилася після вилучення, при умові, що чисельність даної скінченної множини і підмножини відома.

Зміст дії віднімання розкривається під час оперування з конкретними предметами, або відповідними малюнками чи моделями. Наприклад:

— Розгляньте малюнок.



— Полічіть, скільки кружечків на малюнку?

— Скільки чорних кружечків?

— Скільки білих кружечків?

— Закрийте рукою чорні кружечки, скільки кружечків залишилося?

— Отже, якщо від 5 кружечків забрати 2 кружечки, слід говорити «від 5 відняти 2 дорівнює 3».

Маніпулюючи з предметами, предметними малюнками, ілюстраціями з підручника, учні закріплюють знання і навички щодо виконання дії віднімання.

На основі практичних дій з предметами і розгляду малюнків розкривається конкретний зміст дії віднімання. Так, наприклад, у кожного учня на парті 10 паличок: 7 червоних і 3 білі.

— Скільки червоних паличок? Скільки білих? Заберіть білі палички. Які палички залишилися? Скільки паличок залишилося? Більше чи менше паличок залишилося?

Якщо від 10 паличок забрати 3 палички, то кажуть: "Від числа 10 відняти 3, дорівнює 7".

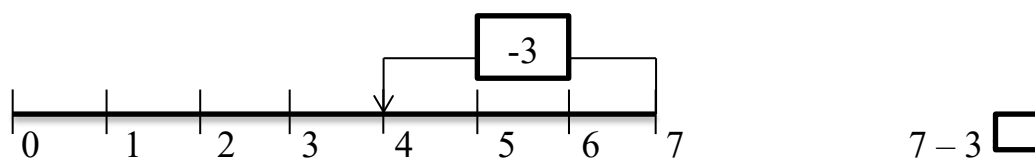
Після виконання таких операцій учитель повідомляє, що дію віднімання записують за допомогою знака "-", подає зразок запису і читання прикладу ($9 - 3 = 6$): від числа 9 відняти 3, дорівнює 6 (пізніше: дев'ять мінус три дорівнює шість).

Кожен приклад з таблиці моделюють за допомогою арифметичного ящика або предметних малюнків чи ілюстрацій з підручника.

Також для засвоєння таблиць можна скласти їх за допомогою кружечків чи квадратиків повністю або вибірково декілька прикладів.

Для ознайомлення з дією віднімання у підручнику з математики Богданович М. В. застосовується також відрізок. Пропонується проводити таку роботу:

— Розгляньте числовий відрізок.



— За числовим відрізком складемо числовий вираз $7 - 3$ (від семи відняти три). Від числа 7 уліво стрілкою охоплюємо три різних відрізки. Стрілка вказує на число 4 – значення виразу. Отже $7 - 3 = 4$.

Користуючись предметними малюнками, шкалою лінійки, малюнками з підручника, учнів навчають складати приклади на додавання і віднімання, читати і знаходити їх числове значення.

Вивчення додавання і віднімання в межах 10 спрямоване на досягнення основної мети: формування в учнів вміння вільно називати результати будь-якого прикладу з табличних прикладів. Це вміння є дуже важливим для подальшого вивчення прийомів додавання і віднімання.

Моделювання використовується для демонстрації прийомів виконання дій додавання і віднімання. Розглянемо приклади моделювання цих прийомів у підручнику.

Поясни, як знайти суму.

$$\begin{array}{c} 8 + 3 = \square \\ \swarrow \searrow \\ 2 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 9 + 3 = \square \\ \swarrow \searrow \\ 1 \quad 2 \end{array}$$

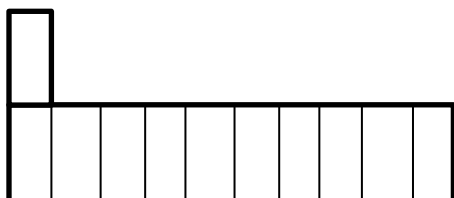
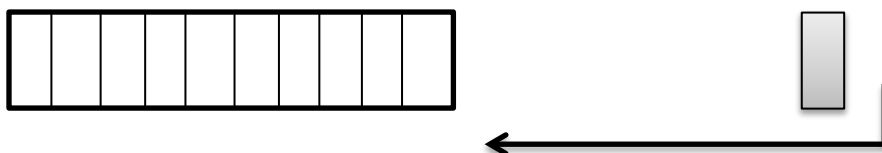
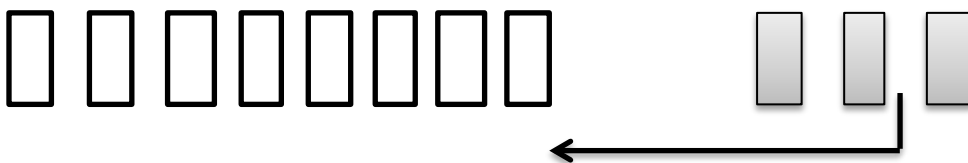
Вчитель пояснює: «Для того, щоб виконати додавання, необхідно число 3 розкласти на суму зручних доданків. Для цього спочатку визначаємо, скільки потрібно додати до 8, щоб утворилося 10. $10 - 8 = 2$. Отже, розкладаємо число 3 на суму чисел 2 і 1. До 8 додаємо 2 дорівнює 10

$$10 + 1 = 11$$

Алгоритм виконання дії тут такий:

- 1) $8 + 2 = 10$
- 2) $10 + 1 = 11$

Під час пояснення цього прийому вчитель повинен змоделювати виконання дії за допомогою кубиків і брусків.



Аналогічна робота проводиться під час вивчення прийому віднімання з переходом через розряд.

$$\begin{array}{r} 11 - 8 = \square \\ \swarrow \searrow \\ 1 \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 - 8 = \square \\ \swarrow \searrow \\ 3 \quad 5 \end{array}$$

«Для того, щоб від 11 відняти 8, потрібно розкласти число 8 на суму зручних доданків. Для цього спочатку потрібно дізнатися, скільки потрібно відняти від 11, щоб утворилося 10. $11 - 10 = 1$. Отже, розкладаємо число 8 на суму чисел 1 і 7. $11 - 1 = 10$; $10 - 7 = 3$.

Схожі моделі використовуються і далі для вивчення прийомів додавання і віднімання.

Також важливо застосовувати моделювання для вивчення алгоритмів письмового додавання і віднімання.

Основна відмінність у виконанні письмового й усного додавання і віднімання полягає в тому, що усні обчислення починають виконувати з вищих розрядів, а письмові - з нижчих. Для ознайомлення дітей з письмовим додаванням і відніманням застосовують метод пояснення, який супроводжується моделюванням.

Перше, на що слід звернути увагу дітей – це форма запису:

$$\begin{array}{r} + 25 \\ 32 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$25 + 32 = \square$$

$$25 + (30 + 2) = (25 + 30) + 2 = 55 + 2 = 57, \text{ або}$$

$$(20 + 5) + (30 + 2) = (20 + 30) + (5 + 2) = 50 + 7 = 57.$$

Важливо чітко сформулювати алгоритм виконання письмового додавання:

1) Записуємо перший доданок, під ним пишемо другий доданок так, що одиниці під одиницями, десятки під десятками і т.д., між ними ставимо знак «+», знизу підводимо лінію, яка заміняє знак «=».

2) Починаємо додавати з одиниць нижчого розряду: спочатку додаємо одиниці першого доданка до одиниць другого доданка, суму записуємо під одиницями; потім додаємо десятки першого доданка до десятків другого доданка, суму записуємо під десятками і т. д.

Аналогічно працюємо з дією віднімання.

Розглянемо на прикладі:

$$78 - 23 = \square$$

$$\begin{array}{r} \overleftarrow{78} \\ - \quad 23 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$78 - 23 = 78 - (20 + 3) = (78 - 20) - 3 = 58 - 3 = 55$$

$$78 - 23 = (70 + 8) - (20 + 3) = (70 - 20) + (8 - 3) = 50 + 5 = 55.$$

Опишемо алгоритм виконання письмового віднімання:

1) Записуємо зменшуване, під ним пишемо від'ємник так, щоб одиниці від'ємника знаходились під одиницями зменшуваного, а десятки під десятками. Між ними ставимо знак віднімання – «-», знизу підводимо лінію, яка заміняє знак «=»;

2) Починаємо віднімання з одиниць нижчого розряду, спочатку від одиниць зменшуваного віднімаємо одиниці від'ємника, різницю записуємо під одиницями; потім від десятків зменшуваного віднімаємо десятки від'ємника, різницю записуємо під десятками і т.д.

При виконанні цих дій слід пам'ятати, що кожна одиниця вищого розряду містить 10 одиниць нижчого розряду.

При певному закріпленні письмового додавання і віднімання та на наступних декількох уроках вимагати повного пояснення. Коли діти зрозуміють способи додавання і віднімання, можна перейти до виконання дій з коротким поясненням.

Практикувати усні і письмові обчислення. Пропонувати завдання, де треба знайти помилку при виконанні дій, це стимулює учнів до точності обчислень і не допускає подібних помилок.

Під час проходження переддипломної педагогічної практики з учнями третього класу мені теж приходилось навчати їх письмовому додаванню і відніманню трицифрових чисел. Ми переконалася, що при виконанні вище вказаних зауважень можна добитися міцних знань учнів.

Б) Методика застосування методу моделювання в процесі вивчення арифметичних дій множення і ділення

Після засвоєння учнями арифметичних дій додавання і віднімання створюється основа для вивчення дій множення і віднімання.

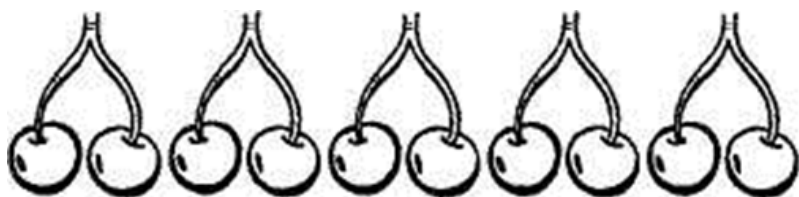
Арифметичні дії множення і ділення вивчаються учнями у 2 класі. Їх засвоєння також потребує широкого застосування методу моделювання. Ознайомлення з діями множення та ділення відбувається в процесі розв'язування сюжетних задач.

Пропедевтичною роботою до введення дії множення є розв'язування вправ на знаходження суми однакових доданків. Ця робота розпочинається ще у першому класі під час розгляду таблиць додавання і віднімання в межах десяти. Зокрема це відбувається під час засвоєння прийомів прилічування і відлічування одиницями, парами, групами. Пропедевтична робота триває протягом усього першого року навчання.

При виконанні таких вправ слід звернути увагу дітей на формулюванні фрази « по стільки взято стільки-то разів». Кожного разу важливо наголошувати на тому, що доданки однакові, з'ясувати скільки таких доданків і чому дорівнює їхня сума.

У теорії множин дія множення – це знаходження декартового добутку двох множин. Але оскільки у початкових класах множення вивчається як додавання однакових доданків, то дія множення трактується як об'єднання скінченної кількості рівнопотужних множин, і знаходження потужності отриманого об'єднання.

Із дією множення учнів ознайомлюють у 2 класі на наочно-практичному рівні. Для початкового ознайомлення у підручнику подана така вправа:



— Скільки всього вишень?

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

Вправу спочатку розв'язують за допомогою дії додавання, а потім на її основі вводиться дія множення.

Потрібно міркувати таким чином: в цій сумі 5 доданків, кожен з яких дорівнює 2. Вчитель повідомляє, що додавання однакових доданків називається множенням. Цей вираз можна записати так: $2 \cdot 5 = 10$. У цій рівності число 2 - це число, яке у сумі було доданком, а число 5 показує скільки разів доданком взяте перше число.

Потім вчитель повинен сформулювати такі висновки:

- 1) Додавання однакових доданків називається дією множення.
- 2) Знак «•» - це знак дії множення.

Після усвідомлення дії множення як додавання однакових доданків, передбачено складання таблиць множення. Спочатку складають таблицю множення двох.

2								
•	2	3	4	5	6	7	8	9

$$2 + 2$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$2 + 2 + 2$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$2 + 2 + 2 + 2$$

$$2 \cdot 4 = 8$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$2+2+2+2+2$$

$$2 \cdot 6 = 12$$

$$2+2+2+2+2+2$$

$$2 \cdot 7 = 14$$

$$2+2+2+2+2+2+2$$

$$2 \cdot 8 = 16$$

$$2+2+2+2+2+2+2+2$$

$$2 \cdot 9 = 18$$

На основі цієї таблиці учні можуть виконувати велику кількість вправ. Зокрема, такі:

1) Користуючись таблицею, знайдіть значення виразів:

$$2-5+10; \quad 2-7-7; \quad 2-7-5.$$

2) Прочитайте таблицю множення числа 2, користуючись таким записом:

2

2 3 4 5 6 7 8 9

3) Розкажіть таблицю множення числа 2 напам'ять.

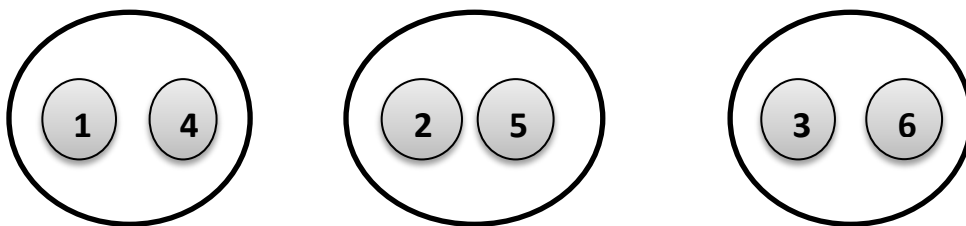
4) Вибірково назвіть табличні результати. Скільки буде, якщо 2 помножити на 5? На 9? На 7?

У 2 класі розглядаються таблиці множення чисел 3, 4 і 5. Таблиці множення 6, 7, 8 і 9 вивчаються у 3 класі. Методика їх вивчення аналогічна до методики вивчення таблиці множення числа 2.

Вивчення дії ділення і її зв'язку з множенням відбувається у 2 класі і будується на предметних ситуаціях.

Розглянемо практичну задачу. Візьмемо 6 груш. Розкладемо їх на 3 тарілки порівну в кожну. Скільки груш на кожній з цих тарілок?

Вчитель наочно демонструє процес поділу груш способом відлічування по одному на кожну тарілку:



$$6 : 3 = 2(\text{гр.})$$

Вчитель практично виконує такі дії: ставить на стіл три тарілки і починає розкладати груші по одній на кожну тарілку: кладемо одну грушу на першу

тарілку, потім на другу, потім на третю, далі знову кладемо одну грушу на першу тарілку, на другу, на третю, і т. д., доки груші не закінчатся.

Після проведення цієї роботи вчитель повідомляє, що знак « : » використовується для позначення ділення на письмі. Також вчитель повідомляє про те, що такий вид ділення називається діленням на рівні частини, бо тут необхідно розкласти груші на тарілки так, щоб на кожній з них була однакова кількість груш.

На наступних уроках передбачено ознайомити дітей з іншим видом ділення – ділення на вміщення.

Найкраще ознайомлювати дітей з даним видом ділення за допомогою порівняння двох задач з однаковими числовими даними, кожна з якої розв'язується за допомогою ділення, а різним є лише тип ділення. Обов'язковим при цьому є моделювання процесу розв'язування задач.

<i>Ділення на рівні частини</i>	<i>Ділення на вміщення</i>
<p>12 зошитів розділили між 3 учнями. Скільки зошитів отримав кожен учень?</p> <p>12 зош. – 3 уч.</p> <p>? - 1 уч.</p>	<p>12 зошитів розділили між учнями так, що кожен учень отримав по 3 зошити. Скільки учнів отримали зошити?</p> <p>12 зош. - ?</p> <p>3 зош. – 1 уч.</p>

Вчитель разом з учнями аналізує скорочений запис задач:

Задача на ділення на рівні частини

З умови задачі відомо, що 12 зошитів розділили між трьома учнями порівну. Необхідно знайти, скільки зошитів отримав кожен учень. Для цього міркуємо так: якщо 3 учні отримали 12 зошитів, то 1 учень отримав у 3 рази менше. Тобто, цей процес відбувається таким чином: перший зошит даємо першому учневі, другий – другому, третій – третьому, четвертий знову першому, п'ятий – другому, шостий – третьому, і т. д. Після цього кожен учень підраховує кількість отриманих зошитів. Змоделюємо процес розв'язування задачі:

I уч.	II уч.	III уч.
1 4	2 5	3 6
7 10	8 11	9 12

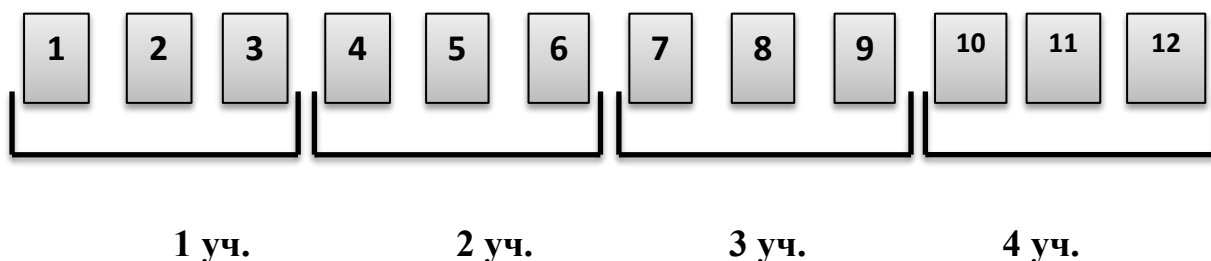
12 зош. : 3 уч. = 4 зош.

Читаємо так: «12 поділити на 3 дорівнює 4»

В цій ілюстрації числа означають порядкові номери зошитів, наприклад, 7 означає зошит № 7.

Задача на ділення на вміщення

З умови задачі відомо, що 12 зошитів поділили між учнями так, що кожен учень отримав 3 зошити. Необхідно знайти скільки учнів отримали зошити. Для цього міркуємо так: якщо відомо, що кожен з учнів отримав по 3 зошити, а всіх зошитів 12, то необхідно знайти, скільки разів по 3 вміститься у 12. Використовуємо спосіб відлічування групами по три. Тобто ми даємо кожному учневі по три зошити до тих пір, поки вони не закінчаться. Потім рахуємо учнів, які отримали зошити. Змодельюємо процес розв'язування задачі:



12 зош. : 3 зош. = 4 уч.

Читаємо: «12 поділити по 3 дорівнює 4»

Необхідно зосередити увагу дітей на те, що при діленні на рівні частини ділене і частка мають однакове найменування, а дільник інше, а при діленні на вміщення ділене і дільник мають однакове найменування, а частка інше. Хоч програмою передбачено проводити таку роботу, після ознайомлення із назвами компонентів дії ділення, яке відбувається через два уроки після початкового ознайомлення із дією ділення, та, користуючись принципами випереджувального навчання,

вчитель може відразу наголосити на цьому, спираючись на найменування, що є в сюжеті задач.

Для ознайомлення із компонентами арифметичної дії ділення на дошку вивіщується таблиця:

$$\begin{array}{ccc}
 12 : 2 = 6 \\
 / \quad | \quad \backslash \\
 \text{ділене} \quad \text{дільник} \quad \text{частка}
 \end{array}$$

Наступник кроком вивчення дії ділення є складання таблиць ділення. Таблиці ділення складають за таблицями множення, а потім їх завчають напам'ять. За прикладом $2 \cdot 6 = 12$ можна скласти такий приклад наділення: $12 : 2 = 6$. Саме так складають всю таблицю ділення на 2. Запишемо в стовпчик зліва множення числа 2, а справа від нього — таблицю ділення на 2.

$$2 \cdot 2 = 4 \qquad 4 : 2 = 2$$

$$2 \cdot 3 = 6 \qquad 6 : 2 = 3$$

$$2 \cdot 4 = 8 \qquad 8 : 2 = 4$$

$$2 \cdot 5 = 10 \qquad 10 : 2 = 5$$

$$2 \cdot 6 = 12 \qquad 12 : 2 = 6$$

$$2 \cdot 7 = 14 \qquad 14 : 2 = 7$$

$$2 \cdot 8 = 16 \qquad 16 : 2 = 8$$

$$2 \cdot 9 = 18 \qquad 18 : 2 = 9$$

Також, аврто наголосити дітям, що із одного приклада на множення можна скласти два прикади на ділення.

$$2 \cdot 6 = 12 \qquad 12 : 2 = 6 \qquad 12 : 6 = 2$$

Вчитель повинен наголосити, що під час ділення добутку на перший множник читаємо «12 поділити по 2» і виконуємо ділення на вміщення, а при діленні на другий множник – «12 поділити на 6» і ділимо на рівні частини.

Аналогічно вводять таблиці ділення на 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Крім табличних прийомів множення і ділення, програмою передбачено ознайомити другокласників із поза табличними прийомами. Цей процес відбувається в такій системі:

1) Випадки множення і ділення круглих чисел на одноцифрове число, наприклад: $30 \cdot 3$, $40 : 2$.

2) Випадки ділення круглого двоцифрового числа на кругле двоцифрове, наприклад: $80:20$.

3) Випадки множення двоцифрового числа на одноцифрове та одноцифрового на двоцифрове, наприклад: $24 \cdot 3$.

4) Випадки ділення двоцифрового числа на одноцифрове: $39 : 3$, $72 : 3$.

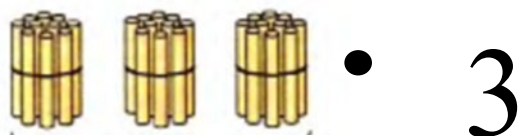
5) Випадки ділення двоцифрового числа на двоцифрове: $64 : 16$.

Робота над ознайомленням із прийомами множення і ділення проводиться за такими схемами:

$30 \cdot 3 = 90$ 3 дес. $\cdot 3 = 9$ дес.	$60 : 3 = 20$ 6 дес. $: 3 = 2$ дес.
$200 \cdot 4 = 800$ 2 сот. $\cdot 4 = 8$ сот.	$900 : 3 = 300$ 9 сот. $: 3 = 3$ сот.

Вчитель пояснює: «30 помножити на 3 – це означає по 30 взято три рази.

Змоделюємо даний процес.





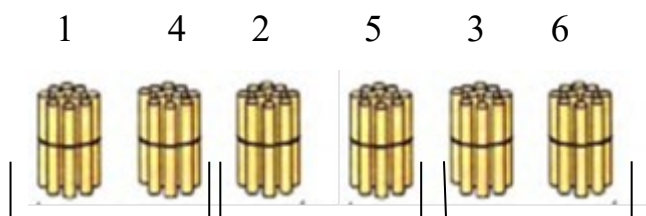
Для моделювання даного прийому можна також використовувати моделі арифметичного ящика.

Паралельно розглядаємо випадок ділення круглого числа на одноцифрове.

$$60 : 3 = 20$$

Пояснюємо дітям так: 60 – це 6 десятків поділити на 3.

Змоделюємо даний прийом:



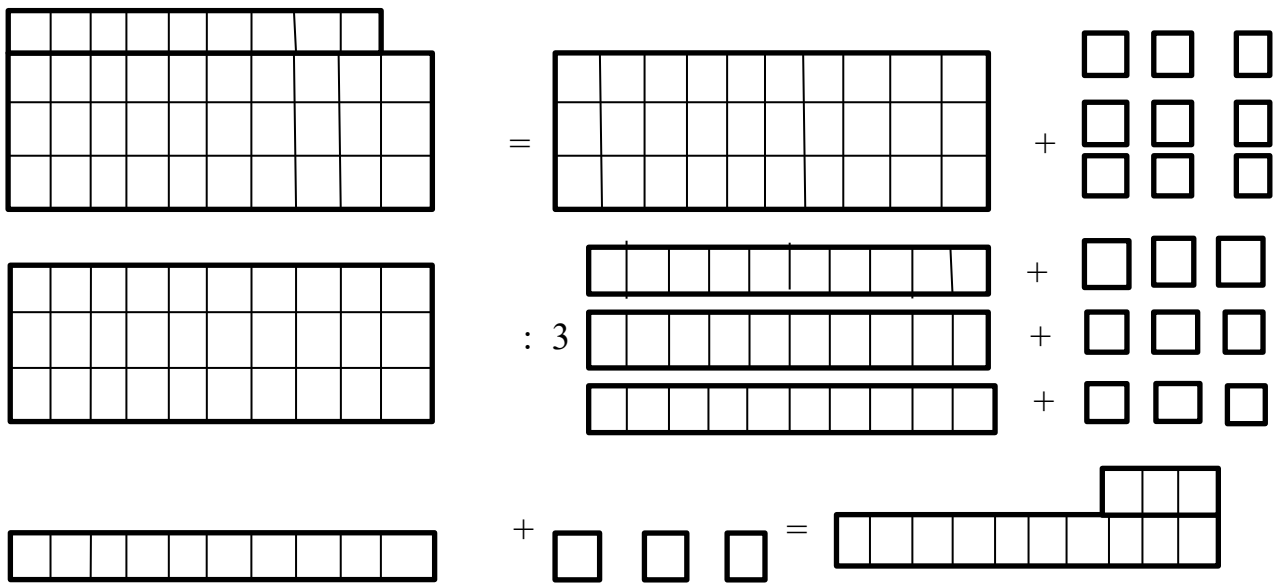
Дані прийоми множення і ділення ґрунтуються на прийомах табличного множення і ділення.

Також для виконання дії ділення використовують таку форму запису:

$$\begin{array}{l}
 39 : 3 = \square \\
 \swarrow \searrow \\
 30 + 9 \\
 30 : 3 = 10 \\
 9 : 3 = 3 \\
 10 + 3 = 13 \\
 39 : 3 = 13
 \end{array}$$

Вчитель пояснює: «Для того, щоб поділити 39 на 3 розкладаємо ділене 39 на суму розрядних доданків $30+9$. Потім кожен з доданків ділимо на 3 і отримані частки додаємо».

Змоделюємо даний прийом за допомогою брусків і кубиків.



Далі необхідно ознайомити дітей із алгоритмом виконання випадку ділення, в якому необхідно ділене розкласти на суму зручних доданків. Розглянемо такий випадок.

$$\begin{array}{r} 72 : 4 \\ \hline 40 + 32 \end{array}$$

$$40 : 4 = 10$$

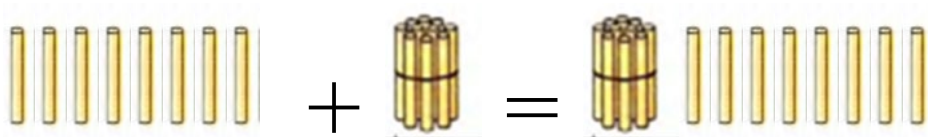
$$32 : 4 = 8$$

$$10 + 8 = 18$$

Дітям пояснюємо так: « Для того, що поділити 72 на 4 потрібно ділене розкласти на суму зручних доданків, кожен з яких би ділився на 4. Розкладаємо число 72 на суму чисел 40 і 32. 40 поділити на 4 дорівнює 10. 32 поділити на 4 дорівнює 8. До 10 додати 8 отримуємо 18.»

Змодельуємо даний прийом за допомогою паличок і пучків паличок.





Дуже важливо використовувати моделювання під час ознайомлення із письмовими прийомами множення і ділення.

Розглянемо систему вивчення письмового множення:

- 1) Випадки множення на розрядне число;
- 2) Випадки множення трицифрового числа на одноцифрове без переходу через розряд, наприклад: $132 \cdot 3$;
- 3) Прийоми письмового множення дво- або трицифрового числа на одноцифрове з одним переходом через розряд, наприклад: $37 \cdot 6$, $127 \cdot 3$;
- 4) Випадки множення на одноцифрове число, коли у добутку з'являється один нуль, наприклад: $141 \cdot 5$;
- 5) Випадки множення на одноцифрове число, коли у добутку з'являється два нулі, наприклад: $125 \cdot 4$.

Перед тим, як ознайомити дітей із алгоритмом письмового множення необхідно провести підготовчу роботу: розв'язування прикладів на знаходження добутку суми на число.

Після цього вчитель повинен продемонструвати процес розв'язування даного прикладу за допомогою письмового множення. Наведемо приклад одного із випадків письмового множення – множення трицифрового числа на одноцифрове.

$$128 \cdot 6 = (100 + 20 + 8) \cdot 6 = 100 \cdot 6 + 20 \cdot 6 + 8 \cdot 6 = 600 + 120 + 48 = 768$$

$$\begin{array}{r} \leftarrow 128 \\ \times \quad 6 \\ \hline 768 \end{array}$$

1) При письмовому множенні другий множник записуємо під першим так, щоб він був під одиницями першого множника.

2) Виконуючи множення письмово, спочатку множать одиниці на дане число, потім десятки, потім – сотні.

3) 8 одиниць помножити на 6 дорівнює 48 одиниць. 48 одиниць – це 4 десятки і 8 одиниць. 8 одиниць пишемо під одиницями, а 4 десятки додаємо до добутку десятків на число.

4) 2 десятки помножити на 6 дорівнює 12 десятків, та ще 4 десятки, разом 16 десятків. 16 десятків – це 1 сотня і 6 десятків. 6 десятків записуємо під десятками, а 1 сотню додаємо до добутку одиниць наступного розряду – сотень на 6.

5) 1 сотню помножити на 6 дорівнює 6 сотень, та ще 1 сотня, дорівнює 7 сотень, записуємо під сотнями. Отже, добуток чисел 128 і 6 дорівнює 768.

Дуже важливим при цьому є правильне пояснення вчителем алгоритму виконання письмового множення з одночасною демонстрацією його виконання на дошці.

Аналогічну роботу повинен проводити вчитель під час пояснення алгоритму письмового ділення.

Вивчення алгоритмів письмового ділення проводиться у такій системі:

- 1) Випадки ділення на одноцифрове число;
- 2) Випадки ділення з одним переходом через розряд;
- 3) Прийоми ділення з двома і більше переходами через розряд;
- 4) Випадки ділення, коли у частці з'являється один нуль;
- 5) Випадки ділення, коли у частці два нулі.

Наприклад:

$$642 : 2 = (600 + 40 + 2) : 2 = 600 : 2 + 40 : 2 + 2 : 2 = 300 + 20 + 1 = 321.$$

Після цього вчитель на дошці демонструє процес письмового ділення.

$$\begin{array}{r}
 642 \overline{) 2} \\
 \underline{6} \\
 4 \\
 \underline{4} \\
 2 \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}$$

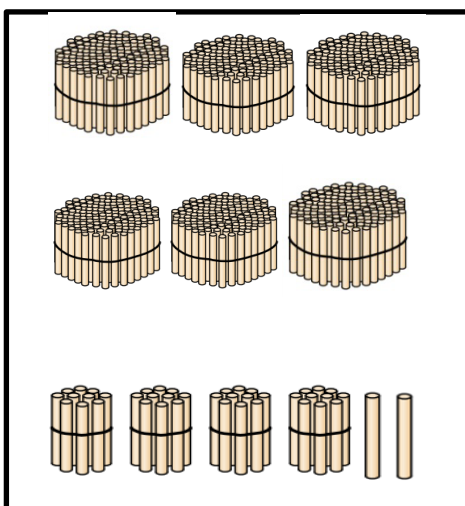
1) Ділене містить 6 сотень 4 десятки і 2 одиниці. Виділяємо перше неповне ділене. 6 сотень можна поділити на 2, щоб отримати сотні, отже, перше неповне ділене – 6 сотень. Отже, частка буде містити сотні десятки і одиниці – усього три цифри. Поставимо в частці три крапки, які означають те, що частка – трицифрове число.

2) 6 сотень поділити на 2 дорівнює 3 сотні. Отже, в частці на місці сотень записуємо цифру 3. Визначимо, скільки сотень поділилося. Для цього 3 помножимо на 2, дорівнює 6. Від 6 сотень відняти 6 сотень, дорівнює 0. Всі сотні поділилися.

3) Утворюємо друге неповне ділене. 4 десятки можна поділити на 2, щоб отримати десятки. Отже, друге неповне ділене – 4 десятки. 4 десятки поділити на 2, дорівнює 2. Цифру 2 записуємо на місці десятків у частці. 2 помножити на 2, дорівнює 4, $4 - 4 = 0$. Отже всі десятки поділилися.

4) Третє неповне ділене – 2 одиниці. 2 одиниці поділити на 2, дорівнює 1. Записуємо цифру 1 в частку на місці одиниць. Отже частка чисел 642 і 2 дорівнює 321.

Змоделюємо даний алгоритм за допомогою паличок і пучків паличок.



Але існують такі випадки письмового ділення, коли не всі розрядні одиниці повністю діляться на дільник. Розглянемо алгоритм обчислення такого випадку на прикладі виразу $952:4$.

$$\begin{array}{r} \underline{952} \big| 4 \\ \underline{8} \quad | 238 \\ \underline{15} \\ \underline{12} \\ \underline{32} \\ \underline{32} \\ \underline{0} \end{array}$$

1) Ділене містить 9 сотень 5 десятків і 2 одиниці. Виділяємо перше неповне ділене. 9 сотень можна поділити на 4, щоб отримати сотні, отже, перше неповне ділене – 9 сотень. Отже, частка буде містити сотні десятки і одиниці – усього три цифри. Поставимо в частці три крапки, які означають те, що частка – трицифрове число.

2) 9 сотень поділити на 4 дорівнює 2 сотні. Отже, в частці на місці сотень записуємо цифру 2. Визначимо, скільки сотень поділилося. Для цього 2 помножимо на 4, дорівнює 8. Від 9 сотень відняти 8 сотень, дорівнює 1 сотня. Отже, одна сотня не поділилася.

3) Утворюємо друге неповне ділене. 1 сотня – це 10 десятків та ще 5 десятків дорівнює 15 десятків. 15 десятків можна можна поділити на 4, щоб отримати десятки. Отже, друге неповне ділене – 15 десятків. 15 десятків поділити на 4, дорівнює 3. Цифру 3 записуємо на місці десятків у частці. Визначаємо, скільки десятків поділилося, для цього 3 помножимо на 4 дорівнює 12. Від 15 десятків відняти 12 десятків дорівнює 3 десятки. Отже, 3 десятки не поділилося. 3 десятки не можна поділити на 4 так, щоб утворилися десятки, отже, ділення виконали правильно.

4) Утворюємо третє неповне ділене – 3 десятки – це 30 одиниць та ще 2 одиниці, дорівнює 32 одиниці. Третє неповне ділене – 32 одиниці. 32 одиниці поділити на 4, дорівнює 8. Записуємо цифру 8 в частку на місці одиниць. Визначаємо, скільки одиниць поділилося. Для цього 8 помножимо на 4 дорівнює

32. Від 32 одиниць відняти 32 одиниці дорівнює 0. Отже, всі одиниці поділилися. Частка чисел 952 і 4 дорівнює 238.

Для свідомого засвоєння знань учнями важливо, щоб учні під час виконання завдань постійно коментували алгоритм.

Досвід переконує, що вивчення арифметичних дій неможливе без постійного моделювання і оперування з конкретними предметними множинами чи моделями лічильних одиниць. Від цього залежить якість засвоєних знань учнями з даних тем, що, в свою чергу, впливає на ефективність засвоєння наступних тем, передбачених програмою.

2.3. Місце моделювання у методиці розв'язування текстових задач.

На сучасному етапі пріоритетним має бути питання формування і розвитку в школярів загальних умінь розв'язування будь-яких математичних сюжетних задач. Це є показником рівня інтелектуального розвитку дитини, оскільки вимагає вміння мислити - аналізувати ситуацію, відображену в тексті задачі, виділяти величини, що її характеризують, виявляти і встановлювати зв'язки і відношення між ними та ін.

Текстові задачі в початковому курсі математики займають більше половини обсягу навчального матеріалу, оскільки зміст усіх понять, арифметичних дій, зв'язків між величинами розкривається за допомогою задач. [28]

Математичну задачу розуміють як будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, що стосується кількісних відношень і просторових форм, створених людським розумом на основі знань про навколишній світ. [28]

Розв'язування задачі — це процес перетворення її умови, що здійснюється на основі знань з тієї галузі, до якої належить задача, та певних загально-логічних правил. Цей процес складається з таких етапів: ознайомлення зі змістом задачі; аналіз задачі і складання плану розв'язування; виконання знайденого плану розв'язування; з'ясування, що здобутий результат задовольняє умову задачі (перевірка розв'язання); аналіз розв'язування (обґрунтування прийомів розв'язування, розгляд інших способів розв'язування). [28]

В процесі розв'язування математичних задач в учнів формується вміння розмірковувати, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, які викликають зміну кількості, чи зміну значень взаємопов'язаних величин, які характеризують відображену в тексті задачі ситуацію. Разом з тим, переказуючи зміст задачі чи обговорюючи описану в ній ситуацію, учні під керівництвом вчителя оволодівають вмінням відтворити задачу шляхом її моделювання чи ілюстрації, на основі чого сформулювати твердження (судження), які виражають залежності між шуканою і даними величинами. [28]

В учнів молодших класів часто виникають труднощі під час розв'язування задач, як складних, так і простих. Для подолання цієї проблеми використовують засоби наочності. Але засоби наочності, призначення яких лише ілюструвати відповідні процеси чи явища, не завжди забезпечують формування міцних і дієвих знань та умінь учнів. І тому ефективним методом роботи над задачами є моделювання.

Моделювання сюжетних задач — це відтворення практично описаної у задачі ситуації за допомогою специфічних предметів або їх зображень, схем, таблиць чи креслення, де відображаються зв'язки і залежності між даними і шуканими величинами.

Отже, виділимо такі типи задач залежно від функції моделювання:

- Задачі, в яких моделювання використовується для графічного ілюстрування змісту задачі;
- Задачі, в яких модель виступає як скорочений запис до задачі;
- Задачі, в яких в ролі моделі виступає рівняння;
- Задачі, в яких модель – переклад мови задачі на мову геометричних фігур та знаходження їх периметрів, площ, об'ємів.

Для того, щоб учень зумів правильно розв'язати задачу, необхідно, щоб він її розумів. Під час початкового розгляду задачі для усвідомлення значення її слів та зв'язків між величинами необхідно відтворити ту реальну ситуацію, моделлю якої є задача. При тому для наближення ситуації, яка описується в задачі до реального життя використовуються різні способи ілюстрації. Найчастіше використовують

предметну ілюстрацію, яка здійснюється за допомогою предметів або їх зображень.

Мета використання ілюстрації — виявити величини, про які йдеться в задачі, та з'ясувати зв'язки між ними. На початку навчання, щоб учні могли побачити зв'язок між даними і шуканими числами, іноді не достатньо лише демонструвати наочні посібники. Необхідно, щоб кожен учень сам виконав операції з дидактичним матеріалом. Такими операціями можуть бути розкладання паличок чи кружечків, малювання кружечків, дії зі смужками паперу.

Особливо потрібні предметні операції під час розгляду задач на знаходження невідомого компонента арифметичної дії.

Можна виділити такі типи моделей, що використовуються під час розв'язування сюжетних задач, які фіксують результати аналізу задачі і сприяють пошуку плану її розв'язання:

1. Предметні моделі сюжетних задач – це різні предмети навколишнього середовища (олівці, аркуші паперу, монети і т. д.) або їх моделі. Сюди також відносять малюнки й креслення, що зображають відповідну задачу ситуацію

2. Моделі, за допомогою яких задачу ситуацію можна відтворити схематично і узагальнено. Це графічні схеми, які відтворюють умову задачі за допомогою геометричних фігур, різні схематичні записи умови задачі, табличні моделі і т. д. Вони, зберігаючи наочність предметних моделей узагальнено відтворюють реальну задачу ситуацію.

3. Структурні моделі (графи, схеми і т. д.). Використовуються для наочного зображення залежностей і зв'язків між даними і шуканими величинами, тобто для наочного зображення математичної структури розв'язання задачі.

Всі ці види моделей застосовуються на різних етапах розв'язування задач.

У першому класі початкової школи розв'язують тільки прості задачі. Запис розв'язання виконують у вигляді рівності, розміщеної посередині рядка.

Першокласникам іноді пропонують проілюструвати задачу малюнком. Для позначення предметів, про які йдеться в задачі, здебільшого використовують кружечки, палички, трикутники, квадрати.

Дуже поширеною формою моделювання змісту задачі є її скорочений запис. Він може бути схематичним і табличним.

Короткий запис — це не самоціль і не засіб, який потрібно використовувати епізодично, лише час від часу. Він є ефективним і необхідним засобом навчання. Виконуючи короткий запис, учні не можуть обмежитися автоматичним повторенням, переказом тексту задачі чи її частини. Їм потрібно «попрацювати» над ним, тобто проаналізувати, усвідомити, виділити шукане та дане. Результатом такої роботи є відтворення тексту задачі вже у «видимому», але узагальненому записі — короткому записі. Крім того, ця робота забезпечує вироблення у дітей уміння вчитуватися в умову, розуміти, усвідомлювати значення понять, величин. Водночас такий запис дає учню можливість одразу бачити всю сукупність залежностей, про які йдеться в задачі. Все це забезпечує свідомий вибір арифметичної дії, а згодом — і правильної послідовності виконання дій. Тому моделі цієї групи є необхідними під час розв'язування задач.

Наведемо приклад скороченого запису задачі.

Задача

Хлопчик вирізав 10 сніжинок. 7 сніжинок він подарував однокласникам. Скільки сніжинок залишилось у хлопчика?

Зробимо скорочений запис задачі, використовуючи опорні слова:

Вирізав – 10 сніжинок,

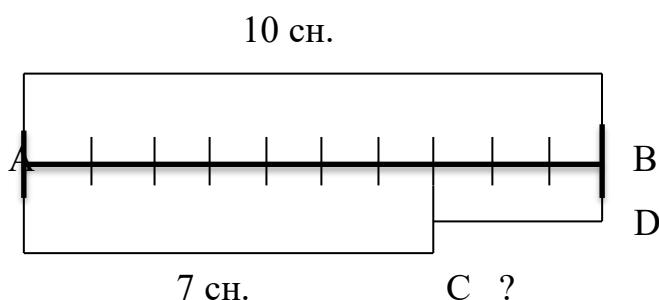
Подарував – 7 сніжинок,

Залишилось - ?

Використовуючи опорні слова учень зможе прослідкувати зміну кількості предметів, а отже і дію, яку потрібно виконувати. Міркуємо так: якщо хлопчик подарував декілька сніжинок однокласникам, то як змінилась кількість сніжинок у хлопчика? – зменшилась. Яку дію будемо виконувати? – віднімання.

Дану задачу можна також змоделювати за допомогою відрізка. Розглянемо такий варіант: нехай, позначимо сніжинки, які вирізав хлопчик відрізком АВ, розділеним на 10 поділок, кожна з яких позначає 1 сніжинку. Потім на побудованому відрізку відділяємо відрізок АС, який позначає сніжинки, які

хлопчик подарував однокласникам. Для того, щоб дізнатися, скільки сніжинок залишилося у хлопчика, необхідно знайти довжину відрізка CD .



Проте не завжди доцільно використовувати ці типи скороченого запису. Розв'язування задачі за допомогою складання скороченого запису задачі варто застосовувати в таких випадках:

1. Під час початкового розв'язування простих задач, коли цей процес є переходом від операцій над множинами предметів до арифметичних дій над натуральними числами.

2. У процесі розв'язування простих і складених задач з метою формування в учнів уявлення про структуру задачі.

3. У випадках використання задач для формування математичних понять, ознайомлення учнів з елементами арифметичної теорії чи залежностями між величинами.

4. Під час початкового ознайомлення учнів із задачею нового виду (і то не завжди), а також тоді, коли більшість дітей не може самостійно розв'язати задачу.

В процесі розв'язування задач діти повинні навчитися встановлювати зв'язки між даними і шуканими величинами і відповідно до цього обирати арифметичні дії для розв'язування задач. І тому серед задач, над якими працюють учні початкових класів виділяють окремий тип задач, розв'язування яких ґрунтується на тих самих зв'язках між даними і шуканими.

Дуже часто процес розв'язування таких задач моделюється за допомогою таблиці. Розглянемо таку задачу:

Задача (568, ст. 89, Математика 2 клас, Богданович, Лишенко)

У трилітрові банки розлили 18 л квасу. Скільки потрібно було банок.

Складемо таблицю скороченого запису задачі:

Квасу в одній банці (л)	Кількість банок	Всього квасу (л)
3	?	18

Складання таких таблиць допомагає учням усвідомити залежності між шуканими і даними величинами. Варто наголосити на тому, що добуток числових значень першого і другого стовпчика таблиці дорівнює числовому значенню третього стовпчика таблиці.

Під час роботи над складеними задачами моделювання є невід'ємною частиною процесу розв'язування. За його допомогою діти усвідомлюють відмінність між простою і складеною задачею. З цією метою зазвичай використовуються такі моделі: таблиці залежностей між даними і шуканими величинами, деревовидні схеми, план розв'язування задачі.

Розглянемо це на прикладі задачі.

Задача

У 7 ящиків розклали порівну 42 кг слив. Скільки кілограмів слив у трьох таких ящиках?

Слив у одному ящику (кг)	Кількість ящиків	Всього слив (кг)
?	7	42
	3	?

План розв'язування задачі

1. Скільки кг слив у одному ящику?
2. Скільки кг слив у трьох ящиках?

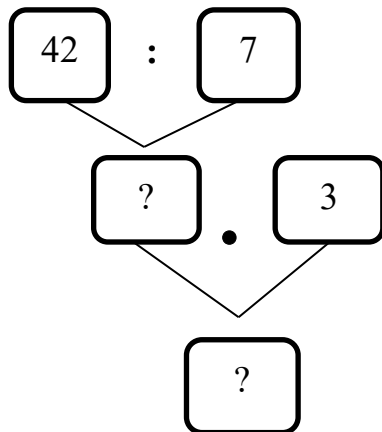
Розв'язання:

- 1) $42 : 7 = 6$ (кг)
- 2) $6 \cdot 3 = 18$ (кг)

Відповідь: 18 кг слив у трьох ящиках.

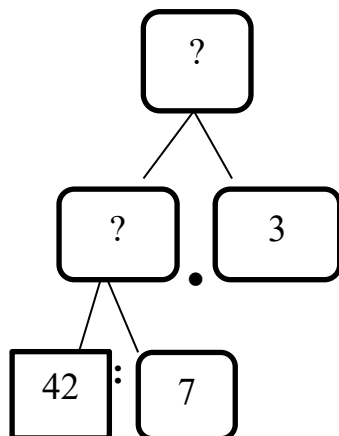
Змоделюємо процес розв'язування задачі за допомогою деревовидної схеми. Тут варто наголосити дітям, що існує 2 типи шляху міркувань під час побудови деревовидної схеми:

1) Міркування від умови до запитання



Пояснення: «Якщо в 7 ящиках 42 кілограми слив, то в одному ящику в сім разів менше. Отже, $42 : 7 = ?$ Якщо в 1 ящику ? кг слив, то в 3 ящиках в три рази більше, отже, $? \cdot 3 = ?$ »

2) Міркування від запитання до умови.



Пояснюємо так: «Для того, щоб дізнатися, скільки кілограм слив в трьох ящиках, потрібно масу слив в одному ящику збільшити в три рази. Отже, $? \cdot 3$. А для того, щоб дізнатися, масу слив в одному ящику, потрібно масу слив в семи ящиках зменшити в 7 раз. Отже, $42 : 7$ »

Клітинки зі знаком запитання позначають головне і проміжні запитання задачі. Від кожного з них проведено дві стрілки. В кінці стрілок у клітинках записують числа (відомі або невідомі), необхідні для знаходження відповіді на запитання.

Методика навчання учнів розв'язувати задачі насамперед передбачає формування в учнів умінь виконувати аналіз, у процесі якого здійснюється пошук шляху розв'язання.

Організація діяльності молодших школярів під час аналізу умови задачі, зокрема форма зображення умови на дошці і в зошитах, можуть істотно сприяти підвищенню їх пізнавальної активності. Важливою при цьому є роль довільної уваги дітей. Вчити дітей бути уважними насамперед означає організувати на кожному етапі відповідну його діяльність.

Під час розбору умови задачі схематичне її зображення може слугувати засобом для організації сприйняття.

Отже, як ми бачимо, під час роботи над задачами моделювання виступає тим методом, який забезпечує зв'язок знань із безпосереднім вмінням розв'язувати задачі. Моделюючи умову задачі, шляхи її розв'язування чи безпосередньо ситуацію, що описана в ній, учні вчаться встановлювати причинно-наслідкові зв'язки. Також така робота позитивно впливає на розвиток мовлення молодших школярів. Адже мислення і мовлення нерозривно пов'язані між собою. Коли учень зуміє самостійно моделювати задачу чи процес її розв'язування, то це означатиме, що він повністю її усвідомлює.

2.4. Систематизація моделей під час вивчення величин, частин і дробів

У пояснювальній записці до програми з математики для початкових класів вказується, що основою початкового курсу математики є арифметика цілих невід'ємних чисел та основних величин. Сказане дає підстави для висновку про місце та значення формування у молодших школярів поняття величини, способів та одиниць її вимірювання. Зважаючи на сказане, успіху у такій важливій роботі зможе досягти лише той вчитель, який чітко розуміє сутність поняття “величина”, володіє загальними теоретико-методичними основами формування цього поняття

та усвідомлює відмінності роботи з формування уявлень дітей про кожний окремий вид величини. Програмою початкового курсу математики передбачено вивчення як скалярних (scalar - число), так і векторних величин. У початкових класах розглядають лише одну векторну величину - швидкість - і скалярні величини: довжина, площа, маса, місткість, час, вартість, ціна тощо.

Програмою передбачено вивчення величин учнями початкових класів, яке розпочинається вже з першого класу.

Вивчення величин — це один із засобів зв'язку навчання математики з життям. Вивчення величин і одиниць їх вимірювання треба організувати так, щоб діти набули деяких практичних навичок вимірювання величин, конкретно уявляли одиниці їх вимірювання та співвідношення між ними.

Розглянемо методику застосування моделювання під час вивчення величин.

Перш за все учні вивчають довжину і одиниці її вимірювання: сантиметр, дециметр, метр. Пропедевтичною роботою до вивчення цього матеріалу є вправи на формування просторових відношень у учнів.

Робота по ознайомлення з довжиною проводиться протягом року і із постійним застосуванням моделювання. Ще з дошкільних закладів діти були ознайомлені з поняттям «мірка», визначали протяжність різних предметів (стрічки, лінійки тощо) за допомогою «мірок».

Спочатку важливо з'ясувати практичне значення вимірювання. Вчитель пояснює, що у повсякденній діяльності дуже важливо вміти здійснювати вимірювання. Наприклад, для того, щоб пошити сукню треба знати, скільки потрібно взяти тканини тощо. Потім дітей ознайомлюють з одиницею його вимірювання – сантиметром. Необхідно ознайомити дітей із прийомами вимірювання моделями величин. Існують такі прийоми вимірювання моделями величин:

- Прийом вкладання – полягає в тому, що модель 1 „см” послідовно вкладають у вимірювальну смужку.
- Прийом відкладання полягає в тому, що модель 1 см, послідовно відкладають на смужці, роблять помітки олівцем.

- Прийом накладання використовують при порівнянні смужок приблизно однакової довжини (одну смужку накладають на другу так, щоб ліві кінці співпадали, за положенням правих кінців визначають, яка смужка довша, а яка коротша).

Також на цьому етапі учні займаються практичною роботою, а саме вимірювання довжини відрізка за допомогою моделі сантиметра. На наступному етапі вчитель повинен поступово ознайомити дітей з лінійкою. Для цього використовують такі вправи:

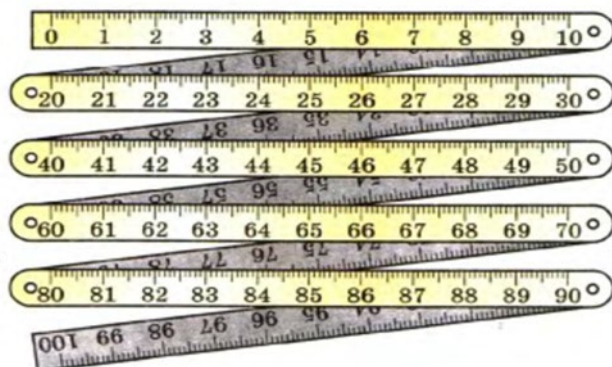
- 1) Покажіть початок лінійки; початок її відліку.
- 2) Сумістіть початок відліку лінійки з початком відрізка.
- 3) Покажіть на лінійці перший сантиметр, другий і т. д.

Ознайомлення з дециметром та вимірюванням довжини предметів і відрізків у дециметрах і сантиметрах проводяться під час вивчення чисел другого десятка. Учитель креслить на дошці відрізок завдовжки 50 см і пояснює, що вимірювати його довжину сантиметром незручно. Тому треба мати більшу одиницю вимірювання довжини. Потім показує смужку завдовжки 1 дм. Учні, маючи такі самі смужки, прикладають їх до шкали лінійки і встановлюють, що

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см.}$$

Для вивчення довжини найкращою моделлю виступає шкала лінійки, на якій можна наочно і в доступній формі продемонструвати дітям одиниці вимірювання довжини.

Проте, переходячи до вивчення наступної одиниці вимірювання довжини неможливо використати шкалу лінійки через незручність. В підручнику автор пропонує використовувати для цього моделювання складного метра:



При чому, пропонується провести таку бесіду:

— Давайте згадаємо, скільки сантиметрів вміщує 1 дециметр?

— Розгляньте складний метр. Скільки він вміщує дециметрів?

— Складний метр складається з 10 частин, кожна з яких довжиною 10 см, або 1 дм. Отже, $1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см}$.

Вчитель повинен продемонструвати складаний метр дітям не лише у підручнику, але і безпосередньо, а також навчити дітей працювати з ним. Для цього дітям пропонується виміряти довжину парти, дошки, класної кімнати.

У третьому класі передбачено ознайомити дітей із новими одиницями вимірювання довжини - міліметром і кілометром. Також вводиться буквене позначення відрізків.

Спочатку дітей ознайомлюють з міліметром. У підручнику з математики 3 класу авторів Богдановича М. В. і Лишенка Г.П. подано таке визначення: «Міліметр – десята частина сантиметра, сота частина дециметра або тисячна частина метра».

Також у підручнику подано таблицю співвідношення одиниць вимірювання довжини, яку використовують для розв'язування задач двох типів:

1) На роздроблення іменованих чисел, що виражають міри довжини – задачі, в яких необхідно перетворити іменоване число в одиниці нижчого розряду. Наприклад, $27 \text{ м } 15 \text{ см } 5 \text{ мм} = 27155 \text{ мм}$.

2) На перетворення іменованих чисел, що виражають міри довжини – задачі в яких потрібно перетворити іменоване число в одиниці вищого найменування. Наприклад, $25 \text{ см} = 2 \text{ м } 5 \text{ см}$.

	Міри	довжини
	1 м = 10 дм	1 дм = 100 мм
	1 дм = 10 см	1 м = 100 см
	1 см = 10 мм	1 м = 1000 мм

Потім необхідно наголосити, що великі відстані незручно вимірювати даними одиницями вимірювання, а тому вводиться нова міра - кілометр.

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

На наступних уроках учні виконують вправи на закріплення отриманих знань про довжину і одиниці її вимірювання.

Вивчення довжини у четвертому класі спрямоване на узагальнення раніше набутих знань, умінь і навичок.

Так само, як і довжину, масу передбачено вивчати починаючи з 1 класу. Вчитель пояснює, що усі тіла мають різну масу, яку можна визначити шляхом зважування. Пропедевтика вивчення маси полягає в тому, що учні вчаться зважувати предмети «на руку». Таким чином вони з'ясовують, що один предмет важчий за інший. Зокрема, першокласників ознайомлюють із одиницею вимірювання маси – кілограм. Для моделювання необхідно ознайомити дітей з вагами. Важливо, щоб діти не лише розглянули терези, але і навчилися з ними працювати. Вчитель повинен створити умови, щоб абсолютно кожна дитина спробувала щось зважити, це сприятиме ефективнішому засвоєнню матеріалу і забезпечить зв'язок навчання з життям.

Протягом 1-2 років навчання діти виконують вправи лише з кілограмами. З іншими одиницями вимірювання маси передбачено ознайомити дітей у 3 класі. Спочатку не обхідно ознайомити дітей з грамом, як одиницею вимірювання маси.

Вчитель проводить таку бесіду:

— Діти, давайте дізнаємось, яка маса ручки, користуючись вагами. Кладемо ручку на ваги, а з іншої сторони гирю масою 1 кг.

— Чому ми не можемо таким чином виміряти масу ручки?

— Ми не можемо цього зробити, тому що маса ручки менша за 1 кг.

— Отже, в природі існують предмети, які мають масу, меншу, ніж 1 кг, і для того, щоб ми мали змогу вимірювати їх введена нова одиниця вимірювання маси – грам. Грам - це одна тисячна частинка кілограма, тобто $1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$

Для закріплення даної одиниці вимірювання маси слід запропонувати дітям виміряти масу різних предметів (ручки, лінійки, цукерки тощо), користуючись вагами і важками масою 1 г, 2 г, 3 г і т. д.

На наступному етапі вчитель пояснює, що також існують предмети, які мають дуже велику масу. Для її визначення використовують інші одиниці вимірювання, зокрема центнер і тонну. На дошку вивішується таблиця співвідношень між одиницями вимірювання маси:

Міри маси	
1 т	= 1000 кг
1 ц	= 100 кг
1 кг	= 1000 г
1 т	= 10 ц

Дану таблицю використовують для закріплення знань учнів про співвідношення між одиницями вимірювання маси а також для розв'язування задач на роздроблення і перетворення одиниць вимірювання маси.

Варто зазначити, що під час вивчення маси використовують такі моделі, як модель кілограма, двох кілограмів і т.д. Такі моделі застосовують під час роботи з вагами, вони ще називаються гирями.

Іще однією величиною, з якою ознайомлюються першокласники є час. Моделювання використовується для формування у дітей вміння визначати час за годинником. Для цього в підручнику подана модель годинника, на якій діти і вчать.

Програмою передбачено ознайомити дітей із такими одиницями вимірювання часу: століття, рік, місяць, тиждень, доба, година, хвилина, секунда.

Ще у першому класі програмою передбачено ознайомити учнів з такими одиницями вимірювання часу, як година, хвилина і доба. Для їх вивчення використовують модель годинника, а також безпосередньо практичний досвід дітей. Під час практичної діяльності з цими моделями діти вчать визначати час за годинником.

Вчитель пояснює: « Щоб визначати час людям потрібен годинник. Давайте розглянемо його. Поле з цифрами називається циферблат .В центрі циферблату закріпленні дві стрілки: одна велика інша маленька. Велика стрілка йде по колу швидше маленької , показує хвилини, тому називають її хвилиною. Мала йде

повільніше, показує скільки годин, називається годинною. Хвилинна стрілка при показі цілої години перебуває на числі 12, а маленька вказує котра година дня і ночі.»

Для закріплення учні по-черзі називають час, який вчитель змінює на моделі годинника.

Почати роботу з формування в учнів уявлень про рік і місяць доцільно з повідомлення про те, що одиниці вимірювання часу пов'язані з рухом планети Земля навколо Сонця, рухом Місяця навколо Землі, обертанням Землі навколо власної осі. Земля робить оберт навколо Сонця приблизно за 365 днів і 6 год. Для зручності лічби з давніх часів вирішили 3 роки називати простими (по 365 днів у кожному), а четвертий — високосним. У високосному році 366 днів. За час, протягом якого Земля робить оберт навколо Сонця 1 раз, Місяць навколо Землі робить 12 обертів. Тому рік поділяють на 12 проміжків — 12 місяців. Проміжок часу обертання Землі навколо своєї осі — доба — поділяється на 24 рівні частини — години. Година поділяється на 60 рівних частин — хвилин, а хвилинка — на 60 секунд. Під час цього пояснення доцільно використати модель-зображення сонячної системи.

Вся ця інформація систематизується під час складання таблиці:

Одиниця часу	Скорочене позначення	Співвідношення між одиницями часу
секунда	с	
Хвилинка	хв	1 хв = 60 с
Година	год	1 год = 60 хв
Доба	доба	1 доба = 24 год
Місяць	міс.	1 міс = 30 або 31 день (у лютому 28 або 29 днів)
Рік	р.	1 звичайний рік – 365 діб, 1 високосний рік – 366 діб
Століття	ст.	1 століття – 100 років

Під час вивчення часу можна використовувати велику кількість моделей, зокрема глобус, календар, годинник, телурій і інші наочні матеріали.

Ще однією величиною, вивчення якої розпочинається вже в 1 класі є місткість, ознайомлення з якою повинно відбуватися лабораторно-практичним методом.

Вчитель повідомляє, що рідини, сипучі вимірюють з допомогою міри, яка називається 1 літр, і демонструють літрову кружку, банку тощо, після чого пропонує переконатися їх, що місткість їх однакова.

У 1 класі слід провести лабораторні роботи таких типів:

- 1) визначення місткості посудини і вираження її в літрах;
- 2) дво- і трилітрові банки наповненні водою так, що в першій — 1 л, а в другій — 2 л; що потрібно зробити, щоб кількість рідини в цих посудинах була однакова?
- 3) Місткість якої посудини більша? (переливають воду з чайника в каструлю, де залишається, там більше);
- 4) на скільки літрів місткість першої посудини більша від іншої?

Після цього протягом наступних уроків навчання учні розв'язують задачі різних типів, де зустрічається міра місткості 1 л.

Отже, процес навчання учнів величинам ефективний за таких умов:

- 1) якщо чітко додержуватись етапів роботи при ознайомленні з величинами;
- 2) використовувати різні види наочності;
- 3) здійснювати інтегрований підхід до вивчення величин;
- 4) використовувати творчі вправи при вивченні величин в початковому курсі математики.

Програмою передбачено розпочинати формувати в учнів уявлення про дроби в 2 класі 4-річної початкової школи, де не вживається термін "дріб", а лише термін - "частина".

У молодших школярів необхідно створити конкретні уявлення про процес утворення частин від цілого предмета чи сукупності предметів; дітей ознайомлюють з частинами, їх записом, вчать знаходити частину від числа та число за відомою його частиною.

Особливості формування поняття про дроби у молодших школярів становлять особливий інтерес як для педагогіки, так і для психології. Дроби мають широке застосування в повсякденному житті. Це зумовлює потребу у викладанні уявлень про дроби уже в початковій школі. Разом з тим викладання дробів у молодших класах пов'язане з певними труднощами, які з одного боку, змушують різко обмежити обсяг знань про дроби, з якими ознайомлюють молодших школярів, а з другого спрямовує до такого способу введення дробів, щоб навчальний матеріал був зрозумілим для дітей.

Вивчення цього матеріалу практично неможливе без використання методу моделювання. Адже саме за допомогою моделей діти вчаться працювати з частинами від цілого і знаходити їх.

Щоб сформувати правильні уявлення про частини, треба використати достатню кількість різних наочних посібників. Найзручнішими посібниками є геометричні фігури, вирізані з паперу; можна використати рисунки фігур., виконані на папері або в діапозитивах (круги, прямокутники, трикутники, бруски, відрізки тощо). Дуже важливо, щоб посібники були не тільки в учителя, а й у кожного учня. Правильні уявлення про частини, а пізніше про дроби будуть сформовані тоді, коли учні своїми руками утворюватимуть, наприклад, половину круга, квадрата тощо, чверть відрізка і т.д.

В результаті ознайомлення з частинами і їх отриманням діти повинні навчитися з опорою на малюнок порівнювати частини і знати, наприклад, що в цілому відрізка дві половинки, три третіх частини, чотири четвертих частини і т.д.

Тільки після того, як вчитель переконається в тому, що кожен з учнів це уявляє, можна переходити до розв'язування простих задач, де потрібно знайти частину від числа.

З частинами дітей починають ознайомлювати у 2 класі. Для цього використовують таку вправу:

1)

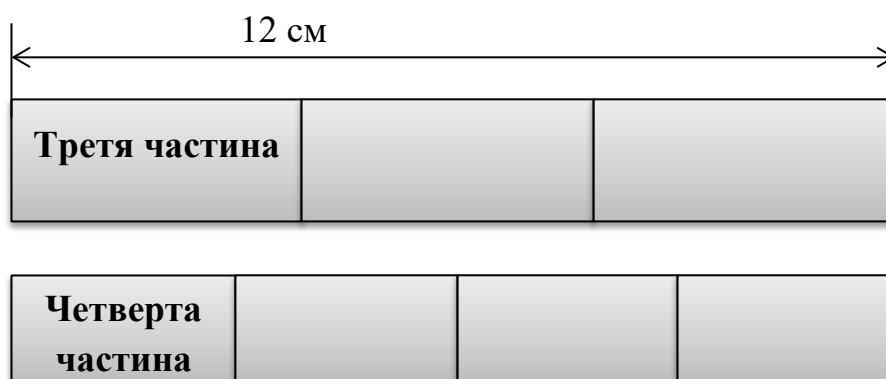
— Розглянь, як смужку поділено на дві рівні частини (половини).



- Половина – це одна з двох рівних частин цілого.
- Склади прямокутний аркуш паперу навпіл. Покажи половину аркуша.

2)

- На малюнку дві смужки. Довжина кожної 12 см.



— Першу смужку поділено на три рівні частини, а другу на чотири. Чому дорівнюють третя і четверта частини смужки? Третя частина ще має назву третина, а четверта – чверть.

Вчитель повинен сформулювати правила: щоб знайти, наприклад, третю частину числа, потрібно це число поділити на три, щоб обчислити четверту частину – поділити на 4 тощо.

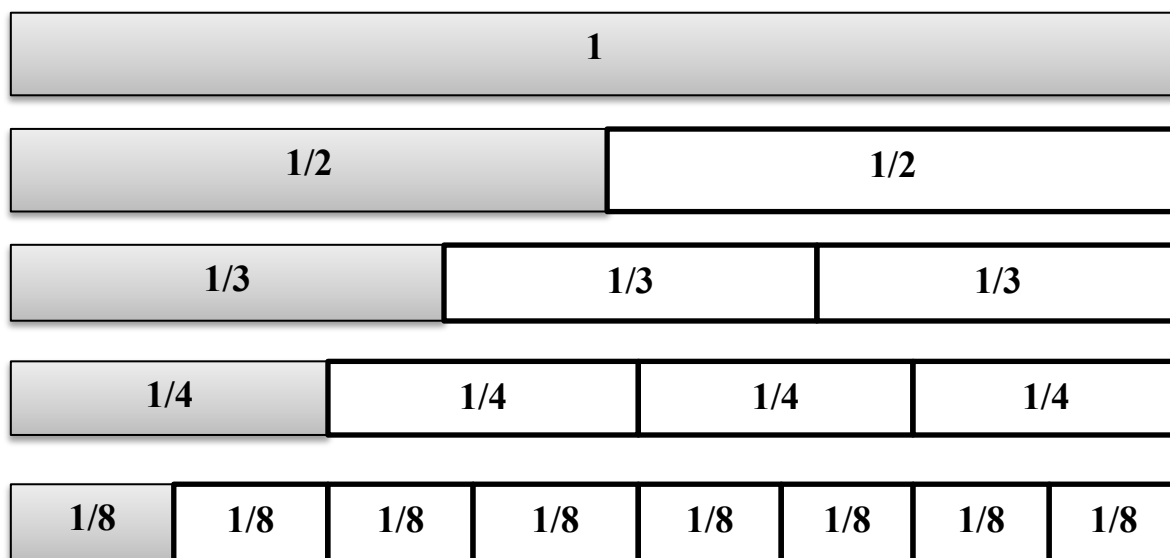
Протягом другого – третього класів учні розв'язують велику кількість вправ на знаходження частини від числа і числа за значенням його частини. Діти повинні знати:

- 1) Щоб знайти частину від числа потрібно значення числа поділити на кількість частин;
- 2) Щоб знайти число за значенням його частини необхідно значення частини помножити на кількість частин

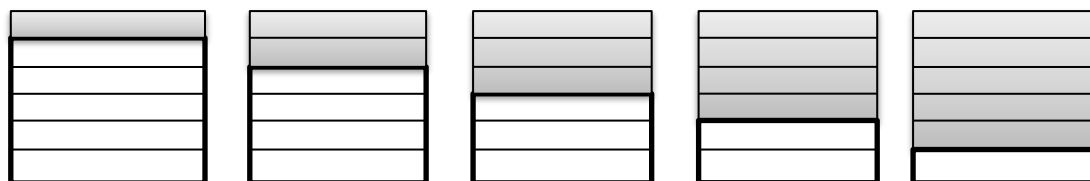
В четвертому класі вводиться поняття дробу. Користуючись малюнками і моделями вчитель ознайомлює дітей з даним матеріалом. У підручнику з

математики 4 клас Богданович М.В. пропонується така методика опрацювання дробів:

— На малюнку 5 однакових прямокутників. Перший – цілий, другий – поділено на 2 рівні частини, третій – на 3 рівні частини, четвертий – на 4 п'ятих – на 8 рівних частин. У цілому прямокутнику міститься дві половини, три третіх частини, чотири четвертих, вісім восьмих частин. Скільки четвертих частин у половині? Користуючись малюнком, порівняй частини: $1/2$ і $1/8$; $1/8$ і $1/4$; $1/3$ і $1/2$; $1/4$ і $1/8$.



- Рогляньте малюнок. На скільки рівних частин поділено кожний квадрат. Скільки таких частин зафарбовано?



- Числа виду $1/2$, $2/3$, $3/4$, $1/6$, $5/6$ називають дробовими числами. Число $5/6$ – дріб, де 5 – чисельник, а 6 – знаменник дробу. Знаменник – число під рисою дробу – показує, на скільки рівних частин поділено ціле. Чисельник – число над рисою дробу – показує, скільки взято рівних частин цілого

На наступних уроках учням пропонується розв'язувати вправи на знаходження дробу від числа.

Вчитель формулює правила:

1) Щоб знайти дріб від числа, треба число поділити на знаменник і результат помножити на чисельник.

2) Щоб знайти число за значенням його дроби, треба значення поділити на чисельник і результат помножити на знаменник.

Весь процес навчання повинен супроводжуватися виконанням лабораторно-практичних дій, на утворення частин. Для моделювання застосовують розрізні моделі геометричних фігур та їх зображення.

Отже, можна зробити висновки, що моделювання є основним методом вивчення величин, частин і дробів. Без його застосування вчителю набагато важче забезпечити зв'язок даного матеріалу з життям, з практичною діяльністю дітей. А це, в свою чергу, призводить до відірваності навчання від життя.

2.5. Методика застосування моделювання в процесі вивчення елементів алгебри і геометрії в початкових класах

Зважаючи на те, що основною метою сучасної школи, як зазначає О. Я. Савченко, є надання дітям всіх необхідних умінь, знань і навичок, необхідних для життя, до суспільно – корисної праці, особливої уваги слід надавати тим питанням програми, з якими її вихованці не раз зустрічатимуться у своїй життєдіяльності, і одним з цих питань курсу математики є вивчення геометричного матеріалу.

Вивчення елементів геометрії розвиває просторові уявлення, образне мислення. Геометрична пропедевтика поділяється на такі складові: розвиток просторових уявлень молодших школярів; формування уявлень про лінії і відрізок, креслення і вимірювання довжин відрізків, ознайомлення з многокутниками, колом і кругом, вимірювання площ многокутників, спостереження геометричних тіл і введення їх назв.

У результаті вивчення елементів геометрії діти повинні вміти орієнтуватися в основних напрямках положення і руху на площині і в просторі; знати найпростіші геометричні форми, пізнавати і знаходити їх у навколишньому середовищі; знати

назви основних елементів фігур і деяких тіл, уміти їх показати і полічити; знати, якими поверхнями обмежена просторова форма простіших многогранників; вміти вимірювати довжину відрізків і креслити відрізки заданої довжини, знаходити довжину ламаної і периметр многокутника, вміти будувати прямокутники на папері в клітинку.

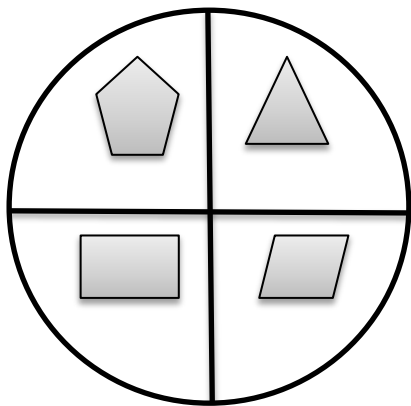
І одним із основних методів, що сприяє досягненню даного результату є метод моделювання.

Одним із завдань навчання є вироблення в учнів практичних умінь вимірювати і будувати геометричні фігури за допомогою креслярських і вимірювальних інструментів і без них (виміряти на око, накреслити від руки). Треба також дати початкове уявлення про точність побудов і вимірювань. Найефективнішими прийомами вивчення геометричного матеріалу є лабораторно-практичні: моделювання фігур з паперу, з паличок, з дроту.

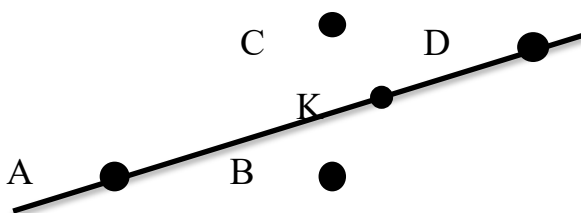
Враховуючи завдання, визначені програмою, під час вивчення геометричного матеріалу треба широко використовувати різні наочні посібники, які застосовуються для моделювання під час вивчення елементів геометрії. Це демонстраційні, загальнокласні посібники: геометричні фігури, виготовлені з кольорового картону або цупкого паперу, плакати із зображеннями фігур, предметів різної форми, а також геометричних фігур, креслення на дошці. Крім того, велике значення мають індивідуальні наочні посібники – це роздатковий матеріал такий, як смужки з паперу, палички різної довжини, вирізані з паперу фігури і частини фігур. Під час вивчення окремих тем можна виготовити з дітьми саморобні наочні посібники: рухому модель кута (малку), палетку, зразки одиниць вимірювання площі тощо.

Одним із основних завдань вивчення геометрії у початкових класах є розвиток просторових уявлень молодших школярів. Для розв'язування даного завдання використовують такі типи вправ з використанням моделювання:

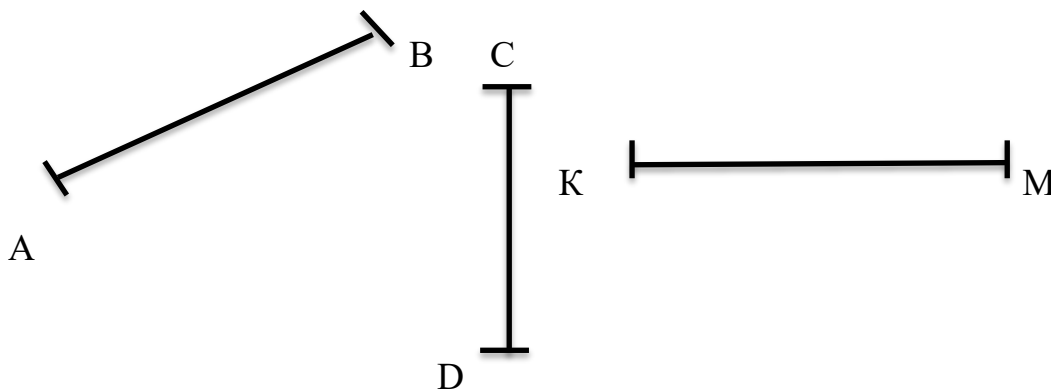
1. Які фігури накреслено у нижній половині круга? У правій половині?



1. Назвіть точки, що лежать на прямій; поза прямою.



2. Покажіть, який з відрізків на малюнку займає вертикальне, похиле, горизонтальне положення.



Під час вивчення геометричних фігур також використовується безпосередня побудова певної фігури, а також використання шаблонів і трафареток для моделювання.

У центрі "Десяток" в учнів формується уявлення про точку, пряму і криву лінію, відрізки і його властивості. З *точкою* учні ознайомлюються з перших кроків навчання в 1 класі. Готуючись до записування цифр, діти за зразком

виконують такі завдання: поставте точку в середині клітинки (у лівому нижньому куті клітинки і т.д.); з'єднайте поставлені точки відрізками.

Уявлення про *пряму лінію* в першокласників формують у процесі виконання ними різних практичних вправ. При цьому пряму лінію зіставляють з *кривою*. Наприклад, натягують нитку (шнур, шпагат), потім ослаблюють її так, щоб вона звисала; розглядають рисунки, на яких зображена, наприклад, пряма дорога і звивиста стежка, розрізають аркуш паперу по лінії, утвореній перегинанням аркуша, і т.д. Щоразу з'ясовують, яку дістали лінію – пряму чи криву.

З *відрізком* прямої учні ознайомлюються також практично: позначають на прямій дві точки і вчитель пояснює, що цю частину прямої від одної точки до другої називають відрізком прямої, або, коротко, – відрізком, а точки – кінцями відрізка. Діти ставлять точки на інших прямих, накреслених на дошці, і показують утворені відрізки і кінці відрізків. Потім учитель показує, як зобразити на кресленні відрізок (кінці відрізка позначають точками або штрихами), порівнює із зображенням прямої. Учні показують на кресленнях і самі креслять прямі і відрізки прямих і поступово усвідомлюють, що відрізок обмежений, а пряма не обмежена, ми зображаємо на папері тільки частину прямої. Закріпленню поняття про відрізок сприяють такі вправи: показати відрізки прямої на навколишніх предметах; з'єднати відрізком дві точки; провести відрізок через три точки, що лежать на одній прямій; показати всі утворені при цьому відрізки.

Коли діти ознайомлюються з елементами многокутника, то вони дізнаються про те, що вершини многокутників – це точки. Наприклад, учитель пропонує дітям поставити 3 точки так, як показано на дошці (точки не лежать на одній прямій), з'єднати їх відрізками і сказати, яку фігуру дістали; потім полічити, скільки в неї вершин.

Головне завдання навчальної роботи над геометричним матеріалом у початкових класах полягає в тому, щоб дати учням чіткі зорові геометричні образи прямої і її відрізків, кутів, фігур, геометричних тіл, розглянути деякі їх властивості і використати ці знання для озброєння учнів практичними навичками.

Під час вивчення чисел, учнів ознайомлюють з конкретними геометричними фігурами. Так, при вивченні числа і цифри "3" діти дізнаються про трикутники та його елементи (в трикутнику три сторони, три кута і три вершини).

Аналогічно при вивченні чисел і цифр 4, 5 і 6, учні дізнаються про чотирикутники, п'ятикутники і шестикутники. Всі ці фігури об'єднуються терміном "многокутник".

Отже, в процесі вивчення геометричного матеріалу метод моделювання виступає не просто засобом підвищення ефективності навчального процесу, але його невід'ємною частиною. Оскільки, без його застосування майже неможливо досягти свідомого засвоєння геометричного матеріалу дітьми.

У початкових класах діти починають вивчення елементів алгебри, що сприяє узагальненню знань учнів про число, арифметичні дії і відношення. Учні одержують початкові відомості про математичні вирази, числові рівності і нерівності, ознайомлюються з буквеною символікою, розв'язують задачі з буквеними даними, вчать розв'язувати найпростіші рівняння і нерівності, набувають початкових умінь розв'язування задач на одну дію за допомогою рівнянь, у них формуються перші уявлення про функціональну залежність.

Ще в початковій школі молодших школярів готують до більш успішного вивчення алгебраїчного матеріалу в основній школі.

На підготовчому етапі в дочисловий період діти вчать порівнювати предмети, встановлюючи відношення «більше», «менше», «дорівнює». Вже з II семестру 1 класу переходимо на порівняння величин, яке спочатку виконується з опорою на порівняння самих предметів, а потім на основі порівняння числових величин. Для цього часто використовують предметні малюнки, або моделі геометричних фігур. Процес порівняння множин і роль в ньому методу моделювання ми описували під час розгляду методики застосування методу моделювання під час вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел

Учні початкових класів знайомляться з такими важливими поняттями, як рівність, нерівність, рівняння. Вивчення найпростіших рівнянь і способів їх

розв'язання широко використовується в системі початкової математичної підготовки.

Під час вивчення алгебраїчного матеріалу також доцільно застосовувати моделі. Умовно можна виділити такі види моделей, які застосовуються під час вивчення алгебраїчного матеріалу:

- Моделі-рівняння;
- Моделі-нерівності;
- Використання буквених записів виразів.

Уже в першому класі під час вивчення арифметичних дій дітей ознайомлюють з поняттям виразу. Який виступає узагальненою моделлю виконання арифметичних дій. Зокрема, можна виділити такі вирази:

$a + b$ - сума

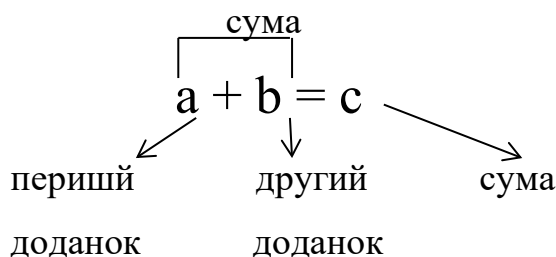
$c - d$ - різниця

$m \cdot k$ - добуток

$o : p$ - частка

З кожним із цих виразів діти ознайомлюються під час вивчення арифметичних дій.

Під час ознайомлення із числовими рівностями і нерівностями моделювання за допомогою буквеного позначення застосовується для виділення назв компонентів арифметичних дій. Наприклад:



Підготовка до введення змінної починається у неявній формі вже у процесі складання таблиць додавання і віднімання в межах першого десятка. В таблицях додавання перший доданок змінюється, а другий – сталий, у таблицях віднімання змінним є зменшуване, а сталим – від'ємник.

Підготовчими є вправи з «віконцями». Приклади, де у «віконце» треба підставити певне число, підводять до поняття «невідомого числа».

З буквами латинського алфавіту учні ознайомлюються в 3 класі. В 2 класі для позначення змінної використовується буква «а», яка має однакову назву в українському і латинському алфавітах.

Закріпленню поняття виразу сприяє запровадження розв'язування задач складанням виразу. Після засвоєння учнями змісту задачі і встановлення шляхів її розв'язування визначають дії, потрібні для її розв'язання, встановлюють послідовність дій. Потім кожен дію лише записують, але обчислення не виконують. Вираз, складений для першої дії буде одним з компонентів другої дії; другий вираз (ускладнений) буде одним з компонентів третьої дії і т. д. В результаті отримують числовий вираз, який відображає весь хід розбору задачі і показує послідовність дій для її розв'язування.

Під час розв'язування задач складанням виразу бажано також складати план розв'язування.

Складаючи числові вирази за умовою задачі, учні навчаються записувати деяку життєву ситуацію математичною мовою. Оскільки числовий результат знаходити не треба, то увага дітей зосереджується саме на складанні виразу.

Поняття рівняння тісно пов'язане з поняттям виразу, змінної, рівності. З рівняннями діти ознайомлюються у 3 класі. Відповідна підготовча робота розпочинається з 1 класу. Вона передбачає виконання вправ з «віконцями» та знаходження невідомого компонента арифметичних дій на основі зв'язків між компонентами та результатами арифметичних дій.

Щоб навчити молодших школярів розв'язувати рівняння за допомогою моделей, треба досконало відпрацювати навички встановлення відповідності між схемами і виразами, забезпечити розуміння дітьми зв'язку між компонентами математичних дій: додавання, віднімання, множення і ділення.

Всі рівняння спрямовані на знаходження невідомого компонента арифметичних дій.

З усіма чотирма видами рівнянь на знаходження невідомого компонента учні ознайомлюються в 3 класі. У 4 класі вони лише закріплюють навички, розв'язують рівняння в нових числових межах. Розглянемо рівняння:

1 тип рівняння – це рівняння, в яких ліва частина - вираз зі змінною, а права частина – число. Розв'язування такого рівняння зводиться до знаходження невідомого компонента арифметичної дії.

$$25 + x = 32$$

$$x = 32 - 25$$

$$x = 7$$

$$25 + 7 = 32$$

2 тип рівняння – це рівняння, в яких ліва частина – вираз зі змінною, а права частина - числовий вираз. Для того, щоб його розв'язати, потрібно спочатку звести його до рівняння першого типу, тобто виконати арифметичну дію в правій частині

$$x - 23 = 10 : 2$$

$$x - 23 = 5$$

$$x = 5 + 23$$

$$x = 28$$

$$28$$

$$- 23 = 5$$

3 тип рівняння – це рівняння, в яких ліва частина – вираз, в якому один компонент – числовий вираз, а інший – змінна, а права частина – число.

$$x \cdot 14 + 6 = 100$$

$$x \cdot 20 = 100$$

$$x = 100 : 20$$

$$x = 5$$

$$5 \cdot 14 + 4 = 100$$

4 тип рівняння – це рівняння, в яких ліва частина – вираз, в якому невідоме виражене виразом, а права частина – число.

$$64 : 12 - x = 8$$

$$12 - x = 64 : 8$$

$$12 - x = 8$$

$$x = 12 - 8$$

$$\underline{x = 4}$$

$$64 : 12 - 4 = 8$$

Отже, під час вивчення елементів алгебри і геометрії метод моделювання є не просто методом, який сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу, він виступає необхідною умовою оволодіння знаннями. Без моделювання геометричних фігур, а також без використання алгебраїчних моделей практично неможливо досягти ефективного засвоєння знань.

Висновки до другого розділу

Насамперед учні у процесі вивчення математики повинні засвоїти систему знань, а також набути ряд умінь і навичок, які визначені програмою. Вивчення початкового курсу математики повинно закласти теоретичну і практичну основу для подальшого вивчення математики.

І тому дуже важливо застосовувати найоптимальніші методи для досягнення цілей вивчення математики в початкових класах. Таким методом є моделювання. Але він буде ефективний тільки за умови його систематичного застосування в процесі вивчення основних розділів початкового курсу математики.

До основних розділів вивчення математики в початкових класах належать:

1. Вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел;
2. Ознайомлення з арифметичними діями додавання і віднімання, множення і ділення;
3. Розв'язування текстових задач;
4. Вивчення величин;
5. Формування уявлень про частини і дробби;
6. Пропедевтика алгебри і геометрії в початкових класах.

Кожен із названих розділів вимагає власного підходу щодо особливостей застосування методу моделювання.

Зокрема, під час вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел моделювання слугує для забезпечення теоретико-множинного підходу до трактування поняття про число.

Під час вивчення цього розділу застосовуються такі види моделей:

1. Предметні малюнки: морквинки, яблука, кульки, намистинки, гудзики тощо.
2. Геометричні фігури: квадратики, кружечки, трикутники і т. п.
3. Моделі з арифметичного ящика: кубики, бруски і дощечки;
4. Палички і пучки паличок.

Використання всіх названих моделей сприяє ефективному засвоєнню нумерації цілих невід'ємних чисел.

Продовженням вивчення нумерації є ознайомлення з арифметичними діями: додавання і віднімання, множення і ділення. Під час вивчення цього матеріалу застосовуються такі самі види моделей, що і під час вивчення нумерації. Можна виділити такі особливі види моделювання, що застосовуються під час вивчення арифметичних дій:

1. Складання і використання таблиць додавання і віднімання, множення і ділення;
2. Застосування числового відрізка під час виконання додавання і віднімання;
3. Моделювання алгоритмів усних і письмових обчислень

Наступним важливим розділом вивчення математики в початкових класах є задачі, під час вивчення яких застосовують такі різновиди моделей:

1. Предметні моделі сюжетних задач
2. Графічні схеми, які відтворюють умову задачі за допомогою геометричних фігур, різні схематичні записи умови задачі, табличні моделі і т. д.

Застосування моделювання під час вивчення задач сприяє кращому усвідомленню змісту задачі, що, в свою чергу, полегшує процес її розв'язування, вибір арифметичних дій для її розв'язання.

Важливо систематично застосовувати моделі різних типів в процесі розв'язування задач початкового курсу. Найпоширенішими типами моделей, які застосовують вчителі математики на уроках у початкових класах є скорочений запис задачі – схематичний і табличний

Під час вивчення величин, частин і дробів моделювання є невід'ємною частиною навчального процесу. Без застосування моделей різних типів практично неможливо сформулювати в учнів стійкі знання про особливості величин, частин і дробів.

У процесі вивчення величин слід застосовувати специфічні моделі для кожної конкретної величини: моделі годинника – під час вивчення часу; моделі сантиметра, складного метра – під час вивчення довжини; гирі, ваги – під час ознайомлення з масою тощо.

На уроках ознайомлення з частинами і дробами необхідно застосовувати моделі розрізаних геометричних фігур відрізки тощо.

Розглядають частини і дробу з допомогою моделювання, виконуючи практичні вправи, пов'язані з кресленням, вимірюванням, перегинанням, практичним поділом круга, прямокутника, смужки на рівні частини.

Щоб сформувати правильні уявлення про частини, треба використати достатню кількість різних наочних посібників. Зручними в даному випадку виступають геометричні фігури, вирізані з паперу; можна використати рисунки фігур, виконані на папері. Систематичні знання про частки, а пізніше про дробу потрібно формувати в учнів таким чином, щоб учні своїми руками отримували, наприклад, половину круга, квадрата, чверть відрізка тощо.

Також моделювання виступає необхідною умовою ефективного засвоєння навчального матеріалу під час вивчення елементів геометрії. На таких уроках діти ознайомлюються з геометричними фігурами, будують їх в зошитах і на дошці, здійснюють вимірювання тощо.

В основу вивчення геометричного матеріалу слід покласти наочність та інтуїцію учнів, приклади із довкілля, життєвий досвід учнів, виконання побудов.

Колись великий А. Ейнштейн висловив цікаву думку: «Відкриття неможливо зробити, якщо дотримуватися абсолютної логіки». Що ж потрібно хоча б для маленького відкриття? Відповідь проста - потрібно мислити творчо, мати добре розвинуті творчі здібності.

Крім того, можна систематизувати такі типи моделей в процесі вивчення елементів алгебри:

- Моделі-рівняння;
- Моделі-нерівності;
- Використання буквених записів виразів.

Оскільки мета навчання на сучасному етапі полягає не просто в накопиченні знань і вмінь, але і у розвитку творчих здібностей і мислення дітей, то потрібно обирати найраціональніші методи для її досягнення. І одним із них є метод моделювання. Його можна застосовувати під час вивчення всього програмового

матеріалу з математики. Застосування моделей полегшує процес сприймання всього курсу математики для учнів.

Розділ III. Експериментальна частина

3.1. Експериментальна методика застосування методу моделювання під час розв'язування задач на зв'язки між пропорційними величинами.

У попередньому розділі ми розглянули та розкрили особливості застосування методу моделювання під час вивчення різних розділів початкового курсу математики.

Для того, щоб спростувати або підтвердити нашу гіпотезу про те, що метод моделювання значно сприяє кращому засвоєнню учнями програмового матеріалу, ми вирішили провести експериментальне дослідження, яке відбувалося в три етапи. На першому етапі було здійснено аналіз психолого-педагогічної літератури за темою дослідження.

На другому етапі нами було розроблено методику застосування методу моделювання. На третьому етапі ми запроваджували методику застосування методу моделювання під час проведення уроків

Тому ми вирішили провести систему експериментальних дій для покращення рівня засвоєння навчального матеріалу учнями.

Зокрема, нижче наводимо методику опрацювання конкретних задач на зв'язки між пропорційними величинами.

1) Задача.

Швидкий поїзд проїхав 960 км за 6 год. За скільки годин подолає цю відстань легковий автомобіль, якщо його швидкість становить $\frac{3}{4}$ швидкості поїзда?

— Складемо скорочений запис задачі.

	Швидкість (V)	Час (t)	Відстань (S)
Шв. поїзд	?	6 год	960 км
Легк. Авт..	?, $\frac{3}{4}$ V поїзда	?	

Бесіда:

1. Що необхідно знайти? (За скільки годин подолає цю відстань легковий автомобіль, якщо його швидкість становить $\frac{3}{4}$ швидкості поїзда?)

2. Які дані необхідно мати, щоб знайти час руху автомобіля? (*Швидкість і відстань*)

3. Чи відома відстань? (Так, 960 км)

4. Що відомо про швидкість автомобіля? (Що його швидкість становить $\frac{3}{4}$ швидкості поїзда)

2. Чи відома швидкість поїзда? (*Ні*)

3. А що відомо про поїзд? (*Відстань і час, за який він цю відстань пройшов*)

4. Маючи відстань та час, можемо знайти швидкість? (*Так*)

5. Яку дію виконаємо? (*Ділення*)

6. Коли дізнаємось швидкість поїзда, що зможемо знайти далі? (*Швидкість автомобіля*)

7. Як шукатимемо швидкість автомобіля? (Швидкість поїзда поділимо на чотири і помножимо на 3)

8. Чи можемо тепер знайти час руху автомобіля, маючи швидкість та час? (Так)

9. Яку дію виконуватимете? (Відстань поділимо на швидкість)

10 Відповідь.

Розв'язування:

1) $960 : 6 = 160$ (км/год) – швидкість поїзда;

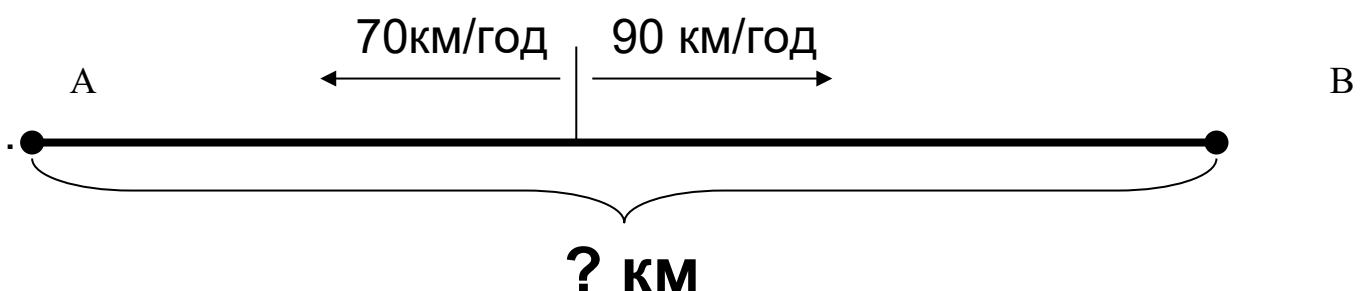
2) $160 : 4 \cdot 3 = 120$ (км/год) – швидкість автомобіля;

3) $960 : 120 = 8$ (год)

Відповідь: за 8 год подолає легковий автомобіль відстань 960 км.

2) Задача.

З одного населеного пункту одночасно в протилежних напрямках виїхали два автобуси. Швидкість першого автобуса 70 км/год, другого – 90 км/год. Яка відстань буде між ними через 5 год?



Бесіда:

1. Що необхідно знайти? (Відстань між двома автобусами)
2. Які дані необхідно мати, щоб знайти відстань? (Швидкість і час)
3. Що відомо про швидкість? (Швидкість першого автобуса 70 км/год, другого – 90 км/год)
4. Що потрібно зробити із цими швидкостями? (Додати)
5. Що в результаті знайдемо?(Загальну швидкість двох автобусів)
6. Що відомо про час? (Через 5 год між автобусами буде певна відстань)
7. Маючи швидкість та час, можна знайти відстань? (Так)
8. Яким чином? (Швидкість помножимо на час)

Розв'язання:

$$1) 70 + 90 = 160 \text{ (км/год) – загальна швидкість автобусів;}$$

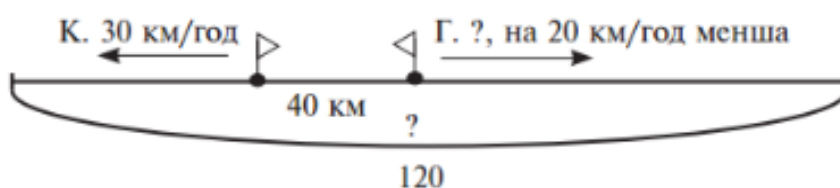
$$2) 160 \cdot 5 = 800 \text{ (км)}$$

Відповідь: 800 км буде між ними через 5 год

3) Задача

З двох пунктів, відстань між якими 40 км, одночасно в протилежних напрямках виїхали колісний і гусеничний трактори. Швидкість колісного трактора 30 км/год, а гусеничного – на 20 км/год менша. Через скільки годин відстань між тракторами буде 120 км?

— Змоделюємо задачу



Бесіда.

— Про що задача?

— Про які трактори йде мова?

— Яка швидкість колісного трактора? (30 км/год)

— А гусеничного? (Невідома.)

— Як знайти швидкість гусеничного трактора? ($30 - 20 = 10$ (км/год))

— Маючи швидкості обох тракторів, про що можемо дізнатися? (З якою швидкістю віддаляються трактори.)

— Що для цього треба зробити? ($30 + 10 = 40$ (км/год))

— Відомо, що трактори почали віддалятися на відстані 40 км, а через деякий час опинилися на відстані 120 км. Отже, вони віддалилися на 80 км від населених пунктів. Щоб знайти, скільки годин тривало віддалення, потрібно $80 : 40 = 2$ (год)

— Запишіть розв'язання задачі самостійно.

Розв'язання

1) $30 - 20 = 10$ (км/год) – швидкість віддалення;

2) $30 + 10 = 40$ (км/год) – швидкість гусеничного трактора;

3) $120 - 40 = 80$ (км/год) – трактора віддалилися від населених пунктів;

4) $80 : 40 = 2$ (год)

Відповідь: через 2 години відстань між тракторами буде 120 км.

— Яка відповідь?

— Давайте складемо обернену задачу, в якій потрібно знайти за скільки часу трактори повернуться до точок відправлення.

— Зачитайте яка це буде задача (З двох пунктів назустріч один одному, до міст відстань між якими 40км, одночасно виїхали колісний і гусеничний трактори. Швидкість колісного трактора 30 км/год, а гусеничного на 20 км/год менша. Через скільки годин трактори повернуться до місць призначення?)

— Швидкість обох тракторів нам відома, знайдемо швидкість зближення ($30+10 = 40$ (км/год))

— Скільки кілометрів потрібно проїхати тракторам, щоб повернутися ? ($120 - 40 = 80$ (км/год))

— Через скільки часу трактори повернуться до пунктів призначення? ($80 : 40 = 2$ (год))

Подібна робота над задачами проводилася протягом трьох тижнів, і на її основі було сформульовано висновки щодо ефективності застосування моделювання.

3.2. Аналіз результатів дослідного навчання.

Експериментальною базою дослідження виступила Рівненська загальноосвітня школа I-III ступенів №23. Дослідженням було охоплено 20 учнів 4 класу, поділених на 2 групи по 10 учнів.

Дослідження ми проводили під час роботи над задачами на зв'язки між пропорційними величинами..

На початковому етапі дослідження з метою вивчення динаміки використання методу моделювання у структурі уроку математики в 4 класі початкової школи, нами було проведено систему спостережень за уроками вчителів початкової школи Рівненської загальноосвітньої школи № 23.

Нам вдалося виявити, що вчителі початкових класів застосовують на уроках метод моделювання, але в недостатній кількості. Крім того, всі моделі однотипні, і тому – нецікаві дітям. Це призводить до пониження активності учнів на уроці.

Перед проведенням експериментального дослідження нами було поставлено такі завдання:

- 1) Підібрати завдання для проведення дослідження;
- 2) Вивчити рівень сформованості вмінь розв'язувати текстові задачі в учнів 3 класу;
- 3) Проаналізувати помилки, яких допускаються учні під час розв'язування задач;
- 4) Провести навчальну роботу з учнями однієї з груп з використанням методу моделювання;
- 5) Провести контрольну роботу;
- 6) Порівняти кількість помилок у двох експериментальних групах;
- 7) Зробити висновки щодо ефективності застосування методу моделювання під час роботи над текстовими задачами.

Дослідження ми проводили в 2 етапи:

1. Первинне дослідження;
2. Вторинне дослідження.

Первинне дослідження

Мета: виявити рівень сформованості навичок розв'язувати текстові задачі у учнів 3 класу.

З цією метою ми провели самостійну роботу, в якій кожному учневі пропонувалося розв'язати 3 задачі.

Задача 1

Із 26 аркушів паперу дівчинка зробила 3 однакових блокноти, і в неї ще залишилося 2 аркуші. Скільки аркушів паперу пішло на кожен блокнот?

Задача 2

Скляр вирізав 50 шибок для 8 однакових рам. По скільки шибок він вирізав для кожної рами, і скільки шибок ще залишиться?

Задача 3

Для класної бібліотеки 20 учнів принесли по 2 книжки і 20 учнів - по 3 книжки. Скільки всього книжок принесли учні?

Отже, проаналізуємо результати виконання самостійної роботи чунями:

1 група (експериментальна)

Кількість учнів групи	10
Виконували роботу	10 (100%)
Виконали роботу без помилок	6 (60%)
Допустили помилки в задачі № 1	1 (10 %)
Допустили помилки в задачі № 2	2 (20%)
Допустили помилки в задачі № 3	1 (10%)
Не справились з завданням	-

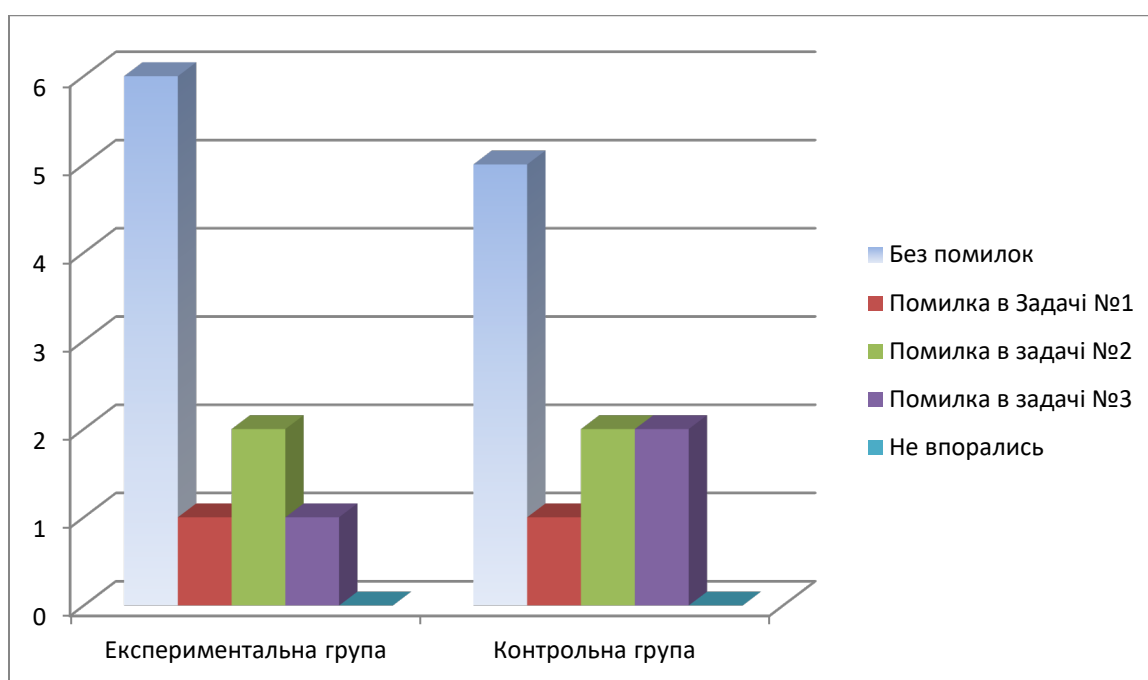
2 група (контрольна)

Кількість учнів групи	10
Виконували роботу	10 (100%)
Виконали роботу без помилок	5 (50 %)

Допустили помилки в задачі № 1	1 (10 %)
Допустили помилки в задачі №2	2 (20 %)
Допустили помилки в задачі №3	2 (20 %)
Не справились з завданням	-

Отже, як ми бачимо лише 60% з першої групи і 50% з другої виконали самостійну роботу без помилок. Але велика кількість дітей не змогли впоратись із завданням. Проаналізувавши їхні роботи, ми дійшли висновку, що причиною цього є те, що не всі учні змогли чітко уявити життєві ситуації, які описані в задачах, і тому не змогли усвідомити відповідні зв'язки між даними і шуканими величинами.

Побудуємо діаграму, де відображено отримані результати.



Вище бачимо, що експериментальна і контрольна групи впорались із виконанням завдання майже однаково. Рівень сформованості навичок розв'язувати текстові задачі в учнів обох груп знаходиться на середньому рівні розвитку. Тому ми вирішили систематично на протязі трьох тижнів розв'язувати з учнями з експериментальної групи задачі з використанням методу моделювання.

Нами була запропонована система завдань, для розв'язування яких варто було застосовувати метод моделювання.

Протягом наступних трьох тижнів експериментальна група розв'язувала задачі з використанням методу моделювання, а контрольна група продовжувала працювати за звичайною методикою без використання моделей.

Після проведення такої роботи ми провели *вторинне дослідження*.

Мета: виявити рівень розвитку в учнів умінь розв'язувати задачі з використанням методу моделювання.

З цією метою ми провели самостійну роботу, в якій учням обох груп дали завдання розв'язати три задачі.

Задача 1

До кожного костюма пришивали по 4 великих і 6 малих гудзиків. Скільки гудзиків потрібно для 8 костюмів?

Задача 2

У ящики, в які вміщується 6 кг фруктів, розклали 36 кг лимонів і 24 кг мандаринів. Скільки потрібно було ящиків?

Задача 3

В одному куску було 15 м тканини, а в іншому – 12 м. Із цієї тканини пошили сукні, витрачаючи на кожну по 3 м. Скільки всього суконь пошили?

Після перевірки роботи ми отримали такі результати:

1 група (експериментальна)

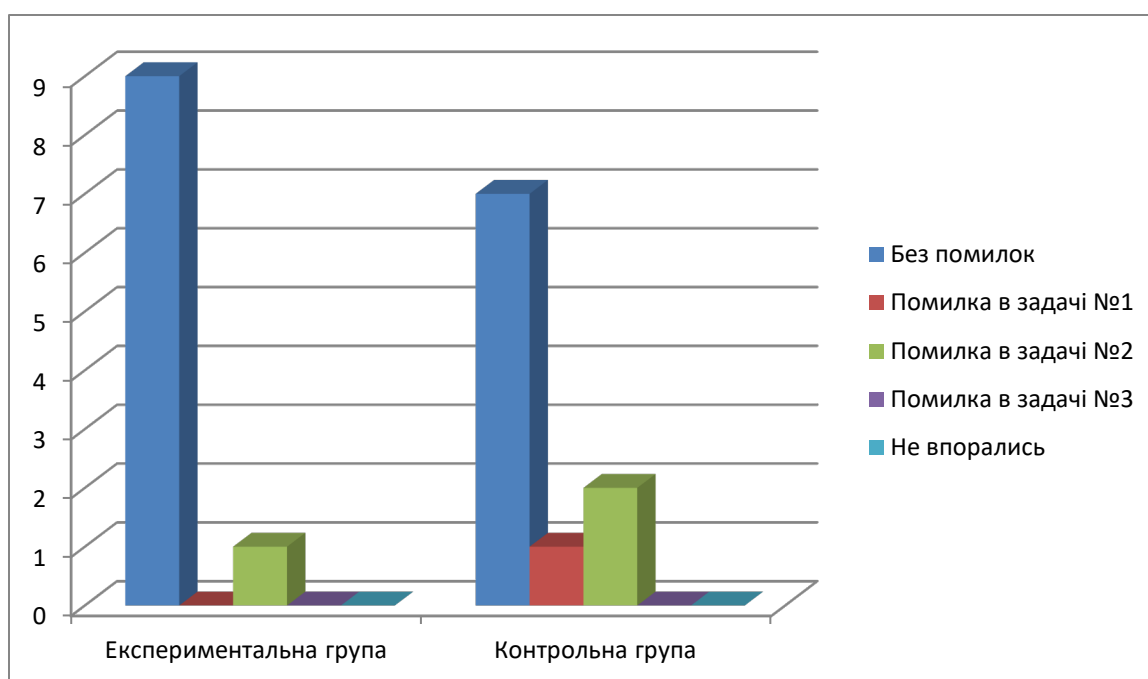
Кількість учнів групи	10
Виконували роботу	10 (100%)
Виконали роботу без помилок	9 (90%)
Допустили помилки в задачі №1	-
Допустили помилки в задачі №2	1 (10%)
Допустили помилки в задачі №3	-
Не справились із завданням	-

2 група (контрольна)

Кількість учнів групи	10
-----------------------	----

Виконували роботу	10 (100%)
Виконали роботу без помилок	7 (70%)
Допустили помилки в задачі №1	1 (10%)
Допустили помилки в задачі №2	2 (20%)
Допустили помилки в задачі №3	-
Не справились із завданням	-

Проілюструємо результати за допомогою діаграми:



Після проведення систематичної роботи з розв'язування задач із застосуванням методу моделювання в експериментальній групі значно покращився рівень сформованості вмінь розв'язувати текстові задачі. В експериментальній групі після проведення такої роботи майже всі учні впорались із завданням і змогли розв'язати задачі, лише один учень не зміг розв'язати другу задачу.

В контрольній групі рівень сформованості вмінь розв'язувати текстові задачі також трохи покращився, але значно менше, ніж у експериментальній. Це можна пояснити тим, що вчитель 4-А класу також застосовує в своїй роботі метод моделювання, але в меншому обсязі. Саме тому результати контрольної і експериментальної груп не надто сильно відрізняються. Але, оскільки в

контрольній групі на час проведення експериментального дослідження моделювання застосовувалося систематично на кожному уроці і у більшому обсязі, то і прогрес був більший.

Отже, після проведення даного дослідження можна зробити висновки про те, що застосування методу моделювання сприяє кращому розвитку у дітей вміння розв'язувати текстові задачі. Але для його максимальної ефективності метод потрібно застосовувати систематично, а не ситуативно.

Висновки

Початок шкільного навчання знаменує собою зміну способу життя дитини. Це принципово нова соціальна ситуація розвитку особистості. Перехід до шкільного життя пов'язаний зі зміною провідної діяльності з ігрової на навчальну. Дитина починає усвідомлювати, що вона виконує суспільно важливу діяльність — вчиться — і значущість цієї діяльності оцінюють люди, які оточують її.

Тому у навчання молодших школярів важливо враховувати психологічні особливості дітей даного віку. Основні новоутворювання даного вікового періоду пов'язані з подальшим розвитком і вдосконаленням довільності дій, тобто самоконтролем, виникненням рефлексії та внутрішньої позиції.

Можна виділити такі характерні особливості дітей молодшого шкільного віку: в них переважає наочно-образне мислення з елементами абстракції; іде подальший розвиток внутрішнього плану дій; до кінця періоду доступне усвідомлення своїх власних розумових операцій, що надають допомогу в самоконтролі. Розвитку мислення сприяє міркування вголос.

Щодо емоційної сфери можна сказати, що період молодшого шкільного віку - це період підвищеної емоційності, що трохи знижується до третього класу. У цьому віці дитина вже може усвідомлювати й контролювати свої емоційні стани, наприклад, хвилювання, гнів і т. п. (це, звичайно, не повний, а частковий контроль). У молодшому шкільному віці вже спостерігається досить чітка диференціація почуттів (естетичні, моральні, інтелектуальні й ін.). У цей же період для дітей характерні вразливість і сугестивність. Розвиваються вольові якості дитини: довільність витримки (наприклад, дитина вже може підкоряється розпорядку), наполегливість.

Особливістю навчання молодших школярів є необхідність включення в навчальну діяльність ігор (дидактичних, предметних, спортивних та ін.), а також використання великої кількості наочності.

У світлі нових вимог до школи вчені і вчителі шукають такі методи і прийоми навчання, які б найкращим чином сприяли їх вирішенню для загального розвитку особистості учня.

Навчання математики в початковій школі виконує низку значущих завдань, серед яких: здатності логічно міркувати, уміння виділяти властивості предметів і явищ навколишнього світу; виховання самостійності; розвиток інтелекту, пам'яті, мовлення, уяви.

Важливе значення для вирішення цих завдань відіграє застосування методу моделювання.

В ході теоретичного дослідження ми розглянули поняття «математична модель» і «математичне моделювання», виділили основні ідеї та етапи методу математичного моделювання; обґрунтували значення застосування математичного моделювання під час вивчення початкового курсу математики; проаналізували підручники з математики для початкових класів.

Метод моделювання і його застосування в процесі вивчення початкового курсу математики є дуже актуальним питанням на сучасному етапі розвитку освіти. Зараз одним із основних завдань навчання є розвиток творчих можливостей дітей, їх мислення і здатності до абстрагування. Моделювання створює можливості для розвитку цих вмінь у дітей.

Оскільки у молодшому шкільному віці здійснюється перехід від наочно-образного до абстрактного типу мислення, то потрібно забезпечити всі необхідні умови для ефективного його здійснення. І моделювання виступає важливим засобом для досягнення цієї мети.

При вирішенні завдань за допомогою моделювання школярі вчаться абстрагуванню, аналізу, синтезу, порівнянню, аналогії, узагальненню, перекладу життєвих проблемних ситуацій в абстрактні моделі і навпаки. Використання моделювання як способу навчання пошукової діяльності, узагальненим підходам, прийомам у вирішенні завдань сприяє посиленню творчої спрямованості процесу навчання, розвитку розумових здібностей учнів, тобто моделювання є засобом вдосконалення процесу навчання математики, яке дозволяє активізувати пізнавальну діяльність учнів і розвивати їх мислення.

Для того, щоб модель була максимально ефективною вчитель повинен дотримуватись певних рекомендацій щодо їх застосування:

- 1) На кожному конкретному уроці потрібно застосовувати такі моделі, які максимально сприятимуть досягненню мети даного уроку.
- 2) Під час побудови моделей потрібно враховувати вікові, психологічні і індивідуальні особливості учнів класу;
- 3) Побудова моделі обов'язково повинна супроводжуватися словесними методами навчання;
- 4) Вчитель повинен організувати роботу з моделями таким чином, щоб діти усвідомлювали алгоритм її побудови, її роль при розв'язанні кожного конкретного завдання;
- 5) Моделі повинні застосовуватися систематично, а не в окремих поодиноких випадках.

Для підтвердження його ефективності нами було проведено експериментальне дослідження з учнями 3 класу, який було поділено на дві підгрупи, на базі Рівненської загальноосвітньої школи I-III ступенів №23.

Після проведення дослідження ми дійшли висновку, що систематичне застосування методу моделювання під час розв'язування задач призвело до підвищення рівня вмінь учнів експериментальної групи розв'язувати задачі, тоді як в учнів контрольної групи залишився на тому ж рівні.

Отже, проаналізувавши літературу за темою дослідження, а також провівши експериментальне дослідження, ми дійшли висновку, що під час вивчення математики у початкових класах дуже важливо застосовувати метод моделювання, адже він сприяє вирішенню основних завдань вивчення математики.

Список використаної літератури

1. Бантова М. О. Методика викладання математики в початкових класах/ М. О. Бантова, Г. В. Бельтюкова. – К.: Вища школа, 1982. – 288 с.
2. Басангова Р.Е. Стимулювання пізнавальної діяльності учнів в ході розв'язування задач / Р. Е. Басангова // Поч. школа. – 1989. – №1. – С. 40–44.
3. Беляєв М. Ф. Психологія інтересу/ М. Ф. Беляєв. – М., 1957.
4. Богданович М. В. Математика: підручник для 1 кл. загальноосв. навч. закл. / М. В. Богданович, Г. П. Лищенко. – К. : Генеза, 2012. – 160 с.
5. Богданович М. В. Математика: підручник для 2 кл. загальноосв. навч. закл. / М. В. Богданович, Г. П. Лищенко. – К.: Генеза, 2012. – 160 с.
6. Богданович М. В. Математика: підручник для 3 кл. загальноосв. навч. закл. / М. В. Богданович, Г. П. Лищенко. – К.: Генеза, 2014. – 175 с.
7. Богданович М. В. Методика викладання математики в початкових класах: навч. пос. / М. В. Богданович, М. В. Козак, Я. А. Король. – Тернопіль.: Навчальна книга – Богдан, 2006. – 336 с.
8. Богданович М. В. Урок математики в початковій школі: пос. для вчителя. – К.: Рід. Школа, 1990. – 192с.
9. Богданович М. В. Методика розв'язування задач у початковій школі. / М. В. Богданович. – К.: Вища школа, 1990. – 183 с.
10. Бондар А. Г. Математичне моделювання в хімічній технології: посібник / А. Г. Бондар. – К.: Вища шк., 1973. – 280 с.
11. Бондар В. І. Дидактика: підручник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів / В. І. Бондар. – К.: Либідь, 2005. – 262 с.
12. Борисенко В. Г. Застосування моделей на уроках математики у початкових класах. Методичні рекомендації для педагогів початкових класів/В. Г. Борисенко. - Бобровиця, 2010 р. – 35 с.
13. Василенко Н. Сучасні підходи до змісту і методики формування логічно математичного мислення школярів / Н. Садова // Початкова школа. – 2015. - №9. – С. 24-27.

14. Гамезо М. В. Вікова та педагогічна психологія/ під ред. М.В. Гамезо, М.В. Матюхіна, Т.С.Міхальчік. - М., 1984.
15. Гончаренко С. Український педагогічний словник/ С. Борисенко. – К.: Либідь, 1997 – 373 с.
16. Державна національна програма «Освіта» («Україна ХХІ століття») [електронний ресурс]: нормативний документ // Міністерство освіти і науки України, 1992.
17. Добриця Л. Урок-модельювання з елементів геометрії для учнів 4 класу / Л. Добриця // Початкова школа. – 2014. - № 14. – С. 31-33.
18. Дудко Л. Розв'язування задач з пропорційними величини / Л. Дудко, В. Московченко // Початкова школа. – 2007. - №10. – С. 26
19. Ельконін Д. Б. Психологічні умови навчання/ Д. Б. Ельконін // Навчання і розвиток молодших школярів. - М., 1970. - С. 77.
20. Занков Л.В. Наглядность и активизация учащихся в обучении/ Л. В. Занков. - М.: Педагогика, 1968. - 284 с.
21. Застосування моделей на уроках математики у початкових класах. Методичні рекомендації для педагогів початкових класів / В.Г.Борисенко. - Бобровиця, 2010 р. – 35 с.
22. Зміст, дидактичні структури та методичне забезпечення уроків у початкових класах (психологічні та педагогічні аспекти) : навч.-метод. посіб. для студ. пед. ф-ту / Г. П. Коваль, Р. В. Павелків, В. В. Сілков [та ін.] ; М-во освіти і науки України. РДГУ. – Т. : Підручники і посібники, 2006. – 192 с.
23. Карамишева Н. В. Логіка теоретична і прикладна: навч. посібник/ Н.В. Карамишева. - К. : Знання, 2011. - 456 с.
24. Кардаш Г. П. Геометрія у початкових класах: навчально-методичний посібник. – Біла Церква, 2011.- 82с.
25. Колесник Н. П. Використання таблиць та схем на уроках математики у початкових класах. – Хмельницьк, 2011.- 25с.
26. Коменский Я. А. Великая дидактика. Педагогическое наследие / Я. А. Коменський, Ж.-Ж. Руссо, И. Г. Песталоцци. – М.: Педагогика, 1989. - 416 с.

27. Кондратовець О. І. Застосування методу моделювання в процесі формування обчислювальних навичок у молодших школярів: дипломна робота/ О. І. Кондратовець. – Рівне, 2010. – 142 с.

28. Конспекти лекцій з методики початкового навчання математики / Пасічник Я. А. – Рівненський державний гуманітарний університет.

29. Коржуев А.В. Пізнавальні складнощі у вченні школярів //Педагогіка. - 2000. - №1. - С. 27-32.

30. Король Я.А. Розв'язування текстових задач різними способами / Я. А. Король // Актуальні проблеми розбудови національної освіти. Ч. III. – К.-Херсон, 1997. – С. 76–78.

31. Кочина Л. Формування обчислювальних навичок першокласників // Методика і практика. - 2002.- №5. – С. 24

32. Кравчук Л. Розвиток пізнавальної активності молодших школярів [електронний ресурс]: методичні матеріали / Л. Кравчук. – Київський університет ім. Б. Грінченка, 2015, - режим доступу до матеріалів: <https://www.slideshare.net/victoriyamakovskaya/ss-45357844>.

33. Кузьмінський А.І., Омеляненко В.Л. Педагогіка: підручник/ А. І. Кузьмінський, В. Л. Омеляненко. - К.: Знання, 2007. - 447 с.

34. Кулагіна, І. Ю. Вікова психологія: повний життєвий цикл розвитку людини: навч. посібник для студентів вищих навчальних закладів / І. Ю. Кулагіна, В.М. Колюцкий. – М.: ТЦ «Сфера», 2001. - 464 с

35. Кухар В.М. Скорочений запис задач / В. М. Кухар, В. М. Паюл // Початкова школа. – 1978. – №4. – С. 44–48.

36. Малафіїк І. В. Дидактика: навч. посібник/ І. В. Малафіїк. - К.: Кондор, 2009.- 406 с.

37. Математичне моделювання як метод розвитку творчої особистості [електронний ресурс]: курсова робота / О. В. Міцик . – Васильківський НВК № 1, 2013, - режим доступу до курсової: [https://docviewer.yandex.ua/?url=http%3A%2F%2Fmath1nvk.ucoz.ua%](https://docviewer.yandex.ua/?url=http%3A%2F%2Fmath1nvk.ucoz.ua%2F)

38. М'ясоїд П. А. Загальна психологія: навч. посібник / П.А. М'ясоїд. -К.: Вища шк., 2004. – 487 с.
39. Навчальні програми для загальноосвітніх навчальних закладів із навчанням українською мовою (1 – 4 класи). – К. : Видавничий дім «Освіта», 2013. – 392 с.
40. Наумчук М.М. Творчий підхід до роботи з текстом / М. М. Наумчук// Поч. шк. - 1996. - №4. - С. 15-18.
41. Павелків Р. В. Дитяча психологія:навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів/ Р. В. Павелків, О. П. Цигипало . - К. : Академвидав, 2008. – 432 с.
42. Павелків Р. В. Загальна психологія : підручник для студ. вищ. навч. закл. / Р. В. Павелків. – К.: Кондор, 2002. – 506 с.
43. Павелків Р. В. Вікова психологія: підручник / Р. В. Павелків. – К.: Кондор, 2011. – 469 с
44. Павелко В. В. Використання моделювання на етапі ознайомлення молодших школярів із сюжетними задачами // Нова педагогічна думка. – 2010. - №4. – С. 81-83.
45. Павелко В. В. Формування знань і умінь молодших школярів у процесі навчання засобами наочності і моделювання / В. В. Павелко : дис. канд. наук. – Київ : Б. в., 2009 . – 19 с.
46. Пальчевський С. С.: навч. посіб. / С. С. Пальчевський. – К.: Каравела, 2007. – 576 с.
47. Педагогическая энциклопедия. Том 1/ за ред. А.И. Каиров, Ф.Н. Петров. - М.: Советская Энциклопедия, 1964.
48. Петровський А. В. Психологічний словник/ за ред. Т. О. Петровського, Ярошевського М. Г. – Вид. 2-е, доопрац. і допов. - М., 1990. — 494 с.
49. Підласий І.П. Педагогіка початкової школи: підруч. посібник для студ. пед. коледжів / І. П. Підласий. - М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2000. - 400 с.: іл.
50. Репина Г. Математическое моделирование как средство развития представлений детей 6-8 лет // Дошкільна освіта. – 2010. - №4. – С. 66-68.

51. Розв'язування математичних задач в початкових класах: Збірник статей // Під редакцією кандидата педагогічних наук Т.Н.Хмари – К.: Рад школа, 1986.
52. Рубінштейн С. Л. Основи загальної психології/ С. Л. Рубінштейн. - Пітер-Ком, 1998. -500 с.
53. Савченко О. Я. Дидактика початкової школи. – К.: Абрис, 997. – 416 с.
54. Савчин М. В., Василенко Л. П. Вікова психологія: навч. посібник / В. М. Савчин, Л. П. Василенко. – К.: Академвидав, 2005. - 300 с.
55. Садова Т. Д. Моделювання в організації навчання математики / Т. Д. Садова // Математика в школах України. – 2015. - № 13-15. – С. 2-27.
56. Сергеєнкова О. П. Загальна психологія: навч. посіб/ О. П. Сергеєнкова, О. А. Столярчук, О. П. Коханова, О. В. Пасєка . – К.: Центр учбової літератури, 2012 – 296 с.
57. Січівіца О.М. Методи і форми наукового пізнання/ О. М. Січівіца. - М. - Вища школа, 1993., С. 95.
58. Скрипченко О. В. Загальна психологія: підручник / О. В. Скрипченко, Л. В. Долинська, З. В. Огороднійчук та ін. - К.: Каравела, 2009. - 464 с.
59. Тихомиров О. К. Психологія мислення: навч. посібник для студ. вищ. навч. закладів. 3-є вид./ О. К. Тихомиров. - М. : Видавничий центр «Академія», 2007.
60. Фадєєва Т. О. Інноваційні технології навчання математики в початкових класах / Т. О. Фадєєва. – Кіровоград: Авангард, 2011. – 95 с.
61. Фіцула М.М. Педагогіка: Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти/ М. М. Фіцула. — К.: Видавничий центр «Академія», 2002. — 528с.
62. Щукіна Г. І. Активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів / Під редакцією Г.І.Щукиной. - М., 1984.
63. Щукіна Г. І. Актуальні питання формування інтересу у навчанні / Під редакцією Г.І.Щукиной. – М., 1984.