

Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

Дипломна робота

Спеціаліст

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: «Методика застосування дослідницьких методів при вивченні теми «Теорія ймовірності та математична статистика» в профільних класах з допомогою НІТ»

Виконала: студентка V курсу, групи МЕФІ-51
напряму підготовки (спеціальності)
014.04 Середня освіта. Математика

Познаховська Діана Олегівна

Керівник канд. пед. наук, доц. Сяська Н. А.

Рецензент канд. фіз.- мат. наук, доц. Сяський В. О.

Рівне - 2017 року

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ	9
1.1 Аналіз програм та шкільних підручників з теми дослідження	9
1.3 Аналіз ймовірно-статистичної лінії у навчальній літературі	19
1.4 Основні поняття теорії ймовірності та математичної статистики.....	25
1.5 Мета, завдання і принципи організації профільного навчання	30
1.6 Основні положення профільної диференціації навчання математики.....	34
РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ МЕТОДІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА» З ДОПОМОГОЮ НІТ	42
2.1 Methodика вивчення теоретичних положень з теми «Теорія ймовірності та математична статистика»	42
2.2 Methodика розв'язування вправ за допомогою НІТ.....	46
2.3 Організація, проведення та результати експерименту.....	60
ВИСНОВКИ.....	63
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	67
ДОДАТКИ.....	95

ВСТУП

В останні десятиріччя інтерес до статистики значно посилюється, оскільки виявилось, що багато проблем теорії інформації, складання та декодування шифрів, проблем, пов'язаних з розробкою оптимальних планів, тобто проблем багатьох галузей людської діяльності мають статистичний характер. У зв'язку з цим зараз, у період швидкого процесу комп'ютеризації суспільства, розвитку інформаційних мереж різного рівня та призначення, переходу до ринкових відносин в економіці, на виробництві, суспільство зацікавлене в тому, щоб рівень математичної освіти молоді відповідав вимогам часу. Людина постійно потрапляє до ситуацій планування своєї діяльності, вибору та прийняття оптимального рішення, його зміни в залежності від зовнішніх обставин. Більш успішно це робитиме людина з розвиненим комбінаторним мисленням. Тому елементи статистики включено в зміст освіти як важливу складову математичної культури кожного учня.

Сучасний курс шкільної математики з необхідністю включає в себе вивчення стохастичної лінії. Ця тема не є тривіальною з позицій методики навчання математики, тому вчителі усіляко намагаються спростити її сприйняття учнями. Для цього залучаються різні засоби, серед яких окремою групою варто виділити спеціалізовані комп'ютерні середовища, у яких передбачено швидке моделювання і розрахунки характеристик різних вибірок. Разом з тим методична підтримка використання таких засобів обмежена, у періодичній літературі та провідних фахових виданнях ця проблема майже не піднімається та не систематизується, що ускладнює вибір як вчителів, так і учнів щодо залучення комп'ютерного інструментарію до розв'язування типових задач курсу статистики.

Актуальність включення елементів статистики та теорії ймовірностей до змісту шкільного курсу математики визнана математиками, методистами, цей розділ увійшов до навчальних програм. Так, у програму з математики для 5 класу згідно з концепцією математичної освіти 11-річної школи включено розв'язування статистичних задач. Програмою для класів з поглибленим

вивченням математики передбачено вивчення статистики у 8 та 9 класах, але чинні підручники не містять відповідних розділів. Спостерігаються позитивні зміни для основної школи. Однак вітчизняного досвіду вивчення статистики та теорії ймовірностей в основній школі, по суті, не існує. Не розроблено в належній мірі методичне забезпечення в умовах рівневої та профільної диференціації. Стохастичні знання можуть стати зняряддям математичного мислення тільки за умови їх послідовного й систематичного формування протягом усього курсу вивчення математики.

Найважливіші положення теорії пізнання й розвитку мислення, діяльнісної концепції навчання, системного, комплексного та особистісно орієнтованого підходу до навчально-виховного процесу розглядались у роботах Л. Виготського, П. Гальперіна, В. Давидова, І. Лернера, С. Рубінштейна та ін. Теорії проблемного та розвиваючого навчання присвячені роботи Д. Ельконіна, Л. Занкова, З. Калмикової, М. Махмутова, І. Якиманської та ін. Наукові здобутки з методики навчання статистики відображені в дослідженнях Я. Бродського, Н. Віленкіна, Б. Гнеденка, А. Колмогорова, О. Маркушевича, З. Слєпкань, А. Столяра, з проблеми розвитку пізнавальної активності та управління процесом навчання - у роботах Д. Богоявленської, Є. Кабанової-Меллер, Н. Менчинської, Н. Талізіної та ін. Сучасним концепціям комп'ютерної підтримки навчального процесу присвячені дослідження Ю. Горошка, М. Жалдака, Ю. Машбиць, Н. Морзе та ін.[2]. Проте не всі питання виявились достатньо повно розкритими. Зокрема, актуальними є використання дослідницьких методів за допомогою педагогічних програмних засобів у профільних математичних класах.

Профільне навчання потребує цілеспрямованого формування контингенту учнів, розробки відповідного навчально-методичного забезпечення за кожним напрямом навчання, використання специфічних форм і методів роботи з учнями, що мають підвищену мотивацію до навчання, вимагає відповідної перепідготовки і підвищення кваліфікації вчителя, модернізації матеріально-технічної бази. Навчання у профільному класі з поглибленим вивченням

математики повинно давати учням глибокі математичні знання і широкий математичний розвиток на базі основного курсу математики. Головний принцип, який визначає математичну підготовку у класах цього профілю, – принцип поступового моделювання професійної діяльності математика. Для реалізації вищезазначених особливостей вивчення математики у профільних класах необхідно детально розробляти методику викладання різних тем відповідно до профілю із застосуванням творчих методів навчання і, зокрема, новітніх інформаційних технологій.

З проблемою оновлення змісту освіти, що належить до розряду вічних, вже не можуть не рахуватись і безпосередні учасники навчального процесу – учителі і організатори шкільної освіти, суспільство в цілому. Гострота цієї проблеми викликана, як мінімум, такими обставинами:

- гуманізацією та демократизацією освіти, переводом її на культурно-творчу основу;
- рівневою та профільною диференціацією навчання математики;
- змінами, які відбулися в математиці в середині ХХ ст. і пов'язані з появою ЕОМ;
- поширенням різних типів загальноосвітніх закладів.

Тому відповідно проблема оновлення змісту математичної освіти на сучасному етапі розвитку суспільства набуває якісно нового аспекту.

Аксіомою, яка перевірена всією історією людства, є твердження: людина – головний цілісний орієнтир і міра всього в житті суспільства. Ця аксіома має безпосереднє відношення до життя будь-якого закладу освіти. Особистість учня – головний ціннісний орієнтир у діяльності школи. Сьогодні, як ніколи, вчитель повинен навчитися бачити в учневі особистість, розуміти всю складність і багатогранність її структури, враховувати вікові особливості, виявляти в учня спадкові, набуті нахили, здібності й можливості, створювати максимально сприятливі умови для їх розвитку. Тільки за таких умов учитель може по-справжньому ефективно керувати процесом навчання, розвитку й виховання

учня як особистості, контролювати цей процес, надавати йому відповідних стимулів й вносити корективи.

Отже, методичний аспект проблем навчання статистики в основній школі досліджений недостатньо. Саме тому наше дослідження присвячене цій актуальній проблемі “Методика застосування дослідницьких методів при вивченні теми «Теорія ймовірності та математична статистика» у профільних класах з допомогою НІТ”.

Об’єкт дослідження – процес навчання математики учнів основної школи.

Предмет дослідження – Методика застосування дослідницьких методів при вивченні теми «Теорія ймовірності та математична статистика» у профільних класах з допомогою НІТ.

Мета дослідження – на основі вивчення та узагальнення вітчизняного і зарубіжного досвіду, психолого-педагогічної та методичної літератури, педагогічного експерименту розробити методику застосування дослідницьких методів при вивченні теми «Теорія ймовірності та математична статистика» у профільних класах з допомогою НІТ.

Гіпотеза дослідження: якщо систематично й послідовно формувати знання та вміння з теорії ймовірності та математичної статистики засобом спеціально дібраної системи теоретичних відомостей і відповідних вправ та задач, то це сприятиме:

- активізації навчальної діяльності учнів;
- розвитку логічного, зокрема статистичного мислення;
- підвищенню успішності та якості знань учнів.

Методологічну основу дослідження становлять найважливіші положення теорії пізнання й розвитку мислення, діяльнісної концепції навчання, системного, комплексного та особистісно орієнтованого підходу до навчально-виховного процесу (Л. Виготський, П. Гальперін, В. Давидов, І. Лернер, С. Рубінштейн та ін.), теорії проблемного та розвиваючого навчання (Д. Ельконін, Л. Занков, З. Калмикова, М. Махмутов, І. Якиманська та ін.),

наукові здобутки з методики навчання статистики (Я. Бродський, Н. Віленкін, Б. Гнеденко, А. Колмогоров, О. Маркушевич, З. Слєпкань, А. Столяр, М. Ядренко та інші.), з проблеми розвитку пізнавальної активності та управління процесом навчання (Д. Богоявленська, Є. Кабанова-Меллер, Н. Менчинська, Н. Тализіна та ін.), з методики навчання математики в школі (Г. Бевз, М. Бурда, Я. Грудьонов, Ю. Колягін, З. Слєпкань, М. Шкіль, В. Швець та ін.), сучасні концепції комп'ютерної підтримки навчального процесу (Ю. Горошко, М. Жалдак, Ю. Машбиць, Н. Морзе та інші).

Для з'ясування стану проблеми в педагогічній теорії, визначення психолого-педагогічних і методичних передумов формування статистичних знань та вмінь в учнів основної школи, розробки методичної системи навчання статистики в основній школі застосовувались такі **теоретичні методи**: аналіз наукової, психолого-педагогічної, методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження; змісту програм, підручників, що містять тему “Елементи статистики та теорії ймовірності”; порівняння, узагальнення, систематизація теоретичного і практичного матеріалу.

У процесі впровадження розробленої методичної системи та перевірки її ефективності застосовувались такі **емпіричні методи**: бесіди з учителями, учнями; спостереження за процесом навчання; анкетування; систематизація та узагальнення педагогічного досвіду вчителів; аналіз ефективності дидактичних засобів та сучасних інформаційних технологій навчання; педагогічний експеримент; аналіз і опрацювання отриманих у ході дослідження результатів.

Теоретичне значення полягає в обґрунтуванні доступності та доцільності послідовної реалізації положення концепції змісту математичної освіти в 11-річній школі та Державного стандарту базової та повної середньої освіти в освітній галузі “Математика” про включення до змісту шкільної освіти наскрізної статистичної змістової лінії, у визначенні теоретичних основ формування статистичних знань та вмінь в учнів основної школи, у розробці методичних вимог до системи навчальних завдань.

Практичне значення: розроблено та експериментально перевірено ефективність методики, спрямованої на послідовне вивчення математичної статистики та теорії ймовірності в основній школі, зокрема, системи теоретичних знань, вправ і задач статистичного характеру та методичних рекомендацій з їх використання.

Апробація результатів дослідження. Прийняла участь у роботі X Міжнародної конференції "Наука, освіта, суспільство очима молодих" (м. Рівне, 2017р.), з тезами на тему «Методика застосування дослідницьких методів при вивченні теми «Теорія ймовірності та математична статистика» в профільних класах з допомогою НІТ». Прийняла участь у щорічній науковій конференції викладачів, аспірантів та студентів РДГУ.

Структура і обсяг роботи. Робота складається з вступу, двох розділів, висновку, списку з 293 найменувань використаних джерел і додатків. Повний обсяг роботи 119 стор., в тому числі, 65 стор. основного тексту.

РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Аналіз програм та шкільних підручників з теми дослідження

У 7—9 класах вивчається два математичні курси: алгебра і геометрія. Основними завданнями курсу алгебри є вдосконалення обчислювальних навичок школярів, формування формально-оперативних умінь (виконання тотожних перетворень цілих і дробових виразів, розв'язування рівнянь і нерівностей та їх систем), достатніх для вільного їх використання у вивченні математики і суміжних предметів, а також у процесі розгляду різноманітних практичних застосувань математичного знання. Важливе завдання полягає у залученні учнів до використання рівнянь і розгляду функцій як засобів математичного моделювання реальних процесів і явищ, розв'язування на цій основі прикладних та інших задач. У процесі вивчення курсу посилюється роль обґрунтувань математичних тверджень, індуктивних і дедуктивних міркувань, формування різного роду алгоритмів, що має сприяти розвитку логічного мислення і алгоритмічної культури школярів. На цьому етапі шкільної математичної освіти завершується формування поняття дійсного числа. До відомих учням числових множин долучається множина ірраціональних чисел. Основу курсу становлять перетворення цілих і дробових раціональних та ірраціональних виразів. Розглядається поняття степеня з цілим показником та його властивості. Істотного розвитку набуває змістова лінія рівнянь та нерівностей. Відомості про рівняння доповнюються поняттям рівносильних рівнянь. Процес розв'язування рівняння трактується як послідовна заміна даного рівняння рівносильними йому рівняннями. На основі узагальнення відомостей про рівняння, здобутих у попередні роки, вводиться поняття лінійного рівняння з однією змінною. Крім лінійних, передбачено вивчення квадратних рівнянь, рівнянь зі змінною в знаменнику та окремих видів рівнянь, що зводяться до квадратних. Розглядаються системи лінійних рівнянь та рівнянь другого степеня з двома змінними. Щодо останніх, то увага зосереджується на системах, де одне рівняння — другого степеня, а друге — першого степеня. Передбачається розгляд лише простіших систем рівнянь, у

яких обидва рівняння другого степеня. Значне місце відводиться застосуванню рівнянь до розв'язування різноманітних задач. Важливе значення надається усвідомленому формуванню алгоритму розв'язування задачі за допомогою рівняння і його реалізації. Рівняння і задачі з їх допомогою розв'язують під час вивчення кожної теми програми. Елементарні відомості про числові нерівності доповнюються і розширюються за рахунок вивчення властивостей числових нерівностей, розгляду лінійних нерівностей з однією змінною та квадратних нерівностей і їх розв'язування. Розглядається розв'язування систем двох лінійних нерівностей з однією змінною. У сьомому класі вводиться одне з фундаментальних математичних понять — поняття функції. Тут же розглядається лінійна функція та її графік. Згодом ці відомості використовуються для графічної ілюстрації розв'язування лінійного рівняння з однією змінною, а також системи двох лінійних рівнянь з двома змінними. Інші види функцій розглядаються у зв'язку з вивченням відповідного матеріалу, що стосується решти змістових ліній курсу. Зокрема, у 8 класі в темах — Рациональні вирази та — Квадратні корені учні ознайомлюються з функціями $y = kx$ і $y = x^2$ та їх властивостями. У 9 класі розглядається квадратична функція. Вивчення її властивостей пов'язується з розв'язуванням квадратних нерівностей. Таким чином, функціональна лінія пронизує весь курс алгебри основної школи і розвивається у тісному зв'язку з тотожними перетвореннями, рівняннями і нерівностями. Властивості функцій встановлюються за їх графіками, тобто на основі наочних уявлень, і лише деякі властивості обґрунтовуються аналітично. У міру оволодіння учнями теоретичним матеріалом кількість властивостей, що підлягають вивченню, поступово збільшується. Під час вивчення функцій чільне місце відводиться формуванню умінь будувати і читати графіки функцій, характеризувати за графіками функцій процеси, які вони описують. Прикладна спрямованість вивчення функцій, рівнянь, нерівностей та іншого матеріалу доповнюється окремими аспектами, пов'язаними з ознайомленням учнів з відсотковими розрахунками, початковими елементарними поняттями теорії ймовірностей і статистики [28].

Один з найважливіших аспектів модернізації змісту математичної освіти полягає у включенні до шкільних програм елементів статистики і теорії ймовірностей. Це обумовлено роллю, яку відіграють ймовірнісно-статистичні знання в загальноосвітній підготовці сучасної людини. Без мінімальної ймовірнісно-статистичної грамотності важко адекватно сприймати соціальну, політичну, економічну інформацію та приймати на її основі обгрунтовані рішення.

Вивчення елементів комбінаторики, статистики та теорії ймовірностей в основній школі стало обов'язковим після затвердження компонента державного стандарту загальної освіти. Міністерство освіти України у курс «Елементи комбінаторики, статистики та теорії ймовірностей» в основній школі почали викладати з 2003/2004 навчального року.

При цьому пропонується орієнтуватися на такий зміст:

1. Розв'язування комбінаторних завдань: перебір варіантів, підрахунок числа варіантів за допомогою правила множення.
2. Представлення даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків. Діаграми Ейлера.
3. Середні результати вимірювань.
4. Поняття і приклади випадкових подій. Частота події, ймовірність.
5. Рівноможливі події і підрахунок їх вірогідності. Уявлення про геометричну ймовірність.

Перераховане коло питань являє собою деякий мінімум, доступний учням основної школи і достатній для формування у них первинних ймовірнісно-статистичних уявлень [25].

Державним стандартом освіти передбачено обов'язковий мінімум і викладені основні вимоги до рівня підготовки випускників.

Для основної загальної освіти з теми «Елементи логіки, комбінаторика, статистика і теорія ймовірностей» на даний момент встановлений наступний обов'язковий мінімум: Множини і комбінаторика. Нескінченність, елементи множини. Підмножини. Об'єднання і переріз множин.

Діаграми Ейлера. Приклади розв'язування комбінаторних завдань: перебір варіантів, правило множення.

Статистичні дані. Подання даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків. Середні результати вимірювань.

Поняття та приклади випадкових подій. Імовірність. Частота подій, ймовірність. Рівноможливі події і підрахунок їх вірогідності. Уявлення про геометричну ймовірність [285].

Вимоги до рівня підготовки випускника:

- У результаті вивчення математики учень повинен знати і розуміти імовірнісний характер багатьох закономірностей навколишнього світу, приклади статистичних закономірностей і висновків.
- У результаті вивчення елементів логіки, комбінаторики, статистики та теорії ймовірностей учень повинен вміти:
 - Витягувати інформацію представлену в таблицях, на діаграмах, графіках; складати таблиці, будувати діаграми і графіки.
 - Розв'язувати комбінаторні задачі шляхом систематичного перебору можливих варіантів, а також з використанням правила множення.
 - Обчислювати середнє значення результатів вимірювань
 - Знаходити частоту події, використовуючи власні спостереження і готові статистичні дані
 - Знаходити вірогідність випадкових подій у найпростіших ситуаціях.
- Використовувати набуті знання і вміння в практичній діяльності та повсякденному житті для:
 - Аналізу реальних числових даних, подання у вигляді діаграм, графіків, таблиць
 - Розв'язування навчальних і практичних завдань, що вимагають систематичного перебору варіантів,
 - Порівняння шансів настання випадкових подій, оцінки ймовірності випадкової події в практичних ситуаціях, зіставлення моделі з реальною ситуацією [33].

1.2 Психолого-педагогічні умови вивчення елементів стохастики в основній школі

Про важливість вивчення в школі елементів теорії ймовірностей і статистики мова йде дуже давно. І автори багатьох статей вказують на необхідність введення стохастичної лінії в основну школу. Бунімович Е.А [2] на захист цієї необхідності наводить такі аргументи:

1. Соціально-економічна ситуація.

«Потрібно навчити дітей жити в ймовірнісній ситуації. Тобто потрібно навчити їх використовувати, аналізувати й обробляти інформацію, приймати обгрунтовані рішення в різноманітних ситуаціях з випадковими результатами. Орієнтація на багатоваріантність можливого розвитку реальних ситуацій і подій, на формування особистості, здатної жити і працювати в складному, постійно мінливому світі, з неминучістю вимагає розвитку ймовірнісно-статистичного мислення у підростаючого покоління».

2. Універсальність імовірнісних законів.

«Вони стали основою опису наукової картини світу. Сучасна фізика, хімія, біологія, демографія, соціологія, лінгвістика, філософія, весь комплекс соціально-економічних наук побудований і розвивається на ймовірнісно-статистичній базі.

Підліток у своєму житті щодня стикається з ймовірними ситуаціями. Гра і азарт становлять істотну частину життя дитини. Коло питань, пов'язаних з співвідношеннями понять «ймовірність» і «достовірність», проблема вибору найкращого з кількох варіантів розв'язання, оцінка ступеня ризику і шансів на успіх, уявлення про справедливість і несправедливість в іграх і в реальних життєвих колізіях - все це, безсумнівно, знаходиться у сфері реальних інтересів підлітка » [233].

3. Розвиваюча роль стохастики.

«Викладання будь-якого розділу математики плідно позначається на розумовому розвитку учнів, оскільки прищеплює їм навички ясного логічного мислення, що оперує чітко визначеними поняттями. Все сказане повною мірою

відноситься і до викладання теорії ймовірностей, але навчання «законам випадку» грає дещо більшу роль і виходить за рамки звичайного. Слухаючи курс теорії ймовірності, учень пізнає, як застосовувати прийоми логічного мислення в тих випадках, коли доводиться мати справу з невизначеністю (а такі випадки виникають на практиці майже завжди)»[138].

4. Прикладний характер законів теорії ймовірностей.

«Висновки теорії ймовірностей знаходять застосування у повсякденному житті, науці, техніці і т.д. У повсякденному житті нам постійно доводиться стикатися з випадковістю, і теорія ймовірностей вчить нас, як діяти раціонально з урахуванням ризику, пов'язаного з прийняттям окремих рішень. Яскравим прикладом застосування теорії ймовірностей у повсякденному житті може служити вибір найбільш доцільної форми страхування. При плануванні, наприклад, сімейного бюджету часто доводиться оцінювати витрати, що носять певною мірою випадковий характер. Знайомство на тому чи іншому рівні із законами випадку необхідно кожному. Застосування теорії ймовірностей в науці, техніці, економіці і т.д. набуває все більшого значення. Саме тому у все більшій кількості людей в процесі роботи виникає необхідність у вивченні теорії ймовірностей. Сучасна освічена людина незалежно від професії та роду занять повинна бути знайома з найпростішими поняттями теорії ймовірностей. У наші дні, коли прогноз погоди містить повідомлення про ймовірність дощу на завтра, кожен повинен знати, що власне це означає».

5. Взаємозв'язок математики з дійсністю.

Крім значення навчання елементам стохастичності, не менше уваги приділено питанням про те, що саме і яким чином вивчати школярам. Виникає багато питань про зміст, методи, засоби. Різні дослідження пропонують різні методичні рекомендації.

Бунімович Є.А.[2] робить такі методичні рекомендації при розгляді деяких питань теорії ймовірностей. «На першому етапі навчання можна відзначити, що події достовірні і неможливі краще не відносити до випадкових подій. Досвід викладання цього матеріалу показав, що школярам 10-12 років

важко вважати випадковими ті події, які відбуваються завжди, або не відбуваються ніколи. Поняття випадкової події відповідно уточнюється на більш пізніх ступенях навчання. Щоб довести, що дана подія - випадкова, пропонується привести приклад такого результату, коли подія відбувається, і приклад такого результату, коли він не відбувається.

Необхідно розвинути в учнів розуміння ступеня випадковості різних явищ і подій. Якісна оцінка ймовірності події призводить до того, що під час обговорення в класі на одне і теж саме запитання може бути дано кілька різних відповідей, які можуть вважатися вірними, що незвично на уроці математики і для учня, і для вчителя. Наприклад, при обговоренні ймовірності настання події «вам подарують на день народження собаку» учні в залежності від особистих обставин можуть дати відповіді: «Це мало ймовірне подія», «Це дуже можлива подія», «Це достовірна подія».

При вирішенні таких завдань головне - приводиться аргументація, розуміння школярем сенсу використовуваних понять. Якщо аргументація цілком логічна і розумна, відповідь слід вважати правильною» [2].

Про формування первинних стохастичних уявлень говорить Селютіна В.Д. [31].

«5-6 класи є підготовчим етапом, перед вивченням стохастики, тут йде процес «інтуїтивних накопичень». Як же слід організувати цей процес? Перш за все, шляхом експерименту, проведеного самими учнями. Як стверджує А. Плоцьк [31], «із-за своєї специфіки стохастика може бути математикою, що розуміється кожним учнем як математика, відкрита ним самим». Одна з найважливіших цілей навчання школярів елементам стохастики полягає в цілеспрямованому розвитку ідеї про те, що в природі наявні статистичні закономірності. Важливо допомогти учням правильно усвідомити реальну дійсність, відкрити для себе імовірнісну природу навколишнього світу, показати, що у світі випадків можна не тільки добре орієнтуватися, але й активно діяти.

За допомогою яких же засобів можна організувати формування первинних стохастичних уявлень школярів? До таких можна віднести:

1. стохастичні ігри,
2. експерименти з випадковими наслідками, статистичні дослідження,
3. уявні статистичні експерименти і моделювання [293].

Для проведення експериментів можливе використання підручних засобів: кубики, гудзики, кнопки, саморобні вертушки і т.п. З введенням стохастичної лінії в основний курс середньої школи, згодом мають з'явитися і мінімальні набори математичного демонстраційного навчального обладнання». [31]

Проводячи експерименти, учні можуть помітити, що ті чи інші події відбуваються частіше або рідше, щодо інших. Таким чином, можна перейти до поняття частоти, а потім і до статистичного визначення ймовірності. При класичному підході визначення поняття ймовірності для деяких подій зводиться до простішого поняття - рівноможливих елементарних подій. А це поняття ґрунтується на інтуїтивній уяві людиною тих умов випробування, які начебто достовірно визначають цю рівноможливість. Але не кожне випробування піддається такій уяві. Наприклад, не може бути й мови про рівноможливі результати випробування, що складаються в підкиданні неправильної гральної кістки, центр ваги якої свідомо усунутий з геометричного центру.

З цього випливає обмеження застосування класичної ймовірності. Класичне визначення ймовірності «працює» лише тоді, коли є кінцеве число рівноможливих результатів. На практиці ми часто зустрічаємося з ситуаціями, де немає симетрії, яка зумовлює рівноможливі результати. У таких випадках доводиться визначати ймовірність частотним шляхом (статистична ймовірність) [34].

Щодо вивчення комбінаторики, теж немає єдиної думки.

У статті Ткачової М.В. [35] містяться такі зауваження з навчання комбінаториці.

«На першому етапі при вивченні комбінаторики слід виробити в учнів уміння складати комбінаторні набори і почати з самого простого - складання комбінаторних наборів методом безпосереднього перебору. У віці 11-12 років діти здатні вирішувати найпростіші комбінаторні задачі на цілеспрямований перебір невеликого числа елементів певної множини і складати всілякі комбінації (з повтореннями і без повторень) з 2-3 елементів. Операція перебору розкриває ідею комбінування, служить основою для формування комбінаторних понять і хорошою підготовкою до введення комбінаторних формул і закономірностей [49].

Після того як учні навчаться складати набори з елементів заданої множини із заданою властивістю, на перший план виходить завдання з підрахунку кількості можливих наборів. Такі комбінаторні завдання вирішуються за допомогою міркувань, розкриваючи принцип множення. Але акцент потрібно зробити не на формальному його застосуванні, а на змістовних міркуваннях і розумінні суті поставленого в задачі питання. Принцип множення в подальшому використовується для виведення формул.

Часто підрахунок варіантів полегшують графи. Одним з видів графів є дерево можливих варіантів, що є гарною наочною ілюстрацією правила множення [59].

Таким чином, побудова дерева можливих варіантів є одним із способів вирішення комбінаторних завдань. Така наочність допомагає краще зрозуміти принципи складання наборів (допомагає складати і впорядковувати набори). Але таку наочність можливо використовувати в задачах з невеликою кількістю можливих варіантів, або в задачах, для яких дерево можливих варіантів є правильним.

Метод перебору, принцип множення і побудова дерева можливих варіантів - це всі методи, які дозволяють вирішувати комбінаторні завдання без використання формул. Відсутність формул при вирішенні комбінаторних завдань дозволяє учням краще зрозуміти суть розв'язання, краще освоїти способи складання і підрахунку можливих наборів. Вже після цього можна

вивести або ввести деякі формули, які учень повинен застосовувати усвідомлено і розуміти принцип їх дії ». [35]

Спірним залишається питання і про введення основних комбінаторних понять: комбінації, перестановки та розміщення. Чи всі вводити, чи потрібно вводити їх означення, чи достатньо опису.

На даний момент можна говорити про наявність деякого досвіду з даної теми. Так як цим питанням займаються вже давно, то природно, що були зроблені деякі спроби введення цього матеріалу або хоча б його елементів.

У статті Бунімович Є.А. [2] розповідається про експерименти проведені автором на базі гімназій з профільним вивченням математики. У них досліджувалися ймовірнісні уявлення школярів старших профільних класів, які ще не вивчали ймовірнісний розділ. Результати дослідження показали, що навіть добрі знання і розуміння інших розділів математики саме по собі не забезпечує розвитку ймовірнісного мислення. Також досвід показав, що у віці початкових класів ще багато чого в уявленнях учня про світ недостатньо сформовано, не вистачає і математичного апарату для пояснення уявлень про ймовірність. У той же час основи описової статистики, таблиці та стовпчасті діаграми, а також основи комбінаторики можливо і навіть необхідно вводити в курс початкової школи. А починати виклад основ теорії ймовірності в старших класах - малоефективно [2].

Ткачовою М.В., Васильковою Є.М. і Чуваєвою Т.В. був проведений експеримент про готовність учнів до вивчення стохастики, результати представлені в їхній статті [37]. На основі проведених експериментів були зроблені наступні висновки: в 5 класі у дітей досить високий рівень комбінаторного мислення, а потім якщо протягом 6-7 класів його не розвивати, то навички розв'язання комбінаторних задач істотно знижуються. Більшість учнів 5-6 класів готові до сприйняття поняття ймовірність у класичному і геометричному тлумаченні. Бажано навчати дітей 5-6 класів самостійну цілеспрямованому збору інформації про явища оточуючого їх життя, підрахунку даних у невеликих вибірках [67].

1.3 Аналіз ймовірно-статистичної лінії у навчальній літературі

При введенні будь-якої нової теми, будь-якого нового питання в основний курс школи постає проблема викладу даного питання в шкільних підручниках.

До реалізації нового змісту у діючих підручниках автори підійшли по-різному. В одних підручниках елементи стохастики включені в основний зміст окремими параграфами. Автори ж інших підручників видають новий зміст у формі вкладишів - додаткових глав до своїх посібників.

Здійснимо огляд підручників математики з точки зору вивчення теми «Теорія ймовірності та елементи математичної статистики».

Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., «Математика 5», Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М. «Математика 6» [9.10].

У 5 класі остання глава «введення в імовірність» містить 2 параграфу. У одному параграфі розглядаються достовірні, неможливі і випадкові події. У ній наведено завдання на визначення характеру події (достовірне, неможливе чи випадкове). У другому параграфі розглядаються комбінаторні задачі, які розв'язуються методом перебору можливих варіантів.

У 6 класі автори знайомлять з поняттям ймовірність. Дані вправи на визначення ступеня ймовірності тієї чи іншої події, виконувати які учні повинні з опорою на інтуїцію. У наступному пункті вводиться класичне визначення ймовірності. Розглядаються завдання, в яких для обчислення ймовірності використовують комбінаторне правило множення.

Авторами вводиться лише класичне визначення ймовірності і абсолютно не розглядається поняття частоти. А більш логічно і доцільно вводити класичне визначення на основі частотного.

Деякі навчальні комплекти доповнилися додатковими навчальними посібниками, які містять матеріал по Стохастичі. Макаричев Ю.М., Міндюк Н.Г. [14]

«Алгебра: елементи статистики і теорії ймовірностей». Під редакцією Теляковського С.А.

Цей навчальний посібник призначений для учнів 7-9 класів.

Книга складається з чотирьох параграфів. У кожному пункті містяться теоретичні відомості та відповідні вправи. У кінці пункту наводяться вправи для повторення. До кожного параграфу даються додаткові вправи більш високого рівня складності в порівнянні з основними вправами [143].

У 7 класі матеріал об'єднаний в параграф «статистичні характеристики», який знайомить з найпростішими статистичними характеристиками (середнє арифметичне, мода, медіана, розмах). Вправи до параграфу можна розділити на 2 групи. Першу групу складають завдання на відшукування розглянутих характеристик і тлумачення їх практичного сенсе [27].

До другої групи належать завдання, які вимагають не тільки знання визначень досліджуваних статистичних характеристик, а й умінь проводити необхідні міркування, використовувати раніше введений алгебраїчний апарат.

Матеріал, що вивчається у 8 класі також об'єднаний в один параграф «Статистичні дослідження», де розглядаються питання організації статистичних досліджень та наочного подання статистичної інформації (таблиці частот). Спочатку повторюються основні статистичні характеристики. Вводяться нові поняття: інтервальний ряд, суцільне і вибіркоче дослідження, вибірка, генеральна сукупність, репрезентативність. Знайомство з новими видами наочної інтерпретації результатів статистичних досліджень - полігонами і гістограмами [173].

Найбільший обсяг матеріалу припадає на 9 клас. Тут є 2 параграфи.

«Елементи статистики і ймовірність».

У навчальному посібнику для 7-9 класів міститься:

1 Глава «Введення в комбінаторику» (7 клас) починається з історичних комбінаторних задач про магічні та латинські квадрати та інші. Потім розглядаються пункт різні комбінації з трьох елементів, де розглядаються комбінації, перестановки та розміщення, але вводити самі терміни не обов'язково. Розглядається таблиця підрахунку варіантів, яка підводить до правила множення. Також розглядаються графи, але лише як засіб

підрахунку можливих варіантів. Ця глава має і додаткові параграфи - перестановки і розбиття на дві групи, висунення гіпотез.

2 Глава «Випадкові події» (8 клас).

Спочатку розглядаються події: достовірні, неможливі, випадкові, спільні та несумісні, рівноможливі. У наступному пункті вводиться відразу класичне визначення ймовірності, після чого розглядається роз'язання імовірнісних задач за допомогою комбінаторики. Далі як додатковий пункт розглядається геометрична ймовірність. Вводиться поняття протилежних подій і їх вірогідність. Поняття відносної частоти і статистичне визначення ймовірності вводиться вже в кінці розділу. І завершується додатковим пунктом - тактика ігор [29].

3 глава «Випадкові величини» (9 клас).

Вводяться поняття випадкової величини - дискретної і безперервної. Розглядаються таблиці розподілу значень випадкової величини та графічне представлення (полігони). Далі розглядаються такі поняття як генеральна сукупність і вибірка, мода, медіана, розмах. А завершується глава додатковими пунктами, в яких розглядаються відхилення від середнього, дисперсія, середнє квадратичне відхилення і правило трьох сигм.

Виклад деяких питань у цьому навчальному посібнику не зовсім вдалі. По-перше, класичне означення ймовірності вводиться до того як розглядається поняття частоти і статистичне означення ймовірності. По-друге, в розділі про випадкові величини з найпростішими статистичними характеристиками знайомлять вже в останню чергу, адже саме їх учень може використовувати при аналізі статистичної інформації. По-третє, в підручнику взагалі мало уваги приділено роботі зі статистичними даними.

В кінці підручника містяться короткі методичні рекомендації для вчителя. Також методичні рекомендації до першого розділу даного навчального посібника можна знайти у статті Ткачової [38].

На даний момент одним з діючих підручників у школі є підручник Мерзляка [23], до нього також є додаткові глави для 7-9 класів.

«Події, ймовірності, статистична обробка даних».

Перші два параграфи присвячені комбінаториці. Починається з розгляду простих комбінаторних завдань, розглядається таблиця можливих варіантів, яка показує принцип правила множення. Потім розглядаються дерева можливих варіантів і перестановки. Після теоретичного матеріалу йдуть вправи по кожному з підпунктів [157].

Наступний параграф - вибір декількох елементів, в якому розглядаються сполуки. Спочатку виводиться формула для 2-ох елементів, потім для трьох, а потім спільна для n елементів.

Третій параграф - випадкові події та їх вірогідність. Вводиться класичне означення ймовірності.

Четвертий параграф присвячений статистиці. Розглядається угруповання інформації у вигляді таблиць. У цьому розділі вводиться багато нових термінів, і автори оформили їх у вигляді таблиці, де крім визначень йде ще і опис цих термінів. Далі розглядається таблиця розподілу та її графічне представлення (багатокутник розподілів), нормальний розподіл. Числові характеристики вибірки (середнє арифметичне, мода, медіана). Наступний пункт - експериментальні дані та ймовірності подій, в якому йдеться про зв'язок між імовірністю та експериментальними статистичними даними, після чого вводиться визначення статистичної ймовірності [172].

І завершує підручник параграф, що містить матеріал з наступних питань: схема Бернуллі (при розгляді двох можливих результатів), обчислення ймовірності за допомогою функції ϕ , закон великих чисел.

У цьому навчальному посібнику дуже мало уваги приділено теорії ймовірностей. Цей підручник нагадує підручник Ткачової. У ньому також в першу чергу вводиться класичне означення ймовірності, і вже набагато пізніше вводиться статистичне означення, пов'язане з експериментальними статистичними даними. Статистичні характеристики вводяться для вибірки і після розгляду питання про розподіл значень випадкової величини. Комбінаторний матеріал викладено більш вдало, зауваження по даному

навчальному посібнику містяться в статті Студенецької і Фадєєвої [32]. Підручник Тюріна Ю.М., Макарова А.А. та ін [39]

«Теорія ймовірностей і статистика».

Цей посібник для учнів 7-9 класів, в якому досліджувана лінія реалізується в наступному порядку. Перші дві глави присвячені таблицям і діаграмам. Розглядаються статистичні дані в таблицях, йде навчання роботі з таблицями (пошук інформації, обчислення в таблицях, занесення результатів підрахунків і вимірювань в таблиці). Розглядаються стовпчикові, кругові і діаграма розсіювання.

У третьому розділі крім основних статистичних характеристик вводяться також поняття: відхилення і дисперсії.

Четверта глава - випадкова мінливість, містить ряд прикладів мінливих величин (температура повітря кожен день, зростання або вага людини тощо). А потім в 5 главі переходимо до вивчення випадкових подій і їх ймовірностей. Ймовірність випадкової події визначається тут, як числова міра його правдоподібності. Після визначення ймовірності розглядається частота і експерименти з монетою і гральною кісткою. Далі ймовірнісна лінія продовжується, і розглядаються елементарні події, рівноможливі, протилежні події, діаграми Ейлера, об'єднання і перетину подій, додавання і множення ймовірностей [26].

Після цього йде блок комбінаторики, де розглядається правило множення, перестановки, комбінації, формули числа перестановок і комбінацій, а потім з їх допомогою вирішуються завдання на обчислення ймовірностей. В окремих розділах розглядаються геометричні ймовірності та випробування Бернуллі (при двох можливих результатах).

Наступні кілька глав присвячені випадковим величинам: приклади випадкових величин, розподіл ймовірностей випадкових величин, їх числові характеристики (математичне сподівання, дисперсія), випадкові величини в статистиці. Дається визначення частоти і теорема, яка стверджує, що частота наближено дорівнює ймовірності при великій кількості подій.

Додаток включає в себе питання: формула бінома-Ньютона, трикутник Паскаля, також є декілька самостійних і контрольних робіт за запропонованим матеріалом.

Плюсом даного посібника є те, що він один з небагатьох містить пункти, в яких розглядаються таблиці і діаграми. Цей пункт необхідний, тому що саме таблиці і діаграми вчать учнів поданню і початковому аналізу даних.

Не мало уваги приділено випадковим величинам і ймовірностями, проте пункти можна розглядати як додаткові. А поняття дисперсії і математичне очікування краще перенести для вивчення в старші класи. Комбінаторні формули в даному посібнику розглядаються, як засіб для підрахунку імовірності і даються після визначення ймовірності. Але основною метою вивчення комбінаторики є розвиток мислення і її не можна розглядати тільки як засіб для підрахунку імовірності [274].

1.4 Основні поняття теорії ймовірності та математичної статистики

Випадкові події

Явище називається випадковим, якщо його результат неможливо передбачити. Наприклад, при підкиданні монети невідомо, який бік монети опиниться зверху — «цифра» чи «герб». Так само неможливо передбачити результати при грі в рулетку, при участі в тиражі лотереї, при стрілянні в мішень тощо. Проте при багаторазових, масових повтореннях існують закономірності, які простежити можна. Теорія ймовірностей вивчає закономірності масових випадкових подій. Подія — це одне з математичних понять, які приймаються без визначення (такі, наприклад, як пряма, точка і площина). Події позначаються великими буквами латинського алфавіту A , B і т. д. Будь-яка подія відбувається внаслідок випробування. Під випробуванням розуміють ті умови, у результаті яких відбувається подія. Наприклад, підкидання монети — випробування, випадання на монеті цифри — подія, стрільба по мішені — випробування, влучення у мішень або промах — події. Випуск тиражу лотереї — випробування, виграш за квитком — подія [268].

- Випадковою подією називається подія, яка може відбутися або не відбутися в результаті випробування.

- Події A і B називаються несумісними в певному випробуванні, якщо вони не можуть відбутися одночасно. Наприклад, при одному пострілі може статися або влучення, або промах, але одночасно ці дві події відбутися не можуть. Події A_1, A_2, A_n, \dots , можуть бути рівноможливими. Наприклад, при киданні грального кубика випадання на верхній грані кубика цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 (які визначають кількість очок, що випали) рівноможливе [274].

Початки теорії ймовірностей.

- Вірогідною називається така подія, яка при певному випробуванні обов'язково відбудеться.

- Неможливою називається така подія, яка при певному випробуванні відбутися не може. Наприклад, при киданні грального кубика випадання цифр

від 1 до 6 — подія вірогідна, а цифри 7 — неможлива. Назвемо результат випробування сприятливим події A , якщо його настання внаслідок досліду приводить до настання події A .

- Імовірність події A дорівнює відношенню кількості результатів випробування, сприятливих події A , до кількості всіх рівноможливих несумісних результатів такого випробування: $P(A) = \frac{m}{n}$, де m — кількість результатів випробування, сприятливих події A , а n — кількість усіх можливих результатів, $P(A) = 1$ для вірогідної події, а для будь-якої випадкової події $0 < P(A) < 1$.

Математична статистика — розділ математики, в якому вивчають методи збору, систематизації, обробки та дослідження статистичних даних для наукових і практичних висновків.

Генеральна сукупність — сукупність всіх об'єктів, що підлягають дослідженню. Обсяг генеральної сукупності, тобто число об'єктів дослідження може бути досить великим, а інколи і нескінченним. Часто буває неможливо дослідити всі об'єкти генеральної сукупності.

У подібних випадках найкращим способом дослідження є вибірковий метод: з генеральної сукупності вибирають її деяку частину — вибірку та досліджують її [111].

Вибіркою називають сукупність об'єктів, вибраних випадковим чином з генеральної сукупності. Метод математичного дослідження, який полягає у тому, що на основі дослідження вибірки роблять висновок про всю генеральну сукупність називають вибірковим методом.

Важливим етапом дослідження є систематизація отриманих даних (вибірки), тобто подання вибірки у зручному для подальших дій вигляді.

Приклад 1. Всі одинадцятикласники деякого району писали одну й ту гаму перевірочну контрольну роботу з математики за текстами районного управління освіти. Вибірку склали 30 навмання обраних робіт цих одинадцятикласників. Нехай вибрані одинадцятикласники дістали наступні оцінки.

Табл.1.1

4	3	10	6	2	8	7	5	9	11
7	12	1	8	4	9	6	7	10	5
9	6	8	3	11	7	2	8	4	10

Дані цієї вибірки можна систематизувати у таблицю за кількістю набраних балів.

Табл.1.2

Отриманий бал за контрольну роботу	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Кількість учнів	1	2	2	3	2	3	4	4	3	3	2	1

Також дані вибірки можна систематизувати за рівнями навчальних досягнень.

Табл.1.3

Рівень навчальних досягнень	Початковий рівень	Середній рівень	Достатній рівень	Високий рівень
Кількість учнів	5	8	11	6

Операцію розташування випадкових величин вибірки за принципом неспадання називають ранжуванням вибірки. При ранжуванні вибірки кожне наступне число вибірки не менше за попереднє.

В результаті ранжування вибірки, розглянутої в прикладі 1 цього пункту, матимемо 1; 2; 2; 3; 3; 4; 4; 4; 5; 5; 6; 6; 6; 7; 7; 7; 7; 8; 8; 8; 8; 9; 9; 9; 10; 10; 10; 11; 11; 12.

При статистичних дослідженнях вибірки важливим етапом є оцінювання її числових характеристик, які називають вибірковими характеристиками [126].

Розмах вибірки R — це різниця між найбільшим і найменшим значенням випадкової величини у вибірці.

Для вибірки, розглянутої в прикладі 1, маємо $R = 12 - 1 = 11$.

Мода вибірки M_0 — те значення випадкової величини, що зустрічається у вибірці найчастіше.

Для вибірки, розглянутої в прикладі 1 є дві моди — це числа 7 і 8. Можна записати $M_{01} = 7$; $M_{02} = 8$.

Медіана вибірки M_e — серединне значення ранжованої вибірки.

Медіана ділить ранжовану вибірку на дві рівні за кількістю частини. Якщо у вибірці непарна кількість випадкових величин, то його медіаною є число, яке стоїть посередині [146].

Наприклад, у ранжованій вибірці:

1; 2; 3; **3**; 4; 4; 5,

що складається з 7 випадкових величин, медіаною є число 3. Можна записати $M_e = 3$.

Якщо у вибірці парне число випадкових величин, то медіана — середнє арифметичне двох чисел, що стоять посередині.

Наприклад, у ранжованій вибірці:

2; 3; 4; **4**; **5**; 6; 6; 7,

що складається з 8 випадкових величин, медіана — це середнє арифметичне чисел 4 і 5, що стоять посередині ряду. Отже, $M_e = (4 + 5)/2$.

Середнє арифметичне вибірки \bar{x} — це середнє арифметичне всіх її значень $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n$.

Так, наприклад, середнє арифметичне вибірки, розглянутою у прикладі 1 знаходиться наступним чином:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 3 + 11 \cdot 2 + 12 \cdot 1}{30} = \\ &= \frac{202}{30} = 6 \frac{11}{15} \approx 6,73 \text{ (з точністю до сотих)} \end{aligned}$$

Статистичну інформацію можна подавати у вигляді гістограм. На рисунку 1.1 подано гістограму розподілу кількості учнів в залежності від отриманого балу, побудовану за відповідною таблицею прикладу 1.

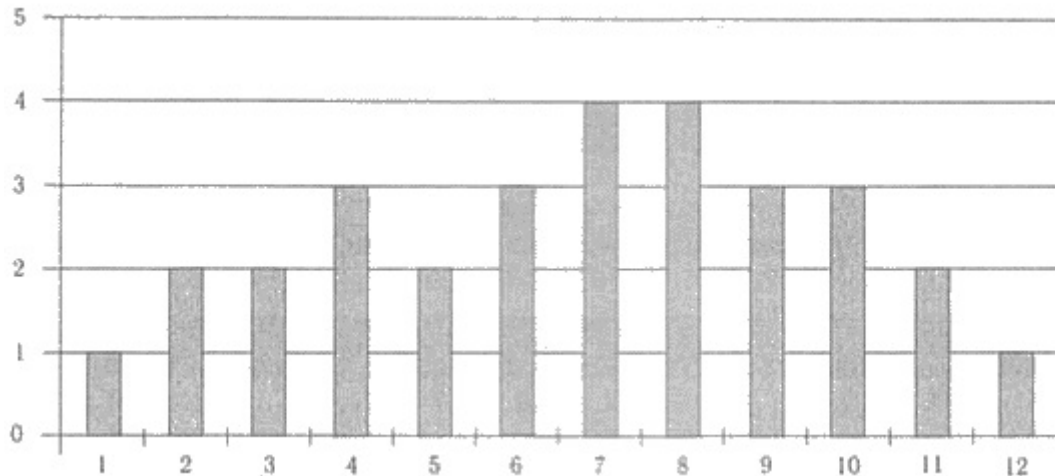


Рис. 1.1

Також зручно подавати статистичну інформацію у вигляді кругових діаграм, у яких градусна величина сектора будується пропорційно до зображуваної величини. На рисунку 1.2 подано кругову діаграму розподілу кількості учнів в залежності від рівня навчальних досягнень, побудовану за відповідною таблицею прикладу 1.

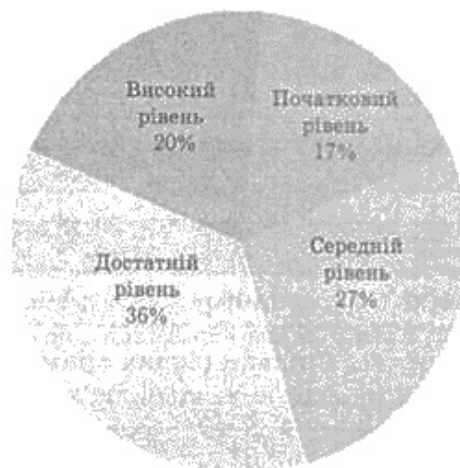


Рис. 1.2

1.5 Мета, завдання і принципи організації профільного навчання

Проблеми становлення і розвитку української школи як основи національної системи освіти хвилюють сьогодні не лише педагогічну науку, педагогів-практиків, а й широку громадськість України [115].

. У нашій країні існує широка мережа навчальних закладів усіх рівнів. У них сьогодні відбуваються складні процеси, йде перебудова методологічних, навчально-методичних і організаційних засад, що склалися впродовж багатьох попередніх років, засвоюються кращі зразки зарубіжного досвіду.

Нині гостро відчувається соціальна потреба у створенні моделі сучасної школи. Видатний педагог Софія Русова влучно висловила: „Колись мертва, формальна, лицемірна школа мусить впасти, а на її руїнах має утворитися, народитися нова, живуча і життєва, правдива і весела школа праці, школа соціального виховання, збудована на пошані і розумінні громадських обов'язків кожною дитиною, кожним учнем нової школи” [37]. Школа минулого зорієнтована на уніфікацію навчального процесу, „усереднену” особистість як результат педагогічної дії. „Усереднена” школа не давала дітям усього спектру освітніх послуг і програм, не враховувала їхніх здібностей та інтересів.

Нова школа - це школа культури життєвого самовизначення. Нова школа навчає дитину, як скласти свою життєву програму, як пізнавати себе, як визначити своє життєве кредо, мету життя, самоаналізу, як планувати, як організувати діяльність для досягнення визначених цілей. У новій школі мають бути створені максимально сприятливі умови для прояву та розвитку здібностей і таланту дитини, її повноцінного життя на кожному з вікових етапів, для її самовизначення. Нова, ненасильницька система виховання має ґрунтуватися на самодіяльності, ініціативі, вільному виборі напрямів.

Школа ХХІ століття - це школа, в якій повинні реалізовуватись нові ідеї щодо організації освіти. У реформуванні середньої освіти в Україні в даний момент найактуальнішою проблемою є впровадження профільного навчання. Нова школа має функціонувати як профільна. Це створюватиме сприятливі умови для врахування індивідуальних особливостей, інтересів і потреб учнів,

для формування у школярів орієнтації на той чи інший вид майбутньої професійної діяльності. Профільна школа найповніше реалізує принцип особистісно орієнтованого навчання, що значно розширює можливості учня у створенні власної освітньої програми [37].

Профільне навчання - вид диференційованого навчання, який передбачає врахування освітніх потреб, нахилів та здібностей учнів і створення умов для навчання старшокласників відповідно до їхнього професійного самовизначення, що забезпечується за рахунок змін у цілях, змісті та структурі організації навчання [31].

Профільне навчання повинне забезпечувати загальноосвітню підготовку учнів, глибоку їх допрофесійну готовність із формуванням стійкої орієнтації на продовження навчання. Професійну ж підготовку отримує невелика кількість випускників шкіл, які навчаються за окремими спеціальностями у міжшкільному навчально - виробничому комбінаті, професійному ліцеї чи окремих школах [224].

Зміст профільної освіти і методи навчання обумовлені цілями, а цілі - якостями особистості випускника, його моделлю, яка в свою чергу детермінується змінами соціально-економічних умов життя суспільства. Отже, зміст профільної освіти прямо пов'язаний з формуванням стійкої системи соціально значущих якостей особистості [7].

Мета профільного навчання - забезпечення можливостей для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної та початкової допрофесійної підготовки, неперервної освіти впродовж усього життя, виховання особистості, здатної до самореалізації, професійного зростання й мобільності в умовах реформування сучасного суспільства. Профільне навчання спрямоване на набуття старшокласниками навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти [31].

Основними завданнями профільного навчання є:

1) створення умов для врахування й розвитку навчально-пізнавальних і професійних інтересів, нахилів, здібностей і потреб учнів старшої школи в процесі їхньої загальноосвітньої підготовки;

2) виховання в учнів любові до праці, забезпечення умов для їхнього життєвого і професійного самовизначення, формування готовності до свідомого вибору й оволодіння майбутньою професією;

3) формування соціальної, комунікативної, інформаційної, технічної, технологічної компетенції учнів на допрофільному рівні, спрямування підлітків щодо майбутньої професійної діяльності;

4) забезпечення наступно-перспективних зв'язків між загальною середньою і професійною освітою відповідно до обраного профілю [31].

У класах з профільним навчанням учні мають право і можливість обирати різні профілі навчання з урахуванням їх індивідуальних інтересів, нахилів і здібностей. Це дозволяє їм зосереджувати переважну увагу на поглибленому вивченні теоретичних основ обраного профілю у блоці відповідних дисциплін.

Крім того, профілізація освіти передбачає посилення підготовки старшокласників в області прикладних знань за обраним профілем, формування у них первинних елементів професіонально-важливих якостей [175].

Така форма освіти старшокласників дозволяє їм отримати за обраним профілем більш глибокі, різносторонні теоретичні і прикладні знання, уміння і міцні практичні навички дослідницького характеру, підготувати себе до успішного продовження освіти у навчальному закладі відповідного напрямку чи до праці у сфері матеріального виробництва.

Цьому сприяє також і те, що профільна диференціація освіти учнів на старшому етапі являє собою логічне продовження рівневої диференціації освіти учнів, здійснюваної на середньому ступені, у V-IX класах, у формі професійної орієнтації та інших видів допрофільної підготовки [11].

З вищесказаного випливає, що профільна освіта за своїми цілями і змістом займає проміжне положення між загальною середньою та професійною освітою.

Профільне навчання ґрунтується на таких принципах:

- 1) фуркації (розподіл учнів за рівнем освітньої підготовки, інтересами, потребами, здібностями і нахилами);
- 2) варіативності й альтернативності (освітніх програм, технологій навчання і навчально-методичного забезпечення);
- 3) наступності та неперервності (між допрофільною підготовкою і профільним навчанням, професійною підготовкою);
- 4) гнучкості (змісту і форм організації профільного навчання, у тому числі дистанційного; забезпечення можливості зміни профілю);
- 5) діагностико-прогностичної реалізованості (виявлення здібностей учнів для їх обґрунтованої орієнтації на профіль навчання) [31; 12].

Здійснення профільного навчання потребує цілеспрямованого формування контингенту учнів, розробки відповідного навчально-методичного забезпечення за кожним напрямом навчання, використання специфічних форм і методів роботи з учнями, що мають підвищену мотивацію до навчання, вимагає відповідної перепідготовки і підвищення кваліфікації вчителя, модернізації матеріально-технічної бази.

1.6 Основні положення профільної диференціації навчання математики

Математика є універсальною мовою, яка широко застосовується в усіх сферах людської діяльності. На сучасному етапі різко зростає її значення у розвитку суспільства. Велике значення має математика і в розвитку особистості, в становленні її світогляду, розвитку мислення і інших якостей. Ці дві обставини і визначають роль математики в системі шкільної освіти, в підготовці кожного члена сучасного суспільства до повсякденного життя і трудової діяльності [174].

Поряд з розв'язанням цієї основної задачі навчання математики в середніх навчальних закладах виникає необхідність забезпечити суспільство спеціалістами різного рівня і профілю, а також створити умови для розвитку особистості у відповідності до її можливостей і потреб. А для цього необхідна профільна диференціація навчання взагалі і математики зокрема [21].

Головною задачею вивчення математики є забезпечення міцного і свідомого оволодіння учнями системою математичних знань і вмінь, необхідних у повсякденному житті, а також достатніх для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти. Поряд з вирішенням головної задачі, оволодінням конкретними обов'язковими математичними знаннями, профільне навчання математики передбачає формування стійкого інтересу учнів до предмету, виявлення і розвиток їх математичних здібностей, підготовку до навчання у вищому навчальному закладі [30].

Профільне навчання породжує проблему викладання математики відповідно до профілю, але навчання математики повинно здійснюватися відповідно до основних положень і принципів концепції математичної освіти в Україні:

- система математичної освіти є цілісною системою формування особистості на основі досягнень математики, психолого-педагогічної науки, педагогічного досвіду у вітчизняних і закордонних закладах освіти різних типів;

- система математичної освіти повинна бути безупинною і забезпечувати наступність в освіті між різними ланками системи освіти;
- ця система базується на основах гуманізації навчально-виховного процесу і гуманітаризації змісту освіти;
- система математичної освіти повинна реалізувати рівневу і профільну диференціацію на основі базового змісту;
- навчання математики повинно мати розвиваючий характер і прикладну спрямованість;
- у змісті навчання математики має бути виділена інваріантна базисна частина і варіативна;
- пріоритетними в організації навчання математики повинні бути активні методи навчання і сучасні технології;
- необхідним є застосування інформаційних технологій навчання.

Реалізація профільного навчання математики повинна здійснювати з урахуванням його мети, його особливостей змісту й форми у порівнянні з навчанням математики в загальноосвітніх класах [166].

Профільна диференціація навчання математики повинна:

- забезпечити необхідний загальнокультурний рівень математичної підготовки молоді, який визначається замовленням суспільства й можливостями учнів даного віку;
- задовольнити потреби профільної підготовки в розвитку пізнавальних і математичних видів діяльності учнів, що характерні для даного профілю;
- формувати засобами математики професійні нахили учнів.

Профільна диференціація навчання математики передбачає:

- створення умов для свідомого вибору учнями профілю;
- наступність з допрофільним навчанням математики і навчанням математики у звичайних класах загальноосвітньої школи;
- досягнення всіма учнями базового рівня навчання математики;
- розробку державних стандартів з математики для різних профілів навчання;

- реалізацію прикладної спрямованості навчання математики, орієнтованої на профіль навчання як одного з головних засобів формування профільних інтересів засобами математики;
- відмінність змісту навчання математики в профільних класах і звичайних класах;
- реалізацію рівневої диференціації, що підсилює диференціацію навчання математики для кожного профілю;
- розмаїтість форм і видів класної та позакласної роботи;
- поглиблене вивчення математики як одного з видів профільного навчання [42].

Провідним принципом, який визначає структуру профільного навчання математики, є принцип поступового моделювання у навчальному процесі математичної діяльності спеціалістів відповідного профілю. Цей принцип у певній мірі може бути реалізований такою структурою змісту профільного навчання:

- адекватним профілю змістом основного курсу математики у відповідності до базового навчального плану (базова профільна математична підготовка);
- системою курсів за вибором (за рахунок варіативного компоненту), які складаються з невеликих за змістом навчальних модулів, враховують різноманіття інтересів і можливостей учнів даного профілю, які поглиблюють та розширюють основний курс математики у відповідності до профілю навчання (варіативна математична підготовка);
- організацією самостійної творчої роботи учнів, системою індивідуальних завдань, спрямованих на розвинення професійних схильностей учнів, їхнього інтересу до застосувань математики (особистісно-орієнтована математична підготовка) [159].

Такі особливості профільного навчання математики найбільш повно враховують індивідуальні потреби, здібності та нахили учнів, така освіта

передбачає наукове вивчення дитячої природи, раціональну організацію навчання дитини.

Формування базового змісту навчання математики здійснюється на засадах:

- гуманізації та гуманітаризації;
- профільної спрямованості;
- забезпечення узагальнених видів діяльності [20].

Профільне навчання математики повинно бути складною системою, що будується за принципами гуманності та відкритості.

Виділяються три етапи профільної диференціації в навчанні математиці.

Перший етап (5 - 7 класи) - це етап формування профільних інтересів. Тут формується свідомий вибір рівня навчальної діяльності (базовий, основний, поглиблений, творчий), в процесі змагань, ігрової та навчальної діяльності формуються пізнавальні інтереси та мотиви пізнання учнів. На цьому етапі важливу роль відіграють різноманітні форми позакласної роботи з предмету: гуртки, турніри, конкурси, олімпіади, вечори цікавої математики тощо.

Другий етап (8 - 9 класи) - це етап становлення профільних намірів. Тут реалізується різнорівневе вивчення курсу математики за стандартними навчальними планами; приділяється посилена увага позакласній роботі учнів, організується самостійна робота учнів, що відповідає їх індивідуальним нахилам, проводиться цілеспрямована робота щодо професійної орієнтації учнів [148].

Третій етап (10 - 11 класи) - це етап безпосередньої реалізації профільного навчання математики. Він забезпечується адекватним профілю змістом основного курсу математики, системою курсів за вибором, організацією самостійної творчої роботи учнів [За Інтернет-виданням].

Подібна структура профільного навчання математики дозволяє якнайповніше врахувати індивідуальні особливості учнів за допомогою колективних форм навчання, забезпечити єдність рівневої та профільної диференціації. Профільне навчання передбачає, перш за все, наповнення курсу

математики різноманітними, цікавими та складними задачами. На першому та другому етапах до процесу навчання включаються цікаві задачі, відомості з історії математики. На третьому етапі більше уваги приділяється розв'язанню задач, що відповідають вимогам для вступників до вищих навчальних закладів. У зв'язку з тим, що до класів приходять школярі з різним рівнем підготовки, у процес навчання на кожному етапі обов'язково включається повторення та систематизація знань [30].

Різнманітні профілі навчання математики у межах базової профільної математичної підготовки можна об'єднати у такі напрямки: загальнокультурний, прикладний, теоретичний.

Профільна диференціація навчання математики у межах базового компоненту в старшій школі реалізується створенням трьох курсів математики:

- для загальнокультурного напрямку (професійний, мовно-літературний, суспільно-історичний, спортивний та інші профілі) - курс А;
- для прикладного напрямку (технічний, технологічний, природничий, економічний, екологічний та інші профілі) - курс В;
- для теоретичного напрямку (математичний, фізичний, фізико-математичний, "інформативний", комп'ютерний та інші профілі) - курс С.

При цьому всі специфічні особливості даного профілю і конкретного контингенту учнів реалізуються в курсах за вибором та шляхом організації самостійної, індивідуальної і позакласної роботи.

Всі зазначені курси математики, як і курс математики для звичайної школи:

- забезпечують інваріантну складову математичної підготовки, що визначається стандартом;
- мають яскраво виражену профільну спрямованість, що враховує профільні наміри та інтереси учнів.

Ці курси відрізняються не стільки об'ємом знань, якими мають опанувати учні, скільки рівнем обґрунтованості, абстрактності, загальності і т.п. [146]. Іншими словами, вони повинні бути орієнтованими на різні типи мислення

(насамперед образного, прикладного, теоретичного), на розвиток різних видів діяльності.

Кожний із цих курсів, віддаючи перевагу розвитку учнів - зокрема розвитку їхнього мислення й інтуїції, - може робити це різними засобами. Такий підхід дозволить у максимальній мірі використовувати профільні інтереси і наміри в навчанні математики. Він сприятиме впровадженню діяльнісних, активних методів навчання [114].

Інваріантна частина математичної освіти в старшій школі може реалізовуватись як двома курсами “Алгебра та початки аналізу”, “Геометрія”, так і інтегрованим курсом “Математика”. Інтегрований курс доцільний, насамперед, для загальнокультурного напрямку.

Варіативний компонент навчального плану при організації профільного навчання математики використовується для:

- розширення змісту математичної освіти;
- поглиблення математичної підготовки учнів у відповідності до обраного профілю;
- організації індивідуальної роботи з учнями.

Ефективна організація профільного навчання математики потребує узгодження, об'єднання діяльності вчителів математики навчального закладу, створення єдиної команди. Це дозволить забезпечити різноманітні потреби учнів і найбільш повно використати потенціал навчального закладу [20].

У своїй діяльності вчителі математики будь-якого навчального закладу мають керуватися такими положеннями:

1) зміст математичної освіти має бути чітко зорієнтований на розвиток особистості в цілому, а також тих видів діяльності, які є специфічними для даного профілю;

2) зміст профільної математичної освіти має забезпечувати потреби профільної підготовки до математики;

3) зміст математичної освіти для кожного профілю має забезпечувати визначену еквівалентність математичної підготовки учнів різних профілів. Це

означає, зокрема, необхідність включення всіх основних традиційних змістових ліній шкільного курсу математики;

4) для підвищення ролі математики в процесі осмислення навколишнього світу необхідне доповнення традиційних змістових ліній курсу математики матеріалом, який сприяє формуванню імовірно-статистичних уявлень в учнів;

5) формування змісту математичної освіти сприятиме реалізації рівневої диференціації в навчанні математики. Насамперед, необхідно для кожного напряму виділити визначений стандарт математичної підготовки учнів;

6) варіативна частина змісту забезпечується в основному курсами на вибір. Завдання курсу на вибір - повторення, систематизація й поглиблення матеріалу, досліджуваного в основному курсі, створення передумов для самостійної роботи учнів. Перелік курсів залежить від мотивів учнів, підготовки викладачів і наявності необхідного методичного забезпечення [84].

Зміст курсу математики реалізується в комплексі навчальних засобів. Тому необхідною умовою організації доброякісного профільного навчання є створення адекватного навчально-методичного забезпечення, що відображає колективний досвід роботи викладачів, методистів, учених.

Структура навчально-методичного забезпечення профільного навчання математики така ж, як і для будь-якого предмету. Вона складається з:

- нормативного комплексу (програма і робоча програма);
- навчального комплексу (підручник, дидактичні матеріали, набори навчальних тестів, збірники задач, наочні прилади);
- загально-методичного комплексу (посібники для вчителів);
- методичного комплексу (матеріали розроблені викладачем);
- системи контролю (тексти тематичних, підсумкових контрольних робіт, набори контролюючих тестів) [32].

Навчально-методичне забезпечення повинне містити матеріали для курсів на вибір і для організації індивідуальної роботи з учнями. Навчально-

методичне забезпечення повинно бути для кожного напряму профільного навчання математики [42].

Профільне навчання математики потребує і робить можливим використання специфічних форм та методів навчання. Можливість їх використання зумовлена наявністю більш розвинених мотивів учнів профільних класів та шкіл до навчання порівняно із загальноосвітніми навчальними закладами. Невід'ємною складовою профільного навчання математики є виконання кожним учнем індивідуальної роботи творчого характеру. При їх виконанні поряд з реферуванням літературних джерел, теоретичним розв'язанням математичної задачі використовуються спостереження, проведення експериментів як фізичних, так і імітаційних за допомогою ПЕОМ [20].

РОЗДІЛІІ.МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ МЕТОДІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА» З ДОПОМОГОЮ НІТ

2.1Методика вивчення теоретичних положень з теми «Теорія ймовірності та математична статистика»

Стрижнем, який зв'язує нову лінію зі шкільним курсом математики, є метод математичного моделювання. Це тому, що ймовірнісно-статистичний матеріал може істотно використовуватися під час навчання учнів математичного моделювання — найважливішого виду математичної діяльності. Адже навіть звичайні навчальні задачі, які стосуються елементів теорії ймовірностей, розв'язуються за трьома відомими етапами. Так, задача на обчислення числових характеристик випадкових величин, що задані описово, передбачає:

- 1) побудову математичної моделі випадкового досліду, тобто побудову закону розподілу випадкової величини;
- 2) розв'язування задачі в межах побудованої моделі, а саме, обчислення математичного сподівання чи дисперсії за означенням або з використанням властивостей;
- 3) статистичну інтерпретацію результатів [250].

Аналогічна ситуація має місце і в задачах на знаходження ймовірності події в досліді, що задається описово. Це загальний підхід. Слід підсилити увагу до аналізу даних, обробки статистичного матеріалу. Це можна робити у різних розділах. Наприклад, у 5-му класі — формуючи поняття середнього арифметичного двох або кількох чисел, вивчаючи проценти; у 6-му класі — розглядаючи лінійні, стовпчасті та кругові діаграми, у 9-му — в розділі «Елементи прикладної математики», у 7—11-х класах — вивчаючи функції, табличний спосіб їх задавання, їх окремі класи тощо [133].

Однак загальні підходи не виключають і встановлення окремих (тільки не штучних) зв'язків. Наприклад, якщо у початковій школі розглядалось якісне оцінювання ймовірності подій, то можна підвести учнів до висновку про

кількісне оцінювання ймовірності (у свій час це можна використати, разом з іншими, як мотив для вивчення дробових чисел). Основні комбінаторні схеми доцільно застосовувати під час розв'язування комбінаторних геометричних задач (знаходження кількості діагоналей багатокутника, кількості точок перетину прямих, кількості прямих перетину площин тощо). Комбінаторні міркування можна використати під час доведення тотожностей. Статистичне тлумачення ймовірності можна застосувати, пояснюючи статистичний характер правил підрахунку цифр. Згадані питання можуть розглядатися на позакласних заняттях. Пошук таких застосувань може стати одним з напрямків дослідницької методичної роботи, значущість якої важко переоцінити [157].

Основними складовими взаємозв'язків наступності у процесі навчання початкам теорії ймовірностей і вступу до статистики є: пропедевтика і наступність; наступність і повторення; наступність і міжпредметні зв'язки.

При розгляді питання методики структурування теоретичного матеріалу в умовах диференціації передбачається тісний взаємозв'язок з класичними галузями математики, що описують детерміновані явища, сприяють розкриттю потенціалу стохастики для підсилення внутрішньо предметних і міжпредметних зв'язків, допомагають усвідомити нові можливості шкільної математики у пізнанні існуючих у дійсності взаємозв'язків і взаємозалежностей [219].

Вибір стилю подання початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в класах різних профілів є досить істотним. Тут треба йти шляхом розумного компромісу між строгістю, доступністю й прикладною спрямованістю, не забуваючи про жодну.

У технічних, економічних, природничих класах доцільно акцентувати увагу на прикладній і практичній спрямованості змістової лінії. Методика навчання повинна бути спрямована на формування вмінь моделювати реальні імовірнісні процеси, розвиток умінь, імовірнісного мислення, посилення міжпредметних зв'язків [127].

У математичних класах виклад матеріалу носить досить абстрактний характер з високим ступенем формальних доведень, залишаючи більшу частину матеріалу, що вивчається, для самостійної роботи. Більшу ефективність дає лекційна форма роботи з наступними семінарськими заняттями [236].

Потрібно використовувати емпіричний підхід до формування поняття ймовірності, це дає змогу сформуванню в учнів інтуїтивне уявлення не тільки про ймовірність, а й про сучасний, тобто (аксіоматичний), метод побудови теорії ймовірностей. Поняття статистичної ймовірності (відносної частоти) значно легше сприймається учнями з врахуванням їхніх вікових особливостей, бази математичних знань, життєвого досвіду, сформованості абстрактного мислення, здатності до узагальнень. Тому, формування основних понять теорії ймовірностей та математичної статистики природно починати з вивчення поняття статистичної ймовірності та її властивостей [174].

При навчанні початків теорії ймовірностей і вступу до статистики доцільно використовувати ППЗ GRAN1, Microsoft EXEL.

Система задач, призначених для вивчення початків теорії ймовірностей і вступу до статистики, поряд з традиційними типами задач, включає задачі, які відсутні у діючих шкільних підручниках, але мають важливе значення в процесі вивчення даної змістової лінії. Тематика традиційних типів задач повинна бути розширена, фабула переважної більшості вдосконалена [57].

При вивченні початків теорії ймовірностей і вступу до статистики, як і при вивченні будь-якої змістової лінії алгебри і початків аналізу, найбільші труднощі викликає використання теорії для розв'язання практичних і прикладних задач.

При розробці методики формування імовірнісно-статистичного мислення учнів у процесі розв'язання задач з початків теорії ймовірностей і вступу до статистики необхідно вказати, що однією з основних проблем при цьому є відбір до кожної теми відповідних видів задач, які найбільш доречні з точки зору формування стохастичного мислення, формування відповідних умінь і, разом з тим, доступних учням [24].

Система задач при навчанні початкам теорії ймовірностей і вступу до статистики повинна бути побудована за такими принципами: доступності, прикладної спрямованості і міжпредметних зв'язків, різноманітності, диференціації навчання, повторення та послідовного наростання труднощів, реалізації контролюючої функції, відповідності наявності часу, експериментально-дослідницькому [59].

Система поточного і тематичного контролю, система індивідуальних задач, диференційованих за рівнями, дає змогу контролювати і закріплювати отримані знання, навички і вміння з початків теорії ймовірностей і вступу до статистики.

Індивідуалізація самостійних і домашніх завдань з обов'язковою подальшою перевіркою дозволить прищепити навички самостійної роботи, а індивідуальний практикум з розв'язання стохастичних задач сприятиме відпрацюванню певних умінь використання імовірнісно-статистичних понять і методів у школі [14].

2.2 Методика розв'язування вправ за допомогою НІТ

Сучасний курс шкільної математики з необхідністю включає в себе вивчення стохастичної лінії. Ця тема не є тривіальною з позицій методики навчання математики, тому вчителі усіляко намагаються спростити її сприйняття учнями. Для цього залучаються різні засоби, серед яких окремою групою варто виділити спеціалізовані комп'ютерні середовища, у яких передбачено швидке моделювання і розрахунки характеристик різних вибірок. Разом з тим методична підтримка використання таких засобів обмежена, у періодичній літературі та провідних фахових виданнях ця проблема майже не піднімається та не систематизується, що ускладнює вибір як вчителів, так і учнів щодо залучення комп'ютерного інструментарію до розв'язування типових задач курсу статистики [18].

Аналіз науково-методичних джерел щодо використання інформаційних технологій при вивченні теорії ймовірності та основ статистики, а також відповідних програмних засобів та наявного у них інструментарію [1] дозволяє стверджувати, що найбільш зручними у використанні та найбільш вдалим з точки зору візуалізації результатів експериментів з випадковими величинами є програми *Gran1*, *Математический конструктор 6.0*, *GeoGebra 5.0*. На жаль інтерактивне середовище *Математический конструктор 6.0* є ліцензійним, і не кожний вчитель може дозволити собі використання його у класі, тому акцентуємо увагу на застосуванні програмних засобів *Gran1* та *GeoGebra 5.0*.

Програма *Gran1* (Україна, 1990 р., автори: М. І. Жалдак, О. В. Горошко) є продуктом вітчизняного виробництва і рекомендована Міністерством освіти і науки України як основна комп'ютерна підтримка вивчення шкільного курсу алгебри, початків аналізу та математичної статистики. Опис стохастичного інструментарію програми *Gran1* в повному обсязі та з детальними прикладами представлений у роботах М. І. Жалдака, Г. Ю. Михаліна, Ю. В. Горошка, І. М. Біляя [2-4].

Програма *GeoGebra 5.0* (Австрія, 2013 р., автор: MarkusHohenwarter) є вільно розповсюджуваним продуктом, а за кількістю публікацій про її

використання та її поширенням у світі (в тому числі і в Україні) її можна вважати найпопулярнішою серед користувачів. Для роботи з випадковими величинами у середовищі *GeoGebra 5.0* передбачено вікно зі спеціальним набором інструментів, який зосереджено у вкладці *Таблицы и графики* бічної панелі *Перспективи*. Також це вікно доступне через меню інтерфейсу за шляхом *Вид/ Таблица*. Таблиця подібна до електронних таблиць *Excel*. Імена комірок можна використовувати у виразах та командах. У комірки можна вводити не лише числа, але й інші типи математичних об'єктів, які підтримує *GeoGebra 5.0* (наприклад, координати точок, функції, команди). Якщо це можливо, *GeoGebra 5.0* відразу виводить на екран графічне представлення об'єкта. Більш детально про інструменти програми можна дізнатись із меню допомоги. Про команди *GeoGebra 5.0*, які можна використовувати при вивченні теорії ймовірностей та математичної статистики, детально зазначено у роботі [5-6].

Попереднє вивчення комп'ютерних інструментів згаданих програм показало не лише розбіжність у їх кількості, а і особливостях задання об'єктів, особливостях задання параметрів вибірок, особливостях виведення результатів тощо. Це спонукало провести методичний аналіз розв'язань типових задач шкільного курсу статистики з наданням рекомендацій щодо застосування цих середовищ.

Для проведення порівняльного аналізу наведемо детальні розв'язання типових задач курсу статистики у середовищах *GeoGebra 5.0* і *Gran1*.

Задача 1. 25 учнів відповідали на питання тесту. Потім учні оцінили складність тесту від 1 (дуже простий) до 5 (дуже складний) і отримали результати: 4 учня оцінили тест як дуже простий (1); 6 учнів оцінили тест як простий (2); 6 учнів оцінили тест як складний (4); 1 учень оцінив тест як дуже складний (5). Інші учні вважали, що складність тесту була середня (3). Для одержаних результатів побудувати полігон, функцію розподілу, обчислити математичне сподівання, моду та медіану. [7; 152]

Розв'язання (Gran1). Оскільки досліджується дискретний розподіл частот, то у вікні *Дані статистичної вибірки* вказуємо тип *Дискретний*, тип даних – *Частоти*, тип графіка – *Полігон* та введемо таблицю даних (рис. 2.1). В результаті у вікні *Список об'єктів* з'являється позначення щойно введеної вибірки і деякі її характеристики, які дають відповідь задачі (рис.2.2).

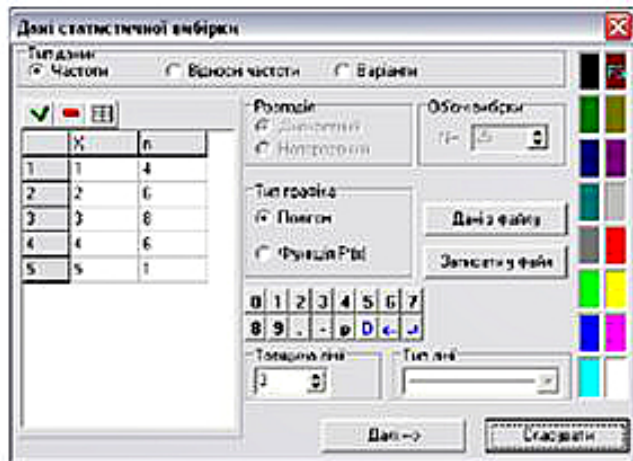


Рис. 2.1

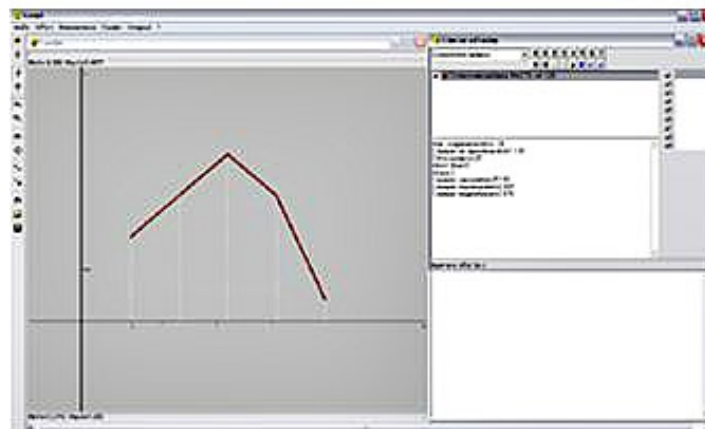


Рис.2.2

Отримуємо, що математичне сподівання дорівнює 2.76, середнє квадратичне відхилення – 1.128, мода – 3. У вікні *Графік* також можна бачити візуалізовані характеристики вибірки: математичне сподівання M відмічене на осі абсцис вертикальною рисою, середнє квадратичне відхилення S – на осі абсцис позначками \wedge (відзначені межі відрізка $[M - S, M + S]$).

Щоб побудувати графік функції розподілу відносних частот, потрібно звернутися до послуги *Об'єкт/Змінити...* та змінити тип графіка на *Функція* $F^*(x)$ і $F_n^*(x)$ потім знов побудувати графік (рис. 2.3).

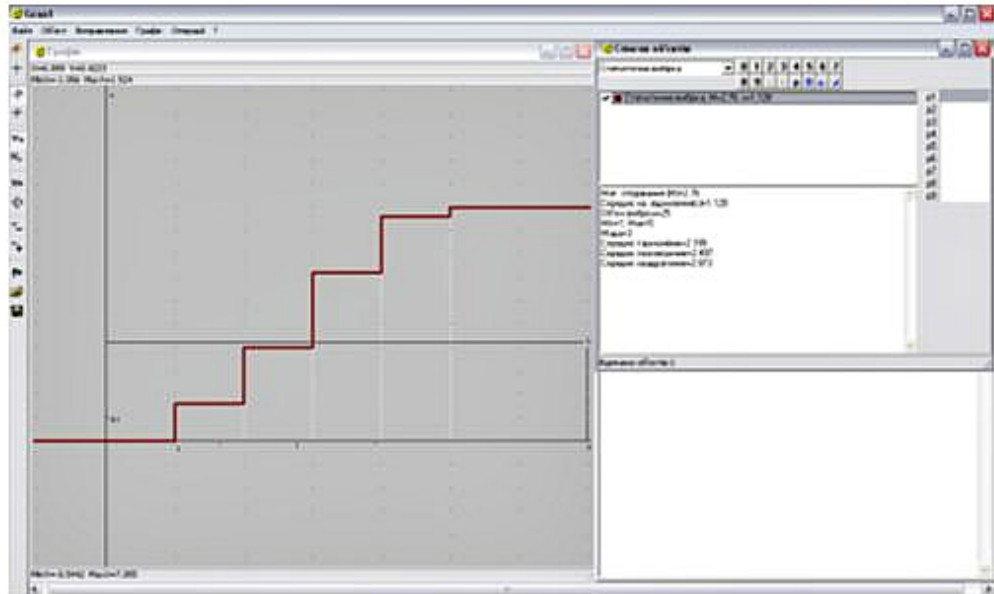


Рис. 2.3

Розв'язання (GeoGebra 5.0). Спочатку введемо дані в електронну таблицю. Виділимо заповнені комірки і, клацнувши правою кнопкою миші, виберемо *Створити список*. За допомогою інструменту *Аналіз однієї змінної* введемо дані (рис. 2.4) і натиснемо кнопку *Анализировать*, після чого з'явиться зображення гістограми. У вікні *Аналіз даних* оберемо *Показать статистические данные*. Отримаємо значення числових характеристик статистичної вибірки. У вікні *Гистограмма* вкажемо замість гістограми *Полигон частот* (рис. 2.5).

The screenshot shows the 'Источники данных' (Data Sources) dialog box. It has a title bar with a refresh icon and a close button. Below the title bar, there is a section titled 'Анализ одной переменной' (Analysis of one variable) with a histogram icon. A table is displayed with the following data:

A1 A25
1
1
1
1
2
2
2
2

At the bottom of the dialog, there are two buttons: 'Отмена' (Cancel) and 'Анализировать' (Analyze).

Рис. 2.4

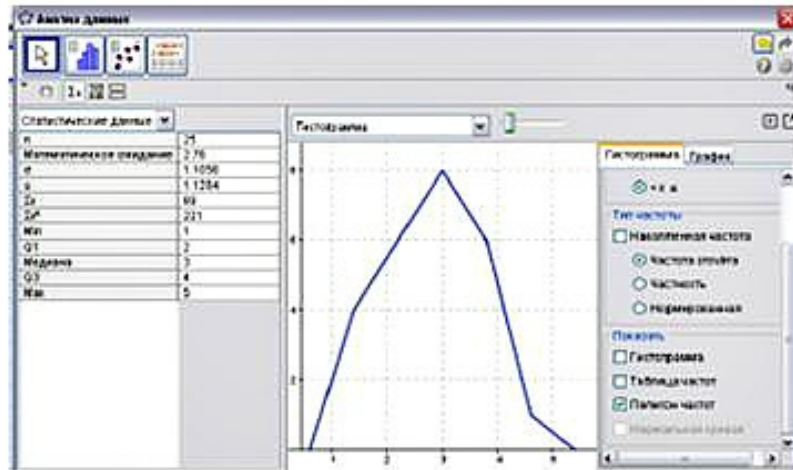


Рис.2.5

Отримуємо, що математичне сподівання дорівнює 2.76, середнє квадратичне відхилення – 1.128, медіана – 3. Повернувшись до класичного інтерфейсу, через рядок вводу обчислимо моду, яка дорівнює 3 (рис. 2.6).

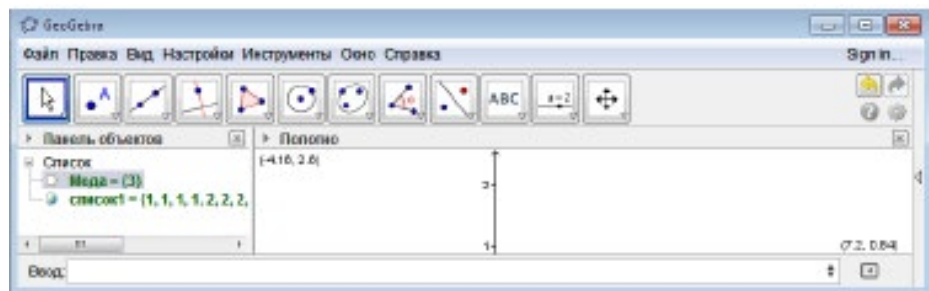


Рис. 2.6

Задача 2. Зміни рівня води в річці вимірювали протягом 32 весняних паводків. Результати занесені в таблицю. Побудувати гістограму, функцію розподілу, обчислити математичне сподівання, моду та медіану.

Рівень, см	0-24	25-49	50-74	75-79	100-124	125-149	150-174	175-199
Кількість випадків	0	1	3	6	7	6	5	4

Розв'язання (Gran1). Оскільки досліджується неперервний розподіл частот, то у вікні *Дані статистичної вибірки* вказуємо тип *Неперервний*, тип даних – *Частоти*, тип графіка – *Гістограма*. При введенні даних необхідно вказувати рівновіддалені середини інтервалів однакової довжини і частоти

попадання у ці інтервали (рис.2.7). В результаті у вікні *Список об'єктів* з'являється позначення щойно введеної вибірки і деякі її характеристики, які дають відповідь задачі (рис.2.8).

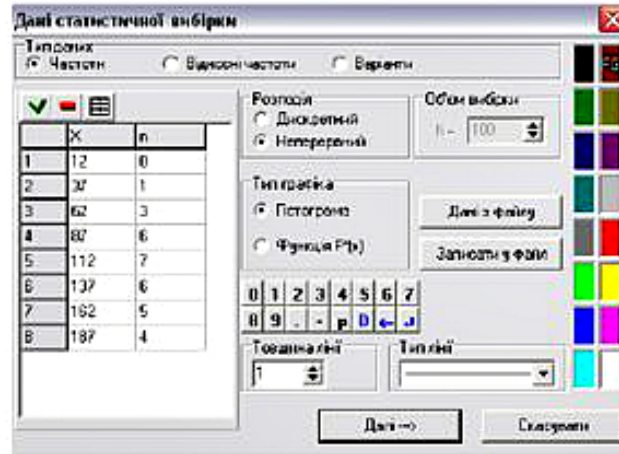


Рис.2.7

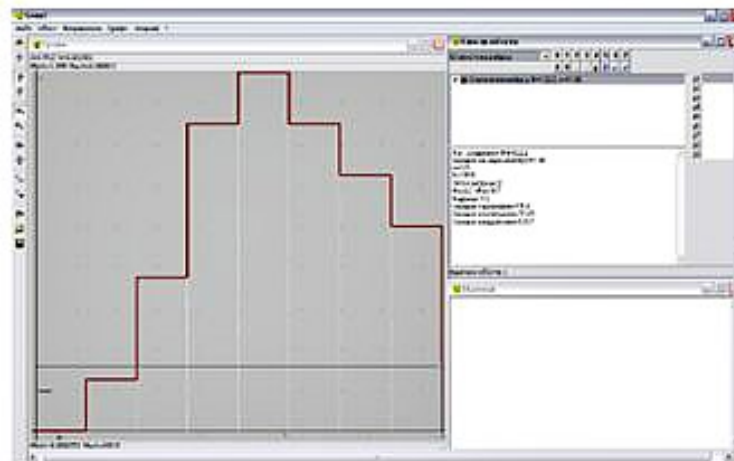


Рис.2.8

Отримуємо, що математичне сподівання дорівнює 122.2, середнє квадратичне відхилення – 41.08, медіана – 112. Щоб побудувати графік функції розподілу відносних частот $F_n^*(x)$, потрібно звернутися до послуги *Об'єкт/Змінити...* та змінити тип графіка на *Функція $F^*(x)$* і потім знов побудувати графік (рис. 2.9).

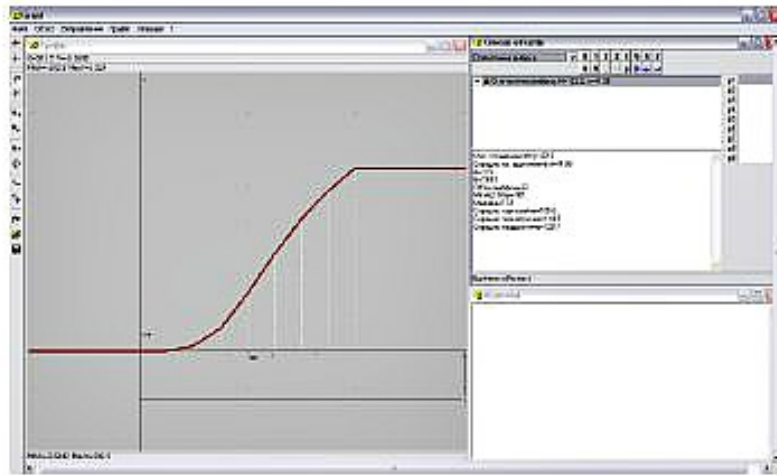


Рис. 2.9

Розв'язання (GeoGebra 5.0). Введемо в електронну таблицю результат експерименту – кількість випадків. Виділивши потрібний стовпчик зі значеннями, обираємо інструмент *Анализ одной переменной*. У налаштуваннях діалогового вікна оберемо *Класс частоты*, в якому вкажемо *Начало* – 0 (початкове значення рівня води в експерименті), *Ширина* – 24 (різниця в значеннях експерименту) (рис. 2.10). Натиснемо кнопку *Анализировать*, а потім у вікні *Анализ данных* натиснемо на кнопку Σx – *Показать статистические данные*. Отримаємо значення числових характеристик статистичної вибірки (рис. 2.11).

Істочник данных

Анализ одной переменной

Классы	Частота
0 0 - 24 0	0
24 0 - 48 0	1
48 0 - 72 0	3
72 0 - 96 0	6
96 0 - 120 0	7
120 0 - 144 0	6
144 0 - 168 0	5
168 0 - 192 0	4

Начало: 0.0 Ширина: 24.0

Отправить Анализировать

Рис. 2.10

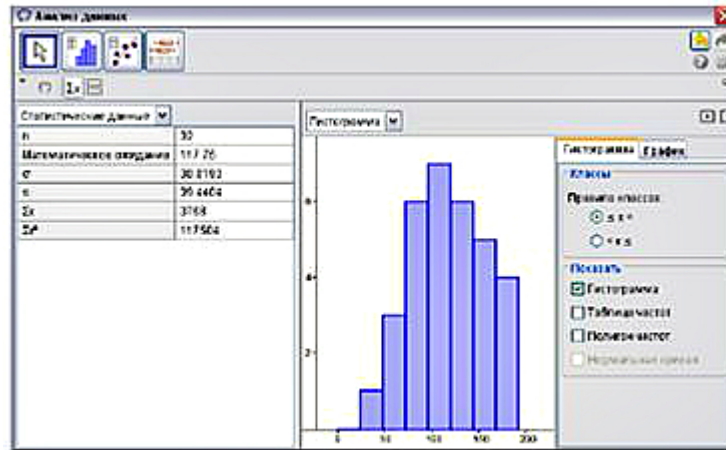


Рис.2.11

Отримуємо, що математичне сподівання дорівнює 117.75, середнє квадратичне відхилення – 38.01.

Методичний коментар до задач 1 та 2. Підтримку статистичних розрахунків можна здійснювати у програмах *Gran1* та *GeoGebra 5.0*. На відміну від *GeoGebra5.0*, де дані потрібно увести у таблицю і використати інструменти аналізу, у середовищі *Gran1* пропонується обрати тип розподілу (дискретний чи неперервний) і тип даних (частоти, відносні частоти, варіанти). Також варто пам'ятати, що у *Gran1* для неперервного розподілу потрібно власноруч вводити рівновіддалені середини інтервалів і частоти попадання у ці інтервали. У *GeoGebra 5.0* можна вводити частоти, а потім в автоматизованому режимі задати ширину карманів і значення варіант [14].

В обох програмах передбачено можливість побудови полігону частот, але графік функції розподілу розраховується в автоматичному режимі лише у *Gran1*. В обох програмах обчислюється математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення. У *Gran1* для дискретного розподілу автоматично визначиться мода, для неперервного – медіана. При використанні *GeoGebra 5.0* моду можна визначити додатково через командний рядок, а медіану програма обчислить автоматично [276].

Можна також побачити відмінності у відповідях до задачі 2. Їх можна пояснити особливістю введення даних: у програмі *Gran1* беруться середини інтервалів, які задаються власноруч, а у середовищі *GeoGebra 5.0* довжина

інтервалу вводиться вручну, а інтервали потім розраховуються автоматично у межах заданих значень.

У контексті вивчення шкільного курсу математики вважаємо, що найкращим вибором при розв'язанні даної задачі є програма *Gran I* [117].

Задача 3. Пристрій складається з трьох елементів,

Ймовірність відмови кожного елемента в одному досліді 0.1. Скласти закон розподілу числа елементів, що відмовили, в одному досліді. [7, с. 53]

Розв'язання (GeoGebra 5.0). В меню виберемо пункт *Вид/Калькулятор вероятностей*, тип розподілу – *Биномиальное* і введемо параметри $n=3$, $p=0,1$. У вікні калькулятора праворуч з'явиться закон розподілу (рис. 2.12).

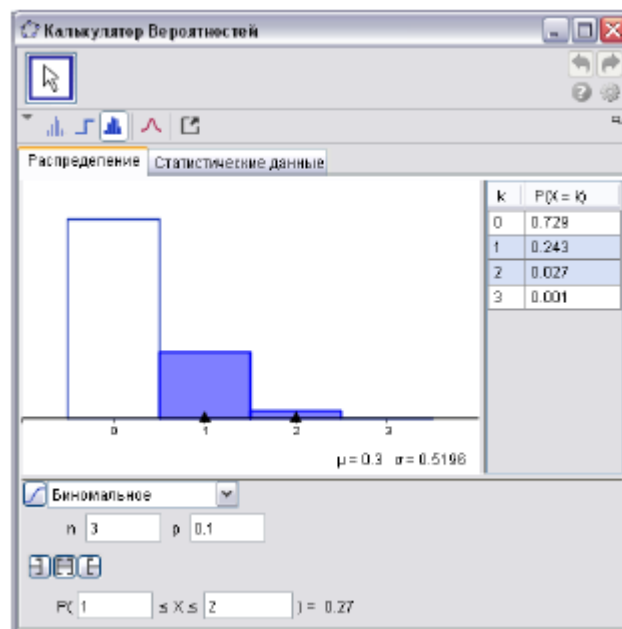


Рис. 2.12

Задача 4. Завод відправив на базу 500 виробів. Ймовірність зіпсованості виробу по дорозі дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що по дорозі буде зіпсовано більше трьох [7, с. 58].

Розв'язання (GeoGebra 5.0). Обираємо пункт меню *Вид/Калькулятор вероятностей*. Виберемо тип розподілу – *Пуассона* і введемо його дані

$$\mu = n \cdot p = 500 \cdot 0,002 = 1.$$

Відразу у вікні калькулятора справа з'явиться закон розподілу. Ймовірність зіпсувати по дорозі більше 3 приладів дорівнює $P(4 \leq X) = 0,9197$ (рис. 2.13).

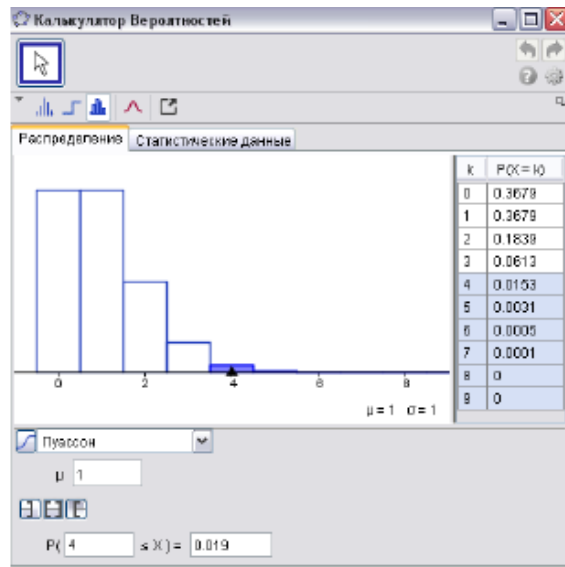


Рис. 2.13

Методичний коментар до задач 3 та 4. Оскільки в програмі *Gran1* не передбачено інструменту для складання закону розподілу дискретної випадкової величини, обчислення ймовірності попадання дискретної чи неперервної випадкової величини в заданий інтервал, то для розв'язування такого класу задач доцільно використовувати програму *GeoGebra 5.0*.

Задача 5 (*GeoGebra 5.0, Gran1*). Математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення нормального розподілу випадкової величини відповідно дорівнюють 10 та 2. Знайти ймовірність того, що в результаті досліду випадкова величина прийме значення з інтервалу (12, 14) [8, с. 110].

Розв'язання (*Gran1*). Задаємо функцію Гауса $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, яка є функцією щільності ймовірності нормального розподілу. Оскільки площа під кривою Гауса, обмежена інтервалом, дорівнює ймовірності потрапляння випадкової величини в цей інтервал, то за допомогою пункту меню *Операції/Інтеграл/Інтеграл*, ввівши межі інтегрування $A=12$ та $B=14$, обчислимо ймовірність як площу під кривою $P(12 \leq X \leq 14) = 0,1359$ (рис.2.14).

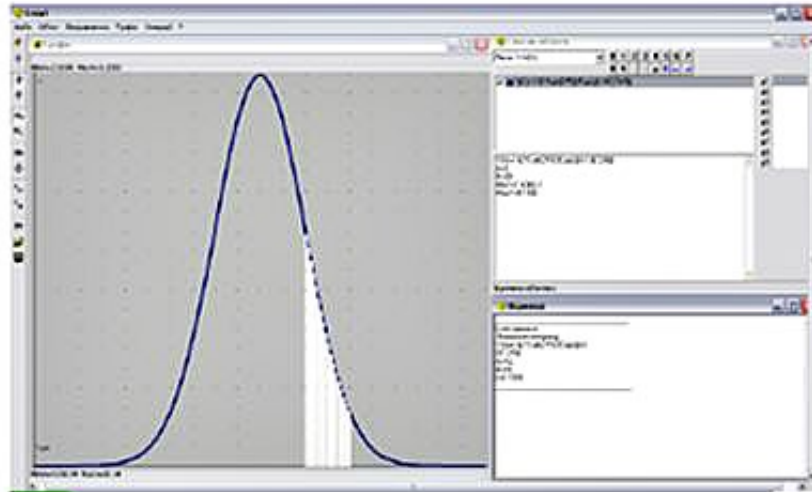


Рис.2.14

Розв'язання (GeoGebra 5.0). Обираємо в діалоговому вікні інструменту *Калькулятор вероятностей* неперервний тип розподілу – *Нормальное* і вводимо його дані: . Знайдемо ймовірність того, що в результаті дослідження випадкова величина прийме значення з інтервалу (12, 14): $P(12 \leq X \leq 14) = 0,1359$ (рис.2.15).

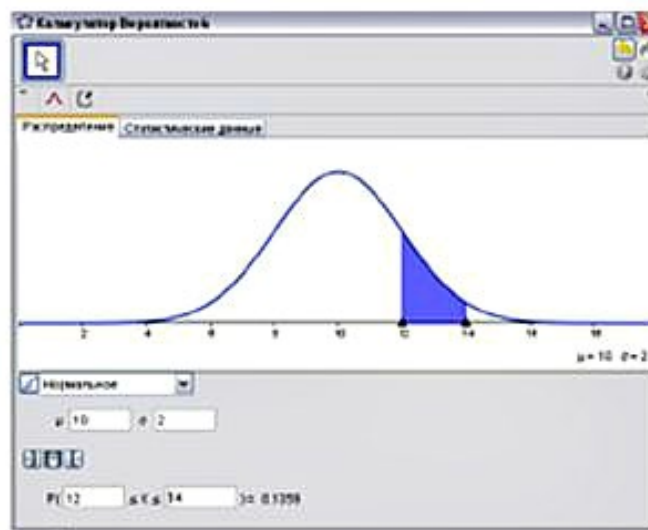


Рис.2.15

Задача 6 (*GeoGebra 5.0, Gran1*). Випадкова величина розподілена нормально з математичним сподіванням 10 і середнім квадратичним відхиленням 5. Знайти інтервал, симетричний відносно математичного сподівання, в який із ймовірністю 0,9973 потрапляє випадкова величина в результаті випробувань. [7, с. 113]

Розв'язання (Gran1). Задамо функцію Гауса $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, в якій $\mu = 10, \sigma = 5$. Оберемо пункт меню *Операції/Інтеграл/Інтеграл* і задамо межі інтегрування, які будуть залежати від параметра $p1$: $A=10-p1$ та $B=10+p1$. Змінюємо параметр до того моменту, коли значення інтегралу (відповідно, потрібне значення ймовірності) буде 0,9973 (значення інтеграла буде змінюватися автоматично). Це відбувається при $p1=15$. Отже, шуканий інтервал $(-5,25)$ (рис. 2.16).

Розв'язання (GeoGebra 5.0). В *Калькуляторе Вероятностей* обираємо розподіл *Нормальное* і фіксуємо математичне сподівання 10 та середнє квадратичне відхилення 5. Потім, власноруч змінюючи положення меж інтервалу, можна підібрати такі їх значення так, що ймовірність попадання у інтервал буде 0,9973. Зауважимо, що використання параметру a і введення симетричних відносно математичного сподівання меж $(10-a, 10+a)$ не забезпечить автоматичну зміну значення ймовірності: кожного разу змінюючи параметр, потрібно буде вводити межі інтервалу $10-a, 10+a$, які будуть переобчислюватися відповідно до поточного значення параметру. Але скористатися бігунком можна – шуканий інтервал відповідатиме значенню $a=15$ і визначатиметься межами $(-5,25)$ (рис. 2.17).

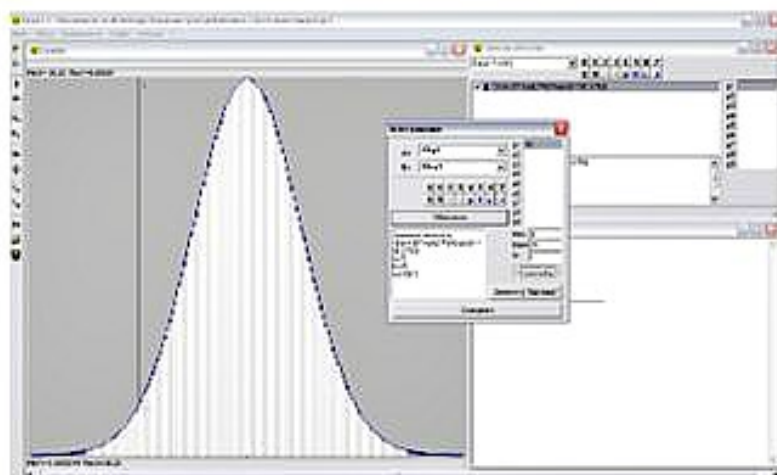


Рис. 2.16

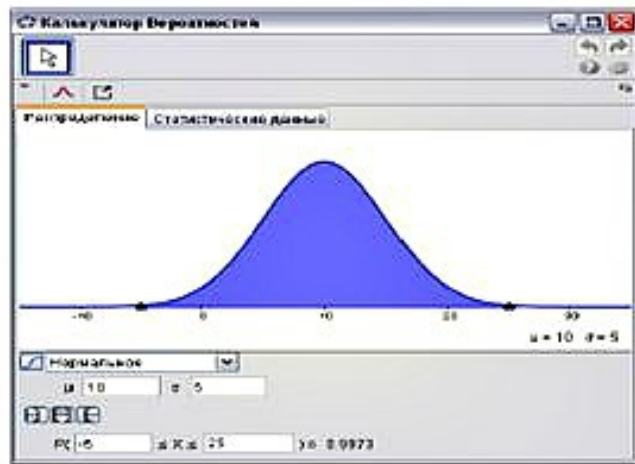


Рис.2.17

Методичний коментар до задач 5 та 6. Задачі на нормальний розподіл випадкової величини можна розв'язувати в обох середовищах *GeoGebra 5.0* та *Gran1*, але у програмі *GeoGebra 5.0* часто досить скористатися інструментом *Калькулятор вероятностей* на відміну від *Gran1*, де потрібно додатково будувати графік функції Гауса.

Але використання параметрів із залученням *Калькулятора Вероятностей* середовища *GeoGebra 5.0* дещо обмежене на відміну від програми *Gran1*. Тому задачі типу № 6 краще розв'язувати за допомогою програми *Gran1* із використанням параметрів як меж інтегрування.

Подібне обмеження параметра в *Калькуляторе Вероятностей* програми *GeoGebra 5.0* зустрічається і при заданні бігунком математичного сподівання і середнього квадратичного відхилення нормального розподілу (наприклад, для демонстрації зміни форми та розташування кривої Гауса залежно від числових характеристик нормального розподілу).

Отже, за результатами дослідження можна зробити наступні висновки.

1. У програмах динамічної математики, зокрема, у *Gran1*, *Математический конструктор 6.0*, *GeoGebra 5.0*, закладено великий потенціал інструментарію щодо його використання на уроках математики. Залучення таких програмних засобів до спрощення побудов моделей ймовірнісних задач, до організації випадкових випробувань та візуалізації їх результатів в умовах інтенсифікації навчального процесу беззаперечне.

2. Аналіз шляхів використання згаданих засобів підтверджує тезу про те, що їх використання надає навчальному процесу дослідницького характеру через використання параметрів як інструментів дослідження.

3. З огляду на шкільний курс математики української школи і вивчення в ньому змістової лінії «Теорія ймовірності та елементи статистики» доцільно на наш погляд використовувати програму *Gran1*, що додатково підтверджує проведений нами аналіз задачного матеріалу та інструментарій комп'ютерних середовищ.

4. Зрозуміло, що розглянутими у статті задачами шляхи використання середовищ *GeoGebra 5.0* та *Gran1* не обмежуються [243].

Інструментарій полотна *Таблиця* та команд рядка вводу програми *GeoGebra 5.0* виходить далеко за рамки шкільного курсу стохастики і може бути використаний при вивченні університетських курсів теорії ймовірностей та математичної статистики (наприклад, інструмент *Калькулятор Вероятностей* дозволяє моделювати різні види розподілів, зокрема, біноміальний, Пуасона, нормальний, χ -квадрат) та при статистичному супроводі педагогічних експериментів (наприклад, при встановленні істотних відмінностей між середніми балами тощо) [176].

2.3 Організація, проведення та результати експерименту

Предметом педагогічного експерименту було вивчення ефективності застосування НІТ при вивченні теми «Теорія ймовірності та математична статистика» з курсу алгебри і початків аналізу у 11 класі з поглибленим вивченням математики.

Педагогічний експеримент проводився в Рівненській загальноосвітній школі I-III ступенів №1 ім. Володимира Короленка Рівненської міської ради. Для експерименту було обрано 11 клас з поглибленим вивченням математики. Для учнів експериментального класу було проведено ряд уроків з використанням НІТ (конспекти проведених уроків подано в Додатку А). Задуми та ідеї, які потрібно було відобразити під час уроків, попередньо були обговорені з вчителями математики та методистами.

Мета експерименту:

- забезпечити свідоме оволодіння системою знань, умінь та навичок;
- розвинути мислення та інформаційну, статистичну культури;
- виховувати позитивні якості особистості;
- підвищення мотивації здобуття нових знань;
- розвинути вміння використовувати набуті знання в практичних ситуаціях.

У ході першого етапу експерименту були поставлені та досягнуті наступні завдання: проаналізовано та узагальнено стан досліджуваної проблеми в теорії та практиці навчання, розроблена методика проведення уроків з теми «Елементи статистики» з використанням НІТ. Для досягнення поставлених завдань було проведено опитування серед учнів (анкету подано в Додатку Б). Результати анкетування показали, що: уроки з використанням НІТ проводяться не часто; навчальний матеріал на уроках з використанням НІТ сприймається та засвоюється краще; учні виявляють бажання відвідувати такі уроки.

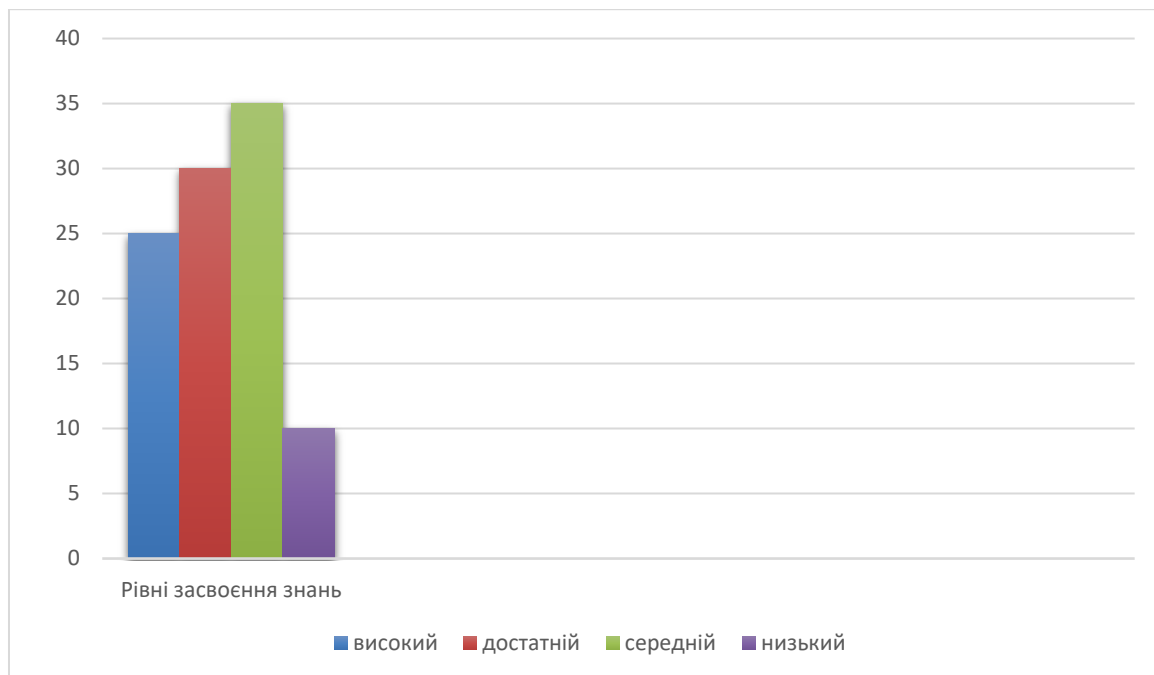
На другому етапі дослідження було здійснено експериментальне впровадження цієї методики під час вивчення курсу алгебри та початків аналізу та перевірка її ефективності. Під час експериментального вивчення теми

«Елементи статистики» було контрольне опитування серед учнів (анкету для опитування подано в Додатку Б).

Результати контрольної роботи подані в таблиці:

Класи	Рівень засвоєння знань			
	високий	достатній	середній	низький
Експериментальний 11 клас	25%	30%	35%	10%

Для кращої наочності побудуємо гістограму:



Порівнявши результати опитування учнів до та після проведення уроків можна зробити висновки, що відношення учнів до вивчення елементів статистики змінилося: учням більш зрозумілий новий початковий матеріал, вони покращили рівень знань завдяки наочному поданню матеріалу.

Під час проведення уроків учні проявляли інтерес до матеріалу та статистичні навички, намагалися самостійно розв'язувати та складати задачі,

опрацьовували додаткову літературу та зверталися з додатковими питаннями. Деякі учні навчилися самостійно досягти успіхів у навчанні при наполегливій праці над собою та творчому підході до матеріалу.

Наведені статичні дані переконливо доводять ефективність використання комп'ютера при проведенні уроків з курсу алгебри і початків аналізу, а саме з теми «Елементи статистики», що сприяє розвитку статистичних здібностей в учнів. Це забезпечило не лише поліпшення засвоєння знань на високому та достатньому рівнях, а й сприяло формуванню навичок розв'язання більш складних завдань, творчої діяльності учнів та вмінь працювати з додатковими засобами.

Рівень зацікавлення математикою учнів, які приймали участь в експерименті при проведенні уроків значно підвищився. Учням легше сприймати новий навчальний матеріал з допомогою комп'ютерних технологій. Також вони надають перевагу такій методиці проведення уроків. Цей висновок зроблено на основі опитування.

На основі результатів експерименту з впевненістю можна сказати, що уроки пройшли на високому рівні, учні одержали глибокі знання, більш відповідально виконували завдання та опрацьовували матеріал по даній темі.

Здійснена експериментальна перевірка запропонованого змісту і методики проведення уроків, спостереження за діяльністю учнів, бесіди з вчителями та учнями дозволили зробити висновок про правильність обрання форм і методів, використаних під час проведення уроків.

ВИСНОВКИ

Входження України в Міжнародне освітнє співтовариство, впровадження компетентнісної освітньої парадигми, впровадження у навчальний процес особистісно орієнтованих технологій, роль умінь здобувати і опрацьовувати відомості, одержані з різних джерел, застосовувати їх для індивідуального розвитку і самовдосконалення, особистісна значимість для сучасних школярів визначають своєчасність і актуальність обраної теми дослідження „Формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання елементів стохастики”.

В ході дослідження розглядався процес навчання математики учнів загальноосвітніх навчальних закладів з метою вдосконалення методичної системи формування навчально-дослідницьких умінь учнів, зокрема:

1. Проведено аналіз державних документів, навчальних планів і програм з математики; психолого-педагогічної, науково-методичної та навчальної літератури з теми дослідження.

2. З'ясовано особливості навчально-дослідницької діяльності учнів і уточнено поняття навчально-дослідницької діяльності учнів; виявлено доповнено структурні компоненти навчально-дослідницьких умінь; визначено роль задач імовірнісного характеру в процесі розвитку дослідницьких умінь учнів.

3. Вивчено досвід вчителів математики загальноосвітніх шкіл при навчанні учнів елементів стохастики, проаналізовано результати навчально-пізнавальної діяльності учнів, виявлено актуальні проблеми навчання учнів елементів стохастики та проблеми застосування інформаційних технологій в процесі навчання математики, зокрема елементів стохастики.

4. Визначено передумови та шляхи формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання елементів стохастики.

5. Розроблено окремі компоненти методичної системи формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання учнів

загальноосвітніх навчальних закладів елементів стохастики на основі статистичного підходу:

- визначено цілі навчання;
- побудовано дидактичну модель навчання учнів одинадцятого класу елементів стохастики на основі статистичного підходу, спрямовану на формування навчально-дослідницьких умінь учнів;
- запропоновано зміст навчання та методикау навчання учнів елементів стохастики, що спрямована на формування навчально-дослідницьких умінь учнів;
- запропоновано засоби, методи, організаційні форми навчання учнів старшої школи елементів стохастики, у тому числі з використанням сучасних інформаційних технологій, використання яких спрямовано на формування навчально-дослідницьких умінь учнів;
- розроблено тематику навчальних статистичних досліджень;
- розроблено тематику практичних завдань, розв'язування яких сприяє формуванню навчально-дослідницьких умінь учнів;

6. Експериментально перевірено ефективність розробленої методичної системи формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання елементів стохастики.

Узагальнення отриманих результатів проведеного дослідження надає можливість зробити наступні висновки:

1. Навчально-дослідницька діяльність учнів організовується вчителем з використанням різноманітних форм організації навчання та дидактичних засобів. Вона спрямована на виявлення закономірних зв'язків і відношень теоретичних або експериментально спостережених фактів, явищ, процесів. В навчально-дослідницькій діяльності учнів домінує самостійне застосування прийомів наукових методів пізнання. В процесі навчально-дослідницької діяльності учні активно здобувають знання, розвивають свої дослідницькі вміння.

2. Навчально-дослідницькі уміння учнів, як складові творчої діяльності (навчальної та дослідницької), неможливо подати як точно описані та строго регульовані системи операцій або дій. Але можна виокремити наступні структурні компоненти навчально-дослідницьких умінь: організаційний, інформаційний, інтелектуальний, комунікативний, технічний.

3. Задачі зі стохастики є засобом формування навчально-дослідницьких умінь учнів. Їх розв'язування сприяє формуванню методологічно правильних поглядів на природу та суспільство, поглядів, що відповідають сучасній науковій картині світу, оскільки демонструють розбіжність в характері двох світів – світу математики й реальної ситуації. Вони не є алгоритмічними. Всім їм притаманна об'єктивна або, щонайменше, психологічна віддаленість від алгоритмічних схем. Статистичний підхід до навчання учнів елементів стохастики надає можливість розширити знання учнів про математичні моделі та навчити будувати ймовірнісні моделі стохастичних експериментів, формуючи в учнів науковий світогляд, уявлення про ідеї і методи математики, її роль у пізнанні дійсності.

4. Процесуальні риси дослідницької діяльності проявляються не одночасно при розв'язуванні кожної проблеми, задачі чи завдання, а у різних комбінаціях і з різною виразністю. Досвід дослідницької діяльності учнями накопичується поступово.

5. Запропонована методика навчання учнів елементів стохастики надає можливість перетворити процес учіння у цікавий дослідницький процес; полегшує усвідомлення ймовірнісно-статистичних законів; сприяє розвитку логічного мислення, творчої уяви; покращує рівень знань учнів; сприяє формуванню навчально-дослідницьких умінь та індивідуальному розвитку творчих здібностей учнів.

Проведене дослідження є внеском у вирішення проблеми формування навчально-дослідницьких умінь учнів в процесі навчання. Вірогідність та обґрунтованість отриманих в ході дослідження результатів забезпечується методологічною і теоретичною обґрунтованістю вихідних позицій дослідження,

використанням комплексу взаємопов'язаних методів, що відповідають меті та завданням дослідження; поєднанням якісного аналізу з математичними методами опрацювання емпіричних даних, а також позитивними результатами впровадження основних результатів дослідження.

Результати дослідження, розроблені матеріали можуть бути використані викладачами і студентами вищих педагогічних навчальних закладів, вчителями математики, методистами інститутів післядипломної освіти, а також при підготовці підручників і навчальних посібників.

Подальшого розвитку має набути тематика та методика проведення навчальних статистичних досліджень з урахуванням сучасних вимог освіти та особливостей навчальної практики учнів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абдуллаев Г. Развитие поисковой деятельности учащихся при изучении математики в 7-9 классах : дис. ... кандидата пед. наук : 13.00.02 / Абдуллаев Гафурджон. – Ленинабад, 1990. – 265 с.
2. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики / Жак Адамар ; [пер. с фр. М. А. Шаталов, О. П. Шаталова]. – М. : МЦНМО, 2001. – 128 с.
3. Алгебра и начала анализа : учебник для 11 кл. общеобразовательных учебных заведений / Н. И. Шкіль, З. И. Слєпкань, Е. С. Дубинчук ; пер. с укр. – К. : Зодіак-ЕКО, 2003. – 400 с.
4. Алгебра і початки аналізу : Підруч. для 11 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх закладах освіти / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, Т. М. Хмара. – К. : Освіта, 2003. – 311 с.
5. Алгебра і початки аналізу. 10 клас : Пробний підручник / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2004. – 456 с.
6. Алексюк А. М. Загальні методи навчання в школі / А. М. Алексюк. – К. : Рад. шк., 1981. – 206 с.
7. Андреев В. И. Дидактические условия развития исследовательских способностей старшеклассников (в процессе обучения физике) : автореф. дис. на соискание ученой степени канд. пед. наук : спец. 730 / В. И. Андреев. – М., 1972. – 21 с.
8. Андреев В. И. Эвристическое программирование учебно-исследовательской деятельности / Валентин Иванович Андреев. – М. : Высшая школа, 1981. – 240 с.
9. Анисимова О. И. Некоторые аспекты и особенности научно-исследовательской деятельности как образовательной технологии / О. И. Анисимова // Отечество. – 2001. – №7. – С. 12-18.
10. Бабанский Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе / Ю. К. Бабанский. – М. : Просвещение, 1985. – 208 с.

11. Баландин Р. К. Вернадский : жизнь, мысль, бессмертие / Р. К. Баландин. – М. : Знание, 1988. – 205 с.
12. Балк М. Б., Балк Г. Д. О привитии школьникам навыков эвристического мышления / М. Б. Балк, Г. Д. Балк // Математика в школе. – 1985. – №2. – С. 55-61.
13. Балк М. Б., Балк Г. Д. Поиск решения / М. Б. Балк, Г. Д. Балк. – М. : Дет. лит., 1983. – 143 с.
14. Балл Г. О. Культурологічні та психолого-педагогічні проблеми гуманізації освіти : Наук.-метод. зб. Вип. 2 / За ред. Г.О.Балла. – К. – Рівне : Ліста – М., 2003. – 156 с.
15. Балл Г. А. Теория учебных задач : Психолого-педагогический аспект / Г. А. Балл. – М. : Педагогика, 1990. – 183 с.
16. Балашова С. П. Формування дослідницьких умінь у студентів педагогічного коледжу в процесі вивчення природознавчих дисциплін : дис. ... кандидата пед. наук : 13.00.04 / Балашова Світлана Петрівна. – К., 2000. – 274 с.
17. Барабанщиков В. А. Динамика зрительного восприятия / В. А. Барабанщиков. – М. : Наука, 1990. – 238 с.
18. Бевз Г. П. Методи навчання математики / Григорій Петрович Бевз. – Х. : Вид. група «Основа», 2003. – 96 с.
19. Безрукова В. С. Педагогика. Проективная педагогика / В. С. Безрукова. – Екатеринбург : Деловая книга, 1996. – 344 с.
20. Беспалько В. П. Программированное обучение (дидактические основы) / В. П. Беспалько. – М. : Высш. школа, 1970. – 300 с.
21. Бех І. Д. Виховання особистості : У 2 кн. : Навч.-метод. посіб. / І. Д. Бех. – К. : Либідь, 2003.
Кн. 1 : Особистісно орієнтований підхід : теоретико-технологічні засади. – 2003. – 278 с.
Кн. 2 : Особистісно орієнтований підхід: науково-практичні засади. – 2003. – 344 с.

22. Богоявленская Д. Б. Психология творческих способностей / Д. Б. Богоявленская. - М. : Academia, 2002. – 317 с.
23. Бойко Е. И. Еще раз об умениях и навыках / Е. И. Бойко // Вопросы психологии. – 1957. – №1. – С. 18-20.
24. Болтянский В. Г. Программированное обучение и методы его осуществления / В. Г. Болтянский // Учебно-наглядные пособия по математике. – 1968. – Вып. 3. – С. 24-36.
25. Болтянский В. Г. К проблеме дифференциации школьного математического образования / В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер // Математика в школе. – 1988. – №3. – С. 9-10.
26. Бондар В. І. Дидактика / В. І. Бондар. – К. : Либідь, 2005. – 264 с.
27. Боно Э. Развитие мышления : три пятидневных курса / Э. Боно ; пер. с англ. – Мн. : Попурри, 1997. – 125 с.
28. Боно Э. Рождение новой идеи. О нешаблонном мышлении / Э. Боно ; пер. с англ. под общ. ред. и послесл. О.К.Тихомирова. – М.: Прогресс, 1976. – 101 с.
29. Бородин А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики / Андрей Николаевич Бородин. – СПб. : Лань, 2002. – 256 с.
30. Бродський Я. С. Події, ймовірності, частоти / Яків Соломонович Бродський. – Х. : Основа: «Тріада+», 2007. – 144 с.
31. Бродський Я. С. Про вивчення елементів комбінаторики, ймовірності, статистики в школі / Яків Соломонович Бродський // Математика в школах України. – 2004. – №35(83) – С. 6-10, №36(84). – С. 15-17.
32. Бродський Я. С. Про прикладну спрямованість навчання математики / Я. С. Бродський, С. І. Великодній, О. Л. Павлов // Рідна школа. – 2006. – №2. – С. 60-63.
33. Брызгалова С. И. Исследовательский метод обучения как способ развития учебно-исследовательской деятельности учащихся / Светлана Ивановна Брызгалова // Развитие учебно-исследовательской деятельности в системе

- дополнительного образования детей: Доклады и сообщения. – Калининград, 2001. – С. 10-19.
34. Брызгалова С. И. Формирование готовности учителя к педагогическому исследованию : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.08 / Брызгалова Светлана Ивановна. – Калининград, 2004. – 342 с.
 35. Бурда М. І. Структура і зміст профільного навчання математики/ Михайло Іванович Бурда // Математика в школі. – 2007. – №7. – С. 3-6.
 36. Бурда М. І. Математика 10-11 : Навчальний посібник для шкіл, ліцеїв та гімназій гуманіст. профілю / М. І. Бурда, О. С. Дубинчук, Ю. І. Мальований. – К. : Освіта, 2004. – 224 с.
 37. Буряк В. К. Вироблення в учнів дослідницьких навичок / В. К. Буряк // Радянська школа. – 1987. – №2. – С. 17-22.
 38. Бунимович Е. А. Основы статистики и вероятность : Пособие для общеобразоват. учреждений / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев. – М. : Дрофа, 2004. – 288 с.
 39. Вандер Б. Л. Математическая статистика / Б. Л. Вандер : пер. с нем. Л. Н. Большева. – М. : ИЛ, 1960. – 434 с.
 40. Ващенко Г. Г. Загальні методи навчання : підручник для педагогів / Всеукраїнське Педагогічне Товариство ім. Г. Ващенка. – К., 1997. – 410 с.
 41. Введение в теорию и практику исследовательской деятельности : учеб.пособие / [сост. В. П. Ушачев]. – Магнитогорск : Изд-во Магнитогор. гос. пединститута, 1993. – 54 с.
 42. Векслер С. И. Развитие критического мышления старшеклассников в процессе обучения : автореф. дис. на соискание ученой степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.01 «Общая педагогика и история педагогики» / С. И. Векслер. – К., 1974. – 23 с.
 43. Великодний С. І. Математичне моделювання при розв'язуванні задач / С. І. Великодний // Математика в школі. – 2005. – №9. – С. 15-20.

44. Венецкий И. Г. Основы теории вероятностей и математической статистики / И. Г. Венецкий, Г. С. Кильдишев. – М. : Изд-во «Статистика», 1968. – 360 с.
45. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Высш. шк., 1999. – 575 с.
46. Вентцель Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 3-е изд. – М. : Высш. шк., 2000. – 366 с.
47. Вертгеймер М. Продуктивное мышление / М. Вертгеймер ; пер. с англ. / Ред. С. Ф. Горбова, В. П. Зинченко. – М. : Прогресс, 1987. – 335 с.
48. Вікова та педагогічна психологія : [навч. посібн.] / О. В. Скрипченко, Л. В. Долинська, З. В. Огородійчук та ін. 2-ге вид. – К. : Каравела, 2007. – 400 с.
49. Виленкин Н. Я. Алгебра и математический анализ для 11 класса : Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд. – 3-е изд. – М. : Просвещение, 1993. – 288 с.
50. Вильямс Р. Компьютеры в школе / Р. Вильямс, К. Маклин ; пер. с англ. / Общ. ред. и вступ. ст. В. В. Рубцова. – М. : Прогресс, 1988. – 335 с.
51. Волкова Н. Д. Дослідницька діяльність учнів при вивченні геометрії, як засіб розвитку їх творчого мислення : автореф. дис. на соискание ученой степени кандидата пед. наук / НДІ педагогіки УРСР. – К., 1972. – 21 с.
52. Волощук І. С. Методи розвитку творчих здібностей учнів молодшого шкільного віку. Методичний посібник / І. С. Волощук // Рідна школа. – 1998. – №3. – С. 29-51.
53. Всесвятский Б. В. Системный подход к биологическому образованию в средней школе / Б. В. Всесвятский – М. : Просвещение, 1985. – 143 с.
54. Выготский Л. С. Воображение и творчество в детском возрасте / Л. С. Выготский : Психологический очерк : Книга для учителя. 3-е изд. – М. : Просвещение, 1991. – 90 с.

55. Гальперин П. Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П. Я. Гальперин // Исследования мышления в советской психологии : Сб-к научн.трудов. – М. : Наука, 1966. – С. 236-278.
56. Гершунский Б. С. Компьютеризация в сфере образования : Проблемы и перспективы / Б. С. Гершунский. – М. : Педагогика, 1987. – 264 с.
57. Гилфорд Дж. Три стороны интеллекта. Психология мышления / Дж. Гилфорд. ; под ред. А. М. Матюшкина. – М. : Прогресс, 1965. – С. 433-456.
58. Гиппенрейтер Ю. Б. Введение в общую психологию / Ю. Б. Гиппенрейтер. – М. : ЧеРо : Юрайт, 2002. – 332 с.
59. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – Изд. 4-е, доп. – М. : Высш. шк., 1975. – 368 с.
60. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – М. : Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
61. Гнеденко Б. В. Об обучении математике в университетах и педвузах на рубеже двух тысячелетий / Б. В. Гнеденко, Д. Б.Гнеденко. М. : ЛЕНАНД, 2006. – 158 с.
62. Гнеденко Б. В. Элементарное введение в теорию вероятностей / Б. В. Гнеденко, А. Я. Хинчин. – М. : Наука, 1982. – 160 с.
63. Боженко Л. И. Система познавательных заданий как средство формирования общеучебных умений школьников : автореф. дис. на соискание ученой степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.01 «Общая педагогика и история педагогики» / Л. И. Гоженко. – К., 1985. – 18 с.
64. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / Семен Устинович Гончаренко. – К. : Либідь, 1997. – 374 с.
65. Голобородько В. В. Наукова робота учнів / В. В. Голобородько. Програма організації науково-дослідницької діяльності учнів / В. М. Гнедашев. – Х. : Вид.група «Основа», 2005. – 208 с.

66. Голант Е. Я. Методы обучения в современной школе / Е. Я. Голант. – М. : Учпедгиз, 1957. – 152 с.
67. Горошко Ю. В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи : дис. ... кандидата пед. наук : 13.00.02 / Горошко Юрій Васильович. – К., 1993. – 104 с.
68. Грабарь М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабарь, К. А. Краснянская. – М. : Педагогика, 1977. – 136 с.
69. Гримак Л. П. Резервы человеческой психики : Введение в психологию активности / Л. П. Гримак. – М. : Политиздат, 1989. – 319 с.
70. Гриньова М. В. Феномен навчальної діяльності / М. В. Гриньова // Педагогіка і психологія. – 1995. – №2. – С. 23-29.
71. Грохольська А. В. Застосування кодопозитивів під час вивчення теми «Вступ до стохастики» / Алла Василівна Грохольська // Математика в школі. – 2004. – №9. – С. 31-36.
72. Груденов Я. И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике / Я. И. Груденов. – М. : Педагогика, 1987. – 158 с.
73. Груздев П. Н. Вопросы воспитания мышления в процессе обучения / П. Н. Груздев, Ш. Н. Ганелин. – М. : АПН РСФСР, 1949. – 356 с.
74. Гурова Л. Л. Мыслительные операции в процессе осознанного решения задач / Л. Л. Гурова // Вопросы психологии, 1968. – №2. – С. 5-8.
75. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. – М. : Интор, 1996. – 540 с.
76. Данилов М. А. Взаимодействие деятельности учителя и самостоятельной работы учащихся в процессе изучения нового материала / М. А. Данилов. – М. : Педагогика, 1972. – 204 с.
77. Дидактика средней школы : [под ред. М. А. Данилова и М. Н. Скаткина]. – М. : Просвещение, 1975. – 303 с.

78. Дидактичні матеріали з математики : Навчальний посібник / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. – К. : Вища шк., 2001. – 271 с.
79. Державна національна програма «Освіта» («Україна XXI століття»). – К. : Райдуга, 1994. – 62 с.
80. Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в школі. – 2004. – №2. – С. 2-5.
81. Джонс Дж. К. Методы проектирования / Дж. К. Джонс : пер. с англ. – 2-е изд., доп. – М. : Мир, 1986. – 326 с.
82. Дорно И. В. Проблемное обучение в школе / И. В. Дорно. – М. : Просвещение, 1984. – 31 с.
83. Дусавицький О. К. Повернемо дитині мислення: розвивальне навчання / О. К. Дусавицький. // Рідна школа. – 1997. – №11. – С. 3-4.
84. Дьяченко М. И. Краткий психологический словарь : Личность : образование, самообразование, профессия / М. И. Дьяченко, Л. А. Кандыбович. – Мн. : «Хэлтон», 1998. – 399 с.
85. Єйнох Г. Й. Позакласна робота та факультативні заняття з математики / Г. Й. Єйнох // Математика в школах України. – 2006. – №16-18. – С. 2-7.
86. Егоров С. Ф. Хрестоматия по истории школы и педагогики в России (до Великой Октябрьской социалистической революции). Учебное пособие для студентов пед ин-тов / С. Ф. Егоров : под ред. д-ра пед. наук, проф. Ш. И. Ганелина. – М. : Просвещение, 1974. – 527 с.
87. Ершов А. П. Компьютеризация школы и математическое образование / А. П. Ершов // Информатика и образование. – 1992. – №5. – С. 3-12.
88. Жалдак М. І. Деякі властивості ймовірнісних моделей стохастичних експериментів / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Збірник наукових праць. – К. : Комп'ютер в школі та сім'ї. – 2001. – Вип. 3. – С. 49-68.

89. Жалдак М. І. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою. Посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін. – К. : Шкільний світ, 2006. – 120 с.
90. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики. Посібник для вчителів / Мирослав Іванович Жалдак. – К. : Техніка, 1997. – 303 с.
91. Жалдак М. І. Математика (Алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою : Навчальний посібник для підготовчих відділень / М. І. Жалдак, А. В. Грохольська, О. Б. Жильцов. – К. : МАУП, 2003. – 304 с.
92. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером. Посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко. – К. : РННЦ «ДНІТ», 2004. – 254 с.
93. Жалдак М. І. Методика навчання елементів стохастики учнів старшої школи. Матеріали для проведення уроків / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін, І. С. Соколовська // Математика в школі. – 2007. – №6. – С. 26-31, №7. – С. 17-22, №8. – С. 3-7, №9-10. – С. 9-14; 2008. – №1. – С. 6-10.
94. Жалдак М. І. Основи теорії і методів оптимізації : Навчальний посібник / М. І. Жалдак, Ю. В. Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 608 с.
95. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / Мирослав Іванович Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Збірник наукових праць – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – Вип. 7. – С. 3-16.
96. Жалдак М. І. Проблема інформатизації навчального процесу в школі і в вузі // Сучасна інформаційна технологія в навчальному процесі : Збірник наукових праць Ключко В. І. Застосування новітніх інформаційних технологій при вивченні вищої математики у технічному вузі : Навчально-методичний посібник. – Вінниця : ВДТУ, 1997. – 300 с. – К. : КДПІ імені М. П. Драгоманова, 1991. – С. 3-16.
97. Жалдак М. І. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології. Навчальний посібник / М. І. Жалдак, Н. М. Кузьміна, С. Ю. Берлінська. – К. : Вища школа, 1995. – 351 с.

98. Жалдак М. І. Про вивчення елементів стохастики у школі / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін // Математика в школі. – 2004. – №9-10. – С. 7-12.
99. Жалдак М. І. Про коректність введення понять «випадкова подія», «ймовірність», «випадкова величина» у шкільному курсі математики / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Збірник наукових праць. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2008. – №6 (13). – С. 3-12.
100. Жалдак М. І. Про поняття випадкової події, ймовірності, ймовірнісного простору, випадкової величини / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін // Математика в школі. – 2002. – №2. – С. 18-23.
101. Закон України “Про освіту”. – К. : Міністерство освіти України, 1996. – 36 с.
102. Закон України “Про загальну середню освіту”[Електронний ресурс] : Законодавство України. – К. : CD-вид-во «Инфодиск», 2006. – № 11. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Систем. вимоги : Pentium-233; 32 Мб RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.
103. Зимняя И. А. Исследовательская работа как специфический вид человеческой деятельности / И. А. Зимняя, Э. А. Шашенкова. – Ижевск : ИЦПКПС, 2001. – 103 с.
104. Иодко А. Г. Формирование у учащихся умений исследовательской деятельности в процессе обучения химии : дис. ... кандидата пед. наук : 13.00.02 / Иодко А. Г. – М., 1983. – 183 с.
105. Ительсон Л. Б. Лекции по современным проблемам психологии обучения / Л. Б. Ительсон. – Владимир. – 1972. – 264 с.
106. Кабанова-Меллер Е. Н. Учебная деятельность и развивающее обучение / Е. Н. Кабанова-Меллер. – М. : Знание, 1981. – 96с.
107. Калмыкова З. И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З. И. Калмыкова. – М.: Педагогика, 1981. – 200 с.

108. Камышникова Т. А. Применение исследовательского подхода в обучении / Т. А. Камышникова // Советская педагогика. – 1987. – № 12. – С. 32-36.
109. Карелин Л. З. Задачи на исследование в школьном курсе геометрии : автореф. дис. на соискание ученой степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения» / Л. З. Карелин. – К., 1968. – 15 с.
110. Карлащук А. Ю. Формування дослідницьких умінь школярів у процесі розв'язування математичних задач з параметрами : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання» / А. Ю. Карлащук. – К., 2001. – 19 с.
111. Кирсанов А. А. Индивидуализация учебной деятельности как педагогическая проблема / А. А. Кирсанов. – Изд-во Казанского ун-та : Казань, 1982. – 224 с.
112. Клименко В. Механізм творчості: чи можна його розвивати? / В. Клименко // Шкільний світ. – 2001. – №2-3 (82-83).
113. Клименко В. Механізм творчості: чим його розвивати? / В. Клименко // Шкільний світ. – 2001. – №25-28 (105-108).
114. Клименченко Д. В. Воспитывать исследовательские навыки / Д. В. Клименченко // Математика в школе. – 1972. – №3. – С. 26-27.
115. Ключко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Ключко Віталій Іванович. – Вінниця, 1998. – 396 с.
116. Ковалев С. М. Исследование / С. М. Ковалев // СЭС. – М. : «Советская энциклопедия», 1979. – С. 516.
117. Коваленко В. Г. Проблемний підхід до навчання математики : методичний посібник / В. Г. Коваленко, І. Ф. Тесленко. – К. : Рад.шк., 1985. – 88 с.
118. Колмогоров А. Н. Введение в теорию вероятностей и комбинаторику / А. Н. Колмогоров // Математика в школе. – 2000. – №8. – С. 2-9.
119. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей / А. Н. Колмогоров. – М.-Л. : Объединенное научно-техническое изд-во НКТП

- СССР, Главная редакция общетехнической литературы и номографии, 1936. – 80 с.
120. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математики / Ю. М. Колягин. – М. : Просвещение, 1977.
- Ч. 1 : Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М. : Просвещение, 1977. – 110 с.
- Ч. 2 : Обучение математике через задачи и обучение решению задач. – М.: Просвещение, 1977. – 144 с.
121. Коменский Я. А. Высшая дидактика / Я. А. Коменский / под ред. А. И. Пискунова и др. – М. : Педагогика, 1982. – 656 с.
122. Кон И. С. Психология старшеклассника / И. С. Кон. – М. : Просвещение, 1982. – 207 с.
123. Концепція загальної середньої освіти (12-річна школа) [Електронний ресурс] : Законодавство України. – К. : CD-вид-во «Инфодиск», 2006. – № 11. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Систем. вимоги : Pentium-233; 32 Мб RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.
124. Концепція профільного навчання у старшій школі // Математика в школі. – 2006. – №4. – С. 2-7.
125. Коротяев Б. И. Методы навчально-пізнавальної діяльності учнів / Б. И. Коротяев. – К. : Рад.шк.,1971. – 175 с.
126. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / Григорій Силевич Костюк / під ред. Л. М. Проколієнко. – К. : Рад.школа, 1989. – 608 с.
127. Кравцова И. А. Дидактические условия формирования у учащихся интереса к учебно-исследовательской работе : дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.01 / Кравцова Инна Адамовна. – Кривой Рог, 1997. – 180 с.
128. Критерії оцінювання навчальних досягнень у системі загальної середньої освіти [Електронний ресурс] : Законодавство України. – К. : CD-вид-во «Инфодиск», 2006. – № 11. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. –

- Систем. вимоги : Pentium-233; 32 Мб RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.
129. Крутецкий В. А. Психология обучения и воспитания школьников / В. А. Крутецкий. – М. : Просвещение, 1976. – 303 с.
 130. Кузнецова А. Ф. Проблемно-поисковые домашние задания как средства формирования познавательных интересов учащихся : автореф. дис. на соискание ученой степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения» / А. Ф. Кузнецова. – К., 1983. – 13 с.
 131. Кузьмінський А. І. Педагогіка : підручник / А. І. Кузьмінський, В. Л. Омеляненко. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К. : Знання-Прес, 2004. – 445 с.
 132. Кукушин В. С. Дидактика (теория обучения) : [учебное пособие] / В. С. Кукушин. – М. : ИКЦ «МарТ», 2003. – 368 с.
 133. Кулько В. А. Формирование у учащихся умений учиться : пособие для учителей / В. А. Кулько, Т. Д. Цехмистрова. – М. : Просвещение, 1983. – 80 с.
 134. Кулюткин Ю. Н. Диалог как предмет педагогической рефлексии / Ю. Н. Кулюткин. — СПб. : СпецЛит, 2001. — 75 с.
 135. Лазарев М. О. Основи педагогічної творчості / М. О. Лазарев. – Суми : ВВП Мрія-ЛТД, 1995. – 212 с.
 136. Левинов А. М. О содержании понятий «навык» и «умение» / А. М. Левинов // Советская педагогика. – 1980. – №3. – С. 68-72.
 137. Левитес Д. Г. Практика обучения : современные образовательные технологии / Д. Г. Левитес. - Москва-Воронеж, 1998. – 288 с.
 138. Левченко Л. С. Творча самореалізація старшокласників у науково-дослідницькій діяльності шкіл нового типу : дис. ... кандидата пед. наук : 13.00.01 / Левченко Людмила Степанівна. – Суми, 1999. – 211 с.
 139. Лемберг Р. Г. Дидактические очерки / Р. Г. Лемберг. – Алма-Ата : Казгосучпедгиз, 1960. – 194 с.

140. Леонтьев А. Н. Деятельность, сознание, личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Политиздат, 1975. - 304 с.
141. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М. : Педагогика, 1981. – 186 с.
142. Лернер И. Я. Поисковые задачи в обучении как средство развития творческих способностей / И. Я. Лернер / В кн. : Научное творчество / под ред. С. В. Микулинского, М. Г. Ярошевского. – М. : Наука, 1969. – С. 413-418.
143. Лиходєєва Г. В. Дослідницький підхід у навчанні учнів елементів стохастики з використанням інформаційних технологій / Г. В. Лиходєєва // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Збірник наукових праць. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. - №6 (13). – С. 105 – 111.
144. Лиходєєва Г. В. Елементи стохастики : практикум для студентів вищих навчальних педагогічних закладів освіти / Г. В. Лиходєєва. – Бердянськ : БДПУ, 2005. – 68 с.
145. Лиходєєва Г. В. Задачі математичної статистики для учнів, методика їх постановки та розв'язування з використанням персонального комп'ютера / Г. В. Лиходєєва / Підготовка вчителя математики до роботи в умовах використання комп'ютерно-орієнтованих систем навчання: Колективна монографія / За ред. О. М. Литвина. – Донецьк: ТОВ «Юго-Восток, ЛТД», 2006. – С. 325-335.
146. Лиходєєва Г. В. Математичне моделювання в процесі формування навчально-дослідницьких умінь учнів / Г. В. Лиходєєва // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції «Безперервна фізико-математична освіта : проблеми, пошуки, перспективи» - Бердянськ : БДПУ, 2007. – С. 52-53.
147. Лиходєєва Г. В. Навчально-дослідницькі уміння та дослідницька діяльність учнів у психолого-педагогічній літературі / Г. В. Лиходєєва //

- Дидактика математики : проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 27. Донецьк : Фірма ТЕАН, 2007. – С. 89-94.
148. Лиходєєва Г. В. Навчальне статистичне дослідження як засіб формування навчально-дослідницьких умінь учнів / Г. В. Лиходєєва // Тези Міжнародної науково-практичної конференції «Математична освіта в Україні : минуле, сьогодення, майбутнє» – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. – С. 73-74.
149. Лиходєєва Г. В. Особливості учбової діяльності учнів при вивченні ймовірностей / Г. В. Лиходєєва // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №4. – Бердянськ : БДПУ, 2003. – С. 104-110.
150. Лиходєєва Г. В. Підготовка майбутніх учителів математики до викладання теорії ймовірностей та основ математичної статистики у різнопрофільних класах загальноосвітньої школи / Г. В. Лиходєєва // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – №2. – Бердянськ : БДПУ, 2002. – С. 206-212.
151. Лиходєєва Г. В. Розв'язування задач математичної статистики з використанням комп'ютера / Г. В. Лиходєєва // Математика в школі. – 2007. – №1. – С. 27-33.
152. Лиходєєва Г. В. Структурні компоненти навчально – дослідницьких умінь учнів / Г. В. Лиходєєва // Тези доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції «Навчання, виховання та розвиток» - Бердянськ : БДПУ, 2004. – С. 27-28.
153. Лиходєєва Г. В. Формування навчально-дослідницьких умінь учнів при вивченні елементів стохастичності / Г. В. Лиходєєва // Наукові записки. – Випуск 60. – Серія : Педагогічні науки. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. – 2005. – Частина 1. – С. 174-179.
154. Ломов Б. Ф. Информационное взаимодействие человека и машины / Б. Ф. Ломов. – М. : Прогресс, 1983. – 430 с.

155. Лук А. Н. Психология творчества / А. Н. Лук. – М. : Просвещение, 1978. – 127 с.
156. Лютикас В. С. Факультативный курс по математике. Теория вероятностей? Это интересно! / В. С. Лютикас. – М. : Мир, 1993. – 216 с.
157. Маркова А. К. Формирование мотивации учения : книга для учителя / А. К. Маркова, Т. А. Матис, А. Б. Орлов. – М. : Просвещение, 1990. – 192 с.
158. Математика : 5 кл. : учебн. для общеобразоват. учреждений / под ред. Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина. – 6-е изд. – М. : Просвещение : Дрофа, 2003. – 368 с.
159. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных. 9 кл. : учеб. для общеобразоват. учреждений / под ред. Г. В. Дорофеева. – 5-е изд. – М. : Дрофа, 2004. – 352 с.
160. Математика 5-12 класи. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. – Київ-Ірпень : Перун, 2005. – 64 с.
161. Матюшкин А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А. М. Матюшкин. – М. : Педагогика, 1972. – 206 с.
162. Матюшкин А. М. Мышление, обучение, творчество / А. М. Матюшкин. – Воронеж : Модек, 2003. – 718 с.
163. Махмутов М. И. Организация проблемного обучения в школе / М. И. Махмутов. - М. : Просвещение, 1977. – 240 с.
164. Махмутов М .И. Проблемное обучение : Основные вопросы теории / М. И. Махмутов. – М., 1975. – 257 с.
165. Мацкевич В. Ф. Методичні рекомендації щодо вивчення математики у 2006/2007 навчальному році / В. Ф. Мацкевич // Математика в школах України. – 2006. – №25(145). – С. 5-8.
166. Машбиц Е. Й. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения / Е. Й. Машбиц. – М. : Педагогика, 1988. – 191 с.
167. Машбиц Е. Й. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е. Й. Машбиц. – К. : Вища школа, 1987. – 224 с.

168. Милерян Е. А. Психология формирования общетрудовых политехнических умений / Е. А. Милерян. – М. : Педагогика, 1973. – 299 с.
169. Мойсеюк Н. Є. Педагогіка. Навчальний посібник / Н. Є. Мойсеюк. - 3-є вид., доповнене. – К. – 2001 – 608 с.
170. Моляко В. А. Психология решения школьниками творческих задач / В. А. Моляко. – К. : Рад. школа, 1983. – 94 с.
171. Монахов В. М. Перспективы использования и внедрения новой информационной технологии обучения на уроках математики / В. М. Монахов // Математика в школе. – 1991.– № 3.– С. 23-28.
172. Морзе Н. В. Система методичної підготовки майбутніх вчителів інформатики в педагогічних університетах : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання» / Н. В. Морзе. – К., 2003. – 39 с.
173. Морозов Г. М. Проблема формирования умений, связанных с применением математики : автореф. дис. на соискание ученой степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения» / Г. М. Морозов. – М., 1978. – 22 с.
174. Мостеллер Ф. Вероятность / Ф. Мостеллер, Р. Рурке, Дж. Томас ; пер. с англ. В. В. Фирсова / под ред. И. М. Яглома. – М. : Мир, 1969. – 431 с.
175. Мочалова Н. М. Методы проблемного обучения и границы их применения / Н. М. Мочалова. – Казань : Изд-во КГУ, 1979. – 158 с.
176. Михалін Г. О. Математичний кругозір учителя математики та його формування у процесі навчання математичного аналізу / Г. О. Михалін // Математика в школі. – 2004. – №4. – С. 12-16.
177. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Г. О. Михалін. – К. : ДІНІТ, 2003. – 320 с.
178. Михалін Г. О. Проблема навчання теорії ймовірностей майбутнім учителем у світлі історичного розвитку наукових теорій / Михалін Г. О., Надточий С. Л. // Теорія та методика навчання математики, фізики,

- інформатики. В кн. VII, М. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НметаУ. – С. 238 -245.
179. Михалін Г. О. Статистичні ймовірності. Прості випадкові величини. Закон великих чисел / Г. О. Михалін, О. В. Стогній // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Збірник наукових праць. – К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. – №4 (11). – С. 163-170.
180. Національна доктрина розвитку освіти [Електронний ресурс] : Законодавство України. – К. : CD-вид-во «Инфодиск», 2006. – № 11. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Систем. вимоги : Pentium-233; 32 Мб RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.
181. Недодатко Н. Г. Формування навчально-дослідницьких умінь старшокласників : дис. ... кандидата пед. наук : 13.00.09 / Недодатко Наталя Григорівна. – Кривий Ріг, 2000. – 212 с.
182. Нейман Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики / Ю. Нейман ; пер. с англ. Н. М. Митрофановой и А. П. Хусу. – М. : Наука, 1968. – 448 с.
183. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : дворівневий підручник для 11 кл. загальноосвітніх навчальних закладів / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Х. : Світ дитинства, 2005. – 392 с.
184. Немов Р. С. Психологія : учебник для студентов высших пед. учеб. заведений / Р. С. Немов : В 3 кн. – М. : Гуманит. Изд. Центр ВЛАДОС, 2003. – Кн.1 : Общие основы психологии. – 688 с.
185. Новий тлумачний словник української мови : в 4 т. / [укл. В. В. Яременко, О. М. Сліпушко]. – К. : АКОНІТ, 1999.
- Т.1. – 1999. – 910 с.
- Т.2. – 1999. – 911 с.
- Т.3. – 1999. – 927 с.
- Т.4. – 1999. – 941 с.

186. Новиков А. М. Методология учебной деятельности / А. М. Новиков. – М. : Эгвес, 2005. – 176 с.
187. Новиков А. М. Процесс и методы формирования умений / А. М. Новиков. - М. : Высшая школа, 1986. – 232 с.
188. Обухов А. С. Исследовательская деятельность как способ формирования мировоззрения / А. С. Обухов // Народное образование. – 1999. – №10 – С. 158-160.
189. Оконь В. Введение в общую дидактику / В. Оконь ; пер. с польск. Л. Г. Кашкуревича, Н. Г. Горина. – М. : Высш. шк., 1990. – 382 с.
190. Оконь В. Основы проблемного обучения / В. Оконь ; пер. с польск. – М. : Просвещение, 1968. – 208 с.
191. Онищук В. О. Типи, структура і методика уроку в школі / В. О. Онищук. – К. : Радянська школа, 1976. – 184 с.
192. Особистісний підхід у профільному навчанні старшокласників / за ред. Г. О. Балла, – К. : Деміург, 1998. – 160 с.
193. Павленко О. П. Формування творчої особистості гімназиста у пошуково-дослідницькій діяльності : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня кандидата пед. наук : спец. 13.00.09 «Теорія навчання» / О. П. Павленко. – Луцьк, 2005. – 23 с.
194. Павлов И. П. Полное собрание сочинений / И. П. Павлов. – М.-Л.,1951, т. 4. – 245 с.
195. Паламарчук В. Ф. Школа учит мыслить / В. Ф. Паламарчук. – 2-е изд., доп. и перераб. – М. : Просвещение, 1987. – 208 с.
196. Педагогический словарь : В 2 т. / АПН РСФСР / гл. ред. Каиров И. А. - М. : Изд-во Акад. пед. наук РСФСР, 1960.
Т. 1. – 1960. – 774 с.
Т. 2. – 1960. – 766 с.
197. Перовский Е. И. Проблема метода в обучении / Е. И. Перовский // Советская педагогика. – 1956. – №12. – С. 75-90.

198. Пестерева В. Л. Формирование исследовательских умений учащихся при изучении функций в курсе алгебры восьмилетней школы : автореф. дис. на соискание ученой степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения» / В. Л. Пестерева. – Ленинград, 1987. – 17 с.
199. Пиаже Ж. Суждение и рассуждение ребенка / Жан Пиаже. – С-П. : Союз, 1997 – 95 с.
200. Пиаже Ж. Эволюция интеллекта в подростковом и юношеском возрасте / Жан Пиаже // Психологическая наука и образование. – 1997. – №4. – С. 56-64.
201. Пидкасистый П. И. Самостоятельная деятельность учащихся в обучении / П. И. Пидкасистый, В. И. Коротяев. – М., 1978. – 76 с.
202. Платонов К. К. Проблемы способностей / К. К. Платонов. – М. : Наука, 1972. – 312 с.
203. Плоцкі А. М. Імовірнісний простір на уроках математики як засіб розв'язування проблем / А. М. Плоцкі // Математика в школі. – 1999. – №4. – С. 7-12.
204. Плоцки А. М. Стохастические задачи и прикладная направленность в обучении математике / А. М. Плоцки // Математика в школе. – 1991. – №3. – С. 69-71.
205. Погорелов А. В. Геометрия / А. В. Погорелов. – М. : Наука, 1983. – 288 с.
206. Погорелов О. В. Планіметрія : Підручник для 7-9 класів середньої школи / О. В. Погорелов. – 3-тє видання. – К. : Освіта, 1998. – 223 с.
207. Погорелов О. В. Стереометрія : Підручник для 10-11 класів середньої школи / О. В. Погорелов. – 3-тє видання. – К. : Освіта, 1997. – 128 с.
208. Пойа Д. Как решать задачу / Дьердь Пойа ; пер. с англ., 2-е изд., испр. – М. : Учпедгиз, 1961. – 207 с.
209. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач : основные понятия, изучение и преподавание / Дьердь Пойа ; пер с англ. – М. : Наука, 1970. – 452 с.

210. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Дьердь Пойа ; пер. с англ., 2-е изд., испр. – М. : Наука, 1975. – 463 с.
211. Понамарев Я. А. Психология творчества и педагогика / Я. А. Понамарев. – М. : Педагогика, 1976. – 280 с.
212. Програма діяльності Кабінету Міністрів «Назустріч людям» [Електронний ресурс] : Законодательство Украины. – К. : CD-вид-во «Инфодиск», 2006. – № 11. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Систем. вимоги : Pentium-233; 32 Мб RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.
213. Програми факультативних курсів та курсів за вибором з математики для загальноосвітніх навчальних закладів. – К. : Навчальна книга, 2002. – 154 с.
214. Про запровадження 12-бальної шкали оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти [Електронний ресурс] : Законодательство Украины. – К. : CD-вид-во «Инфодиск», 2006. – № 11. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Систем. вимоги : Pentium-233; 32 Мб RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.
215. Про типові навчальні плани загальноосвітніх навчальних закладів на 2001/2002 – 2004/2005 навчальні роки [Електронний ресурс] : Законодательство Украины. - К. : CD-вид-во «Инфодиск», 2006. – № 11. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Систем. вимоги : Pentium-233; 32 Мб RAM; CD-ROM Windows 98/2000/NT/XP.
216. Програма з математики для класів гуманітарного напрямку. Математика 10-11 кл. [укл. М. І. Бурда, Ю. І. Мальований] // Математика. – 2001. – №37 (145).
217. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-11 класи // Математика. – 2001. – №35 (143).
218. Програма для класів з поглибленим вивченням математики. Математика 8-11 класи [укл. М. І. Бурда, М. І. Жалдак, Т. В. Колесник, Т. М. Хмара, М. Й. Ядренко] // Математика. – 2001. – №37 (145).

219. Прохоров А. В. Задачи по теории вероятностей / А. В. Прохоров, В. Г. Ушаков, Н. Г. Ушаков. – М. : Наука, 1986. – 328 с.
220. Процик И. И. Формирование исследовательских умений и навыков у учащихся сельской школы : автореф. дис. на соискание научной степени кандидата пед. наук : 13.00./ И. И Процик. – К., 1977 – 21 с.
221. Психология : словарь / под общ. ред. А. В. Петровского, М. Г. Ярошевского. – 2-е изд. – М. : Политиздат, 1990. – 494 с.
222. Пустильник И. Г. Концепция учебного познания как исследования / И. Г. Пустильник // Образование и наука. – 2000. – №2. – С. 5-8.
223. Райков Б. Е. Исследовательский метод в педагогической работе / Б. Е. Райков, В. Ю. Ульянинский, К. П. Ягодовский. – Л. : Госиздат, 1924. – 68 с.
224. Раджабов М. Б. Формирование исследовательских умений и навыков учащихся неполной средней школы при изучении курса геометрии : автореф. дис. на соискание научной степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения» / М. Б. Раджабов. – М., 1988. – 18 с.
225. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Раков Сергій Анатолійович. – Харків, 2005 – 516 с.
226. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю. С. Рамський // Математика в школі. – 2007. – № 7. – С. 36-40.
227. Реньи А. А. Трилогия о математике / А. А. Реньи ; пер. с венг. / под ред. и с пред. акад. АН УССР, проф. Б. В. Гнеденко. – М. : Мир, 1980. – 187с.
228. Решетова З. А. Психологические основы профессионального обучения / З. А. Решетова. – М. : Изд-во МГУ, 1985. – 207 с.

229. Рибо Т. Творческое воображение [электронный ресурс]. – С.-Пб., 1901. – С. 132-140. – Режим доступа : <http://web.psychology.ru>
230. Резіна О. В. Формування інформаційно-пошукових та дослідницьких умінь учнів старшої школи в процесі навчання інформатики : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання» / О. В. Резіна. – К., 2005, 20 с.
231. Рыков Н. А. К вопросу об образовании умения / Н. А. Рыков // Советская педагогика. – 1953. – №10. – С. 29-37.
232. Рубинштейн М. М. Исследовательский метод в преподавании / М. М. Рубинштейн // Мир. – 1926. – № 5. – С. 35-41.
233. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – М. : Педагогика, 1973. – 423 с.
234. Самарин Ю. А. Очерки психологии ума / Ю. А. Самарин. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1962. – 148 с.
235. Сенько Ю. В. Приобщение учащихся к элементам научного исследования и эксперимента / Ю. В. Сенько // Советская педагогика. - 1976. – № 9. – С. 18-23.
236. Сериков В. В. Личностно-ориентированное образование / В. В. Сериков // Педагогика. – 1994. – №5. – С. 16-21.
237. Сидоренко Е. А. Методы математической обработки в психологии / Е. А. Сидоренко. – СПб. : ООО «Речь», 2004. – 350 с.
238. Скаткин М. Н. Проблемы современной дидактики / М. Н.Скаткин. – 2-е изд. – М. : Педагогика, 1984. – 96 с.
239. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике : теория, методика, технология. Монография / Е. И. Скафа. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
240. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : підручник / З. І. Слєпкань. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К. : Вища шк., 2006. – 582 с.

241. Слепкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З. І. Слепкань. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. – 240 с.
242. Слепкань З. І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики / З. І. Слепкань // Математика в школі. – 2003. – №3. – С. 7-13.
243. Смагин В. И. Обучение приемам экспериментально-исследовательской деятельности как средство формирования творческой активности старшеклассников : дис. ... кандидата пед. наук : 13.00.01 / В И. Смагин – Харьков, 1989. – 201 с.
244. Смирнов С. Д. Педагогика и психология высшего образования. От деятельности к личности / С. Д. Смирнов. – М. : Academia, 2001. – 304 с.
245. Современный словарь по педагогике / [сост. Рапацевич Е. С.]. – Мн. : Современное слово, 2001. – 928 с.
246. Сорокин Н. А. Дидактика : учеб. пособие для студентов пед. институтов / Н. А. Сорокин. – М. : Просвещение, 1974. – 222 с.
247. Спиркин А. Г. Сознание и самосознание / А. Г. Спиркин. – М. : Политиздат, 1972. – 303 с.
248. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В. С. Королюк, Н. И. Портенко, А. В. Скороход, А. Ф. Турбин. – 2-е изд. – М. : Наука, 1985. – 640 с.
249. Талызина Н. Ф. Педагогическая психология / Н. Ф. Талызина. – М. : Издат. центр «Академия», 1999. – 288 с.
250. Талызина Н. Ф. Теория поэтапного формирования умственных действий и проблемы развития мышления / Н. Ф. Талызина // Советская педагогика. – 1967. – №1. – С. 28-32.
251. Творча особистість у системі неперервної професійної освіти : матеріали Міжнародної наукової конференції 16-17 травня 2000 року / За ред. С. О. Сисоєвої, О. Г. Романовського. – Харків : ХДПУ, 2000. – 436 с.

252. Токмазов Г. В. Система задач как средство формирования исследовательских умений / Г. В. Токмазов. – М. : Моск. пед. гос. ун-т, 1999. – 70 с.
253. Токмазов Г. В. Задачи по теории вероятностей как средство формирования исследовательской деятельности учащихся / Г. В. Токмазов. – М. : Моск. пед. гос. ун-т, 1997. – 96 с.
254. Токмазов Г. В. Формирование исследовательских умений в процессе решения математических задач / Г. В. Токмазов. – М. : Прометей, 1996. – 90 с.
255. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін : Монографія / Ю. В. Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 400 с.
256. Усова А. В. О критериях и уровнях сформированности познавательных умений у учащихся / А. В. Усова // Советская педагогика. – 1980. – №12. – С. 45-48.
257. Усова А. В. Формирование у учащихся учебных умений / А. В. Усова, А. А. Бобров. – М. : Знание, 1987. – 80 с.
258. Успенский В. В. Школьные исследовательские задачи и их место в учебном процессе : автореф. дис на соискание ученой степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения» / В. В. Успенский. – М., 1967. – 23 с.
259. Успенский В. В. Школьные исследовательские задачи / В. В. Успенский // Советская педагогика. – 1968. – №7. – С. 31-39.
260. Ушачев В. П. Формирование исследовательских умений у учащихся в процессе производственной практики на основе активного знания по физике : дис. ... кандидата пед.наук : 13.00.02 / Ушачев В. П. – Челябинск, 1988. – 202 с.
261. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения / Вильям Феллер. – М. : Мир, 1984. – Т. 1. – 1984. – 528 с.

262. Философский энциклопедический словарь / под ред. С. С. Аверинцева и др. – 2-е изд. перераб. и доп. – М. : Сов. энциклопедия, 1989. – 815 с.
263. Фирсов В. В. Некоторые проблемы обучения теории вероятностей как прикладной дисциплине : автореф. дис. на соискание ученой степени кандидата пед. наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения» / В. В. Фирсов. – М., 1974. – 27 с.
264. Формирование учебной деятельности школьников / В. В. Давыдов, А. К. Маркова, И. Ломпшер и др. – М : Педагогика, 1982. – 216 с.
265. Фридман Л. М. Формирование у учащихся общеучебных умений. Метод. рекомендации / Л. М. Фридман, И. Ю. Калугина. – М : Просвещение, 1995. – 30 с.
266. Фридман Л. М. Как научиться решать задачи : Кн. для учащихся старших классов средней школы / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий. – 3-е изд., дороб. – М. : Просвещение, 1989. – 192 с.
267. Фурман А. В. Проблемна ситуація в пізнавальній діяльності школярів / А. В. Фурман // Радянська школа, 1985. – №8. – С. 28-34.
268. Хамблин Д. Формирование учебных навыков / Д. Хамблин ; пер. с англ. – М. : Педагогика, 1986. – 160 с.
269. Хмара Т. М. Створюємо особистісно-орієнтовану систему навчання математики / Т. М. Хмара // Математика в школі. – 2001. – № 5. – С. 4.
270. Хургин Я. И. Как объять необъятное / Я. И. Хургин. – М. : Знание, 1985. – 192 с.
271. Хуторской А. В. Современная дидактика. Учебное пособие. 2-е изд., перераб. / А. В.Хуторской. – М. : Высш. шк., 2007. – 639 с.
272. Цехмістрова Г. С. Основи наукових досліджень / Г. С. Цехмістрова. — К. : Слово, 2003. — 240 с.
273. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей / В. П. Чистяков. – М. : Наука, 1978. – 224 с.

274. Чубарев А. М. Невероятная вероятность (О прикладном значении теории вероятностей) / А. М. Чубарев, В. С. Холодный. – М. : Знание, 1976. – 128 с.
275. Шацкий С. Т. Педагогические сочинения : в 4 т. / С. Т. Шацкий. – М. : Изд-во Акад. пед. наук РСФСР, 1962. – Т. 1. – 1962. – 503 с.
276. Шеварев П. А. Обобщенные ассоциации в учебной работе школьника / П. А. Шеварев. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 302 с.
277. Шимбирев П. Н. Педагогическая подготовка учителя средней школы в царской России / П. Н. Шимбирев // Педагогическое образование. – 1935. – №4. – С. 64-72.
278. Шкиль Н. И. Алгебра и начала анализа : учеб. для 11 кл. общеобразоват. учеб. заведений / Н. И. Шкиль, З. И. Слепкань, Е. С. Дубинчук. – К. : Зодиак-Эко, 2003. – 399 с.
279. Шляхами математики : Хрестоматія для учнів 5-9 класів / [упоряд. Т. М. Хмара]. – К. : Пед. преса, 1999. – 196 с.
280. Штофф В. А. Моделирование и философия / В. А. Штофф. – М. : Наука, 1966. – 231 с.
281. Шут М. І. Науково-дослідна робота з фізики у середніх та вищих навчальних закладах / М. І. Шут, В. П. Сергієчко : Навч. посіб. – К. : Шкільний світ, 2004. – 128 с.
282. Щиголев В. А. Исследовательский метод в работе учащихся / В. А. Щиголев. – М., 1926. – 70 с.
283. Щукина Г. И. Роль деятельности в учебном процессе / Г. И. Щукина. – М. : Просвещение, 1986. – 142 с.
284. Эльконин Д. Б. Концепция формирования умственных действий и ее критика Ю. А. Самариним / Д. Б. Эльконин // Вопросы психологии. – 1959. – №6. – С. 25-34.
285. Ягодовский К. П. Исследовательский метод в преподавании естествознания / К. П. Ягодовский. – Л. : Госиздат, 1924. – 180 с.

286. Якиманская И.С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения / И. С. Якиманская // Вопросы психологии. – 1995. – №2. – С. 31-42.
287. Ярошенко О. Г. Проблемы группової навчальної діяльності школярів : дидактико-методичний аспект / О. Г. Ярошенко. – К. : Станіца, 1990. – 245 с.
288. Batson T., Bass R. Primacy of Process : Teaching and Learning in the Computer Age / T. Batson, R. Bass // Change, March-April, 1996. – P.12-21.
289. Hudson B., Borba M. The role of technology in the mathematics classroom: ICME-8 Working group 16 – Secondary School Sub-Group.–MicroMath.– 1999, Vol. 15, No. 1, pp. 19-23.
290. Jaworski, B. “Mathematics teacher research: Process practice and the development of teaching”. -Journal of Mathematics Teacher Education, 1(1), 1998. – pp. 3-31.
291. Lampert M. “What can research on teacher education tell us about improving quality in mathematical education?” Teaching and Teacher education 4(2). – 1988. – pp. 157-170.
292. Maslow A.N. Motivation and personality / A.N. Maslow // Under the eq. of Munphy CNY, 1989. – YXIY. – 44 p.
293. Shulman L.S. “Those who understand, Knowledge growth in teaching.” Educational Researcher, 15(2). – 1986. – pp. 4-14.

Урок 1

Тема. Вступ до статистики. Статистичне спостереження, генеральна сукупність і вибірка.

Мета уроку. Учні повинні отримати уявлення про статистику як науку, її предмет і методи, статистичні спостереження та їх види, статистичні таблиці.

I. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Вступ до статистики

Теорію ймовірностей як науку про закономірності масових явищ можна розглядати як частину більш широкої науки — статистики. Термін «статистика» походить від латинського «status» — стан.

На початку ХХст. у США і в усіх західноєвропейських країнах виникли урядові статистичні бюро, які проводили переписи населення і готували результати їх обробки до публікації.

Зрозуміло, що статистичні дослідження різних країн можна порівнювати між собою тільки за умови, якщо вони велися за однією і тією самою методикою. Першими організаціями, наділеними координаційними функціями, стали, починаючи з 1919 р., міжнародні статистичні конгреси. З 1946р. при ООН працює Статистична комісія. Особливе значення мають публікації статистичних матеріалів регіональними статистичними комісіями, що входять до статистичної системи ООН. Назвемо найважливіші видання:

- Демографічний щорічник (Demographic Yearbook). Із цього видання можна дізнатися про зміни чисельності населення країн світу, народжуваність, смертність, розподіл населення на міське та сільське.
- Статистичний щорічник Продовольчої комісії, де публікуються дані про урожайність і площі вирощування основних культур, а також рівні споживання і якість продовольчих продуктів, їх калорійність у різних країнах.

Така увага до статистичних даних на державному і міжнародному рівнях свідчить про необхідність оволодіння основними поняттями і методами

статистики.

Ми розглянемо такі основні теми математичної статистики:

1. Статистичне спостереження, генеральна сукупність і вибірка.
2. Варіаційні ряди і найпростіші їх характеристики.
3. Полігон і гістограма, медіана і мода.
4. Статистичні характеристики варіаційних рядів — середнє арифметичне і вибіркова дисперсія.

Термін вибірка означає деяку групу, відібрану із сукупності. Якщо нас буде цікавити певна характеристика сукупності, то її називають параметром сукупності. Наприклад, розглянемо сукупність бухгалтерів України, їхня середня заробітна плата буде являти собою параметр сукупності. Але якщо відібрати 100 бухгалтерів, то це буде вибірка, а їхня середня заробітна плата буде статистичним показником, який характеризує параметр сукупності.

Метою статистичного дослідження може бути пошук величини параметра сукупності, наприклад таких, як середня зарплата держслужбовців України або середній зріст чоловічого населення Європи. Другою проблемою, яку вирішують у статистичному дослідженні, є визначення ступеню довіри до тверджень стосовно параметрів сукупності, коли параметр визначався за певною вибіркою. Наприклад, наскільки середня зарплата сотні певним чином відібраних бухгалтерів наближена до середньої зарплати всіх бухгалтерів. Проте цю сторону статистичного дослідження ми розглядати не будемо — її вивчають в університетському курсі математичної статистики.

Вибіркове спостереження застосовують із декількох причин.

1. Практичність. Генеральна сукупність, як правило, дуже велика, практично необмежена, її фізично неможливо охопити спостереженнями.
2. Затрати. Статистичне спостереження кожного з представників сукупності потребує певних коштів, і при збільшенні обсягу вибірки такі затрати можуть зростати необмежено.
3. Виграш за часом дослідження. Часто буває так, що потрібно оцінити параметр сукупності терміново і неможливо за обмежений проміжок часу

охопити всю сукупність.

4. Помилки. Разом зі збільшенням обсягу вибірки зростає кількість людей, залучених до статистичного спостереження, водночас збільшується ризик помилок з причини «людського фактора».

5. Статистичні випробування зі знищенням. Спостереження над представниками вибірки може передбачати їх знищення. Наприклад, досліджується тривалість безвідмовної роботи електролампочок певного типу. Тоді судити про цей параметр усієї сукупності лампочок можна тільки за результатом випробування певної вибірки лампочок.

Випадковий відбір. Дуже важливо, щоб вибірка була репрезентативною, тобто з достатньою повнотою і правильністю представляла б усю генеральну сукупність.

Як правило, набір даних у вибірці являє собою множину хтозна-як розкиданих чисел. Якщо послідовно переглядати їх, то виявити якусь закономірність їх еволюції досить важко. Для дослідження наявних закономірностей, за якими змінюються значення випадкової величини, експериментальні дані піддають попередній обробці.

Якщо вибіркові дані розташувати за таким порядком, щоб вони не спадали, то таку вибірку називають ранжованою, а саму операцію переходу до такої перестановки називають ранжуванням.

Після операції ранжування дані групують, тобто утворюють послідовний за зростанням ряд ознак, і називають цей ряд варіаційним рядом. Елементи варіаційного ряду — значення ознак — називають варіантами. Кількість елементів вибірки, які мають одну й ту саму дану варіанту x_i , називають частотою варіанти і позначають n_i . Тоді вибірку можна задати у вигляді частотної таблиці (табл. 1).

Таблиця 1

x_i	x_1	x_2	...	x_r
n_i	n_1	n_2	...	n_r

Приклад 1. Нехай за спостереженнями випадкової величини виділено вибірку із 40 елементів (цифр): 1; 3; 4; 1; 3; 2; 0; 2; 0; 5; 4; 4; 2; 6; 5; 2; 3; 2; 5; 2; 3; 0; 6; 2; 1; 4; 2; 4; 3; 5; 2; 0; 5; 3; 4; 2; 1; 7; 1; 0. Розташувавши ці дані за порядком зростання, дістанемо варіаційний ряд спостережень: 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 5; 6; 6; 7. У ньому налічується вісім варіант: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Частотна таблиця матиме вигляд (табл. 2).

Таблиця 2

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	5	5	10	6	6	5	2	1

Якщо кількість варіант досить значна, то сукупність їх значень розділяють на інтервали. Існує кілька загальних правил групування значень вибірки по інтервалах, які допомагають уникненню плутанини і забезпечують ефективно складання таблиць. Наведемо найважливіші з них.

1. При виборі числа інтервалів групування краще за все орієнтуватися на 10—20 інтервалів.

2. Інтервали повинні мати однакову ширину.

3. Необхідно охоплювати всю область даних. Для цього потрібно знати межі інтервалу даних.

4. Потрібно вибирати зручні інтервали групування. Якщо виразно простежується певна однакова відстань між значеннями, то їх можна використовувати як середини інтервалів.

II. Закріплення нового матеріалу

1. Розв'язати задачу. Опитавши 25 жінок про розмір їхнього взуття, отримали такі дані: 37, 34, 36, 35, 34, 36, 38, 36, 38, 35, 36, 35, 37, 39, 37, 37, 36, 36, 35, 37, 39, 38, 34, 35, 36. Складіть частотну таблицю. Вкажіть кількість варіант та частоту варіанти під номером 4.

Розв'язання (табл. 3)

Таблиця 3

Розмір	34	35	36	37	38	39
Кількість	3	5	7	5	3	2

Кількість варіант — 6.

Частота варіанти під номером 4 — 5.

2. Розв'язати задачу. У математичній олімпіаді брало участь 12 учнів. Вони отримали такі бали: 0, 1, 0, 3, 1, 3, 3, 7, 9, 10, 11, 12. Складіть частотну таблицю. Вкажіть кількість варіант та частоту результату 12 балів, 0 балів, 3 бали.

Розв'язання:

Використаємо GRAN 1, введемо дані:

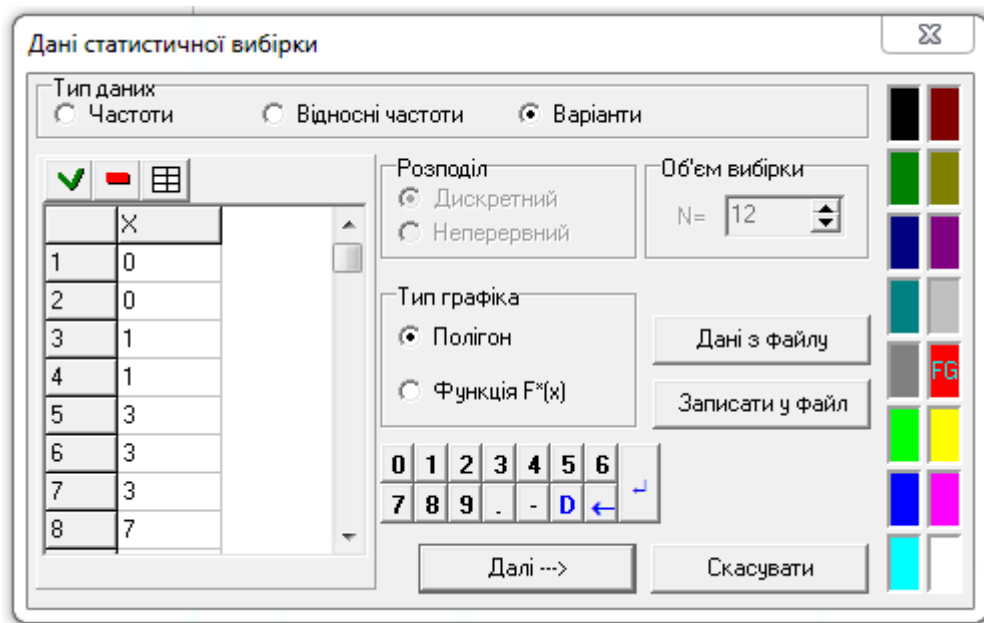


Рис. 1

Для розв'язку нашої задачі виберемо: *Операції/Статистика/Частотна таблиця*

x	n	Накопич. n	Pn*	Накопич. Pn*
0	2	2	0.1667	0.1667
1	2	4	0.1667	0.3333
3	3	7	0.25	0.5833
7	1	8	0.08333	0.6667
9	1	9	0.08333	0.75
10	1	10	0.08333	0.8333
11	1	11	0.08333	0.9167
12	1	12	0.08333	1

Рис. 2

Кількість варіант — 8.

Частота результату 12 балів дорівнює 1, 0 балів — 2, 3 балів — 3.

III. Підсумок уроку

Запитання до класу:

1. Що таке генеральна і вибіркова сукупності?
2. Навіщо застосовують вибіркоче спостереження?
3. Що таке ранжування?
4. Що таке варіанта?
5. Навести приклади статистичних випробувань зі знищенням.
6. Що таке частота варіанти?

IV. Домашнє завдання

1. Конспект.
2. Розділ 8, §§ 48, 49 з підручника.
3. Вправа 227 — вказати кількість варіант, побудувати частотну таблицю; вправа 231.

(Тут і далі завдання виконуються з підручника: Шкіль М. І. та ін. Алгебра і початки аналізу. Підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів / М. І. Шкіль, З.І. Слєпкань, О. С. Дубинчук. — К.: Зодіак-ЕКО, 2003. - 384 с.)

Урок 2

Тема: Найпростіші характеристики варіаційних рядів.

Мета уроку. Учні повинні отримати уявлення про основні поняття варіаційних рядів, розмах вибірки, статистичний ряд, абсолютну та відносну частоту елемента. Про принцип побудови інтервального статистичного ряду розподілу.

I. Перевірка домашнього завдання

Біля дошки учень розв'язує вправу № 231 (табл. 1).

Таблиця 1

Бали	34	35	36	37	38	39	41	42	45	46
Кількість учнів	1	2	1	2	2	4	1	1	1	1

Отже, першу премію одержало 4 школярі, другу — 8, а третю — 4.

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Нагадуємо, що елементи вибіркової сукупності називають варіантами. Неспадну впорядковану послідовність варіант

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots x_n$$

називають варіаційним рядом. Іншими словами: варіаційний ряд — це спосіб запису вибірки, за якого її елементи впорядковані за величиною.

Розмах вибірки w — це різниця між найбільшим та найменшим елементом вибіркової сукупності $w = x_n - x_1$.

Нехай вибірка $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ містить k ($k \leq n$) попарно різних чисел z_1, z_2, \dots, z_k , причому z_i зустрічається n_i разів. Число n_i називається абсолютною частотою елемента z_i . Очевидно, що $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$.

Статистичним рядом називається послідовність пар

(z_i, n_i) , де $i = 1, 2, \dots, k$.

Відносною частотою $P_{n_i}^*$ елемента z_i називається відношення частоти цього елемента до обсягу вибірки, тобто

$$P_{n_i}^* = \frac{n_i}{n}$$

По суті, число $P_{n_i}^*$ є статистичною ймовірністю події, яка полягає в тому, що спостережувана випадкова величина дорівнює z_i .

Статистичним рядом розподілу називають відповідність між варіантами z_i та їх відносними частотами $P_{n_i}^*$. Цю відповідність упорядковують у таблиці такого вигляду (табл. 2).

Таблиця 2

Варіантна	z_1	z_2	...	z_k
Відносна частота	$P_{n_i}^*$	$P_{n_2}^*$...	$P_{n_k}^*$

Якщо ведеться спостереження над неперервною випадковою величиною ξ , і число спостережень велике, то подання статистичного матеріалу у вигляді ряду буде неможливим. Тоді проміжок, в якому знаходяться всі спостережені значення ξ , поділяють на кілька інтервалів, як правило — однакової довжини h . Нехай спостережувана випадкова величина зосереджена на інтервалі і k — кількість інтервалів, тоді $h = \frac{b-a}{k}$. Якщо n_i — кількість елементів вибірки, які потрапили в i -й інтервал, то покладають $P_{n_i}^* = \frac{n_i}{n}$.

На практиці для унаочнення довжину інтервалу h вибирають такою, щоб n лежало в межах від десяти до двадцяти. Сучасний стан обчислювальної техніки на такому високому рівні, що немає принципової необхідності займатися оптимізацією довжини інтервалу.

Для повної визначеності елемент, який потрапив на границю інтервалу, відносимо до правого інтервалу.

Здобуті дані подають у вигляді таблиці 3:

Таблиця 3

Частковий інтервал	$[a, a+h)$	$[a+h, a+2h)$...	$[a+(k-1)h, a+kh]$
Відносна частота	$P_{n_i}^*$	$P_{n_2}^*$...	$P_{n_k}^*$

Таку таблицю називають інтервальним статистичним рядом розподілу спостережених частот.

Інтервальним статистичним рядом розподілу називається сукупність пар

$$(z_1^*, n_1), (z_2^*, n_2), \dots, (z_k^*, n_k),$$

де z_i^* — середина i -го інтервалу;

n_i — частота потрапляння у i -й інтервал.

Приклад. Маємо вибірку із 55 спостережень:

20,3 15,4 17,2 19,2 23,3 18,1 21,9
 15,3 16,8 13,2 20,4 16,5 19,7 20,5
 14,3 20,1 16,8 14,7 20,8 19,5 15,3
 19,3 17,8 16,2 15,7 22,8 21,9 12,5
 10,1 21,1 18,3 14,7 14,5 18,1 18,4
 13,9 19,1 18,5 20,2 23,8 16,7 20,4
 19,5 17,2 19,6 17,8 21,3 17,5 19,4
 17,8 13,5 17,8 11,8 18,6 19,1

Подати її у вигляді частот, використовуючи сім інтервалів групування.

Розв'язання. Оскільки розмах вибірки $w = 23,8 - 10,1 = 13,7$, то за довжину інтервалу групування можна взяти $h = \frac{13,7}{7} \approx 2$. За перший інтервал групування тут найзручніше вибрати 10—12. Результати групування зведемо у таб. 4:

Таблиця 4

Номер інтервалу	1	2	3	4	5	6	7
Межі інтервалу	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24
Частота	2	4	8	12	16	10	3
Відносна частота	0,036	0,073	0,145	0,218	0,291	0,181	0,054

III. Підсумок уроку

IV. Домашнє завдання

1. Дати означення відносної частоти.
2. У класі проводиться експеримент з реєстрації номера місяця народження кожного з учнів. Побудувати варіаційний і статистичний ряди отриманої вибірки.
3. Із підручника математики кожному учню визначають певну сторінку (згідно з порядковим номером у шкільному журналі). На кожній сторінці підраховується кількість усіх слів. Побудувати варіаційний і статистичний ряди отриманої вибірки.
4. Із підручника математики кожному учню визначають певну сторінку (згідно з порядковим номером у шкільному журналі). На кожній сторінці підраховують кількість службових слів. Побудувати варіаційний і статистичний ряди отриманої вибірки.
5. Із підручника математики кожному учню визначають певну сторінку (згідно з порядковим номером у шкільному журналі). Побудувати варіаційний і статистичний ряди процентного відношення числа службових слів до числа всіх слів.

Урок 3

Тема. Полігон і гістограма, медіана і мода.

Мета уроку. Ознайомити учнів з найпростішими прийомами аналізу статистичного матеріалу: побудовою полігону статистичного ряду та гістограми інтервального статистичного ряду. Також ознайомитися з найпростішими числовими характеристиками випадкової вибірки: медіаною та модою.

I. Перевірка домашнього завдання (фронтально)

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

З метою створення візуального відображення статистичної інформації користуються різними графіками. Найпоширеніші види графічного відображення статистичної інформації — це полігони і гістограми. Графічне зображення варіаційних рядів за допомогою полігона чи гістограми допомагає отримати наочне уявлення про закономірності про можливі зміни спостережуваних значень.

Полігон, як правило, використовують для відображення дискретного варіаційного ряду.

Полігоном частот називають ламану з вершинами у точках (z_i, n_i) , $i = 1, 2, \dots, k$. Тут z_i — значення i -ї варіанти, а n_i — відповідна цій варіанті частота.

Для побудови полігона частот на осі абсцис відкладають варіанти z_i , а на осі ординат — відповідні частоти. Точки (z_i, n_i) сполучають відрізками прямих і отримують полігон частот.

Зобразимо полігон частот варіаційного ряду, заданого таблицею 1.

Таблиця 1

x_i	1,5	3,5	6	9
P_i^*	0,1	0,2	0,4	0,3

За допомогою GRAN 1 можемо побудувати полігон частот:

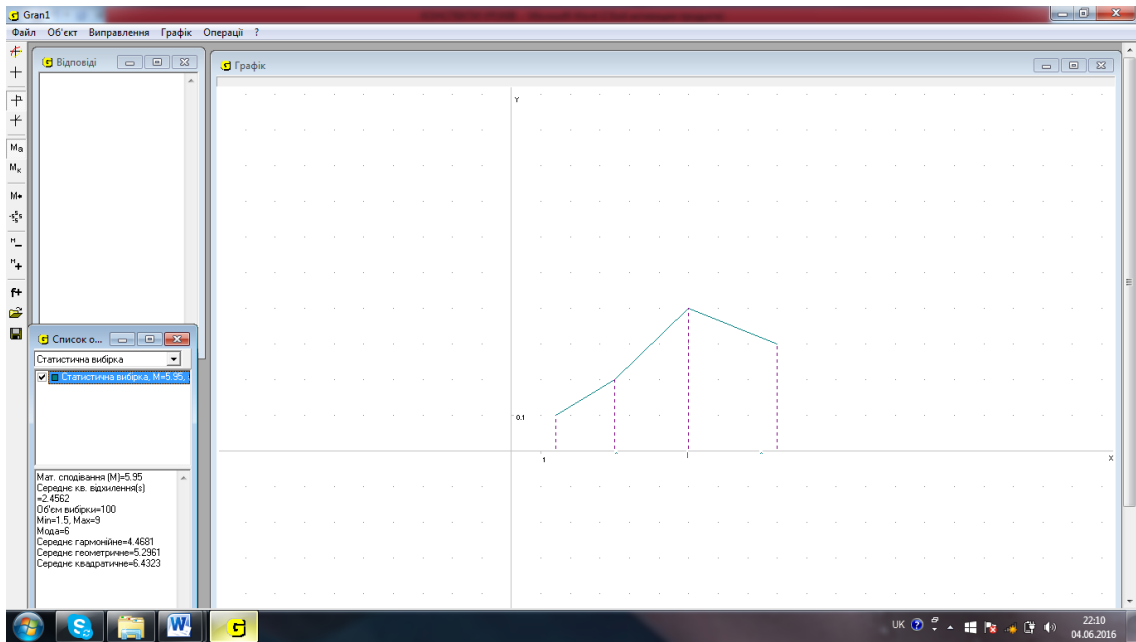


Рис. 1

По суті, полігон частот — це графічне зображення інтервального ряду (рис. 1).

Полігоном відносних частот називають ламану, відрізки якої сполучають точки $(z_1, P_{n1}^*) (z_2, P_{n2}^*)$, ...,

(z_k, P_{nk}^*) — тобто це статистичне зображення статистичного розподілу.

Зазначимо, що можлива побудова полігона частот не тільки для дискретного варіаційного ряду, а й для інтервального статистичного ряду. В ситуації з інтервальним статистичним рядом при побудові полігонів як абсциси відповідних кінців відрізків обирають точки z_i^* .

Гістограми використовують для зображення винятково інтервальних варіаційних рядів. Для її побудови в прямокутній системі координат на осі абсцис відкладають відрізки, що є частковими інтервалами спостережень. На цих відрізках, як на основах, будують прямокутники з висотами, що дорівнюють частотам — абсолютним або відносним. Тобто розглядають два типи гістограм. Варто знати формальне означення гістограми.

Гістограмою абсолютних частот називають ступінчасту фігуру, яка побудована з прямокутників, основою яких є інтервали групування, довжини h ,

а висоти дорівнюють $h_i^* = \frac{n_i}{h}$.

Площа гістограми абсолютних частот дорівнює n .

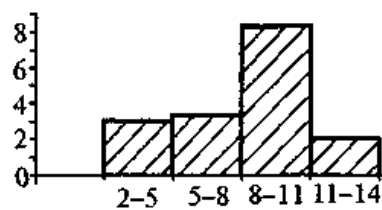
Гістограмою відносних частот (або просто гістограмою) називають ступінчасту фігуру, яка складається з прямокутників, основами яких є часткові інтервали групування довжини h , а висота дорівнюють $\frac{P_{ni}^*}{h}$. Оскільки площа чергового прямокутника становить $h \times \frac{P_{ni}^*}{h} = P_{ni}^*$, то загальна площа гістограми дорівнює одиниці. По суті, гістограма — це графічний статистичний аналог щільності.

Зобразимо гістограму абсолютних частот, задану таблицею 2.

Таблиця 2

Частковий інтервал	2—5	5—8	8—11	11—14
Абсолютна частота	9	10	25	6

Потрібно визнати, що побудова полігонів і гістограм потребує певних зусиль обчислювального та графічного характеру (мал.2).



Мал. 2

Тому для оперативного аналізу статистичних даних слугують такі їх спрощені характеристики, як медіана і мода. Подамо їх означення.

Медіаною випадкової вибірки називають той її елемент, який поділяє варіаційний ряд навпіл. У цьому означенні є певна неясність: якщо число елементів у вибірці парне, то середнього елемента не існує. В цьому випадку за медіану беруть два елементи, які знаходяться посередині вибірки. Тобто в таких випадках існують дві медіани, правда, вони можуть збігатися.

Модою випадкової вибірки називають значення того елемента, який трапляється найчастіше. Можна сказати, що поняття моди в даному контексті збігається, взагалі кажучи, з побутовим значенням цього слова. Наприклад, в певному магазині продають три типи шкільних ранців: на 3 кг ваги вмісту, на 4 і на 5 кг. Випадкова вибірка з 10 елементів виявилася такою: 5, 4, 5, 4, 5, 5, 3, 3, 5, 5. Складемо частотну таблицю (табл. 3).

Таблиця 3

3	4	5
2	2	6

Легко бачити, що варіанта 5 зустрічається найчастіше — 6 разів. Це і є мода даної вибірки.

III. Закріплення нового матеріалу

1. Розв'язати задачу. На заводі протягом семигодинного робочого дня робітник виготовляв: 10, 8, 11, 12, 11, 9, 7 деталей. Знайти моду, медіану.

Відповідь: мода — 11, медіана — 10. Побудуйте гістограму.

2. Розв'язати задачу. Група учнів у кількості 20 чоловік підтягувалася на перекладині. Результати підтягування були такі: 12, 14, 9, 10, 10, 12, 11, 8, 9, 7, 10, 10, 13, 15, 10, 9, 14, 10, 11, 13. Знайти моду, медіану.

Відповідь: мода — 10, медіана — 10. Побудуйте полігон.

На наступному уроці ми ознайомимося з більш інформативними числовими характеристиками випадкових вибірок.

IV. Підсумок уроку

1. Що таке полігон, як його побудувати?
2. Що таке гістограма, як її побудувати?
3. Що таке мода, як її знайти?
4. Що таке медіана, як її знайти?

V. Домашнє завдання

1. Побудувати полігони частот і відносних частот для вибірки, заданої

таблицею 4.

Таблиця 4

x_i	1	3	5	7	9
n_i	10	15	30	33	12

2. Зобразити гістограму абсолютних частот, задану таблицею 5.

Таблиця 5

Частковий інтервал	2-5	5-8	8-11	11-14
Абсолютна частота	25	10	9	6

3. Зобразити гістограму абсолютних частот, задану таблицею 6.

Таблиця 6

Частковий інтервал	2-5	5-8	8-11	11-14
Абсолютна частота	25	10	9	6

4. Дослідити статистику оцінок з математики в класі за останню чверть.
Скласти полігон частот, знайти медіану і моду.

5. Навести приклади різних наборів спостережень з довкілля.

Урок 4

Тема. Середнє арифметичне і вибіркова дисперсія.

Мета уроку. Ознайомити учнів з найважливішими числовими характеристиками випадкових вибірок: вибіркоvim середнім та вибірковою дисперсією — й основними прийомами їх обчислень.

I. Перевірка домашнього завдання

1. Вибірково перевірити зошити з виконаним домашнім завданням.
2. Перевірити засвоєння теоретичного матеріалу можна такими усними вправами:
 - 1) За даними вибірки 1; 5; 4; 6; 3; 2; 6; 4; 5; 4:
 - а) заповнити таблицю 1 точкового розподілу частот.

Таблиця 1

Число	1	2	3	4	5	6
Частота						

- б) заповнити таблицю 2 інтервального розподілу частот.

Таблиця 2

Інтервал	1—2	3—4	5—6
Частота			

- 2) Дано вибірку 2; 2; 4; 5; 7. Знайти: а) її моду; б) її медіану.

II. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Графічно зобразивши варіаційний ряд, дослідник отримує можливість наочного уявлення про характер поведінки генеральної сукупності і початкового її аналізу. На практиці цього буває недостатньо. Насамперед залишається неясним, як формально порівнювати два графічні зображення незалежно від індивідуальних уподобань і досвіду дослідника. Тому для подальшого вивчення характеру варіації (зміни) елементів у випадковій вибірці використовують їх числові характеристики.

Оскільки числові характеристики стосуються вибірок, то їх називають вибірковими. Ми ознайомимося з основними з них: вибірковим середнім (арифметичним — це слово часто опускають) та вибірковою дисперсією.

Вибіркове середнє арифметичне випадкової вибірки x_1, x_2, \dots, x_n позначають символом \bar{x} і виражають формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Розглянемо окремі випадки, коли обчислення вибіркового середнього можна спростити.

1. Нехай вибіркова сукупність задана своїм статистичним рядом розподілу, тобто послідовністю варіант z_1, z_2, \dots, z_k і послідовністю відповідних їм відносних частот $p_{n1}^*, p_{n2}^*, p_{nk}^*$. Тоді вибіркове середнє даної сукупності можна обчислювати за формулою

$$z_1 p_{n1}^* + z_2 p_{n2}^* + \dots + z_k p_{nk}^*.$$

Якщо ж вибіркова сукупність задана послідовністю тих самих варіант і послідовністю відповідних їм абсолютних частот n_1, n_2, \dots, n_k , то вибіркове середнє можна обчислити за формулою:

$$\frac{z_1 n_1 + z_2 n_2 + \dots + z_k n_k}{n}$$

2. Якщо кожний елемент x_i вибіркової послідовності можна представити у вигляді $x_i = c y_i + b$, то вибіркове середнє \bar{x} можна виразити через вибіркове середнє \bar{y} формулою :

$$\bar{x} = c \bar{y} + b$$

3. Нехай маємо дві вибіркові послідовності однакових об'ємів $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ і $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. За ними утворюють третю послідовність $x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$. Тоді вибіркове середнє для суми послідовностей дорівнює сумі вибірових середніх, тобто $\overline{x + y} = \bar{x} + \bar{y}$.

4. Якщо від кожного елемента вибіркової послідовності x відняти його вибіркове середнє \bar{x} і позначити таку вибіркову послідовність $x - \bar{x}$, то її

вибіркове середнє дорівнює нулю, тобто $\overline{x+y} = 0$.

Приклади обчислень вибіркового середнього можна взяти з підручника.

Вибіркове середнє — дуже важлива характеристика для статистичного матеріалу найрізноманітнішої природи. Ми часто чуємо про середню температуру місяця в певному місці, середню зарплату працівників даної галузі, середню пенсію, середній рівень опадів у даній місцевості тощо. Проте для кожного прикладу відхилення значень вибіркової послідовності від вибіркового середнього може бути досить значним і завжди важливо знати міру цього відхилення. Хотілося б скористатися вибірковим середнім відхилення, але воно, як ми уже знаємо, завжди дорівнює нулю. Тому за міру цього відхилення прийнято використовувати середнє арифметичне величин $(x_i - \bar{x})^2$ — це буде вибіркова дисперсія.

Вибірковою дисперсією випадкової вибірки $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ називають величину

$$D_x^* = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}.$$

Ця формула не завжди зручна для обчислення вибіркової дисперсії. Можна довести, що дане обчислення можна вести за такою формулою:

$$D_x^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - (\bar{x})^2,$$

або в розгорнутій формі:

$$D_x^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - (\bar{x})^2 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2,$$

Якщо позначити всі попарно різні варіанти $z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$, а відповідні їм абсолютні частоти n_1, n_2, \dots, n_k то для вибіркової дисперсії буде мати місце

$$D_x^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (z_i)^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i z_i \right)^2,$$

III. Закріплення нового матеріалу

1. Знайти центральні тенденції вибірки: 1, 4, 5, 6, 1, 3, 5, 4, 5.

За допомогою GRAN 1:

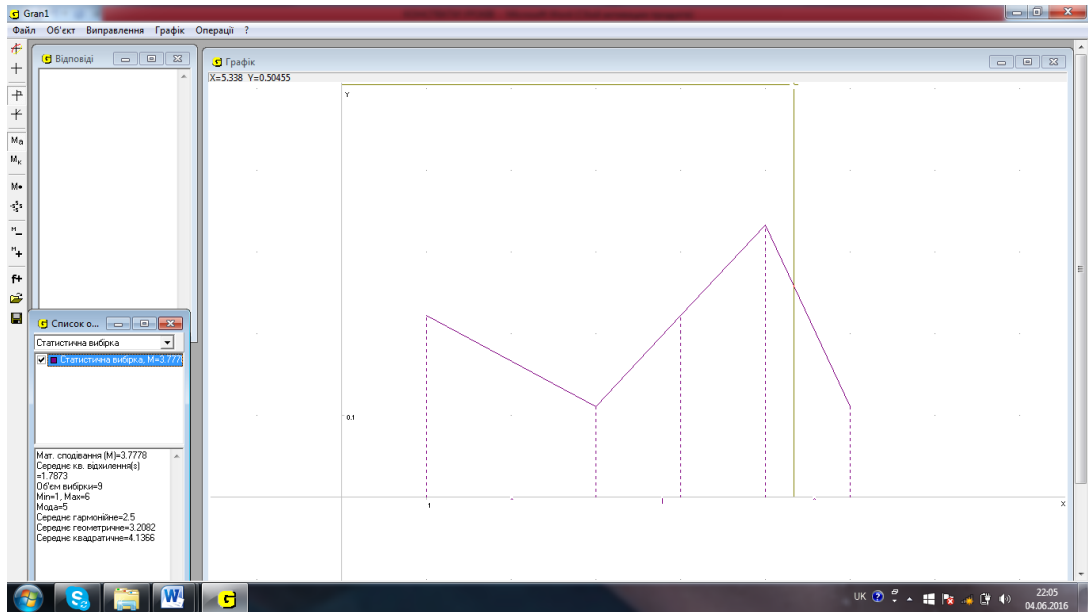


Рис.1

Відповідь: мода — 5, медіана — 4, середнє значення $\frac{39}{11}$.

2. Знайти вибіркочну дисперсію для вибірки, заданої статистичним рядом розподілу (табл. 3).

Таблиця 3

z_i	2	5	7	10
n_i	16	12	8	4

Розв'язання (див. табл. 4).

Таблиця 4

z_i	2	5	7	10
n_i	16	12	8	4
$z_i n_i$	32	60	56	40

z_i^2	4	25	49	100
$z_i^2 n_i$	64	300	392	400

Тепер легко провести подальші обчислення:

$$\sum z_i n_i = 32 + 60 + 56 + 40 = 188, \text{ звідки } \bar{z} = \frac{188}{40} = 4,7.$$

$$\sum z_i^2 n_i = 64 + 300 + 392 + 400 = 1156, \text{ звідки } \frac{1}{n} \sum z_i^2 n_i = \frac{1156}{40} = 28,9.$$

$$D_z^* = 28,9 - (4,7)^2 = 28,9 - 22,09 = 6,81.$$

Отже, вибіркова дисперсія даного варіаційного ряду дорівнює 6,81.

Після вивчення основних понять статистики бажано провести самостійну роботу.

IV. Самостійна робота

I рівень.

Визначте моду і медіану, використовуючи дані про відсоток жирності молока 20 корів (у відсотках): 3,8; 3,9; 4,0; 4,1; 3,8; 3,7; 3,6; 3,7; 3,9; 3,7. Складіть варіативний ряд і статистичну таблицю. Знайдіть середнє значення жирності молока (3 бали).

II рівень.

Протягом березня середньодобова температура (в градусах) була такою: 6, 7, 5, 4, 3, 2, 5, 5, 6, 7, 6, 5, 8, 6, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 5, 6, 4, 5, 5, 6, 4, 4, 5, 6, 7. Побудуйте полігон. Знайдіть моду, медіану, середнє значення сукупності значень температури (6 балів).

III рівень.

За контрольну роботу учні 11 класу отримали бали (табл. 5).

Таблиця 5

Номер у списку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
----------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Кількість балів	10	8	7	6	9	7	5	2	3	4
Номеру списку	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Кількість балів	8	7	7	8	4	9	11	5	6	7

Визначте центральні тенденції. Побудуйте полігон (9 балів).

IV рівень.

Учні 9 класу показали результати зі стрибків у висоту (табл. 6, 7).

Таблиця 6

Номер у списку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Результат	130	135	120	115	120	125	140	138	135	130	120	130

Таблиця 7

Номер у списку	13	14	15	16	14	18	19	20	21	22	23	24
Результат	125	128	130	125	135	138	135	136	121	125	128	130

Складіть частотну таблицю і побудуйте відповідну гістограму. Визначте центральні тенденції (12 балів).

У самостійній роботі учень сам обирає для себе відповідний рівень

V. Домашнє завдання

1. Знайти вибірккову дисперсію для вибірки, заданої таким статистичним рядом розподілу (табл. 8).

Таблиця 8

z_i	1	3	39	45
n_i	8	16	40	26

Розв'язання. Складемо таку таблицю (табл. 9).

Таблиця 9

z_i	1	3	39	45
n_i	8	16	40	26
$z_i n_i$	8	48	1560	1170
z_i^2	1	9	1521	2025
$z_i^2 n_i$	8	144	60840	52650

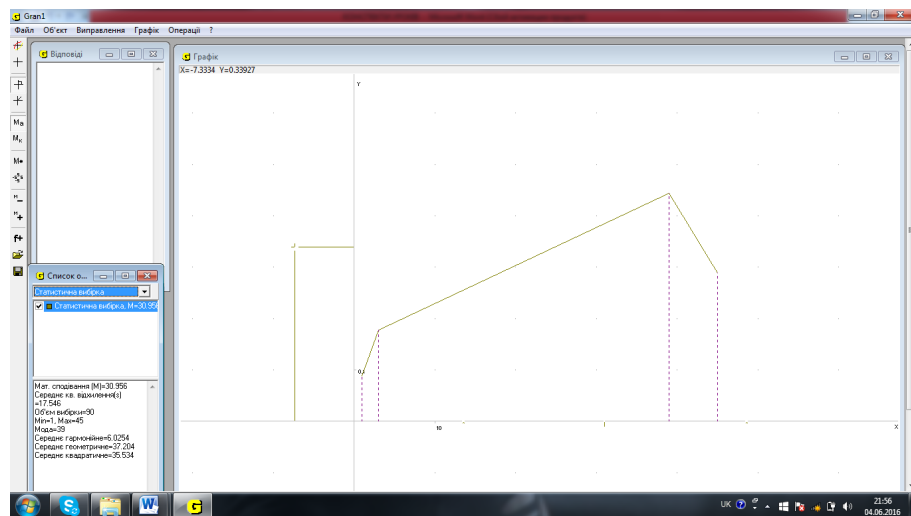


Рис.2

Використовуючи GRAN 1, обчислення математичного сподівання виконуються автоматично.

Тепер легко провести подальші обчислення:

$$\bar{z} = 30,96.$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2 n_i = \frac{1156}{40} = 28,9.$$

$$D_z^* = 304,4.$$

Отже, вибіркова дисперсія даного варіаційного ряду дорівнює 304,4.

2. Провести дослідження статистики оцінок з математики в класі за останню чверть: знайти середнє арифметичне і вибірккову дисперсію.

3. **Тема для дослідження.** Проаналізувати частоту вживання службових слів на різних сторінках підручника з математики. Вирішити питання про близькість частот та існування певної характерної частоти вживання службових слів автором підручника.

4. Розділ 8, §§52, 53.

Урок 5

Тема уроку: Поняття про статистичну ймовірність. Закон великих чисел.

Мета уроку: Ознайомити учнів з поняттям статистичної ймовірності, сформулювати в учнів уявлення про закон великих чисел.

І. Перевірка домашнього завдання.

1. Перевірити правильність виконання домашніх вправ.

$$\text{№ 14. } P_{2,3} = C_3^2 p^2 \cdot q^{3-2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{4} = \frac{27}{64}.$$

$$\text{Відповідь: } \frac{27}{64}$$

$$\text{№ 15. } P_{5,10} = C_{10}^5 p^5 \cdot q^{10-5} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{63}{256} \approx 0,25.$$

$$\text{Відповідь: } \approx 0,25.$$

$$\text{№ 28. } P_{3,5} = C_5^3 p^3 \cdot q^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 0,9^3 \cdot (1-0,9)^2 = 10 \cdot 0,729 \cdot 0,01 = 0,0729.$$

$$\text{Відповідь: } 0,0729.$$

№ 29.

$$\text{а) } P_{3,4} = C_4^3 p^3 \cdot q^{4-3} = C_4^1 p^3 \cdot q = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4};$$

$$P_{5,8} = C_8^5 p^5 \cdot q^{8-5} = 56 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7}{32}; \frac{1}{4} > \frac{7}{32}, P_{3,4} > P_{5,8}.$$

$$\text{б) } P_1 = P_{3,4} \cdot P_{4,4} = C_4^3 p^3 \cdot q + C_4^4 p^4 = 4p^3 q + p^4 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{16};$$

$$\begin{aligned} P_2 &= P_{5,8} + P_{6,8} + P_{7,8} + P_{8,8} = C_8^5 p^5 q^3 + C_8^6 p^6 q^2 + C_8^7 p^7 q + C_8^8 p^8 = \\ &= C_8^3 p^5 q^3 + C_8^2 p^6 q^2 + C_8^1 p^7 q + C_8^0 p^8 = 56 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 + 28 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 + 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 + \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \\ &= \frac{1}{256} (56 + 28 + 8 + 1) = \frac{93}{256} \end{aligned}$$

$$\frac{93}{256} > \frac{15}{16}, \text{ отже, } P_2 > P_1.$$

Відповіді: а) три партії з чотирьох; б) не менше п'яти партій з восьми.

II. Самостійна робота.

Варіант 1

1. Гральний кубик кинули вісім разів. Знайдіть ймовірність того, що 4 очки випадуть: а) три рази; б) менше восьми разів. (6 балів)
2. В магазині є 8 покупців. Ймовірність здійснення покупки кожним із них дорівнює 0,3. Яка ймовірність того, що 3 із них здійснять покупку? (6 балів)

Варіант 2

1. Монету кинули п'ять разів. Знайдіть ймовірність того, що герб випаде: а) один раз; б) менше п'яти разів. (6 балів)
2. В магазині є 9 покупців. Ймовірність здійснення покупки кожним із них дорівнює 0,4. Яка ймовірність того, що 5 із них здійснять покупку? (6 балів)

Відповіді: **В-1.1.** а) $P_{3,8} = \frac{C_8^3 \cdot 5^5}{6^8} \approx 0,104$; б) $1 - P_{8,8} = 0,767$; **2.** 0,254.

В-2.1. а) $\frac{5}{32}$; б) $\frac{31}{32}$; **2.** 0,167.

III. Сприймання і усвідомлення поняття статистичної ймовірності, закону великих чисел.

Ймовірність випадкової події ми означили як відношення кількості подій, які сприяють цій події, до кількості всіх рівно-можливих несумісних подій, які утворюють повну групу подій під час певного випробування. Таке означення ймовірності називається класичним.

Класичне означення ймовірності має певні недоліки, а саме:

1. За допомогою цього означення можна обчислювати ймовірність лише для скінченної кількості елементарних подій.
2. У випадку нескінченної кількості елементарних подій означення застосувати неможливо.
3. Обчислення кількості елементарних подій іноді дуже громіздке.
4. Висновок про рівноможливість елементарних подій робиться без логічних обґрунтувань.

Тому поряд з класичним означенням користуються також статистичним означенням ймовірності.

Проведемо випробування — кидання монети. Під час одноразового проведення випробування ми ніяких закономірностей не помітимо. Закономірності починають виявлятися тоді, коли експеримент виконують багато разів в однакових умовах. У таблиці 20 подано результати експериментів з підкиданням монети різними дослідниками.

Таблиця 1

Дослідник	Ж. Бюффон	О.де Морган	К. Пірсон	В. Феллер	У. Джевонс	В. Романовський
Кількість підкидань монети - n	4040	4092	12 000	10000	20480	80 640
Кількість випадань герба — m	2048	2048	6019	4979	10379	40 151
Відношення $\frac{m}{n}$	0,5069	0,5005	0,5010	0,4979	0,5068	0,4979

З таблиці видно, що відношення $\frac{m}{n}$ тобто відношення кількості випадань герба до загальної кількості підкидань монети, коливається навколо числа 0,5. Дані таблиці показують, як передбачення того, що герб випадає з ймовірністю 0,5, добре узгоджується з дослідом.

Дамо статистичне означення ймовірності.

Нехай n — кількість усіх випробувань в окремій серії випробувань, а m — кількість тих випробувань, у яких відбувається подія А. Відношення $\frac{m}{n}$ називається відносною частотою події А в даній серії випробувань.

Виявляється, що в різних серіях випробувань відповідні частоти $\frac{m}{n}$ для великих n практично збігаються, коливаючись навколо деякого сталого значення $P(A)$, яке називається статистичною ймовірністю події:

$$P(A) \approx \frac{m}{n}, \text{ або } P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n}.$$

Поняття статистичної ймовірності широко використовується в біології, медицині, інженерній справі, економіці та інших науках.

Виконання вправ

1. Із 10 000 довільно вибраних деталей приблизно 50 бракованих. Скільки приблизно бракованих деталей буде серед 2800 деталей?

Відповідь: 14 деталей.

На практиці нерідко буває важко сказати, яка ймовірність якої-небудь події. В той же час можна на підставі випробувань (спостережень) сказати, яка частота появи події, якщо одне і те ж випробування повторюється багато разів.

Ще Якоб Бернуллі (1654—1705) — відомий швейцарський математик помітив таку цікаву закономірність, яка носить назву «закону великих чисел»: чим більше виконується однотипних випробувань, тим ближче частота появи події до ймовірності цієї події. Точніше говорячи, теорема Бернуллі стверджує: якщо в ряді випробувань ймовірність деякої події залишається для кожного випробування сталою і дорівнює p , то при достатньо великій кількості випробувань практично вірогідно, що частота $\frac{m}{n}$ появи події відрізняється від її ймовірності менше ніж на як завгодно мале число $\varepsilon > 0$.

Отже, теорема Бернуллі математично підтверджує нашу інтуїтивну переконаність у тому, що при великій кількості випробувань повинна виконуватися наближена рівність $\frac{m}{n} \approx p$.

У випадках, коли ймовірність події невідома, закон великих чисел дозволяє прийняти за ймовірність події її частоту, обчислену при достатньо великій кількості випробувань.

Наприклад. Розглядаючи дані про народження дітей, можна зробити висновок: частота народження хлопчиків при достатньо великій кількості спостережень за народженістю близька до числа 0,511, тому це число і приймається за ймовірність народження хлопчика. Знання цієї ймовірності дозволяє робити демографічні прогнози,

IV. Підведення підсумків уроку.

V. Домашнє завдання.

Розділ XIII § 9; Запитання і завдання для повторення розділу XIII №№ 25—26.

Вправа № 45.

Додаток Б

АНКЕТА

Шановні учні, Ви приймаєте участь в опитуванні, ціллю якого є дослідження переваг і недоліків використання НІТ при вивченні курсу алгебри і початків аналізу.

Просимо Вас відповісти на всі запитання анкети. Результати опитування будуть використані для аналізу перспектив розробки та впровадження методики вивчення курсу алгебрії початків аналізу з допомогою НІТ.

Наперед вдячні за співпрацю!

П.І.П опитуваного

1. Чи сподобалися Вам уроки з використанням комп'ютерних технологій? Якщо «так», то чому?
2. Чи зрозуміліше Вам навчальний матеріал при вивченні його за допомогою НІТ, ніж традиційним шляхом?
3. Які нові можливості, на Вашу думку, може відкрити використання комп'ютера в школі?
4. Чи варто систематично використовувати комп'ютер на уроках алгебри? Чому?

5. Чи варто доцільне було використання комп'ютера при вивченні теми «Теорія ймовірності та математична статистика»? Якщо «так», то чому?
6. Чи вивчення теми «Теорія ймовірності та математична статистика» з використанням комп'ютера було більш зрозумілим, ніж без його використання?
7. Виберіть найкращу форму організації навчального процесу з алгебри із використанням НІТ (виберіть варіант з переліку або вкажіть свій): А) у звичайному класі; Б) у комп'ютерному класі; В) з відвідуванням комп'ютерного класу, коли це потрібно; Г) свій варіант
8. При вивченні яких тем з курсу алгебри початків аналізу (10-11 класи) Ви б запропонували найбільш широке використання НІТ? (вказати принаймні 2-3 теми)

9. Ваші побажання щодо покращення якості уроку в сучасних умовах.