ВСТУП

Планіметричні задачі на побудову, можливо, найдавніші математичні завдання. Комусь вони зараз можуть здатися не дуже цікавими і потрібними, якимись надуманими. І справді, де і навіщо може знадобитися вміння за допомогою циркуля та лінійки побудувати правильний сімнадцятикутник або трикутник за трьома висотами, або навіть просто зробити побудову паралельної прямої. Сучасні технічні пристрої зроблять всі ці побудови і швидше, і точніше, ніж будь-яка людина, а заодно зможуть виконати і такі побудови, які просто неможливо виконати за допомогою циркуля і лінійки. Активізація творчої особистості учнів в процесі оволодіння математикою найефективніше здійснюється через розв'язування задач. Зокрема, важливість задач на побудову обумовлюється особливостями наукової структури курсу, провідним компонентом якої є конструктивізм: майже всі геометричні поняття означуються конструктивно; доведення всіх теорем спирається на використання фігур, реальне існування яких можна підтвердити побудовою. Тому задачі на побудову мають розвивати в учнів конструктивний підхід до осмислення всього комплексу геометричних знань, а не лише формувати конструктивні навички розв'язування задач.

Важливим є також те, що розв'язування задач на побудову - ефективний засіб підвищення алгоритмічної культури учнів. Адже особливістю цих задач є знаходження й наступне однозначне виконання ланцюга операцій - елементарних чи основних побудов, тобто знаходження деякого алгоритму, виконання якого приводить до розв'язування даної задачі.

Розв'язування задач на побудову сприяє правильному розумінню учнями геометрії як науки про властивості просторових форм, ґрунтовному засвоєнню програмного матеріалу з геометрії, виробленню вмінь практично застосовувати його, розвитку логічного мислення, просторової уяви.

Загальні характеристики методики розв'язання планіметричних задач на побудову розробив І.І. Александров у «Збірнику геометричних задач на побудову». В основному робота присвячена вирішенню завдань на побудову за допомогою циркуля і лінійки, але останній розділ присвячений вирішенню завдань одним циркулем, двосторонньою лінійкою, прямого чи гострого кута, односторонньою лінійкою з застосуванням допоміжного кола Штейнера.

Загальні педагогічні проблеми методики розв'язування планіметричних задач на побудову були предметом дослідження Архангельського С.І., Бабанського Ю.К., Беспалько В.П., Загвязінського В.П., Льовіной М.М. і інших.

Особлива роль у формуванні кваліфікованого вчителя математики відводиться методичній підготовці, оскільки саме вона впливає в майбутньому на підвищення якості математичної освіти в школі. Питання методичної підготовки постійно знаходяться в центрі уваги відомих математиків і методистів, а також викладачів, що працюють в педагогічних вузах. Цими питаннями в різний час займалися Атанасян Л.С., Вілєнкін Н.Я., Глєйзєр Г.Д., Гусєв В.А., Іванова Т. А., Колягін Ю.М., Крупіч В.І., Луканкін Г.Л., Лященко Е.Н., Новік І.А.,Погорєлов О.В., Саранцев Г.І., Смірнова І.М., Столяр А.А., Фрідман Л.М., Черкасов Р.С. та інші.

Е.В.Силаєвим розкриті теоретичні основи методичної підготовки студентів до викладання шкільного курсу геометрії, як синтезу підготовок по курсах геометрії, методики викладання математики; Т.А.Івановою створена теоретична концепція гуманітаризації загальної математичної освіти,яка спрямована на вдосконалення всіх компонентів методичної системи навчання математики: цілі, зміст, методи і засоби навчання, включаючи і підготовку вчителя.

У дослідженнях психологів Менчинської Н.А., Фрідмана Л.М. і методистів Артемова А.К., Бурди М. І., Гливи Г. М., Гусєва В.А., Колягіна Ю.М., Слєпкань З. І., Саранцева Г.І., Столяра А.А., Тесленка І.Ф. на основі системного аналізу і діяльнісного підходу до навчання описуються загальні і спеціальні закономірності розв'язування задач на побудову, виявляється роль розумових операцій і логічного мислення в цьому процесі, формулюються загальні і спеціальні прийоми і алгоритми розв'язування різних класів задач, а також необхідні для їх розв'язування прийоми логічного мислення.

Аналіз робіт, присвячених методиці розв'язування планіметричних задач на побудову показав, що увага дослідників була приділена:

1) навчанню окремих методів розв'язування задач: векторному методу, координатному методу, алгебраїчному методу, методу перетворень, методу площ і об'ємів;

2) навчанню школярів розв'язуванню задач на побудову різними методами ;

3) систематизації знань, що відносяться до окремих методів розв'язування планіметричних задач на побудову;

Таким чином, можна констатувати, що в перерахованих дослідженнях методики розв'язування планіметричних задач на побудову не виконується найважливіша умова розвиваючого навчання, а саме не формується узагальнений прийом розв'язання планіметричних задач різними методами. Навчити методів розв'язування планіметричних задач це означає, що навчання окремих методів розв'язування планіметричних задач повинне будуватися на основі аналізу загальних закономірностей у вивченні теоретичних основ методу і в застосуванні методу.

Вище викладене підкреслює суперечність між потребою практики в доцільно організованому процесі навчання студентів методиці розв'язування планіметричних задач на побудову і традиційною формою навчання майбутніх вчителів математики, що і визначило актуальність дослідження.

Таким чином, важливість теоретичного і практичного розв’язання проблеми навчання розв’язуванню планіметричних задач на побудову, її недостатня вивченість, необхідність покращення геометричної підготовки учнів обумовлюють **актуальність** теми магістерської роботи. Все вищесказане визначило **проблему дослідження**, яка полягає в пошуку шляхів і засобів реалізації загального підходу навчання студентів методиці розв’язування планіметричних задач на побудову.

Предметом дослідження є формування умінь і навичок розв’язування планіметричних задач на побудову.

Об’єкт дослідження: методи розв’язування планіметричних задач на побудову.

Мета дослідження:створення ефективної методики розв’язування планіметричних задач на побудову з використанням ІКТ.

Гіпотеза дослідження полягає в тому, що вміння і навички учнів при розв’язуванні планіметричних задач на побудову значно покращуються, якщо вдало будуть використані ІКТ.

Відповідно до мети дослідження поставлені такі **завдання**:
1) провести аналіз навчальних програм, навчальної та навчально-методичної літератури;
2)розглянути поняття логічного мислення;
3)розглянути основні етапи розв’язування задач на побудову;
4)розробити методичні рекомендації з навчання розв'язання задач на побудову;
5) експериментально перевірити ефективність розробленої методики;
6)розглянути методи розв'язання задач на побудову.

В ході розв’язання поставлених завдань використовувалися наступні **методи** педагогічного дослідження: вивчення і аналіз психолого-педагогічної і науково-методичної літератури з проблеми дослідження; вивчення і аналіз досвіду роботи викладачів геометрії і методики навчання математиці;

спостереження, бесіди, опитування учнів; проведення педагогічного експерименту з проблеми дослідження; статистична обробка результатів експерименту.

В основу даного дослідження покладені концепції діяльнісного підходу і системного аналізу; концепція розвитку особистості; основні положення теорії пізнання; дослідження з проблеми, визначення ролі і місця задач в навчанні; основні положення теорії формування математичних понять, вивчення теорем, навчання розв'язуванню математичних задач.

На першому етапі здійснювалося вивчення психолого-педагогічної і науково-методичної літератури з проблеми дослідження; проводився огляд по вивченню стану навчання учнів методів розв'язування планіметричних задач на побудову.

На другому етапі були визначені теоретичні основи методики розв'язування планіметричних задач на побудову, виділені прийоми учбової роботи по вивченню і застосуванню методів розв'язування планіметричних задач на побудову, створено відповідне методичне забезпечення і здійснена його первинна перевірка.

На третьому етапі проводився навчальний експеримент з метою перевірки розробленої методики. Отримані результати були проаналізовані і оброблені засобами математичної статистики, що дозволило підтвердити справедливість теоретичних висновків і ефективність навчання учнів по розробленій методиці.

Наукова новизна дослідження полягає в тому, що проблема розв'язування планіметричних задач на побудову вирішується на принципово новій основі. У дослідженні пропонується загальний підхід до вивчення різних методів розв'язування планіметричних задач на побудову, що включає певні компоненти, і до застосування цих методів на основі узагальненого прийому учбової роботи, що має один і той же склад дій незалежно від використовуваного методу. Ці два положення дозволяють навчити учнів загальної методики роботи по вибору методу розв'язування задач.

Теоретична значущість дослідження полягає у виявлених психологічних, дидактичних і організаційно-методичних передумовах використання загального підходу при вивченні розв'язування планіметричних задач на побудову; у розробленій загальній схемі вивчення окремих методів розв'язування планіметричних задач. Отримані результати вносять істотний внесок до вдосконалення методики навчання учнів розв'язування планіметричних задач на побудову.

Практична значущість дослідження. Результати дослідження можуть бути використані викладачами при проведенні спецкурсу, що дозволяють студентам застосовувати його матеріали в період педагогічної практики і в подальшій професійній діяльності; авторами науково-методичної допомоги для учнів і вчителів, збірників геометричних задач; педагогами шкіл в цілях підвищення якості знань, умінь і навичок учнів по геометрії.

Впровадження в практику навчання основних положень, що висуваються в магістерській роботі, здійснювалося в ході експериментальної перевірки, яка проводилася на базі Підзамчівсьої загальноосвітньої школи
I-III ступенів Радивилівського району Рівненської області.

Завдання дослідження визначили структуру магістерської роботи: вона складається з вступу, чотирьох розділів, висновку і списку літератури. Основний зміст магістерської роботи викладений на 71 сторінках машинописного тексту. Список використаних джерел включає 40 найменувань.

РОЗДІЛ І. НАУКОВО-ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДИКИ РОЗВЯЗУВАННЯ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ

У цьому розділі на основі аналізу психолого-педагогічної і методичної літератури обґрунтовується доцільність і можливість формування узагальненого прийому розв'язування планіметричних задач на побудову, розглядаються теоретичні основи процесу його формування.

1.1. Передумови реалізації загального підходу методики розв'язування планіметричних задач на побудову

Щоб визначити найбільш оптимальні шляхи реалізації загального підходу до навчання студентів методиці розв'язування планіметричних задач на побудову, був проведений аналіз діяльності студентів факультету математики та інформатики Рівненського державного гуманітарного університету при розв'язуванні планіметричних задач. Нами було проведено аналіз володіння теоретичними положеннями по окремих методах розв'язування планіметричних задач на побудову, сформовані уміння здійснювати перехід з мови основних геометричних понять і звязків між ними на мову методів розв'язування планіметричних задач і навпаки, сформованість уміння робити обґрунтований вибір методу розв'язування планіметричних задач, уміння здійснювати розв'язування задачі вибраним методом.

У дослідженні взяли участь учні 9 класу Підзамчівської ЗОШ І-ІІІ ступенів Радивилівського району Рівненської області.

В дослідженні застосовувався анкетно – опитувальний метод, проводився аналіз письмових робіт. Учням була запропонована наступна анкета (див. табл. 1). Із аналізу відповідей на перше запитання видно, що число учнів, які виявляють інтерес до розв'язування геометричних задач значно вище, ніж число учнів, розв'язування задач у яких не викликає постійного інтересу. Найбільш важким при розв'язуванні геометричних задач являється вибір методу розв'язування. На деякі питання анкети учні відповідали невпевнено. Учні говорили, що над запитанням "Як ви проводите пошук розв'язування задач?" вони ніколи не задумувалися, а вчитель ніколи не акцентував їх увагу на загальних методах пошуку розв'язування задач. Тому відповіді обумовлені їх емпіричним досвідом щодо розв'язування задач.

Вивчення стану практики навчання методам розв'язування планіметричних задач проводилося також за допомогою аналізу письмових робіт і усних відповідей учнів.

Таблиця 1.

№ п/п	Запитання	Відповіді		
		А	б	В
1.	Чи викликає у вас інтерес розв'язування задач з геометрії: а) так; б) ні; в) не завжди.	8	3	3
2.	Які труднощі ви зустрічаєте при розв'язуванні планіметричних задач: а) при аналізі умови задачі; б) при виборі шляху розв'язання; в) внаслідок не достатніх математичних знань.	7	4	3

3.	Як проводите пошук методу розв’язування задачі: а) визначаю до якої теми чи типу задач відноситься дана задача; б) пригадую відповідні поняття і їх властивості, роблю можливі висновки, які приведуть до розв’язку; в) застосовую прийоми відшукання плану розв’язування.	4	7	3
4.	Як закінчуєте роботу над задачею: а) оформлення розвязку; б) перевірка розвязку; в) відшукання іншого способу розв’язування.	3	7	4

Продовження таблиці 1.

Учням була запропонована діагностична робота №1. Мета роботи: встановити рівень володіння учнями методикою розв’язування планіметричних задач. Задачі, які були поставлені при складанні завдань: 1) охопити відомості, що відносяться до різних методів розв’язування планіметричних задач; 2) з'ясувати, як учні здійснюють вибір методу розв’язування планіметричних задач;

Типові недоліки навчання учнів методів розв’язування планіметричних задач: 1) неволодіння прийомами перекладу основних геометричних понять і співвідношень між ними на мову методів розв’язування планіметричних задач і навпаки; 2) неволодіння в повному обсязі теоретичними знаннями по методах розв’язування планіметричних задач; 3) невміння формулювати, в чому полягає суть того або іншого методу розв’язування планіметричних задач[1].

Дидактичні передумови формування узагальненого прийому розв'язування планіметричних задач обумовлені тим, що при існуючій методиці навчання учнів не досягається повноцінне формування ухвалень рішення планіметричних задач різними методами.

Організація навчання учнів вмінням розв’язувати планіметричні задачі дозволяє виділити два основних підходи до формування цих вмінь.

Найбільш поширеними є поступовий перехід від розв’язування простих задач до більш складних. При переході до більш складних задач (напівалгоритмічних, евристичних) надають перевагу знайомству із зразками їх розв’язування .

Таким чином, взаємодія вчителя і учнів в основному зводиться до діагностики формування вміння розв’язувати задачі і демонстрації прикладів розв’язування. Спостерігається прагнення вчителя заставити учнів “пророзв’язувати” якомога більше задач. При цій системі, як відомо, вчитель не приймає участі в управлінні розумовою діяльністю учнів, а останні досягають того чи іншого рівня сформованості вмінь розв’язувати, повністю залежних від їх особистих можливостей і прагнень.

1. 2. Аналіз різних підходів розв’язування планіметричних задач на побудову різними способами.

Математичні вміння – компонент і результат рівневої математичної діяльності, яка має такі особливості: а)основні функції – пізнавальна і перетворююча; б) спрямована на формування узагальнених способів мисленнєвих дій; в) домінування просторового і логічного компонентів, зв’язків, відношень конструктивного характеру; г) притаманність діяльності операційно – орієнтовного змісту, прийомів, які можна подати у вигляді покрокових програм дій; д) має прикладну і практичну спрямованість.

Сформованість вмінь залежить від того, наскільки повно в процесі навчання враховуються рівні математичної діяльності учнів (мінімально базовий, базовий, підвищений).

Формування математичних умінь ефективне, якщо включає такі етапи: підготовчо – мотиваційний, операційно – пізнавальний, рефлексивно – оціночний.

Підготовчо – мотиваційний етап: мотивація введення способу діяльності; актуалізація опорних знань; встановлення програмних вимог до способу діяльності, які показують на базі і в контексті яких знань повинен формуватися спосіб діяльності.

Операційно – пізнавальний етап: визначення найбільш раціональної послідовності їх виконання; виділення операцій способу діяльності; складання на основі узагальнених операцій моделі способу діяльності; уточнення і встановлення меж його застосування.

Рефлексивно – оціночний етап: узагальнення способу діяльності; ретроспективний аналіз і самооцінювання діяльності; співставлення результатів діяльності з навчальними завданнями.

Контроль, корекція і оцінювання навчальної роботи учнів на заняттях здійснюється як в процесі її виконання, так і у формі рефлексивно – оціночного етапу. Рекомендуються такі види контролю: за кінцевим результатом, за параметрами діяльності, покроковий контроль.

Діяльність навчання майбутнього вчителя математики має конкретний предметний зміст, який повинен бути проаналізований перш за все.

Стало уже традицією оцінювати продуктивну діяльність вчителя математики по вмінню його учнів розв’язувати задачі. Це і зрозуміло, адже по тому, як учні розв’язують задачі, можна судити і про те, як і на скільки глибоко засвоїли вони теоретичний матеріал, про вміння орієнтуватись в цьому матеріалі і застосовувати знання про ступінь їх математичного розвитку. З іншої сторони, по тому, як учні розв’язують задачі, можна судити і про педагогічну майстерність вчителя. При такому підході до оцінки діяльності вчителя, його майстерності навчати математиці через задачі, постає важливе питання якості підготовки студентів – майбутніх вчителів до організації цієї діяльності.

У відповідності з цими проблемами підготовки учнів на заняттях математики та методики викладання розглядаються нами з двох позицій: з точки зору підвищення їх загальної ефективності і в плані підготовки для майбутньої педагогічної діяльності вчителя математики. Основою майстерності вважається оперування знаннями з предмету, який вивчається, а теоретичною основою – удосконалення методики навчання розв'язуванню і формуванню професійної майстерності по навчанню учнів розв'язувати математичні задачі

Аналіз теорії поетапного формування розумових дій, одним з головних акцентів якої є вимога здійснення учнями засвоюваної діяльності, а відповідна методика передбачає спеціальні засоби по організації орієнтування у виконанні цієї діяльності, і потім її поетапного відпрацювання, направленого на зміну показників тих чи інших параметрів показує, що діяльність навчання виступає як не самостійно зі сторони того, хто навчається, а тому в основі діяльнісного підходу до формування професійної майстерності вчителя математики ми виділяємо дві стадії.

Перша стадія передбачає виникнення у майбутнього вчителя математики вмінь, які забезпечать можливість актуалізації навчання учнів розв'язуванню задач, засобами нетрадиційного характеру постановки задач, формування їх умов; у відшуканні чітких критеріїв дидактичної значущості задачі і достатнього числа задач, які пропонувалися б учням для реалізації мети навчання; вмінь вірно поєднувати індуктивні та дедуктивні методи роботи з учнями; оволодіння мистецтвом формулювати запитання; прийомами розумових дій (аналогія, узагальнення, конкретизація); вміння будувати контрприклади, обернені твердження; оволодіння узагальненим підходом до розв'язування задач [10].

Друга стадія передбачає ряд послідовних трансформацій цих вмінь, які мають за мету отримання запланованих характеристик і перш за все певної ступені міцності, достатньої для їх функціонування в ході майбутньої педагогічної діяльності.

Реалізація кожної стадії можлива лише при умовах:

- значного підвищення математичної кваліфікації вчителя;
- ефективної перебудови його методичної підготовки;
- широкого обґрунтування місця і ролі кожної дисципліни в загальній системі підготовки учнів;
- підвищення науково – дослідницької роботи з методики математики.

Початковим етапом для реалізації даних умов повинна виступати модель компетентності вчителя математики, яка б відповідала сучасним вимогам і базувалась на науково обґрунтованих методологічних основах, психолого – педагогічних принципах, які б відповідали концепції формування вчителя математики національної школи.

Крім того, вміння викладача математики визначають зміст курсів, які читаються студентам в педагогічному університеті, а також методи читання цих курсів. Наступним шляхом удосконалення процесу підготовки майбутніх вчителів математики є систематичне вдосконалення навчальних планів та програм.

1.3. Роль методики розв'язування планіметричних задач в навчанні математики

В навчані математики задачі виконують різні функції. Учбові математичні задачі є ефективним і часто незамінним засобом засвоєння студентами понять і методів шкільного курсу математики, взагалі математичних теорій. Розв'язування задач добре служить досягненню всіх тих цілей, які ставляться перед вивченням математики. Саме тому для розв'язання задач використовується половина учбового часу уроків математики. Правильна методика розв’язування планіметричних задач відіграє велику роль у формуванні високого рівня математичних знань, умінь і навиків учнів.

При розв’язуванні математичних задач учень вчиться застосовувати математичні знання до практичних потреб, готується до практичної діяльності в майбутньому, до розв’язання задач, що висуваються повсякденним життям. Планіметричні задачі розв’язуються у фізиці, хімії тощо.

Розв’язання задачі має бути повністю аргументованим, тобто не допускаються незаконні узагальнення, необгрунтовані аналогії, пред'являється вимога повноти диз'юнкції, дотримуються повнота і витриманість класифікації. При розв’язанні математичних задач в учнів формується особливий стиль мислення: дотримання формально-логічної схеми міркувань, лаконічне вираження думок, чітка розчленованість ходу мислення, точність символіки [6].

Засвоєння математичних знань і рівень математичного розвитку учнів завжди перевіряються за допомогою розв’язування задач. Тому проблема методів навчання математики включає і проблему методів навчання розв’язуванню задач.

Розв’язування математичних задач привчає виділяти посилання і висновки, дані і шукані, виділяти загальне і особливе в даних, співставляти і протиставляти факти. При розв’язанні математичних задач виховується правильне мислення,учні привчаються до повноцінної аргументації.

Якщо проаналізувати уроки математики в сучасній середній школі, то можна без труднощів помітити, що більша частина навчального часу відводиться розв’язуванню задач. Відомий педагог – математик Д. Пойа говорив, що володіння математикою – це є вміння розв’язувати задачі, при чому не тільки стандартні, але й ті, які вимагають відомої незалежності мислення, здорового розуму, оригінальності, винахідливості [39].

Між іншим, майже всі, кому приходиться мати справу з випускниками середніх шкіл, відмічають слабку підготовку молодих людей саме в методиці розв'язування планіметричних задач на побудову. В чому ж річ? Виявляється, що час, який відводиться на розв'язування задач в школі, далеко не завжди використовується ефективно, і це негативно впливає на якість навчання математики в цілому.

Згадаємо про одне відоме учням поняття: поняття проблемної ситуації. Проблемна ситуація – явище суб'єктивне. Проблемна ситуація складається із наступних компонентів: людина, об'єкт її діяльності і проблема (перепона). Тому проблемну ситуацію не можна "списати", запозичити, передати іншій людині тощо. Це індивідуальне досягнення суб'єкта.

Проблемна ситуація – це інтелектуальна проблема, яка виникає у випадку, коли людина не знає, як пояснити явище, факт, процес дійсності, не може досягти цілі відомим їй способом діяльності. При цьому людина знаходиться в таких умовах, що спосіб подолання проблеми вона повинна знайти тільки завдяки власній пізнавальній активності і самостійності [7;8].

Проблемна ситуація може виникнути тільки в процесі роботи. Без цього людина не може ні помітити проблему, ні зрозуміти її, ні, тим більше, захотіти її ліквідувати.

В шкільних умовах річ, звичайно, може йти тільки про навчальні проблемні ситуації:

- вони являються такими для тих, хто навчається, але не для вчителів;
- вони спеціально створюються вчителем для розв'язання запланованих навчально – виховних завдань.

В методичній літературі відомо кілька способів створення проблемних ситуацій в класі:

Спосіб 1. Створення проблемної ситуація шляхом складання історії виникнення і розвитку якого – небудь математичного поняття чи практичного його застосування в сучасних умовах.

Спосіб 2. Постановка перед учнями теоретичної проблеми пояснення зовнішніх суперечностей у фактах, що спостерігаються, доведення чи заперечення твердження, отриманого на основі спостережень чи в результаті вимірювання, обчислень, виведення формул, правил тощо.

Спосіб 3. Постановка перед тими, що навчаються навчальної проблеми аналізу і узагальнення засвоєних раніше знань і умінь.

Таким чином, потрапивши в проблемну ситуацію, людина намагається її проаналізувати. Говорять, що вона намагається "децентралізувати" ситуацію (до цих пір вона була центром цієї ситуації, а тепер вона хоче вийти за її межі, подивитися на неї зі сторони). Це дає змогу суб'єкту детально проаналізувати ситуацію, виявити всі її складові частини, зв'язки і відношення між ними, і особливості проблеми, що виникла.

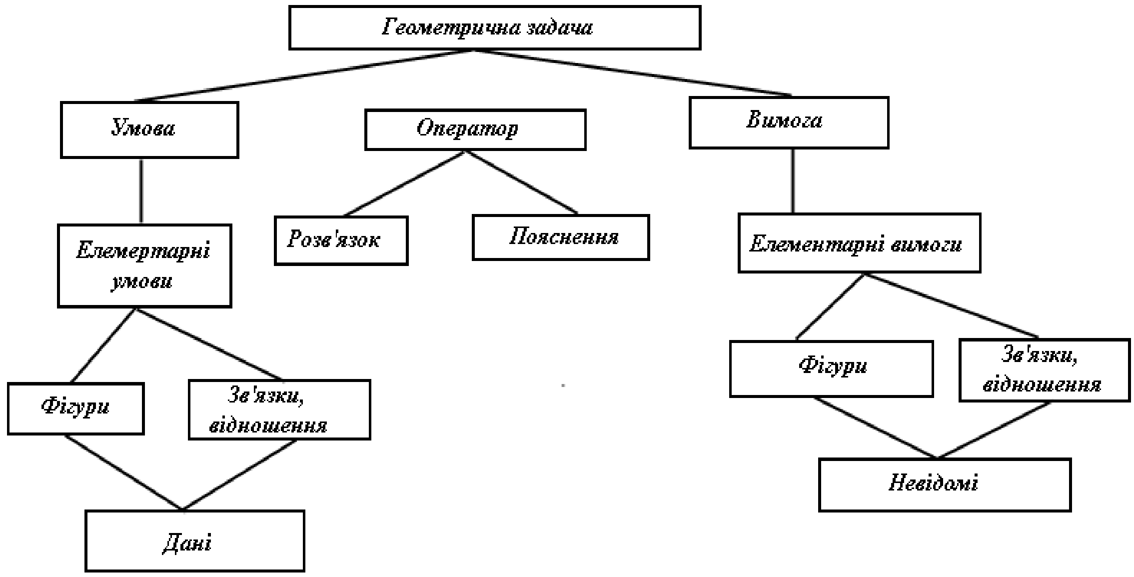
Результати свого аналізу суб'єкт закріплює письмово.

Опис проблемної ситуації на будь – якій мові називається задачею.

Як видно, задача тісно пов'язана з проблемною ситуацією, але вона не співпадає з цією ситуацією. В задачі відображені лише деякі сторони проблемної ситуації. Задача і ситуація подібні, але ситуація багатша, ніж задача, яка виникла з неї. Тому говорять, що задача – це модель проблемної ситуації.

Задача – це модель проблемної ситуації, виражена за допомогою знаків деякої природної чи штучної мови. Відмітимо наступні досить суттєві відмінності між задачею та проблемною ситуацією.

Таблиця 2.



Геометрична задача (див. таблицю 2.) побудована так, що в ній за даними елементами треба знайти інші елементи (шукані) елементи геометричної фігури, які перебувають між собою та даними елементами в певних співвідношеннях, або визначити розміри окремих елементів.

Формування вмінь розв'язувати задачі є однією з основних цілей навчання математиці. Саме ця форма діяльності школярів дає змогу здійснювати контроль рівня їх математичної підготовки.

1.4. Вміння розв'язувати планіметричні задачі на побудову

Під вміннями, що базуються на знаннях і навичках, будемо розуміти здатність людини виконувати будь – яку діяльність в умовах, які змінюються.

Важливим і досить складним геометричним вмінням являється вміння розв'язувати планіметричні задачі. Під загальними вміннями розв'язувати геометричні задачі будемо розуміти вміння застосовувати прийоми і методи розв'язування задач, які відрізняються варіативністю умов, самостійно конструювати загальні правила розв'язування визначених груп задач, підбирати логіко – математичні операції для розв'язування цих груп і послідовно їх виконувати. При цьому можливий різний степінь загальності.

Геометричними вміннями будемо називати вміння, які безпосередньо чи опосередковано пов’язані з операціями над геометричними фігурами.

Існує необхідність визначити розумові дії, в процесі виконання яких студенти оволодіють вміннями розв’язувати геометричні задачі, тобто визначити операційний склад вмінь. Якщо ми хочемо сформувати у студентів вміння розв’язувати геометричні задачі, то перш за все необхідно вияснити, що ж саме треба сформувати, тобто природу вмінь, їх структуру і психологічні особливості.

Щоб виділити структуру (див. таблицю 3.) загальних вмінь розв’язувати геометричні задачі, проаналізуємо діяльність по розв’язуванню задач. В загальному вигляді діяльність по розв’язуванню задач будемо розглядати як процес взаємозв’язку суб’єкта з об’єктом (задачею), або як цілеспрямовану розумову чи практичну діяльність людини, яка розв’язує задачі[25].

До вивчення діяльності по розв’язуванню задач можливі такі підходи:

1. Вивчення діяльності конкретного суб’єкта при розв’язуванні задач з ціллю встановлення структури і особливостей діяльності саме цього суб’єкта.
2. Вивчення діяльності різних суб’єктів при розв’язуванні одних і тих же задач визначеного виду. Такий підхід характерний для дослідження загальних закономірностей мислення при розв’язуванні задач, а також для виявлення структури і особливостей процесу розв’язування задач визначеного виду.
3. Обгрунтування визначеними теоретичними посиланнями побудови діяльності щодо розв’язування задач.

Розрізняють два способи діяльності щодо розв’язування задач: алгоритмічний та евристичний.

Алгоритмічний спосіб має місце тоді, коли студенти володіють повною інформацією про об’єкти, методи і засоби діяльності, тобто він може визначити, яким алгоритмом необхідно користуватися для розв’язання даної задачі і володіє методикою застосування цього алгоритму. Цей вид діяльності підкоряється наступному емпіричному правилу: застосовувати для розв'язування конкретної задачі ті засоби (алгоритми) і методи, які в минулому вже використовувались для розв'язування аналогічних задач. Цей спосіб ефективний тільки в тому випадку, коли об'єкти діяльності та умови діяльності постійні[38].

Евристичний спосіб має місце тоді, коли студенти не володіють повною інформацією про об'єкти діяльності та процеси виконання операцій чи коли вони постійно змінюються.

З методичної точки зору характеристика цих методів звучить так: якщо студент знає, як розв'язати задачу даного типу, то його діяльність в ході розв'язування носить алгоритмічний характер; якщо ж задача даного типу зустрічається йому вперше (навіть якщо її розв'язання можна досягнути за допомогою нескладного алгоритму), його діяльність набуває евристичного характеру.

Вміння алгоритмічного характеру полягають в тому, що студент виконує свою діяльність щодо розв'язування даної задачі у відповідності з відомим йому алгоритмом, тобто в строго заданій послідовності. Володіння даними вміннями орієнтує студентів на формально – логічний аналіз задачі, який закономірно приводить до вибору відповідного конкретного способу розв'язування задач даного класу.

Вміння евристичного характеру пов'язані з цілеспрямленими пошуками в процесі розв'язування задач. Володіння такими вміннями, на відміну від алгоритмічних, може лише навести на шлях розв'язання запропонованої задачі, тобто вони сприяють відшуканню шляху розв'язання з визначеним степенем можливості.

Таблиця 3.

В шкільному курсі геометрії можна виділити наступні методи розв’язування задач: аналітичний, синтетичний, аналітико – синтетичний, алгебраїчний, геометричних місць, координатний і векторний, доведення від супротивного.

Застосування методів до розв’язування задач покращується, якщо їх представити у вигляді евристичних схем. Останні являються орієнтовною основою діяльності студентів при розв’язуванні задачі тим чи іншим методом[37].

Навчання розв’язувати задачі ефективне, якщо вчитель не повідомляє дітям готову евристичну схему розв’язування даної групи задач, а на прикладі двох – трьох задач – моделей організує їх діяльність на самостійне її складання.

1. 5. Традиційна методика розв’язуванню планіметричних задач на побудову: переваги і недоліки

Пошук розв’язку математичної задачі має стратегічне значення у роботі над задачею. Його можна розглядати серед евристичних засобів розв’язування задач стратегії як психічні утворення, що забезпечують інтеграцію основних операцій у складі форми мислення.

Розглянемо можливі стратегії у навчанні розв’язуванню математичних задач за ступенем їх складності. Кожна з них була покладена в основу відповідного рівня у традиційному навчанні пошуку розв'язку математичних задач на побудову[24].

Перший рівень у методиці розв'язування планіметричних задач на побудову відповідає орієнтації на випадкові послідовні спроби перетворення вихідної задачної ситуації. У процесі таких перетворень здійснюється наближення до розв'язку задачі у деякому відносно однорідному задачному полі від вихідної задачі (задачної ситуації) до допоміжних і проміжних задач, підзадач, тощо.

Ефективність методики розв'язування планіметричних задач на побудову на даному рівні залежить від складності задачі (кількості ланок оператора розв'язку). Для нескладної математичної задачі на 1 – 2 дії або перетворення, (ланки відповідного оператора) кількість як вірних так і помилкових або неефективних спроб, що не ведуть до розв'язку задачі, відносно невелика. Тому обрана стратегія буде для цього випадку досить ефективною та результативною[36].

Для складної задачі, що передбачає використання багатоланкового математичного оператора, результативність розв'язку за такої стратегії пошуку падає у статистичній інтерпретації за законом геометричної прогресії.

Можливі посилення даної стратегії пошуку розв'язку математичних задач теоретично, як це показано в теорії розв'язування винахідницьких задач, вичерпуються організаційними формами колективної діяльності: брейнстормінгом (або мозковим штурмом), синектикою, що полягають у збільшенні хаотичних спроб, перебору спроб, варіантів, застосування різних аналогій і вільних асоціацій.

При цьому мова може вестися швидше за все про можливості застосування лише окремих елементів наведених прийомів і методів для математичних задач.

Другий рівень у методиці розв'язку планіметричних задач на побудову відповідає стратегії кількісної систематизації розгляду можливих математичних операторів розв'язку, що наочно можуть бути зображені у деякому однорідному заданому полі.

Систематизація перебору можливих математичних операторів розв'язку задачі дозволяє збільшити кількість можливих спроб,включити дублювання під час пошуку.

Третій рівень у методиці розв'язування планіметричних задач на побудову розширює можливості раніше розглянутих стратегій попередньою структуризацією задачного поля, визначення у ньому емпіричної системи (певної множини) задач, що охоплює зміст параграфа, теми підручника математики, із збереженням підходу виконання випадкових спроб (варіантів). Обмеження задачного поля емпіричною системою задач дозволяє дещо підвищити результативність розгляду математичних задач, якщо учневі стає відомим тип (клас) пропонованих задач. З цього погляду аналогічні математичні задачі, але розташовані відповідно в кінці відомої теми та в кінці підручника (збірника) без вказівки на приналежність до такої теми, будуть розв'язуватися учнем у загальному випадку за різними стратегіями.

Однак за самостійного розв'язку задач, тип яких ще тільки належить визначити, набута результативність зменшується. Інформація про тип пропонованих задач міститься, як правило, у назві розділу підручника, теми розділу збірника задач. Саме цим, на наш погляд, можна пояснити складність для учнів так званих комбінованих задач, що потребують для розв'язування знання кількох тем, розділів.

Четвертий рівень у методиці розв'язування планіметричних задач на побудову передбачає оволодіння стратегією виконання загального напрямку дій з розв'язування задачі у вигляді алгоритму всередині визначеної емпіричної системи задач.

Остання стратегія найбільш ефективна із раніше розглянутих. Однак, внаслідок емпіричного підходу до структуризації задачного поля, система задач, розглядуваних у навчанні, далека від мінімізації[35].

Як бачимо, можливості для удосконалення існуючих стратегій пошуку розв’язку навчальних математичних задач практично вичерпані. Необхідна інноваційна стратегія, що змогла б надати розвитку і доповнити попередні.

РОЗДІЛ ІІ. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1. Психолого-педагогічний процес навчання

Процес навчання - вирішальне та головне джерело систематичного впливу на студента, його думки, почуття, сферу мислення. Велике значення у розвитку активізації пізнавальної діяльності мають місце моменти, що вносять елементи захоплення навчальним процесом, допомагають зняти напругу та втомленість після занять. Головне завдання, що стоїть перед вчителем показати, що математика - не лише “довгі приклади на всі дії, а й цікаві, змістовні задачі, які потребують не тільки прорахунків, а й міркувань”.

Як відомо, *навчання* — це цілісний двосторонній процес педагогічної діяльності вчителя та навчально-пізнавальної діяльності учнів, у результаті якого відбувається засвоєння суб'єктами учіння визначених знань, навичок і вмінь та реалізуються відповідні виховні функції. До психологічних факторів навчання належать вікові та індивідуальні особливості учнів (відчуття, почуття, воля, увага, сприймання, пам’ять, мислення, уява тощо), змістові особливості навчального матеріалу, а також психологія педагогічної взаємодії між усіма складовими навчання. Процес засвоєння знань задіює відповідні психологічні компоненти і водночас розвиває їх, причому розвиток інтенсифікується в гуманізованому й адаптованому до потреб і можливостей дітей середовищі, яке відповідає національним звичаям, традиціям і менталітету. Отже, психологізація навчання — це не лише вивчення і врахування вікових та індивідуальних особливостей суб’єктів учіння під час навчального процесу, а й адаптування до них змісту навчання, дослідження і використання психологічних можливостей навчального матеріалу у розвитку емоційно-вольових та інтелектуально-пізнавальних процесів, національному вихованні студентів. Кожна навчальна дисципліна має свої психологічні пріоритети. Якщо засобами літератури найбільше розвивається емоційно-почуттєва сфера, то строга логічність математичних форм найбільше розвиває інтелектуальні сили суб'єктів учіння, але лише за умов, якщо навчальний матеріал доступний і водночас достатньо важкий для розуміння і засвоєння його учнями[34].

Зміст математичних дисциплін характеризують їх особливості, які належним чином впливають і на їх місце в структурі навчального процесу, і на психологічне забезпечення засвоєння математичних знань. До них належать: високий рівень узагальнення й абстрагованості; тісний взаємозв'язок між усіма елементами знань; велика кількість термінів і понять; домінування дедуктивних умовиводів, логічних обґрунтувань, постійне включення аналітико-синтетичних функцій мислення; переважання методу вправлянь, його суттєва роль не лише для формування відповідних навичок і вмінь, а й для засвоєння теоретичних знань; загальне домінування розвивальних функцій над освітніми під час вивчення математики; велика роль ядра математичних знань і навичок для успішного подальшого просування і в навчанні, й у розвитку. Серед визначених особливостей математики як навчального предмета більшість носить психологічний характер, домінантою якого є інтелект учнів. Тому навчання математики допомагає встановити розумові здібності учнів для того, щоб і самою технологією навчання, й адаптованим змістом оптимізувати поступ їх мислення. Звісно, в умовах колективного навчання реалізувати сповна розвивальні можливості математичних дисциплін є непростою справою, оскільки кожна дитина за своїми здібностями є неповторною і вимагає індивідуального розвитку (навчання)[2].

Провідною функцією математичних знань є інтелектуальний розвиток студентів. Формування в них загальних прийомів розумових дій, а також специфічних прийомів, де під час навчання їх використовують і як засіб досягнення навчальних цілей, і як предмет навчально-пізнавальної діяльності. Практика показала, що особливістю пізнавальної діяльності студентів, що слабо навчаються з математики, є несформованість загальних розумових дій. Причиною є надання пріоритету освітнім цілям, недостатня увага до розумового розвитку дітей, тобто використання математичних знань для формування загальних і специфічних прийомів розумової діяльності, які не часто стають предметом навчання. Учитель розглядає розширення обсягу знань як кінцеву мету навчання. Така установка веде до перевантаження учнів, і щорічно зростає кількість учнів, які не тільки перестають засвоювати математичні знання, а й сприймати їх. Щоб не допустити несприймання значною частиною учнів математичних знань на тому чи іншому році навчання потрібно:

— виділяти ядро елементів знань на кожному навчальному етапі, без яких подальший доступ неможливий;

— решту, поза ядром, елементів знань використовують переважно для формування прийомів розумової діяльності;

— адаптувати рівень складності ядрових знань до рівня розумових можливостей тієї чи іншої типологічної групи учнів;

— з метою полегшення запам’ятовування знань психологізувати матеріал, використовуючи аналогію, порівняння, логіку встановлення і обґрунтування понять.

Розумова пасивність, бездіяльність, яка нерідко обумовлена надмірністю вимог до студентів стомлює їх, а неактивна осмислена розумова праця пов’язана з позитивним емоційним підкріпленням [7].

2.2. Розвиток логічного мислення у процесі навчання математики

Розвиток логічного мислення безпосередньо пов'язаний з процесом навчання математики. При цьому багато дослідників зазначають, що однією з найважливіших завдань навчання, в тому числі і математики, у школі є формування в учнів навичок здійснення логічних операцій, навчання їх різним прийомам логічного мислення, озброєння знаннями логіки і вироблення у школярів умінь і навичок використання цих знань у навчальній і практичній діяльності.

У результаті правильно організованого навчання математики, школярі досить швидко набувають навички логічного мислення, зокрема, вміння узагальнювати, класифікувати і аргументовано обгрунтовувати свої висновки. Разом з тим немає єдиного підходу до вирішення питання, як організувати таке навчання математики. Одні вважають, що логічні прийоми є невід'ємною частиною математики як науки, основи якої включені у зміст освіти, тому в учнів при вивченні математики автоматично розвивається логічне мислення на основі заданих образів. Інший підхід виражається в думці частини дослідників про те, що розвиток логічного мислення тільки через вивчення навчальних предметів, у тому числі і математики, є малоефективним, такий підхід не забезпечує повноцінного засвоєння прийомів логічного мислення [3].

Але яким би не був підхід до вирішення цього питання, більшість дослідників сходяться в тому, що розвивати логічне мислення в процесі навчання математиці це значить: розвивати в учнів уміння порівнювати спостережувані предмети, знаходити в них спільні властивості та відмінності; виробляти вміння виділяти суттєві властивості предметів і відволікати (абстрагувати) їх від другорядних, несуттєвих; вчити дітей розчленовувати (аналізувати) предмет на складові частини з метою пізнання кожної складової частини і з'єднувати (синтезувати) розчленовані подумки предмети в одне ціле, пізнаючи при цьому взаємодію частин і предмет як єдине ціле; вчити школярів робити правильні висновки зі спостережень або фактів, уміти перевіряти ці висновки; прищеплювати вміння узагальнювати факти; розвивати в учнів уміння переконливо доводити істинність своїх суджень і спростовувати хибні умовиводи; стежити за тим, щоб думки учнів викладалися виразно, послідовно, несуперечливо, обгрунтовано[33].

Рішення задач на побудову, безсумнівно, розвиває логічне і активне мислення учнів. Ні одні завдання не сприяють так розвитку в учнях спостережливості та правильності мислення, представляючи в той же час для них і найбільшу привабливість, як геометричні (завдання) на побудову. Велике значення для розвитку логічного мислення учнів мають і задачі на побудову. Наявність аналізу, докази і дослідження при вирішенні більшості таких завдань показує, що вони являють собою багатий матеріал для вироблення в учнів навичок правильно мислити і логічно міркувати. При вирішенні задач на побудову вони мають справу не з конкретною, визначеною фігурою, а повинні створити необхідну фігуру, що піддається різним змінам в процесі вирішення. Розкриваючи взаємозв'язки між даними елементами, бачимо, як зі зміною одних змінюються інші і навіть уся фігура. Цим ми привчаємо учнів до діалектичного методу мислення і по можливості усуваємо формалізм у знаннях.

Важко переоцінити роль задач на побудову в математичному розвитку школярів. Вони по своїй постановці і методам рішення не тільки найкращим чином стимулюють накопичення конкретних геометричних уявлень, а й розвивають здатність чітко уявляти собі ту чи іншу геометричну фігуру і, більше того, вміти подумки оперувати елементами цієї фігури. Завдання на побудову можуть сприяти розумінню учнями походження різних геометричних фігур, можливості їх перетворення - все це є важливою передумовою розвитку просторового мислення школярів. Вони сильно розвивають логічне мислення, геометричну інтуїцію.
Тим часом зауважимо, що процес формування логічного мислення, загальнологічних умінь, як компонента загальної освіти, повинен бути цілеспрямованим, безперервним і пов'язаним з процесом навчання[32].

Логічне мислення - є абстрактне, аналітичне, синтетичне мислення, яке функціонує на базі мовних засобів, активно розвивається в людини, починаючи з певного віку - з початком його навчання.

Розвиток логічного мислення - це формування в учнів навичок здійснення логічних операцій, навчання їх різним прийомам логічного мислення, озброєння знаннями логіки і вироблення умінь і навичок використання цих знань у навчальній і практичній діяльності. Цей процес безпосередньо пов'язаний з процесом навчання математики, правильна організація якого забезпечує найбільш ефективний розвиток логічного мислення, в тому числі і при рішенні геометричних задач. При цьому ні одні завдання не сприяють так розвитку в учнях спостережливості та логічного мислення, представляючи в той же час для них і найбільшу привабливість, як задачі на побудову[4].

2.3. Психологічний аналіз розумової діяльності під час вивчення найпростіших планіметричних задач на побудову

Мета розумової діяльності досягається вирішенням наступних завдань: оволодіння основними розумовими операціями, структурою логічних форм мислення, перенесенням прийомів розумової діяльності з однієї галузі знань в іншу. Організація розумової діяльності базується на принципах спадкоємності, врахування вікових особливостей, розкриття загальнозначущості логічних форм і відносин і ін; а зміст її включає основні логічні вміння та відповідні їм розумові операції. Розвиток розумової діяльності здійснюється за допомогою вивчення процесу мислення, активного використання мовлення, з'єднання і взаємозбагачення всіх видів мислення.

У учнів одного віку пізнавальний процес має різні ступені індивідуального розвитку та їх характер. Елементарним рівнем пізнання вважається відкрита безпосередня зацікавленість новими фактами, знаннями, що формуються на уроці, більш високим рівнем є прагнення учнів до вирішення складних завдань. Саме цей рівень може вирішитися завдяки різноманітним методам навчання при вивченні тем. Вони допомагають розкрити учня, дають поштовх до навчання, прививають любов до математики.

Таким чином, математичні знання і вміння розглядаються не стільки як самоціль, а як засіб розвитку особистості учня, забезпечення його математичної грамотності як здатності розуміти роль математики в світі, в якому він живе, висловлювати обґрунтовані математичні судження і використовувати математичні знання для задоволення пізнавальних і практичних потреб.

Основними завданнями курсу планіметрії є вдосконалення вмінь учнів будувати зображення просторових фігур та розв’язувати різноманітні задачі, які стосуються цієї теми[31].

Особливістю просторового мислення є використання певної системи орієнтації в просторі. Серед можливих систем найбільш природною вважається система орієнтації за допомогою тіла, що лежить в основі практичної орієнтації серед предметів і явищ. Під час переходу до геометричного простору учні зазнають труднощів і виникає потреба відійти від звичної схеми тіла до абстракції. Визначаючи просторове розміщення геометричних об'єктів за точку відліку приймається не спостерігач, а будь-який, наперед обраний елемент, по відношенню до якого в просторі розміщуються всі інші елементи.

Тому перехід від чіткої системи відліку до заданої чи довільно вибраної істотно ускладнює формування просторових образів у школярів.

Поділ курсу геометрії на планіметрію та стереометрію з фактично поодинокими вкрапленнями просторових зображень на площині приводить до гальмування просторової уяви та її спотворення[5].

Не менш важливим є врахування негативного впливу попереднього досвіду студентів, набутого при засвоєнні математичних знань на попередніх етапах навчання. Психологи відзначають, що причиною виникнення таких помилок є пригнічення більш слабких асоціацій сильними та звичними асоціаціями. І як наслідок, відбувається необґрунтоване перенесення вивчених раніше правил, закономірностей у нові умови, неправомірне використання аналогій.

Під час оперування просторовими образами в процесі переходу від площини до простору і навпаки здійснюється процес проекціювання. Учні оволодівають цим поняттям спочатку тільки емпірично, інтуїтивно, а вже пізніше наповнюють свої знання науковим змістом. Запізнє теоретичне обґрунтування процесу проекціювання гальмує проекційні уявлення учнів. Вони не розуміють, що будь-яка плоска фігура є своєрідною проекцією просторової фігури. До того ж постійне оперування площинними зображеннями призводить до жорсткого закріплення фіксованої позиції спостерігання [26].

РОЗДІЛ III. МЕТОДИКА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ З ВИКОРИСТАННЯМ ІКТ

3.1. Загальна методика розв’язування задач на побудову з використанням ІКТ

Суть рішення задачі на побудову полягає в тому, що потрібно побудувати наперед зазначеними інструментами деяку фігуру, якщо дана деяка фігура і зазначені деякі співвідношення між елементами шуканої фігури і елементами даної фігури. Кожна фігура, що задовольняє умовам задачі, називається вирішенням цього завдання. Знайти рішення задачі на побудову - значить звести її до кінцевого числа основних побудов, тобто вказати кінцеву послідовність основних побудов, після виконання яких,шукана фігура буде вже вважатися побудованої в силу прийнятих аксіом конструктивної геометрії.

Основні цілі, які повинен ставити перед собою викладач математики, з нашої точки зору наступні: заохотити студентів до вивчення предмету; навчити і виховати студента.

Багаторічні спостереження показали, що розв’язати першу задачу значно легше, ніж другу. Використовуючи можливості конкретної дисципліни, викладачі навчилися зацікавлювати студентів своїм предметом. А ось навчити всіх в умовах масового виробництва спеціалістів виявилося набагато важче[9].

Сучасні інформаційні технології навчання значною мірою сприяють розв’язанню проблеми інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів. Технології комп’ютерного навчання підтримують продуктивну діяльність учнів, сприяють індивідуалізації та диференціації процесу навчання, реалізації діяльнісного підходу, раціоналізують працю вчителя й учня. Сфера застосування таких технологій дуже широка, зокрема, в шкільному курсі планіметрії. Навчальний предмет – геометрія (планіметрія зокрема) важливий не тільки для підготовки спеціалістів, чия професія пов'язана з математикою, але і для розвитку будь-якої освіченої людини. Як в часи виникнення математики як науки геометричні фігури були містком, що пов'язували її із повсякденним життям, так і сьогодні застосування математичних досягнень до розв'язання різноманітних прикладних завдань вимагає розвиненого образного мислення, сформованих просторових уявлень і уяви.

Педагогічні дослідження показують, що більшість учнів мають наочно-образний тип мислення. Для людей з таким типом мислення наочність є необхідною для ефективного розв'язання задач і важливою ланкою при встановлення зв’язку нового поняття з уже відомими поняттями. Наочність, зокрема комп’ютерна, допомагає учням розвивати свою просторову уяву і формувати правильні і різносторонні уявлення про властивості геометричних об'єктів. Таким чином, вона протистоїть вербалізму, чисто словесному навчанню, проведеному у формі абстрактних міркувань, зміст яких не завжди зрозумілий учням. Геометричні побудови – одна з провідних змістовних ліній шкільного курсу геометрії. Більшість задач на побудову розв’язується нестандартними методами й при їх розв’язуванні значно меншою мірою може бути використаний деякий алгоритм. Саме ці задачі мають значну дидактичну цінність, оскільки їх розв’язування більше, ніж розв’язування інших математичних задач, сприяє розвитку таких рис учнів, як кмітливість, винахідливість, оригінальність, гнучкість мислення, уважність, спостережливість, формує навички евристичної діяльності.

Для розв’язування задач на побудову досить ефективним є використання педагогічного програмного засобу (ППЗ) GRAN-2D. Наявність інструментів для побудови відрізків, прямих і кіл, для чого традиційно використовувались лінійка і циркуль, забезпечує можливості виконання різноманітних геометричних побудов. С.А Раков характеризує названий програмний засіб як інтерактивну систему досить високого класу, що моделює геометрію

Евкліда на площині. Це значно полегшує роботу учням, дає змогу виконувати креслення виразніше, точніше та акуратніше. Він дозволяє заощадити час учнів для розгляду і ознайомлення з більшою кількістю задач різних типів та різних рівнів складності. З потрібною точністю можна перевірити отримані результати обчислень та побудов, відповідність гіпотез, умови існування розв’язків та раціональність шляхів їх пошуку.

Засіб GRAN-2D призначений для графічного аналізу систем геометричних об'єктів на площині звідки тому і походить назва (GRaphic Analysis 2-Dimension). За допомогою педагогічного програмного засобу GRAN–2D конструюються позиційно-динамічні моделі, дія яких ґрунтується на різноманітних евристиках, а саме методах: проб та помилок, тимчасового спрощення задачної ситуації шляхом відкидання частини умови, руху окремих елементів системи, уведенні допоміжних елементів, розгляді окремих (граничних) випадків, застосуванні допоміжних побудов, індукції з подальшим узагальненням. Використання програми GRAN-2D допомагає також активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів на уроках геометрії.

При розв’язуванні задач на побудову цей засіб дає змогу поставити і досягти такі цілі: 1) учні вчаться роботі на комп’ютері; 2) учні мають можливість закріплення вмінь та навичок побудови планіметричних об’єктів на екрані дисплея; 3) значно заощаджується час; 4) учитель може контролювати виконання завдань на кожному окремому етапі кожним учнем. Таким чином, застосування ППЗ GRAN-2D у процесі розв’язування задач на побудову дає змогу реалізувати дослідницький підхід, навчити учнів самостійного знаходження шляху розв’язування, формувати пізнавальний інтерес і творчі якості, котрі є дуже важливими і потрібними у сучасному інформаційному суспільстві.

3.2. Етапи розв’язування планіметричних задач на побудову

Однією з основних проблем методики навчання рішенню задач на побудову є методика введення та вивчення етапів вирішення конструктивних завдань. Ще в IV ст. до н. е.. давньогрецькі вчені розробили загальну схему вирішення задач на побудову, якою ми користуємося і тепер. Процес рішення задачі розбивають на 4 етапи: аналіз, побудова, доведення і дослідження. Розглянемо кожен етап більш докладно.

Аналіз - це важливий етап вирішення завдання, який ми розуміємо як пошук способу розв'язання задачі на побудову. На цьому етапі повинні бути помічені такі залежності між даними фігурами і шуканої фігурою, які дозволили б в подальшому побудувати цю шукану фігуру (якщо ми знаємо, як будувати шукану фігуру, то ніякої аналіз вже не потрібний).

Аналіз - підготовчий, попередній етап рішення задачі на побудову. Щоб полегшити собі пошук зв'язків між шуканої фігурою і даними фігурами, зазвичай виявляється вигідним мати перед очима допоміжне креслення, креслення-нарис,що зображає дані і шукані фігури приблизно в тому розташуванні, яке передбачено умовою задачі. Креслення можна виконати від руки, на око - це проект креслення, який повинен утворитися, коли завдання вже вирішене. На допоміжному кресленні слід виділити дані елементи і найважливіші шукані елементи. Практично часто зручніше починати побудову допоміжного креслення не з даної фігури, а з зразкового зображення вихідної фігури, пристроюючи до неї дані так, щоб вони перебували у звязку, що вказані в умові завдання [13].

Також треба враховувати наступні моменти :

1) якщо на допоміжному кресленні не вдається безпосередньо помітити необхідні для вирішення зв'язку між даними і шуканими елементами, то доцільно ввести в креслення допоміжні фігури: з'єднати вже наявні точки прямими, відзначити точки перетину наявних ліній, продовжити деякі відрізки і т. д. Іноді буває корисно проводити паралелі або перпендикуляри

до вже наявних прямих;

2) якщо за умовами задачі дана сума або різниця відрізків або кутів, то ці величини слід ввести в креслення, тобто слід зобразити їх на кресленні-начерку, якщо їх ще немає на ньому;

3) у процесі проведення аналізу буває корисно згадати теореми і раніше розв'язані задачі, в яких зустрічаються залежності між елементами, про які йдеться в умові розглянутої задачі.

Другий етап розв'язання задач на побудову складається з двох частин:

1) перерахування у порядку всіх елементарних побудов, які потрібно виконати, згідно з аналізом, для вирішення завдання;

2) безпосереднє виконання цих побудов на кресленні за допомогою креслярських інструментів. Дійсно, вирішити задачу за допомогою тих чи інших інструментів - означає вказати кінцеву сукупність елементарних, допустимих для даних інструментів, побудов, виконання яких у певній послідовності дозволяє дати відповідь на питання завдання.

Даний етап вводиться при вирішенні самої першої задачі на побудову, якою зазвичай є задача про побудову відрізка, рівного даному, на даному промені з кінцем на початку цього променя. У бесіді, що супроводжує введення етапу, необхідно зазначити, в чому полягає рішення будь-якої задачі на побудову та вказати, що здійснення цього етапу як раз і полягає в перерахуванні кінцевого числа операцій побудови шуканої фігури.

Рис. 1

Розглянемо рішення задачі: "Побудувати квадрат по його діагоналі".

Аналіз. Провівши діагональ A_1C_1 (рис. 1), ми бачимо, що побудова квадрата зводиться до побудови рівнобедреного прямокутного трикутника $A_1B_1C_1$ по його гіпотенузі A_1C_1, який потім легко доповнити до квадрата.

Побудова. Трикутник $A_1 B_1 C_1$ можна будувати різними способами. Наприклад:

1) Будуємо кут $B_1 A_1 C_1$, що містить 45 °, і на одній його стороні відкладаємо відрізок $A_1 C_1$, і рівний даної діагоналі. Провівши $C_1 B_1$ $A_1 B_1$, отримаємо трикутник $A_1 B_1 C_1$, який доповнюємо до квадрата $A_1 B_1 C_1 D_1$, що можна зробити різними способами.

2) Проведемо через середину $A_1 C_1$ перпендикуляр $B_1 O_1$ $A_1 C_1$ і відкладемо $B_1 O_1 = A_1 O_1$ і з'єднаємо $У_1$ з A_1 і C_1; отримаємо трикутник $A_1 B_1 C_1$.

3) На $A_1 C_1$, як у діаметрі, будуємо коло і з точки O_1, переносимо перпендикуляр $O_1 B_1$ $A_1 C_1$ до перетину з колом в точці B_1. Поєднавши A_1 і C_1, отримаємо трикутник $A_1 B_1 C_1$. Провівши $B_1 D_1$ $A_1 C_1$, ми відразу можемо отримати точки B_1 і D_1, як і в попередньому випадку.

Вказівка вчителя на існування більш простого способу не дає належного ефекту, оскільки запропоноване вчителем рішення здається учням штучним, якого вони самі не змогли б знайти. Звичайно, якщо це робити до того як учні придбають міцні навички в знаходженні рішень різними способами, то результати виявляться негативними. Увага учнів кожного разу буде розпорошуватися між усіма способами, і вони жодного з них не засвоять грунтовно, щоб застосовувати його досить свідомо. Різними способами добре вирішувати завдання в кінці навчального року, при повторенні курсу геометрії, коли учні вже мають достатні навички у вирішенні задач на побудову. Завдання, що допускає різні способи рішення, краще задавати додому, щоб вони не тільки вирішили, а й знайшли найбільш просте рішення.

Після того як фігура побудована, необхідно встановити, чи задовольняє вона умовам завдання, тобто показати, що фігура, отримана з даних елементів певною побудовою, задовольняє всім умовам завдання. Значить, доказ істотно залежить від способу побудови. Одну й ту ж задачу можна вирішувати різними способами, в залежності від наміченого при аналізі плану побудови, а тому, і доведення у кожному випадку буде своє.

Доведення являє собою частину рішення задачі, на своєму логічному змісті зворотнього аналізу. Якщо в аналізі встановлюється, що будь-яка фігура, яка задовольнить поставленим умовам, може бути знайдена таким-то і таким-то шляхом, то в цій, третій частині рішення доводиться зворотне положення. Це зворотне положення в загальному вигляді може бути сформульоване так: якщо деяка фігура отримана з даних елементів такою побудовою, то вона дійсно задовольняє поставленим умовам. При вирішенні простих завдань, коли всі умови задачі знаходять безпосереднє відображення в плані побудови, немає необхідності доводити, що фігура, отримана з даних елементів такою побудовою, є шуканою [14].

При побудові зазвичай обмежуються відшуканням одного якого-небудь рішення, причому передбачається, що всі кроки побудови дійсно здійсненні. Для повного вирішення завдання потрібно ще з'ясувати наступні питання: 1) чи завжди (тобто при будь-якому чи виборі даних) можна виконати побудову обраним способом, 2) чи можна і як побудувати шукану фігуру, якщо обраний спосіб не можна застосувати; 3) скільки рішень має завдання при кожному можливому виборі даних? Розгляд всіх цих питань і становить зміст дослідження [2].

Таким чином, дослідження має на меті встановити умови розв'язності та визначити число рішень. Нерідко школярі і навіть вчителі проводять дослідження, довільно обираючи ті чи інші випадки, причому неясно, чому розглядаються саме такі, а не які-небудь інші випадки. Залишається неясним також, чи всі можливі випадки розглянуті. Сутність цього прийому полягає в тому, щоб перебрати послідовно всі кроки, з яких складається побудова, і щодо кожного кроку встановити, чи завжди вказане на цьому кроці побудова здійснена, а якщо здійснена, то чи однозначно.

Розглянемо рішення і дослідження завдання: "Побудувати коло, що дотикається даної прямої *PQ* і даного кола *(O; OA)* в заданій на ній точці *A"*.

Рис. 2

Розв'язування. Вирішуємо цю задачу методом геометричних місць. Проводимо пряму *OA* (рис. 2). У точці *A* будуємо дотичну *AB* до даної кола, а потім - бісектриси кутів *PBA* і *ABQ*. Точки перетину прямої *OA* з прямими *BM* і *BN* і будуть центрами шуканих кіл.

Проводячи дослідження з побудови, легко виявляємо, що наше рішення не застосовується, якщо *OA* *PQ*. Для такого випадку розглядаємо рішення задачі окремо. У результаті отримаємо, що якщо *OA* не перпендикулярно *PQ*, то завдання має два рішення, за винятком випадку, коли коло *(O; OA)* перетинає *PQ* у точці *A*, так як тоді прямі *BM, У N* і *OA* перетнуться в точці *A*, і кола не отримаємо. Якщо ж *OA* *PQ*, але *A* не лежить на *PQ*, то отримуємо одне коло з центром на *OA* і радіусом, рівним половині відстані від точки *A* до даної прямої *PQ*. Якщо ж при цьому *A* лежить на *PQ*, то завдання невизначена.

Таким чином, для завдання є лише 4 характерні конфігурації вихідних даних:

1) *OA* не перпендикулярно *PQ* і *A* не належить *PQ* - 2 рішення;

2) *OA* не перпендикулярно *PQ* і *A* належить *PQ* - немає рішень;

3) *OA* *PQ*, але *A* не належить *PQ* - 1 рішення;

4) *OA* *PQ* і *A* належить *PQ* - нескінченна безліч рішень .

У результаті таких міркувань вирішується питання про можливість і однозначність побудови шуканої фігури даним способом. Іноді вдається довести, що всяке рішення даного завдання збігається з одним із вже отриманих рішень. Якщо ж це не вдається, то можна припустити, що завдання має інші рішення, які можуть бути знайдені іншими способами. У цих випадках треба ретельно перевірити, чи немає яких-небудь інших можливих випадків розміщення даних або шуканих фігур, які не були передбачені раніше проведеним аналізом [15].

3.3. Методичні рекомендації з навчання розв'язання задач на побудову

У курі геометрії слід ознайомити учнів із загальною схемою рішення задач на побудову. Тут виникає два різних методичних питання . Перший з них - це питання про те, з якого часу у викладанні геометрії при вирішенні завдань повинні фактично проводитися аналіз, побудова, доведення, дослідження? Друге питання, відмінне від першого, - це питання, коли учень повинен бути ознайомлений з логічною схемою рішення задачі. Звертаючись до першого питання, зауважимо, що першим за часом краще вибрати побудову в сенсі перерахування та опису тих чи інших операцій. Тут мається на увазі саме опис процесу вживання інструмента ("прикладаємо два вістря ніжок циркуля до точок M і N, а потім, не змінюючи відстані між вістрями, поміщаємо одне з них в точку O'' і т. п.). На вищому ступені окремі операції просто називаються. Нарешті, останньою сходинкою можна було б вважати ту, коли в якості елементів побудови можуть називатися і досить складні за своїм виконання, але добре відомі учням завдання.

Другим моментом за часом появи в шкільному курсі краще вибрати дослідження задачі. Перший елемент дослідження з'являється під час вирішення завдання про побудову трикутника за трьома сторонами, у вигляді питання про те, чи можна вибрати всі три сторони довільно. До цього має незабаром додатися знайомство з можливістю існування декількох рішень однієї задачі. Цьому моменту потрібно надавати досить велику принципову значимість. Справа в тому, що слова "знайти точку" позначають вимогу "знайти всі точки, які ..." (а не просто "будь-яку точку, яка ...").. Інакше зовсім неминуче виникнення в подальшому питань такого типу, як "навіщо при добуванні кореня брати обидва знаки". Сам термін "дослідження" повинен з'явитися набагато раніше, ніж, скажімо, термін "аналіз".

Третім моментом, що з'являються, приблизно, в один час з елементами дослідження, є доведення правильності виконання побудови. Уже такі завдання як побудова кута, рівного даному, побудова перпендикулярів за допомогою циркуля і лінійки і т. д. ставлять на чергу питання про те, чи буде побудований кут дійсно дорівнювати даному, чи буде побудована пряма перпендикулярна до даної? Проте і на цій стадії роботи і на подальших немає великої необхідності вимагати проведення доведення в тих завданнях, де правильність побудови вбачається безпосередньо. Деякі, навіть порівняно складні, завдання на побудову, можуть, як здається, залишати без особливого доведення.

Нарешті, останнім за часом елементом вирішення, на якому фіксується увагу учнів, є аналіз. Початком цього виду роботи слід вважати звернення до учнів, "хто запропонував" те чи інше рішення задачі, з питанням: "А як ти це рішення знайшов?". Потім поступово треба підвести учнів до думки про те, щоб фіксувати свою увагу на самому процесі відшукання методу рішення, цей процес і отримує назву аналізу. З вище сказаного випливає, що в справі введення понять аналізу, побудови, доведення і дослідження слід дотримуватися з одного боку, поступовість, а з іншого боку, - наполегливість у сенсі багаторазового систематичного звернення до одних і тих самих питань [16].

Перейдемо тепер до другого питання - про введення в курсі геометрії схеми розподілу розв’язування задач на побудову на чотири частини. Безсумнівно, що вивчення цього питання на тому місці, на якому він поставлений у підручниках, слід вважати невчасним і не досягає мети. Тим не менш, схема рішення повинна бути повідомлена учням, але лише значно пізніше.

Гарним прикладом для ілюстрації загальної схеми рішення задач на побудову є завдання: "Побудувати трикутник за двома сторонами і гострим кутом, який лежить проти однієї з них". Зробивши креслення довільного трикутника, учні складають план побудови і при відповідному виборі даних отримують два рішення. Вони бачать необхідність доказу, а також і необхідність дослідження. Тут природно виділяються всі етапи і очевидна їх доцільність. Якщо учні добре володіють основними побудовами, великих труднощів в оформленні рішень вони не відчувають.

Це завдання на побудову є гарним прикладом, який показує зв'язок між числом рішень задачі на побудову трикутника за певними даними й ознаками рівності трикутників. Засвоєння учнями загальної схеми має велике значення не тільки для вирішення задач на побудову. З методичної точки зору і при вирішенні арифметичних завдань, і при вирішенні завдань на складання рівнянь ми користуємося тими ж чотирма етапами, що і при вирішенні задач на побудову.

Рішення задачі на побудову вважається закінченим, якщо вказані необхідні і достатні умови, при яких знайдене рішення є відповіддю на завдання. Значить, ми при будь-якому виборі даних повинні встановлювати: чи має завдання рішення і якщо має, то скільки. Наприклад: "Побудувати коло, що проходить через три дані різні точки". Якщо дані точки не лежать на одній прямій, то завдання має рішення і до того ж тільки одне, якщо ж точки лежать на одній прямій, то завдання рішення не має. Переходимо тепер до одного з найбільш істотних, в методичному відношенні, питань дослідження задачі на побудову. Як встановити і перерахувати всі ті випадки, які мають істотне значення для вирішення даного завдання?

Відомо, що дуже часто учні, розвязуючи те чи інше завдання, особливо на перших порах, намагаються дослідити його, виходячи із запитання: "А що буде, якщо ...", придумуючи ті чи інші "якщо" більш-менш довільно. Необхідно привчати учнів вести дослідження по самому ходу побудови.

Бажаючи дослідити завдання, треба в послідовному порядку перебрати ще раз ті операції, з яких складається побудова, і для кожної з цих операцій визначити, чи завжди вона можлива, яке число точок, відрізків і т. д. ця операція може давати. Дослідження є складовою частиною рішення. Рішення задачі на побудову можна вважати закінченим, якщо дізнаємося, скільки шуканих фігур отримаємо при певних умовах, і, зокрема, зазначено, коли отримаємо шуканий геометричний образ. Але дослідження в задачах на побудову, як і дослідження при вирішенні інших завдань з математики, має і загальноосвітнє значення.

Для правильного проведення дослідження потрібно мати добре розвинене логічне мислення. Значить, з іншого боку, дослідження задач на побудову є гарним матеріалом для розвитку логічного мислення учнів. Незважаючи на необхідність та доцільність дослідження при вирішенні задач на побудову, цьому етапу і в школі, і в методичній літературі приділяється недостатньо уваги. Велика увага приділяється зазвичай вирішити його - аналізу. Аналіз - основний етап при вирішенні задач на побудову: не знайшовши вирішення, не можна провести ні побудови, ні дослідження. Але за трудністю виконання дослідження є не менш складним етапом. Найбільша кількість помилок допускається саме при дослідженні [17].

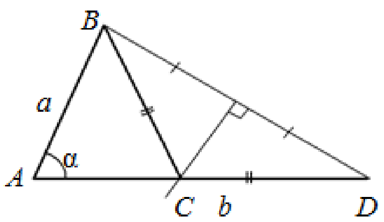
3.4. Методичні аспекти навчання методу допоміжного трикутника

Сутність методу - використання допоміжного трикутника (його ми назвемо базисним). Доцільно вважати базисними трикутники, які можна побудувати за двома сторонами і кутом між ними, за стороною і двома кутами, за трьома сторонами. Якщо трикутник прямокутний, то його можна побудувати за двома катетами, катетом і гострим кутом, гіпотенузою і гострим кутом, гіпотенузою і катетом.

Схема розв'язання задач на побудову

1	Аналіз	Виконання рисунка – ескіза шуканої фігури та встановлення зв'язку між її елементами і даними задачі. Визначення плану побудови шуканої фігури
2	Побудова	Здійснення плану, розробленого в ході аналізу
3	Доведення	Обґрунтування того, що побудована фігура має задану форму, а розміри та розміщення її елементів задовольняють умову задачі
4	Дослідження	Визначення кількості розв'язків і умов існування шуканої фігури або обґрунтування неможливості її побудови

Приклад. Побудуйте трикутник за даною стороною *a*, прилеглим до неї кутом *α* і сумою двох інших сторін *b*.



Розв'язання.

Аналіз. Припустимо, що шуканий трикутник уже побудовано. За даними відрізками і кутом між ними можна побудувати ΔABD. Вершиною *C* шуканого трикутника буде така точка, для якої *BC*=*CD*. Виходячи з рівнобедреного трикутника *CBD*, у якого медіана є висотою, точка *C* має лежати на серединному перпендикулярі сторони *BD*.

Побудова.

1) За двома сторонами і кутом між ними будуємо ΔABD.

2) Будуємо серединний перпендикуляр сторони *BD*.

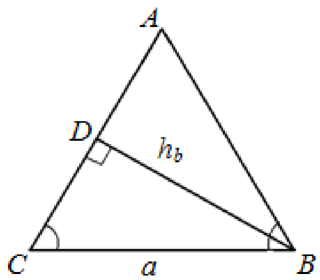
3) Цей серединний перпендикуляр в перетині із стороною AD дасть точку C.

4) Побудувавши сторону BC, отримаємо шуканий трикутник.

Доведення. ΔABC є шуканим, так як $AB=a$, $\angle A=\alpha$, $AC+BC=b$.

Дослідження. Задача має розв'язок, якщо $a<b$

Приклад. Побудувати рівнобедрений трикутник за основою a і висотою h_b, опущеною на одну з бічних сторін.



Розв'язання.

Аналіз. Припустимо, що шуканий трикутник побудовано. ΔCBD – прямокутний ($\angle CDB=90°$). Ми можемо його побудувати за катетом $BD=h_b$ і гіпотенузою $CB = a$. З побудованого трикутника матимемо $\angle DCB$, рівним якому є $\angle CBD$. За основою і прилеглими кутами можемо побудувати заданий трикутник.

Побудова. Будуємо ΔCBD. Відкладаємо $\angle B=\angle C$. З'єднавши точки A, B і C, маємо шуканий трикутник.

Доведення. Кути при основі рівні, отже трикутник рівнобедрений; $CB=a$, $DB=h_b$, отже, отриманий трикутник - шуканий.

Дослідження. Дана задача має розв'язок, якщо висота h_b менша за бічну сторону[2].

3.5. Методичні аспекти навчання методу геометричних місць точок

Математична сутність методу геометричних місць досить проста. Вона полягає в тому, що шукана точка визначається як точка перетину деяких двох геометричних місць (або іноді як точка перетину деякого геометричного місця і даної прямої або кола); при цьому ті умови задачі, які визначають положення шуканої точки, розчленовуються на дві умови, і кожне з них дає деяке геометричне місце, побудова якого виявляється можливою.

Метод геометричних місць є одним з найважливіших прийомів розв'язку геометричних задач на побудову взагалі і повинен займати велике місце у вирішенні завдань на побудову, переважно у 8 класі. При поясненні цього методу в школі справа, звичайно, полягає не в тому, щоб учні вміли описати суть методу словами, а в тому, щоб учні вміли свідомо користуватися цим методом.

Основа цього методу - поняття геометричного місця точок. Геометричним місцем точок (ГМТ) простору, що володіють даними властивістю, називається безліч всіх точок простору, кожна з яких володіє цією властивістю. Всі інші точки простору вказаною властивістю не володіють.

Кожне завдання, в якому потрібно знайти ГМТ за його характерними властивостями, описати це ГМТ наочно через відомі елементарні фігури. Набір досліджуваних ГМТ може бути найрізноманітнішим. Традиційний шкільний набір - це:

а) множина всіх точок площини, віддалених від даної точки на дану відстань;

б) множина всіх точок площини, рівновіддалених від двох даних точок;

в) множина всіх точок площини, віддалених від даної прямої на дану відстань;

г) множина всіх точок площини, рівновіддалених від двох даних прямих.

Доцільно в якості перших завдань на метод геометричних місць дати і таку задачу, де шукана фігура визначалася б не тільки за своєю формою та розмірами, а й за положенням на площині.

У подальшій роботі з геометрії у 8 класі завдання на метод геометричних місць повиннен пропонуватися систематично до кінця навчального року разом із завданнями на обчислення. Поряд з цим застосування методу геометричних місць повинно бути чітко з'ясовано учнями і в тих питаннях теоретичного курсу, де це доречно. Сюди відносяться такі питання, як побудова дотичної до кола з даної точки, побудова вписаних і описаних кіл (при вирішенні цього завдання особливо корисним буде розгляд геометричного місця точок, рівновіддалених від двох пересічних прямих, замість геометричного місця точок, рівновіддалених від сторін даного кута).

Завдання на побудову, які вирішуються методом геометричних місць, можуть бути дуже різними. Також не слід ставити мету вказати якийсь стандартний список завдань цього типу для середньої школи. Це просто допомога викладачеві в підборі, а також і в складанні знову завдань такого типу, вказавши ті точки зору, яких при цьому необхідно було б дотримуватися.

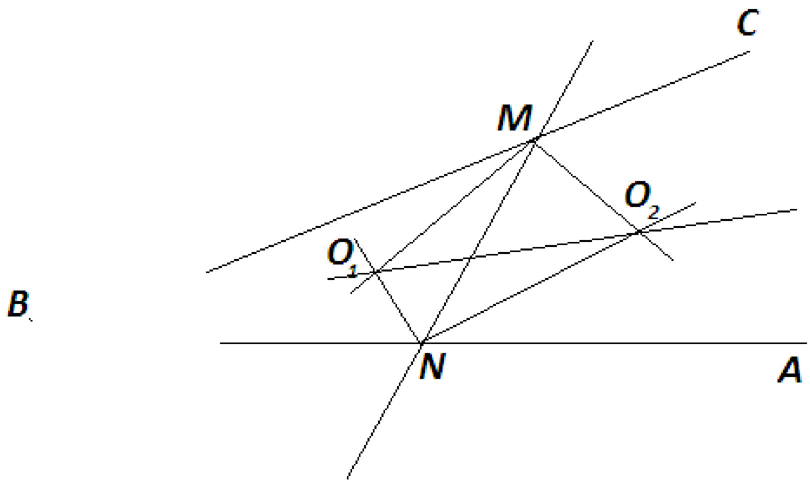
Різні задачі на побудову, які вирішуються методом геометричних місць, відрізняються одна від одної, перш за все, характером тих геометричних місць, за допомогою яких визначається положення шуканої точки. Відбираючи завдання на побудову для вирішення з кожним класом, слід подумати про те, щоб у цих завданнях зустрічалися, по можливості, різноманітні поєднання цих основних геометричних місць. Тим самим буде забезпечено достатню різноманітність дозволених завдань по суті, по тій ідеї, яка лежить в їх основі.

Приклад.

Поділити навпіл кут , вершина якого не розміщена на малюнку.

Розв'язування.

Розв'язків цієї задачі може бути декілька. Розглянемо один із них.

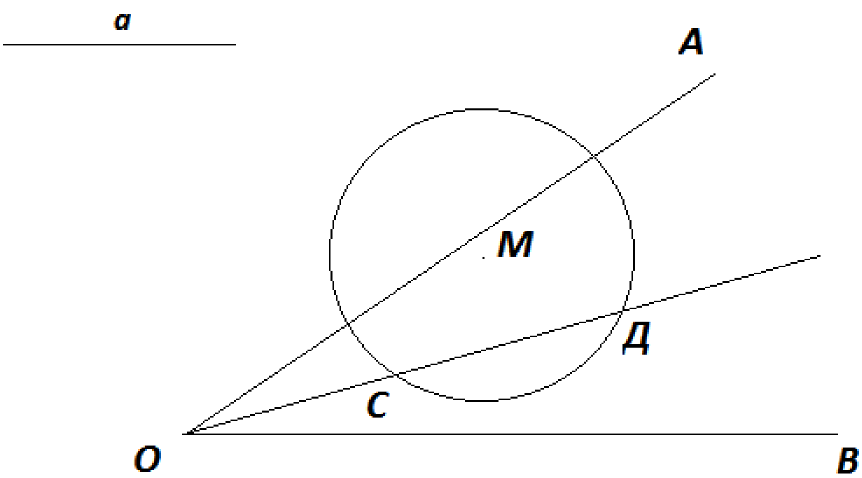


Проведемо довільну пряму , яка перетинає BC і AB в точках M і N. Побудуємо бісектриси MO_1, NO_1, MO_2 і NO_2 одержаних кутів BMN, MNB, NMC, ANM. Точки перетину O_1 і O_2 відповідних бісектрис будуть рівновіддалені від BC і BA, а тому лежать на бісектрисі кута ABC. Пряма O_1O_2 – шукана пряма.

Приклад.

Дано кут і точка M в середині кут. Знайти таку точку, яка була б однаково віддалена від обох сторін кута і віддалена від точки M на дану відстань а.

Розв'язування.



1.Учні самі можуть вказати, що шукана точка знаходиться на бісектрисі даного кута. Отже, будуємо бісектрису даного кута.

2. Звертаємо увагу учнів на те, що шукана точка повинна бути віддалена від точки М на відстань а. А всі точки, рівновіддалені на відстань а, лежать на колі радіуса а з центром в точці М. Будуємо таке коло. Точки С і Д – шукані, так як ці точки лежать і на одному і на другому геометричних місцях. Розв'язок залежить від величини відрізка а і від положення точки М. Задача може мати два розв'язки, один і ні одного[2].

3.6. Методичні аспекти навчання методу геометричних перетворень

Методи цієї групи мають досить багато спільного. Кожен вивчається, як правило, при розгляді відповідного перетворення, при цьому розв’язуванні завдання служать для закріплення і більш глибокого засвоєння досліджуваного поняття. Для підвищення ефективності навчання необхідно, щоб, крім початкових уявлень про самі перетворенні, учні вміли виконувати побудову образів фігур при цьому перетворенні, так як використання образу шуканої фігури при побудові є основа кожного з цих методів, їх основна ідея і суть.

Якщо шукану фігуру відразу побудувати важко, то її перетворюють в яку-небудь іншу фігуру, побудову якої можна зробити легше або безпосередньо. При вивченні цих методів доцільно виділити найбільш характерні ознаки з тим, щоб у майбутньому, аналізуючи задачу, учень міг вибрати відповідний метод. Діюча програма з геометрії не передбачає використовувати ідею геометричних перетворень як керівної ідеї шкільного курсу геометрії, хоча використання геометричних перетворень при розв'язанні задач на побудову має велике методичне значення .

Метод центральної симетрії

Симетрією відносно точки O (центральною симетрією) Z_0 простору називається перетворення простору, яке точку O відображає на себе, а будь-яку іншу точку M відображає на таку точку M_1, що точка O є серединою відрізка MM_1.

Даний метод можна застосовувати до тих завдань, *в умові яких в тій чи іншій формі вказана точка, яка є центром симетрії шуканої або допоміжної фігури.*

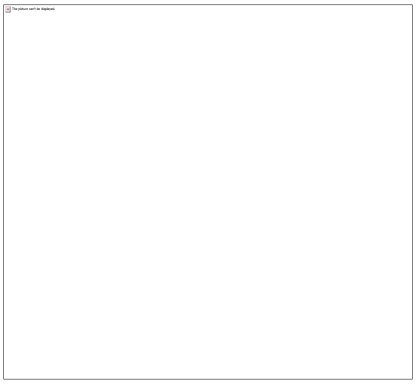
Розглянемо задачу: "Через точку *A* провести пряму так, щоб її відрізок з кінцями на даній прямій та колі ділився точкою *A* навпіл".

Розв'язування. Нехай *m* і *α* - дані пряма і коло, *CD-шуканий* відрізок, *C* □*m, D* □*a* . Тоді $Z_A (C) = D$. Якщо $Z_A (m) = m_1$, то *D* □m_1 і, отже, *D* □*a* □m_1. Звідси випливає така побудова: будуємо образ m_1 прямої m при симетрії *Z* ., Точки *D* і *E* перетину прямої m_1 з даним колом *α* визначають разом з точкою *A* шукані прямі *DA* та *EA*.

Метод осьової симетрії

Симетрією простору щодо даної прямої *l* (осьовою симетрією) S_l називається перетворення, яке кожну точку прямої *l* відображає на себе, а будь-яку іншу точку *M* простору відображає на таку точку M_1, що пряма *l* служить серединним перпендикуляром до відрізка MM_1. Пряма *l* називається віссю симетрії. Важко вказати загальні ознаки завдань, що розв'язуються методом осьової симетрії. У більш складних завданнях метод осьової симетрії,що нерідко спрямлює ламані лінії в прямі, може бути застосований, *якщо в умовах фігурується сума або різниця частин деякої ламаної лінії.* Можна обмежиться зазначенням, що метод осьової симетрії застосуємо для задач, *в умові яких зазначене пряма, яка є віссю симетрії частини елементів фігури.* Таку пряму легко встановити за властивостями фігур.

Застосування осьової симетрії доцільно для завдань, які легко вирішуються, *якщо частина даних розташована по один бік деякої прямої, а решта - по другий.*



Розглянемо задачу: "Побудувати ромб так, щоб одна з його діагоналей дорівнювала даному відрізку *r* і лежала на даній прямій а, а інші дві вершини ромба лежали відповідно на даних прямих *b* і *c"*.

Аналіз. Нехай *ABDC* - шуканий ромб, *AD* = *r*. Зауважуємо, що задача про побудову ромба зводиться до побудови однієї будь-якої з його вершин, наприклад вершини *C.* За властивостями ромба точки *B* і *C* симетричні відносно прямої *a.* Тому при осьовій симетрії відносно прямої *a* точка *B* перетвориться в точку *C,* а, отже, пряма *b* - в деяку пряму *b ',* що проходить через точку *C.* Таким чином, точка *C* може бути побудована як точка перетину прямих *c* і *b ',* з яких одна дана, а інша легко будується.

Побудова. Будуємо послідовно: пряму *b ',* симетричну з прямою *b* відносно прямої *a;* точку *C,* загальну для прямих *c* і *b';* пряму *BC.* Точки *A* і *D* на прямій *a* віддалені від точки *O* на відстань ; *ABCD* - шуканий ромб.

Доведення зважаючи на його простоту опустимо.

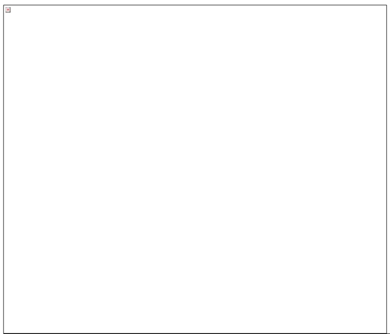
Дослідження. Можливі наступні випадки: 1) *c* | | *b ',* рішень немає, 2) с *b ',* рішень нескінченно багато, 3) прямі *c* і *b'* перетинаються поза прямою *a,* одне рішення; 4) прямі *c* і *b* 'перетинаються на прямій *a,* рішень немає .

Метод паралельного перенесення.

Паралельним перенесенням на вектор називається відображення площини на себе, при якому кожна точка *M* відображається в таку точку $M_{1,}$ що вектор дорівнює вектору .

Методом паралельного перенесення розв’язують завдання, при аналізі яких важко знайти залежність між даними елементами, що дозволяє побудувати шукану фігуру (дані елементи віддалені один від одного), але *якщо ми якусь частину або всю фігуру перенесемо паралельно в деякому напрямку на певну відстань, то отримаємо допоміжну фігуру, яку легко можна побудувати.* Напрямок і величина перенесення визначаються так, щоб в допоміжну фігуру увійшло більше число даних. Розглянемо задачу: "Побудувати опуклий чотирикутник, знаючи три його кути і дві протилежні сторони".

Докладніше: дано два відрізки *a* і *b* і три кути *α, β, δ.* Потрібно побудувати чотирикутник *ABCD* так, щоб *A = α,* *B = β,* *D = б, AD = a, CB = b.*



Передбачається, що 0 ° <*α* <180 °, 0 ° <*β* <180 °, 0 ° <*δ* <180 °.

Аналіз. Припустимо, що *ABCD* - шуканий чотирикутник. Перенесемо сторону *BC* на вектор , І нехай відрізок *BC* займе після перенесення

положення *AE.* Тоді в *AED* відомі: *AD = a, AE = b,* *DAE =* *BAD -* *BAE =* *A* - (180 ° - *B)* = *α + β* - 180 °. За цими даними *AED* може бути побудований.

Побудова.

1) На довільній прямій будуємо відрізок $AD = a$, 2) Через точку A проводимо промінь AM під кутом $\alpha + \beta$ - 180 ° до променя AD; 3)Відкладаємо на промені AM відрізок $AE = b$; 4) Будуємо промінь EN, утворює з EA кут β і розташований з точкою D по різні сторони від прямої AM; 5) Будуємо промінь DK так, щоб ADK дорівнював δ і щоб промінь DK розташовувався по ту ж сторону прямий DE, що і промінь EN; 6) Відзначаємо точку С перетину променів EN і DK - третю вершину чотирикутника; 7) Четверта вершина *Д* виходить в перетині прямий *AF,* паралельної *PЄ,* з прямою *CL,* паралельної *AE.*

Доведення. $BAD = BAE + DAE = (180° - \beta) + (\alpha + \beta - 180°) = \alpha$. $ABC = CEA$, як кути, сторони яких відповідно паралельні і протилежно направлені. $CEA = \beta$ з побудови. $ADC = \Delta$ з побудови. Відрізок $AD = a$ з побудови. $BC = AE$, як відрізки паралельних між паралельними. Але $AE = b$, а значить, і $BC = b$ [2].

Метод повороту

Поворотом площини навколо точки O на кут називається відображення площині на себе, при якому кожна точка M відображається в таку точку M_1, що $OM = OM_1$ і кут $MOM_1 =$.

Даний метод застосовується до тих завдань, де *або частини фігур зближуються в положення, зручне для побудови, або при заданих явно або опосередковано центрі і куті повороту потрібно відшукати дві відповідні точки, що лежать на даних або шуканих фігурах.*

Розглянемо задачу: "Земельна ділянка квадратної форми була огороджена. Від огорожі збереглися два стовпи на паралельних сторонах квадрата. Крім того, залишився стовп в центрі квадрата. Потрібно відновити кордон ділянки ".

Аналіз. Нехай $ABCD$ - шуканий квадрат, O - його центр, M і N - дані точки відповідно на сторонах AB і CD . Якщо повернути квадрат на 180 ° біля його центру *O,* то він перетвориться сам у себе. Точка *M* займе деяке положення *M 'на* стороні *CD,* а точка *N* - деяке положення *N'* на стороні *AB*. Після цього неважко вже побудувати прямі *AB* і *CD* і відновити шуканий квадрат.

Побудова. 1) Будуємо точку *M ',* симетричну *M* щодо *0,* і точку *N',* симетричну *N* щодо *O.* 2) Будуємо прямі *MN 'і NM'.* 3) Повернемо побудовані прямі навколо точки *O* на 90°. Чотири побудовані прямі обмежують шуканий квадрат.

Доведення опускаємо.

Дослідження. За змістом завдання неможливий випадок, коли точки *M* і *N* розташовуються з точкою *O* на одній прямій, але не симетричні щодо *O.* Якщо точки *M* і *N* симетричні щодо *O,* то задача стає невизначеною. В інших випадках завдання має єдине рішення.

Метод подібності

Метод подібності полягає в тому, що спочатку будується деяка фігура, подібна шуканій, але задовольняє не всім поставленим в задачі умовам. Потім побудовану допоміжну фігуру замінюємо фігурою, подібною до неї і яка задовольняє вже всім необхідним умовам .

Завдання вирішується методом подібності, якщо *її умову можна розділити на дві частини, одна з яких визначає форму фігури з точністю до подібності, а друга - розміри фігури.*

Метод симетрії

У шкільному курсі геометрії розглядаються геометричні перетворення двох видів: рух (зберігаються відстані між точками) і перетворення подібності. Як приклади перетворення руху вивчаються: симетрія відносно точки, симетрія відносно прямої, симетрія відносно площини.

Властивості геометричних перетворень використовуються ефективно до розв’язування задач лише тоді, коли учні вміють:

- будувати геометричні фігури при конкретних видах перетворень;
- визначати вид перетворення за окремими елементами геометричних фігур;
- встановлювати (обчисленням, побудовою) положення відповідних точок при певному виді перетворення.

Для формування цих вмінь корисно скористатися розв'язуванням задач на побудову. Задачі цього виду можна умовно поділити на групи:

1. побудова відповідних точок при заданому геометричному перетворенні;
2. побудова фігури, для якої відповідне перетворення треба знайти.

Розглянемо використання геометричних перетворень на конкретних прикладах. Метод симетрії відносно точки застосовується в задачах про центрально-симетричні фігури або про відрізки з серединою в даній точці і кінцями на двох даних прямих. Хід міркувань зводиться до:

- знаходження положення прямої, що проходить через центр симетрії двох геометричних фігур;
- відшукання образу точки на одній з фігур, якщо відомі центр їх симетрії і прообраз цієї точки.

Приклад . Доведіть, що точка перетину діагоналей паралелограма $ABCD$ є його центром симетрії.

Доведення: Нехай точка O– точка перетину діагоналей паралелограма $ABCD$. За раніше доведеною теоремою діагоналі ABі CD діляться нею пополам, тому точки A і C, B і D симетричні відносно точки O. Отже, відрізки ABі CD , BC і DA симетричні відносно точки O, яка є центром симетрії паралелограма.

Метод симетрії відносно прямої використовується в задачах про геометричні фігури, що мають вісь симетрії, або в тих випадках, коли в задачі дано суму лінійних або кутових коефіцієнтів.При цьому учні повинні вміти знаходити:

- образи геометричних фігур при заданій симетрії;
- точки на фігурах, симетричних відносно деякої осі.

3.7. Методичні аспекти навчання алгебраїчного методу

Розв’язування геометричних задач за допомогою алгебри, математичного аналізу, тригонометрії дозволяє не тільки показати єдність геометрії, алгебри, аналізу, але й озброїти студентів математичних спеціальностей прийомам пошуку розв’язування задачі.

Суть даного методу залежить від типу задач, які поділяються на задачі на обчислення, на доведення, на побудову.

Для задач на доведення суть методу полягає в тому, що за умовою задачі складається рівняння (система), розв’язавши яке,ми переконуємося в справедливості твердження, про яке йдеться в задачі.

Для задач на побудову – за умовою задачі складається рівняння; розв’язується рівняння; досліджуються отримані формули; проводиться побудова шуканих величин за знайденими формулами.

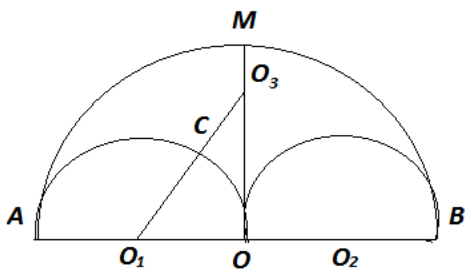
При розвязуванні задач за допомогою алгебраїчного методу широко використовується спосіб введення допоміжного елемента.

Суть методу полягає в тому, що допоміжну змінну вибирають таким чином, щоб величини, задані в умові задачі, однозначно визначали геометричну фігуру. Тобто, якщо в процесі розв’язування задачі не вдається безпосередньо пов’язати дані та шукані величини, то користуються прийомом введення допоміжного елемента, якими можуть виступати відрізок, кут, площа, об’єм[27].

Під час розв’язування задач можуть трапитися два випадки:

- допоміжний елемент доводиться знаходити (обчислювати);
- він не вимагає знаходження числової величини.

Приклад. Дано півколо AMB з діаметром AB=2R і два півкола на діаметрі з радіусом $\frac{R}{2}$. Побудувати коло, яке дотикається до трьох даних півкіл.



Розв'язування.

Нехай центр шуканого кола O_3. Позначимо радіус шуканого кола за x. O_3M = x. З'єднаємо точки O_3 і O_1.

З трикутника O_1O_3O за теоремою Піфагора:

$O_1O_3^2 = O_1O^2 + OO_3^2$

$O_1O_3 = O_1C + CO_3 = \frac{R}{2} + x$; $OO_1 = \frac{R}{2}$; $OO_3 = R - x$;

$\left(\frac{R}{2} + x\right)^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + (R - x)^2$; $\frac{R^2}{4} + Rx + x^2 = \frac{R^2}{4} + R^2 - 2Rx + x^2$;

$3Rx - R^2 = 0$; $R(3x - R) = 0$;

$R \neq 0 \quad 3x - R = 0$

$X = \frac{R}{3}$.

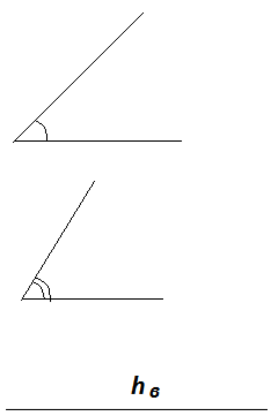
Отже, шукане коло ми будуємо з радіусом $\frac{R}{3}$.

Побудова очевидна.

Приклад. Вершини трикутника з сторонами a, b, c є центрами трьох кіл. Побудувати ці кола так, щоб вони дотикались одне до одного зовні .

Розв'язування.

Виконуємо малюнок до даної задачі.



За умовою AB = c,

BC = a, AC = b. Нехай радіус кола з центром в точці A дорівнює x, AM = x. Тоді радіуси двох інших кіл c – x і b – x. Так як BM = BN = c – x, а NC = CK = b – x, то BC = c – x + b – x.

Маємо рівняння c – x + b – x = a; $x = \frac{c+b-a}{2}$.

Будуємо відрізок x, а потім трикутник за трьома сторонами.

Далі будуємо три кола, знаючи їх радіуси.

РОЗДІЛ IV. ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ ТА СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ЙОГО РЕЗУЛЬТАТІВ

4.1 Організація педагогічного експерименту

Експеримент – це науково поставлений дослід у галузі навчальної чи виховної роботи, вивчення обстежуваного педагогічного явища в спеціально створених і контрольних умовах.

Суть експерименту полягає в тому, що він ставить досліджуване явище в певні умови, створює планомірно організаційні ситуації, виявляє факти, на основі яких встановлюється залежність між експериментальними діями та їх об’єктивними результатами. У сучасних умовах учитель перетворюється на організатора особистісно орієнтованого навчання, яке передбачає розвиток і саморозвиток дитини. Щоб розвивати творчі здібності учнів, поступово та систематично залучати їх до самостійної пізнавальної діяльності, щоб забезпечити співпрацю між учнями та вчителем, традиційного уроку недостатньо.

Навчальні педагогічні заклади щорічно готують молодих спеціалістів-вчителів. Протягом кількох років вони опановують методику викладання того чи іншого предмету, при чому вагоме місце займає застосування засвоєних знань вже на практиці. Тут майбутні вчителі при проведенні уроків пізнають свої можливості. Під час проходження педагогічної практики вони, готуючись до проведення уроків, підбирають необхідний матеріал (газети, журнали, підручники, матеріали з Інтернету тощо) консультуючись з вчителем та методистом[28].

Зміст експерименту:

На основі опитування і результатів контрольної роботи була складена робоча навчальна програма: спецкурс з математики “Методика розв’язування планіметричних задач на побудову”.

Одним з основних завдань, поставлених перед вищою школою є всебічний розвиток творчого мислення учнів. Розв’язати це важливе завдання при викладанні математики означає насамперед озброїти учнів загальними прийомами і методами розв’язування задач.

У спецкурсі з математики «Розв’язування планіметричних задач на побудову» вивчаються основні методи розв’язування геометричних задач, поглиблюються та систематизуються знання учнів з елементарної математики, формуються вміння розв’язувати математичні задачі шкільного рівня, а також задачі факультативних курсів та гуртків.

Даний курс тісно пов'язаний з основними курсами університету (алгебра і теорія чисел, геометрія, математичний аналіз), а також з курсом методики викладання математики.

Водночас учні набудуть *вміння*:

- аналізувати й давати принципову оцінку різним науковим теоріям і концепціям в даній галузі;
- розв’язувати планіметричні задачі, використовуючи різні методи розв’язування;
- знаходити нові шляхи застосування і використання вивченого матеріалу;
- аналізувати геометричну ситуацію;
- визначати схему вивчення окремих методів вирішення планіметричних задач, що включає наступні компоненти:1) суть методу, 2) прийом учбової роботи по застосуванню методу до вирішення задач, 3) опорні знання, 4) опорні задачі, 5) основні геометричні ситуації, 6) прийом учбової роботи по вибору даного методу, 7) серія задач на застосування методу; у виділених діях, що визначають склад узагальненого прийому учбової роботи по вибору методу вирішення задачі і узагальненого прийому учбової роботи за рішенням планіметричних задач[29].

Поточний контроль при розв’язуванні планіметричних задач здійснюється за такими видами діяльності:

- засвоєння теоретичного матеріалу;
- опрацювання рекомендованої навчальної літератури;

- виконання усіх навчальних завдань, що відповідають поставленим цілям.

У разі, якщо учень без поважних причин не відвідує навчальні заняття знімається 1 бал за пропуск заняття. Учень, який виконав усі поставлені завдання і набрав необхідну кількість балів, може не писати контрольної роботи і отримати набрану підсумкову оцінку. Учень, який не набрав протягом семестру необхідної кількості балів повинен написати контрольну роботу.

Для експерименту було вибрано учнів 9 класу Підзамчівської ЗОШ І-ІІІ ступенів Радивилівського району Рівненської області.

В експериментальнийй групі запроваджувалася методика більш детального вивчення обраної тематики на основі опорних конспектів.

Велика увага приділялася саме правильному розумінню того матеріалу, який вивчався. Для учнів були проведені заняття спецкурсу «Розв’язування планіметричних задач», на яких використовувалися різноманітні ігри, самостійні та колективні роботи, а також різні дидактичні матеріали та блоки з опорними сигналами. Задуми та ідеї, які потрібно було відобразити під час занять, попередньо були обговорені з вчителями математики.

Варто виділити два основні етапи методичних особливостей впровадженої методики:

- впровадження методики на заняттях, перевірка якості роботи – контрольна робота.

- дослідження рівня знань учніів з предмету. Проведення бесіди, консультації з вчителями. Це приносить велику користь в роботі, а саме вчительські поради та настанови методистів[29].

У ході першого етапу експерименту були намічені і досягнуті наступні завдання: проаналізовано й узагальнено стан досліджуваної проблеми в теорії та практиці навчання, розроблена методика проведення занять з математики.

На другому етапі дослідження здійснювалася експериментальна перевірка розробленого змісту практичних занять й методики їх проведення. При цьому були намічені і досягнуті наступні завдання: вивчити вплив запропонованого змісту і методики математичних заходів на засвоєння знань в процесі навчання, формувати стійкі вміння аналізувати, досліджувати.

Також було проведено ще один експеримент.

При вивченні методів розв’язання планіметричних задач на побудову у 9 класі на уроках було застосовано різні форми роботи: колективна, робота в групах та робота в парах, а особливо велике значення мали нетрадиційні уроки та застосування у навчанні комп’ютерної техніки. Такі форми навчання дають змогу диференціювати та індивідуалізувати процес навчання: формують внутрішню мотивацію до активного сприйняття, засвоювання та передачі інформації; сприяють формуванню комунікативних рис учнів; активізують розумову діяльність.

Застосування комп'ютерних технологій під час навчання зацікавило дітей у 9 класі, що відповідно змусило їх слухати уважніше виклад матеріалу, а оскільки комп'ютер дозволяє значно прискорювати розв'язання задачі, то відповідно і кількість розв’язаних різнотипних задач значно вища.

Було проведено діагностичну контрольну роботу для учнів. Перевірка знань учнів проводилася за допомогою діагностичного комплекту тестів. Загалом було представлено кожному учню 20 тестових завдань.

Результати тестування подано в таблиці 1.

Розподіл учнів за кількістю виконаних завдань

(констатувальний зріз)

Кількість завдань	Кількість учнів, що виконали завдання (у %)
	9 клас
0–5	23%
6–10	32%
11–15	27%

16–20	18%

Отримані дані надали можливість обґрунтувати необхідність розробки й упровадження методики навчання геометрії в школі.

В учнів почали вироблятись необхідні для творчої роботи вміння, а саме:

- уміння зміцнювати навички у заданих ситуаціях;
- здатність вивільнювати підсвідоме, висловлювати ідеї і думки навіть тоді, коди вони здаються незрозумілими та недостатньо обґрунтованими;
- здатність бачити відмінні властивості та функції об'єктів, а також їх взаємозв'язки;
- уміння швидко та адекватно пристосовуватись до нових ситуацій;
- уміння засвоювати за аналогією, знаходити однакове, подібне у далеких, на перший погляд, явищах, подіях і процесах, котрі начебто не мають нічого спільного;
- розуміння та вміле використання цих подібностей під час розв'язування завдань і т.д.

Проаналізувавши результати контрольної роботи, рівень знань, умінь та навичок учнів, можна зробити висновок про доцільність використання на уроках математики різних форм роботи з учнями.

4.2. Дослідне викладання

Дослідне викладання застосовується для об'єктивної і достовірної перевірки гіпотези і передбачає одночасне використання цілої низки методів, наприклад, спостереження, що діагностують контрольні роботи, розмова.

Одним із завдань дослідного викладання була перевірка ефективності розробленого факультативного курсу з розв’язування задач на побудову, як передбачених шкільною програмою, так і тих, які не зустрічаються в шкільному курсі математики. Курс розрахований на учнів 9 класів.

Цілі факультативного курсу:

1. Сформувати в учнів уявлення про методи і подібності, які використовуються при вирішенні задач на побудову, і навчити їх застосовувати.

2. Сформувати чітке уявлення про етапи розв'язування задач на побудову.

3.Сприяти розвитку логічного мислення учнів.

4. Сформувати наполегливість, цілеспрямованість, працьовитість через вирішення завдань.

5. Розвинути математичну мову з властивою їй стислістю, точністю і лаконічністю.

Етапи курсу:

1. Розробка програми факультативних занять "Завдання на побудову та методи їх вирішення" для учнів 9 класу.
2. Проведення анкетування серед вчителів та учнів.
3. Проведення психологічних методик на визначення рівня розвитку логічного мислення № 1.
4. Проведення діагностуючої контрольної роботи № 1.
5. Проведення розробленої програми факультативних занять.
6. Проведення діагностуючої контрольної роботи № 2.
7. Проведення психологічних методик на визначення рівня розвитку логічного мислення № 2.
8. Аналіз отриманих результатів дослідної роботи.

Етап № 1

Розробка програми факультативних занять "Завдання на побудову та методи їх вирішення" для учнів 9 класу.

Етап № 2

Були проведені психологічні методики, які виявляють рівень розвитку логічного мислення учнів. У першу чергу нам необхідно з'ясувати як зміниться рівень логічного мислення учнів, тому ми обмежимося лише показниками кількості правильних відповідей по кожній методиці. Потім ці результати можна порівняти з результатами, отриманими після проведення факультативних занять.

Етап № 3

Проведення діагностуючої контрольної роботи № 1. На контрольній роботі учням було запропоновано 3 завдання, які було необхідно виконати протягом 1 години. Результати діагностуючої контрольної роботи № 1 відображені в таблиці.

№ завдання	**1**	**2**	**3**
Кількість осіб, які вирішили завдання	5	3	7
Частка людей, які вирішили завдання у відсотках	33%	20%	47%

Етап № 4

Проведення розробленої програми факультативних занять. Основні завдання проведення факультативних занять:
1) виявити той матеріал, який викликає в учнів найбільші труднощі;
2) визначити ефективність засвоєння матеріалу за допомогою поточної перевірки;
3) виявити зацікавленість учнів у вивченні даної теми

Етап № 5

Проведення діагностуючої контрольної роботи №2. Контрольна робота була проведена після проведення факультативних занять розробленої програми. Завдання: виявлення знань та умінь вирішувати задачі на побудову. Учням було запропоновано 3 завдання, які було необхідно виконати протягом 1 години.

Етап № 6

Аналіз отриманих результатів дослідної роботи. На підставі попередніх досліджень можна зробити висновок, що відображає порівняння результатів контрольних робіт, проведених перед відвідуванням учнями факультативних занять і після їх відвідування[30].

Як видно з попередніх досліджень, перед проведенням факультативних занять рівень знань учнів був нижчим, ніж середній, а після проведення занять він значно підвищився. Позитивна тенденція помітна: учні навчилися вирішувати задачі на побудову методом подібності, і більшість впоралися із завданнями 1,3; значно покращилося вміння вирішувати більш складні завдання.

Дослідне викладання показало, що більш глибоке і об'ємне вивчення задач на побудову та методів їх вирішення дає можливість учням краще орієнтуватися в даній темі, творчо підходити до кожного завдання, застосовувати найбільш раціональний метод рішення, а також підвищити рівень свого логічного мислення.

ВИСНОВКИ

У ході виконання магістерської роботи досліджено наукову та методичну літературу з обраної теми; проаналізовано стан досліджуваної проблеми у психолого-педагогічній теорії та практиці шкільного навчання планіметрії, розглянуто теоретичні і практичні рекомендації для вчителів і методистів з даної проблеми.

Отже, в даній магістерській роботі розглядалася методика навчання загальних методів розв'язування планіметричних задач на побудову. Підвищення якості методичної підготовки студентів – майбутніх вчителів математики, є основною проблемою, яка спонукала нас до проведення дослідження і вдосконалення методики начання учнів.

Вміння розв'язувати планіметричні задачі розглядаються як визначені розумові дії, напрямлені на розв'язування конкретних задач. Характер цих дій дозволяє виділити загальні вміння розв'язувати планіметричні задачі.

Крім того, вміння викладача математики визначають зміст курсів, які читаються студентам в педагогічному інституті, а також методи читання цих курсів. Наступним шляхом удосконалення процесу підготовки майбутніх вчителів математики є систематичне вдосконалення навчальних планів та програм.

В основу даного дослідження покладені концепції діяльнісного підходу і системного аналізу; концепція розвитку особистості; основні положення теорії пізнання; дослідження з проблеми визначення ролі і місця задач в навчанні; основні положення теорії формування математичних понять, вивчення теорем, навчання розв'язуванню математичних задач.

Дослідження показало, що при вивченні і засвоєнні певного матеріалу учні повинні виконувати ряд спеціальних розумових операцій, які зовні виражаються в переліку учбових дій, що виявляються залежно від самої системи знань. При цьому внутрішні зв'язки, що підлягають засвоєнню, не лежать на поверхні і не можуть бути виявлені без спеціального логіко-дидактичного аналізу.

Були виявлені найбільш ефективні методичні прийоми і системи вправ, які сприяють виробленню в учнів вмінь знаходити шлях розв'язання задачі, пошуку методу розв'язання і застосування його до певної конкретної ситуації.

Навчання учнів методам розв'язування планіметричних задач проводилося по двох напрямках: 1) реорганізація теоретичного матеріалу, що реалізовує єдину схему вивчення кожного методу; 2) навчання узагальненому прийому учбової роботи по застосуванню методу, що має один і той же склад дій незалежно від методу.

Була розроблена загальна схема вивчення окремих методів розв'язування планіметричних задач, що включає наступні компоненти:

1) суть методу, 2) прийом учбової роботи по застосуванню методу до розв'язування задач, 3) опорні знання, 4) опорні задачі, 5) основні геометричні ситуації, 6) прийом учбової роботи по вибору даного методу,
7) серія задач на застосування методу; у виділених діях, що визначають склад узагальненого прийому учбової роботи по вибору методу розв'язування задачі і узагальненого прийому учбової роботи за розв'язуванням планіметричних задач.

Одним з найважливіших критеріїв професійної підготовки сучасного педагога являється його творча активність. У зв'язку з цим важливо максимально використовувати всі наявні резерви для підготовки спеціаліста – педагога з високим рівнем гуманітарної підготовки і достатнім досвідом дослідницької діяльності.

Творча активність являє собою процес створення нового і сукупність властивостей особистості, які забезпечують її включення в цей процес. Відомо, що якості, необхідні для творчої діяльності, як правило, не даються від природи, а отримуються в результаті виховання і навчання. Творча діяльність студента починається тоді, коли ведеться самостійний пошук нових рішень, намічаються нові, більш сучасні, оригінальні напрямки пошуку, більш раціональні способи розв'язання теоретичних і практичних задач.

Був проведений педагогічний експеримент, під час проведення якого були розглянуті основні типи задач, при розв'язуванні яких застосовуються методи розв'язування планіметричних задач.

Аналіз результатів проведеного експерименту був зроблений на основі методу експертних оцінок. Учні одержали міцніші знання з теми в порівнянні із знаннями, які в них були до запровадження спецкурсу «Розвязування планіметричних задач на побудову». Наведені статистичні дані переконливо доводять ефективність використання різних нетрадиційних форм проведення занять, адже це забезпечило не лише поліпшення засвоєння знань на середньому та достатньому рівнях, а й сприяло формуванню навичок розв'язування більш складних завдань, творчої діяльності студентів та вмінь працювати з додатковою літературою.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексюк А.М., Загальні методи навчання вшколі/ А. М. Алексюк – К.: Радянська школа, 1981. – 206 с.

2. Бурда М.І., Розв’язування задач на побудову в 6-8 класах/М.І.Бурда – К.: Радянська школа, 1986. – 112 с.

3. Бевз Г.П., Методика викладання математики/ Г. П. Бевз – К.: Радянська школа, 1989. – 200 с.

4. Бевз Г.П., Математика: Проб. підручник для 11 кл. серед шк./ Г. П. Бевз – К.: Освіта, 1995. – 312 с.

5. Біла Т.О., Підготовка інтелектуальної еліти в Україні і використання мультимедіа-технології / Т. О. Біла– Миколаїв: Вид-во МФ НаУКМА, 2000. – Т.7. – С. 73-76.

6. Бродский Я.С., Павлов О.Л., О математическом образовании в средней специальной школе/ Я. С. Бродский, О. Л. Павлов. – 19. С. 11 – 14.

7. Выготский Л.С., Избранные психологические исследования/ Л.С. Выготский – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 519 с.

8. Вергасов В.М., Активизация мыслительной деятельности студентов в высшей школе/ В.М. Вергасов - К.: Высшая школа, 1979. - 216 с.

9. Гальперин П.Я., Введение в психологию/ П.Я. Гальперин - М.: Изд-во МГУ, 1976. - 150 с.

10. Груденов Я.И., Психолого-дидактические основы методики обучения математике/ Я.И.Груденов - М.: Просвещение, 1987. - 160 с.

11. Гольдберг А.А., Карасева Л.А. Элементы творчества на лекции// Весник высшей школы: - 1984. - №2. - С. 24 - 25.

12. Давыдов В.В., Проблемы развивающего обучения/ В.В Давыдов - М.: Педагогика, 1986. - 240 с.

13. Занков Л.В., Обучение и развитие / Л.В. Занкова. - М.: Педагогика, 1973. - 176 с.

14. Ильина Т.А., Структурно-системный подход в организации обучения/

Т.А. Ильина - М.: Педагогика, 1971. - 72 с.

15. Ительсон Л.Б., Психологические теории научения и модели процесса обучения/ Л.Б. Ительсон - Советская педагогика, 1973 №3 С.83-95.

16. Інтерактивні технології навчання: теорія, практика, досвід, метод: Посібник/ Авт.-уклад. О. Пометун, Л. Пироженко. – К.: АПН, 2002. – 186 с.

17. Калмыкова З.М., Психологические принципы развивающегося обучения/ З.М. Калмыкова - М.: Знание, 1979. - 48 с.

18. Коваленко В.Г. Дидактические игры на уроках математики: Книга для учителя/ В.Г. Коваленко - М.: Просвещение, 1990. - 96 с.

19. Коношевський Л.Л., Мамонов П.Д., Кондратюк В.Д., Підвищення ефективності самостійної роботи студентів засобами інформаційних технологій/ Л.Л. Коношевський, П.Д. Мамонов, В.Д. Кондратюк – Київ-Вінниця, 2000. – С. 289-295.

20. Леонтьев А.Н., Деятельность, сознание, личность/ А.Н. Леонтьев - 2-е изд. - М.: Политиздат, 1975. - 204 с.

21. Лозова В.І., Пізнавальна активність школярів: (спецкурс із дидактики): (Навчальний посібник для пед. ін-тів)/ В.І. Лозова - Х.: Основа, 1990. - 89 с.

22. Матюшкін І.М., Проблемні ситуації в мисленні і навчанні/ І.М. Матюшкін - Педагогіка, 1990. – 216 с.

23. Яковлева Г.Н., Математика для техникумов. Алгебра и начала анализа/ Г.Н. Яковлева. - М.: Наука, 1987. – 464 с.

24. Черкасов Р.С., Столяр А.А., Методика преподавания математики. Общая методика/ Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. -М.: Просвещение, 1985.-336 с.

25. Нелін Є.П., Алгебра в таблицях (з Додатком): Навч. посібник для учнів 7 - 11 класів/ Є.П. Нелін - Х.: Світ дитинства, 1998. - 116 с.

26. Осинская В.Н., Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9 - 10 классах/ В.Н. Осинская - К.: Радянська школа, 1980. - 143 с.

27. Рубинштейн С.Л., Основы общей психологии/ С.Л. Рубинштейн – М.:1946. - 704 с.

28. Савченко Ю.С., Опорные конспекты по математике: Школьнику, учителю: Справочник по теории и методам решения задач алгебры и начал анализа/ Ю.С. Савченко-Л:Финансы и статистика, 1991.-64 с.

29. Слепкань З.И., Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. Пособие/ З.И. Слепкань-К.:Радянська школа, 1983.-192 с.

30. Слєпкань З.І., Методика викладання алгебри і початків аналізу/ З.І. Слєпкань- К.: Радянська школа, 1978. - 220 с.

31. Смирнов А.А., Проблемы психологии памяти/ А.А. Смирнов - М.: Педагогика, 1966.-104 с.

32. Талызина Н.Ф., Управление процесом усвоения знаний/ Н.Ф. Талызина - М.: Изд-во МГУ, 1975. - 343 с.

33. Федорчук І.І., Федорчук І.П., Проблеми і перспективи розвитку дистанційної освіти і нових інформаційних технологій навчання/ І.І. Федорчук, І.П. Федорчук – Київ-Вінниця, 2003. – 82 с.

34. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н., Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся/ Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий - М.: Просвещение, 1984 -175 с.

35. Фридман Л.М., Кулагина И.Ю., Психологический справочник учителя/ Л.М. Фридман, И.Ю. Кулагина - М.: Просвещение, 1991. - 288 с.

36. Фридман Л.М., Волков В.Н., Педагогическая наука учителя/ Л.М. Фридман, В.Н. Волков - М.: Просвещение, 1985. – 224 с.

37. Хабіб Р.А., Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики/ Р.А. Хабіб - К.: Радянська школа, 1985. - 152 с.

38. Шаталов В.Ф., Навчати всіх, навчати кожного/ Педагогічний пошук/ В.Ф. Шалатов - К.: Радянська школа, 1988. - С. 127 - 189.

39. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С., Алгебра і початки аналізу: Пробний підручник для 10 - 11 класу середньої школи/ М.І. Шкіль, З.І. Слєпкань, О.С. Дубинчук - К.: 1995. - 608 с..

40. Якиманская И.С., Развивающее обучение/ И.С. Якиманская - М.: Педагогика, 1979. - 144 с.

ДОДАТОК А

Початок роботи з програмою. Звернення до послуг програми. Активізація програми

Активізація програми. Програма GRAN-2D призначена для графічного аналізу систем геометричних об’єктів на площині, звідки і походить її назва (GRaphic Analysis 2-Dimension). Програма функціонує під управлінням операційної системи Windows9x. Для встановлення програми слід запустити на виконання файл SETUP.EXE з диску дистрибутива (обсягом близько 1.44Mb) та відповісти на всі стандартні запити інсталяторів. Після успішного встановлення у вибраній папці буде створено файл GRAN2D.EXE – основна програма, та у додатковій субдиректорії HELP буде створено допоміжні файли допомоги. Надалі при натисненні кнопки Пуск назва програми GRAN-2D з’являтиметься як пункт меню Програми, при зверненні до якого відбуватиметься запуск ППЗ GRAN-2D.

Позначення, що використовуються в тексті. Обумовимо позначення, що використовуються. В тексті курсивом виділяються написи та послуги, що належать до інтерфейсу програми.

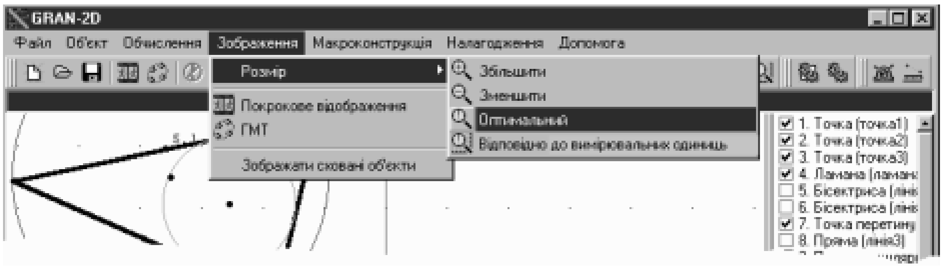


Рис. 1.1

Надалі вказати на деякий об’єкт чи послугу означатиме підвести вказівник мишки до відповідної назви чи зображення натиснути ліву клавішу мишки. “Звернутися до послуги”, “Активізувати послугу” означатиме встановити вказівник на назву потрібної послуги головного меню програми та натиснути клавішу Enter або ліву клавішу мишки.

Звернення до послуг програми. Після активізації ППЗ GRAN-2D на екрані з’явиться головне вікно програми (рис.1.2). Розглянемо основні елементи інтерфейсу програми. Зверху під заголовком головного вікна знаходиться головне меню – перелік послуг, до яких можна звернутися в процесі роботи

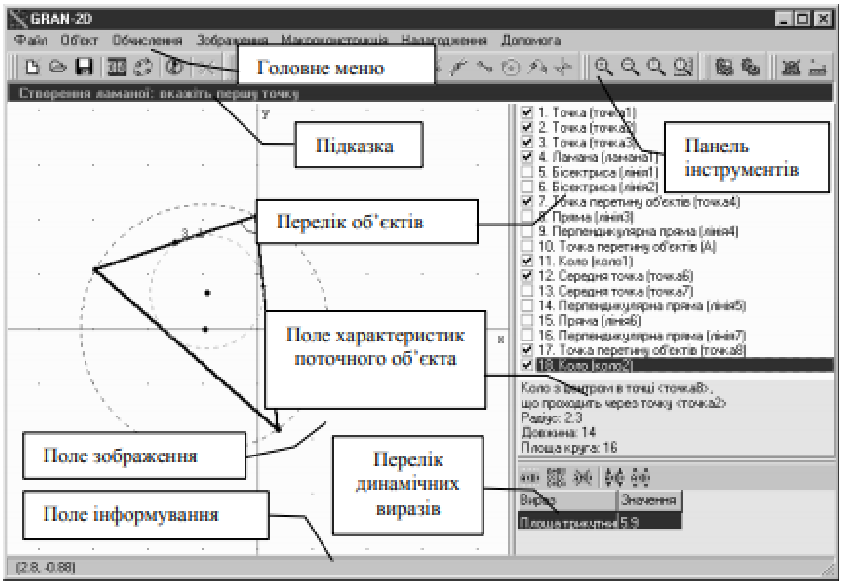


Рис. 1.2

з програмою. При зверненні до певного пункту головного меню з'являється перелік пунктів відповідного підменю. Пункти підменю в свою чергу можуть розгалужуватись Рис. 1.2 Головне меню Панель інструментів Перелік об'єктів Поле характеристик поточного об'єкта Перелік динамічних виразів Поле зображення Підказка Поле інформування на підпункти, перелік яких з'являється при зверненні до відповідного пункту підменю. Під час роботи з програмою у деяких ситуаціях використання певних послуг меню не є коректним. Такі пункти виділятимуться блідішим кольором, а звернення до них не призведе до яких небудь дій. Наприклад, використання послуги Об'єкт\Вилучити не є коректним, якщо не виділено жодного об'єкта у полі зображення. Якщо необхідно відмовитися від роботи із щойно обраною послугою, слід звернутися до послуги Об'єкт\Припинити виконання операції або натиснути клавішу ESC. Звернення до окремих послуг програми при необхідності можна здійснити за допомогою функціональних клавіш, вказаних справа біля назв пунктів головного меню, а також за допомогою кнопок швидкого виклику послуг, розміщених на панелі інструментів.

ДОДАТОК Б

Координатна площина

Після завантаження програми GRAN-2D у полі зображення з'являється зображення осей координат, на яких вказано значення

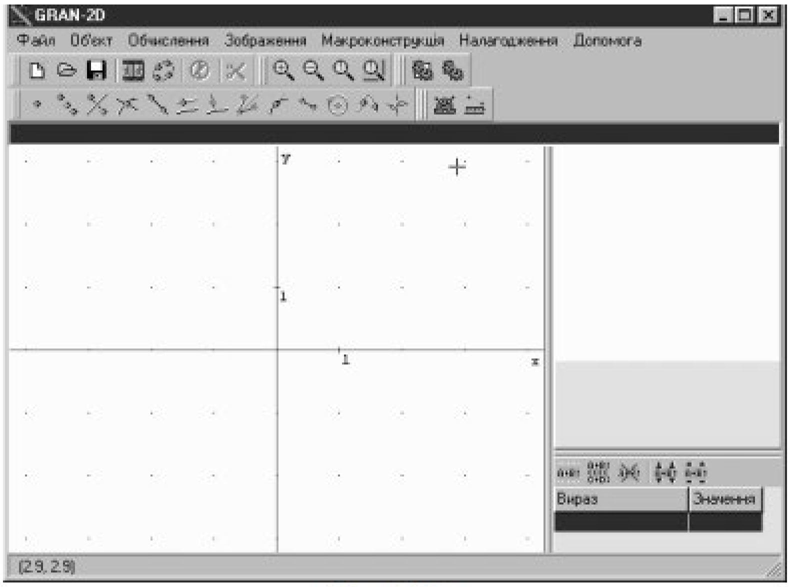


Рис. 2.1

поділок, що визначають довжини одиничних відрізків вздовж цих осей. Центр системи координат співпадатиме з центром поля зображення (рис.2.1).

Зображення координатних осей та координатної сітки. Для встановлення або вилучення зображення координатних осей або координатної сітки (у полі зображення) слід звернутися до послуги Налагодження та у вікні Налагодження, що з'явиться (рис.2.2), за допомогою мишки встановити або зняти відмітку біля написів Зображати координатні осі та Зображати координатну сітку, після чого "натиснути" кнопку Застосувати.

Переміщення початку системи координат Для переміщення початку системи координат відносно центра поля зображення необхідно натиснути клавішу Ctrl і ліву клавішу мишки, та утримуючи їх у натисненому стані, встановити вказівник мишки у нове положення. При цьому початок системи координат переміщуватиметься відповідно до положення Рис. 2.1 вказівника мишки.

Масштаб зображення. Для збільшення або зменшення масштабу об'єктів у полі зображення призначено послуги Зображення\Розмір\Збільшити та Зображення\Розмір\Зменшити. При зверненні до послуги Зображення\Розмір\Оптимальний буде встановлено масштаб, при якому зображення всіх створених об'єктів поміститься у полі 1 см"≈зображення. Для встановлення масштабу "1 поділка потрібно звернутися до послуги Зображення\Розмір\Відповідно до вимірювальних одиниць.

Декартові та полярні координати. Щоб вказати бажаний тип координат, слід звернутися до послуги Налагодження і у вікні Налагодження (рис.2.2), що з'явиться, за допомогою мишки встановити перемикач Система координат у одне з положень – Декартові або Полярні, після чого "натиснути" кнопку Застосувати. За замовчуванням встановлено тип координат Декартові. Нагадаємо, що у декартовій системі координат положення точки на площині визначається її проекціями на вісь Ox (абсциса) та на вісь Oy (ордината). Рис. 2.2

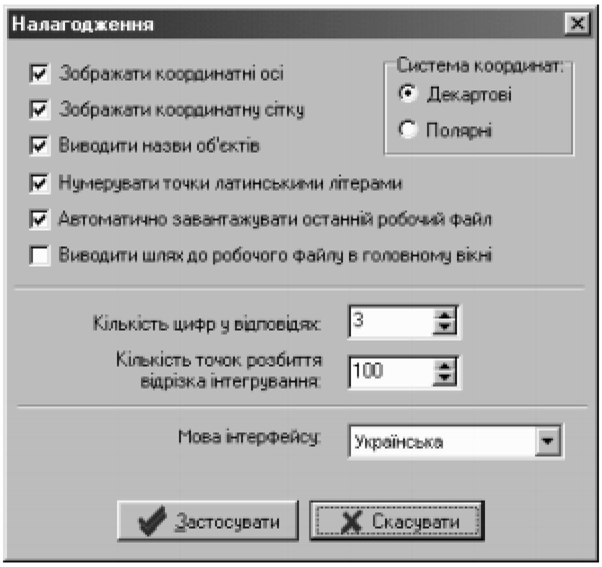


Рис. 2.2

У полярній системі координат положення точки на площині визначається її віддаллю від початку координат (полярний радіус) та кутом між додатнім напрямом полярної осі (горизонтальної півпрямої, що виходить з початку координат і направлена вправо) і відрізком, що з'єднує розглядувану точку з початком координат. Цей кут (полярний кут) відкладається від полярної осі проти .πгодинникової стрілки та змінюється в межах від 0 до 2 Від полярних координат до декартових (і навпаки) можна перейти за допомогою формул x y arctg 2 2= φ y ;+ x = ρ; φ sinρ =; y φ cosρ =x .

Визначення координат точок При переміщенні у полі зображення вказівника мишки у полі інформування автоматично виводяться координати точки, що відповідає поточному положенню вказівника мишки відносно центра координат (рис.2.1).

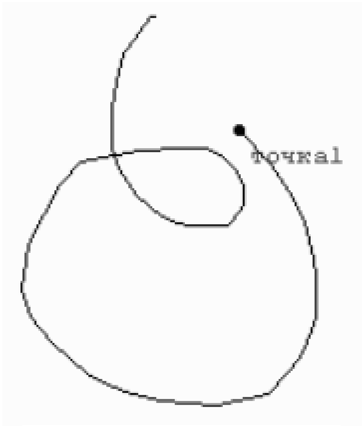


Рис. 2.3

Зображення геометричного місця точок Іноді виникає необхідність фіксування шляху, який проходить деяка точка при переміщенні об'єктів, від яких залежить її положення, - наприклад, при розв'язуванні задач на встановлення геометричного місця точок. Якщо звернутися до послуги Зображення\ГМТ та за відповідним запитом програми (що з'явиться у полі підказки) вказати на Рис. 2.3 зображення деякої точки, то надалі при всіх переміщеннях вказаної точки на зображенні буде залишатися її слід (як на рис.2.3). Щоб відмовитися від виведення зображення сліду вибраної точки, слід звернутися до послуги Зображення\Припинити зображення ГМТ.

Покрокове зображення об'єктів При зверненні до послуги Зображення\Покрокове відображення розпочнеться покрокове відображення (у полі зображення) створених об'єктів, починаючи з першого (у переліку об'єктів) до останнього. При цьому для виведення на екран зображення кожного наступного об'єкта потрібно натиснути ліву клавішу мишки. При виведенні зображення чергового об'єкта вказівник переліку об'єктів автоматично встановлюється у положення, що відповідає назві цього об'єкта.

Після виведення зображення всіх створених об'єктів програма переходить у звичайний режим роботи.

ДОДАТОК В

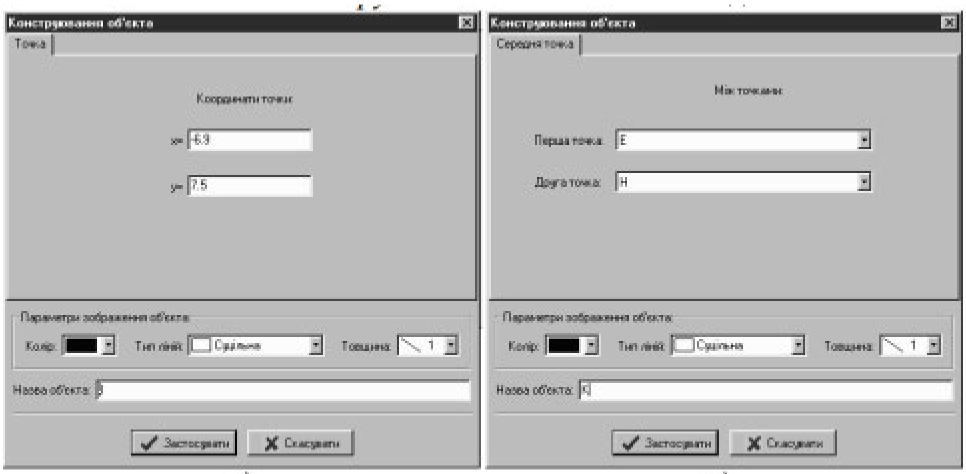
Геометричні об’єкти

ППЗ GRAN-2D дозволяє оперувати у площині моделями геометричних об’єктів шести базових типів: Точка, Лінія, Ламана, Коло, Інтерполяційний поліном, Графік функції. При цьому типи Точка та Лінія діляться на підтипи.

При створенні об’єктів усіх типів (крім типів Вільна точка та Графік функції) необхідно вказувати опорні об’єкти – тобто об’єкти, які визначають результуючий об’єкт. Результуючий об’єкт буде автоматично розміщуватись відповідно до положення опорних об’єктів. Наприклад, при створенні об’єкта типу Середня точка необхідно вказати два опорні об’єкти типу Точка. Надалі при зміні положення будь-якої з опорних точок утворена точка типу Середня точка завжди залишатиметься точно посередині між вибраними опорними точками.

Створення об’єктів Об’єкти можна створювати двома способами: або шляхом введення їх характеристик у вікні Конструювання об’єкта, або з екрану, за допомогою мишки. Для створення об’єктів шляхом введення їх характеристик призначено послуги пункту меню Об’єкт\Створити. При активізації будь-якої з послуг вказаного пункту меню з’являється вікно Конструювання об’єкта з вкладинкою, що відповідає типу обраного об’єкта. У вказаному вікні слід ввести параметри об’єкта, що створюється, та “натиснути” кнопку Застосувати. Після цього відповідний об’єкт буде створено, і його зображення з’явиться у полі зображення. Опорні об’єкти задаються шляхом вказування назв заздалегідь створених об’єктів у відповідних полях вікна Конструювання об’єкта.

Створення об’єктів типу Вільна точка Для створення об’єкта типу Вільна точка призначено послугу Об’єкт\Створити\Точка. Після активізації вказаної послуги з’являється вікно Конструювання об’єкта з вкладинкою Точка рис.3.1а). У поля біля написів x= та y= слід ввести



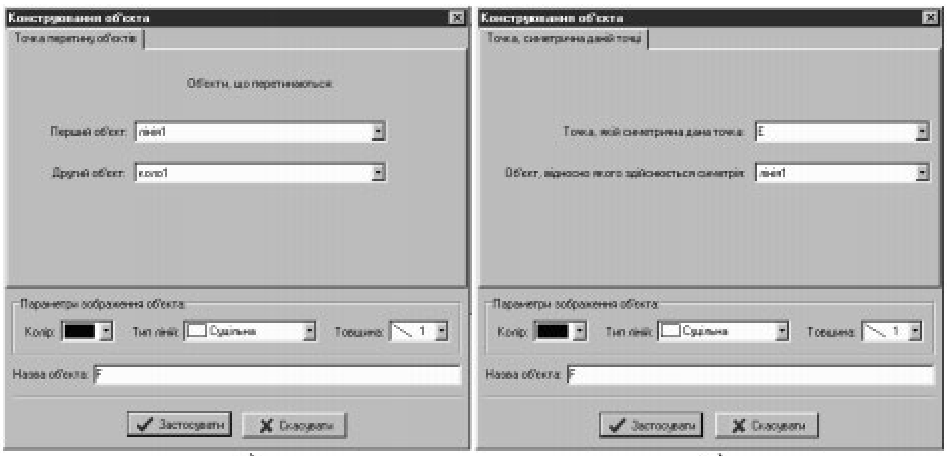
а) б)

Рис. 3.1

координати точки, та "натиснути" кнопку Застосувати.

Створення об'єктів типу Середня точка Для створення об'єкта типу Середня точка слід звернутися до послуги Об'єкт\Створити\Середня точка, та у вікні Конструювання об'єкта з вкладинкою Середня точка, що з'явиться, у полях Перша точка та Друга точка вказати назви Рис. 3.1 опорних точок, та "натиснути" кнопку Застосувати. Надалі створена точка буде розміщуватись строго посередині між вказаними точками.

Створення об'єктів типу Точка перетину об'єктів Для створення об'єкта типу Точка перетину об'єктів слід звернутися до послуги Об'єкт\Створити\Точка перетину об'єктів, та у вікні Конструювання об'єкта, що з'явиться (рис.3.2), у полях Перший об'єкт та Другий об'єкт вказати назви об'єктів, точку перетину яких необхідно знайти, та "натиснути" кнопку Застосувати. Опорні об'єкти повинні належати до типів Лінія або Коло. Надалі створена точка буде розміщуватись у місці перетину обраних об'єктів.



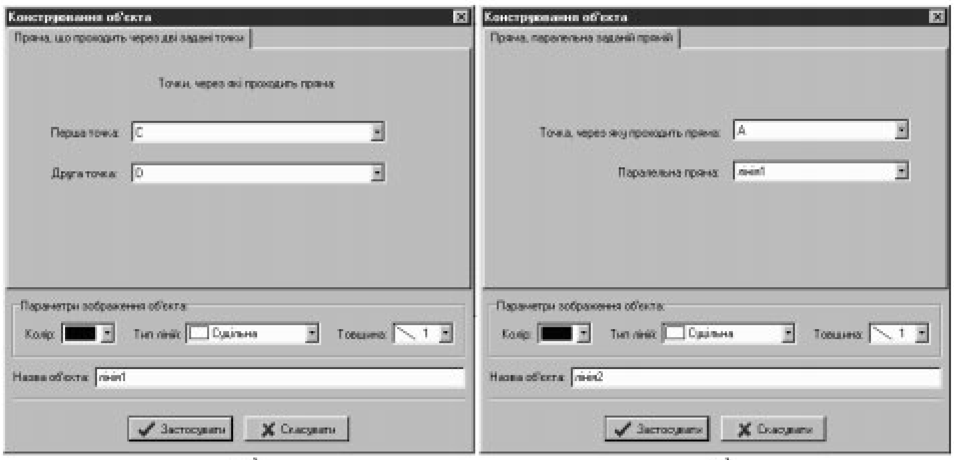
а) б)

Рис. 3.2

Якщо об’єкти можуть перетинатись в двох точках (наприклад, пряма і коло або коло і коло), то буде утворено два об’єкти типу Точка перетину об’єктів.

Створення об’єктів типу Симетрична точка. Для створення об’єкта типу Симетрична точка слід звернутися до послуги Об’єкт\Створити\Точка, симетрична даній точці. У вікні Конструювання об’єкта, що з’явиться (рис.3.2), у полі Точка, якій симетрична дана точка необхідно вказати назву Рис. 3.2 потрібної точки, а у полі Об’єкт, відносно якого здійснюється симетрія точка - вказати назву відповідної точки або лінії. Після “натиснення” кнопки Застосувати буде створено точку, що буде автоматично розміщуватись симетрично до вказаної точки відносно обраної точки або лінії.

Створення об’єктів типу Пряма. Для створення об’єкта типу Пряма потрібно звернутися до послуги Об’єкт\Створити\Пряма, що проходить через дві задані точки. У вікні Конструювання об’єкта, що з’явиться (рис.3.3а), у полях Перша точка та Друга точка необхідно вказати назви точок, через які повинна проходити пряма, та “натиснути” кнопку Застосувати.



а) б)

Рис. 3.3

ДОДАТОК Г

Перетворення об’єктів

За допомогою ППЗ GRAN-2D можна здійснювати геометричні перетворення деяких об’єктів, а саме паралельне перенесення, поворот (відносно деякої точки) та деформацію об’єктів типу Точка, Лінія, Ламана, Коло та Інтерполяційний поліном. Для цього призначено послуги пункту головного меню Об’єкт\Перетворення. Параметри перетворення можна задавати як через введення координат вектора перенесення чи кута повороту у відповідні поля, так і графічно “з екрану”, користуючись мишкою. У першому випадку для виконання деякого перетворення слід звернутися до послуги меню Об’єкт\Перетворення\Параметри, а в другому – до підпунктів меню Об’єкт\Перетворення\З екрану – Паралельне перенесення або Поворот, в залежності від того, який тип перетворення об’єктів необхідно здійснити.

Введення параметрів перетворення об’єктів При зверненні до послуги Об’єкт\Перетворення\Параметри являється вікно Перетворення об’єктів з вкладинками′з Паралельне перенесення, Поворот та Деформація (рис.4.1-4.2).

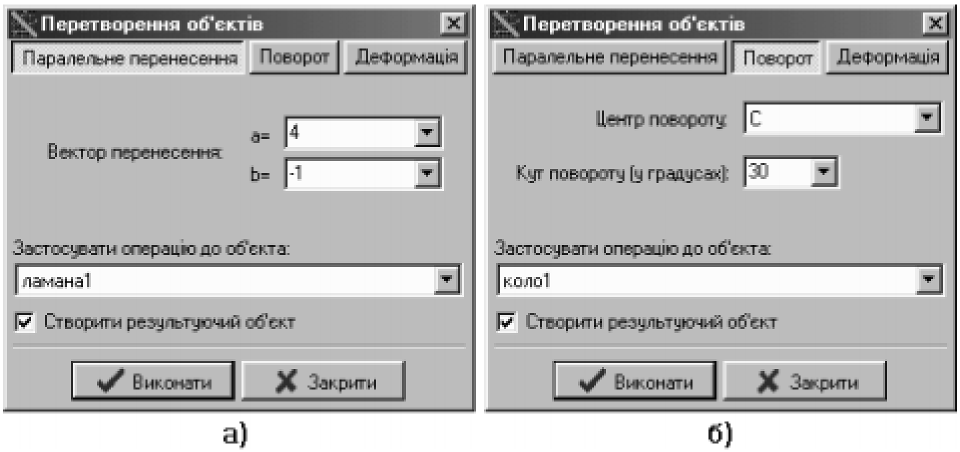


Рис. 4.1

Для виконання необхідного перетворення перш за все слід перейти на вкладинку з назвою потрібної операції, після чого у полі під написом Застосувати операцію до об’єкта потрібно вказати назву заздалегідь створеного об’єкта, перетворення якого Рис. 4.1 31 необхідно здійснити. Якщо встановити відмітку біля напису Створити результуючий об’єкт, то після виконання операції вихідний об'єкт залишиться результат виконання–без змін, а буде створено новий об'єкт операції стосовно вихідного об'єкта. Задавши всі параметри перетворення, слід натиснути кнопку Виконати.

Паралельне перенесення. Для виконання паралельного перенесення деякого об'єкта на вектор (a,b) необхідно перейти на вкладинку Паралельне перенесення (рис.4.1а) та у полі під написом Застосувати операцію до об'єкта вказати назву заздалегідь створеного об'єкта, паралельне перенесення якого необхідно здійснити. Далі у поля біля написів a=, b= потрібно ввести координати вектора і натиснути кнопку Виконати.

Поворот. Якщо необхідно виконати поворот об'єкта на деякий кут навколо певної точки, потрібно перейти на вкладинку Поворот (рис.4.1б) та у полі під написом Застосувати операцію до об'єкта вказати назву заздалегідь створеного об'єкта, поворот якого необхідно здійснити. У полі Центр повороту слід вказати назву заздалегідь створеного об'єкта типу Точка (центр повороту), а також ввести величину кута повороту (у градусах) у поле біля відповідного напису. Після натиснення кнопки Виконати операцію повороту буде застосовано до вказаного об'єкта.

Деформація. У разі необхідності збільшити або зменшити розміри деякого об'єкта вздовж напрямів осей Ox, Oy, слід перейти до вкладинки Деформація (рис.4.2). У полі під написом Застосувати операцію до об'єкта слід вказати назву заздалегідь створеного об'єкта, деформацію якого необхідно здійснити, а також ввести коефіцієнти деформації вздовж кожного з напрямів Ox, Oy у поля біля відповідних написів. Після натиснення кнопки Виконати x- та y-координати усіх опорних точок вихідного об'єкта буде помножено на відповідні коефіцієнти. За замовчуванням значення коефіцієнтів деформації вздовж осей Ox та Oy встановлюються рівними 1. У випадку, поданому на рис.4.2, після "натиснення" кнопки Виконати розміри об'єкта з назвою ламана2 вздовж осі Ox

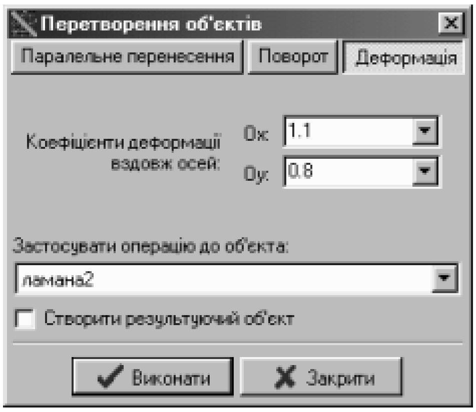


Рис. 4.2

збільшаться на 10 відсотків, а вздовж осі Оу зменшаться на 20 відсотків. 4.2. Задання параметрів перетворення об’єктів “з екрану” Для задання “з екрану” параметрів перетворення об’єктів призначено послуги Об’єкт\Перетворення\З екрану\Паралельне перенесення та Об’єкт\Перетворення\З екрану\Поворот.

Паралельне перенесення. Для виконання паралельного перенесення деякого об’єкта

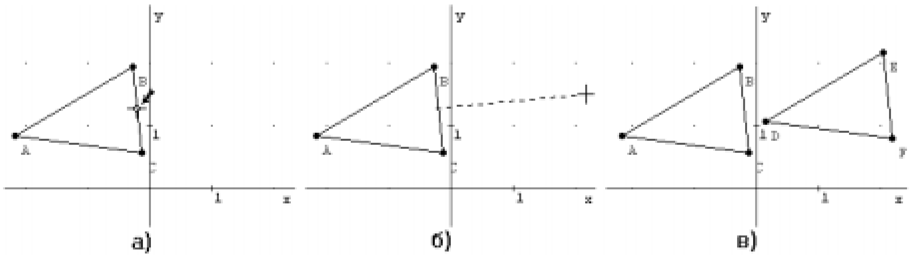


Рис. 4.3

можна скористатися послугою Об’єкт\Перетворення\З екрану\Паралельне перенесення. Після активізації цієї послуги слід вказати (за допомогою вказівника мишки) у полі зображення об’єкт (рис.4.3а), паралельне перенесення якого необхідно виконати, і натиснути ліву клавішу мишки. Точка об’єкту, що відповідала положенню вказівника мишки в момент натиснення її лівої клаваші, визначатиме початок вектора перенесення. Далі потрібно встановити вказівник мишки у положення, в яке необхідно перемістити щойно зафіксовану на об’єкті точку (при цьому зображатиметься вектор перенесення (рис.4.3б), а у полі інформування виводитимуться його координати). Після вказування кінцевої точки вектора перенесення слід натиснути ліву клавішу мишки. Після цього з’явиться запит “Створити результуючий об’єкт?”. У разі позитивної відповіді вихідний об’єкт залишиться без змін, а буде створено новий об’єкт - результат виконання паралельного перенесення вихідного об’єкта на заданий вектор (рис.4.3в). Якщо ж натиснути кнопку “Ні”, то вихідний об’єкт переміститься (разом з його опорними об’єктами) у нове положення.

Поворот . Для здійснення повороту об'єкта навколо деякої точки можна скористатись послугою Об’єкт\Перетворення\З екрану\Поворот.

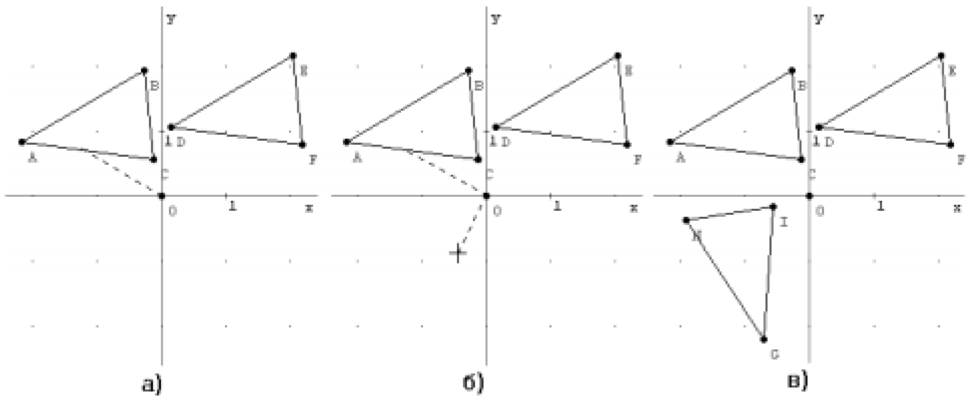
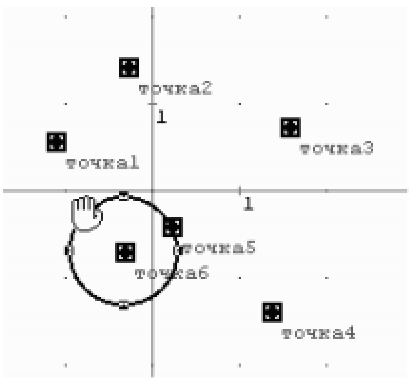


Рис. 4.4

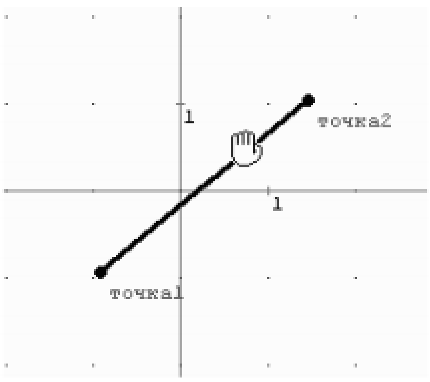
Після активізації цієї послуги слід вказати (за допомогою вказівника мишки) у полі зображення об’єкт, поворот якого необхідно здійснити, і натиснути ліву клавішу мишки. В результаті вказаний об’єкт буде підсвічуватись. Далі слід вказати на зображення заздалегідь створеного об’єкта типу Точка, що визначатиме центр повороту. При цьому перетворюваний об’єкт та центр повороту буде з’єднано штриховою лінією (рис.4.4а). Після цього за допомогою вказівника мишки потрібно вказати при переміщенні мишки у полі зображення щойно–кут повороту зафіксована точка на перетворюваному об’єкті, центр повороту та вказівник мишки будуть з’єднані штриховою лінією (рис.4.4б), а у полі інформування виводитиметься величина кута (в градусах). Після того, як потрібний кут буде встановлено, слід натиснути ліву клавішу мишки. Далі з’явиться запит “Створити результуючий об’єкт?” з кнопками Так та Ні. При “натисненні” кнопки Так вихідний об'єкт залишиться без змін, а буде створено новий об'єкт - результат виконання повороту вихідного об'єкта навколо точки – центра повороту на вказаний кут (рис.4.4в). Якщо ж натиснути кнопку "Ні", то вихідний об'єкт переміститься разом з своїми опорними об'єктами у нове положення.

Зміна форми. Щоб змінити форму деякого об'єкта, досить перемістити у полі зображення будь-який його опорний об'єкт. При зміні положення опорних об'єктів змінить форму і об'єкт, який визначається через опорні.

Переміщення об'єктів. Для переміщення деякого об'єкта у нове положення необхідно підвести вказівник мишки до зображення цього об'єкта, натиснути ліву клавішу мишки та тримаючи її у натисненому стані, переміщувати вказівник у потрібному напрямі. При цьому "зафіксований" об'єкт буде переміщуватись разом із вказівником. Перемістивши таким чином об'єкт у потрібне положення, слід звільнити ліву клавішу мишки. Якщо необхідно перемістити одночасно групу об'єктів, слід виділити потрібні об'єкти, підвести вказівник мишки до зображення будь-якого з виділених об'єктів (так, щоб вказівник набув форми долоні, рис.4а,б), натиснути ліву клавішу мишки та тримаючи її у затисненому стані, перемістити вказівник у потрібне положення. При цьому всі виділені об'єкти будуть переміщуватись разом з вказівником.



а)



б)

Рис. 4.5

ДОДАТОК Д

Використання педагогічного програмного засобу GRAN-2D під час розв'язування задач на побудову з планіметрії

Розглянемо на прикладі розв'язування задач на побудову різними методами можливості використання ППЗ GRAN-2D на уроках планіметрії. Розглянемо даний метод на прикладі розв'язування наступної задачі. Задача. Побудувати трикутник за двома сторонами і радіусом описаного кола. Для розв'язування задач методом геометричних місць необхідно з'ясувати: до знаходження яких точок зводиться розв'язання задачі і які дві вимоги мають ці точки задовольняти. Далі розглядають одну з вимог задачі і будують геометричне місце точок (ГМТ), що задовольняють цю вимогу. Потім будують ГМТ, які задовольняють інші вимоги і, нарешті, знаходять точки перетину геометричних місць точок. На рис. 1 показано копію вікна побудови з умовою задачі, заданими відрізками, відкритими підказками та додатковим малюнком, які можна приховати, «натиснувши» відповідну кнопку.

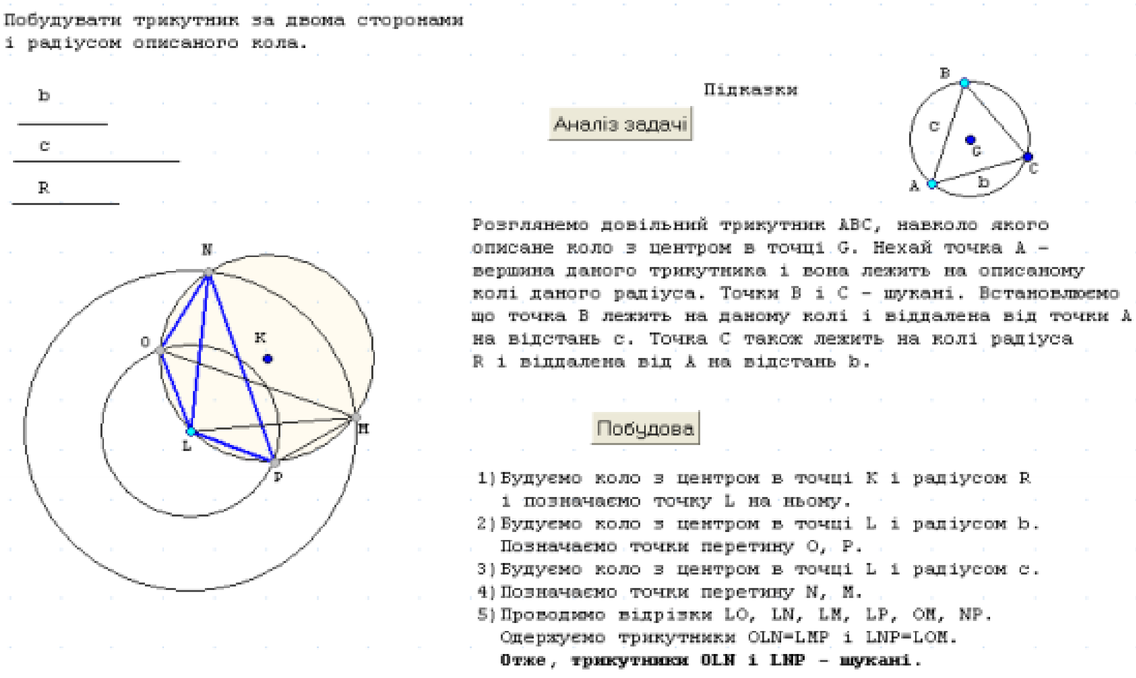


Рис. 1

Проведемо аналіз даної задачі. Нехай точка А – вершина трикутника АВС, навколо якого описане коло радіуса R. Необхідно знайти розташування інших вершин трикутника – точок В і С. Точка В, по-перше, лежить на даному колі радіуса R, а по-друге віддалена від точки А на відстань с. Тобто вона лежить на перетині даного кола і кола з центром в точці А і радіусом с. Точка С також лежить на даному колі та віддалена від А на відстань b. Отже, вона лежить на перетині даного кола і кола з центром в точці А і радіусом b. Під час побудови легко встановити, що шуканих трикутників два. Застосування методу осьової симетрії для розв'язування задач на побудову можна проілюструвати за допомогою такої задачі. Задача. Через вершину А трикутника АВС і точку D основи ВС проведено пряму. Знайти на цій прямій точку М, з якої відрізки BD і CD видно під рівними кутами. Для розв'язування задачі слід використати правило-орієнтир. По-перше, необхідно припустити, що задача розв'язана, тоді обрати певну симетрію стосовно або даної прямої, або прямої, яку легко побудувати та замінити

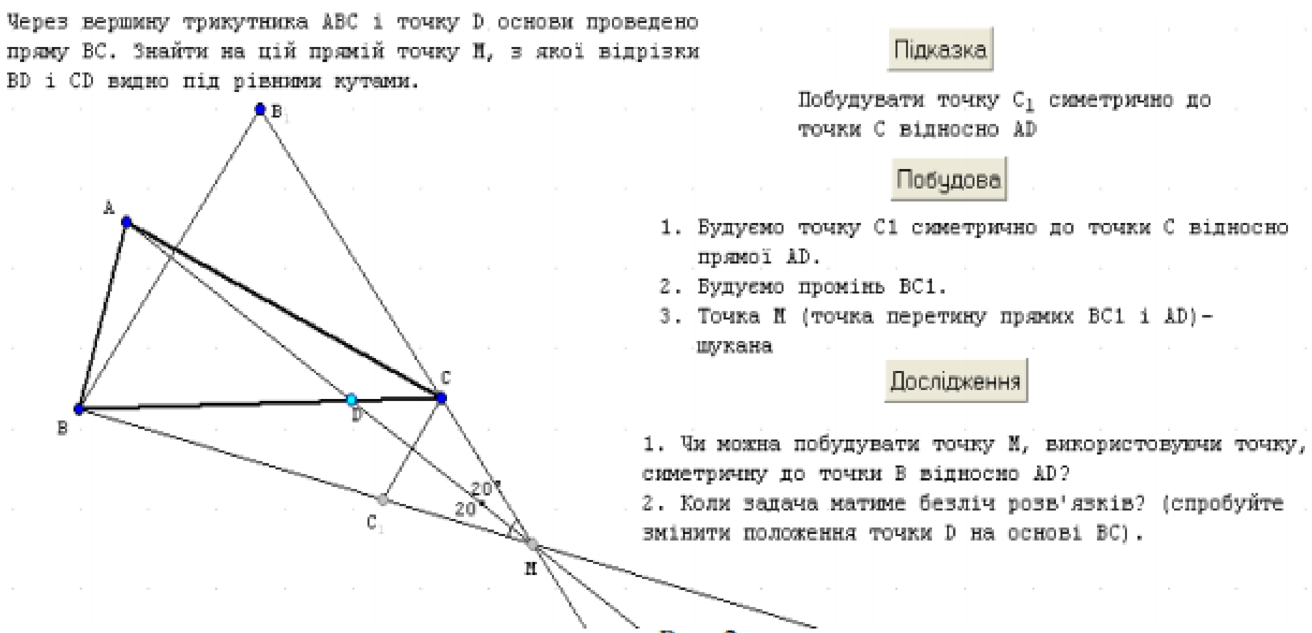


Рис. 2

один із даних елементів симетричним щодо обраної осі симетрії. У запропонованій задачі пряма AD буде розглядатись як вісь симетрії, а точка С – об'єкт симетрії (рис. 2).

Маючи на екрані точки B і C1, неважко здогадатися провести пряму через ці точки, яка перетне пряму AD в точці M. Далі пропонуємо учням перевірити, чи є точка M шукана? Для цього спочатку можна провести дослідження, вимірявши градусну міру кутів AMB і AMC з допомогою інструмента Обчислення кута за трьома точками , а потім аналітично довести рівність цих кутів (очевидно, пряма AM є бісектрисою кута BMB1 чи CMC1). Оскільки модель геометричної побудови в ППЗ GRAN-2D є динамічною, то учням доцільно поставити завдання на дослідження. Спробуйте змінити положення точки D на основі BC. Чи можна знайти точку M, побудувавши точку B1 симетрично до B відносно AD? Який із способів і в якому випадку буде більш зручним? Коли задача матиме безліч розв'язків? До малюнка бажано створити кілька кнопок, за допомогою яких приховувати і послідовно відкривати підказки. Завдяки цьому імітується евристичний діалог школяра з учителем. За кнопкою можна приховувати навідні або додаткові запитання для учня. Це також допомагає школяреві вдосконалювати навички самоконтролю.