ЗМІСТ

Вступ

Актуальність теми. Матеріал, пов'язаний з рівняннями і нерівностями, становить значну частину шкільного курсу математики. Одним із складних розділів алгебри, що вивчаються у шкільній програмі, є показникові рівняння і нерівності, так як у школі їм приділяють досить мало уваги. Труднощі при вивченні даного виду рівнянь і нерівностей пов'язані з наступними їх особливостями:

- у більшості випадків відсутність чіткого алгоритму розв’язування показникових рівнянь і нерівностей;
- при розв’язуванні рівнянь і нерівностей даного виду доводиться робити перетворення, що призводять до рівнянь (нерівностей), не рівносильним даним, внаслідок чого найчастіше виникають помилки.

Досвід вчителів показує, що учні в недостатній мірі опановують уміння розв’язувати показникові рівняння і нерівності, часто допускаючи помилки при їх розв’язуванні. Проте завданням з теми «Показникова функція» приділяється багато уваги, особливо у завданнях зовнішнього незалежного оцінювання та при вступі в навчальні заклади з вступним іспитом з математики, і вони досить часто стають «каменем спотикання». Крім того показникові функції трапляються в найрізноманітніших галузях науки — фізиці, хімії, біології, економіці, інформатиці, медицині, лісництві, картографії, будівництві тощо.

Тому при мізерній кількості годин відведених на вивчення показникових рівнянь та нерівностей необхідно використовувати нові підходи до вивчення або ж до організації навчального процесу. Саме тому сучасна освіта вимагає новітніх технологій навчання.

Одним із найважливіших напрямків удосконалення навчання учнів є пошуки впровадження у навчально-виховний процес інтерактивних технологій. Сьогодні вже не можливо навчати традиційно: у центрі навчально-виховного процесу має бути учень. Від його творчої активності на уроці, вміння доказово міркувати, обґрунтовувати свої думки, вміння спілкуватися з учителем, учнями класу залежить успіх у свідомому опануванні шкільної програми. Адже питання активізації навчання школярів є однією із найбільш значимих проблем сучасної педагогічної науки та практики. Реалізація принципу активності у навчанні має велике значення, адже навчання та розвиток мають діяльнісний характер, а від якості навчання залежить результат освіти, розвиток та виховання старшокласників.

Інтерактивне навчання – спосіб пізнання, заснований на діалогових формах взаємодії учасників освітнього процесу, в ході якого в учнів формуються навички спільної діяльності. Це метод, при якому «всі навчають кожного і кожен навчає всіх» (за В.С. Дьяченко). Інтерактивне навчання старшокласників на заняттях з математики передбачає творчо-активну взаємодію учнів та вчителя, їх плідну співпрацю, де і учень, і вчитель є рівноправними суб'єктами навчання.

Відтак, методам розв'язування показникових рівнянь та нерівностей присвячені дослідження В. Вавілова, І. Кушніра, О. Ципкіна, Л. Шарової, І. Бородулі, С. Новоселова і ін.

Праці З. Слєпкань, Г. Бевза, А. Мерзляка, М. Шкіля, Є. Неліна присвячені методиці викладання теми «Показникова функція».

Проблеми педагогічної інноватики постійно привертають увагу сучасних дослідників. Серед них О. Арламов, К. Ангеловські, І. Бех, М. Бургін, Ю. Гільбух, І. Дичківська, В. Журавльов, С. Поляков, М. Поташник, Г. Селевко, Н. Юсуфбекова, А. Ніколс, В. Химинець, О. Пєхота, А. Кіктенко, О. Любарська. та ін. Ними визначено та обґрунтовано основні методологічні й теоретичні положення інноваційної педагогічної діяльності.

Праці вітчизняних науковців О. Пометун, Л. Пироженко, О. Дьяченка присвячені інтерактивним технологіям навчання, їх характеристиці та методиці впровадження в освітній процес.

Враховуючи актуальність зазначеної проблеми, її значущість в програмі з алгебри та початків аналізу, нами була обрана тема дипломного дослідження

– ***«Методика вивчення показникових рівнянь та нерівностей з використанням інтерактивних технологій навчання».***

Мета дослідження - систематизувати відомості про показникові рівняння й нерівності в шкільному курсі алгебри старшої школи та розробити методику викладання цієї теми з використанням інтерактивних технологій навчання.

Для досягнення поставленої мети були визначені такі **задачі дослідження**:

1. З'ясувати місце показникових рівнянь й нерівностей в діючій програмі з математики, конкретизувати вимоги до знань, умінь і навичок учнів.
2. Проаналізувати програму, сучасні діючі підручники з алгебри.
3. Систематизувати відомості про розв'язування показникових рівнянь й нерівностей в шкільному курсі алгебри старшої школи.
4. Подати приклади та методику розв'язування показникових рівнянь та нерівностей різної складності.
5. Розробити диференційовану систему завдань з теми дослідження.
6. Запропонувати методичні рекомендації, щодо викладання теми «Показникова функція» в середній загальноосвітній школі, а саме вивчення показникових рівняны нерівностей з використанням інтерактивних технологій навчання.
7. Здійснити анкетування задля дослідження ефективності впровадження інтерактивних технологій при вивченні показникових рівнянь та нерівностей.

Об'єкт дослідження – процес навчання алгебри та початків аналізу.

Предмет дослідження – показникові рівняння і нерівності в загальноосвітній школі.

Для з'ясування стану проблеми в педагогічній теорії застосовувались такі **теоретичні методи**: аналіз психолого-педагогічної, наукової, методичної літератури; зміст діючих програм і підручників з теми дослідження; порівняння, систематизація теоретичного та практичного матеріалу.

У процесі впровадження розробленої методичної системи та перевірки її ефективності застосовувались такі **емпіричні методи**: бесіди з учителями та учнями; спостереження за процесом навчання; анкетування; аналіз ефективності дидактичних засобів та інтерактивних технологій навчання; аналіз і опрацювання отриманих у ході дослідження результатів.

Джерельна база дослідження охоплює *три* основні групи:

– навчальні плани, навчальні програми, шкільні підручники та методична література для вчителів;

– періодичні видання;

– довідкова література, сучасні підручники й посібники.

Практичне значення роботи полягає в тому, що розроблений зміст і методика може бути використана вчителями шкіл при організації навчання алгебри і початків аналізу у 11 класі на уроках та факультативних заняттях для активізація їх пізнавальної діяльності, підвищення якості засвоєння сприйнятого матеріалу, створення творчої атмосфери в колективі учнів.

Структура і обсяг роботи дослідження. Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел (45 найменувань) та трьох додатків. Загальний обсяг дипломної роботи – 70 сторінок друкованого тексту.

РОЗДІЛ І. Методичні рекомендації до вивчення показникової функції

1.1. Навчальна мета при вивченні теми «Показникова функція»

У програмі з математики для середньої школи, зокрема в розділі «Тематичне планування навчального матеріалу», зміст освіти по кожному із курсів (математика, геометрія, алгебра, алгебра і початки аналізу) розбито на навчальні теми. Вивчаючи кожну з них, вчитель і учні ставлять перед собою певну мету. Саме її і будемо називати навчальною.

Навчальна мета – ідеальне уявлення результату, який має бути досягненим в ході вивчення тієї чи іншої навчальної теми [43].

Слід відмітити, що навчальна мета як ідеальний результат майбутньої діяльності проектується при вивченні математики такими п'ятьма напрямками.

1) формування світогляду і особистості учня;
2) формування мислення і мовної культури учня;
3) розвиток прикладних і політехнічних вмінь;
4) розвиток загальнотрудових і навчальних вмінь;
5) вимоги до математичної підготовки учнів [43].

Кожний із цих напрямків, очевидно, теж визначає мету, яка буде похідною від навчальної. Її у дидакитиці прийнято поділяти на три групи, відповідно називаючи кожну з груп: дидактична або освітня мета, виховна мета і розвиваюча. Формуються навчальні цілі завжди свідомо і мають бути науково-обгрунтованими та практично досяжними.

Визначимо навчальну мету, яка повинна бути поставленна перед вчителем і учнями в процесі вивчення теми «Показникова функція», яка в програмі сформульовані у вигляді навчальних досягнень учнів:

1. Учні формулюють властивості показникової функції; зображають та аналізують графік показникової функцій, ілюструють властивості показникової функції за допомогою графіків, застосовують показникову функцію до опису найпростіших реальних процесів.

2. Учні розв’язують типові вправи на використання основних показникових тотожностей. Демонструють вміння розв’язувати основні показникові рівняння, нерівності та їх системи [25].

Сформульована мета визначає певний рівень навчально-пізнавальної діяльності учнів під час вивчення данної теми. Це так званий рівень вмінь і навичок. У дидактиці виділяють кілька таких рівнів. Будемо дотримуватись класифікації рівнів, яка дана в посібнику:

І-й рівень (початковий) - рівень знайомства,

ІІ-й рівень (середній)- рівень відтворення,

ІІІ-й рівень (достатній) - рівень умінь і навичок,

ІV-й рівень (творчий) - рівень творчості.

Учень, який досяг І-го рівня навчально-пізнавальної діяльності, здатний впізнати предмет, об’єкти, процеси, властивості, але тільки за їх виглядом описом, зображенням, характеристикою. Кажуть, що він володіє знаннями-знайомствами.

Іноді ці знання умовно поділяють на знання про об’єкти, що вивчаються і оперативні знання (про зв’язки між об’єктами).

Учень, який досягнув ІІ-го рівня, повинен вміти відтворити (повторити) інформацію, операції, дії, засвоєнні під час навчання. В цьому випадку кажуть, що він володіє знаннями-копіями. Розділяють буквальне і реконструктивне відтворення.

На ІІІ-му рівні учень повинен уміти виконувати дії, загальна методика і послідовність (алгоритм), яких вивченні на заняттях, але зміст і умови їх виконання нові.

Успішно навчаючись, учень може досягнути ІV-го рівня. Тоді він здатний самостійно орієнтуватись в нових, нестандартних ситуаціях, складати програму дій і виконувати їх, пропонувати нові, невідомі йому раніше розв’язання. Його діяльність носить пошуковий характер.

Визначена мета, очевидно, буде метою ІІІ-го рівня, саме того, який повинен бути досягнутий всіма учнями в процесі вивчення теми «Показникова функція». Проте процес засвоєння підпорядкований ієрархії рівнів діяльності: учень не може перейти на ІІІ-й рівень, минувши рівні І і ІІ. Тому, крім визначеної мети ІІІ-го рівня, повинна бути сформульована мета І-го і ІІ-го рівнів. Вона безпосердньо проектуються вже сформульованою метою ІІІ-го рівня. Так, в нашому випадку ще дві мети: «Учні повинні знати означення показникової функцій», «Учні повинні знати і вміти доводити властивості показникової функцій». Щодо мети ІV-го рівня, то її визначити потрібно, але відносити до класу дидактичних не варто. Оскільки досягнути її всі учні класу не можуть. Правильно буде, якщо віднести її до класу розвиваючих [43].

Підкоригувавши формулювання визначеної мети на кожному з рівнів та встановивши відповідно до принципу ієрархії порядок її досягнення, матимемо:

Тема: «Показникова функції».

Навчальна мета: Вивчивши тему учні повинні знати означення показникової функції; вміти доводити її властивості, будувати і аналізувати графіки функції, розв’язувати вправи на використання основних властивостей функцій з достатнім обгрунтуванням в ході розв’язування.

Наведемо приклад орієнтованого тематичного планування навчального матеріалу при вивченні теми «Показникова функція» [25].

№ п/п	**Зміст матеріалу**	**Кількість годин**	**Дата**
	Показникова функції	11	
1-2	Поняття показникової функції, її графік і властивості.	2	
3	Основні показникові тотожності	1	
4-5	Показникові рівняння.	2	
6-7	Показникові нерівності.	2	

8-9	Похідна показникової функції.	2	
10	Урок узагальнення та систематизації знань з теми «Показникова функція»	1	
11	*Тематична контрольна робота «Показникова функція»*	1	

1.2. Методичні особливості навчання розв'язування показникових рівнянь і нерівностей

У курсі алгебри і початків аналізу 11 класу спеціально вивчаються показникові рівняння і нерівності. Розв'язуючи їх, учні краще засвоюють властивості показникової функції, вдосконалюють навички тотожних перетворень, повторюють і вдосконалюють техніку розв'язування відповідних рівнянь алгебри, при графічному способі розв'язування вдосконалюють навички креслення графіків показникових функцій, поглиблюють питання теорії рівносильності рівнянь і нерівностей.

Основна мета - ввести поняття показникових рівнянянь і нерівностей, навчити учнів основним методам їх розв'язування.

Пропедевтика вивчення показникової функції здійснюється у 7-му класі при вивченні степеня та його властивостей та в 10-му класі при вивчення степеневої функції.

У підручниках з алгебри для 11 класу М. Шкіля та Є. Неліна дається описове визначення поняття показникового рівняння [44; 26]:

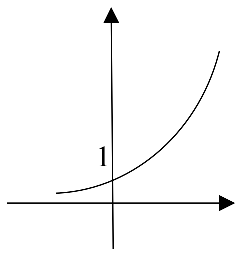
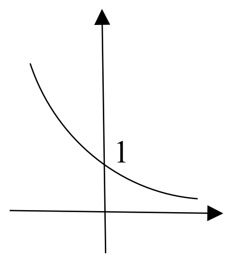
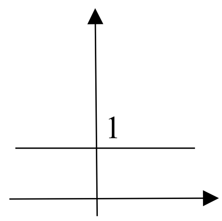
Показниковими називаються рівняння, в яких невідоме число входить тільки в показник степеня при сталій основі.

У класі показникових рівнянь можна вказати підкласи найпростіших рівнянь, до яких зводяться розв'язування більш складних завдань. Кожен найпростіший клас тісно пов'язаний з класом відповідних функцій, алгоритми розв'язування і дослідження найпростіших рівнянь спираються на властивості показникових функцій.

Необхідно ознайомити учнів з деякими методами розв'язування окремих типів рівняння (і нерівностей), тому що загального методу немає, але не розв'язувати на уроках дуже складних, громіздких рівнянь і нерівностей в обсязі, більшому, ніж передбачено програмою [34].

У чинних підручниках не систематизований матеріал про методи, при розгляді питання розв'язування рівнянь. Тому доцільно дати окремо всі методи розв’язування показникових рівнянь з прикладами та зразками розв’язання (ці ж методи застосовуються і при розв’язуванні нерівностей).

Приступаючи до розв’язування найпростійших показникових рівнянь, доцільно подати на таблиці або на дошці, чи за допомогою проектора основні формули дій із степенями та графіки показникової функції [34]:

Основні формули та співвідношення			
$a^u \cdot a^v = a^{u+v}$ $(ab)^u = a^u \cdot b^u$ $\frac{a^u}{a^v} = a^{u-v}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^u = \frac{a^u}{b^u}$ $(a^u)^v = a^{uv}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	Графік функції $y = a^x$ $(a > 0)$		
	$a > 1$	$0 < a < 1$	$a = 1$
			

Спочатку доцільно розглянути найпростіші рівняння виду

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x), \text{при } a > 0 \; i \; a \neq 1.$$

Розглянемо рівняння $2^{x-5} = \sqrt[5]{8}$. Записуючи праву частину рівняння як степінь числа 2, дістаємо $2^{x-5} = 2^{\frac{3}{5}}$. Оскільки основи даних степенів рівні і самі степені рівні, то маємо змогу прирівняти показники: $x - 5 = \frac{3}{5}$. Тоді дістаємо: $x = 5\frac{3}{5}$. [2].

Звертаємо увагу учнів на записані тотожності (властивості степеня), якщо їх застосовувати зліво направо, дають змогу замість двох степенів записати один степінь. Отже, *якщо в лівій і правій частинах даного* *показникового рівняння тільки добутки, частки, степені або корені, то можна це рівняння завжди звести до найпростійшого рівняння виду* $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ $(a > 0)$. Цей орієнтир бажано занотувати в зошитах учнів, щоб вони в подальшому вільно пізнавали такі показникові рівняння, які безпосередньо зводяться до найпростійших.

Приклад: Розв’язати рівняння

$$\frac{3^{x-1}\left(\sqrt[5]{9}\right)^{x}}{\sqrt[3]{3^{x}}} = \frac{27^{x}}{\sqrt[7]{81}}.$$

Розв’язання: Звертаємо увагу учнів на те, що в лівій і правій частинах цього рівняння є добуток, частка, степінь або корінь із основою степеня числа 3. Отже, це рівняння можна безпосередньо звести до найпростішого. Тобто після перетворення степенів дістаємо:

$$3^{x-1+\frac{2x}{5}-\frac{x}{3}} = 3^{3x-\frac{4}{7}}$$

Звідси $x - 1 + \frac{2x}{5} - \frac{x}{3} = 3x - \frac{4}{7}$.

Розв’язавши це рівняння дістаємо: $x = -\frac{45}{203}$ [35].

Після відпрацювання розв’язання найпростійших рівнянь бажано запропонувати учням загальну схему пошуку розв’язку складніших показникових рівнянь. Ця схема може бути, наприклад, такою:

1. Звільняємось від числових доданків упоказниках степенів.

2. Намагаємось всі степені звести до однієї основи. Якщо не вдається звести до однієї основи, то пробуємо звести до двох основ так, щоб дістати однорідне рівняння. В інших випадках використовуємо спеціальні прийоми розв’язування: а) використовуємо монотонність показникової функції; б) оцінюємо множину значень функції, у лівій і правій частині рівняння і т.д. [4].

Приклад: Розв’язати рівняння $4^{x+1} - 13 \cdot 6^{x} + 9^{x+1} = 0$.

Розв’язання: Звільнившись від числових доданків у показниках, дістаємо: $4^{x} \cdot 4 - 13 \cdot 6^{x} + 9^{x} \cdot 9 = 0.$

Як бачимо, звести всі степені до однієї основи не вдається, тому пробуємо звести всі степені до двох основ. Помічаємо, що $4^x = 2^{2x}$, $9^x = 3^{2x}$, а $6^x = 2^x \cdot 3^x$. Тоді наше рівняння перетворюється в таке: $2^{2x} \cdot 4 - 13 \cdot 2^x \cdot 3^x + 3^{2x} \cdot 9 = 0.$

Звертаємо увагу учнів на те, що всі члени цього рівняння мають однаковий сумарний степінь - $2x$. Згадуємо означення і ідею розв'язку однорідного рівняння. (Рівняння, всі члени якого мають однаковий сумарний степінь, називається однорідним. Розв'язується однорідне рівняння діленням на найвищий степінь.) [4].

Після відпрацювання зазначних прийомів розв'язування показникових рівнянь доцільно звернути увагу учнів на те, що для розв'язування деяких показникових рівнянь доречно використовувати теорему про корінь. Нагадаємо цю теорему:

Якщо функція f зростає (або спадає) на деякому проміжку, то рівняння $f(x) = a$ не може мати більше ніж один корінь у цьому проміжку [5].

Приклад: Розв'язати рівняння $3^x + 4^x = 5^x$.

Розв'язання: Зведемо це рівняння до виду $f(x) = a$, $f(x)$- зростаюча або спадна функція. Для цього поділимо обидві частини цього рівняння на $5^x \neq 0$, дістаємо:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$$

Але $\left(\frac{3}{5}\right)^x$ і $\left(\frac{4}{5}\right)^x$ спадні функції, отже, і їх сума $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x$ теж спадна функція. Тоді за теоремою про корінь дане рівняння може мати тільки один корінь. Безпосередньою підстановкою перевіряємо, що $x = 2$ є коренем даного рівняння. Інших коренів рівняння не має.

Відповідь: $x = 2$ [11].

Доцільно виділити для учнів загальну ідею виконаного розв'язування, наприклад, у такому вигляді:

1. За допомогою підстановки конкретних значень змінної знаходимо один або кілька коренів даного рівняння.

2. Доводимо, що дане рівняння інших коренів не має.

При доведенні того, що рівняння не має інших коренів, крім знайдених, поряд з теоремою про корінь інколи використовується така властивість: якщо на деякій множині X функція f зростає, а функція φ спадає, то рівняння $f(x)=\varphi(x)$ не може мати на множині X більш ніж один корінь [8].

Приклад: Розв'язати рівняння $2^x+3^x=\dfrac{5}{x}$.[11]

Розв'язання: Підбором знаходимо, що $x=1$- корінь рівняння.

Доведемо, що інших коренів це рівняння не має. Рівняння не може мати від'ємних коренів, бо при $x<0$ ліва частина – додатнє число, а права частина - від'ємне. При $x>0$ функція $\varphi(x)=\dfrac{5}{x}$ спадає, а функція $f(x)=2^x+3^x$ зростає як сума двох зростаючих функцій. Отже коли $x>0$, рівняння має тільки один корінь $x=1$.

Відповідь: $x=1$.

Розв'язуючи показникові рівняння, можна використовувати ті загальні прийоми, які використовувались при розв'язуванні інших типів рівнянь. Наприклад, розв'язуючи рівняння виду $f(x)=0$, можна розкласти $f(x)$ на множники і використати умову рівності добутку нулю.

При розв'язуванні найпростіших показникових *нерівностей*, що дуже доступно викладено в підручнику, доцільно звернути увагу учнів на те, що іноді потрібен спеціальний аналіз для оцінки основи показникової функції.

Приклад : Розв'язати нерівність $(\sin 2)^{x^2-x}\geq\sin^2 2$ [17].

Розв'язання: Оскільки $0<\sin 2<1$ (очевидно, що $\sin 2\neq 1$, отже, $\sin 2<1$, крім того, $\sin 2>0$), то показникова функція $(\sin 2)^t$ є спадною. При переході в даній нерівності до аргументу знак нерівності змінюється на протилежний, тобто дана нерівність рівносильна нерівності $x^2-x\leq 2$. Розв'язуючи цю квадратну нерівність, дістаємо: $x\in[-1;2]$.

Розв'язуючи складніші показникові нерівності, бажано звернути увагу учнів на доцільність використання тієї самої схеми розв'язування нерівностей, що й для показникових рівнянь.

Бажано показати учням можливість застосування узагальненого методу інтервалів до розв'язування показникових нерівностей. Доцільно нагадати відому їм з курсу 10-го класу схему розв'язання нерівностей виду $f(x) > (<) 0$ (де $f(x)$ - неперервна на кожному інтервалі своєї області визначення функція) методом інтервалів, а саме:

1. Знаходимо область визначення нерівності.
2. Знаходимо нулі функції.
3. Позначаємо нулі функції на області визначення і знаходимо знак у кожному інтервалі, на які розбивається область визначення [8].

Приклад: Розв'язати нерівність $25 \cdot 2^x - 10^x + 5^x > 25$.

Розв'язання. Перенесемо всі члени нерівності в ліву частину і розв'яжемо нерівність $25 \cdot 2^x - 10^x + 5^x - 25 > 0$ методом інтервалів.

1. Область визначення: x - будь-яке число.

2. Нулі функції: $25 \cdot 2^x - 10^x + 5^x - 25 = 0$

$$25 \cdot 2^x - 25 - 10^x + 5^x = 0$$

$$25\left(2^x - 1\right) - 5^x\left(2^x - 1\right) = 0$$

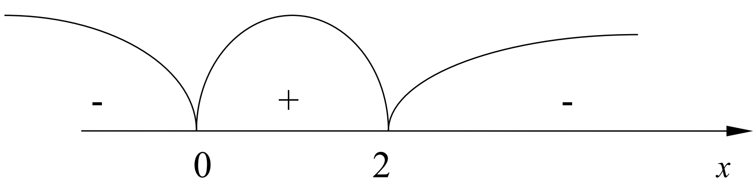
$$\left(2^x - 1\right)\left(25 - 5^x\right) = 0$$

$$2^x - 1 = 0 \text{ або } 25 - 5^x = 0$$

$$2^x = 1 \text{ або } 5^x = 25$$

$$x = 0 \text{ або } x = 2.$$

3. Позначимо нулі функції на області визначення і знайдемо знаки лівої частини нерівності в кожному інтервалі.



Відповідь: $x \in (0;2)$ [41].

Іноді під час розв’язування складніших нерівностей використовують властивості монотонності функцій.

Приклад: Розв’язанти нерівность $5^x + 3 \cdot 2^{x+1} < 7$

Розв’язання : Функція $f(x) = 5^x + 3 \cdot 2^{x+1}$ зростає на множині всіх дійсних чисел як сума зростаючих функцій. Знайдемо корінь рівняння $f(x) = 7$. За теоремою про корінь це рівняння має єдиний корінь. Легко бачити, що $x = 0$ - корінь цього рівняння. Враховуючи зростання функції $f(x)$, дістаємо, що при $x < 0$, $f(x) < f(0)$, де $f(0) = 7$; при $x > 0$, $f(x) > f(0)$, де $f(0) = 7$. Отже, розв’язком даної нерівності буде $x < 0$ [42].

РОЗДІЛ ІІ. Теоретичні та методичні основи вивчення показникових рівнянь і нерівностей

2.1. Класифікація і методи розв'язування показникових рівнянь

Функція, задана формулою $y = a^x$, де $a > 0$ і $a \neq 1$. називається показниковою функцією [5].

Сформулюємо основні властивості показникової функції.

1. Область визначення – множина *R* дійсних чисел або вся числова пряма. Властивість підкреслює, що степінь a^x визначена при будь-якому дійсному показнику *x*.

2. Область значень - множина R_+ всіх додатних дійсних чисел $(0;+\infty)$.

3. Функція не є ні парною, ні непарною.

4. Якщо $a > 1$, функція зростає на всій числовій прямій, тобто якщо $x_1 < x_2$, то $a^{x_1} < a^{x_2}$. Якщо $0 < a < 1$, функція спадає на множині *R*, тобто якщо $x_1 < x_2$, то $a^{x_1} > a^{x_2}$.

5. Графіки функцій для випадків $a > 1$, $0 < a < 1$ зображені на рисунку 1 [45].

Показникова функція – це строго монотонна функція, визначена на всій числовій прямій.

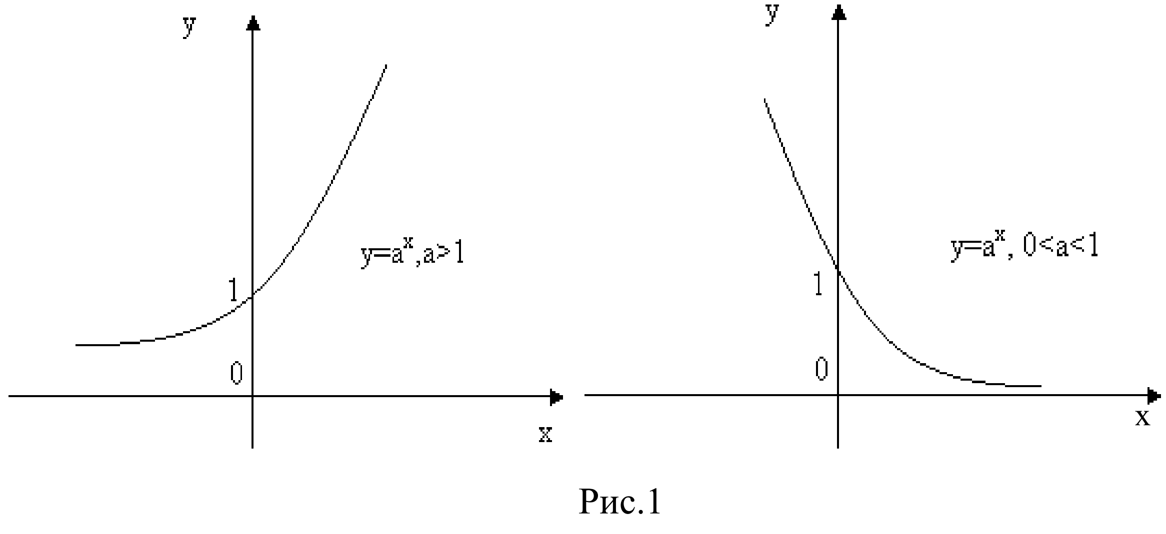


Рис.1

Показникові рівняння відносяться до трансцендентних рівнянь. Як зазначалося вище, показниковими називаються рівняння, в яких невідоме входить тільки до показників степенів при сталих основах.

Перерахуємо *основні види рівнянь*, які прийнято називати позакниковими [4]. Для будь-яких $a > 0, b > 0, a \neq 1$:

1. $a^{f(x)} = 1 \Leftrightarrow f(x) = 0$.
2. $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.
3. $a^{f(x)} = b(x) \Leftrightarrow f(x) = log_a b(x)$.
4. $f(a^x) = 0 \Leftrightarrow f(t) = 0$, якщо $a^x = t, t > 0$.
5. $g\left(a^{f(x)}\right) = 0 \Leftrightarrow g(y) = 0$, якщо $a^{f(x)} = y, y > 0$.
6. Показниково $-$ степеневі рівняння $[u(x)]^{f(x)} = [u(x)]^{g(x)}$.

До *методів* розв'язування показникових рівнянь належать [4]:

1. Розв'язування показникових рівняннь на основні властивостей степенів.
2. Метод заміни змінних.
3. Метод розкладання рівняння на множники.
4. Штучні методи.

Розглянемо кожний метод окремо.

Розв'язування показникових рівняннь на основні властивостей степенів: два степеня з однією і тією ж додатньою і відмінною від одиниці основою рівні тоді і тільки тоді, коли рівні їх показники.

Теорема: Якщо $a > 0$ і $a \neq 1$, рівняння $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ рівносильне рівнянню $f(x) = g(x)$.

Доведення: Доведемо, що якщо $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, то $f(x) = g(x)$. Дійсно, так як показникова функція строго монотонна, то з рівності її значень $a^c = a^d$, слідує рівність показників $c = d$. Навпаки: якщо $f(x) = g(x)$, $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ [27].

Використовуючи властивості степеня, рівняння

$a^x = b$, де $a > 0, a \neq 0, b > 0$, (1) потрібно розв'язувати так: $a^x = b \Leftrightarrow a^x = a^{\log_a b} \Leftrightarrow x = \log_a b$.

Якщо замість x у показнику степеня стоїть деяка функція $f(x)$, тобто рівняння має вигляд

$$a^{f(x)} = b, a > 0, a \neq 1, b > 0, \qquad (2)$$

то за допомогою логарифмування обох частин цього рівняння (це можливо, коли обидві частини рівняння додатні), приходимо до еквівалентного рівняння

$$f(x) = \log_a b.$$

Деякі показникові рівняння зводяться до виду (1) або (2) за допомогою рівностей [26]:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y,$$

$$\left(a^x\right)^y = a^{xy},$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y},$$

$$\left(a \cdot b\right)^x = a^x \cdot b^x,$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}.$$

Приклад 1. Розв'язати рівняння [1]

$$4^x = 8^{2x-3}.$$

Розв'язок: Оскільки

$4^x = \left(2^2\right)^x = 2^{2x}, \quad 8^{2x-3} = \left(2^3\right)^{2x-3} = 2^{6x-9}$, то

$$2^{2x} = 2^{6x-9} \Leftrightarrow 2x = 6x - 9 \Leftrightarrow x = 9/4.$$

Рівняння виду

$$a^{f(x)} = 1, a > 0, \quad a \neq 1,$$

рівносильно рівнянню $f(x) = 0$.

Приклад 2. Розв'язати рівняння

$$10^{x^2+x-2} = 1.$$

Розв'язання: Данне рівняння рівносильне рівнянню $x^2 + x - 2 = 0$. З цього данне рівняння має два корня: $x_1 = -2, x_2 = 1$.

Приклад 3. Розв'язати рівняння

$$6^{2x+4} = 3^{3x} \cdot 2^{x+8}.$$

Розв'язання: Перепишемо данне рівняння у вигляді

$$3^{2x+4}\cdot 2^{2x+4}=3^{3x}\cdot 2^{x+8}.$$

Використовуючи властивості членів пропорції, маємо

$$\frac{3^{2x+4}}{3^{3x}}=\frac{2^{x+8}}{2^{2x+4}},$$

після спрощення $3^{4-x}=2^{4-x}$. Перетворивши данне рівняння до виду $\left(\frac{2}{3}\right)^{4-x}=1$, отримуємо 4-$x$=0, звідки слідує, що x=4.

Розв'язування показникових рівнянь, які зводяться заміною змінних до алгебраїчного рівняння [31].

Якщо показникове рівняння має вигляд

$$g\left(a^{f(x)}\right)=0, \qquad (3)$$

то заміною $a^{f(x)}=y$ рівняння зводиться до виду $a^{f(x)}=y_i$, де y_i - корені рівняння $g(y)=0$. Так, наприклад, рівняння $Aa^{2x}+Ba^{x}+C=0$, де A,B,C - деякі числа, $a>0,\ a\neq 1,$ зводиться до розв'язування рівносильної йому сукупності рівнянь $\left[\begin{array}{l} a^x=y_1\\ a^x=y_2\end{array}\right.$, де y_1, y_2 - корені рівняння $Ay^2+By+C=0.$ [40]

Приклад 4. Розв'язати рівняння [41]

$$4^{\sqrt{x^2-2}+x}-5\cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}}=6.$$

Розв'язання: Позначимо $2^{\sqrt{x^2-2}+x}=y$ і роблячи заміну змінних, отримуємо квадратне рівняння

$$y^2-\frac{5}{2}y-6=0,$$

корнями якого будуть $y_1=4, y_2=-\frac{3}{2}.$ Таким чином розв'язання данного рівняння звелося до розв'язування рівнянь

$$2^{x+\sqrt{x^2-2}}=4,\quad 2^{x+\sqrt{x^2-2}}=-\frac{3}{2}$$

Друге рівняння розв'язків не має, тому що $2^{x+\sqrt{x^2-2}}>0$ при всіх допустимих значеннях x. З першого рівняння отримаємо

$$x+\sqrt{x^2-2}=2.$$

$\sqrt{x^2 - 2} = 2 - x$, підносимо обидві частини рівняння до квадрата, маємо $x^2 - 2 = 4 - 4x + x^2$. Зведемо подібні доданки, отримаємо єдиний корінь $x = \frac{3}{2}$. Перевіркою переконуємося, що цей корінь задовольняє початкове рівняння.

Показникові рівняння, основи степенів яких є послідовними членами геометричної прогресії, а показники степеня однакові, зводяться до рівнянь виду (3) діленням на будь-який з крайніх членів.

Приклад 5. Розв'язати рівняння [11]

$6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0.$

Розв'язання: Розділіим обидві частини рівняння на 9^x. Маємо

$$6\left(\frac{4}{9}\right)^x - 13\left(\frac{6}{9}\right)^x + 6 = 0.$$

Позначаючи $\left(\frac{2}{3}\right)^x = y$ і виконуючи заміну змінних, отримуємо рівняння $6y^2 - 13y + 6 = 0,$ коренями якого будуть $y_1 = \frac{3}{2}, y_2 = \frac{2}{3}.$ Таким чином розв'язок рівняння зводиться до розв'язування двох простіших показникових рівнянь

$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2}, \quad \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3}.$ Відповідь: $x_1 = 1, x_2 = -1.$

Рівняння виду $\alpha \cdot a^{f(x)} + \beta \cdot b^{f(x)} + c = 0$, де α, β - дійсні числа, а основи a та b є взаємооберненими додатніми числами (ab=1), можна розв'язувати наступним чином. Ввести змінну $t = a^{f(x)}$ та, використовуючи рівність (ab=1), перейти від рівняння $\alpha \cdot a^{f(x)} + \beta \cdot b^{f(x)} + c = 0$ до рівняння $\alpha t^2 + ct + \beta = 0$

Тоді рівняння $\alpha \cdot a^{f(x)} + \beta \cdot b^{f(x)} + c = 0$ буде рівносильне сукупності двох показникових рівнянь: $\left[\begin{array}{l} a^{f(x)} = t_1 \\ a^{f(x)} = t_2 \end{array}\right.$, де t_1, t_2- корені рівняння $\alpha t^2 + ct + \beta = 0,$ якщо це рівняння немає розв'язків, то і рівняння $\alpha \cdot a^{f(x)} + \beta \cdot b^{f(x)} + c = 0$ також не має розв'язків [4].

Рівняння виду $(f(x))^{\varphi(x)} = (f(x))^{p(x)}$, де $f(x), \varphi(x), p(x)$ – функції невідомого *x*, називаються степенево-показниковими рівняннями. Еквівалентні цьому рівнянню $f(x)$=1 та системі $\begin{cases} f(x) > 0 \\ \varphi(x) = p(x). \end{cases}$ Тобто розв'язуються наступним чином:

1. Перевіряємо, чи не будуть для $f(x)$>0 корені рівняння $f(x)$=1 коренями рівняння $(f(x))^{\varphi(x)} = (f(x))^{p(x)}$;
2. Перевіряємо, якщо при $f(x) = -1$, функції $\varphi(x)$, $p(x)$ одночасно дорівнюють або парному, або непарному числу, то корені рівняння $f(x) = -1$, будуть і коренями рівняння $(f(x))^{\varphi(x)} = (f(x))^{p(x)}$.
3. Тоді для $\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1. \end{cases}$ рівняння $(f(x))^{\varphi(x)} = (f(x))^{p(x)}$ еквівалентно рівнянню $\varphi(x) = p(x)$. [4]

Приклад 6. Розв'язати рівняння [32]

$\left(1+x^2\right)^{1+\sqrt{x}} = \left(1+x^2\right)^{2+\sqrt{x}}$.

Розв'язання: $D(f): x \geq 0.$

1) Знаходимо корені початкового рівняння серед розв'язків рівняння

$$\left(1+x^2=1\right) \Leftrightarrow \left(x^2=0\right) \Leftrightarrow (x=0).$$

Перевіркою переконаємось, що x=0 належить області допустимих значень та зодовольняє початкове рівняння, тобто є коренем рівняння.

2) Для $\begin{cases} 1+x^2 > 0, \\ 1+x^2 \neq 1 \end{cases}$ данне рівняння еквівалентне рівнянню

$\left(1+\sqrt{x} = 2+\sqrt{x}\right) \Leftrightarrow (1=2)$

Отримуємо неправильну числову рівність. Це говорить про те, що у данному випадку рівняння не має розв'язків.

Відповідь: x=0.

Приклад 7: Розв'язати рівняння $(x-2)^{x^2+2x} = (x-2)^{11x-20}$.

Розв'язок: $D(f): (x>2)$

1) x-2=1 $\Leftrightarrow$ $x_1 = 3$. Бачимо, що $x_1 \in D(f)$ задовільняє дане рівняння, тобто є його коренем.

2) $x - 2 = -1$ $\Leftrightarrow$ $x_2 = 1$. Перевіряємо значення $\varphi(x), p(x)$ при $x_2 = 1$, $\varphi(x) = x^2 + 2x$, $\varphi(1) = 1 + 2 = 3$; $p(x) = 11x - 20$, $p(1) = 11 - 20 = -9$. Отримали, що функції набувають одночасно непарні значення. Тобто $x_2 = 1$ є коренем рівняння.

3) для $\begin{cases} x - 2 > 0, \\ x - 2 \neq 1 \end{cases}$ початкове рівняння еквівалентне рівнянню

$$\left(x^2 + 2x = 11x - 20\right) \Leftrightarrow \left(x^2 - 9x + 20 = 0\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_3 = 4, \\ x_4 = 5. \end{array}\right.$$

Відповідь: $\{1,3,4,5\}$

Тобто коренями рівняння $(f(x))^{\varphi(x)} = (f(x))^{p(x)}$, вважаються тільки розв'язки змішаної системи $\begin{cases} f(x) > 0, \\ f(x) \neq 1, \\ \varphi(x) = p(x) \end{cases}$ і ті значення *x*, для яких $f(x)$=1, якщо при цих значеннях визначені $\varphi(x)$ та $p(x)$. Також додатково перевіряють: якщо при $f(x) = -1$, функції $\varphi(x)$, $p(x)$ одночасно дорівнюють або парному, або непарному числу, то корені рівняння $f(x) = -1$, будуть і коренями рівняння $(f(x))^{\varphi(x)} = (f(x))^{p(x)}$ [45].

Функція виду $(f(x))^{\varphi(x)}$ визначена тільки при $f(x)$>0, тому те значення *x*, яке формально задовольняє рівність $(f(x))^{\varphi(x)} = (f(x))^{p(x)}$, але при яких $f(x) \leq 0$, не є коренем рівняння $(f(x))^{\varphi(x)} = (f(x))^{p(x)}$.

Розглянемо *штучні або спеціальні методи розв'язування показникових рівнянь* [40].

Деякі рівняння зводяться до розглянутих вище, якщо перетворити окремі члени рівняння, використавши основну логарифмічну тотожність.

Приклад 8. Розв'язати рівняння [44]

$$3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162.$$

Розв'язання: Перетворимо другий доданок у лівій частині рівняння:

$$x^{\log_3 x} = \left(3^{\log_3 x}\right)^{\log_3 x} = 3^{\log_3^2 x}.$$

Підставляючи одержаний вираз в початкове рівняння, отримаємо

$$2 \cdot 3^{\log_3^2 x} = 162.$$

Рівняння $2 \cdot 3^{\log_3^2 x} = 162.$ еквівалентне рівнянню $\log_3^2 x = 4,$ яке, в свою чергу, еквівалентне двом рівнянням

$$\log_3 x = 2, \quad \log_3 x = -2.$$

Розв'язуючи останні рівняння, отримуємо $x_1 = 9, x_2 = \frac{1}{9}.$

Відповідь: $x_1 = 9, x_2 = \frac{1}{9}.$

Деякі рівняння, які містять невідоме у показнику степеня, вдається розв'язати за допомогою дослідження функції, які входять до лівої та правої частини рівняння. Монотонність функції часто дозволяє визначити число коренів рівняння, а іноді і знайти значення [10].

Приклад 9. Розв'язати рівняння [2]

$$7^{6-x} = x + 2.$$

*Розв'яз*ання*:* Корінь x=5 може бути знайдений підбором. Інших розв'язків рівняння не має, так як функція $f(x) = 7^{6-x}$ монотонно спадає, а $g(x) = x + 2$ монотонно зростає, тобто графіки цих функцій можуть перетинатися не більше ніж один раз.

Тобто графічним способом не важко знайти наближенні розв'язки рівннянь такого виду $a^{f(x)} = \varphi(x)$. Знання графіків функції $y = a^{f(x)}$ та $y = \varphi(x)$ не рідко дозволяє визначити число розв'язків рівняння та їх наближені, а іноді і точні значення.

2.2 Методи розв'язування показникових нерівностей

Означення: Нерівності, де хоча б одна з функцій показникова, називаються показниковими нерівностями [26].

Розв'язування найпростійших показникових нерівностей базується на використанні властивостей монотонності показникової функції.

Розглянемо розв'язування найпростіших показникових нерівностей [8].

1. Нерівність $a^x > c$, де $a > 0$, $a \neq 1$

а) якщо $c \leq 0$, то нерівність виконується при будь-якому значенні х (оскільки для будь-якого значення x $a^x > 0$);

б) якщо $c > 0$, то записавши нерівність у вигляді $a^x > a^{\log_a c}$, дістанемо:

якщо $a > 1$, то $x > \log_a c$,

якщо $0 < a < 1$, то $x < \log_a c$,

2. Нерівність $a^x < c$, де $a > 0$, $a \neq 1$

а) якщо $c \leq 0$, то нерівність не має розв'язку;

б) якщо $c > 0$, то записавши нерівність у вигляді $a^x < a^{\log_a c}$, дістанемо:

якщо $a > 1$, то $x < \log_a c$,

якщо $0 < a < 1$, то $x > \log_a c$,

Приклад 10: Розв'язати нерівність $1 < 5^{1-\frac{1}{2}x} < 25$

Розв'язання: Оскільки $5^0 < 5^{1-\frac{1}{2}x} < 5^2$, то $0 < 1 - \frac{1}{2}x < 2$,

$-2 < \frac{1}{2}x - 1 < 0$, $-1 < \frac{1}{2}x < 1$, і, звідси $-2 < x < 2$

Відповідь: $-2 < x < 2$.

3. Нерівності виду $a^{g(x)} > a^{\varphi(x)}$, де $a > 0$, $a \neq 1$

а) якщо $a > 1$, то нерівність еквівалентна $f(x) < \varphi(x)$

б) якщо $0 < a < 1$, то нерівність еквівалентна $f(x) > \varphi(x)$

4. Нерівності виду $a^{g(x)} < a^{\varphi(x)}$, де $a > 0$, $a \neq 1$

а) якщо $0 < a < 1$, то нерівність еквівалентна $f(x) < \varphi(x)$

б) якщо $a > 1$, то нерівність еквівалентна $f(x) > \varphi(x)$ [4].

Приклад 11: Розв'язати нерівність $(0{,}1)^{4x^2-2x-2} \leq (0{,}1)^{2x-3}$ [11]

Розв'язання: Данна нерівність рівносильна нерівності

$4x^2 - 2x - 2 \geq 2x - 3 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (2x-1)^2 \geq 0$.

Таким чином, початковій нервності задовільняють всі дійсні числа.

Відповідь: $x \in R$.

Розв'язування будь-якої нестрогої показникової нерівності відрізняється від розв'язування відповідної строгої нерівності тільки включенням у множину всіх розв'язків коренів відповідного рівняння.

Нерівність виду $a^{f(x)} \geq b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, може бути розв'язана за допомогою логарифмування обох частин (це можливо, тому що обидві частини нерівності додатні). При всіх $b \leq 0$ нерівність справедлива для будь-якого x з ОДЗ нерівності. А нерівність $a^{f(x)} \leq b$ при $b \leq 0$, $a > 0$, $a \neq 1$ розв'язків не має [8].

Приклад 12: Розв'язати нерівність $3^{2x-1} < 11^{3-x}$ [10].

Розв'язання: Обидві частини нерівності додатні при будь-якому значенні x. Прологарифмувавши обидві частини нерівності за основою 3, отримаємо нерівність $2x - 1 < (\log_3 11)(3 - x)$ рівносильну початковій.

Таким чином $(2 + \log_3 11)x < 1 + 3\log_3 11$. Звідси з врахуванням того, що $2 + \log_3 11 > 0$, знаходимо всі розв'язки початкової нерівності - проміжок

Відповідь: $-\infty < x < \dfrac{1 + 3\log_3 11}{2 + \log_3 11}$.

Розглянемо деякі спеціальні методи розв'язування показникових нервностей.

Нерівності виду $\alpha a^{f(x)} + \beta b^{f(x)} + \gamma \geq 0$, де $\alpha \neq 0$, β, γ - будь-які дійсні числа, а основи a і b є протилежними взаємно оберненими числами $(ab = 1)$, можливо розв'язати за допомогою заміни $t = a^{f(x)}$ (так як і рівняння) [4].

Деякі показникові нерівності містять вирази виду $f(x)^{g(x)}$ (степенево-показникова). Нагадаємо, що за означенням $f(x)^{g(x)} = a^{g(x)\log_a f(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$, тобто функція $f(x)^{g(x)}$ визначена тоді, коли визначені обидві функції $f(x)$, $g(x)$ і , крім того, $f(x)$>0.

Тобто $(f(x))^{\varphi(x)} > 1 \Leftrightarrow (f(x))^{\varphi(x)} > (f(x))^0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < f(x) < 1 \\ \varphi(x) < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) > 1 \\ \varphi(x) > 0 \end{cases} \end{array}\right.$, або

$$\left(f(x)\right)^{\varphi(x)}<1 \Leftrightarrow \left(f(x)\right)^{\varphi(x)}<\left(f(x)\right)^{0} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0<f(x)<1 \\ \varphi(x)>0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x)>1 \\ \varphi(x)<0 \end{cases} \end{array}\right.$$

також розв'язуються шляхом логарифмування з обов'язковим дослідженням області допустимих значень. При цьому знак нерівності зберігається, якщо логарифмуємо за основою $\alpha>1$, і змінюється на протилежний, якщо $0<\alpha<1$ [4].

РОЗДІЛ ІІІ. Впровадження інтерактивних технологій в процес викладання математики

3.1. Технології інтерактиного навчання

Суть інтерактивного навчання у тому, що навчальний процес відбувається за умови постійної, активної взаємодії всіх учнів. Це співнавчання, взаємонавчання (колективне, групове, навчання у співпраці), де і учень у вчитель є рівноправними суб'єктами навчання. Слово «інтерактив» прийшло до нас від слова «interact», де «inter»- взаємний і «act» – діяти. Таким чином, інтерактивний – здатний до взаємодії, діалогу. Інтерактивне навчання – це спеціальна форма організації пізнавальної діяльності, яка має конкретну, передбачувану мету – створити комфортні умови навчання, за яких кожен учень відчуває свою успішність, інтелектуальну спроможність [30].

Основною формою організації навчальної діяльності практично у всіх країнах світу є сьогодні класно-урочна система. Будучи прогресивною протягом чотирьох століть поспіль, сьогодні, в умовах науково-технічного прогресу, вона перестала задовольняти потреби суспільства в освіті і потребує вдосконалення. Причиною цього стало як закономірне і неминуче зростання обсягу загальноосвітніх знань, що підлягають обов'язковому засвоєнню, так і зміна вимог суспільства до освіти. Критика класно-урочної системи найчастіше пов'язана з пасивністю учнів на уроках та відсутністю інтересу до навчання, зниженням якості знань, перевантаженням дітей домашніми завданнями й уроками, з тим, що навчальні заняття шкідливо впливають на здоров'я школярів [28].

Кожна з технологій у різних педагогічних текстах зустрічається під різними назвами, тому для уніфікації в кожному випадку наведено різні назви технологій, які трапляються в літературі.

Зауважимо також, що, враховуючи відсутність у науковій літературі будь-якої класифікації інтерактивних технологій навчання, визначимо їх умовну робочу класифікацію за формами навчання (моделями), у яких реалізуються інтерактивні технології. Виділимо чотири групи залежно від мети уроку та форм організації навчальної діяльності учнів [30]:

- Інтерактивні технології кооперативного навчання.
- Інтерактивні технології колективно-групового навчання.
- Технології ситуативного моделювання.
- Технології опрацювання дискусійних питань.

3.2. Структура інтерактивного уроку

Особливістю інтерактивного навчання є підготовка молодої людини до життя і громадянської активності в громадянському суспільстві і демократичній правовій державі на заняттях з будь-якого предмета шкільної програми. Це вимагає активізації навчальних можливостей учня замість переказування абстрактної, «готової» інформації, відірваної від їхнього життя і суспільного досвіду. Уроки також повинні надати учням основні пізнавальні та громадянські вміння, а також навики і зразки поведінки [39].

Уроки мають захоплювати учнів, пробуджувати у них інтерес та мотивацію, навчати самостійному мисленню та діям. Ефективність і сила впливу на емоції і свідомість учнів у великій мірі залежать від умінь і стилю роботи конкретного вчителя.

Застосування інтерактивних технологій висуває певні вимоги до структури уроків. Як правило, структура таких занять складається з п’яти елементів [30]:

а) мотивація;

б) оголошення, представлення теми та очікуваних навчальних результатів;

в) надання необхідної інформації;

г) інтерактивна вправа — центральна частина заняття;

д) підбиття підсумків, оцінювання результатів уроку.

Розглянемо окремо кожен елемент даної структури.

Мотивація

Мета цього етапу — сфокусувати увагу учнів на проблемі й викликати інтерес до обговорюваної теми. Мотивація є своєрідною психологічною паузою, яка дає можливість учням насамперед усвідомити, що вони зараз почнуть вивчати інший (після попереднього уроку) предмет, що перед ними інший учитель і зовсім інші завдання. Крім того, кожну тему, яку ми засвоюємо з учнями, відповідно до фундаментальних положень теорії психолого-філософського пізнання, можна реально вважати засвоєною, якщо вона(тема) стала основою для розвитку в особистості суб'єкта пізнання власних новоутворень: в його свідомості, в емоційно-ціннісній сфері тощо. Отже, суб'єкт навчання має бути налаштований на ефективний процес пізнання, мати в ньому особистісну, власну зацікавленість. Усвідомлювати, що і навіщо він зараз робитиме. Без виникнення цих внутрішніх підвалин: мотивів учіння і мотивації навчальної діяльності — не може бути ефективного пізнання.

З цією метою можуть бути використані прийоми, що створюють проблемні ситуації, викликають у дітей здивування, подив, інтерес до змісту знань та процесу їх отримання, підкреслюють парадоксальність явищ та подій. Це може бути і коротка розповідь учителя, і бесіда, і демонстрування наочності, й нескладна інтерактивна технологія («мозковий штурм», «мікрофон», «криголам» тощо). Мотивація чітко пов'язана з темою уроку, вона психологічно готує учнів до її сприйняття, налаштовує їх на розв'язання певних проблем. Як правило, матеріал, вербалізований (словесно оформлений) учнями під час мотивації, наприкінці підсумовується і стає «місточком» для представлення теми уроку.

Цей елемент уроку має займати не більше 5% часу заняття [28].

Оголошення, представлення теми та очікуваних навчальних результатів

Мета — забезпечити розуміння учнями їхньої діяльності, тобто того, чого вони повинні досягти на уроці і чого від них чекає вчитель. Часто буває доцільно долучити до визнання очікуваних результатів усіх учнів.

Щоб визначити майбутні результати уроку, учні інколи мають озвучити своє особисте ставлення до суті та структури вибраних способів навчальної діяльності та спланувати свої дії по засвоєнню та застосуванню знань, передбачених темою. Без чіткого і конкретного визначення й усвідомлення учнями навчальних результатів їхньої пізнавальної діяльності, особливо на уроках з використанням інтерактивних технологій, учні можуть сприйняти навчальний процес як ігрову форму діяльності, не пов'язану з навчальним предметом.

Формулювання результатів інтерактивного уроку для сприяння успішності навчання учнів має відповідати таким вимогам:

- висвітлювати результати діяльності на уроці учнів, а не вчителя, і бути сформульованими таким чином: «Після цього уроку учні зможуть…»;
- чітко відображати рівень навчальних досягнень, який очікується після уроку. Тому воно має передбачати:

✓ обсяг і рівень засвоєння знань учнів, що буде забезпечений на уроці;
✓ обсяг і рівень розвитку навичок і вмінь, який буде досягнуто після уроку;
✓ розвиток (формування) емоційно - цільової сфери учня, яка забезпечує формування переконань, характеру,
✓ вплив на поведінку тощо [30].

Останній компонент навчальних результатів, до якого можна прагнути на окремому уроці, це — визначення, усвідомлення або формування емоційно-наповненого ставлення учнів до тих явищ, подій, процесів, що є предметом вивчення на уроці. Отже, результати мають бути сформульовані за допомогою відповідних дієслів, наприклад знання: пояснювати, визначати, характеризувати, порівнювати, відрізняти… тощо; уміння і навички: дискутувати, аргументувати думку, дати власну оцінку, проаналізувати тощо;

ставлення: сформувати та висловлювати власне ставлення до…, пояснювати своє ставлення до…;

- щоб було зрозуміло, як можна виміряти такі результати, коли вони будуть досягнуті, наприклад: якщо після Вашого уроку учні вмітимуть «пояснювати суть явища та наводити приклади подібних явищ» — це легко перевірити і виміряти-в оціночних балах, врахувавши, наприклад, точність і повноту пояснення і кількість прикладів, що наведено;
- бути коротким, ясним і абсолютно зрозумілим і для учнів, і для самого учителя, і для батьків учнів, і для інших вчителів, і для директора школи або завуча, який має перевіряти Ваш урок з огляду на те, чи досяг він очікуваних результатів [30].

Таким чином, формулювання результатів вчителем під час проектування уроку є обов’язковою і важливою процедурою. В інтерактивній моделі навчання це надзвичайно важливо, оскільки, як уже зазначалось, побудування технології навчання неможливе без чіткого визначення дидактичної мети. Правильно сформульовані, а потім досягненні результати — 90% відсотків Вашого успіху.

Однак досягти результатів у інтерактивній моделі можемо, тільки залучивши учнів до діяльності. Отже, вони теж повинні розуміти, для чого вони прийшли на Ваш урок, до чого їм треба прагнути і як будуть перевірятись їхні досягнення. Еталонною є ситуація, коли після Вашого уроку учень не тільки знає, розуміє, чого він досяг, а й чого він хотів би, мав би досягти на наступному уроці з Вашого предмета, чого він взагалі хоче від Вас і Вашого курсу для свого життя.

Для того щоб почати з учнями спільний процес руху до результатів навчання, в цій частині інтерактивного уроку потрібно [28]:

- назвати тему уроку або попросити когось з учнів прочитати її;
- якщо назва теми містить нові слова або проблемні питання звернути на це увагу учнів;

- попросити когось з учнів оголосити очікувані результати за текстом посібника або за Вашим записом на дошці, зробленим заздалегідь, пояснити необхідне, якщо йдеться про нові поняття, способи діяльності тощо;
- наприкінці уроку Ви перевіряєте наскільки учні досягли таких результатів. Цей елемент уроку має займати не більше 5% часу заняття.

Інтерактивна вправа — центральна частина заняття

Її метою є засвоєння навчального матеріалу, досягнення результатів уроку. Інтерактивна частина уроку має займати близько 50-60% часу на уроці. Обов'язковою є така послідовність і регламент проведення інтерактивної вправи [30]:

- Інструктування — вчитель розповідає учасникам про мету вправи, правила, послідовність дій і кількість часу на виконання завдань; запитує, чи все зрозуміло учасникам (2-3 хв).
- Об'єднання в групи і (або) розподіл ролей (1-2 хв). Виконання завдання, при якому вчитель виступає як організатор, помічник, ведучий дискусії, намагаючись надати учасникам максимум можливостей для самостійної роботи і навчання у співпраці один з одним (5-15 хв).
- Презентація результатів виконання вправи (3-15 хв). Рефлексія результатів учнями: усвідомлення отриманих результатів, що досягається шляхом їх спеціального колективного обговорення або за допомогою інших прийомів (5 - 15 хв).

Рефлексія

Рефлексія є природним невід'ємним і найважливішим (компонентом інтерактивного навчання на уроці. Вона дає можливість учням і вчителю:

- усвідомити, чого вони навчились;
- пригадати деталі свого досвіду й отримати реальні життєві уявлення про те, що вони думали і що відчували, коли вперше раз зіткнулись з тією чи

іншою навчальною технологією. Це допомагає їм чіткіше планувати свою подальшу діяльність вже на рівні застосування технологій у подальшій пізнавальній діяльності та у житті;

- оцінити власний рівень розуміння та засвоєння навчального матеріалу і спланувати чіткі реальні кроки його подальшого опрацювання;
- порівняти своє сприйняття з думками, поглядами, почуттями інших й інколи скоригувати певні позиції;
- як постійний елемент навчання привчати людину рефлексувати в реальному житті, усвідомлюючи свої дії та прогнозуючи подальші кроки;
- учителям — побачити реакцію учнів на навчання та вносити необхідні корективи [30].

3.3 Організація, проведення та результати експерименту

Предметом педагогічного експерименту було вивчення ефективності застосування інтерактивних технологій при вивчення показникових рівнянь та нерівностей в курсі алгебри і початків аналізу у 10 класі з академічним вивченням математики.

Педагогічний експеримент проводився в Рівненській гуманітарній гімназії Рівненської міської ради.

Для учнів експериментального класу було проведено ряд уроків з використанням інтерактивних технологій (конспекти проведених уроків подано у Додатку А). Задуми та ідеї, які потрібно було відобразити підчас уроків, попередньо були обговорені з вчителями та методистами.

Мета експерименту:

- Забезпечити свідоме оволодіння системою знань, умінь та навичок;
- Розвинути мислення;
- Виховувати позитивні якості особистості;

- Підвищення мотивації здобуття нових знань;
- Розвинути уміння використовувати набуті знання в практичних ситуаціях.

У ході першого етапу експерименту були поставлені та досягнуті наступні завдання: проаналізовано та узагальнено стан досліджуваної проблеми в теорії та практиці навчання, розроблена методика проведення уроків з теми «Показникові рівняння і нерівності» з використанням інтерактивних технологій. Для досягнення поставлених завдань було проведеноопитування серед учнів (анкету подано в Додатку Б). Результати анкетування показали, що: уроки з використанням інтерактивних технологій проводяться не часто; навчальний матеріал на уроках з використанням інтерактивних технологій сприймається та засвоюється краще; учні виявляють бажання відвідувати такі уроки.

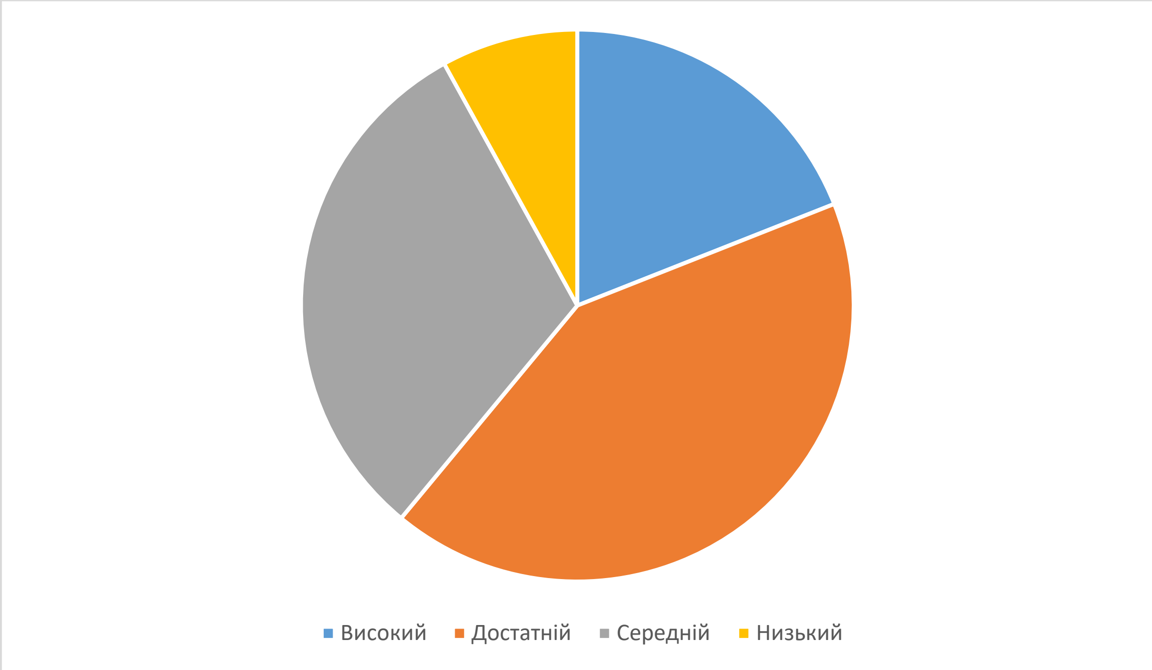
На другому етапі дослідження було здійснено експериментальне впровадження цієї методики під час вивчення курсу алгебри та початків аналізу та перевірка її ефективності. Під час експериментального вивчення показникових рівнянь і нерівностей було проведене контрольне опитування серед учнів (анкету для опитування подано в Додатку Б).

Результати контрольної роботи подані в таблиці 1:

Класи	Рівень засвоєння знань			
	Високий	Достатній	Середній	Низький
Експетиментальний 11 клас	19%	42%	31%	8%

Таблиця 1. Результати контрольної роботи

Побудуємо кругову діаграму для кращої наочності:



Порівнявши результати опитування учнів до та після проведення уроків можна зробити висновки, що відношення учнів до вивчення показникових рівнянь і нерівностей змінилося: учням більш зрозумілий новий навчальний матеріал, покращили свій рівень знань.

Під час проведення уроків учні проявляли інтерес до матеріалу та навички в розв'язуванні показникових рівнянь і нерівностей, опрацьовували додаткову літературу та зверталися з додатковими питаннями. Деякі учні навчилися самостійно досягати успіхів у навчанні при наполегливій роботі над собою та творчому підході до матеріалу.

Наведені тані в таблиці 1 переконливо доводять ефективність використання інтерактивних технологій при проведені уроків з курсу алгебри та початків аналізу, а саме показникових рівнянь та нерівностей. Це забезпечило не лише покращення засвоєння знань на високому і достатньому рівнях, але й сприяло формуванню навичок розв'язання більш складних завдань, творчої діяльності учнів та вмінь працювати з додатковою літературою.

Рівень зацікавлення математикою учнів, які приймали учнів в експерименті при проведенні уроків значно підвищився. Учням легше сприймати новий матеріал з використанням інтерактивних технологій. Також вони надають перевагу такій методиці проведення уроків. Цей висновок зроблений на основі опитування.

На основі результатів експерименту з впевненістю можна сказати, що уроки пройшли на високому рівні, учні одержали глибокі знання, більш відповідально виконували завдання та опрацьовували матеріал по даній темі.

Здійснена експериментальна перевірка запропонованого змісту і методики проведення уроків, спостереження за діяльністю учнів, бесіди з вчителями дозволили зробити висновок про правильність обрання форм і методів, використаних під час проведення уроків.

Висновки

Актуальність теми дипломної роботи полягає в тому, що тема «Показникова функція» займає значне місце в шкільній програмі з математики в 11-му класі, її вивченню приділяється багато часу. У процесі вивчення цього розділу учні систематизують, узагальнюють і поглиблюють знання про степені і корені та їх властивості, засвоюють поняття показникової функції, її властивості та графіка, демонструють навички та вміння виконувати тотожні перетворення виразів показникової функції, розв'язувати показникові рівняння й нерівності та їх систем.

Крім того показникові функції трапляються в найрізноманітніших галузях науки — фізиці, хімії, біології, економіці, інформатиці, медицині, лісництві, картографії, будівництві тощо.

В даній роботі було досліджено методичні рекомендації та особливості при вивченні показникових рівнянь та нерівностей, їх значущість в програмі з алгебри і початків аналізу для 11 класу.

Дослідження програми дало змогу окреслити навчальну мету, конкретизувати вимоги до уявлень, знань, умінь та навичок учнів, а саме: вивчивши тему учні повинні знати означення показникової функції; вміти доводити її властивості, будувати і аналізувати графіки функції, розв'язувати вправи (рівняння та нерівності, їх системи) на використання основних властивостей функцій з достатнім обгрунтуванням в ході розв'язування.

Аналіз діючих підручників дав змогу стверджувати, що виклад матеріалу, що стосується досліджуваної теми, не містить чіткої класифікації та методів розв'язування показникових рівнянь і нерівностей.

Дослідивши методико-математичні джерела з алгебри та початків аналізу, виділено такі методи розв'язування показникових рівнянь і нерівностей: розв'язування показникових рівняннь на основні властивостей степенів; метод заміни змінних; метод розкладання рівняння на множники; штучні (спеціальні) методи. Дане дослідження дало змогу з'ясувати типові складності та помилки, які виникають при розв'язуванні цих рівнянь та нерівностей.

Задля підвищення якості навчання нами було запропонована методика впровадження інтерактивних технологій в процес вивчення показникових рівнянь та нерівностей. Адже, саме вони ефективніше ніж інші педагогічні технології, сприяють інтелектуальному, соціальному і духовному розвитку школяра, готовності жити й працювати в гуманному, демократичному суспільстві.

Для досягнення поставленої мети було з'ясовано суть інтерактивних технологій навчання та виділино чотири групи залежно від мети уроку та форм організації навчальної діяльності учнів: інтерактивні технології кооперативного навчання; інтерактивні технології колективно-групового навчання; технології ситуативного моделювання; технології опрацювання дискусійних питань.

Крім того, зясовано, що застосування інтерактивних технологій висуває певні вимоги до структури уроків. Як правило, структура таких занять складається з п'яти елементів: мотивація; оголошення, представлення теми та очікуваних навчальних результатів; надання необхідної інформації; інтерактивна вправа — центральна частина заняття; підбиття підсумків, оцінювання результатів уроку.

Врахувавши передовий педагогічний досвід впровадження інтерактивних технологій в освітній процес, було розроблено комплекс конспектів уроків для вивчення показникових рівнянь і нерівностей з використанням зазначених технологій, що забезпечило не лише покращення засвоєння знань на високому і достатньому рівнях, але й сприяло формуванню навичок розв'язання більш складних завдань, творчої діяльності учнів та вмінь працювати з додатковою літературою.

Здійснена експериментальна перевірка запропонованого змісту і методики проведення уроків, спостереження за діяльністю учнів, бесіди з вчителями дозволили зробити висновок про правильність обрання форм і методів, використаних під час проведення уроків.

Результати дослідження, розроблені матеріали можуть бути використані вчителями шкіл при організації навчання алгебри і початків аналізу у 11 класі на уроках та факультативних заняттях для активізація їх пізнавальної діяльності, підвищення якості засвоєння сприйнятого матеріалу, створення творчої атмосфери в колективі учнів.

Подальшого розвитку має набути тематика та методика вивчення показникових рівнянь і нерівностей з урахуванням сучасних вимог освіти та появи нових класів у старшій школі з інтегрованими курсами навчання.

Список використаних джерел

1. Алгебра. Розв´язування задач та вправ / О. А. Гайштут та ін.. – К. : Магістр–8, 1997. – 256 с.
2. Алексеев В. М. Элементарная математика: решение задач : учеб. пособ. для слушателей подготов. отделен. вузов. / В. М. Алексеев. – 2-е изд., перераб. и доп. — К. : Вища школа, 1989. — 383 с.
3. Бевз Г. П. Методика викладання математики / Г. П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.
4. Бородуля И. Т. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства : пособие для учителей / Бородуля И. Т. — М. : Просвещение, 1967. — 112 с.
5. Вирченко Н. А. Графики функций. Справочник. / Н. А. Вирченко, И. И. Ляшко, К. И. Швецов. — 2-е изд., стереот. — К. : Наукова думка, 1981. — 320 с.
6. Вирченко Н. А. Графики функций. Справочник. / Н. А. Вирченко, И. И. Ляшко, К. И. Швецов. - К. : Наукова думка, 1981. - 2-е изд. - 320 с.
7. Вишенський В. А. Збірник задач з математики : навч. посібник / В. А. Вишенський, М. О. Перестюк, А. М. Самойленко. — 2-е вид, доп. — К. : Либідь, 1993. — 344 с.
8. Голубев В. И. Эффективные пути решения неравенств / В. И. Голубев, В. А. Тарасов. — Львов : Квантор, 1992. — 96 с. — (Серия «Квантор» № 10).
9. Горделадзе Ш. Г. Збірник конкурсних задач з математики : навч. посібник для слухачів підготовчих відділень вузів / Ш. Г. Горделадзе, М. М. Кухарчук, Ф. П. Яремчук. — 3-тє вид., перероб. і доп. — К. : Вища школа, 1988. — 328 с.
10. Довідник з елементарної математики [Текст] / під ред. П. Ф. Фільчаков. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К. : Наукова думка, 1976. – 656 с.

11. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. / Вавилов В. В. и др. – М.: Наука, 1987. – 240 с.

12. Залогін М. С. Конкурсні задачі з математики / М. С. Залогін. — Видання 6-е, пероблене і доповнене. — К. : Вища школа, 1969. — 504 с.

13. Збірник задач з математики для вступників до вузу / В. К. Єгерев, В. В. Зайцев, Б. А. Кордемський та ін.; За ред. М.Л. Сканаві / Пер. з рос.: Є. В. Бондарчук, Ю. Ю. Кострица, Л. П. Оніщенко. – К.: Вища школа, 1992. – 145 с.

14. Ігначков В. С. Математика для вступників у вузи : навч. посібник для абітурієнтів і слухачів підгот. від. вузів / В. С. Ігначков, А. В. Ігначкова. — Х. : Основа, 1992. — 173 с. - – (Серія „Бібліотека вчителя математики”).

15. Каплан Я. Л. Рівняння / Каплан Я. Л. — К. : Рад. школа, 1968. — 408 с.

16. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В. С. Крамор. – М.: Просвещение, 1990. – 416 с.

17. Кушнир И. Неравенства / И. Кушнир. – К. : Астарта, 1996. – 541 с.

18. Кушнир И. Уравнения. Задачи и решения / И. Кушнир. – К. : Астарта, 1996. – 604 с.

19. Кушнир И. Функции. Задачи и решения / И. Кушнир. – К. : Астарта, 1996. – 540 с.

20. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики / Под ред. Е. И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.

21. Литвиненко І. М. Збірник задач для екзамену на атестат про середню школу / І. М. Литвиненко, Л. Я. Федченко, В. О. Швець. – Харків: ББН, 1999. – 169 с.

22. Ляпин С. Е. Сборник задач по элементарной алгебре : для физ.-мат. фак. пед. ин-в./ Ляпин С. Е. — 2-е изд. перераб., доп. — М. : Просвещение, 1973. — 351 с.

23. Мазур К. Г. Тестові задачі з математики. Алгебра і початки аналізу: Навч. посіб. / К. Г. Мазур, О. К. Мазур, В. В. Ясінський. – К.: Фенікс, 2001. – 600 с.

24. Математика: завдання та тести. Посібник-довідник для вступників до вищих навчальних закладів / В. А. Вишенський, В. О. Золотарьов, Б. С. Елькін [та ін.] — К. : Генеза, 1993. — 288 с.

25. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів. Рівень стандарту. Академічний рівень. Профільний рівень. Рівень поглибленого вивчення – К.: МОН України, 2014.

26. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: підр. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів : академ. рівень / Є.П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с. : іл.

27. Новосѐлов С. И. Специальный курс элементарной алгебры : учебник для пед. вузов / Новосѐлов С. И. — М. : Высш. шк., 1965. — 551 с.

28. Освітні технології: навч.-метод. посібн. / О. М. Пєхота, А. З. Кіктенко, О. М. Любарська та ін.; За заг. ред. О. М. Пєхоти. – К.: А.С.К., 2001. – 256 с.

29. Перехейда. О. М. Доведення нерівностей / О. М. Перехейда., Р. П. Ушаков. – Х.: Основа, 2003. - вип. 7 – 96 с. – (Серія „Бібліотека журналу „Математика в школах України”)

30. Пометун О. Енциклопедія інтерактивного навчання / О. Пометун, Л. Пироженко. – К: СПД Кулінічев Б. М., 2007. – 142 с.

31. Практикум з розв’язування задач з математики / За ред. В. І. Михайловського. – К.: Вища школа, 1989. – 422 с.

32. Сборник задач по математике для поступающих во втузы / В. К. Егерев, В. В. Зайцев, Б. А. Кордемский. — Мн. : Выш. шк., 1990. — 528 с.

33. Сборник задач по элементарной геометрии : пособие для студ. пед. ин-в / Л. С. Атанасян — 2-е изд., перераб. — М. : Просвещение, 1964. – 96 с.

34. Слєпкань З. І. Методика навчання математики / З. І. Слєпкань. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.

35. Столин А. В. Комплексные упражнения по математике с решениями. 7-11 классы / Столин А. В. — Х. : Рубикон, 1995. — 240 с.

36. Тестові завдання для вступників. Математика. — Вид. 4-те, доповн. і перер. / Укл. С. Б. Гембарська, К. М. Жигалло, І. Р. Ковальчук, П. Й. Миронюк та ін. — Луцьк : РВВ «Вежа» Волин. держ.ун-ту ім. Лесі Українки, 2003. — 234 с.
37. Типові тестові завдання. Збірник : навч. посіб / А. Р. Гальперіна, О. Я. Михеєва. — Х. : Факт, 2008. — 128 с.
38. Толок В. О. Математика для вступників до вузів // Навчальний посібник / В. О. Толок. – Запоріжжя : Просвіта, 2000. – 656 с.
39. Химинець В. Інноваційна освітня діяльність / В. Химинець. – Ужгород: ЗІППО, 2010. – 360 с.
40. Ципкін О. Г. Довідник з методів розв'язування задач з математики для середньої школи / О. Г.Ципкін, О. І. Пінський. – 2-е вид. перероб. і доп. – М.:Наука, 2004. – 576 с.
41. Шарова Л. И. Уравнения и неравенств // Пособие для подготовительних отделений / Л. И. Шарова. – К. : Вища школа, 1981. – 280 с.
42. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике: решение задач : учебн. пособие для 10 кл. средн. шк. / Шарыгин И. Ф. — М. : Просвещение, 1989. — 252 с.
43. Швець В. О. Навчальні цілі і методика їх формування // Методика викладання математики і фізики: Респ. наук.-метод. збірник. Вип. 8. – К.: Рад. школа, 1992. – С. 10 – 14.
44. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу : підручник для 10-11 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М.І. Шкіль, З.І. Слєпкань, О.С. Дубинчук. — 2-ге вид. — К. : Зодіак-Еко, 2000. — 608 с.
45. Яремчук Ф. П. Алгебра и элементарные функции : справочник. / Ф. П. Яремчук, П. А. Рудченко. — М. : 1987. — 648 с.

ДОДАТОК А

Урок 3, 4

Тема: Найпростіші показникові рівняння. Зведення деяких показникових рівнянь до найпростіших.

Мета: ввести означення показникового рівняння; формувати вміння: розв’язувати найпростіші показникові рівнянн розв’язувати показникові рівняння способом зведення до спільної основи, способом винесення спільного множника за дужки; розширювати світогляд учнів; виховувати бажання працювати в групі, культуру спілкування; розвивати самооцінку; прививати інтерес до професії учителя.

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: таблиця властивостей степеня, набір карток для технології «Ажурна пилка», самостійної роботи в групі.

Хід уроку

1. **Організаційний момент**
2. Налаштування на урок, підписування листів самооцінки,повідомлення теми і мети уроку.
3. **Перевірка домашньої роботи**

Вправа 6

2) $\left(\frac{2}{7}\right)^{1,3} > \left(\frac{2}{7}\right)^{1,8}$

4) $\left(\sqrt{2}\right)^{-3} > \left(\sqrt{2}\right)^{-5}$

6) $2^{\sqrt{2}} < 2^{\sqrt{3}}$

Вправа 7

3) m > n

4) m > n

6) m > n

Вправа 8

2) a >1

4) a >1

6) a >1

Вправа 9

2) $0{,}99^{100}<1$

4) $\left(\frac{30}{31}\right)^{\frac{-1}{5}} > 1$

6) $100^{-0{,}01} <1$

Кожне завдання, яке виконано правильно оцінюється 1 балом.

3. Актуалізація знань

Фронтальна бесіда по теорії

1. Яку функцію називають показниковою?
2. Яка область визначення показникової функції?
3. Яка область значень показникової функції?
4. Коли показникові функція буде спадна, зростаюча ?

4. Самостійна робота по домашньому матеріалу(15 хв.)

Варіант 1	**Варіант 2**

Початковий рівень (2 бали)

1) Які з поданих функцій $y = 5^x$, $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$, $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$ є

зростаючими?	спадними?

Середній рівень (3 бали)

2) Порівняйте числа:

Варіант 1	Варіант 2
а) $\sqrt{0{,}115^3}$ і $\sqrt{0{,}115^4}$	а) $\sqrt{2{,}61^5}$ і $\sqrt{2{,}61^3}$
б) $0{,}7^{-\frac{1}{2}}$ і $0{,}7^{-\frac{3}{2}}$	б) $0{,}5^{-\frac{3}{2}}$ і $0{,}5^{-\frac{5}{2}}$

Достатній рівень (3 бали)

3) Знайдіть множину значень функції:

Варіант 1	Варіант 2
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$

Високий рівень (4 бали)

4) Побудуйте графік функції:

Варіант 1	Варіант 2
$y = 2^{-\lvert x\rvert} - 2$	$y = \lvert 2^{-x} – 2\rvert$.

5. Мотивація навчальної діяльності

Навіщо вивчати показникові рівняння? Можна навести багато прикладів задач з фізики, біології, економіки, які зводяться до показникових рівнянь. Одну з таких задач , яка має безпосереднє відношення до нас, я хочу вам запропонувати. 26 квітня виповнюється років аварії на Чорнобильській атомній електростанції, внаслідок якої територія України була забруднена радіоактивною речовиною. З фізики відомо, що відношення початкової N_0 до кінцевої N кількості радіоактивної речовини обчислюється за формулою

$$\frac{N_0}{N} = 2^{\frac{x}{T}}$$

де x – час після аварії, T – період напіврозпаду радіоактивної речовини.

Одним з найнебезпечніших є атоми радону. Для нього Т ~ 4 доби.

Задача. Через який час після аварії кількість радіоактивних атомів радону зменшиться у 1024 рази, тобто $\mathbf{2^{\frac{x}{4}} = 1024}$?

Задача зводиться до показникового рівняння, які ми повинні навчитись розв'язувати на цьому уроці.

6. Вивчення нового матеріалу

І. Означення показникового рівняння:

Показниковим називається рівняння, у якого невідоме міститься в показнику степеня при постійній основі.

Приклади: $2^x + 3 = 0$, $3^{x+1} - 3^x - 1 = 0$.

Найпростіше показникове рівняння має вид: $a^x = в$, де a>0, $a \neq 1$

Якщо $в$>0, то рівняння має один корінь;

Якщо $в$≤0, то рівняння коренів не має.

Перед учням ставиться проблема: як розв'язати найпростіші показникові рівняння, яка реалізується за допомогою інтерактивної технології « ажурна пилка».

1етап: кожен учень отримує індивідуальне завдання з таблиці 1 і розв'язує протягом 1 – 2 хв.

2 етап: розв'язування в групах , об'єднаних по номерам карток, подібних завдань, тобто відбувається контроль завдань , які учні виконували індивідуально.

3 етап: учні об'єднуються в групи по кольору карток і розробляють алгоритм розв'язання найпростіших показникових рівнянь.

4 етап : таблиця заповнюється відповідями і зачитується алгоритм.

Таблиця 1.

№ групи	Червоний колір	Зелений колір	Блакитний колір	Жовтий колір
1	$2^x = 16$	$3^x = 81$	$10^x = 10000$	$4^x = 256$
2	$3^{x-1} =9$	$5^{x-2} =25$	$3^x = 1/27$	$12^x = 1$
3	$(1/7)^x = 7$	$(2/3)^x = 1,5$	$2^{-x} = 16$	$4^x = 2$
4	$27^x = 3$	$(1/2)^x = 8$	$2^x \cdot 3^x = 6$	$5^x \cdot 4^x = 400$

Висновок.

Повертаючись до задачі про радон, обчислюємо Т=40 діб.

2 урок

Сприймання й усвідомлення нового матеріалу

II. Зведення деяких показникових рівнянь до найпростіших.

Актуалізація знань (5хв.):

Заповнити таблицю 2.

Спростити вираз		Властивості степеня
$5^x \cdot 5^2$	? (5^{x+2})	? $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2^1	? (2)	? $a^1 = a$
$2^x/2$	? (2^{x-1})	? $a^n/a^m = a^{n-m}$
$(2^x)^2$	? ($2^{2x} = 4^x$)	? $(a^n)^m = a^{nm}$
$2^x/3^x$	? ($(2/3)^x$)	? $a^m/b^m = (a/b)^m$
$2^x \cdot 5^x$	? (10^x)	? $a^n b^n = (ab)^n$
3^0	? (1)	? $a^0 = 1$
2^{-1}	? (1/2)	? $a^{-n} = 1/a$

Способи зведення до спільної основи і винесення спільного множника за дужки двоє учнів розбирали вдома самостійно. Вони і пояснюють всім іншим учням в чому полягає суть цих методів.

1. Спосіб зведення до рівняння до спільної основи

а) $2^{x-3} \cdot 4^x = \frac{\sqrt{2}}{16^x}$ $\quad x = \frac{1}{2}$

б) $\frac{(0,2)^{x-0,5}}{\sqrt{5}} = 5(0,04)^{x-2}$ $\quad x=5$

2. Спосіб винесення спільного множника за дужки

а) $5^x - 2 \cdot 5^{x-2} = 23$ $\quad x=2$

б) $3^{2x+2} + 5 \cdot 3^{2x-2} = 86$ $\quad x=1.$

7. Осмислення і закріплення вивченого

Робота в групі

1 і 3 групи виконують завдання з підручника Є.П. Нелін стор. 344 №3(1), №4(1)

2 і 4 групи виконують № 3(3), №4(3).

Результати роботи груп оформлюються на дошці.

Навчальна самостійна робота

№3(5), №4(5).

8. Підсумки уроку, рефлексія Заповнення листів самооцінки

9. Домашнє завдання: вивчити п.30.1, розв'язати №1(парні), №2(2), №3(2,4), №4(2, 4, 6).

Урок 5, 6

Тема: Розв'язування більш складних показникових рівнянь та систем рівнянь, що містять показникові функції.

Мета: формування в учнів умінь розв'язувати показникові рівняння і системи показникових рівнянь; формувати наполегливість у навчанні, вміння долати труднощі; розвивати логічне мислення; виховувати культуру математичного мовлення.

Тип уроку: комбінований

Обладнання: таблиця «Показникова функція», « Властивості степеня», підручник, дидактичні й роздаткові матеріали.

Хід уроку

1. **Організаційний момент**
2. **Актуалізація опорних знань**:

Перевірка домашнього завдання

а) Два учні відтворюють на відкидній дошці розв'язання домашніх завдань: перший – вправи 2(2), 3(2, 4); другий – вправу 4(2, 4, 6).

б) Клас у цей час розв'язує самостійно такі рівняння:

1) $5^{x^2-6x-35\frac{1}{3}} = 625\sqrt[3]{25}$ 2) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$

Відповідь: 10; -4. Відповідь: 2

Під час розв'язування рівнянь учитель переглядає наявність домашнього завдання, надає допомогу учням, які ще мають певні труднощі у розв'язанні показникових рівнянь.

3. Сприймання та усвідомлення нового матеріалу

Робота з підручником стор. 344 таблиця 51 « Схема пошуку плану розв'язування показникових рівнянь »

3.1. Інтерактивна вправа « Діалог »

Клас об'єднується в 3 групи.

Завдання групам: розглянути № 1 – 4 (1, 2, 3), знайти:

1 група – показникові рівняння, які розв'язуються способом ділення обох частин на степінь, одне рівняння розв'язати;

2 група – однорідні показникові рівняння другого степеня, одне рівняння розв'язати;

3 група – показникові рівняння, які зводяться до алгебраїчних, одне рівняння розв'язати .

Керівник групи заносить результати в таблицю 1.

Після заповнення таблиці 1 аналізуються результати.

Таблиця 1

№ п/п	Рівняння	Спосіб розв'язання	Розв'язання	№ завдан-ня
1 2	$7^x = 9^x$ $2^{x+3} - 3^x = 3^{x+1} - 2^x$	Ділення обох частин на степінь	2) $2^x \cdot 8 - 3^x = 3^x \cdot 3 - 2^x$ $2^x \cdot 8 + 2^x = 3^x \cdot 3 + 3^x$ $2^x(8+1) = 3^x(3+1)$ $2^x \cdot 9 = 3^x \cdot 4 \mid :(9 \cdot 3^x)$ $(⅔)^x = 4/9$ $(⅔)^x = (⅔)^2$ $x = 2$	№3(1) №3(3)
3 4	$4^x = 3 \cdot 49^x - 2 \cdot 14^x$ $2^{2x} + 2^x \cdot 5^x - 2 \cdot 5^{2x} = 0$	Однорідне рівняння другого степеня	4)$(2/5)^{2x} + (2/5)^x - 2 = 0$ $(2/5)^x = y$, $y > 0$ $y^2 + y - 2 = 0$ $y = -2$ або $y = 1$ $(2/5)^x = 1$ $x = 0$	№4(3) №4(1)

5 6	$5^{2x} + 4\cdot5^{x} – 5 = 0$ $3^{2x} - 2\cdot3^{x} = 3$ $49^{x} - 6\cdot7^{x} – 7 = 0$	Заміна змінної	6) нехай $3^{x} = y$ $y^2 – 2y – 3 = 0$ $y = 3$ або $y = -1$ $3^{x}=3$ або $3^{x}= -1$ $x = 1$; коренів немає	№1(1) №1(2) №2(1)

3.2 Розв’язування вправ:

Розв’язування показникових рівнянь способом винесення спільного множника за дужки - №5(1) - колективно, №5(2) – самостійно.

Розв’язування систем показникових рівнянь №8(1, 3) – з коментуванням з місця, колективно №8(5, 6)

4. Підсумок уроку:

- З якими методами розв’язання рівнянь ви познайомились?
- Як розв’язувати системи показникових рівнянь?

5. Домашнє завдання: п. 30.2, розв’язати №№1(4), 2(4,6), 8(2,4)

Урок 7,8

Тема: Розв’язування показникових нерівностей

Мета: формування вмінь учнів розв’язувати показникові нерівності розвивати навички самостійної роботи, самоконтролю; виховувати увагу старанність, культуру спілкування та математичного мовлення.

Тип уроку: комбінований урок.

Обладнання: підручник, дидактичні матеріали

Хід уроку

1. Організаційний момент

Налаштування на урок, підписування листів самооцінки, повідомлення теми і мети уроку.

2. Перевірка домашнього завдання

$\frac{8}{5^x - 3}$ - $\frac{6}{5^x + 1}$ =3, нехай 5^x=у, у ≥ 0, тоді $\frac{8}{y-3} - \frac{6}{y+1} = 3$,

маємо 8у+8-6у+18=3у^2-6у-9 і у $\neq 3$, у $\neq -1$

3у^2-8у-35=0

у = - 5 або у= -2$\frac{1}{3}$

5^x=5

х=1

Відповідь: 1.

№2(4)

$3^x+3^{2-x}=10$

$3^x + \frac{9}{3^x} = 10$

3^x=у, тоді у + $\frac{9}{y} = 10$, у $\neq 0$

у^2 – 10у + 9 = 0

y_1=9, y_2=1

3^x=9 або 3^x=1

x=2 або x=0

Відповідь: 0; 2.

№2(6)

$\frac{3^{x}+3^{-x}}{3^{x}-3^{-x}}=2$, нехай 3^x=y, $\frac{y+\frac{1}{y}}{y-\frac{1}{y}}=2$, $\frac{y^2+1}{y^2-1}=2 \Rightarrow y^2+1=2y^2-2$ при $y\neq 0$, $y\neq \pm 1$

$y^2=3$, $y=\pm\sqrt{3}$, отже $x=\frac{1}{2}$.

Відповідь: $\frac{1}{2}$.

№ 8(2,4)

2. $\begin{cases} 3^{2y-x}=\frac{1}{81}, \\ 3^{x-y+2}=27; \end{cases}$ $\begin{cases} 3^{2y-x}=3^{-4} \\ 3^{x-y+2}=3^{3} \end{cases}$ $\begin{cases} 2y-x=-4, \\ x-y+2=3; \end{cases}$ $\begin{cases} 2y-(1+y)=-4, \\ x=1+y; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2, \\ y=-3. \end{cases}$

Відповідь: (-2;-3).

4. $\begin{cases} x-y=2, \\ 3^{x}-3^{y}=24; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x-2, \\ 3^{x}-3^{x-2}=24; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x-2, \\ 3^{x-2}(3^2-1)=24; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x-2, \\ 3^{x-y}=3; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x-2, \\ x-2=1; \end{cases}$

$\begin{cases} y=x-2, \\ x=3; \end{cases}$ $\begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$

Відповідь: (3;1).

3. Актуалізація опорних знань

Самостійна робота

Варіант 1

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $8^{-1}\cdot\sqrt{16^{x}}=2^{0,5x}$.

б) $5^{x+1}+5^{x-2}=630$

в) $4^{x}+2^{x+3}=20$

2. Розв'яжіть систему рівнянь:

$\begin{cases} 3^{2y-x}=\frac{1}{81}, \\ 3^{x-y+2}=27. \end{cases}$

Варіант 2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $16^{-1}\cdot\sqrt{64^{x}}=2^{x}$.

б) $4^{x+1}+4^{x-2}=260$

в) $3^{2x}-4\cdot 3^{x}=45$

2. Розв'яжіть систему рівнянь:

$\begin{cases} \left(\frac{1}{5}\right)^{4x-y}=25, \\ 7^{9x-y}=\sqrt{7}. \end{cases}$

Відповіді:

В.1 1.а) 2; б) 3; в) 1.

2. (-2;-3)

В.2 1. а) 2; б) 3; в) 2.

2. ($\frac{1}{2}$; 4).

4. Сприймання та усвідомлення знань

Розв'язування показникових нерівностей часто зводиться до розв'язування нерівностей виду $a^x > a^b$ ($a^x \geq a^b$) або $a^x < a^b$ ($a^x \leq a^b$). Ці нерівності розв'язують використовуючи монотонність показникової функції.

Інтерактивна вправа «Робота в парах»

Завдання парам: розглянути таблицю 52 підручника (п.1, п.2) учень з 1 варіанту розглядає випадок коли $a>1$, учень з 2 варіанту – коли $0<a<1$. Обмінюються інформацією і розв'язують нерівності з №1(1-8) стор. 356 підручника. Учень з 1варіанту обирає нерівності для яких $0<a<1$, а учень з 2 варіанту – для яких $a>1$. Після розв'язання роблять взаємоперевірку. Два учня працюють на відкидних дошках для подальшого самоконтролю.

5. Формування умінь розв'язувати показникові нерівності

Колективне розв'язування вправ:

а) $(0{,}6)^{x^2-7x+6} \geq 1$

б) $(0{,}3)^{\frac{X^2-7X+6}{x-3}} \leq 1$

в) $\left(\frac{2}{3}\right)^X + \left(\frac{2}{3}\right)^{X-1} \geq \frac{5}{2}$

г) $3^{2x+1} + 8 \cdot 3^x - 3 \geq 0$

д) $4^x - 2^{x+1} - 8 > 0$.

6. Підсумок уроку

Інтерактивна вправа «Незакінчене речення»

Продовжити речення: «На цьому уроці я….»

7. Домашнє завдання: вивчити п.30.3, розв'язати № 1(нерозв'язані), №2(2,4,6) . Інструктаж.

Урок №9, 10

Тема: Розв'язування більш складних показникових нерівностей.

Мета: формувати вміння учнів розв'язувати показникові нерівності; узагальнити і систематизувати знання і вміння учнів з теми; сприяти всебічному розвитку пізнавальної активності учнів; розвивати уміння логічно викладати свої думки; виховувати в учнів культуру математичної мови.

Тип уроку: комбінований урок

Обладнання: дидактичні матеріали для роботи груп за вправою «ажурна пилка»

Хід уроку

1. Організаційний момент

Налаштування на урок, підписування листів самооцінки, повідомлення теми і мети уроку.

2. Перевірка домашнього завдання

Учні консультанти перевіряють наявність домашнього завдання.

3. Актуалізація знань і умінь

Інтерактивна вправа « Мікрофон »

Усне розв'язування показникових нерівностей по черзі з таблиці 1.

Таблиця 1

	1	2	3	4	5
1	$2^x > 8$	$2^x > \frac{1}{4}$	$(\frac{1}{2})^x < 2$	$2^x < \frac{1}{4}$	$2^x > -2$
2	$2^x < -2$	$3^x < 27$	$3^x > \frac{1}{9}$	$5^x < \frac{1}{5}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{16}$
3	$3^x < \sqrt[3]{3}$	$3^x > \frac{1}{\sqrt{3}}$	$3^x \geq \sqrt{3}$	$0{,}2^x \leq 2{,}5$	$7^x > 1$
4	$10^{3x} < 0{,}1$	$2^x \leq 0{,}25$	$5^x \geq 0{,}2$	$2^{\lvert x \rvert} > \frac{1}{2}$	$5^{x^2} \leq 1$

Учитель аналізує правильність розв’язання нерівностей

4. Формування умінь розв’язувати більш складні показникові нерівності

Колективне розв’язування вправ:

а) $2^{2x+1} - 5\cdot 6^{x} + 3^{2x+1} \geq 0$ відповідь: $(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$

б) $5\cdot 3^{2x} + 15\cdot 5^{2x-1} < 8\cdot 15^{x}$ відповідь: $[0;1]$

в) $(2^{x}- 2)\sqrt{X^2 - X - 6} \geq 0$ відповідь: $\{-2\}\cup[3;+\infty)$

г) $\begin{cases} 3^{y+1} - 2^{X} = 5, \\ 4^{X} - 6\cdot 3^{y} + 2 = 0; \end{cases}$ відповідь: (2;1)

д) $\begin{cases} 2^{X} - 9\cdot 3^{y} = 7 \\ 2^{X}\cdot 3^{y} = \dfrac{8}{9}; \end{cases}$ відповідь: (3;-2)

5. Узагальнення і систематизація знань з теми « Показникова функція»

Інтерактивна вправа «Ажурна пилка»

Учні класу об’єднується в 4 групи: зелені, жовті, червоні, сині. Кожна група одержує завдання. Під керівництвом консультанта - найбільш підготовленого учня, члени групи обговорюють запропоновані теоретичні запитання, розв’язують запропоновані завдання. Ці групи називають домашніми.

Після того як робота в домашніх групах буде закінчена, утворюється 4 нових групи, до складу яких входять по одному представнику з кожної домашньої групи. Кожен учасник домашньої групи навчає решту учасників нової групи тим завданням і запитанням теорії, які розглядались раніше в домашніх. Відбувається обмін думками.

Завдання групи «жовтих»

1. Яка функція називається показниковою?
2. Область визначення і область значень показникової функції.
3. Проміжки монотонності показникової функції.

4. Використовуючи властивості показникової функції, порівняйте числа: $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{5,1}$ і $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{5,02}$

5. Напишіть у вигляді степеня з основою 5:

   $\sqrt{25^X} \cdot \sqrt[X]{5^{X-3}}$.

6. Розв'яжіть рівняння графічно:

   $2^{|x|} = \cos x$

Завдання групи «зелених»

1. У яких випадках показникові рівняння $a^x = в$ (де $a>0$ і $a\neq 1$) має корені? А в яких не має?
2. Яки способи розв'язання показникових рівнянь ви знаєте?
3. Алгоритм розв'язання однорідного показникового рівняння.
4. Розв'яжіть рівняння:

   а) $2^{x-2} - 3^{x-2} = 0$

   б) $4^{x+1} + 4^x = 5$

   в) $9^x - 7 \cdot 3^x = 18$

   Якими способами ви їх розв'язували?

Завдання групи «червоних»

1. Які методи розв'язання систем рівнянь, що містять показникові функції, ви знаєте?
2. Розв'яжіть системи рівнянь:

а) $\begin{cases} 4^{3X-y} = 2, \\ 4^{y-2X} = \frac{1}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3^X - 2^{2y} = 77, \\ 3^{0,5X} - 2^y = 7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2^{X+2} - 3^{y+1} = 5, \\ 2^X + 3^y = 17; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + y = 6, \\ x^{y^2-5y+6} = 1, \end{cases}$ при x>0.

Завдання групи «синіх»

1. У яких випадках показникові нерівності $a^x > b$, $a^x < b$ (де $a>0$ і $a\neq 1$) мають розв'язки? А у яких не мають?

2. Якій нерівності рівносильна показникова нерівність $a^{f(x)>}a^{g(x)}$ при a>1? При 0<a<1? Наведіть приклади.
3. Розв’яжіть нерівності:

   а) $3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} \leq 315$

   б) $4^{x} - 6 \cdot 2^{x-1} \geq 4$

   в) $(x^{2} - 8x + 15)^{x-6} < 1$.

Учитель, організовуючи контроль за роботою груп, заслуховує звіти консультантів про способи розв’язання запропонованих вправ, задає питання окремим членам груп.

6. Підсумок уроку

Учитель відповідає на питання учнів. Аналізує роботу кожної групи.

7. Домашнє завдання

Підготуватися до контрольної роботи, повторити § 30, розв’язати № 3(4;6), 4(4), 6(1;3).

Урок 11

Тема. Тематичне оцінювання знань. Контрольна робота.

Мета: перевірити знання, вміння і навички учнів з теми «Показникова функція».

Хід уроку

1. **Оголошення теми і мети уроку**
2. **Тематична контрольна робота з теми « Показникова функція »**

Варіант 1 **Варіант 2**

1. Використовуючи властивості показникової функції, порівняйте числа:

$(0,7)^{\cos 0}$ і $(0,7)^{\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}}$ $(1,8)^{\sin 60°}$ і $(1,8)^{\sin 120°}$

2. Розв’яжіть рівняння графічно

$2^{-x}=\sqrt{x}$ $2^{x}=\sqrt{-x}$

3. Розв’яжіть рівняння

$6^{2x+4}=2^{x+8}\cdot 3^{3x}$ $20^{3x+2}=4^{x+12}\cdot 5^{5x-8}$

4. Знайдіть область визначення функції:

$y=\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{\sin x+\frac{1}{2}}}$ $y=2^{\sqrt{\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}}}$

5. Розв’яжіть систему рівнянь:

$\begin{cases} 5^x\cdot 5^y=3125, \\ 5^x+5^y=150. \end{cases}$ $\begin{cases} 3^x\cdot 7^y=63, \\ 3^x+7^y=16. \end{cases}$

6. Знайдіть всі значення x, при яких дана нерівність правильна:

$2^x+2^{1-x}\leq 3$ $4^x+4^{1-x}\leq 5$

3. **Домашне завдання** Розв’язати завдання з іншого варіанта.

Додаток 1.

Лист самооцінки

учня ……….класу

……………………

Вид роботи на уроці	Max балів	Отримані бали
Робота в групі	12	
Нав.самост. робота	12	
Бонус за зошит	4	
Індивід. робота	12	
Всього	40	
Враження від уроку		

Відповідність отриманих балів до набраних на уроці:

40 -38 б.-12

37 – 36 б. -11

35 – 34 б. -10

33 – 32 б. – 9

31 – 30 б. – 8

29 – 28 б. – 7

27 – 26 б. - 6

25 – 23б. – 5

22 – 20 б. – 4

Додаток 2

Лист самооцінки

учня ……….класу

……………………

Вид роботи на уроці	Max балів	Отримані бали
Робота в групі	12	
Сам ост. робота	12	
Домашня робота	12	
Індивід. робота	4	
Всього	40	
Враження від уроку		

ДОДАТОК Б

АНКЕТА

Шановні учні, Ви приймаєте участь в опитуванні, метою якого є дослідження переваг і недоліків використання інтерактивних технологій при вивченні курсу алгебри і початків аналізу.

Просимо Вас відповісти на всі запитання анкети. Результати опитування будуть використані для аналізу перспектив розробки та впровадження методики вивчення курсу алгебри та початків аналізу інтерактивних технологій навчання.

____

П.І.П опитуваного

1. Чи сподобалися Вам уроки з використанням інтерактивних технологій? Якщо «так», то чому?
2. Чи зрозуміліший Вам навчальний матеріал при його вивченні за допомогою інтерактивних технологій навчання, ніж традиційним шляхом?
3. Які нові форми організації Ви відкрили для себе при вивченні показникових рівнянь та нерівностей?
4. Чи доцільно, на Вашу думку, були використанні інтерактивні технології?

5. Чи варто систематично використовувати інтерактивні технології на уроках алгебри? Чому?
6. Виберіть, з яким рівнем вивчення краще використовувати інтерактивні технології, на Вашу думку? А) у класах, де математика вивчається на рівні стандарту чи академічному; Б) у класах з поглибленим рівнем; В) у всіх класах з різним рівнем вивчення математики.
7. Ваші побажання щодо покращення якості уроку в сучасних умовах.

ДОДАТОК В

Диференційована система вправ

Система задач має три рівні складності:

I. *Обов'язковий рівень* - містить задачі та вправи, в основному репродуктивного характеру на 2-3 логічних кроки, представлені у формі тестів. Для їх розв'язування учням достатньо знати правила, означення, формули, теореми та ознаки, передбачені навчальними програмами, а також вміти виконувати найпростіші тотожні перетворення, спрощення та обчислення.

II. *Підвищенний рівень* - містить завдання на 4-6 логічних кроки, розв'язання яких вимагає від учня творчого застосування одержаних знань з достатньо повним і строгим обґрунтуванням ходу розв'язку.

III. *Поглиблений рівень* - це, як правило задачі та вправи, розв'язання яких вимагає вміння орієнтуватися в нестандартних ситуаціях, застосовувати оригінальні та штучні прийоми, глибини та строгості суджень, характерних для тих, хто вивчає шкільний курс математики на поглибленому рівні.

Показникові рівняння і нерівності

Обов'язковий рівень

Розв'язати рівняння

1. $2^{x+3} \cdot 3^x = 288$

   1) $\frac{1}{4};\frac{1}{7}$,

   2) $1{,}5$,

   3) 2,

   4) $-1{,}5$.

2. $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0$

   1) 1,

   2) 2,

3) 2; 3,

4) інша відповідь.

3. $3^{x+2} - 3^{x} = 72$

1) 2,

2) 3,

3) 4,

4) інша відповідь.

4. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^{x} = \frac{27}{64}$

1) 3,

2) -3,

3) 1,

4) інша відповідь.

5. $\left(\frac{3}{2}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{2}\right)^{5x-3}$

1) $\frac{1}{2}$,

2) $\frac{1}{4}$,

3) 2,

4) інша відповідь.

Розв'язати нерівності

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x} \geq 8$

1) $x \leq -3$,

2) $x \leq 3$,

3) $x \geq -3$

4) інша відповідь.

2. $4^{2-x} < 64$

1) $x < -1$,

2) $x > -1$,

3) $x > 1$,

4) інша відповідь.

3. $0{,}3^{3x-1} < 0{,}09$

1) $(-\infty;1)$,

2) $(1;\infty)$,

3) $(0;1)$,

4) інша відповідь.

4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-2} \geq 4^{x-1}$

1) $[-1;4]$,

2) $[1;4)$,

3) $(1;4)$,

4) інша відповідь.

5. $1{,}5^x > 2{,}25$

1) $x < 2$,

2) $x > 2$,

3) $x > -2$.

4) інша відповідь.

Підвищений рівень

Розв'язати рівняння

1. $3^{3x+1} - 4 \cdot 27^{x-1} + 9^{1{,}5x-1} = 80$
2. $20^{3x+2} = 4^{x+12} \cdot 5^{5x-8}$
3. $\frac{4}{2^x+2} - \frac{1}{2^x+3} = 2$
4. $\frac{1-2^{2x}}{2^x-1} = 1$

5. $2^{2x} = 5 - x$

6. $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} = 2x - 1$

Розв’язати нерівності

1. $9^x - 3^x \geq 6$

2. $(0,5)^{\frac{x^2-4}{x}} \geq 8$

3. $(0,4)^{1-x} \geq (2,5)^{\frac{2}{x}}$

4. $2^{1+\frac{8}{x}} \geq 0,5 \cdot 2^x$

5. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+4x-1} \geq 9^{2x-4}$

6. $5 \cdot (0,2)^{2x} - 26 \cdot (0,2)^x + 5 \leq 0$

7. $7 \cdot 2^{2x} + 2^{2x+1} \leq 3^{2x+1} + 3^{2x}$

Розв’язати нерівності графічно

1. $2^x \geq \frac{1}{2}$

2. $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 4$

Поглиблений рівень

Розв’язати рівняння

1. $4^{x+4} + \frac{16}{4^{x+4}} = 17$

2. $2^{\sin^2 x} + 4 \cdot 2^{\cos^2 x} = 6$

3. $\left(\frac{1}{121}\right)^{1-x} - \left(\frac{1}{169}\right)^{1-x} + 11^{2x-3} + 13^{2x-3} = 0$

4. $9^{x^2-x-2} + 3^{x^2-x-2} - 2 = 0$

5. $\sqrt[x+8]{5^{3x-2}} = 5$

6. $\sqrt[x]{9^{\sqrt{x}}} - 3^{\sqrt{x-3}} = 0$

7. $x^{x+3} = x^5, \; x > 0$

Розв’язати нерівності

1. $2^{4x+1} - 9 \cdot 4^x + 4 \leq 0$

2. $2^{|x+2|} > 16$

3. $(\cos 5)^{3x - x^2} \leq \cos^2 5$

4. $7^{1-3x^2-5x} + 7^{-3x^2-5x} < 7^{6(x+1)} \cdot 8$

5. $(x-1)^{2x-1} < 1$