

ВСТУП

Актуальність дослідження.

Національна доктрина розвитку освіти в Україні та концепція загальної основної освіти спрямовують педагогічну науку на пошук нових принципів та критеріїв вибору змісту освіти, нових технологій, які ведуть до високої теоретичної та практичної підготовки студента та орієнтовані на розвиток особистості. Нові досягнення створюють більш сприятливі умови для отримання кожним студентом можливого рівня математичних знань та загального розвитку.

Від пізнавальної активності студентів під час вивчення курсу елементарної математики залежать результати знань, їх підготовка до роботи в сучасних умовах, до творчої діяльності. Цей факт потребує реалізації методів навчання, спрямованих на підвищення пізнавальної діяльності студентів у оволодінні знаннями, розвитку їх навичок до самоосвіти та його творчого використання в нових життєвих умовах. Саме через активну творчу діяльність можна досягти міцного засвоєння та усвідомлення навчального матеріалу, розвитку навичок його творчого використання.

Важливою є допомога університету у виробленні самостійності мислення, вмінні приймати рішення, застосуванні теоретичних знань в повсякденному житті. У зв'язку з цим постає питання про вдосконалення методів та прийомів навчання математики, які спроможні максимально сприяти розвитку активного та самостійного навчання студентів. Одним з основних чинників підвищення ефективності навчання є новий підхід до використання форм активізації пізнавальної діяльності, серед яких ми виокремлюємо самостійну роботу та комп'ютерно – інформаційні технології.

Але якщо проаналізувати стан використання самостійної роботи та комп'ютера у навчально-виховному процесі, то, попри всю глибину досліджень цього питання, на практиці існує ряд невирішених проблем. Тому дане дослідження зосереджене на розробці дидактичного забезпечення у формі самостійних робіт та мультимедійних засобів.

Особливу роль в дослідженні і розробці проблеми вивчення математики мають роботи М. І. Бурди, М. Я. Ігнатенка, З. І. Слєпкань, М. І. Шкіля, Г. І. Іванюк, О. В. Акулової, С. П. Ільїної, Н. В. Нємової, А. А. Пінського, С. А. Писаревої, В. Г. Коваленка та інших.

Зазначена проблема розробляється і зарубіжними дослідниками, зокрема, Л. Терманом, Т. Уїстоном, П. Уїтті, Н. Маршаллом, К. Бешером та іншими.

Не відкидаючи великого вкладу дослідників проблеми, потрібно відмітити, що не всі аспекти були повністю розкриті. Аналіз психолого-педагогічної та науково-методичної літератури показав наступне:

- ✓ недостатньо розроблена методика вивчення курсу елементарної математики;
- ✓ методичні розробки потребують подальшої розробки з врахуванням змін, які відбуваються у вищих навчальних закладах.

Мета дослідження – розробити дидактичне забезпечення у формі самостійних робіт, що сприятиме розвитку пізнавальної активності студентів при вивченні курсу елементарної математики. Розробити мультимедійне забезпечення курсу елементарної математики, яке допоможе розкрити зміст і обсяг нових понять, закріплювати матеріал.

Об'єкт – процес навчання студентів у вищих навчальних закладах.

Предмет дослідження – методична система організації навчального процесу з використанням слайдів та самостійних робіт на заняттях елементарної математики.

Гіпотеза дослідження – використання мультимедійного забезпечення та самостійних робіт на заняттях елементарної математики гарантує більш свідоме оволодіння системою знань, вмінь та навичок, розвиток математичного мислення, творчої активності та пізнавальної самостійності.

Мета та висунута гіпотеза визначили **основні завдання дослідження**:

- ✓ аналіз літератури з теми дослідження;
- ✓ проаналізувати особливості змісту навчального матеріалу при вивченні курсу елементарної математики;

- ✓ подати приклади застосування слайдів на заняттях з елементарної математики;
- ✓ розробити самостійні роботи з курсу елементарної математики;

Методи дослідження:

- 1) аналіз педагогічної, методичної, психологічної літератури;
- 2) спостереження за педагогічним процесом школи;
- 3) власний досвід викладання.

Методичною основою дослідження став дидактичний матеріал, що являє собою задачки, математичні тренажери, посібники з цікавими матеріалами, програми для вищих навчальних закладів, науково-методичні журнали.

Теоретичне і практичне значення дослідження полягає в тому, що дані методичні рекомендації та висновки можна використовувати для вдосконалення навчального процесу, перевірки рівня засвоєння матеріалу та розвитку пізнавальної активності студентів у процесі навчання.

Робота містить вступ, два розділи, список використаних джерел, висновки й додатки .

В першому розділі викладені теоретичні основи дослідження, а саме:

- ✓ розвиток пізнавальної активності студентів в процесі навчання;
- ✓ психологічний і дидактичний аналіз самостійної діяльності студентів у процесі навчання;
- ✓ роль курсу « Елементарна математика»;
- ✓ теоретико-методичні основи кредитно-трансферної системи організації навчання.

В другому розділі розглядаються методична система навчання курсу елементарної математики в навчальних закладах:

- ✓ Лекційно-практична система навчання математики в навчальних закладах;
- ✓ Використання комп'ютерно-інформаційних технологій під час вивчення курсу елементарної математики;

- ✓ Контроль знань, умінь та навичок при вивченні курсу елементарної математики;
- ✓ Використання мультимедійних засобів навчання;
- ✓ Використання слайдів на заняттях елементарної математики.

РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Самостійна робота, як засіб активізації пізнавальної діяльності студентів при вивченні елементарної математики.

Ідея особистісного підходу в освіті ставить у центр уваги саму людину. "Мета особистісно-орієнтованої гуманної освіти – не сформувати й навіть не виховати, а знайти, підтримати, розвинути людину в людині, закласти в ній механізм самореалізації". Реалізація особистісно-орієнтованого навчання визначає необхідність пошуку нових освітніх технологій, зміни форм і методів навчання у кожній ланці освітньої системи. Сьогодні нашій державі потрібні кадри, які, маючи ґрунтовну фахову підготовку, зможуть самостійно приймати рішення, спроможні через самоосвіту постійно оновлювати власні знання, здатні адаптуватися до змін та коригувати свою професійну діяльність.

Організацію самостійної роботи можна розглядати як одну із педагогічних умов навчання студентів. Тільки через активну самостійну діяльність, а не через сприйняття знань у їхньому готовому вигляді, студент зможе якісно оволодіти спеціальними знаннями. Тому особливої уваги заслуговує сьогодні питання організації самостійної роботи студентів. Саме самостійна робота сприяє формуванню грамотного професіонала, творчо мислячої людини, розвиває ініціативу, самостійність, що у свою чергу є важливим чинником підвищення ефективності навчального процесу. Саме через самостійну роботу можна поєднати теоретичну діяльність з практикою. Організація самостійної роботи учнів і студентів є однією з давніх проблем теорії і практики педагогіки. Вона знайшла своє відображення у класичній педагогічній спадщині Я.Коменського, Ж.-Ж. Руссо, К.Ушинського, В.Сухомлинського. Ця проблема досліджувалась у працях вчених і практиків нашого часу (С.Архангельського, Ю.Бабанського, М. Гарунова, В.Загвязинського, Б.Єсіпова, В.Козакова, М.Кас'яненко, І.Лернера, П.Підкасистого та ін.).

Аналіз психолого-педагогічної літератури вказує на те, що в педагогіці немає єдиного підходу до визначення поняття самостійної роботи. Деякі дослідники вважають самостійну роботу формою організації навчального процесу, інші – методом навчання. Існують й інші підходи, коли самостійну роботу розуміють як засіб досягнення конкретної мети, спосіб здобуття знань з різних джерел. Але незалежно від точності формулювання визначення самостійної роботи кожен викладач має певне розуміння поняття самостійної роботи. Аналіз літератури вказує і на те, що існуючі розробки для організації самостійної роботи не завжди задовольняють потреби навчального процесу. У світлі вимог сьогодення актуальним є пошук таких форм самостійної навчальної роботи, коли допомога і контроль з боку викладача не пригнічуватимуть самостійності та ініціативи студента, а навпаки спонукатимуть його самостійно організовувати свою навчальну і пізнавальну діяльність, контролювати її, одночасно виховуючи в собі самостійність як рису характеру.

Під самостійністю розуміють здатність суб'єкта діяльності організувати і реалізувати свою діяльність без стороннього керівництва і допомоги. Самостійність є основою активності, ініціативності, творчості, наполегливості, тобто таких якостей, що характеризують сучасного професіонала .

Специфічною особливістю організації навчально-виховного процесу є те, що він ґрунтується на тісному взаємозв'язку загальноосвітньої і спеціальної підготовки майбутнього спеціаліста, який здійснюється перш за все в системі міжпредметних зв'язків. Такі міжпредметні зв'язки є важливим компонентом у формуванні творчої, самостійної особистості, грамотного спеціаліста.

Специфіка математики як навчальної дисципліни визначається універсальністю її ідей і методів, що знаходять широке застосування в інших галузях науки і в практичній діяльності людини. Тому знання математики є необхідною складовою підготовки майбутнього спеціаліста.

Сьогодні висуває нові завдання в галузі економічної освіти. І математика зобов'язана прийти на допомогу економічним дисциплінам. Адже грамотне виконання розрахунків, застосування спеціальних математичних методів – важлива складова економічної грамотності майбутнього фахівця.

Соціологічні і психологічні дослідження, проведені в різних ВНЗ країни, показують: частка студентів, головними мотивами навчально-пізнавальної діяльності яких є пізнавальні і професійні інтереси, зовсім невелика і в різних вибірках складає від 8 до 38% .

Отже, професійне спрямування викладання не може стати єдиним мотивом самостійної навчальної діяльності. Кожен викладач має знаходити ще й інші мотиви плідної навчальної праці, спираючись при цьому на індивідуальні інтереси, особливості кожного студента. Такими мотивами можуть стати особистісні мотиви, вирішення життєвих проблем, економічна зацікавленість у майбутній професії, самоутвердження особи, спілкування та ін.

Загальноприйнятим є і той факт, що випускники шкіл мають різні ступені сформованості самостійної навчальної діяльності (виділяють три таких рівні: високий, проміжний, низький) .

Успішність навчальної діяльності у самостійній роботі залежить від типу і рівня труднощів, які виникають у ході такої роботи. Тому вивчення труднощів у навчальній діяльності студентів допомагає виявити індивідуальні особливості учнів, краще організувати їхню самостійну роботу.

Не менш серйозної уваги потребує період адаптації, звикання нового поповнення студентів до режиму навчального закладу, до нових викладачів. І саме в цей період одночасно з повторенням матеріалу повинна розпочинатися цілеспрямована робота по формуванню в них умінь самостійної праці. Оскільки незважаючи на багаторічне навчання в школі, у багатьох новачків немає достатнього досвіду самостійної роботи. А вимога

самостійно опрацювати матеріал, не пояснивши попередньо, як це краще зробити, навряд чи допоможе студенту.

Викладач повинен постійно тримати під контролем самостійну діяльність студентів, корегувати її. Але потрібно бути уважним щодо оцінювання такої роботи. Існує категорія студентів, для яких негативна оцінка може стати поштовхом до відмови від подальшої самостійної діяльності. Тому на перших етапах організації самостійної роботи доцільно уникати низького оцінювання її результатів, а навпаки, підтримувати віру студентів у власні сили, в успішність їхньої діяльності, вчасно надаючи необхідну допомогу. Адже підлітки вболівають за свій авторитет, для них необхідним є постійне підтвердження успішності власної діяльності. І навіть у тому випадку, коли вони дійсно роблять "помилки".

Почуття задоволення, яке виникає при вдалому розв'язанні задачі, від самостійно і творчо виконаної роботи допоможе подолати психологічний бар'єр у навчанні. Тому іноді доцільно штучно створювати такі ситуації, коли студент обов'язково виконає запропоноване йому посилене завдання, не здогадуючись, наскільки "складним" воно було насправді.

Варто також зазначити, що самостійна робота студентів може бути посправжньому якісно організованою лише в процесі самостійної, творчої праці викладача. Хоча кожен, хто працює з учнівською аудиторією, погодиться: набагато простіше самому пояснити матеріал, ніж спонукати студента до активної самостійної розумової праці.

При аналізі процесів реформування вищої школи в Україні, при вивченні національних і світових напрямів розвитку вищої освіти абсолютно чітко проявляється наступні тенденції:

а) сучасні соціокультурні умови диктують самоцінність ідеї неперервної освіти, коли від студентів (і не тільки) потрібне постійне вдосконалення власних знань;

б) в умовах інформаційного суспільства потрібно принципова зміна організації освітнього процесу: скорочення аудиторного навантаження,

заміна пасивного слухання лекцій зростанням частки самостійної роботи студентів:

в) центр тяжіння в навчанні переміщається з викладання на вчення як самостійну діяльність студентів в освіті.

Важливо підкреслити, що вчення студента - це не самоосвіта індивіда по власній волі, а систематична, керована викладачем самостійна діяльність студента, яка стає домінантною, особливо в сучасних умовах переходу до багатоступеневої підготовки фахівців вищої освіти.

У зв'язку з цим пропорційність між аудиторними і позааудиторних занять викликала пильну увагу до проблеми організації самостійної роботи студентів в цілому, а не тільки і не стільки в традиційних межах конкретних дисциплін. Стратегічно на перший план виступає вихідний рівень самостійності, з яким прийшов абітурієнт у зіставленні з вимогами до випускника вищої школи

Залежно від місця і часу проведення самостійної роботи студентів, характеру керівництва нею з боку викладача і способу контролю за її результатами підрозділяється на наступні види:

- самостійну роботу під час основних аудиторних занять (лекцій, семінарів, практичних занять);
- самостійну роботу під контролем викладача у формі планових консультацій, творчих контактів, заліків та іспитів;
- позааудиторну самостійну роботу при виконанні студентом домашніх завдань навчального і творчого характеру.

Звичайно ж, самостійність перерахованих вище видів робіт досить умовна, і в реальному освітньому процесі ці види перетинаються один з одним.

Огляд досліджень з індивідуалізації навчання показує, що внутрікласна індивідуалізація проводиться головним чином в рамках самостійної роботи, тому що саме така форма роботи дозволяє давати студентам різні завдання, які виконуються в індивідуальному темпі. Певні можливості для

індивідуалізації дає також групова і фронтальна робота, але з організаційних причин, в порівнянні з самотійною роботою, вони обмежені.

Уточнимо поняття самотійної роботи. Необхідність аналізу цього поняття зумовлена тим, що воно використовується різними авторами в різному значенні. Різні трактування цього поняття залежать, перш за все, від того, який зміст вкладається в слово «самотійний».

Зустрічаються, в основному, три означення цього поняття: 1) студент повинен виконувати роботу сам, без безпосередньої участі викладача; 2) від студента вимагаються самотійні мислительські операції, самотійне орієнтування в навчальному матеріалі; 3) виконання роботи чітко не регламентовано, студенту надається свобода вибору змісту і способів виконання завдання.

У цілому ж, самотійна робота студентів під управлінням викладача є педагогічним забезпеченням розвитку цільової готовності до професійної самоосвіти і являє собою дидактичний засіб освітнього процесу, штучну педагогічну конструкцію організації та управління діяльністю студентів.

Таким чином, структурно самотійну роботу студентів можна розділити на дві частини: організована викладачем та самотійна робота, яку студент організовує на свій розсуд, без безпосереднього контролю з боку викладача (підготовка до лекцій, лабораторних і практичних занять, заліків, колоквіумів і т.п.) У зв'язку з цим підкреслимо, що управління самотійною роботою студентів - це перш за все вміння оптимізувати процес поєднання цих двох частин. Організована викладачем самотійна робота повинна становити не менше 20% від загального часу, який виділяється за навчальним планом на самотійну роботу. Безпосереднє розподіл годин на організовану викладачем самотійну роботу затверджується з кожної дисципліни науково-методичним радами напрямів і спеціальностей. Передбачається, що організована викладачем самотійна робота повинна бути передбачена для всіх дисциплін навчального плану.

Самостійна робота активізує студентів як своєю організаційною побудовою, так і змістом знань. З точки зору організаційної побудови переваги самостійної роботи в тому, що вона краще, ніж фронтальна, сприяє залученню до роботи виключно всіх учнів. У випадку звичайної фронтальної роботи, особливо при усному викладі матеріалу, викладачу практично неможливо надати допомогу, перевірити якість засвоєння поданих знань кожним студентом. Самостійна робота дає можливість студентам працювати в індивідуальному темпі і стилі. Для фронтальної роботи характерний однаковий темп, при якому складно активізувати всіх студентів. В умовах самостійної роботи студент може займатися в індивідуальному стилі, може вникнути в те, що йому не зрозуміло, отримати адресну допомогу, виконати те завдання, яке відповідає рівню його можливостей.

В працях В.О.Онищука визначено, що під самостійною навчальною роботою ми маємо на увазі таку діяльність студентів, яка спрямована на досягнення поставлених дидактичних цілей, виконується ними без прямої участі викладача, але за його завданням і під його контролем. За ознакою дидактичної цілі розрізняють декілька видів самостійних робіт: підготовчі (їх дидактична мета - відтворення опорних знань, навичок, умінь), інформаційні (сприймання нового матеріалу), пізнавальні (виявлення внутрішньої суті явищ), системні (узагальнення і систематизація знань), вправи (засвоєння навичок і умінь, комплексне застосування їх на практиці), контрольнo-корекційні (перевірка, оцінка і корекція знань, навичок і умінь).

Усі ці види можуть застосовуватись на різних рівнях пізнавальної активності і творчості студентів, при цьому враховують зміст матеріалу, підготовку студентів тощо .

Для розкриття внутрішніх зв'язків і відношень формуються запитання і завдання, які змушують студентів міркувати, порівнювати, зіставляти, визначати причини і наслідки тощо. В процесі цього виконуються пізнавальні самостійні роботи.

Систематично-узагальнюючі самостійні роботи. Використовуються для приведення знань в систему, тобто впорядкування їх так, щоб вони утворювали певну цілісність і виражали зв'язки між окремими елементами або частинами.

Вправи - це багаторазове цілеспрямоване повторення певних дій з метою засвоєння умінь і навичок.

Інформаційні самостійні роботи використовуються для забезпечення засвоєння студентами необхідної інформації: уявлень, фактів, явищ, ознак і властивостей.

Підготовчі самостійні роботи. Спрямовують студентів на відтворення раніше вивченого матеріалу, засвоєння практичних умінь та навичок, чуттєвих уявлень, понять, їх актуалізацію в пам'яті і корекцію з метою створення в свідомості міцного фундаменту для засвоєння нового матеріалу.

Сформована розумова самостійність студентів проявляється в уміннях:

1. Будувати логічно завершену розповідь за завданням викладача із обґрунтуванням власного відношення до викладених фактів.
2. Формулювати питання до навчального матеріалу, пов'язаного з осмисленням його на заняттях або в процесі роботи над різного роду джерелами.
3. Залучати і використовувати першоджерела.
4. Вирішувати певні пізнавальні задачі в процесі використання і виготовлення наочних посібників, в умовах яких містяться логічні операції.
5. Формулювати і розв'язувати пізнавальні задачі в умовах навмисно створеної викладачем навчальної ситуації.
6. Самостійно орієнтуватися в новій ситуації.
7. Без сторонньої допомоги знаходити переконливі обґрунтування явищам. Розв'язувати різної складності задачі, вчити і обґрунтовувати протиріччя.
8. Проявляти бажання в пошуку способів розв'язання, обґрунтування

складних навчальних задач і завдань.

9. Висловлювати і обґрунтовувати власну точку зору щодо явищ подій, процесів, що вивчаються.

10. Проводити елементарні дослідження в процесі розв'язання пошукових задач.

Ступінь сформованості розумової самостійності передбачає володіння такими вміннями:

1. Розчленовувати матеріал (джерело знань) на логічно цілісні частини.
2. Складати план.
3. Обґрунтовувати переходи від однієї складової частини до іншої.
4. Аргументовано співставляти явища за суттєвими ознаками, виділяти головні ознаки і особливості явищ, процесів.
5. Робити висновки.
6. Переносити набуті значення в нові умови.

Розглянемо деякі аспекти в організації самостійної роботи при вивченні елементарної математики на загальноосвітніх відділеннях навчальних закладів .

Потреба в такій формі навчання виникає з різних причин і в першу чергу з таких:

- 1) розширення кругозору студентів з навчальної дисципліни при використанні різних джерел;
- 2) розвиток самостійного творчого мислення і активізація розумової діяльності в процесі вивчення дисципліни;
- 3) проведення науково-дослідницьких робіт при самостійному вивченні певних закономірностей;
- 4) зменшення кількості навчальних годин з елементарної математики, за рахунок введення нових дисциплін, при незмінній навчальній програмі;
- 5) зменшення кількості навчальних годин з елементарної математики за рахунок створення п'ятиденного робочого тижня, тощо.

Самостійна робота студентів планується викладачем в робочій програмі з елементарної математики і проводиться систематично протягом вивчення цієї дисципліни. При організації такої роботи враховуються розроблені викладачами циклової комісії природничо-математичних дисциплін такі основні принципи: регулярності, паралельності, зміни пріоритетів, самоконтролю, повторного звертання, роботи з підручником.

На лекціях з елементарної математики завжди створюються проблемні ситуації для формування у студентів самостійної думки та активізації їх розумової діяльності.

Наприклад: Чи змінив свої координати вектор при відкладанні його від деякої довільної точки? Чи можна провести площину через чотири різні точки? Скільки існує різних видів взаємного розташування трьох площин у просторі? І ін. Такі питання завжди викликають у студентів самостійність мислення.

Теми і окремі питання теоретичного характеру, призначені для самостійного опрацювання студентами, повідомляються їм під час лекцій. Вони є продовженням раніше розглянутого матеріалу. Вказуються література, форма написання опорного конспекту та термін виконання завдання. Запропоновані теми містять не лише поточний матеріал, а також і питання дослідницького характеру. Наприклад: знаходження поверхонь многогранників і тіл обертання - розрахункова робота, в якій необхідно застосувати знання щодо обчислення площ поверхонь многогранників і тіл обертання.

Перевірка виконання самостійної роботи студентів з теоретичних питань проводиться викладачем при збиранні й перегляді конспектів, а також під час консультацій і колоквиумів.

Велика увага самостійній роботі студентів приділяється на практичних заняттях. На початку проводиться перевірка домашньої самостійної роботи. У кожного студента всі завдання повинні бути виконані. Якщо якась задача

виявиться не розв'язаною, то її розв'язують біля дошки. На всі питання викладачем даються вичерпні відповіді.

Далі для контролю підготовленості студентів до теми практичного заняття протягом 6-8 хвилин проводиться опитування теоретичного матеріалу. Тут особлива увага приділяється засвоєнню студентами означень нових понять, а також формул, необхідних для розв'язування задач.

Спочатку біля дошки розв'язуються декілька задач на новий матеріал з детальним поясненням за участю студентів, а потім аналогічні задачі і задачі з деякими відмінностями розв'язуються студентами самостійно. При цьому враховується різний рівень підготовки студентів і за їх здібностями підбираються відповідні завдання. За 10 хвилин до закінчення заняття, результати самостійної роботи обговорюються біля дошки.

Отже, самостійна робота студентів – це один з найбільш важких моментів організації навчального процесу. На жаль, на сьогодні не можна вважати проблему організації самостійної роботи цілком вирішеною.

Розроблений тестовий контроль разом із самостійними роботами дозволяє в кожній конкретній ситуації ставити конкретні цілі, сприяти активізації пізнавальної діяльності студента.

1.2 Кредитно-трансферна система організації навчального процесу.

Болонський процес.

Подальші соціально-економічні й політичні зміни в суспільстві, зміцнення державності України, входження її в цивілізоване світове співтовариство неможливі без модернізації системи вищої освіти, спрямованої на підготовку фахівців на рівні міжнародних вимог. Однією із передумов входження України до єдиного європейського та світового освітнього простору є впровадження в систему вищої освіти України основних ідей, сформульованих Болонською декларацією 1999 року. Головна мета процесу, що розпочався у вищій освіті більшості країн Європи і отримав назву згаданої вище декларації - консолідація зусиль наукової та освітянської громадськості й урядів країн Європи для істотного підвищення

конкурентоспроможності європейської системи науки і вищої освіти у світовому вимірі, а також для підвищення ролі цієї системи в суспільних перетвореннях.

Болонський процес має свою передісторію, що полягає в розробленні та підписанні представниками країн Європи Лісабонської конвенції (1997р.) про визнання кваліфікацій для системи вищої освіти європейського регіону та Сорбонської декларації (Париж, Сорбонна 1998р.) щодо узгодження структури системи вищої освіти в Європі. Сам же Болонський процес на рівні держав було започатковано 19 червня 1999 року в Болонії (Італія) підписанням 29 міністрами освіти від імені своїх урядів документа, який назвали "Болонська декларація". Цим актом країни-учасниці узгодили спільні вимоги, критерії та стандарти національних систем вищої освіти і домовилися про створення єдиного європейського освітнього і наукового простору до 2010 року.

Наступний етап Болонського процесу відбувся в Празі 19 травня 2001 року, де було підписано Празьке комюніке представниками вже 33 країн Європи. На з'їзді було виділено важливі елементи європейського простору вищої освіти, а саме: постійне навчання протягом усього життя; мотивоване залучення студентів до навчання; сприяння підвищенню привабливості та конкурентоспроможності європейського простору вищої освіти для інших регіонів світу.

Третій етап Болонського процесу відбувся в Берліні 18-19 вересня 2003 року, де було підписано відповідне комюніке. Принципово нове рішення Берлінського з'їзду - поширення загальноєвропейських вимог і стандартів уже й на докторські ступені. Зазначається, що європейський простір вищої освіти та європейський простір дослідницької роботи - дві взаємопов'язані частини сукупності знань. Четвертий з'їзд Болонського процесу був проведений 19-20 травня 2005 року в Бергені (Норвегія). Саме тоді Україна була прийнята до країн, що входять до європейського освітнього простору та є учасниками Болонського процесу.

Забезпечення умов для розширення мобільності представляє для України одне з найважливіших завдань її інтеграції до Болонського процесу. Це стосується студентів, викладачів і науковців України, яким надається підтримка в рамках міжнародних угод: 86 міжурядових та 46 міжвідомчих угод з 61 країною світу, 17 з них про взаємне визнання документів про освіту, наукові ступені і вчені звання, прямих угод між вищими навчальними закладами і науково-дослідницькими установами та міжнародними програмами, що реалізуються в Європейському регіоні, і є доступними для України.

Які ж основні вимоги ставить членство України в Болонському процесі перед всією системою освіти та вищими навчальними закладами зокрема? Аналіз вказаних документів свідчить, що їх можна звести до таких шести ключових позицій:

- прийняти зручні та зрозумілі градації дипломів, ступенів і кваліфікацій;
- ввести двоступеневу структуру вищої освіти;
- використовувати єдину систему кредитних одиниць (систему ЕСТБ) і додатків до дипломів;
- напрацьовувати, підтримувати і розвивати європейські стандарти якості із застосуванням зрозумілих порівнюваних критеріїв, механізмів і методів їх оцінки;
- усунути існуючі перепони для розширення мобільності студентів, викладачів, дослідників і управлінців ВНЗ.
- забезпечувати привабливість системи європейської освіти.

Враховуючи ці вимоги, для найбільш оптимального та безболісного переходу від існуючої системи освіти в Україні до новітньої, яка враховуватиме основні положення Болонського процесу, була розроблена модель кредитно-трансферної організації навчального процесу. З метою перевірки цієї моделі рішенням колегії Міністерства освіти і науки України від 24 квітня 2003 року було розпочато проведення педагогічного

експерименту щодо запровадження кредитно-трансферної системи організації навчального процесу (КТСОНП) у вищих навчальних закладах III- IV рівнів акредитації. На сьогодні у педагогічному експерименті задіяні понад 106 вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації, де охоплено понад 120 тис. студентів (5190 академічних груп) за 75 напрямками підготовки.

За час проведення експерименту Міністерством освіти і науки розроблено тимчасове положення про організацію навчального процесу в кредитно-трансферній системі підготовки фахівців (наказ МОН від 23 січня 2004 року №48), а також визначено особливості організації навчального процесу в умовах кредитно-трансферного навчання (наказ МОН від 20 жовтня 2004 року №812). Нині у вищих навчальних закладах України розпочався другий етап впровадження кредитно-трансферної системи у навчальний процес, який передбачає охоплення більшого контингенту студентів та викладачів. Відповідно до Наказу МОН України за кредитно-трансферною системою з 1 вересня 2007-2008 навчального року вчать всі студенти перших і других курсів денної форми навчання.

1.3 Європейська кредитно-трансферна система накопичення. Загальна характеристика ECTS

Європейська система переведення і накопичення кредитів (ECTS) - система, яка розроблена в інтересах студентів і базується на визначенні навантаження студентів, необхідного для досягнення цілей програми. ECTS було розроблено у 1989 році в рамках програми Еразмус, що в даний час є частиною програми Socrates. ECTS - єдина успішно протестована система кредитів, використовувана по всій Європі. Спочатку ECTS призначалася тільки для переведення кредитів. Система сприяла заліку освіти, що була здобута за кордоном, і, таким чином, підвищувала якість і кількість мобільних студентів в Європі. Останнім часом ECTS перетворюється на систему накопичення, яку запроваджують по всій Європі на інституційному, регіональному і національному рівнях. Це одна з ключових цілей Болонської

декларації 1999 року. ECTS спрощує розуміння і порівняння навчальних програм для всіх студентів (вітчизняних і іноземних). ECTS стимулює мобільність і академічне визнання. Вона допомагає університетам організувати і переглядати їх навчальні програми. ECTS може бути використана для різних програм і форм навчання. Ця система робить здобуття вищої освіти в Європі привабливішим для студентів з інших континентів. Визнання освіти і дипломів є передумовою для створення відкритого Європейського простору освіти і підготовки, де студенти і викладачі можуть переміщатися без перешкод. Тому Європейська система трансферу кредитів (ECT) була розроблена в експериментальному проекті, організованому в рамках програми "Еразмус" як засіб покращання визнання освіти для навчання за кордоном. Основні елементи ECT на практиці перевіряли і удосконалювали в експериментальному проекті 145 європейських університетів з усіх держав - членів та країн Європейської економічної зони.

Зовнішнє оцінювання ECT продемонструвало потенціал системи, а тому Європейська комісія вирішила включити ECT у свою програму "Сократес", зокрема у розділ 1 про вищу освіту ("Еразмус"). ECT зараз рухається від своєї обмеженої вузької експериментальної стадії до ширшого використання як елемента європейського масштабу у вищій освіті, ECT забезпечує інструментом, щоб гарантувати прозорість, збудувати мости між навчальними закладами і розширити можливості вибору для студентів. Система сприяє полегшенню визнання навчальних досягнень студентів закладами через використання загальнозрозумілої системи оцінювання - кредити і оцінки, а також забезпечує засобами для інтерпретації національних систем вищої освіти.

Система ECT забезпечує прозорість через такі засоби:

- кредити ECT, які є числовим еквівалентом оцінки, що призначається елементам навчального плану, щоб окреслити обсяг навчального навантаження студентів, необхідний для завершення навчання;

- інформаційний пакет, який дає письмову інформацію студентам і працівникам про навчальні заклади, факультети, організації та структуру навчання та елементи навчального плану;
- перелік оцінок з предметів, який показує здобутки студентів у навчанні у спосіб, який є всебічним і загально зрозумілим, а тому може легко передаватися від одного навчального закладу до іншого;
- навчальний контракт, що стосується навчальної програми, яка буде вивчатися, і кредитів ЕСТ, які будуть присвоюватися за успішне її закінчення, є обов'язковим як для місцевого і закордонного закладів, так і для студентів.

Система ЕСТ базується на трьох ключових елементах: по-перше, це інформаційний пакет, який містить інформацію стосовно навчальних програм і здобутків студентів, по-друге, це навчальний контракт, який являє собою взаємну угоду між навчальними закладами-партнерами і студентом, і нарешті, це перелік оцінок дисциплін з використанням кредитів ЕСТ, що дозволяє визначити навчальне навантаження для студента. Таким чином, за своєю суттю ЕСТ жодним чином не регулює змісту, структури, чи еквівалентності навчальних програм. Це є питаннями якості, яка повинна визначатися самими вищими навчальними закладами під час створення необхідних баз для укладання угод про співпрацю, двосторонніх чи багатосторонніх. Більш за все ЕСТ використовується студентами, викладачами і закладами, які хочуть зробити навчання за кордоном невід'ємною частиною освітнього досвіду.

Кодекс хорошої практики, що називається ЕСТ, забезпечує тих дійових осіб інструментами, щоб створити прозорість і сприяти визнанню освіти. Повне визнання навчання є необхідною умовою для втілення програми обміну студентами в рамках програм "Сократес" чи "Еразмус". Повне визнання навчання означає, що період навчання за кордоном, включаючи іспити чи інші форми оцінювання, замінює порівнюваний період навчання у місцевому університеті, включаючи іспити чи інші форми

оцінювання, хоча зміст погодженої програми навчання може відрізнятись. Разом з тим, використання ЕСТ є добровільним і базується на взаємній довірі і переконанні щодо якості навчальної роботи освітніх закладів- партнерів.

Аналіз літератури з питань застосування кредитно-трансферної системи організації навчального процесу дозволив виділити основні вимоги до застосування норм і механізмів ЕСТ. До них слід віднести:

- наявність координатора ЕСТ від навчального закладу;
- призначення координаторів ЕСТ з числа працівників кафедр (факультетів) за дисциплінами на усіх факультетах, що мають намір користуватися ЕСТ;
- використання кредитів ЕСТ для елементів навчального плану; . випуск інформаційного пакета щодо усіх навчальних предметів (дисциплін), для яких ЕСТ8 буде використовуватися рідною мовою та однією з мов країн ЄС;
- використання форм заяв для студентів, перелік оцінок дисциплін і навчальних контрактів.

Спробуємо з'ясувати сутність кредитів ЕСТ. Аналіз літератури [50, 64] дозволяє твердити, що кредити ЕСТ є кількісним еквівалентом оцінки (від 1 до 60), призначеної для елементів навчального плану, щоб схарактеризувати навчальне навантаження студента, яке необхідно використати для їх здобуття. Вони відображають кількість роботи, якої вимагає кожен елемент навчального плану відносно загальної кількості роботи, необхідної для завершення повного року академічного навчання у закладі, тобто лекції, практична робота, семінари, консультації, виробнича практика, самостійна робота в бібліотеці чи вдома і екзамени чи інші види діяльності, пов'язані з оцінюванням. Таким чином, ЕСТ базується на повному навантаженні студента, а не обмежується лише аудиторними годинами. У системі ЕСТ 60 кредитів складають навантаження студента денної форми навчання впродовж академічного року. В більшості випадків навантаження студента очної форми навчання в Європі дорівнює 36/40 тижням в рік, і в цих випадках один кредит дорівнює 24-30 робочим годинам. Навантаження означає приблизний час,

який потрібно середньому студенту для досягнення необхідних результатів навчання.

Кредит це також спосіб перевести в кількісне відношення результати навчання. Останні є комплексом умінь, які вказують, що повинен знати, розуміти і бути здатним зробити студент після завершення навчання, незалежно від його тривалості. ЕСТ кредити можуть бути отримані тільки після завершення необхідної роботи і відповідного оцінювання досягнутих Результатів навчання. Розподіл ЕСТ кредитів ґрунтується на офіційній тривалості циклу програми навчання. Загальне навантаження, необхідне для здобуття ступеня бакалавра, яке вимагає 3-4 роки навчання, дорівнює 180-240 кредитам. Кредити розподіляються для всіх освітніх компонентах програми навчання (модулі, дисципліни, стажування, дипломна робота тощо) і відображають кількість роботи, необхідної для виконання кожного компоненту у зв'язку із загальною кількістю необхідної роботи для завершення повного року навчання за даною програмою.

На основі аналізу нормативних документів і літератури, в якій аналізуються результати впровадження КМСОНП, можна до основних документів, без яких неможливе застосування та впровадження ЕСТ, віднести:

- поточний інформаційний пакет, в якому наведено каталог дисциплін закладу освіти на двох мовах (або тільки на англійській для програм, що викладаються на, цій мові) та який розміщується в Інтернеті та/або публікується в твердій копії в одному буклеті або більшій кількості буклетів. Він повинен містити документ, які дозволяють іноземним студентам одержувати інформацію, що цікавить їх;

- угода про навчання, яка містить список дисциплін, які вивчатиме студент. Цей список повинен бути узгодженим з відповідальним відділом навчального закладу, де студент проходитиме навчання. У разі виникнення потреби в переведенні кредиту ця угода повинна узгоджуватися між

студентом, старим і новим закладами перед від'їздом студента до нового закладу, і оновлюватися по мірі виникнення змін.

- академічна довідка, яка являє собою розшифровку оцінок і яка відображає успішність студента, засвідчуючи список дисциплін, які він вивчав, отримані кредити і локальні оцінки (можливо, і оцінки ECT). Вона повинна видаватися закладом освіти перед від'їздом студента до іншого закладу освіти, а також іншим закладом - після закінчення періоду навчання в цьому закладі.

Складною є проблема, пов'язана з наявністю у вітчизняних освітніх програмах вищої технічної освіти суттєвої гуманітарно-соціальної складової, яка сягає 20% загального навчального часу. Таким чином, якщо у Європі студенти технічних університетів у семестр отримують 30 кредитів фундаментальних та професійно орієнтованих дисциплін, то вітчизняні студенти - лише 24. Очевидно, цей фактор може стати серйозною перешкодою визнання вітчизняної освіти за кордоном.

Найбільш складною, на наш погляд, принаймні зараз, є проблема отримання знаків (лейблів) ECT. Ця процедура зараз не має прецедентів у вітчизняній вищій освіті, але для того, щоб кредити, які видають вітчизняні заклади освіти, визнавалися за кордоном, проблемі отримання знаків ECT треба не тільки приділити відповідну увагу, але й зробити декілька важливих кроків, одним з яких є створення інституту координаторів ECT на національному та інституційному рівнях.

За будь-яких принципів організації навчального процесу саме системі оцінювання знань належить важлива роль у забезпеченні високої якості освіти та формуванні конкурентоспроможних фахівців. Головне завдання - як досягти найбільш об'єктивного оцінювання, як зробити, щоб оцінювання виконувало властиві йому функції і насамперед дві головні - контролюючу й мотивуючу. Досвід навчання дає підстави для висновку про те, що на практиці немає ідеальних систем оцінювання, а кожна з тих, що використовується, має свої і сильні, і слабкі сторони. Отож треба шукати не

ідеальні системи, а проектувати ті, які мають більшу кількість продуктивних переваг. Потрібно активізувати роботу щодо впровадження європейських критеріїв оцінювання знань студентів, їх практичної підготовки, компетентності, ефективності наукових досліджень.

Результати екзаменів і заліків зазвичай виражаються в оцінках. Однак у Європі співіснують багато різних систем оцінювання. До того ж питання перезарахування оцінок було однією з найсуттєвіших проблем студентів - учасників ЕСТ. З одного боку, тлумачення оцінок значно відрізняється в одній країні від іншої, від одного закладу до іншого і від одного предмета до іншого. З іншого боку, помилка при перезарахуванні оцінки може мати серйозні наслідки для студентів. Неможливо визначити єдиний критерій систем оцінювання в європейських країнах. У більшості країн є всезагальна система оцінювання, котра в жодному випадку не є універсальною. Крім цього, визначення бала "проходження" за певною шкалою може різнитися між закладами, і межа застосування всіх доступних балів суттєво відрізняється у різних закладах, змінюється з року в рік, та є відмінною згідно з кожним предметом. Однією із основних засад шкали оцінювання системи ЕСТ є те, що вона досить чітко визначена для того, щоб заклади прийняли свої рішення з приводу застосування цієї шкали.

Враховуючи сказане, Європейська комісія скликала групу експертів для визначення спірних питань. Інформація, коментарі та статистичні дані представлені 80 закладами з 84 закладів-учасників ЕСТ у той час, були прийняті до уваги для того, щоб відпрацювати запропоновану шкалу оцінювання ЕСТ. Всі групи предметів були узгоджені з використанням шкали оцінювання ЕСТ, для того щоб перевірити її ефективність. Шкала оцінювання ЕСТ була розроблена для того, щоб допомогти навчальним закладам перенести оцінки, виставлені місцевим закладом. Вона представляє додаткову інформацію щодо роботи студентів, а не замінює загальні оцінки. Вищі навчальні заклади приймають власні рішення щодо використання шкали оцінювання у своїй власній системі. Як наслідок, з'явилася

Європейська система "полегшеної шкали оцінювання". Вона стала результатом різносторонніх обговорень, які відбувались серед п'яти груп від початку пошукового етапу. Завдяки їй передача оцінок може ефективно проводитись за допомогою полегшеного оцінювання, зрозуміло всюди у Європі.

Успішність студента характеризують локальними національними оцінками. Бажаними, особливо для випадку переведення кредитів, є Додаткові ЕСТ оцінки. Оцінна шкала ЕСТ ранжирує студентів на статистичній основі. Розподіл оцінок між студентами, що одержали по курсу оцінку вище незадовільної, виглядає таким чином: найвищу оцінку А можуть одержати порядка 10% студентів, наступні за ними 25% - оцінку В, 30% - оцінку С, наступні 25% - оцінку Б, наступні за ними 10% - оцінку Е. Для прийнятої у вищих навчальних закладах України чотирьохбальної системи оцінювання навчальних досягнень студентів можна запропонувати систему переводу, яка представлена у наступній таблиці.

Таблиця № 1. Шкала переводу оцінок ЕСТ у національну.

Шкала ЕСТЭ	Національна шкала	Шкала РДГУ
А	5 (відмінно)	90-100
В	4 (добре)	80-89
С	4 (добре)	70-79
Б	3 (задовільно)	60-69
Е	3 (задовільно)	50-59
БХ	2 (незадовільно) з можливістю повторного складання	31-49

Б	2 (незадовільно) з обов'язковим повторним курсом	1-39
---	--	------

Концепція "полегшеної шкали оцінювання" передбачала, що:

- шкала буде достатньо добре схарактеризована, а тому будь-який навчальний заклад зможе її використати для своїх предметів;
- шкала ЕСТ надаватиме додаткову інформацію до оцінки навчального закладу, але не замінюватиме її;
- шкала оцінювання ЕСТ буде зрозумілою іншим закладам, які виставлятимуть відповідну оцінку згідно з власною системою оцінювання тим студентам, які вступають до ВНЗ або закінчують його;
- оцінка за системою ЕСТ визначатиме разом із оцінкою, яку заклад включив у перелік оцінок дисциплін студента, ще й досягнення кожного студента до і після періоду навчання.

Шкала оцінювання ЕСТ не базується на припущенні про деякий розподіл студентських оцінок, а ґрунтується на визначенні досконалості. Визначення системою ЕСТ досконалості та остаточної оцінки створено для полегшення перезарахування, але не для заміни та створення плутанини в оцінках, виставлених у закладі, де навчається студент. Іншими словами, "полегшена шкала оцінювання" внесла б ясність, але не перешкодила б нормальному процесу виставлення оцінок в межах кожного закладу.

Спосіб встановлення відповідності балів закладу до шкали оцінювання системи ЕСТ слід будувати на наступних принципах:

- важливим є розподіл балів для встановлення оцінок. Розподіл балів курсу може змінюватись з року в рік, також можуть бути відмінності між кількісним та якісним ступенем занять. Чим більше наближення закладу до єдиного критерію між своїми балами та шкалою оцінювання системи ЕСТ, тим легше відбудеться процес оцінювання;

- інформація, представлена оцінкою системи ЕСТ, пов'язує роботу одного студента із роботою інших студентів групи. Зрозуміло, що студент високого рівня у групі низького рівня очевидно отримає вищу оцінку, ніж, якби він виконував загальну роботу; як і студент, який відвідує описові курси, опиниться у невідповідному для себе становищі в закордонному закладі, який акцентує свою увагу на математичних навичках. Жодна шкала оцінювання не розв'яже цієї проблеми, Саме тому інформація, яка перенесена на перелік оцінок дисциплін, повинна представити те, що вже дійсно сталося, а не те, що могло би статися, якби...;

- оцінки повинні бути ознакою зарахування заліку за індивідуальні заняття, якщо вони представлені у переліку оцінок дисциплін. Тому важливо, Щоб розподіл середньорічних балів не вважався відповідним до визначення Цих оцінок, оскільки розподіл середньорічних балів значною мірою відрізнятиметься від розподілу балів групових занять, які складають середнє число; наприклад, більше студентів отримає певний дуже високий бал на одному індивідуальному занятті, ніж вони би отримали цей бал як середній, враховуючи всі заняття року. Це може значно вплинути на визначення оцінки "А" системи ЕСТ, і меншою мірою на оцінку "В";

- оцінки системи ЕСТ від "А" до Е" присвоюються за умови здачі заліку, а оцінки від "ТХ" до "Т" присвоюються у випадку його не здачі; відмінність між "ТХ" та "Т" сприятиме визначенню майбутнього навчального плану для деяких не дуже успішних студентів. Ті заклади, які не спроможні розрізнити рівні незадовільної здачі заліку, застосовуватимуть тільки оцінку "Т", не беручи до уваги оцінку "ТХ";

- коли місцевий і закордонний заклади вирішать, як їхні бали відповідатимуть оцінкам системи ЕСТ, відбувається перезарахування оцінок.

Таким чином, на основі вищезазначеного, можна твердити, що заклади вищої освіти вільні застосовувати шкалу оцінювання системи ЕСТ найбільш доцільним, на їхню думку, чином. Проте наявність незначної гнучкості наполегливо рекомендується, бо шкалу оцінювання системи ЕСТ створено

для відображення різних систем оцінювання, які існують у країнах- членах ЄС та країнах Європейської асоціації вільної торгівлі. Місцеві і закордонні навчальні заклади готують інформацію та обмінюються переліком оцінок дисциплін для кожного студента, який бере участь у ЕСТ до і після навчання за кордоном. Копії цих переліків додаються до особової справи студента. Місцевий навчальний заклад визнає загальну суму кредиту, одержаного його студентами у закладах-партнерах за кордоном, Щоб кредити для пройденого блоку елементів навчального плану замінили кредити, які у протилежному випадку були би отримані в їхньому місцевому закладі. Навчальний контракт студентові гарантує авансом, що кредити для затвердженої програми навчання будуть перезараховані.

1.4 Впровадження кредитно-трансферної системи організації навчального процесу у вищих навчальних закладах

Однією із передумов входження України до єдиної Європейської зони вищої освіти є реалізація системою вищої освіти України ідей Болонського процесу. На виконання першочергових завдань Болонського процесу рішенням Колегії Міністерства освіти і науки України від 28 лютого 2003р. (протокол № 2/3-4) та від 24 квітня 2003р. (протокол №5/5-4) було передбачено проведення з 2003/2004 навчального року педагогічного експерименту щодо впровадження кредитно-трансферної системи організації навчального процесу (КТСОНП) у вищих навчальних закладах III-IV рівнів акредитації. У цьому положенні були враховані принаймні наступні засади ЕСТ:

- кредитно-модульна система організації навчального процесу (КТСОНП) - це модель організації навчального процесу, яка ґрунтується на поєднанні трансферних технологій навчання та залікових освітніх одиниць (залікових кредитів);

- заліковий кредит - це одиниця виміру навчального навантаження необхідного для засвоєння змістових модулів або блоку змістових модулів;

- модуль - це задокументована завершена частина освітньо-професійної програми (навчальної дисципліни, практики, державної атестації), що реалізується відповідними формами навчального процесу;

- змістовий модуль - це система навчальних елементів, що поєднана за ознакою відповідності певному навчальному об'єктові.

Метою впровадження КТСОНП є підвищення якості вищої освіти фахівців, які готуються у ВНЗ України, а також забезпечення на цій основі конкурентоспроможності наших випускників на ринку праці Європи та престижу української вищої освіти у світовому освітньому просторі. Також можна виділити принаймні наступні основні завданнями КТСОНП:

- адаптація ідей ЕСТ до системи вищої освіти України для забезпечення мобільності студентів у процесі навчання та гнучкості підготовки фахівців, враховуючи швидкозмінні вимоги національного та міжнародного ринків праці;

- забезпечення можливості навчання студентів за індивідуальною варіативною частиною освітньо-професійної програми, що сформована за вимогами замовників і побажаннями студента. Це в свою чергу сприятиме його саморозвитку та відповідній підготовці до життя у вільному демократичному суспільстві;

- стимулювання учасників навчального процесу з метою досягнення високої якості вищої освіти;

- унормування порядку надання можливості студенту отримання професійних кваліфікацій відповідно до ринку праці.

У цих же документах зазначено, що для впровадження КТСОНП вищий навчальний заклад повинен мати такі основні елементи ЕСТ:

- інформаційний пакет, який повинен містити: а) загальну інформацію про університет; б) назву напрямів, спеціальностей і спеціалізацій; в) анотації (змістові модулі) із зазначенням обов'язкових і вибіркового курсів; г) опис методики і технології викладання; д) характеристику залікових кредитів; е)

форми та умови проведення контрольних заходів; систему оцінювання якості освіти тощо;

- договір про навчання між студентом і вищим навчальним закладом (напрямо, освітньо-кваліфікаційний рівень, порядок і джерела фінансування, порядок розрахунків);

- академічну довідку оцінювання знань, що засвідчує досягнення студента в системі кредитів і за шкалою успішності на національному рівні та за системою ЕСТ;

- індивідуальний навчальний план студента, який включає нормативні та вибіркові змістові модулі, що можуть поєднуватися у певні навчальні дисципліни. Нормативні змістові модулі необхідні для виконання вимог нормативної частини освітньо-кваліфікаційної характеристики. Вибіркові змістові модулі забезпечують підготовку для виконання вимог варіативної частини освітньо-кваліфікаційної характеристики, у тому числі відповідність обсягу підготовки, передбаченому нормативним терміном навчання. Вони дають можливість здійснювати підготовку за спеціалізацією певної спеціальності та сприяють академічній мобільності і поглибленій підготовці в напрямках, визначених характером майбутньої діяльності. Сукупність нормативних змістових модулів визначає нормативну (обов'язкову) складову індивідуального навчального плану студента.

Найвищий досвід роботи ВНЗ України в умовах КТСОНП свідчить, що підготовка індивідуального навчального плану студента здійснюється на підставі переліку змістових модулів (блоків змістових модулів навчальних дисциплін), які сформовані на основі освітньо-професійної програми і структурно-логічної схеми підготовки фахівців. У свою чергу навчальна дисципліна формується як система змістових модулів, передбачених для засвоєння студентом, об'єднаних в блоки змістових модулів - розділи навчальної дисципліни. Індивідуальний навчальний план студента за певним напрямом формується особисто студентом під керівництвом куратора в КТСОНП. При формуванні індивідуального навчального плану студента на

наступний навчальний рік враховується фактичне виконання студентом індивідуальних навчальних планів поточного і попередніх навчальних років.

Формування індивідуального навчального плану студента за певним напрямом передбачає можливість індивідуального вибору змістових модулів (дисциплін) з дотриманням послідовності їх вивчення відповідно до структурно-логічної схеми підготовки фахівців. При цьому сума обсягів обов'язкових і вибіркового змістових модулів, передбачених для вивчення протягом навчального року, повинна становити не більше 44 кредитів (не менше 60 залікових кредитів). Система дає змогу здійснювати перехід студента в межах споріднених напрямів підготовки (певної галузі знань).

На основі аналізу літератури [59] можна обґрунтовано стверджувати, що для впровадження КТСОНП слід дотримуватися певних принципів:

1) **принцип порівняльної трудомісткості кредитів**, сутність якого полягає в досягненні кожним студентом встановлених ЄСТ норм, які забезпечують академічну мобільність студентів, державне й міжнародне визнання результатів освіти на конкретних етапах виконання студентом індивідуального навчального плану;

2) **принцип кредитності**, згідно з яким зміст освіти й навчання розбивається на відносно єдині та самостійні за навчальним навантаженням студентів частки, які забезпечують: а) на рівні індивідуального навчального плану - набір (акумулявання) заданої трудомісткості кількості кредитів, які відповідають розрахунковій нормі виконання студентом навчального навантаження в умовах кредитно-модульної організації навчального процесу; б) на рівні вивчення навчальної дисципліни - набір (акумуляцію) заданої для даної дисципліни кількості кредитів, що включають в себе виконання необхідних видів діяльності, які передбачені програмою вивчення навчальної дисципліни;

3) **принцип трансферності**, який визначає підхід до організації процесу оволодіння студентом змістовими модулями і проявляється через специфічну для модульного навчання організацію методів і прийомів

навчально-виховних заходів, основним змістом яких є активна самостійно-творча пізнавальна діяльність студента;

4) **принцип методичного консультування** полягає в науковому та інформаційно-методичному забезпеченні діяльності учасників освітнього процесу;

5) **принцип організаційної динамічності**, який полягає в забезпеченні можливостей зміни змісту навчання з урахуванням динаміки соціального замовлення і потреб ринку праці;

6) **принцип гнучкості та партнерства**, сутність якого полягає в побудові системи освіти таким чином, щоб зміст навчання й шляхи досягнення цілей освіти та професійної підготовки відповідали індивідуальним потребам і можливостям студента;

7) **принцип пріоритетності змістової й організаційної самостійності та зворотного зв'язку**, який полягає у створенні умов організації навчання, що вимірюється та оцінюється результатами самостійної пізнавальної діяльності студентів;

8) **принцип науковості та прогностичності**, який забезпечує побудову (встановлення) стійких зв'язків змісту освіти з науковими дослідженнями;

9) **принцип технологічності та інноваційності**, сутність якого полягає у використанні ефективних педагогічних й інформаційних технологій, що сприяє якісній підготовці фахівців з вищою освітою та входженню в єдиний інформаційний та освітній простір;

10) **принцип усвідомленої перспективи**, який забезпечує умови для глибокого розуміння студентом цілей освіти та професійної підготовки, а також можливості їх успішного досягнення;

11) **принцип діагностичності**, який полягає в забезпеченні можливості оцінювання рівня досягнення та ефективності, сформульованих і реалізованих в системі, цілей освіти та професійної підготовки.

Так само, як і при традиційній організації навчання, **формами організації навчального процесу в умовах КТСОНП** є: лекційні, практичні, семінарські, лабораторні та індивідуальні заняття, всі види практик та консультацій, виконання самостійних завдань студентів та інші форми і види навчальної та науково-дослідницької діяльності студентів. **Організаційно-методичне забезпечення КТСОНП** передбачає використання всіх документів, регламентованих чинною нормативною базою щодо вищої освіти, адаптованих і доповнених з урахуванням особливостей цієї системи. **Контроль успішності студента** здійснюється з використанням методів і засобів, що визначаються вищим навчальним закладом. Академічні успіхи студента визначаються за допомогою системи оцінювання, що використовується у вищому навчальному закладі, реєструється прийнятим у вищому навчальному закладі чином з обов'язковим переведенням оцінок до національної шкали та шкали ЕСТ.

1.5 Навчально-методичне забезпечення трансферної системи навчання студентів педагогічних вузів

Бурхливий ріст обсягу інформації, який стає характерною рисою сьогодення, становить зовсім нові вимоги до обсягу знань випускників вищих навчальних закладів, а отже, і до змісту навчання в цих закладах. Терміни навчання збільшувати не можна, а складність навчальних програм близька до граничної. У зв'язку з цим одна з найбільш дієвих способів, що забезпечують підвищення ефективності і якості підготовки фахівців у сучасних умовах, є побудова процесу навчання на основі мультимедійних технологій. Сучасні психолого-педагогічні дослідження відкрили величезний дидактичний потенціал таких технологій, довели, що мультимедійне подання навчальної інформації дозволяє значно підвищити ефективність засвоєння матеріалу, тому що при роботі з такими засобами навчання у студентів активізуються всі види розумової діяльності. А правильна побудова навчального процесу дає можливість досягти необхідної якості. Переваги мультимедія, у порівнянні з іншими засобами навчання, полягають у

використанні їх у навчальному процесі як інтерактивного багатоканального інструмента пізнання. Але, незважаючи на те, що в останні роки створену велику кількість мультимедійних засобів навчального призначення (різні енциклопедії, словники, довідники, презентації й ін.), використання їх у навчальному процесі ВНЗ носить епізодичний характер. Це пояснюється цілою низкою об'єктивних і суб'єктивних факторів, таких, як недостатня кількість або відсутність готових мультимедійних навчальних засобів, орієнтованих на конкретні предмети, слабка підготовка викладачів-предметників у галузі інформаційно-комп'ютерних технологій, що не дозволяє їм самостійно розробляти або адаптувати вже розроблені засоби навчання, які базуються на мультимедійних технологіях, до своїх лекційних або практичних занять.

Проте у великому арсеналі пропонованих виробниками комп'ютерних програм можна знайти такі програмні засоби, що дозволяють викладачам, які знають комп'ютер на рівні користувача, досить швидко і просто розробляти різні комп'ютерні додатки до курсів, що читаються, у тому числі і з мультимедійними ефектами. Однією з таких програм є Power Point, яка входить до складу пакета Microsoft Office. За допомогою цієї програми можна створювати презентації досліджувального матеріалу. Однією з переваг таких навчальних презентацій є можливість створення на їхній основі навчальних засобів, які дозволяють поєднати переваги модульної побудови навчально-методичного комплексу дисципліни і мультимедійну ефективність його використання в навчальному процесі.

1.6 Роль курсу « Елементарна математика»

Безсумнівним є той факт, що рівень математичної підготовки школярів у більшій мірі залежить від професіоналізму, математичної та загальної культури вчителя. Студент-математик для успішного навчання за фахом повинен володіти теоретичним матеріалом, практичними вміннями, навичками та математичним мисленням. Один з важливих етапів підготовки майбутнього вчителя математики – вивчення елементарної математики.

Елементарна математика – сукупність розділів, задач і методів математики, що не використовують загальні поняття змінної, функції, границі, множини. Елементарна математика використовує поняття, що склались до появи математичного аналізу. Вона охоплює в основному арифметику і так звану елементарну теорію чисел, елементарну алгебру, елементарну геометрію, тригонометрію. До речі «елементарна теорія чисел», зовсім не є елементарною з точки зору простоти .

В іншому трактуванні, яке, мабуть, найвідоміше, елементарна математика, на відміну від вищої математики – це основи математики, що вивчаються переважно у школі. Метою дисципліни є закласти основи формування професійно-компетентного вчителя математики, спроможного працювати на конкурсній основі в різних типах шкіл, якому були б притаманні духовність, висок а мораль, культура, інтелігентність, творче педагогічне мислення, гуманістична спрямованість педагогічної діяльності. Тому саме елементарна математика є однією із найважливіших дисциплін для формування досвідченого в своїй сфері діяльності вчителя.

Одним із важливих завдань лекційних занять з елементарної математики є ознайомлення студентів із ідеями та методами шкільного й факультативного курсів математики; ознайомити майбутніх учителів з важливим питанням елементарної математики. Також не менш важливе завдання практичного заняття – навчити студентів розв’язувати шкільні задачі з математики як за обов’язковою програмою, так і на більш високому рівні (рівень факультативних занять класів і шкіл з поглибленим вивченням математики, олімпіад юних математиків тощо).

Особливістю вивчення дисципліни «елементарна математика» є навчання студентів розв’язувати задачі, які органічно вплітаються в методіку викладання математики і реалізуються на двох етапах, які відповідають різним рівням математичної та методичної підготовки, а також трьом основним етапам:

Перший етап . Узагальнюються знання, вміння і навички з математики за програмою середньої школи; ведеться підготовка до активного вивчення таких загальноосвітніх математичних предметів, як математичний аналіз, вища алгебра, аналітична і вища геометрія, математична логіка, теорія ймовірностей; закладаються теоретичні основи для розв'язування задач шкільного курсу і факультативних занять. Важливо, щоб на цьому етапі студенти, вивчивши основи шкільної математики, обов'язково одержали знання, набули вмінь і навичок, необхідних для навчання в інституті і проходження педагогічної практики.

Другий етап . Узагальнюються знання, вміння і навички з математики, отримані на попередніх курсах навчання. Важливо, щоб на цьому етапі студенти, вивчивши основи шкільної математики, обов'язково одержали знання, набули вмінь і навичок, необхідних для навчання в вищому навчальному закладі і проходження педагогічної. Поглиблюються уміння і навички з розв'язування шкільних задач різних типів; передбачається можливість застосування знань і вмінь, одержаних на заняттях математичних гуртків, спеціальних і загальних методик викладання математики; студенти готуються до педагогічної практики. Важливо, щоб на цьому етапі студенти, одержавши необхідні професійні знання з математики і методики її викладання, педагогіки, психології тощо, випробували себе під час практики на посаді вчителя, проаналізували ступінь власної підготовки, відчули потребу в постійному вдосконаленні професійного рівня.

Третій етап . Завершується професійна підготовка майбутнього вчителя; поглиблене ознайомлення з різними методами розв'язування задач із журналів «Квант», «Математика в школі», збірників олімпіадних і конкурсних задач з математики; активне застосування як математичних знань і умінь, так і знань та умінь з методики викладання алгебри, геометрії, алгебри і початків аналізу. Потрібно всіляко заохочувати і стимулювати участь студентів цього курсу в роботі методичного гуртка та гуртка з

розв'язування задач підвищеної складності з елементарної математики, спеціальних курсів і спецсеминарів з методики викладання математики.

У процесі навчання предметів професійно-орієнтованого циклу викладачам слід враховувати специфіку студентської аудиторії і пам'ятати, що вони навчають не просто студентів, а майбутніх учителів. У такій ситуації викладач сприймається і оцінюється студентами також і з позицій майбутньої професійної діяльності, а тому може опосередковано впливати на формування професійних якостей студентів, демонструючи зразки власних форм, методів і прийомів педагогічної роботи.

Безумовно, навчання студентів фахових дисциплін відіграє вирішальну роль у формуванні математичної культури вчителя математики. Менш очевидна їх роль у формуванні інших компонентів професійної культури вчителя математики, проте провідні вчені – і педагоги, і математики – давно зрозуміли, що успішне вирішення задачі формування основ професійної культури вчителя математики можливе лише за умови професійно спрямованого навчання цих дисциплін.

Для уникнення проблеми у викладанні шкільного курсу математики в загальноосвітніх школах, майбутньому вчителю математики потрібно добре орієнтуватися в теоретичному матеріалі, який найбільш доступно викладається саме при вивченні однієї із найважливіших фахових дисциплін – елементарна математика. Вона посідає найголовніше місце у формуванні досвідченого педагога.

РОЗДІЛ II МЕТОДИЧНА СИСТЕМА НАВЧАННЯ КУРСУ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ В НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

2.1. Лекційно-практична система навчання математики в навчальних закладах

Проблема підвищення ефективності уроку, вдосконалення різних форм його проведення постійно в центрі уваги викладачів математики навчальних закладів.

Найбільш ефективною формою навчання елементарної математики в навчальних закладах є використання лекційно-практичної системи навчання з використанням опорних конспектів на поєднання її з рейтинговою системою контролю. Застосування лекційно-практичної системи дає змогу за рахунок укрупнення дидактичних одиниць під час вивчення теорії та вдосконалення форм і методів перевірки знань студентів вивільнити час на навчання розв'язуванню задач. Використання даної системи навчання дозволяє підвищувати роль самостійної навчально-пізнавальної діяльності студентів на заняттях, зменшити кількість домашніх завдань, забезпечити диференційований підхід до студентів в процесі навчання, покращити контроль знань, умінь і навичок. Навчання за цією системою виробляє в студентів уміння слухати й конспектувати лекції, виділити головне, працювати з додатковою літературою, самостійно розв'язувати задачі в процесі підготовки до семінарів та заліків. Застосування цієї системи завдяки більш раціональному використанню навчального часу, дозволяє забезпечувати професійну направленість при вивченні елементарної математики.

Як відомо, застосування лекційно-практичної системи навчання передбачає подачу матеріалу “великими порціями” і досить високий темп навчання через спеціалізацію уроків, що до неї входить та використання опорних конспектів.

При вивченні тем курсу елементарної математики ми використовуємо наступні типи уроків:

- 1) підготовчі уроки;
- 2) уроки засвоєння нових знань (уроки-лекції);
- 3) уроки застосування знань, формування вмінь та навичок (уроки-практикуми);
- 4) уроки – узагальнення і систематизації знань (уроки - семінари);
- 5) уроки консультації і корекції знань;
- 6) контрольні-залікові уроки.

Мета підготовчих уроків – не просто відтворити в пам'яті раніше набуті знання (активізувати знання), що є опорними для вивчення нового матеріалу, а допомогти по-новому осмислити їх. На цих уроках ми розкриваємо перед студентами мету вивчення наступної теми, вказавши її місце в шкільному курсі елементарної математики та порядок розгляду навчального матеріалу, звернувши увагу на важливість даного матеріалу для математичного розвитку та майбутньої професійної діяльності. На таких уроках формуються відповідні навички і вміння. Такій роботі часом достатньо приділити 20-25 хвилин уроку перед вивченням нового матеріалу, а часом цілий урок.

Підготовчим уроком може передувати самостійна робота студентів по повторенню необхідних відомостей, а можливо повторення з допомогою “активного пригадування” (повторення без попередньої самостійної роботи).

Таким чином під час підготовчого уроку настановчої лекції викладач ставить перед собою наступні завдання:

- а) викликати у студентів інтерес до даної теми чи розділу;
- б) дати загальний, але повний зміст теми чи розділу;
- в) показати взаємозв'язок даної теми з іншими, які вже вивчались чи ще будуть вивчатись;
- г) показати як в житті і практичній роботі можна застосувати ті знання, які будуть отримані в результаті вивчення даної теми;

д) намітити головні завдання, які стоять перед студентами, тобто пояснити, якими навичками, знаннями і вміннями їм слід оволодіти;

ж) дати методичні рекомендації для самостійного вивчення тем з обов'язковим переліком різних літературних джерел (назва і автор підручника, посібника, рік видання).

Одразу зазначимо, що тривалість настановчої лекції визначає сам викладач, залежно від змісту теми, її об'єму, важливості. Під час настановчої лекції студенти не ведуть конспектів. Складають їх самостійно на наступних заняттях, вникаючи в зміст прочитаного.

Самостійна робота студентів планується в години, що залишилися із загальної кількості годин, відведених для даної теми навчальним планом. Роль викладача під час самостійного вивчення студентами матеріалу зводиться до ролі консультанта. Перевірка знань студентів проходить кілька етапів:

1. Ознайомлення викладача з конспектом студента з метою вивчення характеру мислення, особливостей його роботи.
2. Виставлення атестації до самостійного вивчення теми студент повинен зробити для себе вибір: чи зробити менший об'єм роботи і отримати бажану "3", чи докласти більше зусиль, щоб отримати високий бал.

Отже, після оглядово-настановчої лекції розпочинається блочне вивчення теми. І закінчується вивчення теми контрольними-заліковими уроками. Для цього широко практикується самооцінювання знань, яким він оволодів під час вивчення теми.

Таким чином на настановчій лекції був визначений обсяг роботи. Кожен з студентів знає з якими знаннями йому потрібно прийти до контрольних-залікових уроків.

Як правило, запитання до заліку ми подаємо по кожній темі елементарної математики. Проводячи уроки вивчення нового матеріалу (уроки-лекції) виклад матеріалу необхідно проводити з використанням

проблемно-пошукових методів. Як відомо, в сучасних умовах при роботі над темою недостатньо надати студентам лише певний запис знань, а їй необхідно досягти високого рівня розвитку їх мислення, активного пошуку розв'язування математичних та життєвих проблем. Тому необхідно не зразу формулювати теорему, або яке-небудь інше твердження, а створювати проблемну ситуацію, яка викликає з одного боку зацікавленість, а з другого, - затруднення, в результаті чого в студентів виникає потреба в знаннях.

Взагалі при проблемному методі викладки згідно виділяємо такі етапи:

- 1) створення проблемної ситуації;
- 2) висунення гіпотез (догадки учнів);
- 3) обговорення гіпотез;
- 4) розв'язування проблеми;
- 5) висновки.

Створення проблемних ситуацій і формулювання проблем, що з них випливають, є як правило, перехідним моментом від першого етапу роботи актуалізації знань до наступного вивчення нового матеріалу або розв'язування вправ і задач.

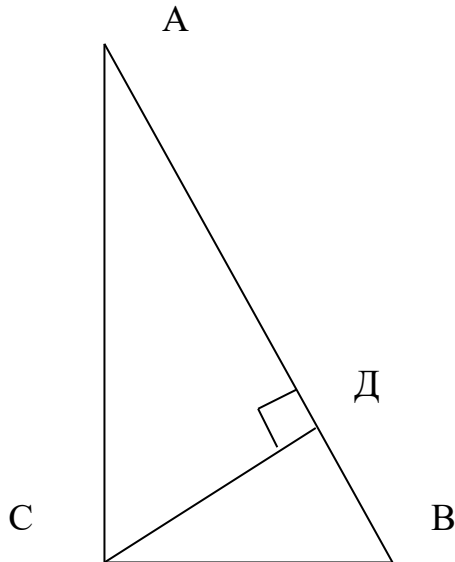
Наприклад, при введенні поняття логарифма пропонуємо студентам розв'язати рівняння $2^x=3$. Зрівняти основи неможливо. Але студенти знають, що дане рівняння має розв'язок, графіки функцій $y = 2^x$ і $y = 3$ перетинаються.

Виникає проблема чи можна розв'язати дане рівняння не графічним способом?

При вивченні теми: "Ірраціональні рівняння" пояснення зручно почати з розв'язування задачі:

У прямокутному трикутнику ABC проведено висоту CD, яка ділить гіпотенузу AB на відрізки AD=2 см, DB=3 см. Сума довжин сторін AC і CB дорівнює 7 см. Знайти CD, використовуючи тільки теорему Піфагора.

Розв'язання. Нехай $CD = x$ см. Тоді з трикутника $ДАС$: $AC = \sqrt{x^2 + 4}$, а з трикутника $ДВС$: $BC = \sqrt{x^2 + 9}$. Врахувавши, що $AC + CB = 9$, дістанемо $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{x^2 + 4} = 7$.



Перед студентами виникла проблема розв'язування рівняння, в якому невідоме міститься під знаком кореня. Викладач повідомляє, що таке рівняння називається ірраціональним і пропонує студентам самостійно сформулювати означення ірраціонального рівняння. Як правило студенти легко справляються з цим завданням. Тоді викладач пояснює

способи розв'язування ірраціональних рівнянь.

У процесі розв'язування безперервних проблемних завдань в майбутніх фахівців формуються навички творчої діяльності, самостійного застосування знань і вмінь у нових навчальних і життєвих ситуаціях.

Залежно від рівня проблемності організувати роботу студентів над доведенням гіпотези можна по різному:

- доведення повідомляє викладач;
- доведення вивчають по підручнику;
- студенти готуються до самостійного пошуку через систему усних підготовчих вправ;
- повідомляється план, за яким вони проводять доведення;
- студенти самостійно проводять доведення, якщо воно не важче від будь-якої запропонованої задачі на доведення.

Добре продумана система вправ чи просто запитань повинна мати високу навчальну цінність: збуджувати думку студента, вимагати від нього логічних міркувань.

Наприклад, при вивченні теми “Похідна” вивчення теореми про диференціювання частки двох функцій можна провести в такий спосіб. Надаємо конспект уроку по даній темі.

Тема. Похідна частки двох функцій.

Мета: ознайомити студентів з виведенням правила диференціювання частки двох функцій; формування навичок і вмінь використовувати це і раніше виведені правила.

Обладнання: таблиця похідних.

Хід уроку

I. *Перевірка домашнього завдання.*

1. Письмове опитування (на аркушах).

В-1-вивести правило диференціювання суми двох функцій.

В-2-вивести правило диференціювання добутку двох функцій.

В-3-правило винесення сталого множника за знак похідної.

Найбільш підготовлені виконують В-2, менш підготовлені В-1, слабовстигаючі В-3.

2. Перевірка виконання домашніх вправ:

Звіряються тільки відповіді, з’ясовується, що було незрозумілим.

II. *Актуалізація опорних знань.*

1. Знайти похідні функції (усно):

а) $g(x) = 4x-3;$

в) $g(x) = 2x^3-6x;$

д) $y = u \cdot x \cdot v$

б) $g(x) = x^3-2;$

г) $g(x) = 7x^7-4x;$

2. Пригадуємо правило знаходження невідомого діленого:

$a/v=c; a=?$

3. Знайти похідні добутку диференційованих функцій:

а) $y = a \cdot x \cdot b;$ б) $y = x/2.$

III. *Мотивація навчальної діяльності.*

Ми навчилися знаходити похідні суми і добутку функцій.

А як знайти похідну для $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^3}$.

Проблемна ситуація. Вихід: замінити дію ділення дією множення:
 $f(x) = \sqrt{x} \cdot x^{-3}$ Але ми не вміємо знаходити похідну степеня з цілим від'ємним показником. Тому необхідно вивести правило диференціювання частки двох функцій.

IV. *Оголошення теми і мети уроку.*

V. *Вивчення нового матеріалу.*

Теорема. Похідна частки двох функцій обчислюється за формулою:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}, \text{ де } u, v - \text{диференційовані в ОДЗ функцій.}$$

Доведення. Позначимо $\frac{u}{v}$ через h : $\frac{u}{v} = h$, тоді $u = h \cdot v$.

Учні самостійно шукають похідну за правилом диференціювання добутку: $u' = h'v + hv'$, тоді виражають з цієї формули h' , а замість h підставимо його значення $\frac{u}{v}$:

$$h' = \frac{u' - hv'}{v} = \frac{u' - \frac{u}{v}v'}{v} = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\text{Остаточно: } \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

VI. *Формування вмінь.*

1. Знайти похідні функцій

A. Колективне розв'язування $y = \frac{1+2x}{3-5x}$.

$$y' = \frac{(1+2x)'(3-5x) - (1+2x)(3-5x)'}{(3-5x)^2} = \frac{2(3-5x) + 5(1-2x)}{(3-5x)^2} = \frac{6-10x+5+10x}{(3-5x)^2} = \frac{11}{(3-5x)^2}$$

Б. Розв'язування з коментуванням $y = \frac{x^2}{2x-1}$

В. Самостійне розв'язування з перевіркою отриманого результату з результатом записаним на запасній дошці. $y = \frac{3x-2}{5x+8}$

VII. Самостійна робота контролюючого характеру.

Знайти похідні функцій

Варіант 1

1) $y = 5x^4 - 7x^2 + x$

2) $f(x) = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$

3) $y = \frac{x-2}{2x^2-1}$

4)* $y = \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$

Варіант 2

1) $y = 5x^4 - 7x^2 + x$

2) $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$

3) $y = \frac{x^2}{x+1}$

4) $y = \frac{x^2}{x - \frac{1}{x}}$

VIII. Домашнє завдання.

Вивчити правила диференціювання частки двох функцій, повторити правила диференціювання суми їх добутку; повторити таблицю похідних, виконати завдання № 293 (в, г), № 294 (б, г)

Застосування різного роду проблемних ситуацій дає можливість спланувати і провести заняття як єдине ціле, ефективно і творче дійство. Все це дає можливість не робити розмежування між етапами заняття. Частіше всього, наступний етап є продовженням попереднього, переплітається з ним. Але на всіх заняттях студентам доведеться міркувати, здогадуватись, а інколи, навіть і вгадувати. Вони багато розв'язують самостійно, творчо застосовують знання в нестандартних ситуаціях, де нові знання не “додаються” до старих, а “вростають” в них, а іноді і вступають з ними в суперечність.

Проблемні ситуації – не самоціль, а найвища ланка, кульмінаційний стан ретельно підготовленої орієнтованої діяльності студентів, підготовка фундаменту для постановки і розв’язання наступних проблем. Коли ж нова істина стає очевидною, кожен студент, навіть той, який не відповідає на жодне запитання викладача, переживає радісне відчуття активної самостійної творчості, сприймає її, як своє власне відкриття. Саме тієї миті викладачеві потрібно вміло скерувати міркування студента на пошуки нових, ще більш привабливих істин.

Систематичне розв’язування теоретичних і практичних проблемних завдань сприяє зростанню творчого, духовного потенціалу особистості, розкриттю внутрішніх мотивів її самовдосконалення, гармонічного розвитку здібностей студентів. Викликає інтерес до дії, бажання засвоїти вершини знань.

Сьогодні, коли навчання в ВНЗ зорієнтоване на індивідуалізацію та диференціацію навчання, роль лекції особливо значна. Як відомо, зміст лекції встановлюється на основі навчальної програми з даної дисципліни. Це вимагає жорсткої системи відбору матеріалу, вміле використання наочних посібників, технічних засобів навчання та комп’ютерної техніки. Застосування комп’ютера на заняттях математики надав навчальній діяльності студентів творчого спрямування, сприяє повнішому задоволенню їх пізнавальних запитів.

Розробниками лекційно-практичної системи навчання свого часу пропонувалося проводити уроки-лабораторні роботи саме як один з типів тренувальних вправ .

Потрібно пам’ятати, що комп’ютер не може замінити вчителя. Він повинен стати його помічником при навчанні учнів. Це потужний засіб, з допомогою якого можна значно підвищити ефективність навчання, але використовувати його треба уміло.

Існує два напрямки використання комп’ютера в навчальному процесі. Він виступає як засіб учбової, або навчальної діяльності. В першому випадку

можливості застосування комп'ютера дуже широкі – від довідкової системи до засоба моделювання деяких ситуацій, що може забезпечити суттєвий освітній ефект. Однак, при цьому комп'ютер не виконує основну для системи навчання функцію управління.

Активізація лекційної форми учбового процесу вимагає не тільки жорстокого відбору матеріалу, визначення його композиції із збереженням всіх позитивних сторін інформаційного, програмованого та проблемного методів, але компактної подачі і збереження навчальної інформації. Цьому сприяє використання опорних конспектів лекцій, які ми активно використовуємо при вивченні всіх тем елементарної математики в навчальних закладів. Розроблений згідно з робочою програмою опорний конспект є програмою роботи студентів на протязі всього періоду вивчення курсу. Опорний конспект кожної лекції включає назву теми, план її використання, гуманізаційну спрямованість, список основної та допоміжної літератури, а також систему інформаційних блоків.

Опорний конспект лекцій

Тема. Розв'язування тригонометричних рівнянь.

1. Найпростіші тригонометричні рівняння (повторення).
2. Типи тригонометричних рівнянь і способи їх розв'язання.
3. Схема розв'язування тригонометричних рівнянь.
4. Приклади розв'язування рівнянь.

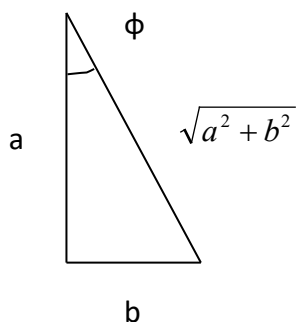
Гуманізаційна спрямованість: за слідами стародавніх цивілізацій:

Стародавня Греція, Вавілон.

$\sin t = a \quad \begin{array}{l} a \geq 1, t \in \emptyset \\ a \leq 1, t \in (-1)^k \arcsin a + \pi k \end{array}$	$\cos t = a \quad \begin{array}{l} a \geq 1, t \in \emptyset \\ a \leq 1, t \in \pm \arccos a + 2\pi k \end{array}$ $\cos t = 1, t = 2\pi n$ $\cos t = 0, t = \frac{\pi}{2} + \pi n$ $\cos t = -1, t = \pi + 2\pi k$ $\arccos(x) = -\pi - \arccos(x)$ $\cos x = -\frac{1}{2}$
---	---

$\sin t = 1, t = \frac{\pi}{2} + \pi k$ $\sin t = 0, t = \pi n$ $\sin t = -1, t = -\frac{\pi}{2} + \pi k$ $\arcsin(x) = -\arcsin(x)$ $\sin x = -\frac{1}{2}$	
$\operatorname{tgt} = a, \quad t = \operatorname{arctga} + \pi n$ $\operatorname{tgt} = 0, \quad t = \pi n$ $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctga}$ $\operatorname{tg} x = -1$	$\operatorname{ctgt} = a, \quad t = \operatorname{arcctga} + \pi n$ $\operatorname{ctgt} = 0, \quad t = \frac{\pi}{2} + \pi n$ $\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctga}$ $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$
1) $a \sin^2 t + b \sin t + c = 0, \quad \sin t = y, \quad y \leq 1, \quad ay^2 + by + c = 0$	
2) $a \cos^2 t + b \cos t + c = 0, \quad \cos t = y, \quad y \leq 1, \quad ay^2 + by + c = 0$	
3) $atg^2 t + btgt + c = 0, \quad \operatorname{tgt} = y$ $actg^2 t + bctgt + c = 0, \quad \operatorname{ctgt} = y$	4) $a \sin t + b \cos t = 0, \quad \left \frac{1}{\cos t} \right $ $atgt = -b$
5) $a \sin^2 t + b \sin t \cos t + c \cos^2 t = 0, \quad \left \frac{1}{\cos^2 t} \right , \quad \left \frac{1}{\sin^2 t} \right ,$ $atg^2 t + btgt + c = 0, \quad ay^2 + by + c = 0, \quad \operatorname{tgt} = y$	

<p>б) <u>1 спосіб</u></p> $a \sin t + b \cos t = c,$ $\sin t = \frac{2tg \frac{t}{2}}{1 + tg^2 \frac{t}{2}} = \frac{2y}{1 + y^2}, \quad y = tg \frac{t}{2}$ $\cos t = \frac{1 - tg^2 \frac{t}{2}}{1 + tg^2 \frac{t}{2}} = \frac{1 - y^2}{1 + y^2}$ <p>Перевірити $t = \pi + 2\pi n$.</p>	<p>Схема</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Пробиємо всі тригонометричні функції звести до одного аргументу. 2. Якщо вдалося звести до одного аргументу, то пробиємо звести до однієї функції. 3. Якщо до одного аргументу вдалося звести, а до однієї функції – ні, то пробиємо звести рівняння до однорідного. 4. У решті випадків переносимо всі члени в один бік і пробиємо отримати добуток або використовуємо спеціальні прийоми розв'язування.
---	--

2 спосіб

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin t + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos t = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \varphi, \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \varphi.$$

$$\cos \varphi \sin t + \sin \varphi \cos t = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin(t + \varphi)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

$$\frac{1 + \cos 2x}{1 - \sin x} = 0$$

$$\sin 5x = \cos x$$

$$\sin 5x - \sin 3x = 0$$

Маючи такі опорні конспекти студенти можуть заздалегідь підготуватись до лекції, повторити раніше вивчені розділи, підготувати питання лектору.

Лекція розпочинається з прискороного (до 5 хвилин) повторення матеріалу попереднього заняття. При цьому з кожного інформаційного блоку опорного конспекту повторюється тільки основні поняття, визначення, формули. Після цього оголошується тема, мета, планові питання. На цьому етапі відтворюються опорні знання, необхідні для засвоєння нової інформації.

Наряду з використанням опорних конспектів лекцій ми при вивченні елементарної математики використовуємо опорні конспекти розроблені до цього курсу Ю.С.Савченком [35] та таблиці Е.П. Неліна [32].

Використання опорних конспектів дозволяє значно швидше і ефективніше викласти студентам навчальний матеріал (студенти не пишуть, а тільки слухають, тому що у кожного з них перед очима наочно

систематизована уява цього матеріалу); як наочна системно-структурована схема вона проста для запам'ятовування;

Здійснити систематичний ефективний контроль засвоєння навчального матеріалу як всього опорного конспекту, так і окремих його фрагментів;

Комплексність опорного конспекту, таблиці, їх наочність дозволяє викладачу досить просто організувати на протязі заняття повернення до окремих фрагментів навчального матеріалу, тобто, на практиці реалізувати принцип багатоваріантного повторення як на етапі викладення інформації, так і під час контролю.

При цьому хочемо наголосити, що ми використовуємо саме опорні конспекти, а не опорні сигнали. Ми притримуємось думки Л.М. Фрідмана [43, 44, 45, 46], що використання конспектів було саме тим позитивним моментом, який дозволяє будувати уявлення про найбільш суттєві елементи змісту цієї чи іншої теми.

Ефективну роботу студентів під час уроку-лекції забезпечує передусім чітка його побудова. Представляємо структуру заняття:

- 1) організаційна частина, відтворення та корекція опорних знань, виклад нового матеріалу;
- 2) повторення, узагальнення та систематизація знань, заключна частина.

Така структура дає змогу зорієнтувати студентів на навчально-пізнавальну діяльність, сприяє встановленню зв'язків з попереднім матеріалом, якісному засвоєнню та осмисленню нового.

Організаційний етап допомагає зосередити увагу студентів. Ознайомлюємо їх з темою лекції, її метою, основними питаннями. План заздалегідь пишеться на дошці, плакаті або за допомогою мультимедійної дошки. Звичайно він повинен включати не більше 3-5 питань, бо, як показує практика, надмірне деталізування перешкоджає виявленню та усвідомленню головних думок лекції. Орієнтації класу на наступну роботу великою мірою сприяє епіграф чи девіз.

На етапі відтворення і корекції опорних знань поновлюються та уточнюються знання, необхідні для засвоєння нової інформації. Залежно від теми лекції іноді проводиться письмове опитування (5-7 хв) за допомогою карток тестового контролю.

Лекційний виклад матеріалу – складна двостороння діяльність студентів та викладача. При цьому не тільки повідомляється нова інформація, але й діти працюють над проблемою, вчаться осмислювати основні положення, глибоко й усвідомлено засвоюють почуте.

Особливо цікаво проходять уроки-лекції, в яких використовується проблемний підхід до викладання. Спочатку робиться короткий огляд основних питань теми, потім детально розглядається зміст матеріалу і, нарешті, повторюється головне. Широко залучаються засоби наочності, особливо ті, в яких краще, сильніше підкреслені важливі моменти нового матеріалу.

Залежно від підготовки групи та характеру матеріалу застосовується дедуктивний або індуктивний підхід до побудови окремих частин лекції. Індуктивний – тоді, коли матеріал важкий або студенти погано підготовлені до його сприймання, а також на перших заняттях. Якщо група добре підготовлена, віддається перевага дедуктивному підходу, спираючись на вже відомий матеріал.

Повторення, узагальнення і систематизація знань проводиться різними способами. Наприклад, під час узагальнення студенти, слухаючи викладача, коротко занотовують головне у вигляді тез або конспектів, схем, таблиць.

В заключній частині уроку-лекції підсумовується зміст викладеного, студенти відповідають на запитання, іноді проводиться самостійна робота, пояснюється домашнє завдання. Останнє повинно диференціюватись, щоб студенти могли підготуватися до обговорення конкретних питань (у міру своїх здібностей, інтересу до предмета тощо).

Складовою частиною лекційно – практичної форми є проведення уроків семінарів. На підготовку до семінару необхідно виділити не менш двох

тижнів. Студентам повідомляють тему семінару, основні питання теорії, за якими буде проведено опитування; вказують номери задач з підручника, методи розв'язування якими повинні оволодіти всі студенти; дають набір нестандартних вправ, у процесі розв'язування яких студенти повинні проявити елементи творчості. Студентам пропонують самим підібрати такі вправи і розповісти на семінарі про раціональні способи їх розв'язування. При підготовці до семінару викладач рекомендує студентам використовувати додаткову літературу, довідники, науково-популярні журнали, книжки.

Найбільшу віддачу дають семінари, присвячені узагальненню й систематизації знань, умінь і навичок студентів з великої за обсягом теми. План підготовки до семінару повідомляється на початку вивчення теми і студенти мають достатньо часу, щоб підготуватися до нього. У планах підготовки більшості семінарів доцільно передбачити такі завдання: знати (означення, алгоритми), вміти (розв'язувати конкретні вправи), підготувати реферати, виготовити прилади, таблиці, навести приклади задач практичного характеру. Обов'язковими для всіх є два перших завдання. З решти обирається одне – за бажанням самого студента або рекомендацією викладача.

При підготовці до семінарів створюються групи з 3-4 студентів, які опрацьовують одне питання, після чого визначають доповідача та співдоповідача. Іноді окремі студенти опрацьовують додаткові складні питання і виступають з короткими повідомленнями.

Найдоцільнішою є така структура уроку – семінару:

- 1) розминка, під час якої розв'язуються усні вправи, що вимагають глибокого розуміння теорії (ця частина заняття містить елементи змагання, гри);
- 2) невеликі реферати (історичний екскурс);
- 3) серйозне математичне повідомлення (теоретичного характеру або цікава складна задача);
- 4) обговорення виготовлених до семінару приладів.

У семінарі повинні брати активну участь студенти всієї групи. Тому їх слід заохочувати до постановки запитань доповідачеві, висловлення зауважень, доповнень, пропозицій, уточнень, залучати до оцінювання роботи товаришів.

Ось приклади семінарських занять з деяких тем.

Тема . Функція, властивості функції.

План підготовки.

1. Знати: а) означення функції та способи її задання; б) загальну схему дослідження функції; в) властивості і графіки функцій

$$y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad y = \operatorname{tg} x.$$

2. Вміти: а) дослідити властивості і побудувати графіки функцій типу:

$$y = \cos 3x - 1, \quad y = \frac{x - 3}{x + 1}.$$

(кожен студент одержує індивідуальне завдання різного рівня складності)

3. Теми рефератів: а) з історії розвитку понять – “функція”, “тригонометрична функція”; б) внесок вітчизняних учень у розвиток вчення про функцію; в) функції в природі і техніці (виготовлення таблиць).
4. Завдання для сильних студентів: а) методи побудови графіків функцій (геометричні перетворення) ; б) задачі на використання властивостей і графіків функцій.

Хід семінару.

1. Користуючись графіком, записати властивості функції і формулу, якою вона задана. Накреслити графіки двох чи трьох (залежно від кількості рядів у класі) функцій типу:

$$y = 3 \sin 3x, \quad y = x^2 - 4, \quad y = \frac{x + 1}{2}.$$

Студенти виходять до дошки по черзі і кожен записує одну властивість. Виграє ряд, який першим і без помилок виконав завдання.

2. Короткі повідомлення по темах рефератів.

3. Група студентів, що працювала над складними питаннями, доповідає про результати роботи, зокрема про те, як за допомогою геометричних перетворень побудувати графіки функцій типу:
 $y = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$, $y = \frac{x+1}{x+2}$. Друга група розповідає, як за допомогою графіків розв'язувати складні задачі з фізики на рівномірні процеси (на прикладі конкретної задачі). Повідомлення кожної групи тривають 7-10 хв. Ці виступи – результат роботи груп, створених при підготовці до семінару, роботи гуртка або факультативу.
4. Решта часу використовується для звітів студентів про виконання індивідуальних завдань: розв'язування вправ на таблицях, у зошитах. При підготовці до семінару студенти використовують матеріали з “Енциклопедичного словника юного математика”, хрестоматій та альбомів з історії математики, журналу “Квант”.

Тема. Похідна та її застосування.

План підготовки.

- Знати: а) правила знаходження похідної; б) основні напрями застосування похідної; в) достатню умову зростання (спадання) функції; г) правило знаходження максимуму (мінімуму) функції; д) правило знаходження найбільшого (найменшого) значення функції.
- Вміти: а) навести приклад складної функції і знайти її похідну; б) дослідити функцію і побудувати її графік (приклад функції взяти з журналів „У світі математики”, „Математика в школі”, збірників конкурсних задач); в) знайти найбільше (найменше) значення функції (приклад функції взяти з тих самих літературних джерел).
- Теми рефератів: а) задачі, що приводять до поняття похідної; б) І.Ньютон і Г.В.Лейбніц – творці диференціального й інтегрального числення; в) основні напрями застосування похідної; г) основні типи задач практичного характеру на застосування похідної.

4. Завдання для сильних студентів: навести приклад задачі практичного характеру на застосування похідної, розв'язати її.

Хід семінару.

1. Користуючись таблицею з “Енциклопедического словаря юного математика”, охарактеризувати задачі, що приводять до поняття похідної (два студенти по 3-4 хв).

2. Змагання: хто швидше обчислить похідну. На дошці записано стільки стовпчиків функцій, скільки рядів парт. До дошки виходить один із студентів, які сидять за однією партою. Він знаходить похідну або виправляє неправильно розв'язану попередню вправу. Ряд, що першим виконав завдання, вважається переможцем.

3. Заслуховується реферат на тему: “І.Ньютон і Г.В.Лейбніц – творці диференціального й інтегрального числення” (два студенти по 3-4 хв)

4. Користуючись виготовленою таблицею, студент розказує, як побудовано графік на основі проведеного дослідження.

5. Студент, виступаючи в ролі викладача, розв'язує з групою практичну задачу на застосування похідної.

6. Взаємоперевірка завдання на знаходження найбільшого (найменшого) значення функції (студент робить виправлення, ставить оцінку і пише своє прізвище).

7. Завдання на інтуїцію. Накреслено графіки 8 функцій, формулами задано 6 функцій. Встановити відповідність між формулами і графіками.

Зошити підготовки семінарського заняття студенти здають для перевірки.

Урок „відкритих думок”

Шкільний курс математики складний і затеоретизований, щоб студенти добре відчували практичну спрямованість математики, її зв'язок з життям, виробництвом, щоб у них виникло бажання і вміння пояснювати явища на основі математичних і фізичних законів, одних лише уроків недостатньо – необхідно організувати систематичну й цілеспрямовану позакласну роботу.

Зробити цю роботу систематичною і цілеспрямованою допоможуть уроки “відкритих думок”, коли готуються відповідно до них студенти.

Технологія роботи при цьому складається з п’яти основних елементів:

- 1) первинне представлення матеріалу;
- 2) оперативний контроль засвоєння знань;
- 3) глибоке розучування матеріалу;
- 4) заключний контроль знань;
- 5) система повторення.

На третьому етапі (глибоке розучування матеріалу) одним з елементів є організація позакласної роботи студентів і як її результат, - підготовка і проведення заняття “відкритих думок”.

Заняття може бути двох видів: тематичне, тема визначається заздалегідь або на вільну тему, але обов’язково у зв’язку з матеріалом, що саме вивчається.

У першому випадку маємо змогу більш чітко організувати підготовку. Студенти діляться на групи, кожна з яких працює у визначеному для неї напрямі.

При підготовці до заняття “відкритих думок” одна або дві групи одержують певне завдання. Старший у групі розподіляє його між членами групи за складністю. Водночас інша група (опоненти) одержує завдання спростувати все, про що розповідатиме перша група. Таким чином, від майстерності підготовки залежить гострота майбутнього заняття, його ефективність. Як правило, такі пари дуже цікаві. Оскільки присутніми на них бувають студенти кількох груп, проводяться вони у великій аудиторії і більше нагадують математичні вечори, часто театралізовані.

Розглянемо конкретну розробку теми: “Степенева, показникова і логарифмічна функції” з використанням даної технології навчання.

Винайдення логарифмів, а також поширення області означення показника степеня на всі дійсні числа значною мірою прискорено потребами удосконалення обчислень та ускладнення математичних задач.

На вивчення теми “Степенева, показникова і логарифмічна функція” в навчальних закладах відведено 24 години. При вивченні розділу студенти повинні засвоїти означення, графіки та основні властивості логарифмів і деякі важливі логарифмічні тотожності; набути навичок та вмінь розв’язування степеневих, показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей різними способами. У відповідності до цього і планується робота по вивченню розділу. Весь розділ можна розбити на три навчальні цикли.

I цикл. Степенева функція (8 години)

II цикл. Показникова функція (6 годин)

III цикл. Логарифмічна функція (10 годин).

Таблиця 2.1.

№	Тема уроку	К-ть год.	Тип уроку	Питання для самостійної роботи
I цикл – степенева функція				
1.	Корінь n -го степеня та його властивості.	2	Урок вивчення нового матеріалу.	Складання опорного конспекту.
2.	Ірраціональні рівняння та їх системи.	2	Урок-лекція.	Розв’язування ірраціональних рівнянь.
3.	Узагальнення поняття степеня.	2	Уроки тренувальних вправ.	Розв’язування вправ.
4.	Степенові функції, їх графіки і властивості. Степень ірраціональним показником.	3 2	Урок вивчення нового матеріалу.	

II цикл – показникова функція				
5.	Показникова функція, її графік і властивості.	2	Урок-лекція.	
6.	Розв'язування показникових рівнянь.	2	Уроки тренувальних вправ.	
7.	Розв'язування показникових нерівностей.	2	Уроки тренувальних вправ.	Розв'язування показникових нерівностей методом інтервалів.
III цикл – логарифмічна функція				
8.	Логарифм числа. Основні властивості логарифмів.	2	Урок-лекція.	Історія відкриття логарифмів.
9.	Логарифмічна функція, її графік і властивості.	2	Урок вивчення нового матеріалу.	
10.	Розв'язування логарифмічних рівнянь.	2	Урок тренувальних вправ.	Різні способи розв'язування логарифмічних рівнянь.
11.	Розв'язування логарифмічних нерівностей.	2	Урок тренувальних вправ.	Розв'язування логарифмічних нерівностей методом інтервалів.

12.	Розв'язування рівнянь і нерівностей. Залік з модуля.	2	Урок контролю знань. Урок-семінар.	
-----	--	---	---------------------------------------	--

Вивчення степеневі функції здійснюється за таким планом:

1. Означення степеневі функції з натуральним показником.
2. Властивості та графік функції $y=x^n$.
3. Означення кореня n -го степеня.
4. Властивості арифметичних коренів n -го степеня.
5. Способи перетворення виразів, що містять корені.
6. Способи розв'язування ірраціональних рівнянь та їх систем.
7. Означення степеневі функції.
8. Степінь з ірраціональним показником.

Вивчення показникової функції здійснюється за таким планом:

1. Означення показникової функції.
2. Загальні властивості показникової функції.
3. Розгляд властивостей показникової функції $y = a^x$, якщо $a > 1$ і $0 < a < 1$.
4. Властивості графіка показникової функції.
5. Приклади застосування властивостей показникової функції.
6. Способи розв'язування показникових рівнянь.
7. Способи розв'язування показникових нерівностей.

Вивчення логарифмічної функції здійснюється за таким планом:

1. Означення логарифма числа.
2. Основна логарифмічна тотожність.
3. Означення десяткового логарифма.
4. Основні властивості логарифмів (логарифм добутку, частки, степеня, формула переходу до нової основи).
5. Означення логарифмічної функції.

6. Графік логарифмічної функції.
7. Властивості логарифмічної функції.
8. Різні способи розв'язування логарифмічних рівнянь.
9. Способи розв'язування логарифмічних нерівностей.

На останньому занятті проводиться урок-семінар з метою узагальнення і систематизації знань по даній темі .

Примірний план такого уроку:

1. Праця Леонарда Ейлера “Вступ до аналізу” про показникові і логарифмічні кількості. (коротке повідомлення учня);
2. Ідеї М.Штіфеля (1487-1567) у спрощені обчислень і введенні логарифма в результаті зіставлення арифметичної і геометричної прогресії;
3. Створення таблиць логарифмів (Джон Непер (1550-1617), Генрі Брігс (1561-1631));
4. Математичний бій: графіки і властивості степеневі, показникової і логарифмічної функцій;
5. Використання степеневі та показникової функцій під час вивчення явищ навколишнього середовища (задачі про радіоактивний розпад, про зміну атмосферного тиску, про розмноження бактерій, про вакумування, про приріст деревини);
6. Аналіз виконання довгострокового домашнього завдання студентами.

Аналогічний підхід здійснюється до вивчення інших тем елементарної математики.

Зупинимось на деяких особливостях уроків контролю і корекції знань. Перш за все відзначимо, що на контрольні-залікових уроках здійснюється їх систематизація, рівень засвоєння математичних понять, а також уміння і навички, яких набули студенти в процесі навчання. Заліки (модулі) проводяться як в усній, так і в письмовій формі. На заліку кожна група студентів отримує своє індивідуальне завдання розраховане на їхні

можливості. Список питань до заліку подається на вступній лекції при вивченні кожного модуля.

Своєчасні консультації по виконанню домашнього завдання попереджують помилки студентів, позбавляють їх некваліфікаційної допомоги і сприяють формуванню позитивного відношення до навчання та виконання домашніх завдань.

Ефективною умовою навчання є диференційований підхід до знань конкретного студента. Перед кожним студентом, крім загальної мети, має стояти конкретна, доступна мета, але така, що “кличе вперед”. Цьому сприяє модульно-рейтингова система контролю. Використання даної системи контролю на різних етапах навчального процесу дозволяє перевірити знання, уміння і навички студентів.

Перевірка знань навиків та вмінь в кінці вивченої теми допомагає виявити оволодіння системою знань, готовність студентів до успішного застосування цих знань в життєвих ситуаціях. Ця перевірка здійснюється на окремих уроках, залікових заняттях, екзаменах.

Таким чином, лекційно-практична система навчання з використанням опорних конспектів з рейтинговим контролем знань, як показує практика роботи при елементарній математики в навчальних закладах виступають як єдина технологія навчання, що сприяє підвищенню якості знань і умінь майбутніх фахівців з обраної спеціальності.

2.2. Використання комп'ютерно - інформаційних технологій під час вивчення курсу елементарної математики у навчальних закладах

Майбутнє математичної освіти закладається сьогодні, насамперед впровадженням нових освітніх технологій у навчання математики з метою підвищення ефективності математичної діяльності засобами інформаційних технологій. Певною мірою ці сподівання пов'язуються з можливостями реалізувати ідеї конструктивізму у навчанні математики. Формалізація ходу розв'язування задачі та передача його комп'ютеру для автоматичного виконання – провідна ідея цього процесу. Рівень сучасних інформаційних

технологій спрощує цю складну задачу, дозволяючи зосереджуватися на змістовних сторонах цього процесу [34, с. 9-11].

Інформаційні технології відкривають нові можливості в навчанні математики, вони стають для учнів засобом пізнавальної діяльності: експериментування з метою перевірки своїх гіпотез, розв'язування задач, порівняння результатів з передбаченнями теорії [22]. Це відповідає головним напрямкам оновлення загальноосвітньої підготовки – діяльнісному підходу, педагогіки співробітництва, які змінюють як роль і місце викладача в аудиторії, так і характер пізнавальної діяльності студентів.

Комп'ютерні технології впевненою ходою ввійшли в сучасне життя, незважаючи на неоднозначне відношення до себе.

І прихильники, і противники комп'ютерних інформаційних технологій мають спільне переконання у тому, що, здобувши якісні знання про комп'ютери та відпрацювавши навички роботи на них, студенти будуть краще підготовлені до навчання, до життя і здобуття різноманітних благ у сучасному суспільстві.

Досвід роботи викладачів ВНЗ, які використовують комп'ютерні технології у навчанні математики, показує, що комп'ютер у ВНЗ може надати суттєву підтримку викладачеві в організації навчального процесу, підвищити якість та ефективність навчальних методик, реалізувати індивідуальний підхід до кожного студента, зокрема при тестуванні.

Комп'ютерні тестові програми ASSIST-II (Асистент-II), SunRay TestOfficePro 4, СПЗ Test забезпечують спрощення процесу виконання завдань, підрахунок оцінок і вивід інформації; зменшують час перевірки знань; збільшують можливість одержання точних відомостей про знання певного студента впродовж певного навчального періоду та з конкретного міні-модуля, проведення тренування в процесі усвідомленого засвоєння навчального матеріалу і самопідготовки тощо.

Саме ці програми ліквідують можливість підказок і списувань, підвищують об'єктивність оцінювання знань, змінюється роль викладача, який

звільняється від функції «покарання», тобто перестає бути джерелом негативних емоцій, пов'язаних з оцінюванням, значно скорочується час очікування студентами оцінки, що є суттєвим фактором як психологічним, так і виховним.

Варто наголосити на перевагах тестової програми SunRav TestOfficePro 4, яка порівняно з програмою ASSIST-II (Асистент-II), що дозволяє виконувати тести лише з наданими відповідями, дозволяє складати відкриті завдання (завдання з вільним складанням відповіді), а саме на доповнення, з множинним вибором (багатовибіркові), на відновлення послідовності, на відповідність.

СПЗ Test – це програма, яка є простою у створенні та використанні, тому викладачі математики її часто застосовують при перевірці знань по темах модуля. Запитання для тестів друкуються в текстовому редакторі Блокнот, а завантаження здійснюється безпосередньо через програму Builder.

Представлення навчальної дисципліни у вигляді комп'ютерних навчальних програм, які доповнюються електронними посібниками або мультимедійними комп'ютерними посібниками та підручниками, забезпечить підвищення якості засвоєння матеріалу і розвитку у студентів навичок самостійної роботи [21, с. 73].

Серед електронних навчальних видань чільне місце займають електронні посібники, які сприяють активізації самостійної роботи майбутніх спеціалістів, значному підвищенню якості і ефективності процесу отримання теоретичних знань та набуттю практичних навиків.

Електронні посібники – педагогічні програмні засоби, які охоплюють значні за обсягом навчального матеріалу розділи навчальних курсів або повністю навчальні курси, характерною рисою яких є гіпертекстова структура навчального матеріалу, наявність систем управління із елементами штучного інтелекту, модулів самоконтролю, розвинених мультимедійних складових [29, с. 290].

Необхідність створення електронних посібників зумовлена індивідуалізацією навчання, що пов'язана зі скороченням годин аудиторних занять та відповідно збільшенням часу для самостійної роботи студентів, забезпечення студентів методичними рекомендаціями щодо підготовки до навчальних занять в умовах модульно-рейтингової системи навчання.

Для створення електронних посібників та презентацій викладачі математики використовують програми SunRay BookEditor та Power Point.

Невід'ємною складовою проведення відкритих занять з математики є використання інтерактивної дошки, на яку проектується через мультимедійний пристрій будь-яка комп'ютерна програма.

Такі засоби навчання є популярними і можуть застосовуватися для: проблемного навчання, діалогу, дискусії, постановки проблемних питань, конференції, ділових ігор, тренінгових технологій шляхом демонстрації відеозаписів з методикою проведення професійної етики, інтегрованих бінарних занять, самостійної роботи студентів тощо. Для полегшення підготовки до занять та підвищення рівня сприйняття матеріалу викладачами використовуються: кодоплівки, за допомогою яких можна зобразити на екрані опорні конспекти, нові терміни, графіки, таблиці, малюнки; електронні носії інформації з накопиченим матеріалом, що дозволяє швидко й ефективно використовувати найновіше у процесі навчання та багато подібного, що створюється з використанням комп'ютерних програм. Ефективність застосування таких засобів навчання неоцінима.

Велику роль у підготовці кваліфікованих спеціалістів відіграє Internet, як комунікаційні засоби навчання, де можна знайти будь-яку інформацію. Це відкриває нові можливості для викладачів та студентів. Стрімкий розвиток комп'ютерної техніки не завжди дає змогу студентам знайти у підручниках відповіді на запитання, тому викладачі використовують Інтернет-бібліотеку, щоб одержувати потрібну інформацію, виробляти необхідні навички й уміння для успішного рішення завдань у своїй області.

Сучасний ринок праці очікує особливих працівників, високого рівня професіоналів, здатних розвиватись і вдосконалюватись, постійно вчитися і пристосовуватись до нових умов. Застосування комп'ютерних технологій вирішує цю проблему. Хочеться вірити, що незабаром всі навчальні заклади будуть мати електронні мережі, будуть накопичені прикладні програми з різних дисциплін, авторські електронні посібники, відеофільми, методичні інформації, що і сприятиме інтенсифікації навчального процесу.

2.3. Контроль знань, умінь та навичок при вивченні курсу елементарної математики

Ефективна організація навчального процесу – це не лише добре організоване засвоєння навчального матеріалу, але й оптимальний систематичний контроль знань студентів.

Беручи до уваги те, що навчальний процес являє собою єдину цілісну систему, зміст, функції та організація контролю знань, вмінь та навичок можуть бути ефективними тільки за умов забезпечення взаємозв'язку всіх елементів дидактичної системи.

Тому здійснення контролю знань в навчальному процесі вимагає науково обґрунтованого підходу. Ця проблема вивчалась багатьма вітчизняними методистами: Бурда М. І., Дубінчук О. С., Слєпкань З. І., Тесленко І. Ф.

Узагальнюючи результати їх досліджень, можна стверджувати, що контроль знань стимулює діяльність студентів, забезпечує міцність знань, дозволяє робити висновки про рівень засвоєння ними навчального матеріалу. А звідси і функції контролю: виховна, розвиваюча, навчальна, контролююча, організуюча і стимулююча.

Знання всіх названих функцій допомагає викладачеві знайти оптимальний варіант контролю знань, який би комплексно вирішував проблеми навчання. Ці функції визначають і головні педагогічні вимоги до організації і вибору методів перевірки та оцінки знань, а саме:

- систематичність і регулярність здійснення контролю знань;

- застосування контролю з метою розвитку студентів;
- об'єктивність контролю, яка забезпечується однаковими вимогами і умовами;
- оптимальність контролю (за мінімальний час перевірити знання значної групи студентів)

Як відомо, в навчальних закладах при викладанні математики застосовуються наступні методи контролю: усні, письмові, програмовані і самоконтроль.

Однак практика показала, що контрольні роботи здебільшого ставляться під кінець навчального курсу. Студент часто не знає як готуватись до такого контролю. Контрольні завдання у переважній більшості покликані з'ясувати бальну оцінку, а не здійснити повноцінний зворотній зв'язок, тобто встановити рівень засвоєння матеріалу.

Враховуючи те, що у молоді значно знизився інтерес до навчання, часто відсутні вольові зусилля і наполегливість, ми прийшли до висновку, що традиційна система контролю знань потребує значної модернізації або навіть заміни. Звідси стає очевидним, що необхідно створити таку атмосферу, щоб студент обов'язково працював систематично, щоб рівень його знань контролювався регулярно на всіх етапах навчання.

За останні роки проблема контролю знань, умінь і навичок студентів набула значного поширення. Передова педагогічна наука постійно удосконалює методику виявлення, оцінювання і обліку знань, умінь і практичних навичок студентів.

Важливість цього питання полягає в тому, що успішність з якою пов'язана система контролю і оцінки діяльності студентів виступає показником роботи і самих студентів, і викладачів. Протиріччя і недоліки існуючої практики контролю здебільшого зводяться до наступного:

- контроль найчастіше проводиться у формі усного опитування і має значні недоліки (вибірковий, випадковий характер, одночасно опитується тільки кілька студентів);

- епізодичний характер опитування не дає можливості об'єктивно визначити рівень і повноту засвоєння знань;
- оцінка, отримана студентом в результаті усного опитування не дає реального уявлення про справжні знання і уміння.

Але найбільшим недоліком є те, що окремі студенти починають вчитись лише для оцінки, їх не турбує якість освіти, ґрунтовність знань, рівень фахової підготовки, що істотно знижує ефективність всього навчального процесу.

Завдання кожного викладача учбового закладу так організувати навчально-виховний процес, щоб студенти стали в ньому активними учасниками і отримували задоволення від власних успіхів у навчанні.

Одним із шляхів спонукання студентів до активного навчання є об'єктивна оцінка їх роботи, усвідомлення того, що лише міцні знання і високий рівень практичної підготовки дозволить студенту стати висококваліфікованим, компетентним спеціалістом.

Аналізуючи вітчизняний і зарубіжний досвід роботи навчальних закладів, різні форми організації і контролю в педагогічному процесі, ми прийшли до висновку, що метод рейтингово-тестової системи контролю знань сприяє більш об'єктивному оцінюванню знань і умінь. Варто врахувати також, що у проекті Концепції загальної середньої освіти вимагається зорієнтувати навчальний процес на сконцентроване засвоєння матеріалу, самостійне здобуття студентами знань. Здійснити розвантаження навчальної програми з математики від другорядного матеріалу, розширити діапазон самостійних форм занять у студентів у поєднанні з наданням їм необхідних консультацій та при обов'язковому контролі самостійного засвоєння матеріалу. Тому технологія лекційно-практичного навчання логічно поєднується з рейтинговою системою оцінки знань студентів.

Зумовлюється це означеними обставинами:

- за умов лекційно-практичної форми навчання студентам не лише визначаються завдання, а пояснюються критерії оцінювання глибини їх досягнення;
- контрольні завдання покликані поліпшити рівень особистого засвоєння знань кожним студентом, закріпити здобуте, діагностувати труднощі.

Розглянемо особливості рейтингової системи оцінювання знань студентів при вивченні математики в навчальних закладах.

Рейтингова оцінка відрізняється від традиційної 5-бальної системи оцінок більш широким інтервалом балів, які диференційовані рішенням педагогічної ради відповідно до обсягу навчального матеріалу, що контролюється, рівня самостійності освоєння тощо.

На початку навчального року (семестру) викладач повинен ознайомити студентів з особливостями лекційно-практичної системи навчання і її поєднання з рейтинговим контролем знань. У кабінеті математики вивішуємо для детального ознайомлення накопичувальну відомість (по групах), в якій зазначені всі етапи контролю і їх рейтинг по кожному блоку, що дуже добре для самоконтролю студентів.

Вивчення програмного матеріалу в обсязі циклу здійснюється у звичайному порядку на заняттях згідно з розкладом і під час самостійної роботи студентів.

Після вивчення модуля кожному студенту виставляється оцінка за знання цього блока. Модульна оцінка виставляється в 4-ри бальній системі: “5”- відмінно; “4”- добре; “3”- задовільно, “2”- незадовільно (по рейтингу).

Кількість балів по рейтингу виставляється в 60-ти бальній системі: “50-60”-відмінно, “40-49”-добре, “34-39”-задовільно, “1-33”-незадовільно. Рейтинг – це середня арифметична оцінка за самостійні, практичні, домашні роботи та усні відповіді по кожній темі (модулі).

Найважливішим обов’язком викладача є створення рівних можливостей всім студентам для отримання рейтингової оцінки на всіх етапах контролю.

Кількість етапів, їх рейтинг, середній рейтинг по циклу і предмету в цілому визначається викладачем і після затвердження предметною комісією та заступником директора по навчальній частині доводиться до відома студентів.

Етапи контролю з курсу математики навчального закладу і її складника алгебри і початків аналізу, які обов'язково оцінюються рейтингом, можуть бути:

1. Практичні роботи, диспути, семінари, уроки-спектаклі і т.д.
2. Класні контрольні роботи, письмові чи усні заліки, самостійні роботи.
3. Додаткова робота: науково-дослідницька робота, пошуково-аналітична робота;
4. Історичні повідомлення: біографії вчених, історія тих чи інших математичних відкриттів;
5. Гурткова робота, випуск стінгазет, підготовка КВК, математичних вечорів, календаря знаменних математичних дат і т.д. Залік по циклу (диференційований).

Етапи контролю, що визначені планом, повинні бути відпрацьовані всіма студентами і оцінені викладачем обов'язково, винятки не допускаються. Рейтингова оцінка знань, умінь і навичок з предмета проводиться після виконання студентом всіх практичних, контрольних, самостійних і т.п. робіт, що входять до даного циклу.

Рейтинг з предмета складається з середнього арифметичного всіх модулів (рейтингів). Облік результатів навчання фіксується в таблиці визначення рейтингу оцінки знань, умінь та навичок .

На наш погляд, застосування лекційно-практичної системи навчання і рейтингової оцінки знань дало можливість створити таку атмосферу при вивченні елементарної математики, коли студент обов'язково працює систематично, адже рівень його знань контролюється регулярно на всіх етапах навчання. Створюються умови для взаємної вимогливості між

студентом і викладачем, підвищується відповідальність за навчання, якість і міцність знань. Студенти привчаються до систематичної роботи з підручниками, довідниками, самостійної роботи з підручниками, довідниками, самостійної роботи над навчальним матеріалом.

Перездача знань по циклу дозволяється студентові протягом всього семестру, але не більше двох разів за кожен цикл. Студент, що має незадовільні оцінки або незарахування, вважається невстигаючим. Якщо таких оцінок не більше двох – йому призначається термін ліквідації заборгованості.

Таким чином, визначається рейтинг. Рейтингова система математичних знань, норм і цінностей студентів є також одним із видів диференціації, в основі якої лежить змагальна суть навчання, обумовлена різними здібностями студентів та їх індивідуально-психологічними особливостями. Цей ефект настільки очевидний, що не потребує доведення.

Ми розділяємо переконаність О. Я. Савченко, Є. П. Верещака, О. М. Лозової в тому, що головним і єдиним критерієм оцінювання навчальної діяльності студентів є динамічні параметри їх успішності за відносно короткий час – навчальний семестр [27].

Цілком очевидно, що на користь обраної нами системи вказує і фактор швидкої зворотної реакції викладача на навчальні зусилля студентів, що в свою чергу стимулює їх самостійність і відповідальність. Виникає можливість також належним чином оцінити активність тих студентів, які приймають участь у додаткових заходах, позаурочній роботі з математики.

2.4. Використання мультимедійних засобів навчання в навчальному процесі .

Мультимедіа – це спеціальна інтерактивна технологія, що забезпечує за допомогою технічних і програмних засобів роботу з анімованою комп'ютерною графікою і текстом, мовою, високоякісним звуком, нерухомими зображеннями і рухомим відео.

Найдоцільніше використовувати мультимедійні засоби навчання при виконанні таких педагогічних завдань: формування світогляду студентів, їх ідейних і моральних переконань; формування вмінь і навичок студентів, зокрема: виділяти головне, аналізувати, узагальнювати, порівнювати, класифікувати, конкретизувати, абстрагувати, систематизувати; формування спеціальних вмінь і навичок студентів в залежності від навчальних дисциплін; взаємозв'язок теорії і практики; засвоєння учнями складних тем.

Використання мультимедіа дозволяє зробити свої заняття емоційними та ефективними. Це дає можливість забезпечити заняття динамічною наочністю, збільшити кількість тренувальних завдань, збільшити темп виконання робіт студентами, диференціації їхньої діяльності, наявність зворотнього зв'язку, об'єктивність контролю, підвищення мотивації навчання.

Комп'ютер – це знаряддя, яке полегшує працю вчителя. Вчителю необхідно творчо переглянути матеріали до лекцій та методику їх викладу з точки зору насичення цих лекцій мультимедійною інформацією, для того щоб зробити навчання не тільки динамічним, інформаційно - насиченим, а й індивідуальним.

Найбільш ефективно використання комп'ютера на заняттях математики: при вивченні нового матеріалу (ілюстрація різноманітними наочними засобами; мотивація введення нового поняття; моделювання); при перевірці фронтальних самостійних робіт (швидкий контроль результатів); при розв'язуванні задач повчального характеру (виконання малюнків, складання плану роботи; відробіток певних навиків і умінь); при організації дослідницької діяльності студентів; при інтеграції предметів природно-математичного циклу.

Вигідні особливості роботи з комп'ютерною підтримкою : студент стає суб'єктом навчання, бо програма вимагає від нього активного управління; легко досягається рівнева диференціація навчання; досягається оптимальний темп роботи студента, оскільки кожний студент виконує індивідуальне

завдання, працюючи в своєму темпі; скорочується час при виробленні технічних навиків студентів; збільшується кількість тренувальних завдань; відстежуються помилки, допущені студентом, і повторно відпрацьовується недостатньо засвоєний матеріал; робота студента оцінюється відразу; при роботі з комп'ютером присутній елемент гри, у більшості підвищується мотивація навчальної діяльності. .

Заняття із застосуванням мультимедійних засобів навчання викликають у студентів інтерес, примушують працювати всіх. Використовування мультимедіа на практичних заняттях перетворює їх на творчий процес, дозволяє здійснити принципи розвиваючого навчання, допомагає створювати умови успішності кожного студента на уроці, дає можливість забезпечити заняття динамічною наочністю, збільшити кількість тренувальних завдань, збільшити темп виконання робіт учнями, диференціації їхньої діяльності, наявність зворотнього зв'язку, об'єктивність контролю, підвищення мотивації навчання. Практика роботи показує, що найбільш ефективно використання комп'ютера на заняттях:

1. при проведенні усного рахунку (можливість оперативно пред'являти завдання і коректувати результати їх виконання);
2. при вивченні нового матеріалу (ілюстрація різноманітними наочними засобами; мотивація введення нового поняття; моделювання);
3. при перевірці фронтальних самостійних робіт (швидкий контроль результатів);
4. при вирішенні завдань повчального характеру (виконання малюнків, складання плану роботи; відробіток певних навиків і умінь);
5. при організації дослідницької діяльності студентів;
6. при інтеграції предметів природно-математичного циклу.

Відзначу вигідні особливості роботи з комп'ютерною підтримкою:

1. студент стає суб'єктом навчання, бо програма вимагає від нього активного управління;
2. легко досягається рівнева диференціація навчання;

3. досягається оптимальний темп роботи студента, оскільки кожен студент виконує індивідуальне завдання, працюючи в своєму темпі;
4. скорочується час при виробленні технічних навиків студентів;
5. збільшується кількість тренувальних завдань;
6. відстежуються помилки, допущені студентом, і повторно відпрацьовується недостатньо засвоєний матеріал;
7. робота студента оцінюється відразу;
8. вчитель менше витрачає часу на перевірку робіт;
9. навчання можна забезпечити матеріалами з видалених баз даних, користуючись засобами телекомунікації;
10. при роботі з комп'ютером присутній елемент гри, так іноді бракуючий на заняттях; і у більшості дітей підвищується мотивація навчальної діяльності.

Використання на заняттях математики інноваційно-комунікаційних технологій дозволяє розв'язати ряд завдань, одна з яких - активізація пізнавальної діяльності студентів. Ця проблема не нова. Але і сьогодні вона залишається вкрай актуальною. Працювати над активізацією пізнавальної діяльності – це означає формувати позитивне відношення школярів до навчальної діяльності, розвивати їх прагнення до більш глибокого пізнання предметів, що вивчаються. Допомогти вчителю в розв'язанні цієї непрості задачі може поєднання традиційних методів навчання і сучасних інформаційних технологій, у тому числі і комп'ютерних. Проте слід розуміти, що комп'ютер - один з інструментів нашої педагогічної діяльності, і як кожен інструмент, він вимагає відповідного йому застосування.

Цілі використання інноваційно-комунікаційних технологій в нашій діяльності наступні:

1. розвиток творчих здібностей студентів, навичок дослідницької діяльності, вміння ухвалювати оптимальні рішення;
2. розширення можливостей використання інформації;

3. формування уміння працювати з інформацією, розвиток комунікативних здібностей;
4. посилення мотивації навчання;
5. активне залучення студентів в навчальний процес;
6. можливість дати студентам найбільш сприятливий для них об'єм навчального матеріалу;
7. якісна зміна контролю за діяльністю студентів, можливість гнучкішого управління навчальним процесом;
8. сприяння формуванню в студентів рефлексії своєї діяльності.

Практика роботи показує, що заняття, на яких використовуються інноваційно-комунікаційних технологій можна розділити на чотири групи:

Демонстраційні заняття: На такому уроці інформація демонструється на великому екрані і може бути використана на будь-якому його етапі. Як програмне забезпечення можна використовувати матеріали готових програмних продуктів, що містять великий об'єм фото, відео, аудіо інформації по різних темах, а також презентації, створені самим викладачем або студентом.

Комп'ютерне тестування: Тестові програми дозволяють швидко оцінювати результат роботи, точно визначити теми, в яких є пропуски в знаннях. На таких заняттях що кожен студент працює тільки індивідуально. Програмним забезпеченням служать тестові програми.

Моделювання: Як правило, це тренажер для розв'язання завдань певного типу або середовище для розв'язання конструктивних завдань, на побудову в курсі геометрії .

Інтегровані заняття: Інтегровані заняття проводяться, як правило, в комп'ютерній аудиторії, де студенти мають доступ до комп'ютерів.

При підготовці до заняття з використанням ІКТ викладач традиційно складає план уроку виходячи з його цілей, при відборі навчального матеріалу він повинен дотримувати основні дидактичні принципи: систематичності і

послідовності, доступності, диференційованого підходу, науковості і ін. При цьому ІКТ не замінюють викладача, а тільки доповнює його.

Застосовувати ІКТ на заняттях математики можна на всіх етапах процесу навчання:

При вивченні нового матеріалу: При вивченні нової теми доцільно проводити лекцію із застосуванням комп'ютерних презентацій, що дозволяють акцентувати увагу студентів на значущих моментах висловлюваної інформації. Пояснення теми супроводжувати демонстрацією слайду, на якому дана тема у, план вивчення теми, завдання по новій темі.

При розв'язанні усних вправ: Дають можливість оперативно подавати завдання і коректувати результати їх виконання.

При перевірці самостійних і домашніх робіт: Забезпечує разом з усним і візуальний контроль результатів. Студенти при цьому освоюють роботу з комп'ютером, вчаться вибирати головне, контролювати свою думку. Замість доповідей і рефератів – презентації. Презентації можна включити в заняття, створюючи тим самим банк інформації по предмету (процес досить трудомісткий).

Перераховані лише деякі з варіантів застосування комп'ютерних технологій при підготовці і проведенні занять з елементарної математики. Комп'ютерна письменність учасників навчального процесу росте, розвиваються інформаційні технології, а значить, розширюються можливості їх застосування в процесі навчання предмету. Включення в заняття інформаційно-комп'ютерних технологій робить процес навчання математики цікавим, полегшує подолання труднощів. Але важливо розуміти, що використання ІКТ не вирішить всіх проблем вміть.

2.5. Використання слайдів на заняттях елементарної математики

Вивчення геометрії повинно базуватися на поєднанні наочності та логічної строгості. Опора на наочність – неодмінна умова успішного засвоєння матеріалу, і у зв'язку з цим потрібно приділити велику увагу правильному зображенню на кресленні просторових фігур.

Однак наочність потрібно була пронизана строгою логікою. Курс стереометрії пред'являє в цьому відношенні більш високі потреби до студентів. На відміну від курсу планіметрії тут уже з самого початку формулюються аксіоми про взаємне положення точок, прямих і площин в просторі, і далі вивчення властивостей взаємного розміщення прямих і площин проходить на основі цих аксіом. Тим самим задається високий рівень строгості в логічних міркуваннях, який повинен витриматися на протязі вивчення всього курсу.

Як при вивченні теоретичного матеріалу, так і при вирішенні задач корисно використовувати слайди. Вони дають можливість вести роботу одночасно з великим числом студентів, залучати їх в активне обговорення розглядаючи питань, контролювати умови вивчаючого матеріалу.

При розробці задач для подання на слайдах можна використати такі прийоми складання задач:

I. Складання задачі на обчислення по неповній умові і вимозі:

1. Вияснити, значення якої геометричної величини(величин) необхідно обчислити відповідно до вимоги;

2. Вияснити, з якою геометричною фігурою зв'язана ця величина (величини), виділити на зображенні цю фігуру;

3. Вияснити, скільки величин необхідно, щоб головна фігура була метрично визначена;

4. Встановити зв'язок між величинами, вказані в вимозі і виявленими відсутніми величинами;

5. Доповнити умову відсутніми величинами;

6. Сформулювати задачу;

7. Виконати перевірку правильності отриманої задачі, розв'язавши задачу;

II. Складання задачі на доведення по даній вимозі:

1. З аналізу вимоги задачі вияснити, яка фігура являється основною, і зобразити її;

2. Вияснити, що потрібно довести;

3. Назвати ознаки визначення даного поняття і доповнити зображення так, щоб ці ознаки можна було виявити;

4. Скористатись пошуковою областю понять, зв'язаних виявленим відношенням замінити даного відношення між об'єктами головною теоремою; добудувати зображення, використовуючи нові об'єкти.

5. Повторити пункт 4 хоча б один раз і сформулювати теорему, яка встановлює виділене відношення;

6. Виділити вимоги теореми і порівняти з елементами зображення, доповнити зображення елементами, застосувати умови теореми до зображення і його елементам;

7. Сформулювати умови задачі, використовуючи пункти 4 і 5;

8. Сформулювати задачу з відповідністю з виявленими умовами і даними вимогами;

III. Складання задачі на обчислення по даній вимозі:

1. З аналізу вимоги задачі вяснити яка фігура являється основною, і зобразити її;

2. Вяснити, які елементи фігури в відповідності з вимогами потрібно знайти, і зобразити їх;

3. Вяснити за допомогою таблиці метричної визначеності деяких плоских фігур число необхідних елементів для задання цієї фігури;

4. Скласти варіанти умови у відповідності зі своїм рівнем засвоєння;

5. Сформулювати задачу у відповідності з виявленими умовами і даними вимогами.

IV. Складання задачі на побудову по даній вимозі:

1. З аналізу вимог задачі вяснити, яка фігура є основною, і зобразити її на етапі аналізу;

2. Вяснити за допомогою таблиці метричної визначеності деяких плоских фігур число необхідних елементів для задання цієї фігури;

3. Скласти варіанти умов у відповідності з своїм рівнем засвоєння;

4. Сформулювати задачу у відповідності з виявленими умовами і даними

вимогами.

V. Складання задачі по всій умові без вимоги:

1. Перевести умови, представлені у виді однієї моделі, на інші;
2. Виділити на зображенні основну геометричну фігуру;
3. Виділити властивості цієї фігури;
4. Якщо зображення складається з декількох , то виділити властивості, які зв'язують їх;
5. Вивести наслідки із умови;
6. Вияснити, які елементи фігури невідомі, що можна спробувати знайти;
7. Вияснити , які елементи фігури можна знайти за допомогою відомих даних, по якій теоремі;
8. Сформулювати вимоги задачі;
9. Сформулювати задачу у відповідності до пунктів 1 і 8;
10. Зробити перевірку правильності отриманої задачі , розв'язавши її.

VI. Складання задачі по готовому зображенню і вимозі:

1. Виділити на зображенні основну геометричну фігуру (або декілька фігур);
2. Виділити властивості цієї фігури;
3. Якщо зображення складається з декількох фігур, то виділити властивості, які зв'язують їх;
4. Сформулювати умову задачі в словесній формі;
5. Сформулювати задачу у відповідності до пункту 4 і даним вимогам;
6. Зробити перевірку правильності отриманої задачі, розв'язавши її.

VII. Складання задачі на доведення по неповній умові і вимозі:

1. Виділити основну фігуру(фігури);
2. Вибрати відношення між відповідними парами елементів, включив їх у відому теорему;
3. Зробити для кожного відбору висновки, використовуючи всі інші елементи;

4. Сформулювати умови і вимоги;
5. Зробити перевірку правильності отриманої задачі, розв`язавши її.

VIII. Складання оберненої задачі до даної:

1. Сформулювати задачу в деякій формі;
2. Виділити умови і вимоги задачі;
3. Виділити роз`яснювальну частину і відділити її від умови;
4. Залишити роз`яснювальну частину на місці, а умову і вимоги задачі поміняти місцями;
5. Сформулювати отриману задачу.

ВИСНОВКИ

Дане дослідження направлене на розробку методичної системи вивчення курсу елементарної математики, що сприятиме розширенню та поглибленню знань студентів, формуватиме стійкий інтерес до дисципліни, розвиватиме відповідні здібності та пізнавальну активність студентів у процесі навчання.

У даній роботі виконано поставлені завдання, а зокрема:

- ✓ проаналізовано особливості змісту навчального матеріалу при вивченні курсу елементарної математики у вищих навчальних закладах;
- ✓ надано приклади застосування слайдів на заняттях з елементарної математики;
- ✓ розроблено дидактичне забезпечення з курсу елементарної математики, що сприятиме поглибленню знань і вмінь учнів та їх перевірки;
- ✓ підтверджена гіпотеза дослідження;

Перший розділ присвячено науковому дослідженню проблеми. В ньому викладені теоретичні основи дослідження, а саме: розвиток пізнавальної активності студентів в процесі навчання; психологічний і дидактичний аналіз самостійної діяльності студентів у процесі навчання; роль курсу «Елементарна математика»; теоретико-методичні основи кредитно-трансферної системи організації навчання.

У другому розділі розглядаються методична система навчання курсу елементарної математики в навчальних закладах.

Дана робота містить методичні рекомендації для вдосконалення навчального процесу, перевірки рівня засвоєння матеріалу та розвитку пізнавальної активності студентів у процесі навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексюк А.М., Загальні методи навчання в школі/ А. М. Алексюк – К.: Радянська школа, 1981. – 206 с.
2. Бевз Г.П., Методика викладання математики/ Г. П. Бевз – К.: Радянська школа, 1989. – 200 с.
3. Бевз Г.П., Математика, 10. Пробний підручник для 10 класу середньої школи/ Г. П. Бевз – К.: Освіта, 1995. – 303 с.
4. Бевз Г.П., Математика: Проб. підручник для 11 кл. серед шк./ Г. П. Бевз – К.: Освіта, 1995. – 312 с.
5. Белешко Д.Т., Гнедко Н.М., Алгебра і початки аналізу: Навчальний посібник/ Д. Т. Белешко, Н. М. Гнедко – Рівне. РІСКСУ, 2007. – 67 с.
6. Белешко Д.Т., Юхимчук Ю.П., Методичне забезпечення курсу «Алгебра і початки аналізу» старшої школи та навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації/ Д. Т. Белешко, Ю. П. Юхимчук – Рівне. РДГУ, 2010. – 175с.
7. Біла Т.О., Підготовка інтелектуальної еліти в Україні і використання мультимедіа-технології / Т. О. Біла– Миколаїв: Вид-во МФ НаУКМА, 2000. – Т.7. – С. 73-76.
8. Бродский Я.С., Павлов О.Л., О математическом образовании в средней специальной школе/ Я. С. Бродский, О. Л. Павлов. – 19. С. 11 – 14.
9. Выготский Л.С., Избранные психологические исследования/ Л.С. Выготский – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 519 с.
10. Вергасов В.М., Активизация мыслительной деятельности студентов в высшей школе/ В.М. Вергасов - К.: Высшая школа, 1979. - 216 с.
11. Гальперин П.Я., Формирование знаний и умений на основе теории поэтапного усвоения умственных действий/ П.Я. Гальперин - М.: Изд-во МГУ, 1968.-135 с.
12. Гальперин П.Я., Введение в психологию/ П.Я. Гальперин - М.: Изд-во МГУ, 1976. - 150 с.

13. Груденов Я.И., Психолого-дидактические основы методики обучения математике/ Я.И.Груденов - М.: Просвещение, 1987. - 160 с.
14. Гольдберг А.А., Карасева Л.А. Элементы творчества на лекции// Весник высшей школы: - 1984. - №2. - С. 24 - 25.
15. Давыдов В.В., Проблемы развивающего обучения/ В.В Давыдов - М.: Педагогика, 1986. - 240 с.
16. Занков Л.В., Обучение и развитие / Л.В. Занкова. - М.: Педагогика, 1973. - 176 с.
17. Ильина Т.А., Структурно-системный подход в организации обучения/ Т.А. Ильина - М.: Педагогика, 1971. - 72 с.
18. Ительсон Л.Б., Психологические теории научения и модели процесса обучения/ Л.Б. Ительсон - Советская педагогика, 1973 №3 С.83-95.
19. Інтерактивні технології навчання: теорія, практика, досвід, метод: Посібник/ Авт.-уклад. О. Пометун, Л. Пироженко. – К.: АПН, 2002. – 186 с.
20. Калмыкова З.И., Психологические принципы развивающего обучения/ З.И. Калмыкова - М.: Знание, 1979. - 48 с.
- 21.Калмыкова З.М., Психологические принципы развивающегося обучения/ З.М. Калмыкова - М.: Знание, 1979. - 48 с.
22. Кирилецька Г.М., Методи зведення й обробки результатів досліджень / Г.М. Кирилецька – Р.: РДГУ , 2008. – 64 с.
23. Коваленко В.Г. Дидактические игры на уроках математики: Книга для учителя/ В.Г. Коваленко - М.: Просвещение, 1990. - 96 с.
24. Коношевський Л.Л., Мамонов П.Д., Кондратюк В.Д., Підвищення ефективності самостійної роботи студентів засобами інформаційних технологій/ Л.Л. Коношевський, П.Д. Мамонов, В.Д. Кондратюк – Київ-Вінниця, 2000. – С. 289-295.
25. Кулюткин Ю.Н., Психология обучения взрослых/ Ю.Н. Кулюткин - М.: Просвещение, 1985. - 128 с.
26. Леонтьев А.Н., Деятельность, сознание, личность/ А.Н. Леонтьев - 2-е

- изд. - М.: Политиздат, 1975. - 204 с.
27. Лозова В.І., Пізнавальна активність школярів: (спецкурс із дидактики): (Навчальний посібник для пед. ін-тів)/ В.І. Лозова - Х.: Основа, 1990. - 89 с.
 28. Матюшкін І.М., Проблемні ситуації в мисленні і навчанні/ І.М. Матюшкін - Педагогіка, 1990. – 216 с.
 29. Яковлева Г.Н., Математика для техникумов. Алгебра и начала анализа/ Г.Н. Яковлева. - М.: Наука, 1987. – 464 с.
 30. Яковлева Г.Н., Математика для техникумов. Алгебра и начала анализа/ Г.Н. Яковлева. - М.: Наука, 1988. – 416 с.
 31. Черкасов Р.С., Столяр А.А., Методика преподавания математики. Общая методика/ Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. - М.: Просвещение, 1985. - 336 с.
 32. Нелін Є.П., Алгебра в таблицях (з Додатком): Навч. посібник для учнів 7 - 11 класів/ Є.П. Нелін - Х.: Світ дитинства, 1998. - 116 с.
 33. Осинская В.Н., Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9 - 10 классах/ В.Н. Осинская - К.: Радянська школа, 1980. - 143 с.
 34. Рубинштейн С.Л., Основы общей психологии/ С.Л. Рубинштейн – М.:1946. - 704 с.
 35. Савченко Ю.С., Опорные конспекты по математике: Школьнику, учителю, абитуриенту: Справочник по теории и методам решения задач алгебры и начал анализа/ Ю.С. Савченко - Л.: Финансы и статистика, 1991. - 64 с.
 36. Скаткин М.Н., Дидактика высшей школы/ М.Н. Скаткин - М.: Просвещение, 1982. - 319 с.
 37. Слепкань З.И., Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. Пособие/ З.И. Слепкань - К.: Радянська школа, 1983. - 192 с.
 38. Слепкань З.І., Методика викладання алгебри і початків аналізу/ З.І.

- Слепкань- К.: Радянська школа, 1978. - 220 с.
39. Слепкань З.І., Методика викладання алгебри і початків аналізу. Підручник для студентів математичних спеціальностей пед. навч. закладів/ З.І. Слепкань - К.: Зодіак - ЕКО, 2000. - 512 с.
40. Смирнов А.А., Проблемы психологии памяти/ А.А. Смирнов - М.: Педагогика, 1966.-104 с.
41. Талызина Н.Ф., Управление процессом усвоения знаний/ Н.Ф. Талызина - М.: Изд-во МГУ, 1975. - 343 с.
42. Федорчук І.І., Федорчук І.П., Проблеми і перспективи розвитку дистанційної освіти і нових інформаційних технологій навчання/ І.І. Федорчук, І.П. Федорчук – Київ-Вінниця, 2003. – 82 с.
43. Фридман Л.М., Психолого-педагогические основы обучения математике в школе/ Л.М. Фридман - М.: Просвещение, 1983. - 160 с.
44. Фридман Л.М., Педагогический опыт глазами психолога: Кн. для учителя/ Л.М. Фридман - М.: Просвещение, 1987. - 224 с.
45. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н., Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся/ Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий - М.: Просвещение, 1984. - 175 с.
46. Фридман Л.М., Логико-психологический анализ школьных учебных задач/ Л.М. Фридман - М.: Педагогика, 1977. - 208 с.
47. Фридман Л.М., Кулагина И.Ю., Психологический справочник учителя/ Л.М. Фридман, И.Ю. Кулагина - М.: Просвещение, 1991. - 288 с.
48. Фридман Л.М., Волков В.Н., Педагогическая наука учителя/ Л.М. Фридман, В.Н. Волков - М.: Просвещение, 1985. – 224 с.
49. Хабіб Р.А., Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики/ Р.А. Хабіб - К.: Радянська школа, 1985. - 152 с.
50. Шаталов В.Ф., Навчати всіх, навчати кожного/ Педагогічний пошук/ В.Ф. Шалатов - К.: Радянська школа, 1988. - С. 127 - 189.
51. Шеварев П.А., Обобщенные ассоциации. Вопросы психологии/ П.А. Шеварев - 1968. -№ 1 - С. 16-23.

52. Шкіль М.І., Слепкань З.І., Дубинчук О.С., Алгебра і початки аналізу: Пробний підручник для 10 - 11 класу середньої школи/ М.І. Шкіль, З.І. Слепкань, О.С. Дубинчук - К.: 1995. - 608 с.
53. Шкіль М., Колесник Т., Вступ до алгебри та початків аналізу. Математика в школі/ М. Шкіль, Т. Колесник - 2000. - №5. – С. 9 - 21.
54. Щукина Г.И., Проблема познавательного интереса в педагогике/ Г.И. Щукина - М.: Педагогика, 1971. - 352 с.
55. Якиманская И.С., Развивающее обучение/ И.С. Якиманская - М.: Педагогика, 1979. - 144 с.

ДОДАТКИ. МУЛЬТИМЕДІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КУРСУ «ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА»

ДОДАТОК А

Предмет стереометрії. Аксиоми стереометрії

Тема 1: Предмет стереометрії. Аксиоми стереометрії

Основні фігури в просторі

Точка



Промислі латинські

букви A, B, C, D, ...

Пряма

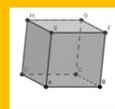


Латинські букви a, b, c, ...

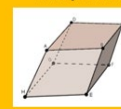
Площина

Грецькі букви $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

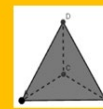
Приведіть приклади прямих, які проходять через точки, які належать вказаним многогранникам:



Куб



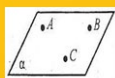
Паралелепіпед



Тетраедер

Аксиоми стереометрії

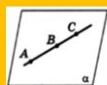
Сформулюйте аксиоми стереометрії.
Прокоментуйте їх за допомогою поданих рисунків.



A, B, C – довільні точки, які не лежать на одній прямій. Через точки A, B, C проходить єдина площина α .



$A \in \alpha, B \in \beta, \alpha \cap \beta = a, A \in a$



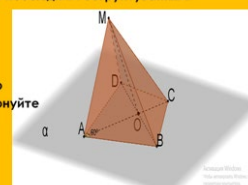
$A \in \alpha, B \in \beta, C \in AB, C \in \alpha$

Деякі наслідки із аксіом

$ABCD$ – ромб, O – точка перетину його діагоналей, M – точка простору, яка не лежить в площині ромба. Точки A, D, O лежать на площині α .

Дайте відповіді на наступні запитання із необхідним обґрунтуванням:

- ❑ Чи лежать в площині α точки B і C?
- ❑ Чи лежить в площині α точка M?
- ❑ Назвіть лінію перетину площин α та ADO .
- ❑ Обрахуйте площу ромба, якщо його сторона рівна 4 см, а кут – 60° . Запропонуйте різні способи обчислення площі ромба.



Задача.

Дано тетраедр MABC кожне ребро якого рівне 6 см,
 $D \in MB, E \in MC, F \in AB, AF \in FB, P \in MA$.

1. Назвіть пряму по якій перетинаються площини

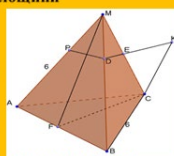
A) MAV та MFC ;

B) $MC F$ та ABC ;

2. Знайдіть довжину відрізка CF та площу трикутника ABC.

3. Поясніть як побудувати точку перетину прямої DE з площиною ABC?

4. Побудуйте точку перетину прямої PD з площиною ABC?

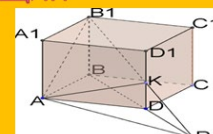


Задача. Перетин двох ПЛОЩИН

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - куб.

$K \in DD_1$,

$DK = KD_1$.



1. Поясніть як побудувати точку перетину прямої B_1K з площиною ABC .
2. Поясніть як побудувати лінію перетину площин $A B_1 K$ та ADD_1 .
3. Поясніть як побудувати лінію перетину площин $A B_1 K$ та ADC .
4. Знайдіть довжину відрізка AK і $A B_1$, якщо $AD = a$.

Задача.

Площина α перетинає сторони AB і AC трикутника ABC відповідно в точках B_1 та C_1 . Відомо, що $BC \parallel \alpha$, $AB : B_1B = 8:3$, $AC = 16$ см.

1. Доведіть, що $B_1C_1 \parallel BC$.
2. Знайдіть AC_1 .

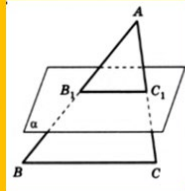
Розв'язок.

Спосіб I:

1. $BC \parallel \alpha$, $ABC \cap \alpha = B_1C_1$, $B_1C_1 \parallel BC$.
2. $AC_1 : C_1C = 5 : 3$,
 $5m + 3m = 16$, $m = 2$, $AC_1 = 5m$, $AC_1 = 10$.

Спосіб II:

$$\frac{AB_1}{AB} = \frac{AC_1}{AC} \cdot \frac{5}{8} = \frac{AC_1}{16}, AC_1 = 10.$$

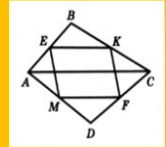


Задача.

Дано чотирикутник $ABCD$, вершини якого не лежать в одній площині (просторовий чотирикутник). Доведіть, що середини сторін просторового чотирикутника являються вершинами паралелограма.

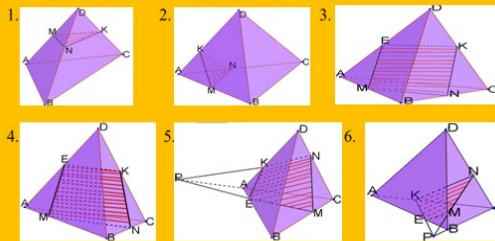
Доведення:

1. EK – середня лінія трикутника ABC , тому $EK \parallel AC$ і $EK = \frac{1}{2} AC$.
2. MF – середня лінія трикутника ADC , тому $MF \parallel AC$ і $MF = \frac{1}{2} AC$.
3. $EK \parallel MF$ і $EK = MF$.
4. Вершини чотирикутника $MEKF$ лежать в одній площині, обмеженій паралельними прямими EK та MF , його протилежні сторони EK та MF паралельні та рівні,



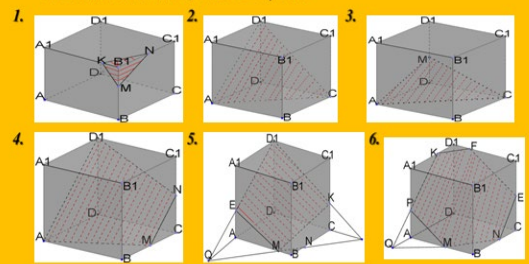
Переріз тетраедра ПЛОЩИНОЮ

1. Поясніть як побудувати переріз тетраедра $DABC$ площиною, яка проходить через дані точки M, N, K .
2. В задачах 1 – 3 знайдіть периметр перерізу, якщо M, N, K – середини ребер і кожне ребро тетраедра рівне a .



Переріз куба ПЛОЩИНОЮ

1. Поясніть як побудувати переріз куба площиною, яка проходить через три дані точки, які є його вершинами або серединами його ребер (три дані точки на рисунках виділені).
2. В задачах 1-4 та 6 знайдіть периметр перерізу, якщо ребро куба рівне a . В задачі 5 доведіть, що $AE = \frac{1}{3} a$.



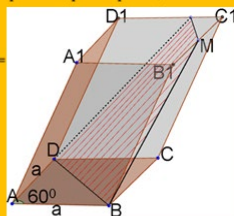
Задача.

Всі грані паралелепіпеда – рівні ромби зі стороною a і гострим кутом 60° .

1. Поясніть як побудувати переріз паралелепіпеда площиною, яка проходить через точки B, D, M , якщо M – середина ребра B_1C_1 .
2. Доведіть, що побудований переріз є рівнобедрена трапеція.
3. Знайдіть сторони трапеції.

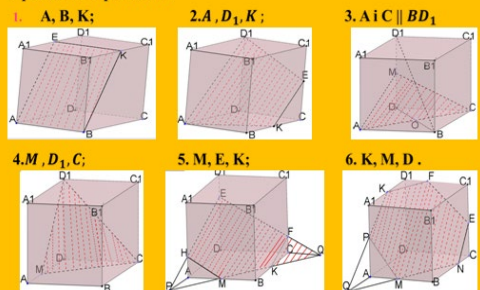
Розв'язок.

1. Нехай α – площина перерізу, $\alpha \cap ABCD = BD$, $\alpha \cap BCC_1B_1 = BM$, $MN \parallel BD$, переріз – трапеція $BDNM$.
2. $\angle BB_1M = \angle DD_1N$, трапеція $BDNM$ рівнобедрена.
3. $BD = a$, $MN = a/2$, $BM = a\sqrt{7}/2$.



Переріз паралелепіпеда ПЛОЩИНОЮ

Побудуйте переріз паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною, яка проходить через точки:



ДОДАТОК Б

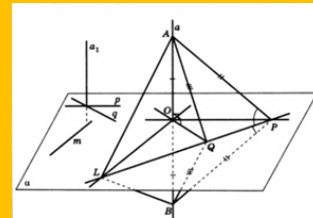
Перпендикулярність прямих і площин

Тема 2: Перпендикулярність прямих і площин

Ознака перпендикулярності прямої та площини

1. Сформулюйте визначення перпендикулярності прямої та площини.

2. **Теорема:** Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих які перетинаються і лежать в одній площині, то вона перпендикулярна до цієї площини.



План доведення.

1 – й етап.

Дано: $a \perp OP$, $a \perp OQ$, $OL \subset \alpha$.

Необхідно довести $a \perp OL$.

- $AO = BO$.
- $AP = BP$, $AQ = BQ$.
- $\angle APQ = \angle BPQ$, тому $\angle APQ = \angle BPQ$.
- $\angle APL = \angle BPL$, тому $AL = BL$.
- В $\triangle ABL$ медіана LO є висотою.

2 – й етап.

m – довільна пряма площини α , $OL \parallel m$. Так як $a \perp OL$, то $a \perp m$, а тому $a \perp \alpha$.

3 – й етап.

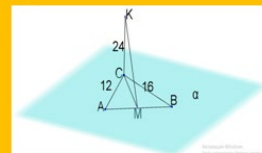
Дано: $a \perp p$, $a \perp q$. Необхідно довести, що $a \perp \alpha$.

- $a_1 \parallel \alpha$.
- Так як $a_1 \parallel \alpha$, то $a \perp \alpha$.

Задача.

В трикутнику ABC дано: $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$ см, $BC = 16$ см, CM – медіана. Через вершину C проведена пряма CK , перпендикулярна до площини трикутника ABC , $CK = 24$ см.

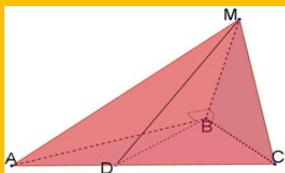
- Знайдіть KM .
 - Складіть план розв'язку, якщо відрізок CM – висота трикутника.
 - Складіть план розв'язку, якщо відрізок CM – бісектриса трикутника.
1. $AB = 20$ см, $CM = \frac{1}{2} AB = 10$, $KM = 26$.
2. $20 \cdot CM = 12 \cdot 16$.
3. $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot CM \cdot \sin 45^\circ + \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot CM \cdot \sin 45^\circ$.



Задача.

Дано тетраєдр $MABC$, в якому $MB \perp BC$ та $MB \perp BA$.

- Доведіть, що чотирикутник MBD прямокутний, якщо D – довільна точка відрізка AC .
 - Знайдіть MD і площу трикутника MBD , якщо $MB = BD = a$.
- 1) $MB \perp BC$, $MB \perp BA$, тому $MB \perp ABC$, тому $MB \perp BD$.
- 2) $MD = a\sqrt{2}$, $S_{ABC} = 0,5 a^2$.



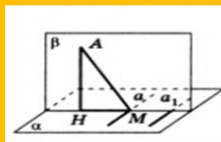
Теорема про три перпендикуляри.

Дано $AH \perp \alpha$, AM – похила до площини α , NM – проекція похилої, $a \subset \alpha$, $a \perp NM$.

Доведіть: $a \perp AM$.

Доведення.

$AH \perp a$, так як $AH \perp \alpha$. $a \perp AH$, $a \perp NM$, відповідно $\alpha \parallel \beta$, за ознакою перпендикулярності прямої та площини. Звідси слідує, що $a \perp AM$ (за визначенням перпендикулярності прямої та площини). Приведіть повне доведення оберненої теореми.



Кут між прямою і її проекцією на площину

Кут між прямою і її проекцією на площину є найменший із усіх кутів між даною прямою і прямими, які лежать в даній площині і проходять через точку перетину даної прямої з площиною.

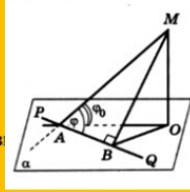
Дано: $MO \perp \alpha$, MA – похила, $PQ \subset \alpha$, $\angle MAO = \varphi_0$, $\angle MAQ = \varphi$.

Доведіть, що $\varphi_0 < \varphi$.

Доведення. $MO \perp PQ$, $MO < MB$.

$$\frac{MO}{MA} = \frac{MB}{MA} \cdot \sin \varphi_0 < \sin \varphi, \varphi_0 < \varphi.$$

Приведіть повне доведення розв'язу.

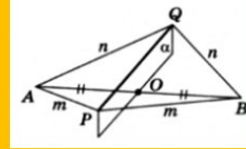


Задача.

Знайдіть кут між прямими AB та PQ , які перетинаються, якщо кожна із точок P та Q рівновіддалена від кінців відрізка AB .

Розв'язання.

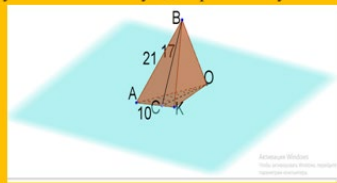
$PA = PB = m$, $QA = QB = n$. Звідси слідує, що точки P та Q лежать в площині α , яка проходить через середину відрізка AB , і $\alpha \perp AB$. Тому $PQ \subset \alpha$ і $PQ \perp AB$, тобто шуканий кут рівний 90° .



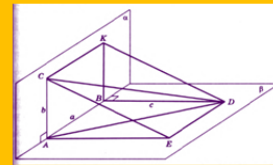
Площа проекції трикутника

Дано: $\triangle ABC$: $AB = 21$, $AC = 10$, $BC = 17$, $AC \subset \alpha$. Двогранний кут $BACO$ рівний 60° , $\triangle AOC$ – проекція трикутника ABC на площину α . Знайти $S_{\triangle AOC}$.

- $21^2 > 17^2 + 10^2$. Тому трикутник ABC тупокутний.
- Поясніть як побудувати трикутник ABC .
- Поясніть як побудувати лінійний кут двогранного кута $BACO$.
- $S_{\triangle ABC} = 84$.
- $S_{\triangle AOC} = 42$.



Точки A та B лежать на ребрі прямого двогранного кута. Відрізки AC та BD проведені в різних гранях перпендикулярно до ребра двогранного кута: $AB = a$, $AC = b$, $BD = c$.



- Поясніть як побудувати лінійний кут двогранного кута.
- Вкажіть різні способи обчислення довжини відрізка CD .
- Найдіть довжину відрізка CD .

ДОДАТОК В

Многогранники

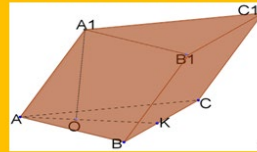
Тема 3: Многогранники

Задача.

Основа призми – правильний трикутник ABC . Бічне ребро AA_1 утворює рівні гострі кути зі сторонами основи AB та AC . Доведіть, що а) $BC \perp AA_1$; б) грань BB_1C_1C – прямокутник.

Розв'язання.

- а) Так як AA_1 утворює рівні гострі кути зі сторонами AB та AC , то проекцією ребра AA_1 на площину ABC є відрізок AO бісектриси кута BAC . $BC \perp AO$, відповідно $BC \perp AA_1$ за теоремою про три перпендикуляри.
- б) $BC \perp AA_1, AA_1 \parallel BB_1$, тому $BC \perp BB_1$.

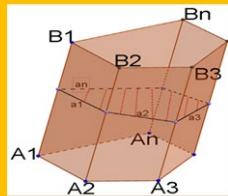


Доведіть, що площа бічної поверхні похилої призми рівна твірній периметра перпендикулярного перерізу на бічне ребро.

Доведення.

Площина перпендикулярного перерізу призми перпендикулярна до бічних ребер, тому сторони перпендикулярного перерізу призми являються висотами паралелограмів.

$$S_{\text{бок}} = a_1 l + a_2 l + \dots + a_n l, \quad S_{\text{бок}} = (a_1 + a_2 + \dots + a_n) l, \\ S_{\text{бок}} = P_{\perp} \cdot l$$

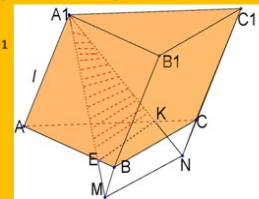


Задача.

$ABCA_1B_1C_1$ - трикутна призма. Січна площина α перетинає продовження бокових ребер BB_1 і CC_1 в точках M і N , $\alpha \perp AA_1$.

Перерізом призми площиною ϵ трикутник A_1EK . За перпендикулярний переріз приймається трикутник A_1MN . Доведіть, що, $S_{\text{бок}} = P_{\perp} \cdot l$.

$$S_{\text{бок}} = (AM_1 + A_1N + MN) \cdot AA_1$$



Задача.

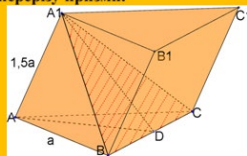
Сторона основи правильної трикутної призми рівна a , висота призми рівна $1,5a$. Через сторону основи і протилежну вершину другої основи проведено переріз.

Знайдіть :

1. Площу бічної поверхні призми.
2. Кут між площинами основи та перерізом.
3. Відношення площ основи і перерізу призми.

Відповідь:

1. $4,5a^2$.
2. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
3. 60° .
4. $\frac{1}{2}$.



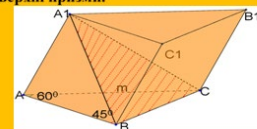
Задача.

Основою прямої призми є прямокутний трикутник, гіпотенуза якого рівна m , а гострий кут рівний 60° . Через катет, який протилежний цьому куту, і протилежну цьому катету вершину другої основи проведено переріз, який складає кут 45° з площиною основи.

1. Доведіть, що трикутник A_1CB прямокутний.
2. Вкажіть різні способи обчислення площі основи і перерізу призми.
3. Обрахуйте площу основи призми.
4. Обрахуйте площу бічної поверхні призми.

Відповідь:

3. $\frac{m^2\sqrt{3}}{8}$.
4. $\frac{m^2(3+\sqrt{3})}{8}$.



Задача.

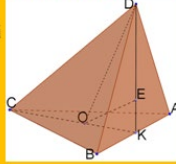
$DABC$ – правильна трикутна піраміда.

Доведіть, що:

1. Перехресні ребра DC і AB перпендикулярні.
2. $AB \perp DCK$.
3. Площини DAB і DCK перпендикулярні.
4. Перпендикуляр OE із точки O до апофеми DK являється перпендикуляром до площини DAB .

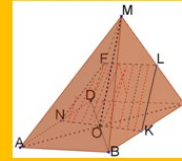
Доповніть докладним доведенням приведені

1. $AB \perp CO, AB \perp DC$
2. $AB \perp CK, AB \perp DK, AB \perp DCK$
3. $AB \perp DK, AB \subset DBA, DBA \perp DCK$
4. $OE \perp DK, OE \perp AB, OE \perp DBA$



Задача.

Кожне ребро правильної чотирикутної піраміди $MABCD$ рівне a . Через середини N, K, L ребер проведено переріз піраміди площиною.



1. Доведіть, що:

а) $NK \parallel MDC$; б) $LF \parallel KN$; в) переріз $NKLF$ – рівнобедрена трапеція.

2. Обрахуйте периметр трапеції.

3. Складіть план обрахування площі трапеції.

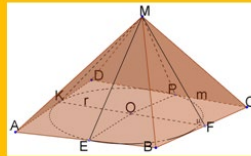
Задача.

Відомо, що бічні грані піраміди нахилені до її основи під тим же кутом φ .

Доведіть, що:

1. В основу піраміди можна вписати круг і висота піраміди проходить через центр цього круга.
2. Висоти бокових граней, які проведені із вершини піраміди рівні.
3. $S_{\text{осн.}} = S_{\text{біч.}} \cdot \cos \varphi$,

де φ – кут нахилу бічної грані до основи піраміди



ДОДАТОК Г

Вектори у просторі

Тема 4: Вектори у просторі

Вектори.

1. Вектор, його довжина:

$$\overline{AB}, \vec{a}, |\overline{AB}|, |\vec{a}|;$$

$$\overline{AA} = \vec{0}, |\vec{0}| = 0;$$

2. Колінеарні вектори:

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}.$$

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}, \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}, \vec{b} \uparrow\downarrow \vec{d}.$$

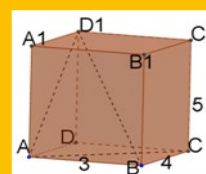
3. Рівні вектори: $\vec{a} = \vec{b}$, якщо $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$, $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -прямокутний паралелепіпед.

$$AB = 3, BC = 4, CC_1 = 5.$$

➤ Назвіть вектори, рівні векторам $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CC_1}$.

➤ Знайдіть довжини векторів $\overline{AD}, \overline{AA_1}, \overline{AD_1}, \overline{AC}, \overline{BD_1}$.



Додавання і віднімання векторів

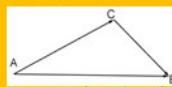
1. Сума і різниця векторів:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}, \overline{AC} = \vec{a} + \vec{b}$$



$$\overline{AC} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{CB}$$

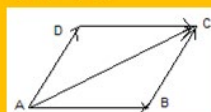


$$\overline{CB} = \vec{a} - \vec{b}, \overline{BC} = \vec{b} - \vec{a}$$

2. Закони додавання векторів:

$$\overline{AC} = \vec{a} + \vec{b}, \overline{AC} = \vec{b} + \vec{a},$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$



$$\overline{AC} = \vec{a} + \vec{b}, \overline{AD} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c},$$

$$\overline{BD} = \vec{b} + \vec{c}, \overline{AD} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

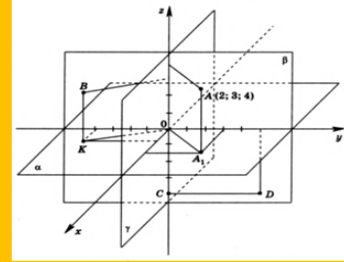


ДОДАТОК Д

Метод координат у просторі

Тема 5: Метод координат в просторі

Координати точки.



1. Поясніть, як побудувати точку А за її координатами (2; 3; 4).
1. Назвіть координати точок В, С, D, К.

Дії над векторами із заданими координатами

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \vec{a}(x; y; z), \vec{a}(x_1; y_1; z_1), \vec{b}(x_2; y_2; z_2), \vec{a} + \vec{b} = \vec{c},$$

$$\vec{c}(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2).$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}) - (x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}) = (x_1 - x_2)\vec{i} +$$

$$+(y_1 - y_2)\vec{j} + (z_1 - z_2)\vec{k},$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{d}, \vec{d}(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2),$$

$$a\vec{a} = \vec{m}, \vec{m}(ax_1; ay_1; az_1)$$

$$\text{Дані вектори } \vec{a}(-1; 2; 0), \vec{b}(0; -5; -2), \vec{c}(2; 1; -3).$$

Знайдіть координати вектора $\vec{q}(3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a})$.

Розв'язання.

$$3\vec{c}(6; 3; -9), -2\vec{b}(0; 10; 4), \vec{a}(-1; 2; 0).$$

$$\text{Координати вектора } \vec{q}(x; y; z): x = 6 + 0 - 1 = 5,$$

$$y = 3 + 10 + 2 = 15, z = -9 + 4 + 0 = -5; \vec{q}(5; 15; -5)$$

Точка перетину медіан трикутника.

М – точка перетину медіан трикутника ABC, О – початок координат.

$$A(x_1; y_1; z_1),$$

$$B(x_2; y_2; z_2),$$

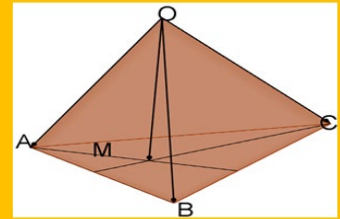
$$C(x_3; y_3; z_3),$$

$$M(x_4; y_4; z_4),$$

$$\vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$$

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3},$$

$$z = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}.$$



Кут між векторами.

Дано куб $ABCA_1B_1C_1D_1$, $AB = a$. Точка O_1 – центр грані $A_1B_1C_1D_1$

1. Знайдіть кут між векторами:

$$\vec{B_1B} \text{ та } \vec{B_1C};$$

$$\vec{B_1C} \text{ та } \vec{A_1C};$$

$$\vec{D_1A} \text{ та } \vec{B_1D_1};$$

2. Обрахуйте скалярну проекцію векторів:

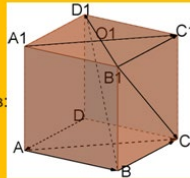
$$\vec{AD} \text{ та } \vec{B_1C};$$

$$\vec{D_1B} \text{ та } \vec{A_1C};$$

$$\vec{A_1O_1} \text{ та } \vec{A_1C_1};$$

$$\vec{AB} \text{ та } \vec{A_1C_1};$$

$$\vec{AC} \text{ та } \vec{BA}.$$



Обрахування кута між векторами.

Обрахувати кут між векторами $\vec{a}(2; 1; 2)$ і координатним вектором \vec{i} .

Розв'язання.

$$\vec{a}(2; 1; 2), \vec{i}(1; 0; 0),$$

$$\cos(\vec{a}\vec{i}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{i}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{i}|}, \vec{a} \cdot \vec{i} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 2$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3, |\vec{i}| = 1,$$

$$\cos(\vec{a}\vec{i}) = \frac{2}{3 \cdot 1} \approx 0,6667, (\vec{a}\vec{i}) \approx 48^\circ 11'.$$

Застосування скалярного добутку до розв'язання задач.

Задача. Всі ребра тетраедра ABCD рівні. Точки M, N - середини ребер AD і BC.

Доведіть, що $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

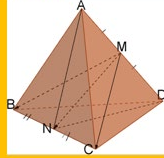
Розв'язання.

Спосіб I. BM – медіана, а значить, і висота в правильному трикутнику ABD. Тому $\overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{AD}$. Аналогічно і $\overrightarrow{MC} \perp \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$.

Відповідно, $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{AD} =$

$$\frac{1}{2}(\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(0+0)=0.$$

Спосіб II. AN=DN, як висоти рівних трикутників, тому трикутник ANB рівнобедрений. Відповідно медіана MN є також висотою цього трикутника.



Кут між прямими.

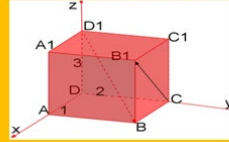
Дано прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AD=1$, $DC=2$, $DD_1=3$. Знайдіть кут між прямими CB_1 та D_1B .

Розв'язування. Введемо систему координат $Dxyz$. Розглянемо направляючі вектори $\overrightarrow{D_1B}$ та $\overrightarrow{CB_1}$ прямих D_1B та CB_1 .

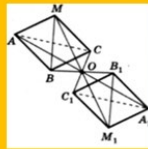
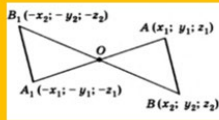
$D_1(0; 0; 3)$, $B(1; 2; 0)$, $\overrightarrow{D_1B} = \{1; 2; -3\}$, $C(0; 2; 0)$, $B_1(1; 2; 3)$, $\overrightarrow{CB_1} = \{1; 0; 3\}$.

Ухай φ – кут який шукається тоді

$$\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + (-3) \cdot 3|}{\sqrt{1+4+9} \cdot \sqrt{1+0+9}}, \quad \cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{35}}, \quad \varphi \approx 47^\circ 28'.$$



Центральна симетрія.



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2}, \quad AB = A_1B_1.$$

1. Доведіть, що центральна симетрія є рухом.
2. Дано тетраедр MABC. Побудуйте фігуру, центально – симетричну цьому тетраедру відносно точки O.

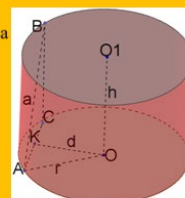
ДОДАТОК Е

Циліндр, конус та куля

Тема 6: Циліндр, конус та куля.

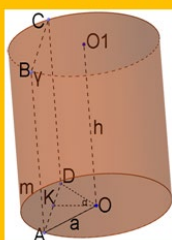
Кінці відрізка AB , рівного a , лежать на колах основи циліндра. Радіус циліндра рівний r , висота h , а відстань між прямою AB і віссю OO_1 циліндра рівна d .

1. Поясніть, як побудувати відрізок, довжина якого рівна відстані між прямими AB та OO_1 , які перехрещені.
2. Складіть і поясніть план знаходження величини d за заданими величинами a, r, h .
3. Складіть і поясніть план знаходження h за заданими величинами a, r, d .



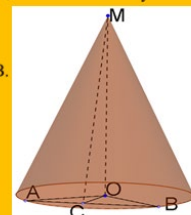
Площина γ , паралельна осі циліндра, відсікає від основи циліндра дугу AmD з градусною мірою α . Радіус циліндра рівний a , висота рівна h , відстань між віссю OO_1 циліндра і площиною γ рівна d .

1. Доведіть, що переріз циліндра площиною γ є прямокутник.
2. Поясніть як побудувати відрізок, довжина якого рівна відстані між віссю циліндра і січною площиною.
3. Знайдіть AD якщо $a = 10$ см, $\alpha = 60^\circ$ (інші варіанти: $\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 120^\circ$).
4. Складіть і поясніть план обчислення площі перерізу за даними α, h, d .



Висота конуса рівна h . Через твірні MA та MB проведена площина, яка складає кут α з площиною основи конуса. Хорда AB стягує дугу з градусною мірою β .

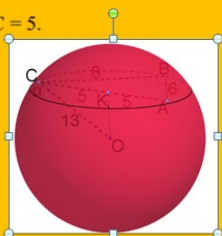
1. Доведіть, що переріз конуса площиною MAB – рівнобедрений трикутник.
2. Поясніть як побудувати лінійний кут двогранного кута, утвореного січною площиною і площиною основи конуса.
3. Знайдіть MC .
4. Складіть і поясніть план обчислення довжини хорди AB і площі перерізу MAB .
5. Покажіть на рисунку, як можна провести перпендикуляр із точки O до площини перерізу MAB .



Вершини трикутника ABC лежать на сфері, радіус, якої рівний 13 . Знайдіть відстань від центра сфери до площини трикутника, якщо $AB = 6$, $BC = 8$, $AC = 10$.

Схема розв'язку.

1. $10^2 = 6^2 + 8^2$, $\angle ABC = 90^\circ$.
2. $OK \perp \alpha$, K – центр круга, $AK = KC = 5$.
3. $OK = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$.



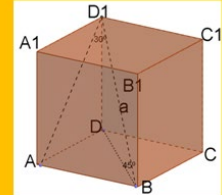
ДОДАТОК Ж

Об'єми тіл

Тема 7: Об'єми тіл.

Діагональ прямокутного паралелепіпеда рівна a і складає кут 30° з площиною бічної грані і кут 45° з площиною основи.

1. Поясніть як побудувати кут між діагоналлю паралелепіпеда і площиною бічної грані.
2. Поясніть як побудувати кут між діагоналлю паралелепіпеда і площиною основи.
3. Знайдіть довжини відрізків AB , AD_1 , DD_1 .
4. Складіть план обрахунку довжини відрізка AD і об'єму паралелепіпеда.

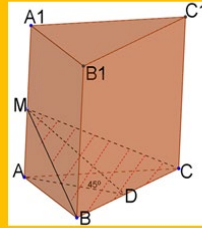


Об'єм прямої призми.

В правильній трикутній призмі $ABCA_1B_1C_1$ через сторону BC основи і середину M бічного ребра AA_1 проведено переріз, який складає кут 45° з площиною основи. Знайдіть об'єм призми, якщо сторона її основи рівна 10 см.

Розв'язання.

1. Із $\triangle ABD$ $AD = 10 \cdot \cos 30^\circ = 5\sqrt{3}$.
2. $\angle MDA = 45^\circ$ (поясніть чому).
3. В $\triangle MDA$ $AM = AD = 5\sqrt{3}$.
4. $AA_1 = 2AM = 10\sqrt{3}$.
5. $V = S_{ABC} \cdot AA_1 = \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 10\sqrt{3} = 750$.



Об'єм прямої призми і циліндра.

Дано: $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ - правильна шестигрутна призма, точка O - центр її основи, $BE_1 = 8$, $\angle E_1 B E = 60^\circ$.

Знайдіть:

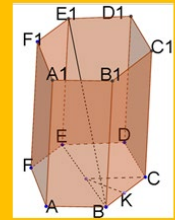
1. об'єм призми;
2. об'єм описаного навколо призми циліндра;
3. об'єм вписаного в призму циліндра.

Розв'язання. $EE_1 = 4\sqrt{3}$, $BE = 4$,

$OB = 2$, $OK = \sqrt{2}$, $S_{оспрзми} = 6\sqrt{3}$

$V_{прзми} = 72$, $V_{цил.оп.} = 16\pi\sqrt{3}$, $V_{цил.вп.} = 12\pi\sqrt{3}$

Виконавши необхідні обрахунки, перевірте правильність приведених відповідей.



Об'єм похилої призми.

Всі грані паралелепіпеда - рівні ромби зі стороною a і гострим кутом 60° . Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

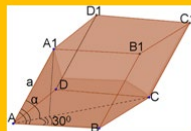
Розв'язання.

Проекцією ребра AA_1 є відрізок AK .

Нехай $\angle A_1AK = \alpha$, тоді $\cos 60^\circ = \cos \alpha \cdot \cos 30^\circ$, $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$,

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

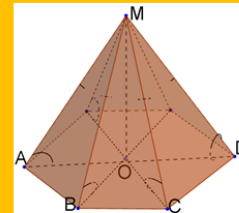
Із $\triangle AA_1K$: $A_1K = a \sin \alpha = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. $V = a^2 \sin 60^\circ \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$



Задача. Якщо бічні ребра піраміди рівні (або складають рівні кути з площиною основи), то вершина піраміди проєктується в центр кола описаного навколо основи піраміди.

Доведення.

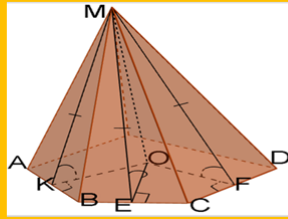
Трикутники MAO , MBO , MCO , рівні за катетом і гіпотенузою (або по катету і гострому куту). Тому $OA = OB = OC = \dots$, тобто точка O - центр кола описаного навколо піраміди.



Задача. Якщо двогранні кути при основі піраміди рівні (або висоти бічних граней, проведені із вершини піраміди), то вершина піраміди проектується в центр кола, вписаного в основу піраміди.

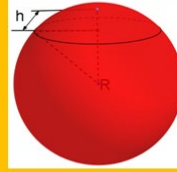
Доведення.

Трикутники $МКО$, $МEO$, $МFO$,..... рівні по катету і рівному куту (або по катету і гіпотенузі), тому $OK = OE = OF \dots$, тобто точка O – центр кола вписаного в основу піраміди.



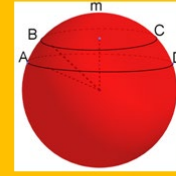
Кульовий сегмент

$$V_{\text{сегм}} = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h \right)$$



Кульовий шар

$$V_{\text{сфер}} = V_{\text{сегм}AMD} - V_{\text{сегм}BMD}$$



Кульовий сектор

$$V_{\text{секст}} = \frac{2}{3} \pi R^2 h$$

