Форма № Н-9.02

Міністерство освіти і науки України

Рівненський державний гуманітарний університет

Кафедра математики з методикою викладання

Дипломна робота

Магістр

на тему :

«Методична система навчання учнів профільних класів на тему «Степенева функція»»

Виконала: студентка 6 курсу, групи МІ-61

Напрям підготовки(спеціальності)

0402 «Фізико-математичні науки»,

6.040201 «Математика»

Карлюк Олена Валентинівна

Керівник: канд.пед.наук.проф. Белешко Д.Т.

Рецензент:

Рівне- 2018

Зміст

ВСТУП

Актуальність теми. Перехід людства до науково-інформаційних технологій, формування суспільства високого інтелекту ставлять перед освітою завдання готувати людину, спроможну оволодівати новою інформацією, сприймати зміни і творити їх, здатну нестандартно мислити. Вихованню творчої людини з оригінальним мисленням і прагненням до інтелектуальної новизни має сприяти вивчення різних наук, зокрема математики.

У зв’язку з швидкими темпами накопичення нової інформації, особливо в природничо-математичних науках, уже в школі необхідно готувати школярів до неперервної освіти після її закінчення, що потребує формування в них пізнавального інтересу й самостійності відшукання шляхів його задоволення. Треба закласти в учнів механізми самоосвіти, самовиховання, самореалізації, саморозвитку, саморегуляції, взаєморозуміння, спілкування, співпраці, необхідні для становлення особистості, здатної без сторонньої допомоги оволодівати знаннями і способами діяльності, розв’язувати пізнавальні задачі з метою подальшого перетворення й вдосконалення навколишньої дійсності. Ця властивість особистості формується, головним чином, у ході профілізаці навчаня учнів

В курсі математики закладено багато можливостей для реалізації цього завдання. Розширити і поглибити розвиток розумових здібностей школярів покликана методична система профільного навчання з математики у старших класах. Вона має на меті сприяти підвищенню рівня знань, закріпленню умінь і навичок, набутих учнями на уроках математики, розвивати математичні здібності, кмітливість, винахідливість, виявляти найбільш обдарованих і здібних дітей і сприяти їх подальшому розвитку.

Позакласна робота з математики має важливе виховне значення. Особливо велика цінність позакласної роботи у вихованні моральних якостей дитини: волі, наполегливості в подоланні труднощів, доведенні до кінця розпочатої роботи, критичного ставлення до себе.

Стан дослідження проблеми. Організація профільного навчання учнів старшої школи були проедметом дослідження Г.П.Бевз Д. Васильєвої [4], Т. Годованюк [8, 9], П. Довбні [10], О. Панішевої [16] та ін.

Гіпотеза дослідження складається з такого положення: система профільного навчання в старшій школі буде ефективнішою, якщо:

• буде забезпечена наступність між допрофільною підготовкою та профільним навчанням у змісті, методах і формах;

• повніше враховуватимуться вимоги, які висуває суспільство до особистісних якостей школяра;

• навчально-виховний процес профільної школи буде зорієнтований на формування в школярів професійної спрямованості;

• здійснюватиметься моніторинг розвитку учнів, психолого-педагогічний супровід професійного самовизначення, вибору профілю навчання.

Об'єкт дослідження - процес навчання математики учнів профільних класів старшої школи.

Предмет дослідження - методична система організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні теми «Степенева функція».

Мета дослідження - розробити зміст, ефективні шляхи, методи, засоби та організаційні форми профільного навчання учнів при вивченні теми «Степенева функція».

Для досягнення поставленої мети були визначені такі основні **завдання:**

- проаналізовати методичну систему профільного навчання в загальноосвітніх та особливості вивченяя математики в профільних класах.
- дослідити зміст та методику проведення занять на тему «Степенева функція» у профільних класах;
- показати зміст і методи проведення масових позакласних заходів з математики по темі: «Степенева функція», у профільних класах.

Методи дослідження. Для розв’язання поставлених завдань використано наступні методи дослідження: теоретичні – аналіз навчально-методичної літератури, шкільних програм, календарних, тематичних планів учителів математики, підручників і навчальних посібників з математики, аналіз та обробка результатів педагогічного експерименту; емпіричні – спостереження, бесіди з учителями та учнями, вивчення та узагальнення передового досвіду, систематизація та узагальнення фактичного матеріалу дослідження.

РОЗДІЛ 1. ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ В ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

1.1 З історії профілізації вітчизяної старшої школи

У 2010 році у системі шкільної освіти відбулось важливе перетворення: у старшій школі введено профільне навчання, яке формується під знаком гуманітаризації, пріоритету і свободи особистості.

Першу спробу профілізації шкільної освіти можна віднести до 1864 року, коли за ініціативою тодішнього міністра освіти Російської імперії О.В. Головніна було створено три типи середніх загальноосвітніх навчальних закладів: класичні з двома древніми мовами; класичні з латинською мовою; реальні училища. Вихованців двох перших готували до продовження навчання у вищих закладах освіти, а третіх - до вступу у спеціалізовані навчальні заклади.

У 1902 році після реформ, що проводилися Г.Е.Зенгером, утвердилися три основні типи середніх загальноосвітніх навчальних закладів - гімназії, реальні та комерційні училища.

У 1917 - 1918 роках українські освітянські діячі також висловлювали думки щодо створення профільної школи. Ще на II Всеукраїнському учительському з'їзді у грудні 1917 році було прийнято резолюцію про те, що загальноосвітньою школа може бути лише впродовж семи років навчання, а потім „курс останніх трьох років потрібно приладнати до вищих шкіл". Ця ідея знайшла відображення в Проекті єдиної школи, що був затверджений уже еміграційним урядом України в Тарнові 17 червня 1921 року.

Після доби НЕПу семирічні школи в містах стали набирати так званого індустріального ухилу, перетворюючись на „фабрично-заводські семирічки", а в селах - на агрономізовані семирічні школи. Підготовка до майбутньої трудової діяльності здійснювалась професійними школами різних типів, де навчались учні після закінчення семирічної трудової школи [21; 4].

У другій половині 30-х років система освіти уніфікується, і профшколи реорганізовують у середні спеціальні навчальні заклади. Відкриваються профільні школи - фабрично-заводського учнівства та школи сільської молоді для підлітків. В середині 50-х років АПН РСФСР запропонували в старших класах загальноосвітніх шкіл три напрями навчання: фізико-математичний і технічний; біолого-агрономічний; соціально-економічний і гуманітарний.

У 1960 - 1980-х роках існували спеціалізовані загальноосвітні школи, класи та факультативи с поглибленим вивченням окремих предметів. Факультативні заняття організовувалися „за вибором учнів для поглиблення їхніх знань з основ наук та розвитку інтересів і здібностей”.

У той же період особлива увага приділялась діяльності навчально-виробничих комбінатів (НВК), які стали центрами трудового і професійного нвчання. У 1985 році був розроблений і затверджений тимчасовий перелік професій, за якими проводиться підготовка учнів у міжшкільних НВК. Наприкінці 80-х - початку 90-х років в Україні з'являються нові типи освітніх закладів (гімназії, ліцеї, коледжі), які зосереджують зусилля учнів на поглибленому вивченні окремих предметів, котрі потрібні їм для подальшого навчання у вищих навчальних закладах

1.2 Мета, завдання і принципи організації профільного навчання

Профільне навчання - вид диференціації й індивідуалізації навчання, що дає змогу за рахунок змін у структурі, змісті й організації освітнього процесу повніше враховувати інтереси, нахили і здібності учнів, їх можливості, створювати умови для навчання старшокласників відповідно до їхніх освітніх і професійних інтересів і намірів щодо соціального і професійного самовизначення.

Мета профільного навчання - забезпечення умов для якісної освіти старшокласників у відповідності з їхніми індивідуальними нахилами, можливостями, здібностями і потребами, забезпечення професійної орієнтації учнів на майбутню діяльність, яка користується попитом на ринку праці, встановлення наступності між загальною середньою і професійною освітою, забезпечення можливостей постійного духовного самовдосконалення особистості, формування інтелектуального та культурного потенціалу як найвищої цінності нації .

Нині гостро відчувається соціальна потреба у створенні моделі сучасної школи. Видатний педагог Софія Русова влучно висловилась: „Колись мертва, формальна, лицемірна школа мусить впасти, а на її руїнах має утворитися, народитися нова, живуча і життєва, правдива і весела школа праці, школа соціального виховання, збудована на пошані і розумінні громадських обов'язків кожною дитиною, кожним учнем нової школи”.

Школа XXI століття - це школа, в якій повинні реалізовуватись нові ідеї щодо організації освіти. У реформуванні середньої освіти в Україні в даний момент найактуальнішою проблемою є впровадження профільного навчання. Нова школа має функціонувати як профільна. Це створюватиме сприятливі умови для врахування індивідуальних особливостей, інтересів і потреб учнів, для формування у школярів орієнтації на той чи інший вид майбутньої професійної діяльності .

Основні завдання профільного навчання

- створення умов для врахування й розвитку навчально-пізнавальних і професійних інтересів, нахилів, здібностей і потреб учнів старшої школи в процесі їхньої загальноосвітньої підготовки;
- забезпечення наступності між загальною, середньою та професійною освітою, можливості отримати професію;
- сприяння професійній орієнтації і самовизначенню старшокласників, соціалізації учнів незалежно від місця проживання, стану здоров'я тощо;
- здійснення психолого-педагогічної діагностики щодо визначення готовності до прийняття самостійних рішень, пов'язаних з професійним становленням;

- сприяння у розвитку творчої самостійності, формуванні системи уявлень, ціннісних орієнтацій, дослідницьких умінь і навичок, які забезпечать випускнику школи можливість успішно самореалізуватися;
- продовження всебічного розвитку учня як цілісної особистості, його здібностей і обдарувань, його духовності й культури, формування громадянина України, здатного до свідомого суспільного вибору.

Існують такі принципи організації профільного навчання.

1) **Принцип соціальної рівноваги.** Передбачає узгодження трьох позицій: можливостей освітніх послуг, запитів ринку праці й соціальних очікувань випускників школи.

2) **Принцип наступності й неперервності**. Передбачає взаємозв'язок між допрофільною підготовкою, профільним навчанням та професійною підготовкою.

3) **Принцип гнучкості**. Полягає у забезпеченні можливостей та умов для зміни профілю навчання, змісту і форм організації профільного навчання, у тому числі дистанційного, широкого вибору змісту навчальних програм та можливостей для його корекції.

4) **Принцип варіативності**. Полягає у багаторівневості навчальних планів, освітніх програм, змісту освіти, використанні різноманітних технологій, надання учням можливості вибору предметів (курсів), що вільно вивчаються, зміні видів діяльності.

5) **Принцип діагностико-прогностичної реалізованості**. Полягає у виявленні здібностей учнів для обґрунтованої орієнтації на профіль навчання та подальше професійне самовизначення.

6) **Принцип диференціації**. Полягає у забезпеченні умов для добровільного вибору школярами профілю навчання, виходячи з їхніх пізнавальних інтересів, здібностей, досягнутих результатів навчання й професійних намірів.

7) **Принцип індивідуалізації**. Передбачає урахування індивідуальних особливостей особистості для досягнення поставленої мети, що слугує

основою для здійснення особистісно орієнтованого навчання у профільній школі [18].

Здійснення профільного навчання потребує цілеспрямованого формування контингенту учнів, розробки відповідного навчально-методичного забезпечення за кожним напрямом навчання, використання специфічних форм і методів роботи з учнями, що мають підвищену мотивацію до навчання, вимагає відповідної перепідготовки і підвищення кваліфікації вчителя, модернізації матеріально-технічної бази.

1.3 Структура профільного навчання

Профільне навчання у 10-11 класах здійснюється за такими основними напрямами: суспільно-гуманітарний, природничо-математичний, технологічний, художньо-естетичний, спортивний.

Профіль навчання охоплює таку сукупність предметів: базові загальноосвітні, профільні та курси за вибором.

Базові предмети є обов'язковими для учнів всіх профілів. Визначається 6 базових предметів (українська мова та література, іноземна мова, історія України та всесвітня історія, математика, природознавство, фізична культура), на вивчення яких виділяється по три години на тиждень у 10 та 11 класах.

Профільні предмети - це предмети, що реалізують цілі, завдання і зміст кожного конкретного профілю. Профільні предмети вивчаються поглиблено і передбачають більш повне опанування понять, законів, теорій; використання інноваційних технологій навчання; організації дослідницької, проектної діяльності; профільної навчальної практики учнів тощо.

Вибір профільних предметів здійснюється з переліку, встановленого Міністерством освіти і науки України.

На вивчення профільних предметів може відводитися 5-10 годин на тиждень в 10 та 11 класах у залежності від кількості обраних учнем предметів для профільного вивчення. Кількість годин на їх вивчення може бути збільшена за рахунок додаткових годин навчального плану.

Курси за вибором входять до обов'язкової частини навчального плану. Курси за вибором можуть вибиратися не тільки згідно з обраним профілем, але й за власним бажанням учня, який хоче поглибити свої знання з певних дисциплін (наприклад, «Психологія» для математичного профілю тощо). Необхідно враховувати можливість зміни учнями курсу за вибором. У такому разі ці курси можуть пропонуватись у формі навчальних модулів та інтегрованих курсів.

Кількість годин на курси за вибором визначається закладом за рахунок додаткових годин (5 годин на тиждень). Додаткові години також використовуються на вивчення другої іноземної мови, курси духовно-морального спрямування.

У навчальних закладах, які працюють за універсальним профілем навчання, окремі учні можуть обрати інший профіль навчання, у тому числі в іншому навчальному закладі.

Навчальні програми курсів за вибором можуть розроблятися навчальними закладами і використовуватися в цих і в інших навчальних закладах після відповідного розгляду предметними комісіями Науково-методичної ради з питань освіти Міністерства освіти і науки України .

1.4. Ефективна профілізація як перспектива розвитку профільного навчання

Профільне навчання - це засіб диференціації та індивідуалізації навчання, що дає змогу шляхом змін у структурі, змісті та організації освітнього процесу забезпечити повніше врахування інтересів, нахилів і здібностей учнів, створення умов для навчання старшокласників відповідно до їхніх професійних інтересів і намірів щодо продовження освіти, а профільна школа є лише інституційною формою досягнення цієї мети [28].

Розглянемо детальніше таку модель профільного навчання як мережева профілізація. Йдеться про те, що основними в профілізації в цьому випадку є зміни в мережі закладів освіти, створення так званих профільних закладів або класів у них. Існує думка, що в такий спосіб учня позбавлено можливості обрати профіль, а визначають його враховуючи не думку учня і його бажання, а інші чинники, що часто можуть бути суб'єктивно-вчительськими або суб'єктивно-директорськими. По суті, йдеться про профільну школу, а не про профільну освіту кожного учня. Йдучи таким шляхом, важко забезпечити для школярів особистісно зорієнтовану освіту, що максимально враховуватиме інтереси, запити, професійні наміри учнів

Розглянемо далі детальніше механізм запровадження та переваги елективної профілізації. Загалом ця схема може виглядати так. Необхідно кожному учневі дати можливість незалежно від того, де він проживає, працювати в старших класах за навчальним планом, що складатиметься з двох частин: інваріантної та елективної. Інваріантна частина навчальних планів включатиме предмети, вивчення яких є обов'язковим для кожного учня. Ними можуть бути українська мова та література, вітчизняна історія, іноземна мова, математика, фізкультура.

Друга частина навчального плану - елективні курси, тобто навчальні предмети, які учень зможе обирати незалежно від того, в якому закладі освіти він навчатиметься. У такому випадку буде профілюватися не заклад освіти, а предметна база. Профільною стане кожна школа, а ще правильніше - її старші класи, незалежно від назви, місцезнаходження чи матеріально-технічних умов.

Переваги такого шляху профілізації навчання у старшій школі полягають у тому, що:

1) такий шлях є більш гуманним, особистісно орієнтованим;

2) елективний шлях профілізації набагато дешевший, а ніж мережевий;

3) пропонований шлях профілізації старшої школи менш руйнівний для сільських шкіл, адже у переважній більшості останніх елективні курси

зможуть викладати як місцеві вчителі, так і ті, які приїжджатимуть до учнів чи до яких їздитимуть школярі;

4) запровадження елективної профілізації обов'язково вплине на роботу педагога, на усвідомлення ним потреби у підвищенні кваліфікації, активній роботі над собою

Чинником, вирішальним для ефективного запровадження профільного навчання, є рівень професіоналізму педагогічних кадрів. На сьогодні педагогів, готових до роботи у профільній школі, обмаль. Ситуація ускладнюється тим, що підготовку таких спеціалістів ще не розпочав жоден педагогічний навчальний заклад.

Не менш важливим для здійснення ефективного профільного навчання є його матеріально-технічне забезпечення: література, навчально-наочні посібники, комп'ютери, програмні продукти, елементарні умови для організації навчального процесу за допомогою нових, педагогічних технологій.

Важливими є й організаційні питання. За умови широкого запровадження елективних курсів урок перестане виконувати роль основної організаційної форми навчального процесу. На перший план вийдуть самостійна робота, індивідуальні заняття тощо. У зв'язку з тим, що в кожному регіоні з'являться предмети, які визначатиме незначна кількість учнів із різних закладів, доведеться запроваджувати, наприклад, при відділах освіти посади вчителів, які працюватимуть у кількох школах. Також доведеться створювати навчальні групи з учнів кількох закладів освіти, запроваджувати нагромаджувальну систему оцінювання навчальних досягнень тощо

РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ В ПРФІЛЬНИХ КЛАСАХ В СУЧАСНИХ УМОВАХ

2.1. Основні положення профільної диференціації навчання математики.

Диференціація навчання - така система навчання, при якій кожен учень оволодіває певним мінімумом загальноосвітньої підготовки та отримує можливість приділяти більше уваги тим напрямкам, які в найбільшій мірі відповідають його здібностям.

Математика є універсальною мовою, яка широко застосовується в усіх сферах людської діяльності. На сучасному етапі різко зростає її значення у розвитку суспільства. Велике значення має математика і в розвитку особистості, в становленні її світогляду, розвитку мислення і інших якостей. Ці дві обставини і визначають роль математики в системі шкільної освіти, в підготовці кожного члена сучасного суспільства до повсякденного життя і трудової діяльності .

Головною задачею вивчення математики є забезпечення міцного і свідомого оволодіння учнями системою математичних знань і вмінь, необхідних у повсякденному житті, а також достатніх для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти. Поряд з вирішенням головної задачі, оволодінням конкретними обов'язковими математичними знаннями, профільне навчання математики передбачає формування стійкого інтересу учнів до предмету, виявлення і розвиток їх математичних здібностей, підготовку до навчання у вищому учбовому закладі .

Профільна диференціація навчання математики повинна:

- забезпечити необхідний загальнокультурний рівень математичної підготовки молоді, який визначається замовленням суспільства й можливостями учнів даного віку;

Виділяються три етапи профільної диференціації в навчанні математиці.

Перший етап (5 - 7 класи) - це етап формування профільних інтересів. Тут формується свідомий вибір рівня учбової діяльності (базовий, основний, поглиблений, творчий), в процесі змагань, ігрової та учбової діяльності формуються пізнавальні інтереси та мотиви пізнання учнів. На цьому етапі важливу роль відіграють різноманітні форми позакласної роботи з предмету: гуртки, турніри, конкурси, олімпіади, вечори цікавої математики тощо.

Другий етап (8 - 9 класи) - це етап становлення профільних намірів. Тут реалізується різнорівневе вивчення курсу математики за стандартними навчальними планами; приділяється посилена увага позакласній роботі учнів, організується самостійна робота учнів, що відповідає їх індивідуальним прихильностям, проводиться цілеспрямована робота щодо професіональної орієнтації учнів.

Третій етап (10 - 11 класи) - це етап безпосередньої реалізації профільного навчання математиці. Він забезпечується адекватним профілю змістом основного курсу математики, системою курсів за вибором, організацією самостійної творчої роботи учнів [33].

Профільне навчання передбачає, перш за все, наповнення курсу математики різноманітними, цікавими та складними задачами. На першому та другому етапах до процесу навчання включаються цікаві задачі, відомості з історії математики. На третьому етапі більше уваги приділяється розв'язанню задач, що відповідають вимогам для вступників до вищих навчальних закладів. У зв'язку з тим, що до класів приходять школярі з різним рівнем підготовки, у процес навчання на кожному етапі обов'язково включається повторення та систематизація знань [17].

Інваріантна частина математичної освіти в старшій школі може реалізовуватись як двома курсами "Алгебра та початки аналізу", "Геометрія", так і інтегрованим курсом "Математика". Інтегрований курс доцільний, насамперед, для загальнокультурного напрямку.

Ефективна організація профільного навчання математики потребує узгодження, об'єднання діяльності вчителів математики навчального закладу, створення єдиної команди. Це дозволить забезпечити різноманітні потреби учнів і найбільш повно використати потенціал навчального закладу [27].

Структура навчально-методичного забезпечення профільного навчання математики така ж, як і для будь-якого предмета. Вона складається з:
- нормативного комплексу (програма і робоча програма);
- навчального комплексу (підручник, дидактичні матеріали, набори навчальних тестів, збірники задач, наочні прилади);
- загально-методичного комплекту (посібники для вчителів);
- методичного комплекту (матеріали розроблені викладачем);
- системи контролю (тексти тематичних, підсумкових контрольних робіт, набори контролюючих тестів).

Навчально-методичне забезпечення повинне містити матеріали для курсів на вибір і для організації індивідуальної роботи з учнями. Навчально-методичне забезпечення повинно бути для кожного напряму профільного навчання математики [26].

2.2Поглиблене вивчення математики

Мета навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики полягає у забезпеченні рівня підготовки учнів з математики, необхідного для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, для подальшого вибору й успішного опанування професією, яка потребує високого рівня математичних знань, тобто за спеціальностями теоретичної та прикладної математики або спеціальностями тих галузей, які потребують розвиненого математичного апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів; у підготовці до навчання у вищому навчальному закладі з відповідним фаховим спрямуванням

У процесі поглибленого навчання математики в профільних класах основні завдання суттєво доповнюються. Це обумовлено необхідністю виявлення та розвитку в учнів математичних здібностей, формування в них стійких інтересів до математики та професійної діяльності, підготовки учнів до навчання у вищому навчальному закладі освіти.

Викладання у фізико-математичних класах доцільно будувати у відповідності з наступними основними принципами. По-перше, вивчення математики у класах відповідного профілю повинно давати учням глибокі математичні знання і широкий математичний розвиток на базі основного курсу математики.

По-друге, учні - випускники математичних класів - повинні володіти такими знаннями і вміннями, які повністю відповідали б вимогам, що пред'являються до математичної підготовки учнів звичайних шкіл, і разом з тим були б більш глибокими і міцними. При цьому отримуваний у процесі вивчення математичний розвиток учнів математичного класу повинен давати їм можливість здійснювати творчий підхід до процесу вивчення математики. Учні мають навчитися працювати самостійно з навчальною математичною літературою і мати до кінця навчання стійкий інтерес до предметів фізико-математичного циклу.

По-третє, у процесі викладання математики у цих класах перед вчителем відкриваються великі можливості у здійсненні оптимальної індивідуалізації навчання. Широко має використовуватися розв'язування задач не стандартних, конкурсних, пропонованих на вступних іспитах до вищих учбових закладів і проблемних задач. Розв'язування задач теоретичного і прикладного характеру у відповідності з розділами програми має відбуватися впродовж усього року.

Нарешті, поглиблене вивчення математики у старшій школі має відповідати віковим можливостям і потребам школярів.

Основний курс математики має мало чим відрізнятися за номенклатурою навчальних питань від відповідного курсу в загальноосвітній школі. Відмінності в іншому: у глибині вивчення матеріалу, у формуванні критичного стилю мислення. Підвищена увага має приділятися математичному моделюванню. Саме в цьому курсі створюються засади для формування у старшокласників здатності застосовувати математичні знання. Необхідно ставити за мету не пробігти поверхнево по розділах математики, а заглибитьсь у окремі її ланки [5; 6].

Порівняно із загальноосвітніми класами суттєво підвищується теоретичний рівень вивчення навчального матеріалу, зокрема при вивченні всіх видів рівнянь, нерівностей та їх систем послідовно акцентується увага на основних поняттях: корінь, розв'язок, рівносильність, наслідок, можливість втрати та появи сторонніх коренів, перевірка як важлива складова процесу розв'язування. Вводяться елементи теорії множин та математичної логіки

У класах фізико-математичного профілю навчання може відбуватися за програмою для 10-11 класів з поглибленим вивченням математики.

Дедалі більше комп'ютер стає універсальним помічником людини в цивілізованому світі. Використання його в навчальному процесі поряд із допомогою у вирішенні дидактичних завдань активізує дію мотиваційних чинників у створенні позитивного ставлення до навчання. Ефективність засвоєння знань учнями за умов широкого впровадження засобів нових інформаційних технологій навчання значною мірою залежить від педагогічних програмних засобів (ППЗ), що дають змогу поєднати високі моделюючі та обчислювальні можливості при дослідженні різноманітних математичних об'єктів з унаочненням результатів на всіх етапах процесу навчання

Розглянемо деякі методичні зауваження щодо процесу викладання математики у 10-11 класах з математичним нахилом.

1. У процесі викладання курсу „Алгебра та початки аналізу” слід приділити особливу увагу функціональній спрямованості цього курсу. Питання дослідження функцій у тій чи іншій формі слід ставити впродовж усього часу навчання.

2. Перший тиждень навчального року в 10 класі корисно повністю присвятити „Тригонометрії трикутника”. Основним змістом цих уроків є розв'язування комбінованих задач, більш складних, ніж традиційні.

3. Включаючи до програми 10 класу курс „Елементи векторного числення”, вчитель має можливість провести побудову всього курсу геометрії на векторній основі.

4. При вивченні теми „Елементи інтегрального числення” можна відштовхуватись від поняття невизначеного інтегралу і тільки після його введення і моделювання у вигляді різних фізичних величин чи їх значень перейти до поняття визначеного інтегралу. Не слід приділяти особливу увагу відпрацюванню навику обчислення похідних та інтегралів, важливо, щоб учні свідомо оволоділи сутністю даних понять.

5. При постановці теми „Елементи геометрії Лобачевського” мається на увазі перш за все ознайомити учнів з методологічними основами побудови геометрії, дати поняття про аксіоматичний метод, проілюструвати цей метод на геометрії Лобачевского, виявити її відмінності від геометрії Евкліда.

6. Постановка елементів математичної логіки на початку навчання у 10 класі дозволить учням досить рано застосовувати логіко-математичну символіку при запису доведень теорем та розв'язань задач.

7. Корисно застосовувати у найрізноманітніших формах евристичний метод навчання. Наприклад, вивчення теми „Послідовності та прогресії” можна провести таким чином. Учням пропонується багато послідовностей, з яких треба вибрати серії особливих послідовностей (у них легко визначити наступний за останнім написаним член). Після класифікації даних послідовностей за серіями природно виникає питання про доцільність їх визначення, пошуку їх характеристичних властивостей і формул загального члена

Розглянемо орієнтовне тематичне планування основного курсу математики для 10-11 профільних класів фізико-математичного напрямку . Воно розраховане на 630 годин учбового часу відповідно до навчального плану для класів цього профілю. При розробці робочої програми слід виходити з часу, що виділяється на предмет в даному навчальному закладі.

2.3 Профільна підготовка учнів

Згідно Концепції профільного навчання визначено такі напрями профілізації: суспільно-гуманітарний, природничо-математичний (фізико-математичний, хіміко-біологічний, географічний, медичний, екологічний та інші), технологічний, художньо-естетичний і спортивний. Однак кожний напрям профілізації характеризується однією й тією ж тенденцією розвитку профільної школи: орієнтація навчання на широку диференціацію, варіативність, багатопрофільність, інтеграцію загальної та допрофесійної освіти. Провідною стратегією сучасної середньої освіти, у тому числі й основної школи, є особистісно-диференційований підхід у навчанні учнів, який передбачає варіативність обсягу навчального матеріалу, тобто можливість вивчення предмета з різним ступенем змістовного наповнення: на рівні стандарту (обов'язкового для всіх учнів) або поглибленому рівні.

У старшій школі вивчення математики диференціюється за трьома рівнями: рівнем стандарту, академічним і профільним.

Кожному з них відповідає окрема навчальна програма:

- програма рівня стандарту визначає зміст навчання предмета, спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури. При цьому не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть з нею свою професійну діяльність.
- програма академічного рівня задає дещо ширший зміст і вищі вимоги до його засвоєння у порівнянні з рівнем стандарту. Вивчення математики на академічному рівні передбачається передусім у тих випадках, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами і забезпечує їх ефективне засвоєння. Крім того, за цією програмою здійснюється математична підготовка старшокласників, які не визначилися щодо напряму спеціалізації.

• програма профільного рівня передбачає поглиблене вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями.

Наприклад, при навчанні математики на академічному рівні: біолого-хімічний, біолого-фізичний, біотехнологічний, хіміко-технологічний, фізико-хімічний, агрохімічний профілі природничо-математичного напряму профільного навчання, а також технологічний профіль (для цих профілів математика є базовим (обов'язковим для вивчення) предметом, близьким до профільних навчальних дисциплін – хімії, фізики, біології, технологій) основна увага приділяється не лише засвоєнню математичних знань, а й виробленню вмінь застосовувати їх до розв'язування практичних і прикладних задач, оволодінню математичними методами, моделями, що забезпечить успішне вивчення профільних предметів – хімії, фізики, біології, технологій. При цьому зв'язки математики з профільними предметами посилюються за рахунок розв'язання задач прикладного змісту, ілюстрацій застосування математичних понять, методів і моделей у шкільних курсах хімії, біології, фізики, технологій.

Навчання математики на поглибленому рівні розраховане на збільшення навчального часу: до годин інваріантної складової, додаються години варіативної складової. Отже на алгебру та початки аналізу виділяється не менше 5 годин на тиждень, на геометрію – 3 годин на тиждень. Решта годин варіативної складової навчального плану використовується на вивчення курсів за вибором, факультативів тощо. Складові частини поглибленого вивчення математики включені органічно до загальноосвітнього курсу як його поглиблення, розширення і застосування набутих в основному курсі знань до більшого кола задач, а також розширене вивчення властивостей об'єктів, що вивчаються в основному курсі. Розглядаються додаткові методи для розв'язування задач на базі теоретичного матеріалу, поданого в основному курсі та деякі окремі теми, що не включено в основний курс.

Залежно від профілю може використовуватись варіативна складова навчального плану, що передбачає вивчення спецкурсів, факультативів, курсів за вибором, орієнтованих на посилення міжпредметних зв'язків математики з профільними предметами. Наприклад, такі курси за вибором "Математичні методи обробки результатів хімічного експерименту", "Математичне моделювання у біології", "Прийоми графічного зображення властивостей технічних об'єктів і процесів" тощо. Їх вивчення не лише посилює міжпредметні зв'язки, а й сприяє успішному засвоєнню учнями профільних предметів.

Запровадження трикомпонентної структури навчального процесу (базис, профіль, курси за вибором) має вирішити проблему створення освітньої траєкторії для кожної дитини. Курси за вибором у системі допрофільної підготовки і профільного навчання сприяють вдосконаленню змісту програми і стандарту з математики з урахуванням потреб учнів і суспільства, впровадженню нових методів і форм навчання, підвищенню мотивації і пізнавальних інтересів школярів.

Курси за вибором реалізуються за рахунок шкільного компоненту і виконують такі функції: доповнюють зміст профільного курсу, поглиблюють зміст одного з базових курсів, задовольняють пізнавальні інтереси учнів поза обраним профілем.

Курси за вибором з математики для профільної школи можна умовно поділити на такі типи.

I. Предметні курси, метою яких є поглиблення і розширення знань з математики, у свою чергу поділяються на кілька груп:

1) курси з математики підвищеного рівня, які узгоджуються з програмовими те-мами предмету „ математика ” на тому чи іншому профілі і періодом їх вивчення. Вибір таких курсів за вибором дозволить вивчати математику поглиблено на нематематичному профілі. Такі курси можуть обирати учні, які вивчають математику на рівні стандарту або академічному рівні та планують вступати до ВУЗів, де потрібен сертифікат ЗНО з математики а

також для підготовки до державної підсумковою атестації. Відвідування таких курсів надасть можливість переходу з профілю на профіль.

2) курси, в яких поглиблюється вивчення окремих розділів, що входять до обов'язкової програми з математики на математичному профілі або профілі, де математика є інструментарієм дослідження процесів науки профільного предмета. Назви таких курсів можуть співпадати з назвами відповідних тем або елементів знань, які їх доповнюють. Зрозуміло, що в курсах такого типу обрана тема вивчається глибше ніж в курсі типу „ підвищеного рівня ”;

3) курси, в яких вивчаються окремі розділи, що не входять до обов'язкової програми з математики на математичному профілі, наприклад, „ Методи геометрії ”, „Стратегія розв'язування нестандартних задач ”, „ Теорія груп ” та ін., або іншому профілі природничо-математичного чи технологічного напрямків, які забезпечують їх вивчення, наприклад, „ Основи лінійного програмування ” для економічного профілю та ін.

4) прикладні курси за вибором з математики, що мають за мету ознайомити учнів зі шляхами та методами застосування математичних знань на практиці, розвиток інтересу учнів до сфери сучасного виробництва і техніки. Наприклад, „Елементи фінансової математики», „ Математика у будівництві і архітектурі ” та ін.;

5) курси, присвячені вивченню математичних методів пізнання навколишнього світу. Наприклад, „ Геометричне моделювання навколишнього світу ”, „Елемен-ти теорії матричних ігор ”, „ Симетрія в природі ” та ін.;

6) курси, присвячені історії математики. Курси такого і двох попередніх типів призначені для учнів, які цікавляться математикою для підвищення свого загальнокультурного рівня;

7) курси за вибором з вивчення методів розв'язування задач з математики („Методи доведення нерівностей ”, «Розв'язування завдань з модулями», «Задачі з параметрами»„Стереометричні задачі на побудову ”, „Розв'язування задач економічного змісту ” та ін.). Такі елективні курси

можуть доповнювати програму з математики для математичного та будь-якого іншого профілю за умови врахування наявності в учнів математичних знань, необхідних для їх вивчення. Наявність відповідних вказівок у анотації до курсу є обов'язковою.

II. Міжпредметні курси за вибором з математики, завданнями яких є інтеграція математичних знань з іншими навчальними предметами, наприклад, „Математичні основи інформатики ", „Математичне моделювання в екології " та ін., інтеграція між складовими предмету математика – алгеброю та геометрією („Геометрична інтерпретація тригонометричних функцій ", „Стереометричні фігури в координатах" та ін.), а також, інтеграція знань учнів про природу і суспільство, формування наукового світогляду, усвідомлення філософської складової математики („Природа математичних аксіом", „Практичне застосування результатів математичних досліджень" та ін.)

III. Позапредметні, тобто курси за вибором, зміст яких не належить до жодного навчального предмету базового навчального плану, однак певною мірою пов'язаний з математикою (має за інструментарій математику чи містить математичні об'єкти, наприклад, „Методика швидкого запам'ятовування чисел, та виконання дій", „Сімейна економіка" „Вплив ігор на розвиток логічного мислення" та ін.

Курси за вибором мають стати засобом впровадження інтерактивних методів навчання математики у профільній школі відповідно до індивідуальних особливостей і потреб учнів, реалізації особистісно-орієнтованого підходу. Серед таких методів актуальними є: метод проектів (самостійна діяльність учнів з вирішення самостійно поставленої проблеми та презентація кінцевого продукту, як результату діяльності); метод реферативно-дослідної діяльності (теоретико-методичне дослідження поставленої проблеми, результатом якої є реферат); метод застосування інформаційних і комунікаційних технологій (використання комп'ютера як засобу вивчення курсів з математики дозволяє вчителю економити час, здійснювати диференціацію навчання, реалізувати принцип наочності, оперативно контролювати і оцінювати результати навчання, а учню – працювати у комфортному для нього темпі; метод контекстного навчання (дозволяє познайомити учнів з азами майбутньої професії засобом математики).

Ще одна особливість елективних курсів з математики (як і з інших предметів) пов’язана вибором кожного з них порівняно невеликою аудиторією учнів різного рівня математичних здібностей, навченості та інших індивідуальних особливостей. Тому, допомагаючи учням обрати елективний курс з математики, потрібно орієнтуватися на те, до якої типологічної групи вони належать.

Для учнів, здібних, які успішно оволодівають програмовим матеріалом, перемагають на олімпіадах і мають за мету займатися науковою діяльність з математики, цікавими і корисними будуть курси, зміст яких виходить за межі програми, узагальнює і систематизує знання, задовольняє пізнавальні інтереси таких учнів і реалізує їх математичні здібності.

Учні, які здібні і мають високі навчальні досягнення з математики, але не планують пов’язувати свою майбутню діяльність з математичною наукою, оберуть переважно курси прикладного і міжпредметного характеру. Старшокласникам, які досягли високих результатів навчання з математики завдяки наполегливості і систематичній роботі, не мають особливих математичних здібностей але планують вступати до вищих навчальних закладів, де потрібний певний рівень сертифікату ЗНО з даного предмету, доцільно пропонувати, насамперед, курси за вибором підвищеного рівня для належної математичної підготовки.

Школярів, здібних до математики, тих, що з легкістю досягли певних фрагмнтарних результатів навчання і, як результат, не набули належних навиків систематичної роботи і техніки обчислень, зацікавлять курси історичного і прикладного характеру. Їх зацікавлять позапредметні курси.

Таким учням слід запропонувати курси підвищеного характеру а також курси за вибором з вивчення методів розв’язування задач.

РОЗДІЛ 3 . ЗМІСТ ТА МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ЗАНЯТЬ НА ТЕМУ «СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ»

До 60-х років XX ст. у традиційному курсі алгебри, який викладали за підручником А. П. Кисельова «Алгебра: В 2 ч.» (К.: Рад. шк., 1966), показникову та логарифмічну функції вивчали у 10 класі (за старою нумерацією). Це була одна з найважчих для сприймання учнями тем. У 70 - 80-х роках (до 1982/83 навчального року), у період переходу на новий зміст навчання, понад 10 років ці функції вивчали за два етапи. У 8 класі вивчали самостійні теми «Степінь з раціональним показником. Показникова функція», «Десяткові логарифми», де вводилась функція $y = tgx$. Враховуючи, що вчення про функцію за новим змістом навчання здійснювалося систематично, починаючи з 6 класу, у 8 класі учні не відчували особливих труднощів у сприйманні функцій $y = a^x$, $y = tgx$ та їхніх властивостей. Водночас у 8 класі та на наступних етанах навчання в суміжних предметах ці функції не мали належного застосування. Тому останніми роками повернулися до вивчення показникової, логарифмічної та степеневої функцій у курсі алгебри і початків аналізу в 10 класі. Відповідно до чинної програми нині ці функції запроваджують у 10 класі. На початку теми розглядають узагальнення поняття степеня, вводять поняття про степінь з ірраціональним показником, розв'язують ірраціональні рівняння та їх системи. У зв'язку з вивченням показникової та логарифмічної функцій передбачено узагальнення основних показникових тотожностей $\boldsymbol{a^x * a^y = a^{x+y}, (a^x)^y = a^{xy}}$ на будь-який дійсний показник, розгляд логарифмічних тотожностей, розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь і нерівностей. Ця тема охоплює похідні показникової, логарифмічної та степеневої функцій, поняття про диференціальне рівняння, зокрема диференціальні рівняння показникового зростання та гармонічних коливань.

Основною метою вивчення теми є розширення поняття степеня, введення кореня n-го степеня, ознайомлення учнів з степеневою функціями та їхніми властивостями, розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем.

Узагальнення поняття степеня. Поняття степеня в шкільному курсі математики розширюється й узагальнюється поступово. Вперше зі степенем числа - квадратом і кубом числа - учні ознайомлюються в 5 класі, але при цьому термін «степінь» ще не застосовується.

Означення степеня з натуральним показником і його властивості вводять у курсі алгебри 7 класу перед запровадженням поняття одночлена.

Після введення правила ділення степенів з однаковими основами і натуральними показниками m і n за умови, що $m > n$, означають степінь з нульовим показником числа а, яке не дорівнює нулю. У 8 класі перед введенням запису числа у стандартному вигляді означають степінь з цілим від'ємним показником.

За чинною програмою запровадження поняття кореня n-го степеня, означення та властивості степеня з раціональним показником і поняття про степінь з ірраціональним показником передбачено в 10 класі перед вивченням показникової функції. В 10 класі виникає потреба повторити і звести в систему відомості про степінь з показником, який набуває значень із різних числових множин.

Є різні методичні підходи до введення поняття степеня і, зокрема, до мотивації розширення цього поняття.

3.1.Степенева функція з натуральним показником

Означення **степеня з натуральним показником** вводиться однаково в усіх підручниках і методичних посібниках. При цьому означення має двоступеневу структуру. Спочатку означають степінь числа a з натуральним показником n, більшим за одиницю, як добуток n множників, кожний з яких дорівнює a. Окремо означається степінь числа a з показником 1: степенем числа a з показником 1 називають саме число a.

Учні часто припускаються помилок щодо використання термінів: степенем називають не вираз a^n, а показник n. Тому важливо, щоб були чітко відпрацьовані три терміни: a^n - степінь, n - показник степеня, а - основа степеня.

Властивості степеневої функції з натуральним показником $(y = x^n, n \in N, n \geq 2)$

1. $D(y) = R$.

2. $E(y) = R$, якщо $n = 2k+1$ (непарне); $E(y) = [0;\ \infty)$, якщо $n = 2k$ (парне).

3. При $x = 0$ маємо $y = 0$. Значить, графік функції проходить через точку $O(0,0)$.

4. Функція $y = x^n$ парна при $n = 2k$; непарна при $n = 2k+1$.

5. Функція $y = x^{2n}$ набуває додатних значень при $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ \infty)$; функція $y = x^{2n+1}$ набуває від'ємних значень при $x \in (-\infty;\ 0)$ та додатних значень при $x \in (0;\ \infty)$.

6. Функція $y = x^{2n}$ зростає при $x \in (0;\ \infty)$, спадає при $x \in (-\infty;\ 0)$ (рис.1);

функція $y = x^{2n+1}$ зростає на всій області визначення (рис. 2).

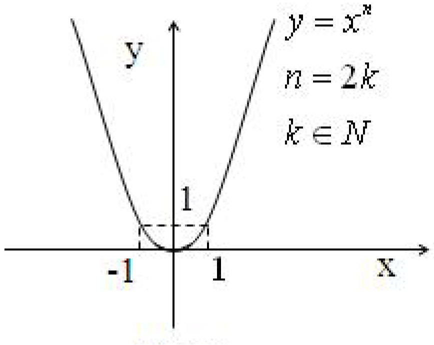


Рис.3.1.1

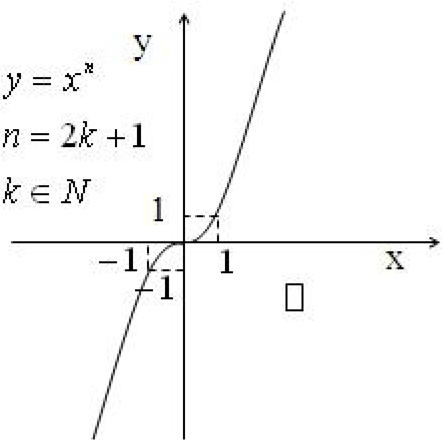


Рис.3.1.2

Приклад 3.1.1

Функція задано формулою:$f(x)=x^{10}$;

Порівняйте:

1. $f(1,4)$, $f(1,8)$;
2. $f(-7,6)$,$f(-8,5)$;
3. $f(-8,9)$,$f(-6,9)$;
4. $f(0,2)$,$f(-12)$;

Розв'язання : Оскільки $f(x)$Зростає на проміжку ,то:

1. $f(1,4) < f(1,8)$;
2. $f(-7,6) > f(-8,5)$;
3. $f(-8,9) < f(-6,9)$;
4. $f(0,2) > f(-12)$;

Приклад 3.1.2

Скільки коренів залежно від значення параметра *a* має рівняння:

1. $x^{12}= a-6$;
2. $x^{24}=a^2+7a-8$

Розв'язання:

1. $x^{12}= a-6$;

   а) Якщо a-6=0, тобто a=6, то рівняння має єдиний корінь

   б) Якщо a-6>0, тобто a>6, то рівняння має два корені

   в) Якщо a-6<0, тобто a<6, то рівняння коренів немає.

2. $x^{24}=a^2+7a-8$

   $f(x)= a^2+7a-8$

   $(a+8)(a-1)$

   а) Якщоf(a)>0 , тобто a є$(-\infty; -8)\cup(1;+\infty)$ то рівняння має два корені

   б) Якщоf(a)=0 , тобто a =1; a=8; то рівняння має один корінь

   в) Якщоf(a)<0 , тобто a є (-8;1) то рівняння коренва немає

Приклад 3.1.3

Побудуйте графік функції

$$f(x)=\begin{cases} x^4, ÿêùîx \ < 0 \\ \sqrt{x}, ÿêùîõ \ > 0 \end{cases}$$

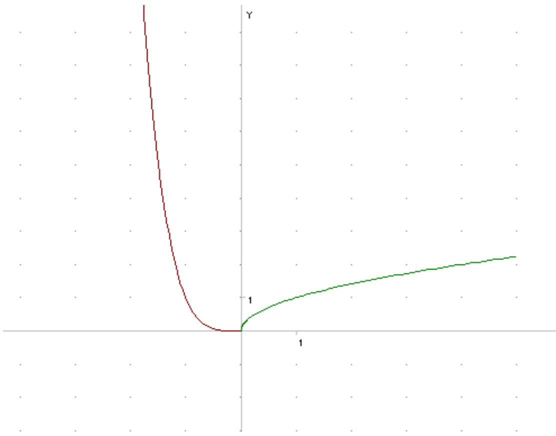


Рис.3.1.3

Приклад 3.1.4

Побудувати графік функції

$f(x)=|x|*x^3$

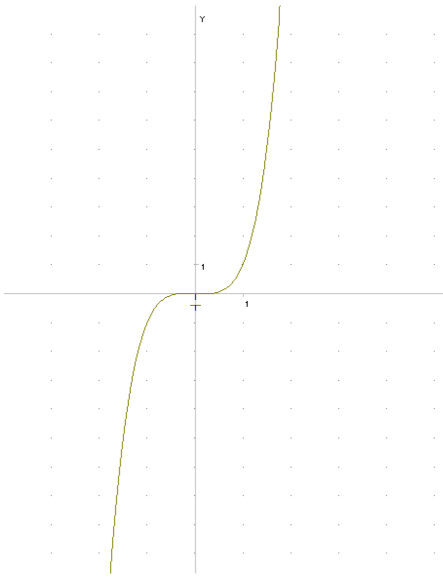


Рис.3.1.4

Приклад 3.1.5

Розв'яжіть рівняння:

1. $4x^3+x^7=-5$

2. $x^6+3x^8=4$

Розв'язання:

1. Функція $f(x)= 4x^3+x^7$ зростаюча, оскільки це сума зростаючих, то рівняння $f(x)=-5$ має єдиний корінь , цей корінь 1.

2.Функція $f(x)= x^6+3x^8$ спадає на проміжку $(-\infty;\ 0]$ то $f(x)=4$ має єдиний корінь на даному проміжку,цей корінь -1.

Функція $f(x)= x^6+3x^8$ зростяє на проміжку $[0\ ;\infty)$ то $f(x)=4$ має єдиний корінь на даному проміжку,цей корінь 1.

Відповідь:x=1;x=-1.

3.2 Степенева функція з цілим від'ємним показником

Поставимо за мету поширити правило ділення степенів з натуральним показниками $a^m : a^n$ на випадок, коли $m<n$, зокрема $n=m+k$, де k,- натуральне число.

Тоді має бути $\boldsymbol{a^m:a^n=a^m:a^{m+k}=a^{m-(m+k)}=a^{-k}}$.

Водночас

$$\boldsymbol{a^m:a^n=a^m:a^{m+k}=\frac{a^m}{a^{m+k}}=\frac{a^m}{a^m a^k}=\frac{1}{a^k}}$$

Можливі й інші методичні варіанти введення означень степенів з нульовим і від'ємним показниками. Доцільність запровадження відповідних означень можна пояснити, виходячи не з обернених, а з прямих дій. Наприклад, поставлено мету - з'ясувати, якого змісту слід надати виразу , щоб правило множення степенів з однаковою основою залишилося тим самим і за нульового показника. Припустимо, що воно виконується і в цьому випадку. Тоді $\boldsymbol{a^0a^m=a^{0+m}=a^m}$

Відомо, що за $a^0\neq0$, тобто за $a\neq0$, добуток двох співмножників $\boldsymbol{a^0}$ і $\boldsymbol{a^m}$ може дорівнювати одному з них ($\boldsymbol{a^m}$) тоді і лише тоді, коли другий співмножник $\boldsymbol{a^0}$ дорівнює 1. Після цього формулюють означення $\boldsymbol{a^0=1,\ a\neq0}$.

Так само ставиться за мету зберегти правило множення степенів з однією основою і натуральними показниками, якщо показниками можуть бути цілі від'ємні числа. Нехай $m=-n$. Тоді $a^m\, a^n = a^{m+n}=a^{-n+n}=a^0=1.$

Якщо $a\neq0$, то з рівності $a^{-n}a^n=a^0=1$ випливає $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

Після цього формулюють означення степеня з цілим від'ємним показником: функцію яку можна задати формулою $y=x^n$,де є, називають степеневою функцією з цілим від'ємним показником.

Властивості степеневої функції з цілим від'ємним показником $y=x^{-n}=\dfrac{1}{x^n}$, $n\in N$

1. $D(y)=(-\infty;\ 0)\cup(0;\ \infty)$.
2. $E(y)=(0;\ \infty)$ при $n=2k$; $E(y)=(-\infty;\ 0)\cup(0;\ \infty)$ при $n=2k+1$.
3. Нулів функція не має, $y\neq0$.
4. Функція $y=x^{-n}=\dfrac{1}{x^n}$ парна при $n=2k$; непарна при $n=2k+1$.

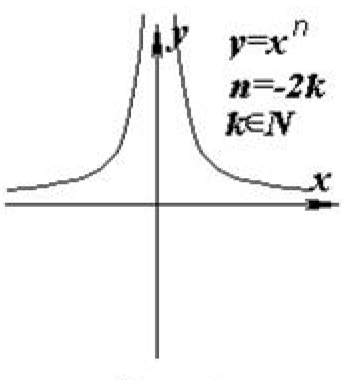


Рис.3.2.1.

5. Функція $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ набуває лише додатних значень при $n = 2k$; функція $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ набуває від’ємних значень при $x \in (-\infty;\ 0)$ та додатних значень при $x \in (0;\ \infty)$.

6. Функція $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, де $n = 2k$, зростає при $x \in (-\infty;\ 0)$, спадає при $x \in (0;\ \infty)$ (рис. 3); функція $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ спадає на всій області визначення при $n = 2k + 1$.

Приклад 3.2.1

Функція задано формулою:*f(x)=*x^{-40} ;

Порівняйте:

1. *f(6,2) , f(5,5);*
2. *f(-1,6),f(-1,7);*
3. *f(24),f(-24);*
4. *f(-8),f(6);*

Розв’язання :

1. *f(6,2) <f(5,5);*
2. *f(-1,6)>f(-1,7);*
3. *f(24)=f(-24);*
4. *f(-8)<f(6);*

Приклад 3.2.2.

Побудуйте графік функції:

1. $y=x^{-2}+2$;

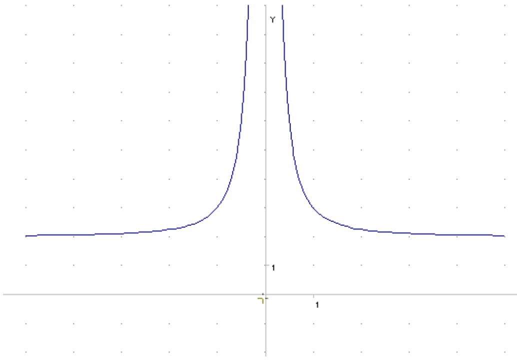


Рис.3.2.1

2. $y=|x^{-3}|$

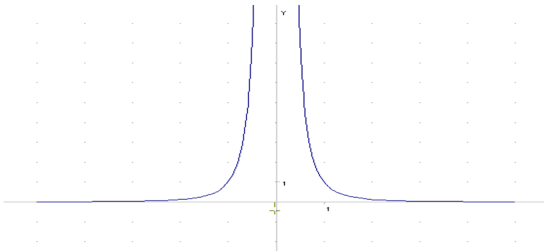


Рис.3.2.2

Приклад 3.2.3.

Побудуйте графік функції

1. $y=(x-2)^0$

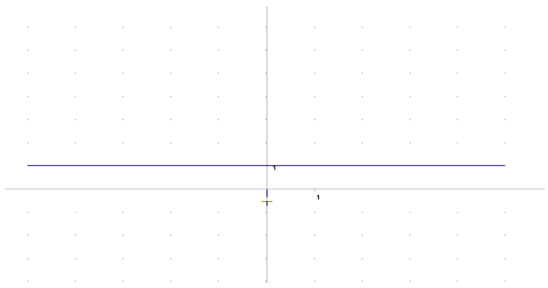


Рис.3.2.3

Приклад 3.2.4.

Побудуйте графік функції:

$$f(x)=\begin{cases} x^{-3}, x\le -1 \\ -x^2, -1<x\le 1 \\ x^{-3}, \tilde{o}>1 \end{cases}$$

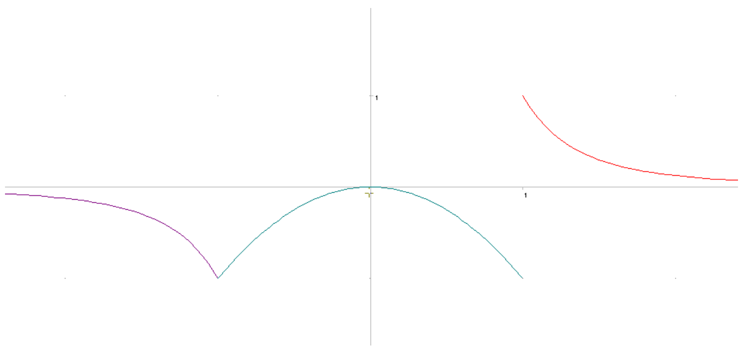


Рис.3.2.4

3. 3. Означення та властивості кореня n-го степеня

Коренем *n*-го степеня з числа *a* називається таке число, n-й степінь якого дорівнює *a* (*n є Z*). Якщо *n* — число непарне, то існує — і до того ж тільки один — корінь *n*-го степеня з довільного числа a. Цей корінь — число того ж знаку, що число a, і дорівнює 0, якщо *a=0*. Позначення: $\sqrt[n]{a}$, де *n* — показник кореня, *a* — підкореневий вираз.

Нехай *n* — парне число. Якщо $a > 0$, то існує два протилежних числа, які є коренями *n*-го степеня з a.

Позначення: $\sqrt[n]{a},$ — додатний корінь *n*-го степеня з a, $-\sqrt[n]{a}$ — протилежне йому число (*n* — парне).

Вираз $\sqrt[n]{a}$, якщо *n* — парне, має зміст для $a \geq 0$. Якщо *n* — непарне, то вираз $\sqrt[n]{a}$ має зміст при будь-якому a. $(\sqrt[n]{a})^n = a$ для всіх значень a, для яких $\sqrt[n]{a}$,має зміст.

Арифметичним коренем *n*-го степеня з невід'ємного числа називається невід'ємне число, *n*-й степінь якого дорівнює a.

Для коренів непарного степеня $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$.

Для коренів парного степеня $\sqrt[n]{x^n = |x|}$, для будь-якого значення *x*.

Для будь-якого натурального n, цілого k і невід'ємних чисел *a* і *b* справджується:

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},\ b \neq 0$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}\ , (k > 0)$
4. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k},$ (k>0)
5. $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$ (якщо k≤0,a≠0)
6. $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b},$ якщо $0 \leq a < b$

1.Винесення множника за знак радикала

Приклад 3.3.1.

а) Винесіть множник за знак кореня (a≤0, *b*>0):

.$\sqrt[6]{64a^8b^{11}} = \sqrt[6]{2^6a^6a^2b^6b^5} = -2ab\sqrt[6]{a^2b^5}$

б) Винесіть множник за знак кореня (a≤0, b≤0)

$\sqrt[4]{a^5b^5} = ab\sqrt[4]{ab}$

Зверніть увагу: a≤0, b≤0, але ab≥0, a^5b^5.

3) Винесіть множник за знак кореня , b≤0:

$\sqrt[8]{-a^{17}b^{25}}$

Даний вираз має зміст при a≤0, а звідси $a^{17} \leq 0, -a^{17}$

$\sqrt[8]{-a^{17}b^{25}} = \sqrt[8]{a^{16}(-a)b^{24}b^2} = a^2|b^3|\sqrt[8]{-ab^2} = -a^2b^3\sqrt[8]{-ab^2}$

(Скористались тим, що , $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ тому, $\sqrt[8]{b^{24}} = \sqrt[8]{(b^3)^8} = |b^3|$)

2. Внесення додатних множників під знак радикала

Приклад 3.3.2

1) $2x\sqrt[3]{3x^2} = \sqrt[3]{8x^3 3x^2}$

2) $a\sqrt{-a}$. Цей вираз має зміст при $a \leq 0$

Отже $a\sqrt{-a} = -\sqrt{a^2(-a)} = -\sqrt{-a^2}$

3. Зведення до раціонального вигляду членів дробових ірраціональних виразів

Приклад 3.3.3

1) Знаменник — одночленний ірраціональний вираз.

а) $\frac{m^3}{\sqrt[7]{m^4}} = \frac{m^3\sqrt[7]{m^4}}{m} = m^2\sqrt[7]{m^3}\ ,\ m \neq 0$

2) Знаменник — двочлен відносно квадратних коренів. Використовують тотожність $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

а) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{3(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y}$ ОДЗ — область допустимих значень (тобто множина значень x, для яких усі вирази, що входять до рівняння, мають зміст): $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \neq y \end{cases}$

б) , $\frac{a-\sqrt{2}}{a+\sqrt{2}} = \frac{(a-\sqrt{2})^2}{a^2-2}$

ОДЗ: $a \neq \pm\sqrt{2}$

3) Використання тотожностей:

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

а) .$\frac{2}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{7}} = \frac{2(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[5]{35}+\sqrt[3]{7^2}}{5+7} = \frac{1}{6}(\sqrt[3]{25} - \sqrt[5]{35} + \sqrt[3]{49})$

4. Добування кореня з радикалів

Приклад 3.3.4.

$$\sqrt{x^6\sqrt[5]{x^2}} = \sqrt{\sqrt[5]{x^{32}}} = \sqrt[10]{x^{32}} = |x^3|\sqrt[5]{x^2} = |x^3|\sqrt[5]{|x|}$$

3.4. Означення та властивості степеня з раціональним показником

Якщо a $>$ 0, m - ціле число, n - натуральне число (n $>$ 1), то виконується рівність: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Приклад 3.4.1.

1. $y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{y}$;
2. $m^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{m^3}$;
3. $c^{0,3} = c^{\frac{3}{10}} = \sqrt[10]{c^3}$;
4. $14^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{14^{-3}}$
5. $(a+b)^{-0,2} = (a+b)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{(a+b)^{-1}}$

Приклад 3.4.2.

Обчислити 1. $49^{\frac{1}{2}}$; 2. $125^{-\frac{1}{3}}$; 3. $16^{1,5}$; 4. $32^{-\frac{2}{5}}$;

Розв'язання:

1. $49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7;$

2. $125^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \frac{1}{5};$

3. $16^{1,5} = 16^{\frac{3}{2}} = \sqrt{16^3} = \sqrt{4^{2\cdot 3}} = 4^3 = 64;$

4. $32^{-\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{32^{-2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32^2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^{5\cdot 2}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{(2^2)^5}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$.

Властивості степеня з раціональним показником такі самі, як і властивості степеня з натуральним показником.

Розглянемо застосування цих властивостей.

Приклад 3.4.3.

1. $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{5}} = x^{\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{5}\right)} = x^{\frac{3}{10}};$

2. $a^{\frac{3}{5}} : a^{-1.4} = a^{\frac{3}{5}-(-1.4)} = a^2;$

3. $(c^{-3})^{-\frac{2}{3}} = c^{-3\cdot(\frac{2}{3})} = c^2;$

4. $(\sqrt{p} \cdot p^{1.3})^{-1} = (p^{\frac{1}{2}} \cdot p^{1.3})^{-1} = (p^{0.5+1.3})^{-1} = (p^{1.8})^{-1} = p^{-1.8}$

Приклад 3.4.4

$$(64p^{-6})^{-\frac{1}{3}} = 64^{-\frac{1}{3}}(p^{-6})^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64^{-1}} \cdot p^2 = \sqrt[3]{\frac{1}{64}} \cdot p^2 = \frac{1}{4}p^2.$$

Приклад 3.4.5.

Обчислити: 1. $0.004^{-\frac{1}{2}}$; 2. $81^{\frac{3}{4}}$; 3. $0.216^{-1\frac{1}{3}}$

Розв'язання:

1. $0.004^{-\frac{1}{2}} = ((0.2)^2)^{-\frac{1}{2}} = 0.(2)^{-1} = (\frac{1}{5})^{-1} = 5.$

2. $81^{\frac{3}{4}} = (3^4)^{\frac{3}{4}} = 3^{4\frac{3}{4}} = 3^3 = 27;$

3. $0.216^{-1\frac{1}{3}} = ((0.6)^3)^{-\frac{4}{3}} = 0.6^{3\left(-\frac{4}{3}\right)} = 0.6^{-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{625}{81} = 7\,\frac{58}{81}.$

Приклад 3.4.6.

Обчислити: 1. $25^{\frac{1}{3}} : 25^{-\frac{1}{6}}$ 2. $(3^{-\frac{1}{2}})^{-\frac{3}{5}} \cdot 3^{1.7}$

Розв'язання:

1. $25^{\frac{1}{3}} : 25^{-\frac{1}{6}} = 25^{\frac{1}{3}-(\frac{1}{6})} = 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25}$=5 ;

$$2.\,(3^{-\frac{1}{2}})^{-\frac{3}{5}} \cdot 3^{1.7} = 3^{-\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{5}\right)} \cdot 3^{1.7} = 3^{\frac{3}{10}} \cdot 3^{1.7} = 3^2 = 9$$

Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.

Приклади 3.4.7.

1. $4a^{\frac{1}{2}}\left(2 - a^{\frac{1}{2}}\right) - 8a^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{1}{2}} - 4a - 8a^{\frac{1}{2}} = -4a$

2. $(x^{\frac{1}{4}} - x^{\frac{1}{2}})^2 + 2x^{\frac{3}{4}} = (x^{\frac{1}{4}})^2 - 2x^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{2}} + \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{3}{4}} + x + 2x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2}} + x$.

3. $\left(a^{\frac{7}{2}} - y^{\frac{5}{2}}\right)\left(a^{\frac{7}{2}} + y^{\frac{5}{2}}\right) = (a^{\frac{7}{2}})^2 - (y^{\frac{5}{2}})^2 = a^7 - y^5$

3.5.Ірраціональні рівняння

Рівняння називається ірраціональним, якщо невідоме входить під знаком чи радикала невідоме зводиться в ступінь із дробовим показником . Розв'язок ірраціонального рівняння зводиться до звільнення від ірраціональності і розв'язанню отриманого рівняння. При зведенні рівняння в ступінь можуть з'явитися сторонні корені. Тому необхідно робити перевірку, чи є знайдені корені. Розв'язок вихідного рівняння. Основним методом Розв'язок ірраціональних рівнянь є зведення обох частин рівняння в ступінь. Приведемо основні способи Розв'язок ірраціональних рівнянь.

Метод роз'язування рівняння на область допустимих значень (ОДЗ)

Знаходимо ОДЗ з умов того, що підкоренева функція $f(x)$ вираження $\sqrt{f(x)}$задовольняє умові $f(x \geq 0)$. При розв'язанні ірраціонального рівняння перевіряємо, чи входять знайдені корені в ОДЗ.

Приклад 3.5.1Розв'яжемо рівняння $\sqrt{\left(-x^2 - 16x - 3\right)} = \sqrt{-8x - 3}$.

Зведемо обидві частини рівняння в квадрат

$-x^2 - 16x - 3 = -3x - 3, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = -8$.

Корінь $x = 0$ не задовольняє рівнянню, тому що під коренем будуть негативні вираження.

Приклад 3.5.2 Розв'яжемо ірраціональне рівняння

$\left(x^2 + 6x + 5\right)\sqrt{9x - 2} = 0$

ОДЗ значень x визначаються додатним чи нульовим значенням виразу під коренем $9x-2\geq 0$, відповідно до чого ОДЗ визначається як $\left(x\geq\frac{2}{9}\right)$.

У рівняння 3 розв'язки, які знаходяться при розв'язанні рівнянь

$(x^2+6x+5)=0$

$\sqrt{9x-2}=0$

Відповідно розв'язок:

$$(x^2+6x+5)\sqrt{9x-2}=0,\quad x_1=-1,\quad x_2=-5,\quad x_3=\frac{2}{9}$$

Корені $x_1=-1$, $x_2=-5$ не входять в ОДЗ $\left(x\geq\frac{2}{9}\right)$ і не задовольняють рівнянню.

Приклад 3.5.3 Розв'яжемо рівняння

$$\sqrt{(-x^2+3x+10)}*(8x+3)=0.$$

ОДЗ цього рівняння визначається додатним чи нульовим значенням виразу під коренем $-x^2+3x+10\geq 0$

З рівнянь $x^2-3x-10=0,\quad 3x+8=0$ знаходимо корені $x_1=-2$, $x_2=5$, $x_3=\frac{-8}{3}$. Корінь x_3 не входить в ОДЗ $(x\in[-2;5])$ і є стороннім.

Приклад 3.5.4 Розв'яжемо рівняння

$$(x-2)\sqrt{-x-1}=x-2$$

ОДЗ цього рівняння визначається додатним чи нульовим значенням виразу під коренем $-x-1\geq 0\Leftrightarrow x\leq -1$.

Рівняння має очевидний корінь $x=2$, що не входить в ОДЗ і є стороннім. Після скорочення на $x-2$ одержимо рівняння

$\sqrt{-x-1}=1$, $-x-1=1$, $x=-2$

Приклад 3.5.5 Розв'яжемо рівняння

$\sqrt{x^2+x+1}=\sqrt{x}-1$

Знаходимо ОДЗ $(x\geq 0)$. В ОДЗ для $(x\geq 0)$ виконується нерівність

$x^2+x+1>x$, $\sqrt{x^2+x+1}>\sqrt{x}$

Тому рівняння не має розв'язків.

Приклад 3.5.6. Розв'яжемо рівняння

$\sqrt{3-x}=\sqrt{x-6}$

Знаходимо ОДЗ із нерівностей

$\begin{cases}3-x\geq 0\\ x-6\geq 0\end{cases}\begin{cases}x\leq 3\\ x\geq 6\end{cases}$ $x\in\varnothing$

Рівняння розв\`язків не має.

Приклад 3.5.7 Розв'яжемо рівняння

$\sqrt{-2-x}=\sqrt[3]{x-4}$

Знаходимо ОДЗ: $-2-x\geq 0,\quad x\leq -2$. В ОДЗ права частина рівняння негативна, а ліва частина не негативна. Рівняння не має розв'язків, $x\in\varnothing$ (пуста множина значень).

Метод зведення рівняння в квадрат

Приклад 3. 5.8 Розв'яжемо рівняння

$\sqrt{1+x\sqrt{x^2+24}}=x+1$

Зведемо рівняння в квадрат

$$1+x\sqrt{x^2+24}=x^2+2x+1, \quad x_1=0$$

$$\sqrt{x^2+24}=x+2, \;\; x^2+24=x^2+4x+4, \;\; 20=4x, \;\; x_2=5$$

Приклад 3.5.9. Розв'яжемо рівняння

$$3x+2=\sqrt{5x^3+9x^2+12x-36}.$$

Виділимо обох частин рівняння в квадрат

$$9x^2+12x+4=5x^3+9x^2+12x-36$$

Після приведення подібних членів одержимо

$$5x^3=40, \quad x^3=8, \quad x=2.$$

Метод заміни .

Заміна підкореневого вираження спрощує зведення ірраціонального рівняння до раціонального.

Приклад 3.5.10 Розв'яжемо рівняння

$$\sqrt{2x^2-6x+8}+\sqrt{2x^2-6x+1}=7.$$

Позначимо $\sqrt{2x^2-6x+1}=t\geq 0$. Одержимо рівняння за зведемо дві його частини в квадрат

$$\sqrt{t^2+7}+t=7, \quad t^2+7=49-14t+t^2, \quad t=3$$

Одержимо рівняння та його корені

$$2x^2-6x+1=9, \quad x_1=3, \quad x_2=-1.$$

Приклад 3.5.11 Розв'язати рівняння

$$x^2+\sqrt{x^2-4x-73}=4x+79$$

Позначимо $\sqrt{x^2-4x-73}=t\geq 0$.

Одержимо рівняння

$$t^2-6+t=0,\quad (t+3)(t-2)=0,\quad t=2,$$

Відповідно вставлюючи отримане значення t в підстановку, отримуємо

$x^2-4x-73=4,$ та його корені

$x_1=-7,\quad x_2=11$.

Виділення повного квадрата [52]

При розв'язанні ірраціональних рівнянь часто використовують прийом виділення повного квадрата.

Приклад 3.5.12. Розв'язати рівняння

$\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{x^2-6x+9}$.

Виділимо під радикалами повний квадрат

$\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x+2)^2}=\sqrt{(x-3)^2}$

чи

$|x-2|+|x+2|=|x-3|$

Розв'язуємо рівняння на інтервалах $(-\infty;-2];[-2;2];[2;3];[3;+\infty)$ і знаходимо корені $x_1=-3$, $x_2=-1$.

Приклад 3.5.13 Розв'язати рівняння

$\sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}}+\sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}}=2$.

Позначимо $\sqrt{x-2}=z$ й одержимо рівняння

$$\left|z-1\right|+\left|z-3\right|=2$$

Одержимо розв’язок $1\le z\le 3;\ \ 3\le x\le 11$.

Приклад 3.5.14 Розв’язати рівняння

$$\sqrt{6x^2-59x+149}-\sqrt{x^2-9x+24}=x-5 \quad (1)$$

Помножимо обох частин рівняння на спряжений вираз

$$\left(\sqrt{6x^2-59x+149}-\sqrt{x^2-9x+24}\right)\left(\sqrt{6x^2-59x+149}+\sqrt{x^2-9x+24}\right)=$$

$$=(x-5)\left(\sqrt{6x^2-59x+149}+\sqrt{6x^2-9x+24}\right).$$

Одержимо рівняння

$$5x^2-50x+125=(x-5)\left(\sqrt{6x^2-59x+149}+\sqrt{x^2-9x+24}\right)$$
$$5(x-5)=\sqrt{6x^2-59x+149}+\sqrt{x^2-9x+24},\quad x-5=0. \ (2)$$

Маємо корінь рівняння $x_1=5$. З рівнянь (1), (2) знаходимо

$$\sqrt{x^2-9x+24}=2(x-5)$$

Зводимо обох частин рівняння в квадрат.

$$3x^2-31x+76=0,\quad x_2=\frac{19}{3},\quad x_3=4$$

Корінь $x_3=4$ не задовольняє рівнянню.

Метод заміни радикалів новими невідомими

Основним способом Розв’язок складних ірраціональних рівнянь є заміна кожного радикала новим невідомої. Це дозволяє звести ірраціональне рівняння до системи алгебраїчних рівнянь.

Приклад 3.5.15 Розв'яжемо рівняння

$\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$.

Уведемо позначення

$\sqrt[3]{2-x} = y$,

$\sqrt{x-1} = z$ і при цьому приходимо до системи алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} y = 1 - z \\ 2 - x = y^3 \\ x - 1 = z^2 \end{cases}$$

У першу чергу виключаємо невідоме $x = 1 + z^2$.

$$\begin{cases} 1 = y^3 + z^2 \\ z = 1 - y, \quad 1 = y^3 + (1-y)^2, \quad y_1 = 0, \quad y_2 = 1, \quad y_3 = -2 \end{cases}$$

Звідси знаходимо розв'язок $x_1 = 2$, $x_2 = 1$, $x_3 = 10$

3.6. Ірраціональні нерівності

Як правило, ірраціональні нерівності зводяться до однієї з наступних нерівностей

$\sqrt{f(x)} \geq g(x)$ (3.6.1)

Нерівність (3.6.1) виконується в одному з двох випадків

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \leq 0 \end{cases} \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g^2(x) \end{cases}.$$

Нерівність $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$ (3.6.2) виконується, якщо виконані нерівності

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq g^2(x) \end{cases}$$

Приклад 3.6.1 Розв'яжемо рівняння

$\sqrt{x^2+2x-63} \geq x-3$. (3.6.3)

Маємо нерівність вигляду (3.6.1). Складемо та розв'яжемо 2 системи нерівностей:

Перша система 2-х нерівностей передбачає, що ліва частина нерівності (2.6.3) більше/дорівнює нулю, а права частина менше/дорівнює нулю

$$\begin{cases} x^2+2x-63 \geq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x \leq -9$$

Друга система 3-х нерівностей передбачає, що ліва і права частини нерівності (3.6.3) більше/дорівнює нулю та одночасно ліва частина більше/дорівнює правій частині.

$$\begin{cases} x^2+2x-63 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \\ x^2+2x-63 \geq (x-3)^2 \end{cases} \Rightarrow x \geq 9$$

Остаточно знаходимо розв'язок нерівності (3.6.3) у вигляді сукупності проміжків $x \in (-\infty;\ -9] \cup [9;\ +\infty)$.

Приклад 3.6.2 Розв'яжемо нерівність

$(x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$. (3.6.4)

1. Потрібно окремо розв'язати рівняння

а) $(x-1)=0$, коренем якого є значення $\Rightarrow x=1$, яке не задовольняє друге

рівняння $\sqrt{x^2-x-2} = \sqrt{1^2-1-2} \Rightarrow$ (не має дійсних коренів)

б) $\sqrt{x^2-x-2}=0 \Rightarrow x^2-x-2=0$, коренем якого є два значення

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4*(-2)}}{2} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$$

та нерівність $(x-1)\sqrt{(x-2)(x+1)} > 0, \quad \Rightarrow x > 2$

Остаточно отримаємо розв'язок у вигляді однієї точки та проміжку $x \in \{-1\} \cup [2; +\infty)$

Кожну ірраціональну нерівність можна розв'язати методом інтервалів. Для цього заміняють нерівність рівністю, розв'язують рівняння і знаходять ОДЗ. Точки, відповідні розв'язкам розбивають ОДЗ на частини. Якщо в одній точці частини ОДЗ виконана нерівність, то вона виконана в усіх точках частини. Якщо в одній точці частини ОДЗ нерівності не виконані, то вони не виконується в усіх точках цієї частини ОДЗ

Приклад 3.6.3.Розв'яжемо нерівність методом інтервалів

$\sqrt{\frac{x+5}{2x-1}} > 2$.(3.6.5)

Знаходимо ОДЗ з нерівності $\frac{x+5}{2x-1} \geq 0$

ОДЗ: $x \in (-\infty; -5] \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Замість нерівності розв'яжемо рівняння

$\sqrt{\frac{x+5}{2x-1}} = 2, \ \frac{x+5}{2x-1} = 4, \ x = \frac{9}{7}$

Наносимо точки на числову вісь

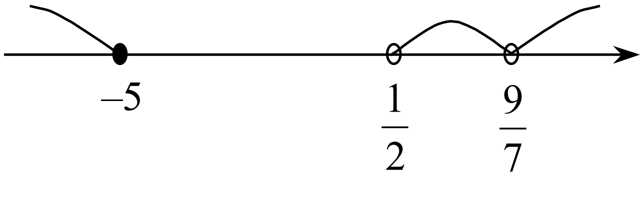


Рис. 3.6.1

. Підставляємо точку $x=-5$ із інтервалу $(-\infty;\ -5]$ в нерівність. Отримаємо нерівність $0>2$, які не виконуються. Тому нерівність (2.6.5) не виконується в усіх точках інтервалу $(-\infty;\ -5]$.

Підставимо точку $x=1$ із інтервалу $\left(\frac{1}{2};\ \frac{9}{7}\right)$. Отримаємо здійсненну нерівність $\sqrt{6}>2$. Отже, нерівність (2.4.6) виконано на інтервалі $\left(\frac{1}{2};\ \frac{9}{7}\right)$..

Візьмемо точку $x=2$ із інтервалу $\left(\frac{9}{7};\ +\infty\right)$. Отримаємо невиконану нерівність $\sqrt{\frac{7}{3}}>2$. Отже, нерівність (2.6.5.) не виконано ні в одній точці інтервалу $\left(\frac{9}{7};\ +\infty\right)$. Отже, розв'язок нерівності (2.6.5) - інтервал $x\in\left(\frac{1}{2};\ \frac{9}{7}\right)$.

3.7. Методичні вказівки до проведення уроків з алгебри у класах з поглибленим вивченням математики під час вивчення теми «Степенева функція»

Зміст та методика проведення занять на тему «Степенева функція »наведені у посібнику «Методичні вказівки до проведення уроків з алгебри у класах з поглибленим вивченням математики під час вивчення теми «Степенева функція»

РОЗДІЛ 4. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ МАСОВИХ ПОЗАКЛАСНИХ ЗАХОДІВ З МАТЕМАТИКИ ПО ТЕМІ «СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ» У ПРОФІЛЬНИХ КЛАСАХ

4.1. Підготовка учня до позакласної роботи

В підготовчій роботі доцільно виділити два аспекти: організаційний та дидактичний. Організаційна діяльність розвиає в учнів інтерес до позакласних занять математикою, допомагає залучити їх до участі в масових заходах, в окремих змаганнях, а також спонукає займатися в математичному гуртку або на факультативних заняттях.

Дидактична роль підготовчої роботи полягає в тому, щоб допомагати учню подолати труднощі, які виникають при додаткових заняттях математикою в позакласний час, допомогти закріпитись у гуртку, підтримати інтерес до додаткових занять математикою та бажання займатися математичним самонавчанням, тим самим створити базу кожному для подальших успіхів.

Підготовчу роботу до організації математичного гуртка проводять більш ретельно. Це використання індивідуальних бесід, під час яких виявляються інтереси і потреби школярів; короткі екскурси в історію математики, розв'язування цікавих задач, розповідь про зміст роботи гуртка і можливі програми. Не зайвим виявляється яскраво оформлена об'ява про початок роботи математичного гуртка. Внаслідок підготовчої роботи кількість учнів на першому засіданні може бути достатньо великою. Але на наступне заняття можуть прийти вже не всі. Це буде залежати від методики проведення вступного заняття, його ефективності з урахуванням індивідуальних особливостей учнів, оскільки серед них будуть діти з різними природніми здібностями до математики, як добре так і посередньо підготовлені. Для слабких учнів теж можна знайти цікаві і доступні завдання, щоб не допускати відсіювання.

Проведення позакласного заходу потребує підготовки. Підготовча робота до кожного з них має різну тривалість та трудоємкість. Більше всього сил і часу у вчителя та учнів потребує підготовка математичного вечора. Тому математичні вечори проводяться порівняно рідко: один раз півріччя або рік. До них, як правило, залучаються учні з паралельних класів. Підготовка до вікторини має інший характер. Тут здебільшого готується вчитель. Він добирає запитання, готує плакат або презенції-запитання на комп'ютері. Розглянемо більш детально види позакласної роботи.

4.2. Методика проведення різних форм позакласної роботи

Математичні гуртки

Математичні гуртки є основною формою позакласної роботи з математики. Заняття в гуртку доповнюють роботу на уроках і дають можливість задовольнити інтереси та запити учнів, які виходять за межі навчальної програми. Робота гуртків будується на основі знань, що їх набувають учні в процесі навчання, і тому її зміст пов'язаний з програмним матеріалом. У гуртках учні розширюють і поглиблюють набуті знання з математики, навчаються працювати над математичними проблемами, читати математичну літературу. Це сприяє підвищенню їх математичної культури, розширенню математичного кругозору і дальшому посиленню інтересу до математики.

В діяльності математичних гуртків можна виділити два напрямки:

1. Формування і розвиток початкової цікавості до математики та розвиток математичного мислення;
2. Поглиблення і розширення знань з математики і теж розвиток математичного мислення.

Перший напрямок є провідним для гуртків учнів 5-7 класів, другий для гуртків учнів класів починаючи з восьмого, хоч елементи обох напрямків наявні в кожному з класів

Як правило, заняття гуртка включають у загальношкільний план і проводять два рази на місяць з вересня по квітень включно. На кожне заняття відводиться не більше як півтори години.

Ініціатором і організатором гурткової роботи з математики повинен бути вчитель. Він складає план роботи гуртка, виявляє учнів, які цікавляться математикою, і готує їх до участі в роботі гуртка, працює над посиленням їх інтересу до цього предмета.

На перше заняття вчитель запрошує всіх бажаючих, і після цього учень повинен вирішити питання про його участь в роботі гуртка; на цьому ж занятті проводиться вхідна бесіда, на якій керівник гуртка знайомить учнів зі змістом і планом роботи гуртка.

Перше заняття гуртка повинно бути типовим. Учні повинні зрозуміти, що такими ж будуть і наступні заняття. Заняття гуртка може бути побудовано за наступним планом:

1. Доповідь одного із учасників гуртка на 10-15 хвилин з історії математики;
2. Розв'язування задач підвищеної складності;
3. Розв'язування задач розважального характеру і задач на кмітливість;
4. Ознайомлення учасників гуртка із задачами, які пропонуються на зовнішньому незалежному оцінюванні;
5. Відповіді на запитання учнів.

Робота гуртка проходить ефективніше, якщо він об'єднує відносно стабільний склад учнів. Гуртківці залучаються до участі в шкільних вечорах, до проведення тижнів математики, до випуску стінних газет тощо.

Заняття в гутках (особливо учнів 5-7 класів) мають бути якомога жвавішими, з елементами гри, змагань, мають захоплювати учнів. Окремі завдання і запитання бажано добирати так, щоб труднощі, які виникають в процесі їх розвязання, спонукали учнів до розгляду певних питань теорії і нових способів діяльності.

У роботі математичного гуртка велике значення має цікавість матеріалу і систематичність його викладу. Цікавість підвищує інтерес до предмету і сприяє розумінню важливої ідеї: математика оточує нас, вона є скрізь.

З огляду на це у зміст роботи гуртків варто включати ребуси, математичні фокуси і загадки, турніри й естафети, інсценівки, вікторини, математичні софізми, цікаві факти з історії розвитку математики і біографії видатних математиків тощо.

Математичні факультативи

Факультативні заняття – форма навчальної роботи, призначення якої полягає в розвитку здібностей і інтересів учнів у поєднанні з загальноосвітньою підготовкою з обраного предмету і на її основі.

Деякі педагоги не вважають факультативи формою позакласної роботи, оскільки це одна з форм диференційованого навчання математики. Факультативи допомагають розв'язувати завдання удосконалення змісту і методів навчання.

Основна мета факультативних занять з математики полягає в тому, щоб враховуючи нахили і здібності учнів, розширити і поглибити вивчення програмного матеріалу, ознайомити учнів з деякими загальними математичними ідеями і методами, показати найважливіші методи застосування математики на практиці. Факультативні заняття сприяють професійній орієнтації учнів у галузі математики та її застосувань, полегшуючи тим самим вибір спеціальності і подальше удосконалення в ній.

Різниця в діяльності факультативних груп і математичних класів повязана з тим, що факультативи не вимагають перебудови системи навчання математики. Вони працюють на базі загального курсу математики.

Факультативні заняття проводяться 1-2 рази щотижня. В групи для цих занять об'єднують учнів паралельних класів. Заняття проводяться згідно з програмами і навчальними посібниками, запропонованими Міністерством освіти і науки України або програмами, складеним вчителем, які пройшли відповідне затвердження.

Проведення факультативів вимагає високого рівня професійної підготовки вчителя. В ряді випадків для проведення факультативних занять запрошуються викладачі вищих та середніх спеціальних навчальних закладів.

Організація і проведення факультативних занять дещо відрізняються від занять за обов'язковими для всіх учнів програмами, їх зазвичай відвідують порівняно невеликі групи (не менше 10 учнів), причому всі вони мають непогану підготовку і цікавляться математикою. Учні вибирають той чи інший факультатив добровільно, але якщо хто вже записався, то повинен відвідувати всі заняття в обов'язковому порядку.

Не можна механічно переносити методи, прийоми, організаційні форми і засоби навчання математики в звичайних класах на факультативне навчання. Враховуючи, що учні на факультативних заняттях мають більші можливості у просуванні в навчанні і стійку цікавість до математики, тут мають переважати методи проблемного навчання (проблемний виклад, евристичні бесіди, дослідницький метод). Більше часу потрібно присвятити самостійній роботі. Окремі вчителі ділять виконання завдання дослідницького характеру на кілька етапів. Спочатку учні вивчають потрібну літературу, а потім шукають алгоритм розвязування задачі або проблеми. На заняттях учні звітують про результати своїх пошуків.

Факультативні заняття дають можливість для прискореного вивчення частини теоретичного матеріалу за рахунок самостійної роботи. Ефективною тут є лекційно-практична система навчання, в якій належне місце відводиться семінарам. На семінарах учні роблять повідомлення про цікаві застосування математичних методів, способи розвязування нестандартних задач, наводять історичні довідки тощо.

Важливою проблемою є зв'язок факультативних занять з вивченям обовязкового курсу, погодженість у часі і змісті, вивченні тих чи інших питань.

<u>Методичні рекомендації до створення програми факультативного курсу:</u>

Факультативні заняття необхідно зіставляти з основним курсом математики. Для досягненням такого звязку рекомендуємо використати різні методичні прийоми: систематизація, коли відповідна тема факультативу вивчається лише після того, як в основному курсі накопичений широкий матеріал, що безпосередньо її стосується; послідовне розгортання теорії, коли в основному курсі є початковий етап її побудови, недоведений до узагальнюючих результатів; розгорнутий опис застосувань певного методу, якщо в основному курсі про них тільки згадується.

Найважливішою особливістю факультативних занять з математики є їх спрямованість в бік застосувань на практиці. Отже, плануючи факультативний курс, обирати задачі практичного спрямування.

<u>Методи навчання на факультативних заняттях:</u>

При виборі методів і прийомів навчання на факультативних заняттях необхідно врахувати зміст факультативного курсу, рівень розвитку і підготовленості учнів, їх інтерес до тих чи інших розділів програми. Одна з найголовніших вимог до методів полягає в активізації мислення учнів, розвитку самостійності в різних формах її прояву.

На факультативах можна використовувати різні форми і методи проведення занять: лекції, практичні роботи, обговорення завдань з додаткової літератури, доповіді учнів, складання рефератів, екскурсії. Коротко зупинимося на деяких з них.

Частину матеріалу можна викласти лекційно, особливо при його синтезі і узагальненні. Мета вчителя – показати, як здійснювати подібну організацію матеріалу: деякі подробиці доведень можна опустити, із означень навести тільки найголовніші, але конкретні методи розв'язування задач викласти в такому вигляді, щоб можна було чітко простежити хід розв'язання. Такі лекції корисно проводити з матеріалу, в якому приділяється велика увага відпрацюванню навичок.

Інший тип лекцій використовується, коли метою є не систематизація навичок, а загальний розвиток школярів, наприклад у відношенні розуміння прикладного значення математики. Тут важливо виділити не методи розв'язування окремих типів задач, а ідеї, які є основою для них, або ж самі методи, але в узагальненій формі. У таких лекціях велике місце займають історія, приклади з сучасного життя і виробництва.

Під час проведення лекції можливі бесіди з учнями, постановка задач, обговорення питань, які виникають у процесі розповіді.

Корисна форма роботи – підготовка учнями рефератів. Виконання таких завдань важливо перш за все у відношенні розвитку навичок самоосвіти, задоволення індивідуальних інтересів учнів. Одночасно індивідуальне завдання повинно мати цінність для всіх учасників факультативної групи. Слід прагнути до того, що підготовлені доповіді заслуховувалися і обговорювалися. До підготовки доповіді можна залучати декількох учнів, які завчасно її вивчили. Вони можуть виконувати роль асистента або опонента доповідача.

Факультативні заняття повинні бути цікавими, захоплюючими для школярів. Добре відомо, що цікавий виклад допомагає розкрити зміст складних наукових понять і проблем. Цікавість допоможе школярам освоїти факультативний курс, ідеї і методи математичної науки, які містяться в ньому, логіку і прийоми творчої діяльності. У цьому відношенні мета вчителя – домогтися розуміння учнями того, що вони підготовлені до роботи над складними проблемами, однак для цього необхідні зацікавленість предметом, працьовитість, оволодіння навичками організації своєї роботи.

Математичні стінгазети

Математична стінгазета є масовим позакласним заходом. Стінгазету видає редколегія гуртка. Стінні математичні газети, як правило, випускають раз на два місяці.

У математичній стінгазеті висвітлюють роботу гуртка, розміщують у скороченому вигляді доповіді гуртківців на різні теми, питання з історії математики, відомості про важливі математичні відкриття, біографії видатних учених-математиків, історичні задачі, оригінально доведені учнями теореми або виведені ними формули, оригінальні конструкції саморобних наочних посібників з математики. Можна розмістити статті гуртківців, присвячені використанню математики в техніці, а також задачі, складені самими учнями, матеріали проведених екскурсій. Газета оголошує конкурс на розв'язування задач, поміщає цікаві і складні задачі, тексти задач для підготовки до участі в олімпіаді, задачі першого туру олімпіади.

У наступних номерах наводять результати олімпіади, прізвища її переможців, відповіді до раніше запропонованих задач і приклади розв'язання деяких з них, прізвища учнів, що розв'язали задачі.

На сторінках газети можна розмістити математичні софізми, задачі-жарти, головоломки, фокуси, кросворди, шаради, ребуси та ін. Майже в кожному номері стінгазети слід наводити перелік нової популярної і доступної для учнів математичної літератури, інколи подавати короткий переказ змісту цієї літератури, підготовлений членами математичного гуртка.

Математичні стінгазети завжди привертають увагу більшості учнів, а тому є найбільш ефективним масовим популяризатором математичних знань серед школярів. Газета може мати такі розділи:

• передова;

• науковий відділ;

• історичний відділ;

• біографії видатних математиків;

• математика і життя;

• математичні відкриття;

• математичні проблеми;

• різні задачі (на конкурс, до олімпіад та ін);

• нова література з математики;

• запитання і відповіді;

• висловлювання про математику.

Важливо, щоб дана форма позакласної роботи була дійсно дійовою, тобто, щоб матеріали, які висвітлюються в газеті, використовувалися активно. Газета може бути класною і добре, коли частина матеріалів у ній висвітлює навчальний процес для даного класу (наприклад, наводяться зразки варіантів найближчої перевіреної практичної роботи), друга частина грунтується на нещодавно пройденому в класі матеріалі, поглиблюючи його в певному відношенні (наприклад, наводяться відомості з історії або застосувань на практиці), і, нарешті, є цікаві задачі, задачі підвищеної складності, з яких систематично проводяться конкурси з математики.

<u>Математичні вікторини</u>

Математичну вікторину здебільшого проводять на математичних вечорах і рідко практикують як самостійний захід у позакласній роботі. У вікторині можуть приймати участь усі, хто бажає. Пропонують здебільшого 6-12 запитань і задач. Вікторину, залежно від числа учасників, можна проводити по-різному.

Перший варіант. Кожне запитання або задачу зачитує вчитель чи учень, який проводить вікторину. На обдумування відповіді дається декілька хвилин. Відповідає той, хто перший підніме руку. Якщо відповідь неповна, то можна дати можливість висловитись ще одному учаснику вікторини. За повну відповідь присуджують два бали, за неповну, але задовільну - один бал.

Переможцями вважаються ті учасники вікторини (2-4 учня), які набрали найбільшу кількість балів. Окремі задачі і запитання лише зачитують, умови інших задач можуть бути записані на дошці. Так можна проводити вікторину, коли в неї беруть участь порівняно небагато (50-60) учнів.

Бажано, щоб запропоновані на вікторині задачі і запитання були хоча б частково розібрані. Не можна перетворювати вікторину на олімпіаду. Олімпіада є набагато відповідальнішою формою змагань. Тривалість вікторини — не більше як 25-40 хв.

Задачі для вікторини повинні бути невеликими, доступними для усного розв'язування. Крім задач, у вікторину можна включити також різні запитання з математики або з історії математики.

У вікторину включають також задачі-жарти. Її можна присвятити повністю якій-небудь одній темі, наприклад, прийомам раціональних обчислень, арифметичним задачам на міркування та інше, але найкраще пропонувати комбіновані запитання.

Математична олімпіада

Шкільна математична олімпіада є важливою формою позакласної роботи, її завдання — підвищити інтерес учнів до вивчення математики, поглибити їх теоретичну підготовку, вплинути на розвиток їх творчих здібностей, виявити юних аматорів математики, щоб залучити їх у подальшому до наукової роботи.

Разом з тим математичні олімпіади мають і виховне значення. Вони привчають учнів до організованості, зміцнюють волю до перемоги, виробляють самостійність і чіткість мислення.

На олімпіаді дають розв'язати задачі і приклади в обсязі програми з математики відповідного класу. Проте умови задач і їх зміст нестандартні. Щоб розібратися в них, учасникам треба вміти мислити, мати добре розвинуту геометричну уяву, знати найраціональніші перетворення іт.д.

У число задач до олімпіади можна включити одну таку, яку могла б розв'язати більшість учасників. Надміру складне завдання може породити в учня невіру в свої сили і відбити бажання займатися математикою. Але водночас доцільно давати й складніші задачі, щоб з усієї маси учасників виділити найбільш підготовлених. Найкраще пропонувати 3-5 задач різної складності нестандартного змісту. Кожну запропоновану задачу оцінюють певною кількістю балів. Якщо учасник дав бездоганний розв'язок задачі, то йому присуджують більшу кількість балів. Кількість балів дещо зменшується, коли задачу розв'язано неповно або в розв'язку допущені незначні помилки. Нуль балів ставлять за нерозв'язану або неправильно розв'язану задачу. Звичайно, оцінюючи роботу, слід брати до уваги якість її оформлення, оригінальність і раціональність розв'язання.

Найчастіше олімпіади проводять в три тури. За кілька дні до початку олімпіади в школі вивішують оголошення приблизно такого змісту:

Організаційний комітет оголошує математичну олімпіаду для учнів VI-XI класів

Умови олімпіади:

1. До участі в олімпіаді запрошуються учні VI-XI класів. Кожний учасник розв'язує лише задачі, призначені для відповідного класу.

2. Олімпіада проводиться в три тури.

3. Право участі в другому турі дістає той учень, який набере не менш як n-кількість балів, встановлених для всіх задач і прикладів першого туру.

4. Право участі в третьому турі дістають ті учні, що наберуть не менш як n-кількість балів, встановлених за задачі другого туру.

5. Переможцем олімпіади серед учнів відповідного класу вважатиметься той, який у третьому турі набере найбільшу кількість балів. Учні, що займуть перше, друге і третє місця, будуть нагороджені грамотами і подарунками.

Математичні вечори

Математичний вечір — одна з масових форм позакласної роботи, яка сприяє поліпшенню якості знань учнів з математики, вихованню в них інтересу і любові до цього предмету. Він є своєрідною формою звіту про роботу гуртків перед усім колективом школи.

За рік можна провести 1-2 математичні вечори. Підготовка і проведення цього заходу потребує великої роботи вчителів математики і членів математичного гуртка. Вчитель розподіляє завдання між гуртківцями, Учні працюють над завданнями, одержують відповідні поради від вчителя. Якість підготовки до вечора перевіряється на засіданні гуртка. Про день проведення вечора повідомляють у красиво оформленому оголошенні, в якому подають і його програму.

Вечір може вести вчитель. Він оголошує про черговий виступ і дає коротке пояснення до нього. Але краще, якщо ведучими будуть учні. Вони можуть не тільки оголошувати про виступ, але і самі виконувати деякі завдання.

Майже завжди вечір складається з двох відділень, між ними влаштовується перерва на 10-20 хвилин. Під час перерви, а також на початку вечора школярі можуть ознайомитися з експонатами та плакатами.

На математичному вечорі нерідко використовуються математичні фокуси. Більшість таких фокусів пов'язано з "відгадуванням" чисел. Математичною основою такого фокуса є деяка алгебраїчна тотожність. Кожен раз, розглядаючи математичний фокус, необхідно довести до учнів математичну сутність фокуса. Без цього освітня цінність фокуса незначна. Краще всього, якщо учні самі знайдуть тотожність на якій грунтується фокус. В основному розгадування подібного роду фокусів пропонують учням 7-8 класів.

<u>Математичні тижні</u>

Тижні математики дають змогу залучити до позакласної роботи багатьох учнів усіх класів, розкрити їхні потенційні здібності, підвищити рівень математичної культури, розвити пізнавальний інтерес учнів, розширити їх кругозір, показати роль математики в науково-технічному прогресі і в розвитку інтелектуального потенціалу країни. Ця форма роботи насичена конкретними заходами, і тому успішне проведення "Тижня математики" вимагає серйозної і тривалої підготовки. Досвід засвідчує, що на підготовку його треба відвести 1,5-2 місяці.

Керувати цією роботою доцільно доручити організаційному комітету, до складу якого входять вчителі та учні, а очолює його ініціативний вчитель математики. Комітет складає сценарій "Тижня", призначає відповідальних за кожну ланку роботи (випуск газет, робота членів жюрі, підготовка матеріалів стенда, оформлення приміщення, добір повідомлень, запитань для КВК (Клуб веселих і кмітливих) і т. д.). При цьому треба враховувати індивідуальні інтереси і можливості вчителів і учнів, оскільки підготовча робота має бути масовою і творчою. Вчителі при цьому повинні бути постійно в центрі подій, надавати допомогу, генерувати «ідеї», проводити репетиції, тренування. Велику допомогу можуть надати в цей період шкільна преса, шкільна бібліотека, запропонувавши спеціальні науково-популярні видання з математики, статті в журналах.

4.3 Математична вікторина

Тема: Степенева функція

Мета: перевірити знання з теми степенва функція, сприяти розвитку вміння виділяти головну думку вивченого , вміння її відтворити і застосувати; розвивати навики колективної і самостійної роботи, розвивати вміння контролювати час.

Умови вікторини:

Вікторина призначена для учнів 10 класів з поглибленим вивчення математики. У вікторині наведено 8 питань зі шкільного курсу алгебри. На написання відповіді на кожне питання відведено час- 3 хв. Кожне повна відповідь на завдання оцінюється в два бали.Переможцем стане той, хто набере найбільшу кількість балів

Запитання :

1.Якою формулою задається степенева функція з цілим показником?

($y=x^n$)

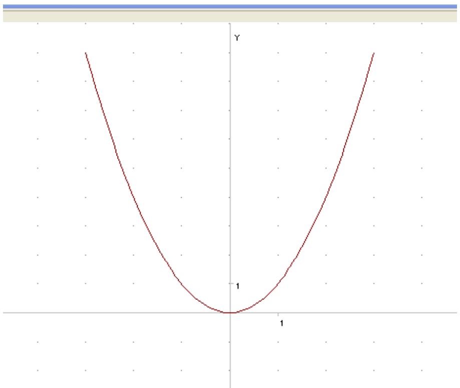
2.Яка область визначення степеневої функції з натуральним показником?

(R)

3. n- це…

(показник степеня)

4.Який вигляд має графік степеневої функції з парним натуральним показником?



5. Сформулюйте визначення кореня n-го степеня

(Коренем n-го степеня з числа a, де n є N n> 1 називають таке число,n-ий степінь якого = a)

6. Що означає звільнитись від ірраціональності в знаменнику дробу?

(Означає перетворити дріб так, щоб його знаменник не містив знака кореня n-ого степеня)

7. Степенем додатного числа з раціональним показником r , поданим у вигляді m/n m є Z n є N

n> 1 називають…?

(число $\sqrt[n]{a^m}$)

8. Яке рівняння називають наслідком даного?

(Рівняння яке отримується в результаті піднесення обох частин даного рівняння до парного степеня)

4.4 Математичний хокей на тему «Степенева функція»

Схема математичного хокею

Вкидання

↓

команда 1 ↔ команда 2

↓ ↓

нападник 1 ↔ захист. 2 **напад. 2 ↔ захист. 1**

↓ ↓

напад. 1 ↔ воротар 2 **захист.1↔ напад. 2 …**

Розігрується задача на вкидання. Команда, яка першою правильно розв‘язала задачу, грає в нападі, друга команда грає в захисті.

Якщо захист другої команди програє задачу, то наступну задачу розігрують напад першої і воротар другої. Якщо захист виграє задачу, то наступну задачу розігрують напад другої команди і захист першої. Гол вважається забитим, якщо воротар програє нападу. Умова кожної задачі проектується на дошку. Учні розв‘язують задачі в зошитах.

Задачі:

1. Винесіть множник за знак кореня ($a \le 0$, $b > 0$):

а). $\sqrt[6]{64a^8b^{11}} = \sqrt[6]{2^6a^6a^2b^6b^5} = -2ab\sqrt[6]{a^2b^5}$

Винесіть множник за знак кореня ($a \le 0$, $b \le 0$)

б) $\sqrt[4]{a^5b^5} = ab\sqrt[4]{ab}$

2.Зведіть до раціонального вигляду

$$\frac{m^3}{\sqrt[7]{m^4}} = \frac{m^3\sqrt[7]{m^4}}{m} = m^2\sqrt[7]{m^3}\ , \qquad m \neq 0$$

3.Добути корінь з радикала

$$\sqrt{x^6\sqrt[5]{x^2}} = \sqrt{\sqrt[5]{x^{32}}} = \sqrt[10]{x^{32}} = |x^3|\sqrt[5]{x^2} = |x^3|\sqrt[5]{|x|}$$

4. Обчислити

1. $49^{\frac{1}{2}}$; 2. $125^{-\frac{1}{3}}$; 3. $16^{1,5}$; 4. $32^{-\frac{2}{5}}$;

5.Спростити

$$4a^{\frac{1}{2}}\left(2-a^{\frac{1}{2}}\right)-8a^{\frac{1}{2}}$$

6. Розв’язати рівняння $\sqrt{\left(-x^2-16x-3\right)}=\sqrt{-8x-3}$.

7. Розв’язати рівняння $\sqrt{3-x}=\sqrt{x-6}$

8. Розв’язати рівняння $\sqrt{2x^2-6x+8}+\sqrt{2x^2-6x+1}=7$.

9. Розв’язати нерівність $(x-1)\sqrt{x^2-x-2}\geq 0$.

10. Розв’яжемо нерівність методом інтервалів $\sqrt{\frac{x+5}{2x-1}}>2$

Висновок

Тема «Степенева функція» вивчається в курсі алгебри і початків аналізу 10 класу. Для її засвоєння в учнів повинна бути вже сформована та напрацьована система методів розв`язування різного виду функцій. Крім того необхідне врахування вікових та навчальних особливостей кожного з учнів, що має значниий вплив при вивченні математики

В даній магістерській роботі поставленої мети досягнуто.Розгялнуто основний зміст і форми організації профільного навчання з математики у старшій школі. Розроблено зміст, ефективні шляхи, методи, засоби та організаційні форми профільного навчаня учнів при вивченні теми «Степенва функція».

Виконані основні **завдання:**

- проаналізовано методичну систему профільного навчання в загальноосвітніх та особливості вивченяя математики в профільних класах.
- досліджено зміст та методику проведення занять на тему «Степенева функція» у профільних класах;
- показано зміст і методи проведення масових позакласних заходів з математики по темі: «Степенева функція», у профільних класах.

Для виконання поставлених завдань використовувались наступні методи дослідження: теоретичні – аналіз навчально-методичної літератури, шкільних програм, календарних, тематичних планів учителів математики, підручників і навчальних посібників з математики, аналіз та обробка результатів педагогічного експерименту; емпіричні – спостереження, бесіди з учителями та учнями, вивчення та узагальнення передового досвіду, систематизація та узагальнення фактичного матеріалу дослідження.

Дана магістерська робота може бути використана учителями пророднично- математичного профілю при підготовці до уроків з теми «Степенева функція» , оскільки розглянуто методику і приклади, розраховану на профільні класи.

Список використаної літератури:

1. Аврамкіна В. І. Конкурс знавців математики : (позакласна робота) / В. І. Аврамкіна // Математика в школах України : Науково-методичний журнал. - 2007. - N 33. - С. 28-33.

2. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів : Моногр. / В. Г. Бевз; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. - К., 2005. - 359 с.

3.Белешко Д.Т. Методичні вказівки до проведення уроків з алгебри у класах з поглибленим вивченням математики під час вивчення теми «Степенева функція» /Д.Т. Белешко, О.В.Карлюк //Рівне-2018

4. Бернацька Т. Про доведення нерівностей: (Готуємось до математичної олімпіади) / Т. Бернацька // Педагогічний пошук : Науково-методичний вісник. - 2003. - №3(39). - С. 54-55.

5. Васильєва Д. Використання мультимедійної дошки в позакласній роботі з математики / Д. Васильєва // Математика в школі. - 2011. - № 11/12. - С. 43-49.

7. Ганжела Г.М. Шляхи формування творчого мислення учнів на уроках математики / Ганжела Г.М., Малихіна Л.І. // Методика викладання математики: Зб. наук. праць. – Кіровоград, 1996. – С. 42-48.

8. Гаран М. С. Історія математики як чинник гуманізації навчального процесу / М. С. Гаран // Пед. науки : зб. наук. пр. - 2012. - Вип. 61. - С. 15-20.

7. Гаргач С. Д. Тиждень математики в школі : (позакласна робота) / С. Д. Гаргач // Математика в школах України : Науково-методичний журнал. - 2007. - № 34/36. - С. 20-42.

9. Годованюк Т. Історія науки на позакласних заходах з математики : (сценарій математичного вечора) / Т. Годованюк // Математика в школі : Науково-методичний журнал. - 2008. - № 7/8. - С. 62-64.

10. Годованюк Т. Л. Позакласна робота з математики / Т. Л. Годованюк // Математика в школі. - 2011. - № 5. - С. 24-29.

11. Довбня П. Позакласна робота з математики: досвід, перспективи / П. Довбня, В. Слуцький // Гуманіт. вісн. ДВНЗ «Переяслав-Хмельниц. держ. пед. ун-т ім. Г. Сковороди» : наук.-теор. зб. - 2011. - Вип. 22. - С. 47-51.
12. Жбанова В. В. Тиждень математики в школі : (позакласна робота) / В. В. Жбанова, Н. Г. Лисенко, Т. Л. Рибка // Математика в школах України : Науково-методичний журнал. - 2006. - №31. - С. 3-24.
13. Іванко Т.І. Систематизація методів розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь і нерівностей/ Т.І. Іванко // Математика в школах України.- 2007. – березень (№ 7). - С. 16-21.
14. Лутченко Л.І. Організація самостійної навчально-пізнавальної діяльності школярів у процесі вивчення матеріалу / Лутченко Л.І. // Тези Міжнародної конференції «Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь» (16 грудня 2002 р., Київ). – К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2002. – С.82.
15. Мазур О. Логарифмічні рівняння у профільній школі / О. Мазур // Математика в сучасній школі. - 2013. - № 2. - С. 13-21.
16. Методи викладання та історія математики : Пр. Укр. мат. конгресу, Київ, 2001 р. / ред.: А. М. Самойленко. - К. : Ін-т математики НАН України, 2006. - 108 с.
17. Панішева О. В. Позакласна робота як один із засобів виховання інтересу до вивчення математики / О. В. Панішева // Математика в школах України : Науково-методичний журнал. - 2007. - № 8. - С. 28-32.
18. Ріжняк Р.Я., Організація самостійної роботи учнів з математики на уроках та в позаурочний час: Посібник для спецкурсу / Ріжняк Р.Я., Малихіна Л.І.. – Кіровоград: КДПУ ім. В.Винниченка, 2001. – 160 с.
19. Усенко О. В. Елементи дослідницької роботи під час вивчення рівнянь, нерівностей, функцій : (позакласна робота) / О.В. Усенко, Я.В. Корнішевський // Математика в школах України : Науково-методичний журнал. - 2006. - №5. - С. 29-30.
20. Шумигай С. Історія науки у позакласній роботі / С. Шумигай // Математика в сучасній школі. - 2012. - №9. - С. 34-42.

21. Шумигай С. М. Історія науки на уроках алгебри в основній школі / С. М. Шумигай // Дидактика математики: пробл. і дослідж. : зб. наук. пр. - 2011. - Вип. 35. - С. 142-147.
22. Юркова А. Обчислення логарифмів : урок-гра з алгебри, 10 клас / А. Юркова // Математика. Шкільний світ : Всеукраїнська газета для вчителів. - 2013. - № 6/7. - С. 17-20.

.