Рівненський державний гуманітарний університет

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики з методикою викладання

Дипломна робота

Спеціаліст

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: «Застосування методів математичного моделювання засобами НІТ при вивченні курсу стереометрії в профільних класах»

Виконала: студентка V курсу, групи МЕФІ-51
напрям підготовки (спеціальності)
014.04 Середня освіта. Математика

Ільчук Ірина Русланівна

Керівник канд.пед.наук, доц. Сяська Н. А.

Рецензент канд. фіз.- мат. наук, доц. Сяський В.О.

Рівне - 2017 року

Зміст

ВСТУП

Інформатизація процесу навчання передбачає досягнення таких важливих цілей, як підвищення ефективності видів освітньої діяльності на базі застосування комп'ютерних технологій, покращення якості підготовки школярів, а також формування нового мислення, що відповідає існуючим умовам розвитку суспільства. Гармонійне поєднання фундаментальних принципів традиційного навчання та сучасних інформаційних технологій відкриває широкі можливості для якісної перебудови принципів та методів навчання класичним математичним дисциплінам, в тому числі і геометрії. Така перебудова стає можливою передусім за рахунок ефективного застосування переваг, які досягаються в результаті комп'ютеризації форм та методів навчальної роботи.

Можна відмітити наступні основні мотиви використання комп'ютерних технологій в курсі геометрії : по-перше, комп'ютерні методи в останній час усе більше використовуються в геометричній науці; по-друге, використання комп'ютерних технологій в курсі геометрії при підготовці учня може суттєво підвищити якість засвоєння навчального матеріалу.

Впровадження педагогічних програмних засобів в процес навчання геометрії сприяє реалізації основних дидактичних принципів навчання таких, як принцип науковості, зв'язку теорії з практикою, систематичності та послідовності, безперервності навчання, стимуляції та мотивації, усвідомленості та активності. Педагогічні програмні засоби мають досить широкі та універсальні можливості для застосування в процесі викладання геометрії, зокрема стереометрії. Ці засоби забезпечують високоякісні можливості відтворення інформації на екрані, роботу в різних режимах (текстових, графічних), виконання аналітичних та чисельних розрахунків, підключення додаткових засобів для розширення кола задач. Саме тому застосування педагогічних програмних засобів в процесі навчання геометрії у поєднанні з класичними методиками сприяє якісній реалізації основних принципів дидактики та цілей навчання.

У даний час ведеться серйозна робота з удосконалення змісту освіти і шляхів навчання з метою максимального їх наближення до сучасного рівня наукових знань і методів дослідження. У зв'язку з цим розробляються психолого-дидактичні принципи відбору навчального матеріалу з урахуванням досягнень науки і техніки, визначаються оптимальні способи його засвоєння.

Основна школа в Україні згідно з Законом України «Про освіту» повинна забезпечити базову загальну середню освіту, тобто дати випускникам чітко окреслене коло знань, практичних навичок та умінь, потрібних для роботи в умовах сучасного виробництва, а також для здобуття повної загальної середньої освіти в старшій школі та продовження неперервної освіти.

Специфіка і структура шкільного курсу математики відкривають широкі можливості для розвитку творчих здібностей учнів, формування прийомів розумової діяльності, інтелекту. У вирішенні цих питань важливе місце належить геометрії, оскільки геометричні знання і вміння є одним із вагомих факторів, що забезпечують, насамперед, готовність людини до неперервної освіти та трудової діяльності.

Одним із основних завдань сучасної освіти є формування практично компетентної особистості. Тому пошук нових можливостей підсилення прикладної спрямованості шкільного курсу математики, засобів формування навичок математичного моделювання є перспективним напрямком досліджень у сфері теорії і методики навчання математики.

Окремо підкреслимо, що найменше щодо прикладної спрямованості досліджувалась геометрія, а саме – стереометрія, незважаючи на вагоме значення вивчення цього курсу для інтелектуального розвитку людини та водночас на існуючі проблеми геометричної освіти у шкільній практиці. На вступних іспитах у вищі навчальні заклади значна кількість абітурієнтів не виконує стереометричні завдання або допускає грубі помилки у процесі їх розв’язування.

У школі вчителі протягом вивчення стереометрії приділяють увагу в основному опрацюванню теорії та розв’язуванню абстрактних задач, оскільки вони недооцінюють можливості реалізації прикладної спрямованості для досягнення цілей вивчення цього курсу. Посилюють цю ситуацію такі фактори: невелика кількість годин, що відведена для вивчення курсу стереометрії; у методичній літературі мало матеріалів, які доводять значущість прикладної спрямованості та конкретних методичних розробок, які допомагають вчителю ефективно використовувати її засоби тощо. З огляду на перераховані обставини, у вчителів відсутня мотивація для систематичного прикладного спрямування курсу, зокрема для розв'язування з учнями прикладних задач, особливо враховуючи їх невелику кількість у підручниках, посібниках та майже повну відсутність серед добірок завдань контролюючого характеру. З огляду на висловлене вище, тема дослідження є актуальною.

Виходячи з цього, виникає необхідність розробки методики вивчення геометричного матеріалу за допомогою НІТ. Це стосується, насамперед, вивчення в курсі геометрії основної школи на наочно-інтуїтивному рівні таких понять стереометрії, як паралельність і перпендикулярність прямих і площин, прямокутний паралелепіпед, пряма призма, піраміда, циліндр, конус, куля. Поряд з цим необхідно формувати практичні вміння обчислювати площі поверхонь і об'єми основних геометричних тіл, зображати просторові фігури на площині, будувати їх розгортки, «читати» рисунки. Тому тема « Застосування методів математичного моделювання засобами НІТ при вивченні курсу стереометрії в профільних класах » є на сьогодні актуальною.

Аналіз психолого-педагогічної і методичної літератури свідчить про те, що різні аспекти навчальної дослідницької діяльності цікавили багатьох науковців та методистів. Останнім часом цим питанням були присвячені роботи В.І. Андреєва, Н. Д. Волкової, Ю. М. Галатюка, Є. Є. Жумаєва, І. А. Кравцової, Л. С. Левченко, О. С. Максимова, С. Г. Мустафаєва, Т. О. Олійник, Т. Б. Раджабова, Г. В. Токмазова, А. В. Усової, В. П. Ушакова та ін [1,35].

Психологічний аспект зазначеної проблеми (закономірності мислительної діяльності, переформулювання задач, моделювання як засіб пізнання та ін.)

розглянуто в роботах Л.С. Виготського, П.Я. Гальперіна, Г.С. Костюка, О.М. Леонтьєва, Є.І. Машбиця, С.Л. Рубінштейна та ін [7].

Механізми дослідження методів математичного моделювання та їх використання в різних галузях науки і техніки знайшли відображення у працях В.М. Глушкова, А.М. Тихонова, Б.В. Гнеденка, А.М. Колмогорова та ін.

Аспекти дослідження математичних моделей засобами інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема методичне забезпечення та методика навчання, розроблені М.І. Жалдаком, Н.В. Морзе, Г.О. Михаліним, С.А. Раковим та ін [13 – 15, 29 – 30]. У дисертаціях Л.Г. Петерсон, В.С. Билкова, Є.В. Величка та ін. розроблено методичні системи навчання учнів методу математичного моделювання у курсах математики (5 – 6 класи), алгебри (7 – 9 класи), алгебри і початків аналізу (10 – 11 класи), стереометрії (10 – 11 класи).

Основні положення прикладної спрямованості математики розкрито у роботах Г.М. Возняка, Ю.М. Колягіна, В.В. Фірсова, С.І. Шварцбурда [9]. Розробкою сучасних технологій розв’язання проблеми прикладної спрямованості шкільного курсу математики займаються Л.О. Соколенко, А.В. Прус, Л.С. Межейнікова, В.О. Швець та інші математики-методисти [27 – 28, 38 – 39]. Зокрема, у їхньому доробкові дослідження проблеми прикладної спрямованості шкільних курсів алгебри і початків аналізу, стереометрії, інтегрованого шкільного курсу «Математика».

У останні роки в педагогічній пресі збільшилася кількість публікацій, присвячених прикладній спрямованості навчання математики і, зокрема, математичному моделюванню. Серед авторів слід відзначити С.С. Великодного, Л. Нічуговську, С. Семенця, О. Гриб’юк, Н. Войналович, Л. Бойко, О. Кононову та ін [6]. Як правило, публікації містять можливі варіанти методичних розробок для ознайомлення учнів з математичним моделюванням у межах шкільної програми, а також системи задач, завдань та запитань до них. Висловлюються навіть побажання впровадити у навчальний процес самостійну змістову лінію «математичне моделювання».

У методичній літературі зустрічається ряд робіт, пов'язаних із застосуванням НІТ на уроках стереометрії, автори яких М. І. Жалдак, О. В. Вітюк, Р. С. Гуревич, О. А. Смалько, С. А. Раков та інші [13]. Проте не всі питання методики застосування НІТ при вивченні курсу стереометрії із застосуванням дослідницьких методів виявились достатньо повно висвітленими. Тому актуальність дослідження є очевидною.

Об'єктом дослідження є процес вивчення курсу стереометрії за допомогою НІТ.

Предметом дослідження є методика застосування математичного моделювання при вивченні курсу стереометрії з допомогою НІТ.

Мета: дослідити доцільність застосування математичного моделювання при вивченні курсу стереометрії в профільних класах з допомогою НІТ.

Об'єкт, предмет і мета дослідження дозволили сформувати **завдання**:

- Опрацювати психолого-педагогічну і методичну літературу з теми дослідження.
- Визначити вплив засобів НІТ на підвищення активності навчально-пізнавальної діяльності учнів в процесі навчання геометрії з використанням комп'ютера.
- Дослідити дидактичні можливості використання засобів математичного моделювання при вивченні елементів стереометрії з допомогою ППЗ.
- Розробити окремі елементи методичної системи вивчення курсу стереометрії з використанням НІТ.

Методи дослідження:

- аналіз філософської, науково-методичної, психолого-педагогічної літератури щодо проблеми дослідження;
- спостереження, анкетування, бесіди з учнями та вчителями щодо проблеми дослідження;
- аналіз існуючих педагогічних програмних засобів для використання на уроках геометрії;

- аналіз нормативних документів та планів, підручників і навчальних посібників з інформатики та математики для середньої загальноосвітньої школи;
- аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду використання ЕОМ в навчальному процесі, зокрема при навчанні геометрії.

Теоретичне значення дослідження:

- уточнено зміст математичного моделювання при вивченні курсу геометрії;
- визначені засоби та методичні прийоми, що сприяють активізації навчально-пізнавальної діяльності з використанням НІТ при вивченні стереометрії;
- досліджено вплив запропонованої методики на активізацію навчально-пізнавальної діяльності учнів.

Практичне значення – розроблена методика вивчення стереометрії з використанням НІТ може бути використана вчителями математики, студентами педагогічних вузів.

Робота складається з вступу, 2 розділів, висновків, списку літературних джерел і додатків.

Апробація результатів дослідження: основні положення дослідження обговорювались на Х Міжнародній науково-практичній конференції студентів та молодих науковців «Наука, освіта, суспільство очима молодих», яка проходила 17 травня 2017 в Рівненському державному гуманітарному університеті у рамках Всеукраїнського Фестивалю науки. Результати дослідження відображені у тезах «Застосування методів математичного моделювання засобами НІТ при вивченні курсу стереометрії в профільних класах» у збірнику Х Міжнародній науково-практичній конференції студентів та молодих науковців «Наука, освіта, суспільство очима молодих» [18].

I. Теоретичні основи досліджень

1.1 Метод математичного моделювання як один із методів активізації пізнавальної активності у навчанні математики

Моделювання – важливий метод наукового пізнання і сильний засіб активізації учнів у навчанні. Відзначається, що однією зі складових математичної освіти є нове уявлення про предмет математики. В основі змісту шкільних підручників має бути передбачено створення та розробка схем, моделей та їх варіантів, створення моделей за відомими схемами, використання вже розроблених схем безпосередньо в навчанні. Для того щоб краще побачити загальні риси засвоюваної дії, треба абстрагуватися від непотрібних в даному випадку властивостей предметів, а це і означає, що потрібно перейти до дії з моделями, вільними від всіх інших властивостей, крім потрібних в даному випадку.

До основних цілей навчання математики належить формування умінь будувати математичні моделі найпростіших реальних явищ, дослідити явища за заданими моделям, конструювати програми моделей; залучення учнів до досвіду творчої діяльності та формування у них вміння застосовувати його.

Моделювання в даний час отримало надзвичайно широке застосування в багатьох галузях знань: від філософських та інших гуманітарних розділів знань до ядерної фізики та інших розділів фізики, від проблем радіотехніки і електротехніки до проблем механіки та гідромеханіки, фізіології та біології і т. д. Моделювання – головний спосіб пізнання навколишнього світу.

Термін «модель» широко використовується в різних сферах людської діяльності і має безліч значень. Модельований об'єкт називається оригіналом, об'єкт, що моделює – моделлю. Поняття «модель» виникло в процесі дослідного вивчення світу, а саме слово «модель» походить від латинських слів «modus», «modulus», що означають міру, образ, спосіб.

Майже у всіх європейських мовах воно вживалося для позначення способу або прообразу, або речі, подібної в якомусь відношенні з іншою річчю [39].

Існують різні точки зору на визначення поняття «модель». Так, наприклад, В. А. Штоф під моделлю розуміє таку подумки подану або матеріально реалізовану систему, яка відображає і відтворює об'єкт так, що її вивчення дає нову інформацію про цей об'єкт [40]. А.І. Уйомов визначає модель як систему, дослідження якої служить засобом для отримання інформації про іншу систему.

Чарльз Лейв і Джеймс Марч дають таке визначення моделі: «Модель – це спрощена картина реального світу. Вона володіє деякими, але не всіма властивостями реального світу. Вона являє собою безліч взаємопов'язаних припущень про світ. Модель простіше тих явищ, які вона за задумом відображає або пояснює ». В.О. Поляков вважає, що «модель – це ідеальне формалізоване представлення системи і динаміки її поетапного формування. Модель повинна інтегровано імітувати реальні завдання і ситуації, бути компактною, адекватно передавати зміни станів і повинна збігатися з розглянутим завданням чи ситуацією ».

Більшість психологів під «моделлю» розуміють систему об'єктів чи знаків, що відтворюють деякі суттєві властивості системи-оригіналу. Іноді під моделлю розуміють такий матеріальний чи подумки представлений об'єкт, який у процесі пізнання (вивчення) заміщає об'єкт-оригінал, зберігаючи деякі важливі для даного дослідження типові риси.

Ось деякі приклади моделей:

1) Архітектор готується побудувати будівлю небаченого досі типу. Але перш ніж спорудити його, він споруджує цю будівлю з кубиків на столі, щоб подивитися, як вона буде виглядати. Це модель.

2) На стіні висить картина, що зображає розбурхане море. Це модель [9].

«Моделювання - це процес використання моделей для вивчення тих чи інших властивостей оригіналу (перетворення оригіналу) або заміщення оригіналу моделями в процесі якої-небудь діяльності» (наприклад, для перетворення арифметичного виразу можна його компоненти тимчасово позначити буквами) [38].

«Моделювання – це опосередковане практичне або теоретичне дослідження об'єкта, при якому безпосередньо вивчається не сам цікавий для нас об'єкт, а деяка допоміжна штучна або природна система:

1) знаходиться в деякому об'єктивному відношенні до пізнаваного об'єкту;

2) здатна заміщати його в певних відношеннях;

3) дає при її дослідженні, в кінцевому результаті, інформацію про об'єкт.

Три перерахованих ознаки по суті є визначальними ознаками моделі[6].

На підставі перерахованого можемо виділити наступні цілі моделювання:

1) **розуміння будови** конкретної системи, її структури, властивостей, законів розвитку і взаємодії з навколишнім світом;

2) **управління** системою, визначення найкращих способів управління при заданих цілях і критеріях;

3) **прогнозування** прямих і непрямих наслідків реалізації заданих способів і форм впливу на систему.

Усі три цілі мають на увазі в тій чи іншій мірі наявність механізму зворотного зв'язку, тобто необхідна можливість не тільки перенесення елементів, властивостей і відносин модельованої системи на модель, але й навпаки. Моделювання тісно пов'язане з такими категоріями, як абстракція, аналогія, гіпотеза та ін. Процес моделювання обов'язково включає й побудову абстракцій, і умовиводи за аналогією, і конструювання наукових гіпотез.

Моделювання є багатофункціональним, тобто воно використовується найрізноманітнішим чином для різних цілей на різних рівнях (етапах) дослідження або перетворення. У зв'язку з цим багатовікова практика використання моделей породила безліч форм і типів моделей. Моделі класифікують виходячи з найбільш істотних ознак об'єктів. У літературі, присвяченій філософським аспектам моделювання, представлені різні класифікаційні ознаки, за якими виділено різні типи моделей. Розглянемо деякі з них.

В. А. Штоф пропонує наступну класифікацію моделей [40]:

1) за способом їх побудови (форма моделі);

2) за якісною специфікою (зміст моделі).

За способом побудови розрізняють ***матеріальні*** і ***ідеальні*** моделі.

Матеріальні моделі, не дивлячись на те, що ці моделі створені людиною, існують об'єктивно. Їх призначення специфічне – відтворення структури, характеру, протікання, сутності досліджуваного процесу - відобразити просторові властивості – відобразити динаміку досліджуваного процесу, залежності та зв'язки.

У свою чергу матеріальні моделі за формою поділяються на:

- ***Образні*** (побудовані з чуттєво наочних елементів);
- ***Знакові*** (в цих моделях елементи, відносини і властивості модельованих явищ виражені за допомогою певних знаків);
- ***Змішані*** (поєднують властивості і образних, і знакових моделей).

Переваги даної класифікації в тому, що вона дає хорошу основу для аналізу двох основних функцій моделі:

- Практичної (в якості знаряддя і засобу наукового експерименту);
- Теоретичної (в якості специфічного образу дійсності, в якому містяться елементи логічного і чуттєвого, абстрактного і конкретного, загального і одиничного).

Інша класифікація є у Б. А. Глинського в його книзі «Моделювання як метод наукового дослідження». Поряд зі звичайним поділом моделей за способом їх реалізації, він поділяє моделі і за характером відтворення сторін оригіналу на:

- ***Субстанціональні;***
- ***Структурні;***
- ***Функціональні;***
- ***Змішані.***

Розглянемо ще одну класифікацію, запропоновану Л. М. Фрідманом. З точки зору ступеня наочності він усі моделі розбиває на два класи [37]:

- ***Матеріальні*** (речові, реальні);
- ***Ідеальні.***

До матеріальних моделей відносять такі, які побудовані з будь-яких речових предметів, з металу, дерева, скла та інших матеріалів. До них також відносять і живі істоти, які використовуються для вивчення деяких явищ або процесів. Всі ці моделі можуть бути безпосередньо чуттєво пізнані, бо вони існують реально, об'єктивно. Вони являють собою речовий продукт людської діяльності.

Матеріальні моделі, у свою чергу, можна розділити на ***статичні (нерухомі)*** і ***динамічні (рухомі).***

До першого виду автор класифікації відносить моделі, геометрично подібні оригіналам. Ці моделі передають лише просторові (геометричні) особливості оригіналів у певному масштабі (наприклад, макети будинків, забудови міст чи сіл, різного роду муляжі, моделі геометричних фігур і тіл, виготовлені з дерева, дроту, скла, просторові моделі молекул і кристалів в хімії, моделі літаків, кораблів та інших машин і т. д.).
До динамічних (рухомих) моделей відносять такі, які відтворюють якісь процеси, явища. Вони можуть бути фізично подібні оригіналам і

відтворювати модельовані явища в якомусь масштабі. Наприклад, для розрахунку проектованої гідроелектростанції будують діючу модель річки і майбутньої греблі; модель майбутнього корабля дозволяє у звичайній ванні вивчити деякі аспекти поведінки проектованого корабля в морі або на річці і т. д.

Наступним видом діючих моделей є різного роду ***аналогові та імітуючі,*** які відтворюють те чи інше явище за допомогою іншого. Такі, наприклад, електричні моделі різного роду механічних, теплових, біологічних та інших явищ. Іншим прикладом може бути модель нирки, яку широко використовують у медичній практиці. Ця модель - штучна нирка - функціонує однаково з природною (живою) ниркою, виводячи з організму шлаки та інші продукти обміну, але, звичайно, влаштована вона абсолютно інакше, ніж жива нирка.

Ідеальні моделі ділять зазвичай на три види:

- ***Образні*** (іконічні);
- ***Знакові*** (знаково-символічні);
- ***Уявні*** (розумові).

До образних, або іконічних (картинних), моделей відносять різного роду малюнки, креслення, схеми, що передають в образній формі структуру або інші особливості модельованих предметів чи явищ. До цього ж виду ідеальних моделей слід віднести географічні карти, плани, структурні формули в хімії, модель атома у фізиці і т. д.

Знаково-символічні моделі являють собою запис структури або деяких особливостей об'єктів, що моделюються за допомогою знаків-символів якоїсь штучної мови. Прикладами таких моделей є математичні рівняння, хімічні формули.

Нарешті, уявні (розумові, уявні) моделі - уявлення про будь-яке явище, процес або предмет, що виражають теоретичну схему модельованого об'єкта.

Уявної моделлю є будь-яке наукове уявлення про яке-небудь явище у формі його опису на природній мові.

Як бачимо, поняття моделі в науці і техніці має безліч різних значень, серед учених немає єдиної точки зору на класифікацію моделей, у зв'язку з цим неможливо однозначно класифікувати і види моделювання. Класифікацію можна проводити за різними характеристиками:

1) за характером моделей;

2) за характером об'єктів, що моделюються;

3) за сферами застосування моделювання (моделювання в техніці, у фізичних науках, в хімії, моделювання процесів живого, моделювання психіки і т. п.)

4) за рівнями («глибиною») моделювання, починаючи, наприклад, з виділення у фізиці моделювання на мікрорівні.

Найбільш відомою є класифікація за характером моделей. Відповідно до неї розрізняють такі види моделювання [27]:

1. Предметне моделювання, при якому модель відтворює геометричні, фізичні, динамічні або функціональні характеристики об'єкта. Наприклад, модель мосту, греблі, модель крила літака і т.д.

2. Аналогове моделювання, при якому модель і оригінал описуються єдиним математичним співвідношенням. Прикладом можуть служити електричні моделі, що використовуються для вивчення механічних, гідродинамічних і акустичних явищ.

3. Знакове моделювання, при якому моделями служать знакові утворення будь-якого виду: схеми, графіки, креслення, формули, графи, слова і речення в деякому алфавіті (природної або штучної мови).

4. Із знаковим тісно пов'язане уявне моделювання, при якому моделі набувають подумки наочний характер. Прикладом може в даному випадку служити модель атома, запропонована свого часу Бором.

5. Нарешті, особливим видом моделювання є включення в експеримент не самого об'єкта, а його моделі, в силу чого останній набуває характеру модельного експерименту. Цей вид моделювання свідчить про те, що немає жорсткої межі між методами емпіричного і теоретичного пізнання.

Математичне моделювання – окремий випадок моделювання. Є найважливішим видом знакового моделювання і здійснюється засобами мови математики. Знакові утворення та їх елементи завжди розглядаються разом з певними перетвореннями, операціями над ними, які виконує людина або машина (перетворення математичних, логічних, хімічних формул і т. д.).

Поняття «математична модель» і «моделювання» широко використовуються в науці та на виробництві. Роль знакових моделей особливо зросла з розширенням масштабів застосування ЕОМ при побудові знакових моделей. Відомо, що для математичного дослідження процесів і явищ, що реально відбуваються насправді, треба зуміти описати їх на мові математики, тобто побудувати математичну модель процесу, явища. Математичні моделі і є об'єктами безпосереднього математичного дослідження.

Математичною моделлю називають опис якого-небудь реального процесу або деякої досліджуваної ситуації на мові математичних понять, формул і відносин.

Математичне моделювання – наближений опис якого-небудь класу явищ зовнішнього світу, виражений за допомогою математичної символіки. Це потужний метод пізнання зовнішнього світу, а також прогнозування [23]. Математичне моделювання розширює творчі можливості фахівця у вирішенні цілого ряду професійних завдань. Сучасному спеціалісту слід «добре знати» математику, тобто не просто вміти використовувати її для різних розрахунково-обчислювальних операцій, а розуміти математичні методи дослідження та їх можливості. Тільки розуміння сутності математичного моделювання дозволяє адекватно використовувати цей метод у професійній діяльності.

1.2 Використання НІТ на уроках стереометрії

Останнім часом велика увага приділяється питанню впровадження сучасних інформаційних комп'ютерних технологій практично у всі сфери діяльності людини. Це стосується і сфери освіти, яка поряд з деякими іншими характеризується величезним потенціалом і різноманітністю напрямків застосування комп'ютерних технологій. Одне з найбільш важливих завдань, яке стоїть вчителем-предметником: створювати на уроках умови для формування в учнів прийомів навчальної діяльності; домагатися включеності кожного учня в активну наукову діяльність, як на уроці, так і поза ним. Вирішити цю задачу допомагає включення в навчальний процес інформаційних комп'ютерних технологій. Застосування комп'ютерних технологій на уроках дає можливість більш наочного подання матеріалу, що вивчається. Дозволяє оперативно перевіряти рівень засвоєння учнями програмного матеріалу. Застосування цих технологій на уроках відображає дух сучасності, у зв'язку з чим, все, що відбувається на уроці сприймається учнями по-іншому: з великим інтересом, що в кінцевому підсумку позитивно позначається на рівні їх успішності.

Для багатьох школярів найбільші труднощі викликають стереометричні завдання. При знайомстві з аксіомами стереометрії просторові знання учнів розвинені дуже слабо. Початкові відомості по стереометрії мають абстрактний характер, засвоєння матеріалу будується на заучуванні. Учні втрачають інтерес до предмету, і багато хто з них вважає стереометрію важким шкільним предметом. Насамперед, ці труднощі викликані тим, що зорове сприйняття геометричних об’єктів не завжди відповідає тим закономірностям, які цей об'єкт має. Відображення просторових фігур у вигляді креслення на аркуші паперу призводить до того, що дуже багато закономірностей уявляються у спотвореному вигляді. Наприклад, мимобіжні прямі можуть виглядати як такі, що перетинаються або як паралельні прямі, прямий кут може виглядати як гострий або тупий кут, рівні відрізки можуть виглядати як відрізки різної довжини, і т.д. У реальному житті людина привчається візуально розпізнавати закономірності за рахунок спостережень над об'єктами, що перебувають у русі. Всі ці фактори призводять до неправильного сприйняття учнями просторових фігур в самому початку курсу стереометрії. Тільки вихід на іншу наочність може допомогти учням впоратися із завданнями, для вирішення яких потрібно бачити "всередині" тіл, змінювати їх будову та розташування частин. Цю групу наочності утворюють зображення геометричних тіл за допомогою сучасних комп'ютерних технологій.

Сучасне програмне забезпечення дозволяє будувати перспективне зображення, повертати його і розглядати під різними кутами, що допомагає формувати уміння в учнів відтворювати цілісний просторовий образ. При проведенні уроків геометрії, на етапі пояснення нового матеріалу, зручно створювати мультимедійні презентації за допомогою програми Microsoft Power Point. На етапі первинного закріплення навчального матеріалу використовують інше вирішення даної проблеми, яке полягає в можливості конструювання у спеціально створеному для цього віртуальному просторі за допомогою зручного програмного інструменту, що підтримує просторову уяву. Школярі, які звикли до комп'ютерних ігор у віртуальному просторі, мають попередній досвід і не відчувають страх перед такими системами.

Звичайно, для успішного застосування таких систем потрібні деякі первинні навички і знання в області стереометрії. Під віртуальним простором розуміють результат паралельного або центрального проектування трьохмірного евклідового простору або його частини на площину екрану. Цей простір сприймається як тривимірний. На уроках для створення такого простору зручно застосовувати програму моделювання геометричних фігур GRAN-3D, яка є інструментом, що може:

- виконувати просторові побудови в «глибині» екрану;
- візуалізувати просторові конфігурації, задаючи їх атрибути і вписуючи в віртуальну сферу, обертаючи яку, можна розглядати об'єкт зі всіх сторін;

- деформувати просторові об'єкти, як це зазвичай робиться в системах динамічної двовимірної геометрії [13].

Наприклад, на уроці геометрії заздалегідь створюється макет заданої фігури, яку учні, в процесі розв'язування задачі, можуть самостійно покрутити і роздивитися з різних сторін. Застосовуючи GRAN-3D для інтерактивного конструювання у віртуальному просторі, формулюють наступні цілі навчання:

- розвинути геометричне бачення і привчити до віртуального простору як до робочого простору;
- оцінити корисність стереометрії;
- забезпечити учня знаннями в області стереометрії (поняття, твердження та процеси);
- аналізувати явища стереометрії евристичними методами;
- привчити до вільного володіння методами та інструментами тривимірної графіки.

Робота з Gran 3D корисна і з загально-пізнавальної точки зору. Зокрема, можна відзначити:

- візуалізація просторової інформації;
- індуктивний метод (відкриття закономірностей шляхом варіювання вихідного тіла);
- метод аналогії (наприклад - між планіметрією та стереометрією);
- з'єднання планіметрії і стереометрії (наприклад, в доведеннях);
- виділення складових частин складного об'єкта (наприклад, їх підсвічування на екрані);
- робота з модулями [14-15].

Поширення на стереометрію методів побудов, розвинених в планіметрії, необхідно для викладання математики на сучасному рівні. Конструювання у віртуальному просторі є важливою віхою у вивченні та викладанні стереометрії з використанням комп'ютерів.

Під час роботи в комп’ютерному класі необхідно добре знати і чітко виконувати гігієнічні вимоги до роботи на комп’ютері.

Загальновідомо, що організм дитини, який постійно перебуває у стані росту і розвитку, дуже чутливий до впливу будь-яких чинників навколишнього середовища, зокрема і шкільного.

Введення у навчальний процес такого технічного засобу, як персональний комп’ютер, потребує комплексної гігієнічної і психо-педагогічної оцінки в аспекті можливого негативного впливу на здоров’я учнів під час їхньої роботи в кабінетах комп’ютерної техніки.

Результати досліджень свідчать, що в кабінетах комп’ютерної техніки за наявності десяти працюючих комп’ютерів протягом дня значно підвищується температура повітря, знижується вологість.

Ступінь стомлювання учнів на уроках з використанням персонального комп’ютера вища, порівняно із звичайними. Робота на персональному комп’ютері відрізняється від інших видів діяльності значними функціональними змінами нервово-емоційного статусу, потребує напруженої роботи здорового аналізатора, супроводжується вимушеною робочою позою. Це пов’язано з тим, що користувачу комп’ютера доводиться читати інформацію на екрані монітора (роздивлятись букви, малюнки) і одночасно на клавіатурі, тобто дуже часто відбувається переведення погляду з екрана на клавіатуру, в результаті чого виникає часта переадаптація зору.

Статична сидяча поза при цьому викликає напруження плечового поясу і тому неправильно підібрані меблі та недоцільно вибраний режим роботи можуть призвести до порушення постави, а довготривале напруження зору може викликати незворотні патологічні зміни.

Тому зрозуміла необхідність всебічного вивчення функціональних змін реакцій організму і здоров'я молодших школярів під впливом навчання на персональних комп'ютерах з метою гігієнічного нормування режимів безперервної роботи дітей на них.

Основні гігієнічні принципи безпечного для здоров'я застосування комп'ютерної техніки під час навчання школярів:

- гігієнічна доцільність розміщення та створення відповідних оптимальних умов у приміщеннях кабінетів комп'ютерної техніки;
- обладнання кабінету спеціальними меблями, призначеними для комп'ютерної техніки відповідно вікових особливостей користувачів;
- гігієнічне нормування всіх чинників, що виникають при роботі комп'ютерної техніки і можуть змінювати внутрішнє навчальне середовище;
- нормування тривалості безперервної роботи учнів на персональних комп'ютерах залежно від віку і вихідного стану здоров'я дітей;
- психо-гігієнічна експертиза навчальних комп'ютерних програм;
- виховання дітей у напрямку засвоєння гігієнічної культури користування комп'ютерною технікою [14].

Головне, дотримуватись принципу "не нашкодь", тобто, вчасно запобігати можливому надмірному стомленню. Як сказав В.Сухомлинський "Першочерговою місією вчителя є збереження здоров'я дітей". Не забуваємо про це і зараз – у добу комп'ютеризації. Комп'ютер цінний помічник, але він може стати й шкідливим сусідом.

1.3 Психологічні аспекти застосування НІТ при вивченні курсу стереометрії

Характерною рисою сучасного стану розвитку суспільства є швидке проникнення інформаційних технологій в усі сфери громадського життя, що викликає необхідність адаптації школи до нових життєвих реалій. Нові інформаційні технології все ширше використовуються як суспільний продукт, який забезпечує інтенсифікацію всіх сфер економіки, прискорення науково-технічного прогресу, розвиток педагогічної науки, демократизацію суспільства.

Зараз одним із важливих і перспективних напрямів психологічних досліджень є визначення психологічних особливостей комп'ютеризації в освіті. Навчання за допомогою комп'ютера дає більш ширші можливості передачі інформації. Будь-яке навчання пов'язано із сприйняттям, аналізом та накопиченням інформації. Як відомо, людина в змозі сприймати звукову і чуттєву інформацію. Кожна людина надає перевагу одному з видів сприйняття і за цією ознакою відносяться психологами до аудіалів, візуалів або кінестетиків. Наочність, можливість побачити відіграє велику роль у зацікавленості й розумінні матеріалу. Тому традиційні плакати, стенди, роздаткові картки можуть бути замінені яскравою комп'ютерною графікою і рухомими динамічними моделями процесів, що вивчаються. Якщо учень працює з програмою індивідуально, що підкреслюється ще й чуттєвий аспект отримання інформації, важливий для кінестетиків.

Дитина сама керує швидкістю подачі інформації і за можливостями програми, її обсягом і глибиною. А дотики до клавіатури створюють відчуття причетності до створення інформації, що з'являється на моніторі.

Крім того, з використанням комп'ютера з'являється можливість зробити уроки динамічними. Наприклад, залежно від матеріалу, який вивчається, комп'ютер дає змогу перетворити урок або його частину на захоплюючу гру, що значно підвищує інтерес до предмета. Відчуття гри знімає напругу і нервозність у дітей. Комп'ютер і гра сприяють покращенню взаємовідносин між дітьми.

Зацікавленість і доступність подачі матеріалу значно підвищують можливість учня у здобутті нових знань. Щоб зрозуміти — як це зроблено, він готовий опрацювати не тільки ігровий матеріал, але й значно складніші та серйозніші розділи теорії. Цікаво, що на підвищений інтерес дітей до комп'ютера має вплив і проблема — батьків та дітей. Оскільки більшість батьків не володіють комп'ютерною грамотністю і відносяться до комп'ютерів з обережністю і цікавістю, то діти через обізнаність у комп'ютерній техніці отримують можливість довести свою — дорослість. Одночасно інтерес і зацікавлення комп'ютерами, як правило, заохочується і самими батьками.

Під час роботи на уроці, вчитель виступає у ролі однодумця та помічника для учнів. Це сприяє покращенню стосунків між учнем і вчителем та виходу за рамки протиставлених сторін. Як відомо, діти найчастіше ототожнюють ставлення до вчителя і до предмета. Тому так важливо встановлення емоційних зв'язків між учнями та їх вчителями.

Сучасний темп життя вимагає поєднання традиційних методів навчання з новими, заснованими на більшій інформативності, наочності, з використанням НІТ. Разом з тим, необхідно знайти оптимальні підходи до здійснення розвитку учня, залучити його до творчості, оволодіння традиційними і сучасними методами дослідження.

Упровадження інформаційно-комп'ютерних технологій в освіті дозволяє розв'язати низку важливих психолого-педагогічних завдань, пов'язаних із підвищенням якості навчально-виховного процесу в освітніх установах. До основних переваг впровадження НІТ в освіті можна віднести такі:

- поліпшення інформаційної забезпеченості учасників освітнього процесу. З використанням інформаційно-комп'ютерних технологій розширюється можливість для учнів і вчителів здійснювати оперативний доступ до різної інформації, накопичення, обміну і тиражування її;

- використання НІТ впливає на мотивацію, привабливість навчання. Це пов'язано з незвичністю і престижністю роботи з комп'ютером. Існування ігрових програм й ігрових компонентів у навчальних програмах підвищує привабливість комп'ютерів для дітей;
- комп'ютер дає можливість підвищити самостійність навчання, можливість здійснювати навчання без безпосередньої участі педагога шляхом виконання домашніх завдань з необхідними компонентами перевірки правильності їх виконання;
- підвищуються можливості індивідуалізації навчання. Це може здійснюватися за допомогою індивідуалізації темпу пред'явлення завдань, переходу до наступної теми після засвоєння попередньої, вибору тем і завдань з урахуванням індивідуальності і знань конкретного учня, поточного контролю успішності й підвищення об'єктивності такого контролю [8, 16-18].

Широке впровадження інформаційно-комунікативних технологій може сприяти і розвитку таких якостей інноваційної особистості, як відкритість новому досвіду, внутрішня свобода, рефлексивність, спонтанність, самоповага. Отже, інформаційні технології розкривають величезні перспективи розвитку інноваційних якостей учнів.

1.4 Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії

Сучасне суспільство знаходиться у стані політичних, соціальних та економічних змін. Тому для людини важливими є здатність бути мобільною та адаптивною, вміння бачити проблему, чітко формулювати та всебічно підходити до її розв’язування, здобувати необхідну інформацію тощо. Відповідно до потреб продукуються зміни в освіті, проходить її модернізація.

Національна доктрина розвитку освіти в Україні у XXI столітті вже зорієнтована на нове соціальне замовлення. Державний стандарт базової та повної середньої освіти визначає як основну мету освітньої галузі "Математика" опанування учнями системою математичних знань, навичок і умінь, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти; формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, про її роль у пізнанні дійсності; інтелектуальний розвиток учнів та ін. Концепція математичної освіти визначає одним із пріоритетів розвитку математичної освіти необхідність посилення прикладної спрямованості математики. Важливість її реалізації підкреслено в пояснювальних записках до програм із математики для 11-річної, 12-річної шкіл. Про значущість прикладної спрямованості говорить також той факт, що на міжнародному тестуванні математичної підготовки школярів у 1990-1991 рр. втрата сумарної кількості балів нашими учнями сталася саме через їх невміння виконувати завдання прикладного характеру, хоча за технікою обчислень показники були досить високі.

Дамо визначення прикладної спрямованості, якого надалі будемо дотримуватися. Зауважимо, що воно сформувалося на основі вивчення науково-методичної літератури з цього питання та результатів проведеного нами дослідження. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії – це орієнтація цілей, змісту та засобів навчання стереометрії в напрямку набуття учнями в процесі математичного моделювання знань, вмінь і навичок, які використовуватимуться ними у різних сферах життя.

Варто звернути увагу, що в науково-методичних роботах часто зустрічаються такі терміни: "прикладний", "практичний", "пов’язаний із життям", "політехнічний" (щодо курсу математики, навчання, задач тощо). Ці терміни неодноразово використовувалися і використовуються донині як синоніми.

Справді, цілі, які ставить перед собою, наприклад, політехнічне навчання математики в школі й пов’язане із життям навчання, поєднані між собою. На це, зокрема, звертав увагу А.І. Фетисов. Ідея політехнічної освіти була науково обґрунтована ще К. Марксом. В.І. Ленін створив розгорнуту теорію політехнічної системи народної освіти в соціалістичній країні. Практична реалізація виявилась складною. Н.К Крупській належить розгорнуте визначення змісту політехнічної освіти: "Політехнізм – не особливий предмет викладання, він повинен просочити собою всі дисципліни, відобразитись у підборі матеріалу і в фізиці, і в хімії… Потрібна взаємна зчіпка цих дисциплін із практичною діяльністю, і особливо з навчанням роботі". Але й у 1930 р. вона констатувала, що до цього часу школу не було зроблено політехнічною, оскільки були допущені помилки (політехнізм – не додаток до загальної освіти, що має обмежену практичну мету). У післявоєнні роки посилилась увага до питання про політехнічну освіту в процесі вивчення окремих предметів. На початку 60-х рр. стало очевидним відставання змісту освіти в середній школі від рівня науки. Звільнення програм від застарілого матеріалу, підвищення теоретичного рівня всіх навчальних предметів – крок у поліпшенні політехнічної освіти. Політехнічний зміст шкільного курсу математики визначається функціями, які виконує сучасна математика як наука в житті суспільства. Політехнічна спрямованість шкільного курсу математики проявляється уже в формулюванні його задач, до яких відноситься міцне і свідоме оволодіння математичними знаннями, вміннями та навичками: 1) необхідними у повсякденному житті та роботі кожного члена сучасного суспільства; 2) які є необхідною основою вивчення в школі інших наук; 3) які є достатніми для самостійного продовження освіти після школи; 4) необхідними для читання науково-популярної або технічної літератури. Вивчення курсу математики може ознайомити учнів із основними етапами розв'язування задач, властивих застосуванню математики в різних наукових і прикладних областях. Курс математики підводить учнів до сприйняття важливої ідеї прикладної математики: математичні методи не можуть безпосередньо застосовуватися до дійсності – вони застосовуються лише до спеціально побудованих для цієї мети математичних моделей дійсності. Слід вважати, що політехнічне навчання здійснюється не лише тоді, коли розглядається застосування математики безпосередньо до життя, але і тоді, коли ми навчаємо перетворенням всередині моделі [27].

Зауважимо, що поняття та відповідний термін "політехнічний" у відношенні до освіти, навчання тощо досить широко використовувався приблизно до 90-х років минулого століття, а надалі дедалі частіше вживається "прикладний". Проте різними є їх зміст, обсяг та засоби здійснення. Це ж стосується пари "прикладний – практичний". Але взаємозамінність вказаних вище термінів можна спостерігати і в розмовній практиці, й у теоретичній літературі. Матимемо це на увазі, хоча й будемо ці терміни розмежовувати.

Зупинимося детальніше на питанні прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії. Для її реалізації нами було розглянуто концептуальну модель прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії.

Її структурними компонентами є цільовий (цілі, що сформульовані у прикладному напрямку), стимулюючо-мотиваційний, змістовий (структурований зміст курсу), операційно-діяльнісний, контрольно- оцінний.

Концептуальна модель передбачає також три функціональні компоненти. Перший – дії, пов'язані з мотивацією і постановкою цілей вивчення курсу, у тому числі, з'ясування учнями важливості прикладної складової та прикладного потенціалу абстрактної складової курсу стереометрії. Другий – навчальні дії. У тому числі: а) дії, що пов'язані із внесенням до навчання компонентів, характерних для прикладної діяльності: використання правдоподібних, евристичних міркувань; застосування математичного моделювання як основи вивчення курсу стереометрії та методу розв'язування прикладних задач; розвиток суто математичних вмінь та навичок, потрібних для розв'язування прикладних задач (наближена прикидка результату, приведення його до числа або розрахункової формули та ін.); б) дії, що притаманні професійно-навчальній діяльності: навички планування та корегування діяльності, самостійної роботи, творчої діяльності, роботи із комп'ютерними програмами; в) дії, пов'язані з моделюванням геометричних ситуацій та проведенням геометричного експерименту. Третій – дії контролю та оцінювання знань.

Звичайно, виникає питання технології реалізації прикладної спрямованості. Тобто, потрібно окреслити спосіб розгортання та використання запропонованої концептуальної моделі. Обмежимося наступними дидактичними зауваженнями процесуального характеру.

Реалізація прикладної спрямованості починається із підготовчої стадії, на якій діяльність вчителя полягає у визначенні прикладно-орієнтованих цілей і планування навчальної діяльності з вивчення курсу стереометрії в конкретному класі. Її засобами є діюча програма; інформація про профіль, рівень научуваності, особливості класу; запропоновані нами орієнтири дій із корекції планування (календарного, тематичного та поурочного) у контексті прикладної спрямованості стереометрії та варіанти редакції цілей вивчення курсу, окремих розділів, тем.

На початковій стадії навчальна діяльність учителя безпосередньо корелюються із навчальною діяльністю учня в такий спосіб: а) розповідь вчителя про предмет стереометрії, метод, спосіб та організаційні засоби його вивчення, визначення стереометрії – сприймання учнями інформації, з'ясування ними початкових характеристик курсу, планування своєї навчальної діяльності; б) постановка вчителем цілей вивчення цього курсу – їх сприймання та усвідомлення учнями як особистісно значущих. Форма (не зміст!), в якій повинні бути визначені та сформульовані для учнів цілі вивчення всього курсу (як і окремих блоків та тем) має бути рекламною, якщо висловлюватись сучасною мовою. Для створення такої форми доцільно залучати комп'ютерно-комунікаційні технології. Важливо на цій стадії організувати спільну діяльність учителя та учня для з'ясування засобів досягнення поставлених цілей, аналізу можливих труднощів вивчення курсу стереометрії та способів їх подолання [33].

На основній стадії реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії діють найважливіші її засоби: 1) прикладна орієнтація абстрактної частини шкільної стереометрії; 2) прикладні задачі; 3) засоби наочності; 4) комп'ютерно-комунікаційні технології (зокрема, GRAN-3D). На основі аналізу складових спільної діяльності вчителя та учня на цій стадії визначено засоби їх діяльності. Для здійснення прикладної орієнтації абстрактної частини стереометрії сформульовано основні та локальні рекомендації вчителям. Серед них виокремимо доцільність підводити прагматичний підсумок (систематично з'ясовувати разом із учнями особистісну цінність знань, умінь та навичок, що набуті за певний період вивчення курсу).

На заключній стадії реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії діяльність вчителя полягає у здійсненні дій контролю, діяльність учня – у виконанні поставлених завдань та самоконтролю, спільна діяльність вчителя та учня – у корегуванні, прогнозуванні подальшої навчальної діяльності.

Таким чином, прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії – одна з цілей математичної освіти й основа, на якій опанування учнями математичних знань, умінь та навичок їх використовувати відбувається значно ефективніше. Забезпечення прикладної спрямованості сприяє формуванню стійких мотивів до навчання взагалі й до вивчення математики зокрема. Способи та засоби реалізації прикладної спрямованості, які вже були розроблені раніше, у нових суспільних умовах та вимогах сьогодення до рівня, якості та характеру математичної освіти набувають актуальності за умови модернізації, уточнення та розширення.

1.5 Формування просторової уяви учнів в комп'ютерно-предметному середовищі

Навчання – складний і багатогранний процес. Його основною метою є прагнення дати (або отримати) цілісне уявлення про оточуючий матеріальний світ. Для досягнення цієї мети необхідно враховувати фізіологічні, психологічні та педагогічні особливості цього процесу.

Просторове мислення, як відомо, є складовою частиною чуттєво-образного мислення і не є апріорі визначеним, запрограмованим від народження. Воно формується в процесі індивідуального розвитку людини. Для правильного його формування слід спиратися насамперед на здобутки в галузі фізіології та психології, зокрема на відкриття явища асиметрії півкуль головного мозку. Ще порівняно недавно існувала думка про їх рівноправність щодо деяких функцій. Проте досліди Р. Сперрі та його послідовників, а також досягнення вітчизняної науки переконливо свідчать про функціональні відмінності півкуль головного мозку у сприйнятті образів реального світу, формуванні мислення.

Відомо, що ліва півкуля керує роботою правої частини людського тіла, а права відповідає за рух лівих кінцівок і чуттєвість його лівої частини. Крім того, у лівій півкулі локалізовані центри мови, хоча не можна повністю виключати здатність правої півкулі розуміти мову. Дослідження Р. Сперрі показали, що при відокремленні півкуль ліва рука, керована правою півкулею, здатна відтворити показаний рисунок або зобразити куб у трьох вимірах, тоді як права не може виконати жодну з цих вправ. З цих досліджень було зроблено припущення, що ліва півкуля спеціалізована на оперуванні словами та іншими умовними знаками, права ж оперує образами реальних об'єктів, відповідає за орієнтацію в просторі.

За допомогою «лівопівкульної» стратегії будь-який матеріал організується так, що створюється однозначний контекст, який розуміється всіма однаково та необхідний для успішного спілкування між людьми. Відмінною ж особливістю «правопівкульної» стратегії є формування багатозначного контексту, який не піддається вичерпному поясненню у традиційній системі спілкування.

Тому просторово-образне мислення забезпечує сприйняття реальності в усій її багатогранності, дає можливість орієнтуватись у просторі багатьох вимірів, зокрема в реальному тривимірному просторі. Стратегія лівої півкулі полягає у здатності серед багатогранності зв'язків між предметами та явищами відібрати основні, найістотніші.

Дитина дуже рано починає орієнтуватися в оточуючому її реальному, а потім і уявному просторі з урахуванням положення власного тіла. В дослідженнях А.Я. Колодної, Б.Г. Ананьєва, А.А. Люблінської, А.Н. Сорокіна і багато інших показано, що перші просторові образи у дітей виникають при усвідомленні ними схеми свого тіла, залежно від розпізнавання правої і лівої руки (ноги). Всі предмети в просторі вони сприймають з урахуванням його вертикального положення (вгорі – внизу, спереду – ззаду, збоку, справа – зліва і т. д.). Ця природна позиція служить для створення різноманітних і адекватних просторових образів. Орієнтація по схемі тіла є ведучою не тільки при практичному оволодінні простором, але і при переході від реального (фізичного) до уявного (геометричного) простору [9, 19].

Про це красномовно свідчать дитячі малюнки. Починаючи малювати, діти намагаються перш за все відтворити в малюнку себе або інших «чоловічків». Відтворюючи умовними засобами себе в малюнку, вони стараються на цій основі зробити композиційну побудову малюнка, тобто здійснити просторове розміщення всіх об'єктів. У молодших класах на уроках малювання учні малюють спочатку фігури на площині, але деякі з них вже стараються надавати їм об’ємного вигляду. Пізніше ці фігури зображають в просторі, не знаючи при цьому, що таке трьохвимірний простір. Діти ліплять об’ємні фігури з пластиліну та роблять їх з інших підручних матеріалів. У старших класах вивчення просторових фігур відбувається на уроках стереометрії.

Просторове мислення виникає в надрах практичної потреби орієнтації на місцевості, серед об'єктів матеріального світу. Особливість просторових зв'язків, як підкреслював Ананьєв, полягає в тому, що це є один з видів віддзеркалення відношень між об'єктами. Це означає, що просторові властивості не дані у всьому своєму різноманітті в окремих статичних, ізольованих предметах, застиглих геометричних формах. Вони можуть бути виявлені, вивчені, використані лише в ході активної перетворюючої діяльності суб'єкта, направленої на трансформацію, видозміну об'єктів, в ході якої тільки і можуть бути виділені (знайдені) просторові властивості і відношення.

Формування образного мислення в усій повноті та своєрідності його функцій – необхідна умова ефективного засвоєння знань. Разом з тим це один із важливих засобів розвитку особистості.

І.С. Якиманська, В.В. Давидов, Є.М. Кабанова-Меллер, Г.С. Костюк, Н.А. Менчинська, І.Є. Унтта та ін. зазначають, що для розвитку просторового мислення недостатньо враховувати лише вікові особливості учнів, необхідно брати до уваги їх індивідуальні відмінності [37].

Учні одного й того самого віку помітно відрізняються один від одного за своїми здібностями до просторового мислення. В одних під впливом певних факторів (інтерес до техніки, робота з «конструкторами», домашнє навчання і виховання та ін.) здатність до просторового мислення формуються ще до початку систематичного вивчення предметів, які висувають до нього спеціальні вимоги. Учитель, який працює з такими учнями, спираючись на наявні здібності, має забезпечити подальший розвиток просторового мислення, добираючи завдання відповідно до індивідуальних відмінностей. Є учні, які з певних причин до цього часу не досягли такого рівня. Тому перед учителем постає інша задача – формувати здібності учнів до просторового мислення. Зрозуміло, що учні, у яких така здібність не сформована, не можуть засвоювати знання на однаковому рівні з іншими. Тому слід диференціювати та індивідиалізувати роботу щодо розвитку наявних здібностей і щодо їх формування.

Розвиток просторового мисленнями дітей відбувається і в процесі навчання. Як відомо, якнайповніше просторові властивості і відношення досліджуються в математиці. З одної сторони, розвиток просторового мислення школярів є необхідним для розвитку у них здібностей до уявлення взагалі, а з другої – це необхідна умова для свідомого засвоєння курсу стереометрії. Формування просторового мислення є одним із найважливіших завдань геометрії. Багато математиків працювали над тим, як покращити процес вивчення геометрії, щоб максимально розвинути просторове мислення учнів.

Дуже часто свідомо чи несвідомо і педагоги, і діти вважають освітній процес важкою безрадісною працею. Бажання допомогти дитині підштовхує до застосування нових форм і прийомів педагогічної техніки. Застосування комп'ютерних технологій дозволяє зацікавити, захопити учня. На уроках математики багато часу приділяється засвоєнню навичок і умінь, іноді за рахунок великого числа одноманітних вправ.

Сучасні технології дозволяють представити матеріал яскраво, наочно, дають можливість активізувати пізнавальну діяльність учнів. Застосування ППЗ відкриває перспективний напрям розвитку сучасних комп'ютерних технологій навчання.

Структура геометричної діяльності учнів у єдності її наочно-образної та логіко-інтуїтивної сторін дозволяє в системі конкретних дій учнів по конструюванню, аналізу і синтезу геометричних фігур, вирішенню завдань різної спрямованості, дослідженню понять, фактів геометрії спроектувати процес їх навчання, що забезпечує гармонійне поєднання всіх компонентів діяльності. При цьому покомпонентний склад діяльності, який виступає по відношенню до реальних навчальних дій учнів як загальної теоретичної основи, охоплює як зовнішню, практичну – пізнавальну сферу, так і внутрішню – інтелектуальне середовище, в якому здійснюється створення і оперування розумовими геометричними образами, які виступають в якості ведучої цілі геометричній діяльності.

У проектуванні геометричної діяльності учнів засобами нових інформаційних технологій завдання формування просторового мислення

вирішується дуже суперечливо і недостатньо ефективно:

- Численні програмні засоби спрямовані на виключення вчителя з навчальної діяльності, моделювання або заміну креслярських інструментів, виключення з вирішення геометричних задач процесу побудови фігур і т.д.;
- І в сучасних комп'ютерних геометричних системах вирішуються лише часткові аспекти формування певних компонентів просторового мислення, що не створюють у свідомості учнів стійких, цілісних просторових уявлень.

У геометричній діяльності учнів здійснюється формування просторового мислення. На опосередкованість структури мислення змістом діяльності вказував Ж. Піаже, зіставляючи основні структури математики (алгебраїчні, порядкові, топологічні) основним елементарним структурам мислення. Цю ж думку підкреслює Г. Д. Глейзер: «Успіх на шляху дослідження структури математичного мислення закладено в зіставленні загальних закономірностей мислення з методами математики, як об'єктивним втіленням специфічно математичних способів мислення» [40].

Опосередкованість просторового мислення змістом геометричної діяльності ставить завдання проектування технології геометричної діяльності, що гарантує становлення та розвиток усіх компонентів просторового мислення в їх системному взаємозв'язку. У свою чергу, проектуванню технології передує аналіз структури геометричної діяльності, внутрішнього зв'язку її компонентів, послідовності етапів формування відповідних дій.

1.6 Особливості організації навчання в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів

Програма призначена для організації навчання математики в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів. Вона розроблена на основі Державного стандарту базової і повної середньої освіти з урахуванням особливостей відповідних профілів навчання.

Мета навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів полягає у забезпеченні загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації і достатньої для успішного вивчення фізики та інших, в першу чергу природничих, предметів, продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями, безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких завдань*:*

- формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності, усвідомлення математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови повноцінного життя в сучасному суспільстві; стійкої позитивної мотивації до навчання;
- оволодіння учнями мовою математики, системою математичних знань, навичок і вмінь, потрібних у повсякденному житті та майбутній професійній діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервності освіти;
- інтелектуальний розвиток особистості, передусім розвиток в учнів логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культури, пам'яті, уваги, інтуїції;

- громадянське, екологічне, естетичне виховання та формування позитивних рис особистості;
- формування життєвих і соціально-ціннісних компетентностей учня.

Змістове наповнення програми реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей і ставлення, яка дає змогу обґрунтовано судити про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в різних сферах. Передбачається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- розпізнає проблеми, які можна розв'язати математичними методами, формулює їх математичною мовою, досліджує та розв'язує ці проблеми, використовуючи математичні знання та методи, інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов і цілей дослідження, оцінює похибку обчислень, застосовує математичні моделі при вивченні фізики та інших навчальних предметів (інформатики, астрономії, хімії, біології);
- логічно мислить (аналізує, порівнює, узагальнює і систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить контрприклади, висуває та перевіряє гіпотези); володіє алгоритмами та евристиками;
- користується джерелами математичної інформації, може самостійно її відшукати, проаналізувати та передати інформацію, подану в різних формах (графічній, табличній, знаково-символьній);
- виконує математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, наближені обчислення тощо), раціонально поєднуючи усні, письмові, інструментальні обчислення;
- виконує тотожні перетворення алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів при розв'язуванні різних задач (рівнянь, нерівностей, їх систем, геометричних задач із застосуванням тригонометрії);

• аналізує графіки функціональних залежностей, досліджує їхні властивості; використовує властивості елементарних функцій для аналізу та опису реальних явищ, фізичних процесів, залежностей;

• володіє методами математичного аналізу в обсязі, що дозволяє досліджувати властивості елементарних функцій, будувати їх графіки і розв'язувати нескладні прикладні задачі фізичного змісту;

• обчислює ймовірності випадкових подій, оцінює шанси їх настання, вибирає оптимальні рішення;

• зображує геометричні фігури, встановлює і обґрунтовує їхні властивості; застосовує властивості фігур при розв'язуванні задач; вимірює геометричні величини, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходить кількісні характеристики фігур (площі, об'єми) [11].

Організація навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів передбачає реалізацію особистісно орієнтованої моделі навчання, першочергове завдання якої полягає в тому, щоб розпізнати та розвинути конкретні здібності, схильності, особливості мислення, потенціал кожного учня.

Навчання математики за математичним, фізичним та фізико-математичним профілями передбачає поглиблену, порівняно з академічним рівнем, підготовку учнів з математики в органічному поєднанні з вивченням усіх природничих предметів, міжпредметну інтеграцію на основі застосування математичних методів (зокрема, методу математичного моделювання). При цьому математична та природничо-наукова підготовка в профільних математичних, фізичних і фізико-математичних класах має бути орієнтована як на обов'язкове засвоєння учнями конкретних знань, так і на формування вмінь моделювання реальних процесів. Необхідно також враховувати, що при формуванні компетентностей в галузі природничих наук частина загальнонаукових, загальнонавчальних та соціально-особистісних компетентностей формується за участі гуманітарних та соціально-економічних дисциплін.

У природничих науках, особливо у фізичній, математика є не лише галуззю загальноосвітніх знань, а й методом наукового пізнання. Тому навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів вимагає більш поглибленого, у порівнянні з академічним, рівня її вивчення. Разом з тим курс математики для цих класів відрізняється від академічного не стільки обсягом навчального матеріалу, який мають опанувати учні, скільки рівнем його обґрунтованості, абстрактності, загальності, прикладної спрямованості. Це, з одного боку, сприятиме кращому розумінню учнями значення математики як науки, усвідомленню ними універсальності математичних знань, необхідності повнішого і свідомого володіння математичними методами, а з іншого — формуванню у школярів природничих знань як цілісної системи.

Широке і системне застосування методу математичного моделювання протягом вивчення всього курсу математики має стати потужним засобом формування в учнів навичок повсякденного користування математикою при вивченні природничих предметів. Це стосується введення понять, виявлення зв'язків між ними, характеру прикладів та ілюстрацій, доведень, побудови системи вправ і завдань, визначення системи контролю. Такий підхід посилить прикладну спрямованість навчання математики, сприятиме формуванню в учнів стійких мотивів до оволодіння математичними знаннями.

Навчання в профільних фізико-математичних та математичних класах передбачає істотне збільшення частки самостійної пізнавальної та практичної діяльності учнів. При цьому основна функція вчителя полягатиме у педагогічному супроводі кожного учня в його пізнавальній діяльності, корекції його навчальних досягнень, допомозі школярам в актуалізації необхідних знань, отриманих ними раніше. Іншими словами, вчитель покликаний не стільки вчити школярів математиці, скільки створювати такі навчальні ситуації, в яких самі учні самостійно чи у співробітництві один з одним (або з учителем) опановують систему математичних знань, умінь та навичок.

З метою створення необхідних умов для більш повної реалізації освітньої, розвивальної та виховної складових навчання математики, врахування інтересів, здібностей, потреб та можливостей учнів, у профільних фізико-математичних та математичних класах у повному обсязі має бути використаний потужний потенціал варіативної складової навчального плану, яка передбачає проведення факультативів, курсів за вибором (елективних курсів). Ці курси, як правило, складаються з невеликих за змістом навчальних модулів, враховують різноманіття інтересів і можливостей учнів, поглиблюють та розширюють основний курс математики відповідно до обраного профілю навчання. З одного боку, елективні курси покликані допомогти учневі переконатися в правильності професійного вибору, сприяти формуванню у старшокласників професійно важливих якостей особистості, мотивувати їхнє самовиховання та вибір професії, з іншого — слугувати розвитку у школярів прикладних математичних знань і вмінь у тих чи інших сферах діяльності, знайомити учнів з основами майбутніх професійних знань. Наприклад, такі курси за вибором: «Застосування математичних моделей у розв’язуванні задач фізики», «Математичні основи економічних знань», «Методи математичної статистики в сучасній біології», «Основи наукової діяльності» тощо.

Провідним принципом, який визначає структуру навчання математики за математичним і фізико-математичним профілями, є моделювання у навчальному процесі елементів діяльності фахівця-математика. Старшокласники повинні навчитись отримувати нові знання, нові наукові чи прикладні результати, застосовувати математику як інструмент для розв’язування прикладних задач, доповідати про одержані результати своєї роботи перед зацікавленою аудиторією.

Реалізація цього принципу в певній мірі може бути забезпечена:

- системою факультативів та елективних курсів, орієнтованих на різні типи мислення (насамперед образного, прикладного, теоретичного), на розвиток різних видів діяльності, формування критичного стилю мислення — необхідної риси професіонала-математика;

- організацією самостійної дослідницької роботи учнів, системою індивідуальних завдань, спрямованих на розвинення математичних здібностей учнів, їхнього інтересу до застосувань математики;
- організацією (у межах варіативного компонента навчального плану) професійно-орієнтованої практики старшокласників [11].

Вивчення геометрії у класах математичного та фізико-математичного профілів передбачається за традиційною методикою.

Система завдань для класів математичного та фізико-математичного профілів має містити тренувальні вправи, теоретичні (на доведення та дослідження) і прикладні завдання різного ступеня складності.

Основною формою проведення занять залишається система уроків: вивчення нового матеріалу, формування вмінь розв’язувати задачі, узагальнення та систематизації знань, контролю та корекції знань. Поряд із цим ширше, ніж при вивченні курсу математики на академічному рівні, використовується шкільна лекція, семінарські та практичні заняття, а також нетрадиційні форми навчання (динамічні слайд-лекції, дидактичні ігри, уроки «однієї задачі», «однієї ідеї», математичні «бої», інтегровані уроки математики і фізики, поєднання вивчення алгебри і початків аналізу з обробкою (у тому числі комп’ютерною) даних, одержаних під час проведення лабораторних і практичних робіт на уроках фізики, астрономії, хімії, біології тощо. Можливі й різні форми індивідуальної або групової діяльності учнів, такі, наприклад, як звітні доповіді за результатами «пошукової» роботи на сторінках книг, журналів, сайтів в Інтернеті, «Допишемо підручник» тощо. Бажаним є залучення до участі у навчальному процесі викладачів вищих навчальних закладів, учених та спеціалістів.

Вибір фізико-математичного або математичного профілю навчання передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу кожного учня до математики, схильності до вибору в майбутньому професії, пов’язаної з нею. Незважаючи на це, мотиваційний етап навчального процесу в таких класах не можна ігнорувати. Одним зі способів мотивації, які доцільно використовувати у математичних та фізико-математичних класах, є створення проблемної ситуації. Така ситуація може бути досить складною, вимагати серйозних математичних знань та значних зусиль для її розв’язування. При спробі знайти спосіб розв’язування проблеми учні стикаються з недостатністю наявних у них математичних знань та необхідністю оволодіння новою предметною інформацією.

Розвитку стійких пізнавальних математичних інтересів сприяють дібрані в системі різноманітні складні задачі з достатнім евристичним навантаженням, пов’язаний з темою історичний матеріал. Ефективним мотиваційним засобом є використання багатопрофільного подання предметного змісту математики: навчання, наприклад, математичному моделюванню може здійснюватися не тільки на уроках математики, а й у процесі навчання усім природничим предметам.

Широкі можливості для інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів надають сучасні інформаційні технології навчання. При їх використанні доцільно дотримуватися таких педагогічних умов:

- враховувати особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру; цикли життєдіяльності учня, його здібності, інтереси, нахили, індивідуальні відмінності учнів, форми їх прояву в сфері комунікативних відносин і в пізнавальній діяльності;
- відповідні технології навчання мають бути варіативними, особистісно орієнтованими, коли знання, вміння та навички розглядаються не лише як самоціль, а й як засіб розвитку пізнавальних і особистісних якостей учня; виховують в учня здатність бути суб’єктом свого розвитку, рефлексивного ставлення до самого себе;

• забезпечувати цілісне психолого-методичне проектування навчального процесу в умовах рівневої та профільної диференціації навчання.

Підвищенню ефективності уроків математики у профільних класах сприяє використання програмних засобів навчального призначення GRAN 1, GRAN 2D, GRAN 3D, DG, AGrapher, GeoGebra, бібліотек електронних наочностей та інших. За їх допомогою доступнішим стає вивчення низки тем курсу алгебри і початків аналізу та геометрії: побудова графіків функцій, розв’язування систем рівнянь і нерівностей, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, побудова перерізів геометричних тіл, обчислення об’ємів тіл обертання тощо.

Доцільною вбачається організація проблемно-пошукової (дослідницької) діяльності учнів на уроках та позакласних і факультативних заняттях з математики.

РОЗДІЛ II. ВИКОРИСТАННЯ НІТ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ СТЕРЕОМЕТРІЇ

2.1 Характеристика основних ППЗ для підтримки вивчення курсу стереометрії

2.1.1 Основні елементи інтерфейсу ППЗ GRAN-3D. Звернення до послуг програми

Програма GRAN-3D *(GRaphic++++ Analysis 3-Dimension)* призначена для графічного аналізу просторових (тривимірних) об’єктів.

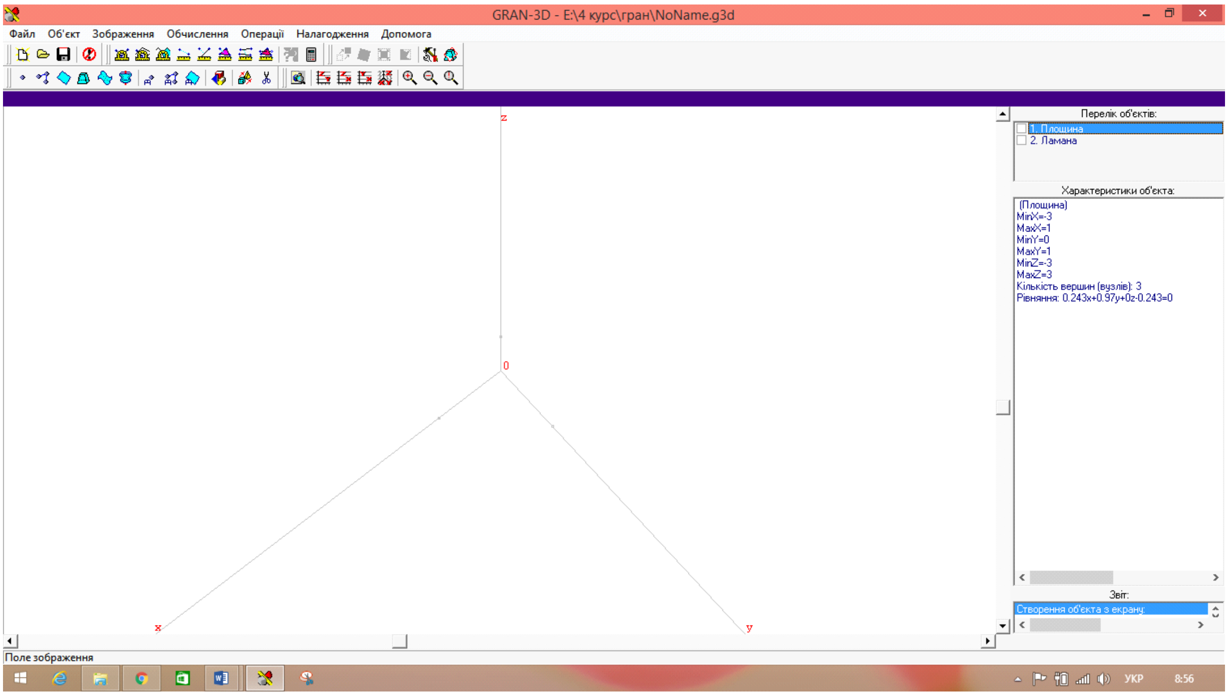


Рис. 2.1.1.1

Після активізації ППЗ GRAN-3D на екрані з’явиться головне вікно програми (рис. 2.2.1). *Поле зображення* – частина головного вікна програми, де зображаються створені об'єкти та осі координат. З правого та нижнього краю цього поля розміщено ***смуги повороту зображення,*** за допомогою яких здійснюється поворот зображень об'єктів у *полі зображення*. При змінюванні положення вказівника вертикальної смуги повороту відбуватиметься поворот зображення навколо горизонталі, що проходить через центр повороту (центр повороту може знаходитись у будь-якій точці простору, а його координати можна встановити на вкладинці ***Загальні*** вікна *Налагодження*, а при змінюванні положення вказівника горизонтальної смуги повороту відбуватиметься поворот зображення навколо осі *OZ*. Щоб змінити положення вказівника смуги повороту, слід підвести до нього вказівник мишки, далі, натиснувши і утримуючи ліву клавішу мишки, перемістити вказівник у потрібне положення та відпустити ліву клавішу мишки.

– частина головного вікна, де фіксується протокол роботи програми та куди виводяться результати усіх вимірювань та обчислень. Для очищення поля звіту потрібно звернутися до послуги головного меню *Налагодження**Очистити звіт***, або, встановивши вказівник мишки над цим полем, натиснути праву клавішу мишки і у випадаючому меню, що з'явиться, вибрати відповідну послугу.

Поле інформування – поле (внизу екрану), де виводяться просторові координати точки, що відповідає поточному положенню вказівника мишки у *полі зображення*, назва об'єкта, якому ця точка належить, довжина відрізка тощо. У *полі інформування* виводиться також коротка інформація про елементи інтерфейсу ППЗ *GRAN-3D*, над якими знаходиться вказівник мишки.

Відразу після завантаження програми GRAN-3D у *полі зображення* з’являється зображення осей координат, на яких вказано значення поділок, що визначають довжини одиничних відрізків вздовж цих осей. За допомогою *смуг повороту зображення* можна повертати систему координат разом з створеними моделями об’єктів. Центром повороту може бути точка з довільними просторовими координатами (за замовчуванням центром повороту є точка з координатами (0,0,0)). Щоб змінити координати центра повороту, слід скористатися послугою *Налагодження\Параметри* на вкладинці *Зображення* вікна *Налагодження*. (рис.2.1.1.2)

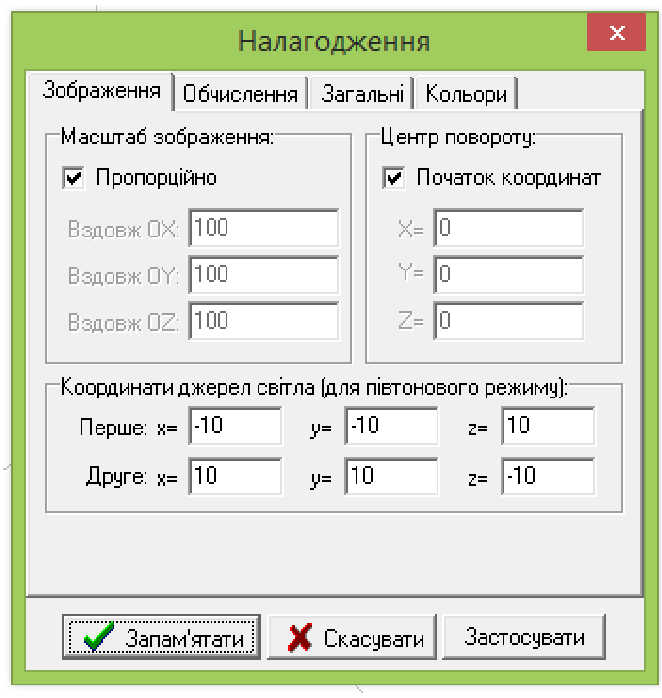


Рис. 2.1.1.2

Для повороту системи навколо осі *Oz* призначена *горизонтальна смуга повороту* зображення, а для повороту навколо горизонталі, що проходить через центр повороту, призначена *вертикальна смуга повороту* зображення. Для повороту системи можна використовувати також клавіші управління курсором.

Для унаочнення моделей стереометричних тіл зручно скористатися послугою програми *Зображення\Режим півтонового зображення,* що дозволяє отримувати "реалістичне" зображення моделей цих тіл, побудоване з врахуванням видимості ліній і площин.

У ППЗ GRAN-3D числові значення і вирази подаються за правилами, близькими до правил, прийнятих у найбільш поширених мовах програмування високого рівня (Basic, Pascal тощо.) [17]

2.1.2 Програма GeoGebra. Основні елементи інтерфейсу та звернення до послуг програми

З метою підвищення інтересу до предмету та пізнавальної активності учнів доцільно використовувати програму GeoGebra.

GeoGebra - це безкоштовна, динамічна математична програма для всіх рівнів освіти, що включає в себе геометрію, алгебру, таблиці, графи, статистику і арифметику в одному зручному для використання пакеті. Вона завоювала кілька освітніх нагород в Європі та США.

Короткі характеристики:

- графіка, алгебра і таблиці пов'язані між собою і повністю динамічні;
- легкий у використанні інтерфейс, володіє потужними можливостями;
- ви можете самі створити інтерактивний навчальний матеріал, такі як веб-сторінки;
- доступна на багатьох мовах для мільйонів користувачів по всьому світу;
- безкоштовна програма з відкритим кодом.

Офіційний сайт програми - www.geogebra.org. Для роботи знадобиться встановлена на комп'ютері програма Java. Дуже зручно, що тепер можна користуватися програмою як онлайн сервісом [39].

У процесі вивчення математичних дисциплін система GeoGebra використовується як засіб для візуалізації досліджуваних математичних об’єктів, виразів, ілюстрації методів побудови; як середовище для моделювання та емпіричного дослідження властивостей досліджуваних об'єктів; як інструментально-вимірювальний комплекс, що надає користувачеві набір спеціалізованих інструментів для створення і перетворення об'єкта, а також вимірювання його заданих параметрів .

Використання системи GeoGebra сприяє візуалізації об’єкта дослідження, демонстрації його властивостей, уникненню рутинних дій, пов'язаних із створенням допоміжних зображень; оформлення навчального матеріалу ілюстраціями (статичними і динамічними зображеннями, графіками, схемами, таблицями), в тому числі різного педагогічного призначення (для формування інтересу учнів щодо теми пропонованого заняття, візуального супроводу або пояснення виконуваних виразів, демонстрації прикладів застосування здобутих знань у житті). Залучення учнів на практичних заняттях до виконання завдань з використанням середовища GeoGebra сприяє розширенню кола навчальних завдань, включаючи в нього нестандартні завдання дослідницького характеру, оптимізаційних задач

Використання програми GeoGebra при вивченні стереометрії дозволяє:

- оптимізувати навчальний процес, більш раціонально використовуючи час на різних етапах уроку;
- здійснювати диференційований підхід у навчанні;
- проводити індивідуальну роботу, використовуючи персональні комп'ютери;
- знизити емоційну напругу на уроці, вносячи в нього елемент гри;
- розширювати кругозір учнів;
- сприяє розвитку пізнавальної активності учнів.

Після застосування даної технології навіть в малоуспішних учнів підвищується інтерес до предмету, рівень самооцінки. Уроки геометрії з використанням програми GeoGebra спонукають учнів до відкриття і вивчення нового у сфері інформаційних технологій, бажанням поділитися з товаришами своїми знаннями.

При запуску вікно програми має вигляд (Рис. 2.1.2.1):

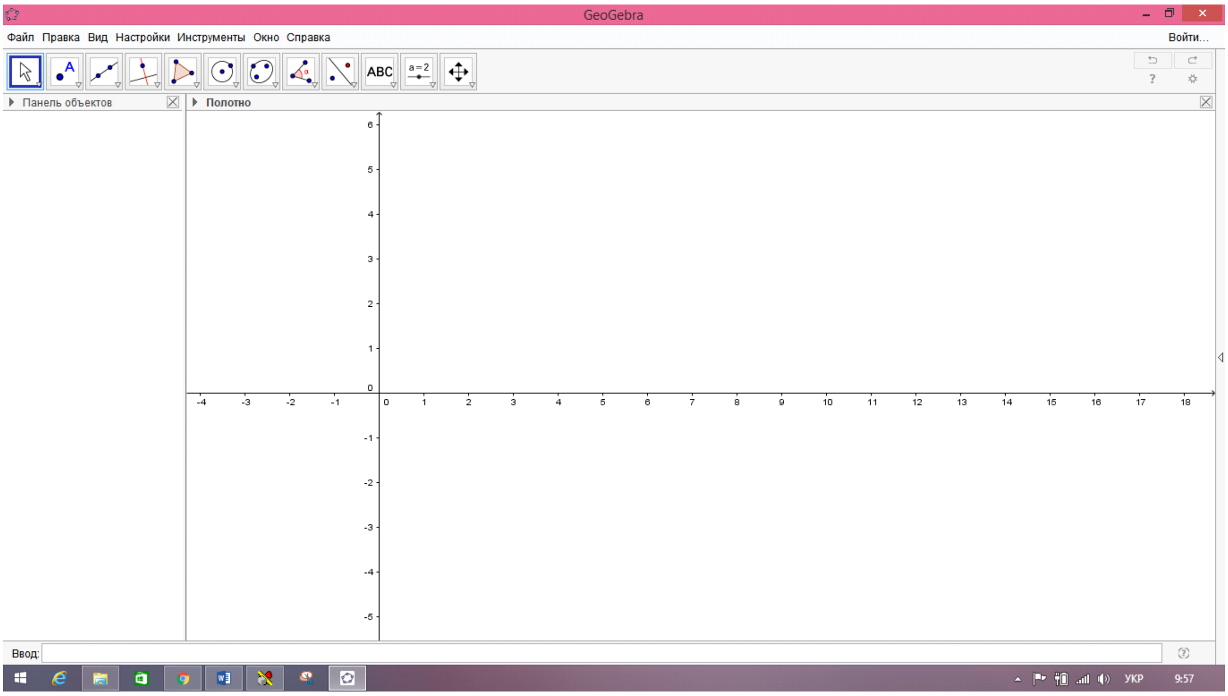


Рис. 2.1.2.1

Крім звичної для більшості програм рядка меню, в вікні програми розташовані *Панель інструментів* (1), *Панель об'єктів* (2), *Область геометричних побудов* (3) і *Рядок введення* (4) .Для відкриття полотна 3D потрібно перейти в рядку меню на вкладку *Вид* (Рис. 2.1.2.2).

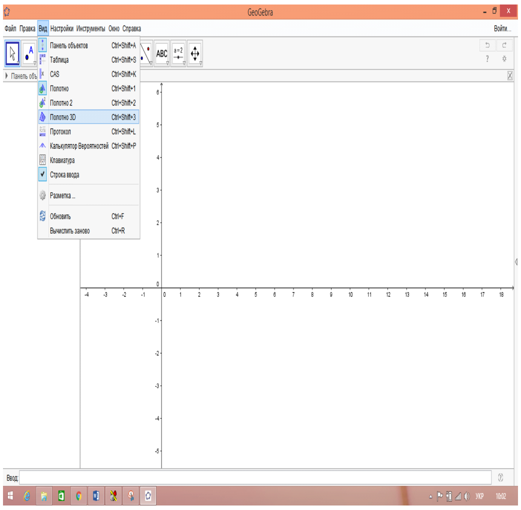


Рис. 2.1.2.2

Після вибору *Вид / Полотно 3D* з’явиться вікно 3D Конструктора (Рис.2.1.2.3):

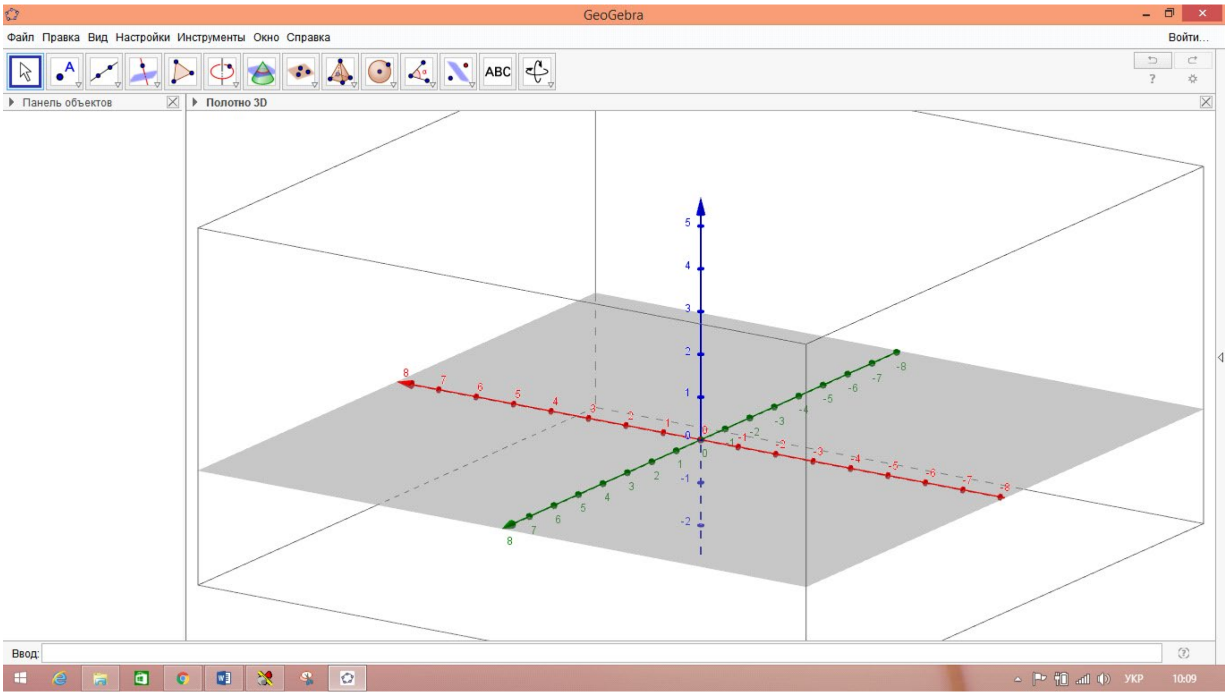


Рис. 2.1.2.3

Положення вільних об'єктів можна змінювати довільно, тоді, як розміщення залежних об'єктів змінюється тільки відповідно до змінами вільних.

Рядок введення складається з двох частин: безпосередньо сам *Рядок введення*, а також *Список команд* - меню, що випадає, в якому можна вибрати команду для введення зі списку. Відображення *Списку команд* можна відключити в меню *Вид*. Відображення *Панелі об'єктів*, *Рядки введення* можна відключити в меню *Вид*. В цьому ж меню можна включити відображення іншого елемента вікна програми - *Таблиці*. Також в меню *Вид* можна включити відображення на *Панелі об'єктів* ще одного типу об'єктів - допоміжних. (Рис. 2.1.2.4)

Рис. 2.1.2.4

При запуску GeoGebra в області геометричних побудов промальовуються координатні осі. Також при бажанні можна за допомогою команди *Вид - Сітка* задати промальовування координатної сітки. Для більш докладного налаштування робочої області можна виконати команду *Налаштування - Полотно.*

Тут на вкладках *Осі* і *Сітка* можна задати колір об'єктів, способи креслення. Для осей можна вказати їх позначення, одиницю вимірювання і т.д.

На панелі інструментів розташовані різні інструменти для геометричних побудов, розбиті на групи, про що свідчить маленький трикутник у правому нижньому кутку кожної кнопки на панелі. При натисканні на нього розкривається меню, що випадає, з якого можна вибрати потрібний інструмент. При побудові різних геометричних об'єктів інформація про них автоматично вноситься в список на *Панелі об'єктів*, а самі об'єкти відображаються в *Області геометричних побудов*. Всі об'єкти поділяються на вільні та залежні. До вільних

відносяться всі незалежні об'єкти, тобто побудовані довільно в *Області побудов*. Інші об'єкти будуються, спираючись на вже наявні вільні або залежні об'єкти.

Для побудови різних об'єктів використовується *Панель інструментів*, інструменти на якій розбиті на групи. За допомогою інструмента *Перемістити* можна вибирати об'єкти (Групи об'єктів) і змінювати їх положення на координатної площині. Для того щоб виділити відразу кілька об'єктів, потрібно не відпускаючи клавіші Ctrl послідовно вказати на них мишею.

2.2 Методика застосування НІТ до розв’язування задач з теми «Многогранники»

При вивченні теми «Многогранники» в багатьох задачах учні зустрічаються з необхідністю побудови кута між прямою і площиною.

Практика показує, що коли в задачі йдеться про такі кути, більшість учнів будує їх правильно. Характерним для цих задач є те, що площина, на яку проектується пряма-горизонтальна. Коли ж у задачі йдеться про кут між прямою і не горизонтальною площиною, то більшість учнів не можуть правильно будувати кут. Помилки учнів зумовлені тим. що поняття перпендикуляра, проведеного з даної точки на площину, вони пов'язують з розумінням відстані від даної точки до горизонтальної площини .

З метою формування системних знань про кут між прямою та площиною потрібно розв'язувати задачі, в яких доводиться проектувати пряму на площину, розмішену не горизонтально**.** Використання ППЗ GRAN 3D та GeoGebra дозволяє розглянути геометричні об'єкти в динаміці, що полегшує процес аналізу.

Розв'язувати такі задачі з учнями варто під час вивчення многогранників та в процесі заключного повторення стереометрії у випускному класі. Наведемо розв’язання декількох задач.

Пропонуємо розв'язання задач за допомогою ППЗ GRAN-3D та GeoGebra.

Задача 1

У правильній чотирикутній піраміді побудуйте кут між діагоналлю основи і площиною бічної грані.

Розв’язання: На початку розв'язування задачі доцільно пригадати означення кута між прямою і площиною (кутом між прямою і площиною називається кут між цією прямою і її проекцією на площину). З означення випливає, що для побудови кута між прямою і площиною треба побудувати прямокутну проекцію цієї прямої на дану площину, за допомогою послуг *Об'єкт/ Створити Базовий/ Правильна чотирикутна піраміда* будуємо правильну чотирикутну піраміду NABCD (Рис 2.2.1).

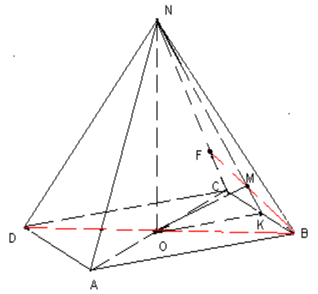


Рис. 2.2.1

Відмітимо в основі піраміди діагоналі BD і AC. Для цього, відмітивши відповідні точки, за допомогою послуг *Об'єкт/ Створити з екрану/ Ламана* побудуємо дані діагоналі.

Побудуємо кут між діагоналлю BD площиною бічної грані BNC . Для нього потрібно побудувати проекції двох точок прямої BD на площину BNC/ Точка B лежить у площині грані BNC. Побудуємо ще наприклад, проекцію точки O. Проведемо OK$\perp$BC і NK$\perp$BC, використовуючи послугу *Об'єкт / Створити з екрану/ Ламана.* За теоремою про три перпендикуляри NK$\perp$BC. Отже, BC перпендикулярна до площини трикутника CSK. Це означає, що площини BNC і NOK також перпендикулярні. Будуємо OM$\perp$NK. Оскільки NK— пряма перетину двох взаємно перпендикулярних площин, то OM— перпендикуляр до площини грані BNC. Пряма BF є проекцією прямої BD на площину грані BNC. Кут DBF — шуканий.

Задача 2

Дано прямий паралелепіпед. Побудуйте кути нахилу його більшої діагоналі до площин бічних граней.

Розв’язання: Будуємо прямий паралелепіпед *ABCDA1B1C1D1* (мал. використовуючи послуги *Об’єкт/ Створити Базовий/ Прямий паралелепіпед.* Відмітивши точки A1 і C побудуємо за допомогою *послуг Об’єкт/ Створити з екрану/ Ламана* діагональ A1C. У прямому паралелепіпеді більша діагональ проектується на більшу діагональ основи. Нехай **у** паралелограмі ABCD кут при вершині A — гострий. Тоді AC— більша діагональ основи, A1C— більша діагональ паралелепіпеда. Спроектуємо вершину A1 на грані BB1C1C і CC1D1D. Для цього досить з A1 провести висоти A1M і A1K паралелограма A1B1C1D1*,* використовуючи послуги *Об’єкт/ Створити* (вони лежать зовні паралелограма, оскільки кут D1A1B1 — гострий). Відмітивши точки C, M, і K*,* за допомогою послуг *Об’єкт/ Створити з екрану/ Ламана* побудуємо відрізки CM і CK— проекції A1C на площини відповідних граней BB1C1C і CC1D1D. Тому кути A1CM і A1CK — шукані (мал. 2.2.2).

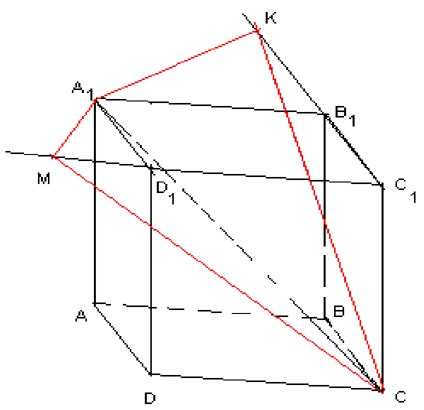


Рис. 2.2.2

Порівняльний аналіз „класичного” способу розв'язування даних задач і способу, який передбачає використання програмного засобу GRAN 3D, дозволяє зробити наступні висновки:

1. Використання ППЗ GRAN 3D полегшує учням з наочно-образним типом мислення процес аналізу і синтезу, зокрема дозволяє уникнути хибного враження, що продовження сторони C1D1 лежить у площині грані AA1D1D (задача № 2*)* або що CM перетинає CB (задача № 1).

2. Можливість розглянути дані геометричні об'єкти в динаміці полегшує процес аналізу взаємозв'язків понять при узагальненні на рівні системи понять, дозволяє шляхом моделювання ефективніше підвести учнів до розуміння змісту явищ і процесів.

3. Послуга *Фонове зображення* дозволяє виділити шукані елементи, зокрема плоскі кути A1MC і A1KC (задача № 2) іншим кольором, що покращує сприйняття і полегшує процес формування образу геометричного об’єкта, сприяє формуванню цілісного уявлення про матеріал.

Задача 3

Правильну п'ятикутну піраміду, висота якої 5 лін. од., а сторона основи 3 лін. од., перетнуто площиною, що проходить через сторону основи і середину протилежного бічного ребра піраміди. Знайти площу та периметр утвореного перерізу піраміди.

Спочатку розв'яжемо задачу аналітично, а щоб не ускладнювати кінцеві вирази, будемо виконувати проміжні обчислення.

Аналітичний спосіб розв’язання задачі.

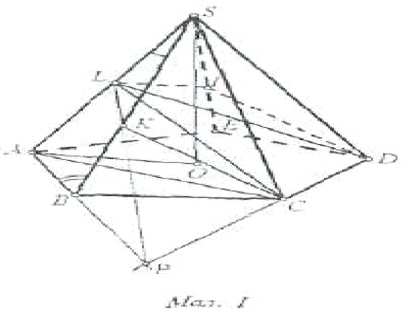


Рис. 2.2.3

Розглянемо утворений переріз CKLID (Рис. 2.2.3): KC = LD, KL=LI (оскільки піраміда SABCDE правильна), CD=3 лін. од. (за умовою). Площа п'ятикутника CKLID складається з площ трьох трикутників:

$S_{CKLD} = S_{CLD} + S_{LDI} + S_{CKL} = S_{CLD} + S_{2CKL}$ (оскільки трикутники CKL та DLI рівні). Щоб знайти площі вказаних трикутників, необхідно знайти довжини їх сторін CK, KL та LC (LC=LD). Відповідно периметр обчислюється за формулою $P_{CKLID} = CK + KL + LI + ID + CD = 2KL + CK + CD.$

LC можна знайти з трикутника LSC, але перед цим необхідно встановити довжину бічного ребра піраміди та величину кута LSC (або величину рівного йому кута ASC).

Знайдемо довжину бічного ребра піраміди. Розглянемо прямокутний трикутник ASO (точка O — центр описаного навколо основи кола).

SO=5 лін.од. (за умовою). Оскільки для правильного n- кутника має місце рівність R= $\dfrac{a_n}{2 \cdot \sin \dfrac{180^\circ}{n}}$, де an- довжина сторони n-кутника, а R-радіус описаного навколо нього кола, то AO $= \dfrac{3}{2 \cdot \sin 36^\circ}$ лін. од. Отже, скориставшись теоремою Піфагора. маємо: AS $= \sqrt{AO^2 + SO^2} = \sqrt{(\frac{3}{2 \cdot \sin 36^\circ})^2 + 5^2}$ = 5.613596 лін. од.

Величину кута LSC можна встановити з рівнобедреного трикутника ASC, але для нього необхідно знати довжину сторони AC. З рівнобедреного трикутника ABC маємо: AC? = AB? + BC? – 2·AB·BC·cosABC (за теоремою косинусів). Але оскільки AB = BC = 3 лін. од. (за умовою), а кут ABC $= \dfrac{180^\circ \cdot (5-2)}{5}$ = 108°, то AC = 3$\cdot \sqrt{2 - 2 \cdot \cos(108^\circ)}$ = 4,554102 лін. од. Отже, всі сторони трикутника ASC відомі. Скориставшись теоремою косинусів для трикутника ASC, маємо:

AC? = AS?+SC? – 2·AS·SC·cosASC, cosASC=1 – $\dfrac{AC^2}{2 \cdot AS^2}$ = 0.626143.

Повернемося до трикутника LSC. Відомі дві його сторони та кут між ними: LS = $\dfrac{AS}{2}$, SC = AS, LSC = ASC.

Отже, $LC = \sqrt{\left(\frac{AS}{2}\right)^2 + AS^2 - AS^2 \cdot \cos\angle ASC} = AS \cdot \sqrt{\frac{5}{4} - \cos\angle ASC} = 4{,}433877$ (за теоремою косинусів).

Залишилось знайти LK і KC. Для подальших обчислень необхідно встановити величину ABS. З рівнобедреного трикутника ASB, скориставшись теоремою косинусів, отримаємо:

$$\cos\angle ABS = \frac{AS^2 - SB^2 - AB^2}{2 \cdot SB \cdot AB} = \frac{AB}{2 \cdot AS} = 0{,}267208.$$

Розглянемо рівнобедрений трикутник BCP: CBP = BCP = 180° – ABC , а оскільки сума кутів опуклого n-кутника дорівнює 180°(n – 2), то CBP =180°– $\frac{180^\circ \cdot (5-2)}{5}$ = 72°. Тоді BP = $\frac{BC}{2 \cdot \cos\angle CBP} = \frac{3}{2 \cdot \cos 72^\circ}$ = 4.854102, AP = AB+BP = 7.854102.

З трикутника ALP маємо: LP = $\sqrt{AL^2 + AP^2 - 2 \cdot AL \cdot AP \cdot \cos\angle LAP}$ $= \sqrt{\left(\frac{AS}{2}\right)^2 + AP^2 - AS \cdot AP \cdot \cos\angle ABS} = \sqrt{\left(\frac{AS}{2}\right)^2 + AP^2 - \frac{3}{2} \cdot AP}$ =7,601571 (за теоремою косинусів).

За відомими сторонами AL, LP і AP, скориставшись теоремою косинусів ще раз, знайдемо кут APL: cosAPI. = $\frac{AL^2 - AP^2 - LP^2}{2 \cdot AP \cdot LP}$ =-0.934557.

Для трикутника KBP мають місце наступні співвідношення:

$\frac{BP}{\sin\angle BKP} = \frac{KP}{\sin\angle KBP} = \frac{KB}{\sin\angle KPB}$ → KP=BP$\cdot \frac{\sin\angle KBP}{\sin\angle BKP}$, KB=BP$\cdot \frac{\sin\angle KPB}{\sin\angle BKP}$

- (за теоремою синусів).

Оскільки BKP=180°–KBP–KPB=ABS–APL, KBP=180–ABS, KPB=APL, sin(180-ABS)=sinABS,

то KP=BP$\frac{\sin\angle ABS}{\sin(\angle ABS - \angle APL)}$=5.807079, KB=BP $\frac{\sin\angle APL}{\sin(\angle ABS - \angle APL)}$ =2.144199.

Оскільки LP = LK+KP, то LK = LP – KP = 1.794492.

Скориставшись теоремою косинусів, з трикутника KBC отримаємо:

KC $= \sqrt{KB^2 + BC^2 - 2\cdot KB\cdot BC\cdot\cos\angle KBC} = \sqrt{KB^2 + 3^2 - 2\cdot KB\cdot 3\cdot\cos\angle ABS}$ = 3.187461.

Отже, LC, LK і KC знайдено. Для обчислення площі трикутників CLD і CKL доцільно скористатись формулою Герона:

S $= \sqrt{p\cdot(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)}$, де a, b,c — довжини сторін трикутника, a,p — його півпериметр.

Для трикутників CKL та CLD маємо:

$P_{CKL} = \frac{1.794492 + 3.187461 + 4.433877}{2}$ =4.707915, $S_{CKL} = 2.3900607$.

$P_{CLD} = \frac{3 + 4.433877 + 4.433877}{2}$ =5.933877, $S_{CLD} = 6.258662$.

Таким чином, площа перерізу становить $S_{CKLID} = S_{CLD} + S_{CKL} = 11.039876$ кв. од. Периметр дорівнює $P_{CKLID} = 2\cdot 1{,}794492 + 2\cdot 3{,}187461 + 3 = 12.963906$ лін. од.

А тепер спробуємо розв'язати задачу з використанням ПК за допомогою ППЗ GRAN-3D. Вважатимемо, що програму вже завантажено і на екрані відкрито її головне вікно.

Розв'язування будь-якої задачі зводиться до створення моделі стереометричного об'єкта і виконання операцій, що фігурують в умові задачі. Даний програмний засіб дозволяє оперувати моделями таких геометричних (та просторових) об'єктів як точка, відрізок (або ламана), площина, многогранник, поверхня обертання та довільна поверхня, що визначається рівнянням виду z=f(x,y).

В умові фігурують об'єкти «правильна п'ятикутна піраміда», «точка» (як середина бічного ребра піраміди), «площина», «переріз» (як об'єкт — результат виконання операції «переріз»). Отож необхідно створити моделі об'єктів «правильна п'ятикутна піраміда», «точка» та «площина», що задовольняють умову задачі, та виконати операцію «переріз».

Для створення моделі піраміди зручно скористатися послугою програми *Створити базовий об'єкт.* У вікні *Завдання базових стереометричних об'єктів*, що з'явиться, на вкладинці *Правильна піраміда* встановимо лівий перемикач у положення *Висота* і введемо у полі введення під цим перемикачем значення „5". Далі встановимо перемикач типу завдання нижньої основи у положення *Сторона* та введемо у поле введення під цим перемикачем значення „3". Введених параметрів цілком достатньо для автоматичного обчислення за програмою інших параметрів, необхідних для створення многогранника. Після натиснення кнопки *Створити* з'явиться вікно *Конструювання просторового об'єкту* з вкладинкою *Многогранник*, де можна змінити (якщо не потрібно) деякі параметри створюваного об'єкта. Ми лише змінимо назву об'єкта на *Правильна п'ятикутна піраміда*, а його колір змінимо на синій (за замовчуванням програма встановлює чорний колір). Після натиснення кнопки „*Ok*" модель піраміди буде створено: зображення п'ятикутної піраміди з'явиться у полі зображення головного вікна, а назва — у переліку об'єктів (Рис. 2.2.4).

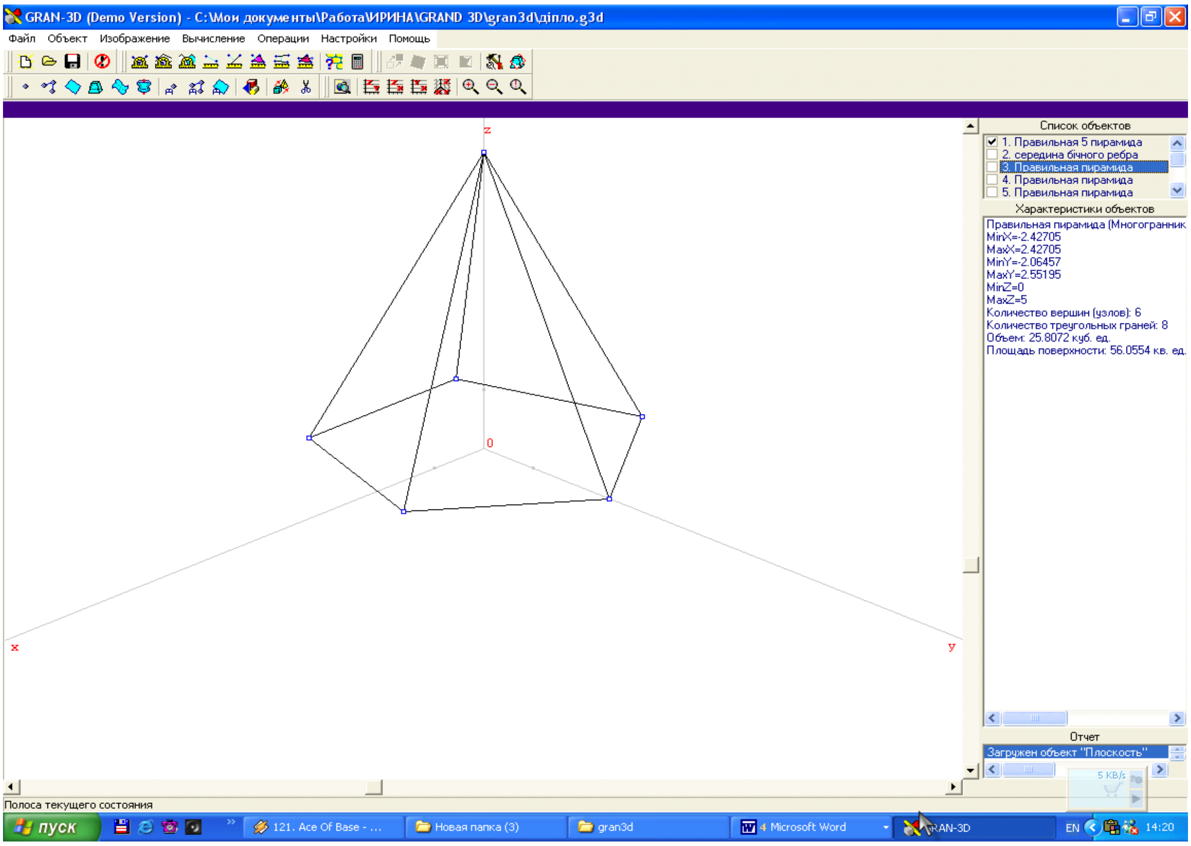


Рис.2.2.4

Далі потрібно створити об'єкт «Точка», що відповідає середині одного з бічних ребер піраміди. Для нього необхідно встановити просторові координати цієї точки, що не важко зробити, якщо відомі координати кінців ребра. Якщо підвести вказівник „мишка” до будь-якої вершини піраміди на зображенні, у полі інформування (у нижній частині головного вікна) з'являться просторові координати цієї вершини. Скориставшись цією властивістю програми, встановимо координати вершини, у якій сходяться бічні ребра піраміди $(X_1 = 0, Y_1 = 0, Z_1 = 5)$ та координати будь-якої вершини, що належить основі (наприклад, координати най лівішої на зображенні вершини $(X_2 = 1.5, Y_2 = -2.064573, Z_2 = 0)$ з'являться у полі інформування при наведенні вказівника „миша” до зображення вказаної вершини). Не важко обчислити (за допомогою послуги програми *Калькулятор*) координати середини ребра з кінцями в означених вершинах:

X=$\frac{X_1 + Y_1}{2}$=0.75, Y=$\frac{Y_1 + Y_2}{2}$=-1.0322865, Z=$\frac{Z_1 + Z_2}{2}$=2.5.

Встановивши перемикач типу об'єкта (над переліком об'єктів) у положення *Точка*, звернемося до послуги головного меню програми *Об'єкт/ Створити*. У вікні *Конструювання просторового об'єкта*, що з'явиться, на вкладниці *Точка* введемо знайдені координати середини ребра, а у полі введення *Назва об'єкта* введемо „*Середина бічного ребра*”. Після натиснення кнопки „*Ok*” об'єкт буде створено (Рис. 2.2.5).

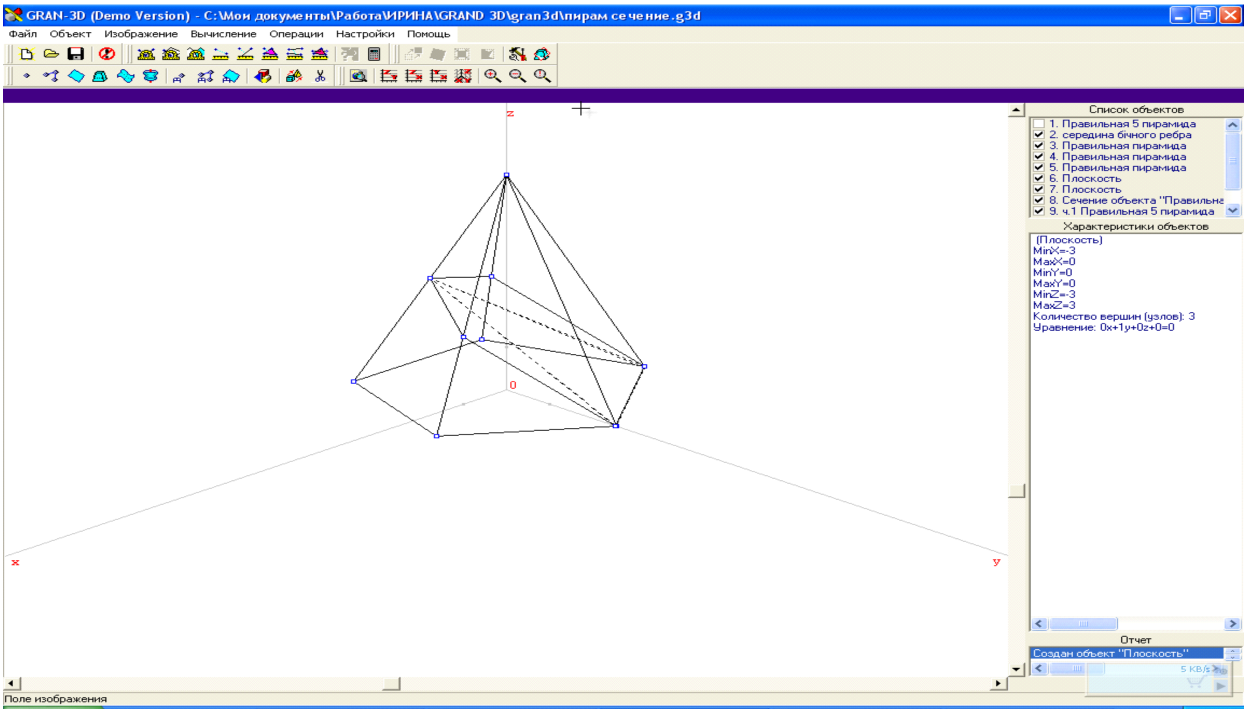


Рис. 2.2.5

Для задання площини перерізу зручно скористатись послугою програми *Об'єкт/Створити з екрану*: у полі зображення слід лише вказати три точки, що визначатимуть площину. Для нього послідовно підводимо вказівник „мишки” та натискаємо ліву кнопку „мишки” на зображенні точки „Середина бічного ребра” та на зображеннях вершин сторони основи піраміди, протилежної до вибраного бічного ребра. У вікні *Конструювання просторового об'єкта*, що з'явиться після вказання третьої точки, на вкладці *Площина* введемо назву об'єкта *Площина перерізу* та натиснемо кнопку „*Ok*”.

Залишилось лише виконати операцію перерізу піраміди площиною. Для нього доцільно скористатися послугою програми *Операції/Виконати переріз* та за відповідними запитами програми у полі зображення за допомогою „мишки” вказати площину перерізу та многогранник, стосовно якого виконується операція. Після виконання операції у полі звіту з'явиться результат обчислення площі та периметра утвореного перерізу (відповідно 11,039855 кв.од. та 12,963595 лін. од.), а також буде створено два нових об'єкти-многогранники: „ч. 1. Правильна п'ятикутна піраміда” та «ч. 2. Правильна п'ятикутна піраміда”, що є частинами базової піраміди в різних півпросторах відносно площини перерізу. Надалі утвореними об'єктами можна оперувати як окремими моделями.

Для унаочнення моделей стереометричних тіл доцільно скористатися послугою програми *Зображення/Режим півтонового зображення*, завдяки чому об'єкти зображуються з врахуванням видимості ліній і площин, чим досягається „реалістичність” зображення.

Не важко переконатись, що відповіді, отримані під час розв'язування задачі двома вказаними різними способами збігаються з досить високою точністю, але при ньому час, витрачений на розв'язування задачі за допомогою ППЗ GRAN-3D, значно менший, ніж час, витрачений на відшукання розв'язку за „класичним” методом. Так, на розв'язування задачі „класичним” способом (виконання малюнка, відшукання способу розв'язування, обчислення) витрачено близько тридцяти хвилин, причому 80% часу було витрачено на побудову малюнка та виконання обчислень, і лише 20 % — на аналіз. І хоча наведена задача досить цікава, важко сподіватися, що її можна встигнути розв'язати за один урок на заняттях з геометрії. На розв'язування ж цієї задачі за допомогою ППЗ GRAN-3D (створення моделей, виконання операцій) було затрачено близько двох хвилин. При цьому важливим є те, що на створених моделях можна розв'язати цілий ряд обчислювальних задач (наприклад, обчислити об'єм базової піраміди або об'єми многогранників. утворених в результаті виконання перерізу, знайти довжини ребер, площі граней многогранників тощо). Вся „рутинна” обчислювальна робота виконується програмою автоматично, залишаючи учням час на дослідницьку діяльність.

Задача 4

Знайти довжину найкоротшого шляху по поверхні куба ABCDA1B1C1D1 з ребром 1 см, що з'єднує вершини A і C1.

Розв'язання здійснимо за допомогою програми GeoGebra:

Найкоротший шлях визначається через відстань між двома точками, але обмеження задачі на визначення відстані саме по поверхні куба вимагає прокласти шлях, який з'єднує ці точки, що важко навіть для тих, хто має розвинену просторову уяву. Застосування розгортки значно спрощує розв'язання, але її побудова і нанесення потрібних точок також вимагають вмінь бачити проекції просторових тіл. Для вдалого і негроміздкого зображення побудов заздалегідь обмежимо позначення об'єктів *Налаштування/ Позначення/ Лише для точок*. Побудуємо дві сусідні вершини нижньої основи куба зі стороною 1, для чого через командний рядок задамо точки A(1;0;0) та B(1;1;0). За допомогою інструмента Куб побудуємо куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, вказавши дві сусідні вершини. Для точок A і C_1змінимо їх колір (наприклад, на червоний) і збільшимо їх розмір, тим самим виділимо їх серед інших вершин. За допомогою інструменту Развертка побудуємо розгортку куба (рис. 2.2.6), яка автоматично з'явиться і на полотні 2D. Побудова розгортки многогранника Зауважимо, що GeoGebra не дозволяє побачити процес розкриття розгортки, він дозволяє побачити вже остаточний результат. До того ж на розгортці лише точки нижньої основи залишаються позначеними. Інші вузлові точки розгортки не сприймаються, як такі, що були вершинами куба (середовище будує їх як нові). Елементи, побудовані на кубі (наприклад, точки на ребрах, відрізки на гранях), не переносяться на розгортку, і навпаки, усе, що побудовано на розгортці, не відображається на кубі. Куб і його розгортка динамічно не пов'язані. Позначимо на розгортці точку, що відповідає вершині C_1 і побудуємо відрізок AC_1. Визначимо його довжину — у властивостях відрізка AC_1 у пункті *Показати позначення* оберемо *Значення.* Зауважимо, що після побудови розгортки знаходження точного розв'язку задачі зводиться до застосування теореми Піфагора і стає очевидним . Довжина відрізка $AC_1 = 2{,}24$.

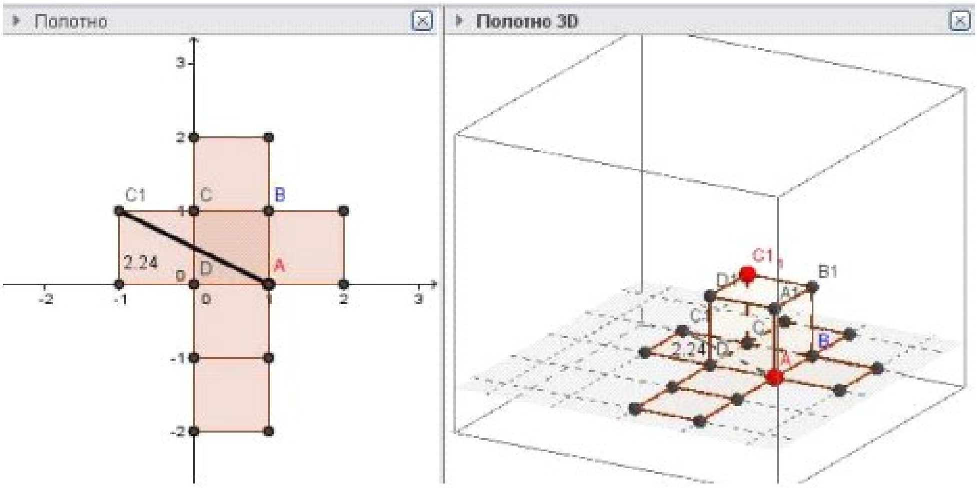


Рис. 2.2.6

Відповідь: $AC_1 = 2{,}24$.

Є ще одна особливість програми GeoGebra, яка вирізняє її серед подібних програм, — це можливість побудови динамічного сліду для 3d-об'єктів. Отриманий слід є статичним об'єктом, який не можна динамічно змінювати в подальшому.

Задача 5

Обчислити об'єм та площу бічної поверхні прямого паралелепіпеда, висота якого дорівнює 4, а сторони основи рівні 2 та розміщені під кутом 30.

Створивши модель вказаного паралелепіпеда за допомогою послуги *Об'єкт\Створити базовий об'єкт* (вкладинка *Прямий паралелепіпед* вікна *Задання базових просторових* об'єктів), зробимо об'єкт поточним (встановивши вказівник у переліку об'єктів на назві цього об'єкта). При цьому у полі характеристик з'являться обчислені значення об'єму та площі поверхні створеного многогранника (відповідно 8 куб.од. та 36 кв.од.,). Далі звернемося до послуги *Обчислення\Многогранник\Площі та периметри граней*, що призведе до появи вікна з назвою *Перелік граней об'єкта "Прямий* *паралелепіпед"* з переліком граней вказаного об'єкта. Не важко встановити, що бічні грані мають номери з 2-го по 5-й (співставивши інформацію про вершини граней у переліку з зображенням паралелепіпеда). Встановивши відмітки біля номерів вказаних граней (за допомогою мишки), у полі *Площа відмічених* отримаємо сумарну площу бічних граней паралелепіпеда (рис. 2.2.7). Отже, $V = 8куб.од., S_{осн} = 32кв.од.$

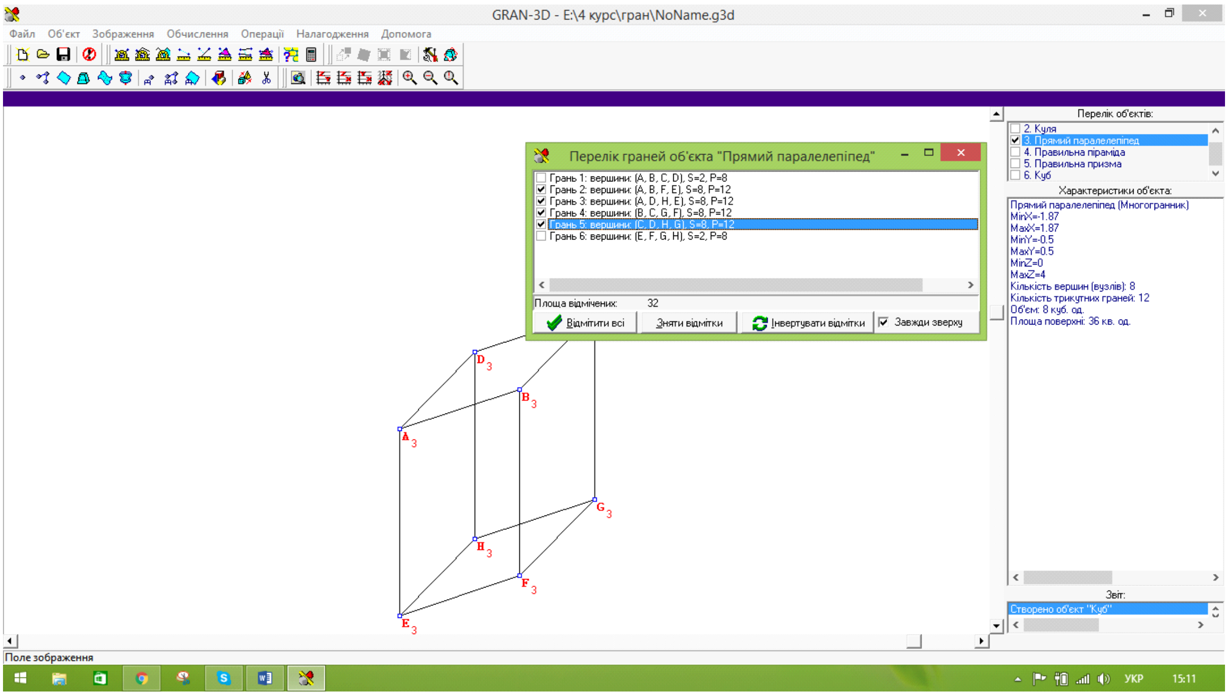


Рис. 2.2.7

Відповідь: $V = 8куб.од., S_{осн} = 32кв.од.$

Задача 6

Обчислити об'єм та площу основи правильної 7-кутної піраміди, довжина бічного ребра якої дорівнює 5, а радіус вписаного в основу кола дорівнює 2.

Створивши модель відповідного многогранника за допомогою послуги *Об'єкт\Створити базовий об'єкт* (вкладинка *Правильна піраміда* вікна *Задання базових просторових об'єктів*), зробимо об'єкт поточним (встановивши вказівник переліку об'єктів на назві цього об'єкта). При цьому у полі характеристик з'являться обчислені значення об'єму та площі поверхні створеної піраміди (відповідно 20.1 куб.од. та 46.6 кв.од.). Далі звернемося до послуги *Обчислення\Многогранник\Площі та периметри граней*, що призведе до появи вікна *Перелік граней об'єкта "Правильна піраміда"* з переліком граней вказаного об'єкта. Оскільки 7 вершин містить лише грань, розміщена під номером 8, то очевидно, що ця грань і є основою піраміди (рис.2.2.8). Отже, $V = 20.1 куб.од., S_{осн} = 13.5 кв.од.$

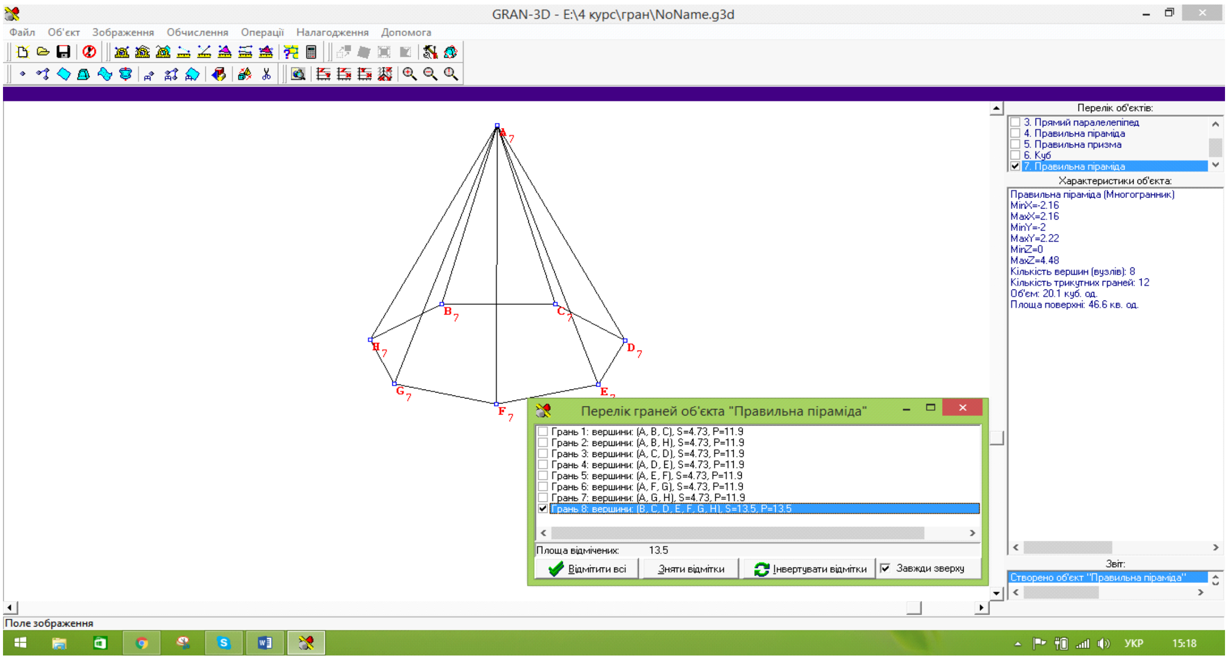


Рис. 2.2.8

Відповідь: $V = 20.1 куб.од., S_{осн} = 13.5 кв.од.$

Задача 7

Виміри прямокутного паралелепіпеда (рис. 2.2.9) AD, AB, DH відповідно дорівнюють 3см, 2см і 6см.

Знайдіть:

- довжину діагоналі паралелепіпеда;
- площу діагонального перерізу;
- площу найбільшої грані;
- площу найменшої грані;
- площу поверхні паралелепіпеда;

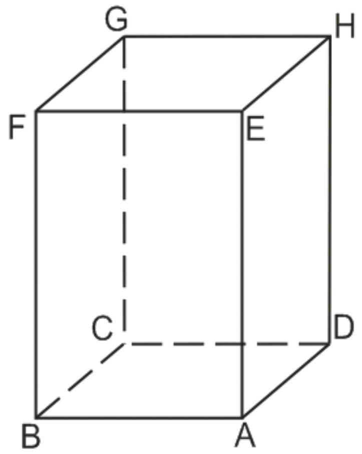
- об'єм;
- кут нахилу діагоналі до площини основи.

Розв'язання:

1) Дано: $ABCDEFGH$ – прямокутний паралелепіпед, $AB = 2$ см, $AD = 3$ см, $DH = 6$ см.

Знайти: BH .

Розв'язання:



Розглянемо трикутник $BAD(\angle A = 90^0$, оскільки $ABCD$ – прямокутник$)$:

$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$ – за теоремою Піфагора.

$BD = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ (см).

З трикутника $BDH\ (\angle D = 90^0)$:

Рис. 2.2.9

$BH = \sqrt{BD^2 + DH^2}$ – за теоремою Піфагора.

$BH = \sqrt{13+36} = \sqrt{49} = 7$ (см).

Отже, $BH = 7$ см.

Знайдемо тепер довжину діагоналі прямокутного паралелепіпеда за допомогою GRAN – 3D.

Перш за все створимо його модель, для цього скористаємося послугою *Об'єкт\Створити базовий об'єкт*. В рядку *Висота* введемо число 6 і встановимо перемикач типу задання основи в положення *Дві сторони та кут між ними*. У рядку введення під перемикачем задамо довжини двох сторін, введемо числа 2 та 3, а також кут між ними, що дорівнює 90^0. Після завершення цих операцій натискаємо кнопку *Створити* та *Виконати*. Відповідний об'єкт типу *Многогранник* буде створено.

Для обчислення довжини діагоналі скористаємося послугою *Обчислення\Відстань\Між двома точками*. На запити програми вкажемо послідовно на вершини B та H паралелепіпеда. Відразу ж у *поле звіту* буде виведено результат обчислення відстані, що становить 7 лін. од. (рис. 2.2.10).

Отже, переконуємося, що довжина діагоналі дійсно становить 7см.

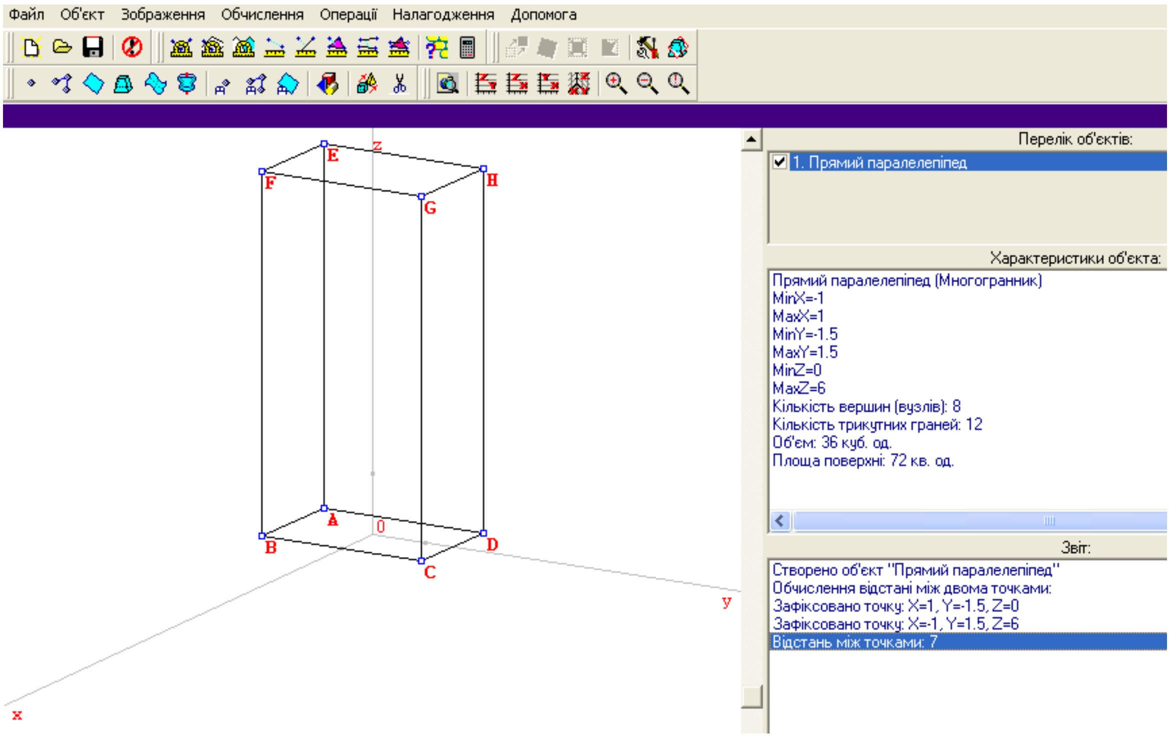


Рис. 2.2.10

2) Знайти: S_{BDHF}.

Розв’язання:

$S_{BDHF} = BD \cdot DH$, $S_{BDHF} = 6\sqrt{13} \approx 21{,}6$ (см^2).

Обчислимо площу діагонального перерізу $BDHF$ використовуючи ППЗ GRAN – 3D. Для створення моделі площини перерізу скористаємося послугою *Об’єкт\Створити з екрану\Площина*, після чого за відповідними запитом програми що з’явиться у *полі підказки*, вкажемо у *полі зображення* три точки, що визначатимуть площину. Послідовно вкажемо на зображенні паралелепіпеда на його вершини B, D та H, і у вікні *Конструювання об’єкта*, що з’явиться після вказання третьої точки, на вкладинці *Площина* введемо назву об’єкта *Площина перерізу* та натиснемо кнопку *Виконати*.

Тепер застосуємо операцію перерізу, звернувшись до послуги програми *Операції\Виконати переріз*. За запитом, що з’явиться у *полі підказки*, послідовно вкажемо на зображення площини та многогранника. Встановивши вказівник у переліку об’єктів у положення, що відповідає новоутвореному об’єкту *Переріз об’єкта „Прямий паралелепіпед”* у *полі характеристик* отримаємо значення його площі, що становить 21,63331 кв. од. (рис. 2.2.11).

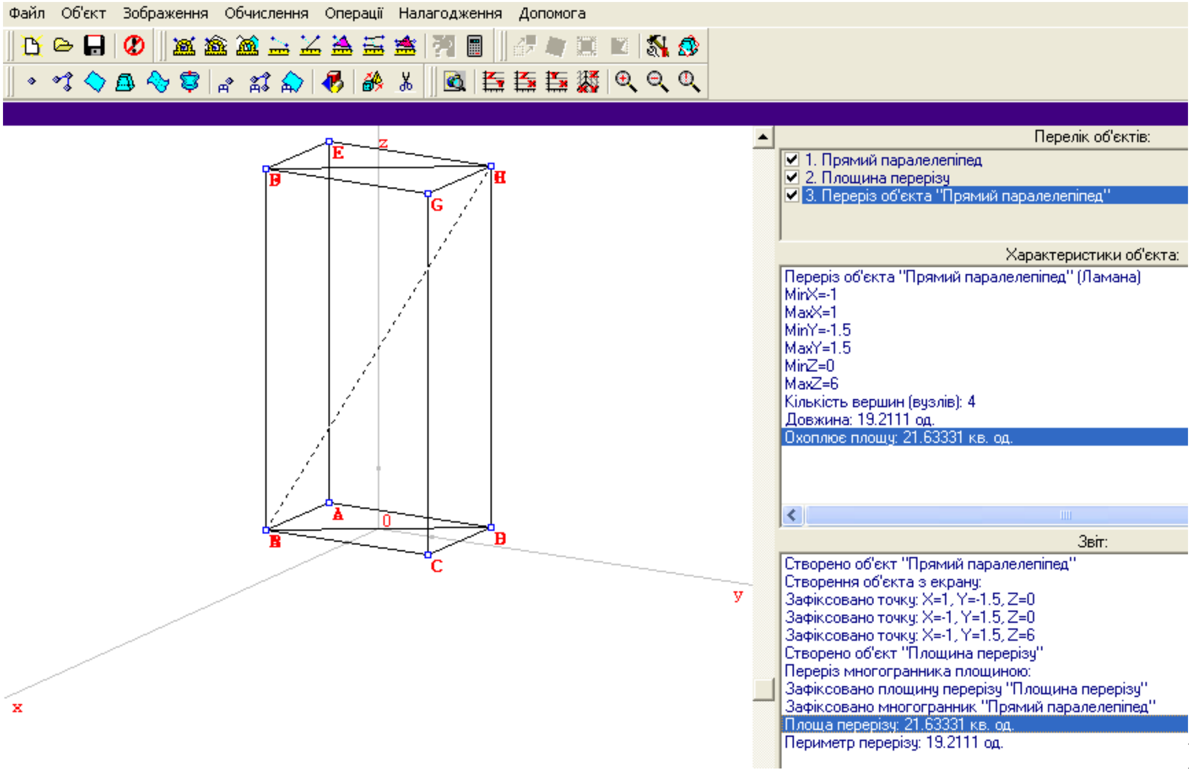


Рис . 2.2.11

Після розв'язання задачі двома методами бачимо, що результат площі діагонального перерізу паралелепіпеда є практично однаковим.

3) Знайти: S_{ADHE}.

Розв'язання:

$S_{ADHE} = AD \cdot DH$,

$S_{ADHE} = 3 \cdot 6 = 18$ (см^2).

Отже, $S_{ADHE} = 18$ см^2.

За допомогою ППЗ $GRAN-3D$ перевіримо правильність отриманого результату. Для цього звернемось до послуги *Обчислення\Многогранник\Площі та периметри граней,* що призведе до появи вікна з назвою *Перелік граней об'єкта „Прямий паралелепіпед"*, з переліком граней вказаного об'єкта. Встановивши відмітку біля грані $ADHE$, у полі *Площа відмічених* отримаємо, що її площа дорівнює 18кв. од. (рис. 2.2.12).

Отже, результат площі найбільшої грані, знайдений аналітичним методом, є правильним.

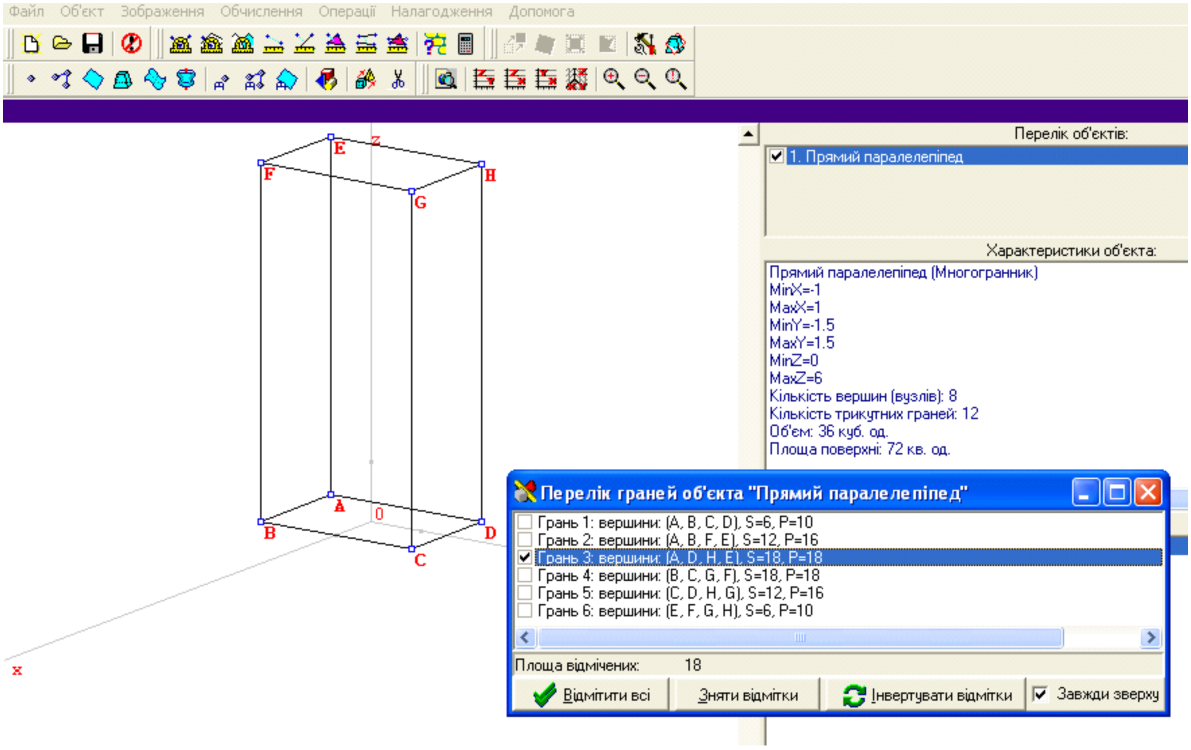


Рис. 2.2.12

4) Знайти: S_{ABCD}.

Розв'язання:

$S_{ABCD} = AB \cdot AD$.

$S_{ABCD} = 2 \cdot 3 = 6$ (см^2)

Отже, $S_{ABCD} = 6$ см^2.

Звернувшись до послуги програми *GRAN – 3D Обчислення→ Многогранник→Площі та периметри граней*, та встановивши відмітку біля грані $ABCD$, у полі *Площа відмічених*, отримаємо, що її площа дійсно становить 6 кв. од. (рис. 2.2.13).

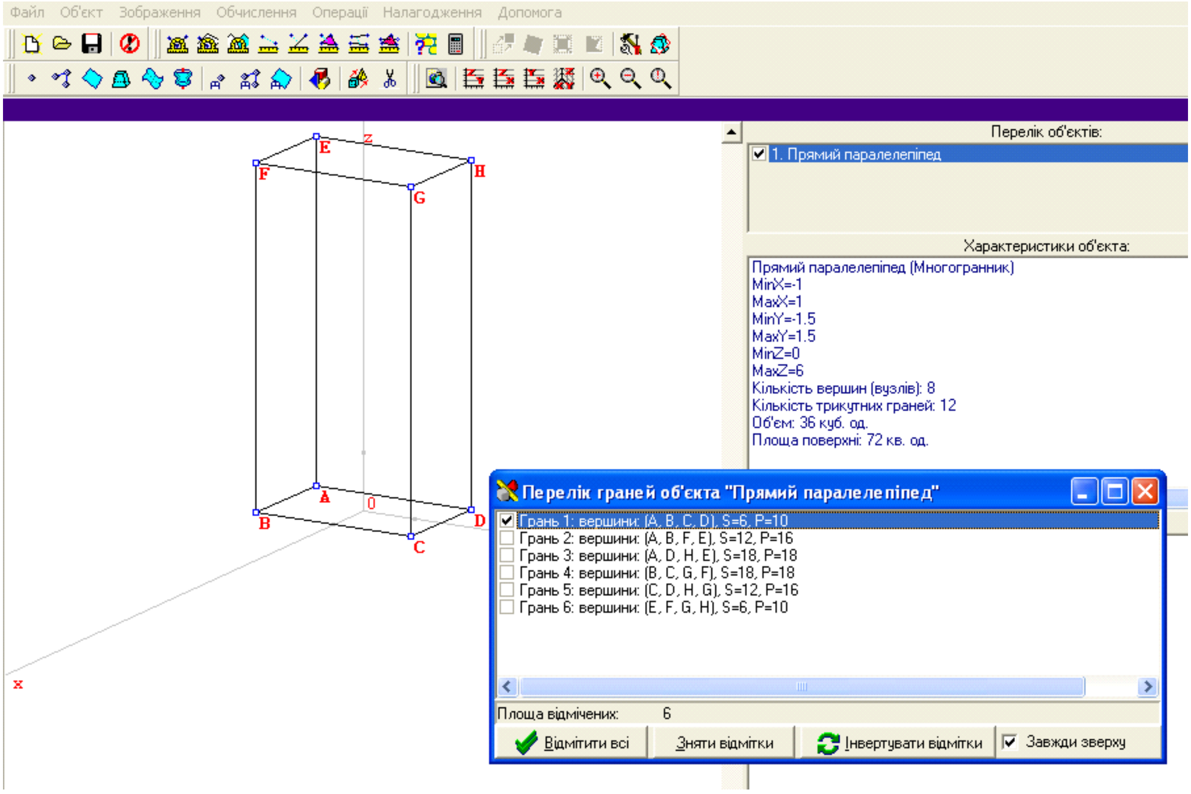


Рис. 2.2.13

5) Знайти: $S_{пов.}$.

Розв'язання:

$S_{пов.} = S_{бічне} + 2S_{основи}$.

$S_{основи} = 6$ см², $S_{бічне} = 2(AB + AD) \cdot DH$, $S_{бічне} = 2(2+3) \cdot 6 = 60$ (см²).

$S_{пов.} = 60 + 2 \cdot 6 = 72$ (см²)

Отже, $S_{пов.} = 72$ см².

Після завершення побудови моделі паралелепіпеда з використанням ППЗ *GRAN – 3D*, у *полі характеристик* одразу з'явиться обчислене значення площі його повної поверхні, що дорівнює 72 кв. од. (рис. 2.2.14).

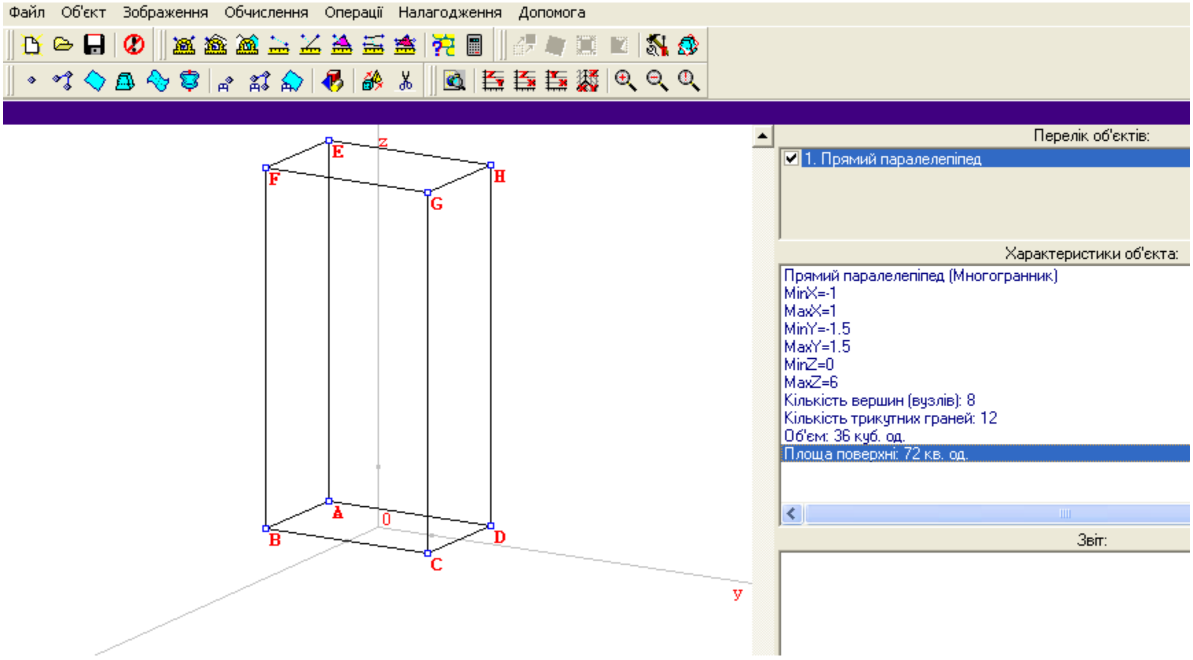


Рис. 2.2.14

Як бачимо, значення площі, яке отримане при розв'язуванні задачі різними способами, є однаковим.

6) Знайти $V_{ABCDEFGH}$:

Розв'язання:

$V_{ABCDEFGH} = AB \cdot AD \cdot DH$;

$V_{ABCDEFGH} = 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$ куб. од.

Після завершення побудови моделі паралелепіпеда з використанням ППЗ GRAN – 3D, у *полі характеристик* одразу з'явиться обчислене значення об'єму паралелепіпеда, що дорівнює 36 куб. од.

• Знайти кут нахилу діагоналі до площини основи.

Розв'язання:

Знайдемо за допомогою ППЗ GRAN – 3D кут нахилу діагоналі до площини основи. Для цього скористаємось послугою *Обчислення\Кут\За трьома точками* та вкажемо на зображенні паралелепіпеда на його вершини B, D та H. Після цього у полі *Звіт* ми отримаємо відповідь 1.03 радіана (59°). (Рис.2.2.15)

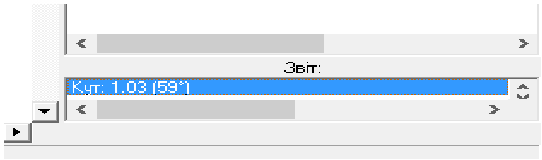


Рис 2.2.15

Розглянемо задачу на побудову перерізу в GeoGebra.

Задача 8

Побудувати переріз куба, що проходить через точки J, I і L, що лежать на ребрах BF, AE і DH відповідно.

Розв’язання: Через 3 точки J, I і L можна провести площину і притому тільки одну.

Перш за все, створимо модель куба, скориставшись при цьому послугою *Куб* та вказавши 2 точки на площині. Після цього отримаємо модель куба та вкажемо на ньому 3 точки J, I і L, на ребрах BF, AE і DH відповідно.(рис. 2.2.16)

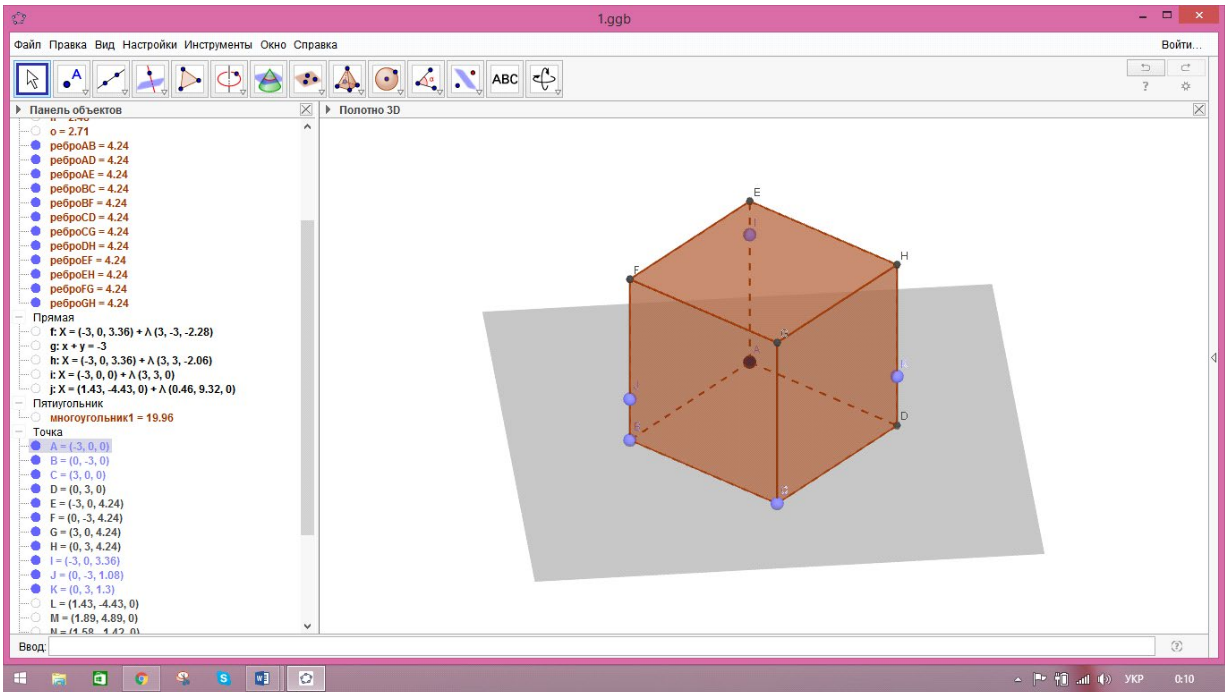


Рис. 2.2.16

Переріз будуватимемо методом слідів. Точки J та I належать грані AEFB. Проведемо через них пряму JI скориставшись послугою *Пряма* та вказавши на дані дві точки. Продовжимо сторону AB, знову скориставшись послугою *Пряма*. В результаті отримаємо точку перетину цих прямих L. Аналогічно отримаємо точку M, в результаті перетину прямих IL та AD, знову звернувшись до послуги *Пряма.* Тепер в площині основи куба є дві точки майбутнього перерізу – це точки L та M. (рис. 2.2.17).

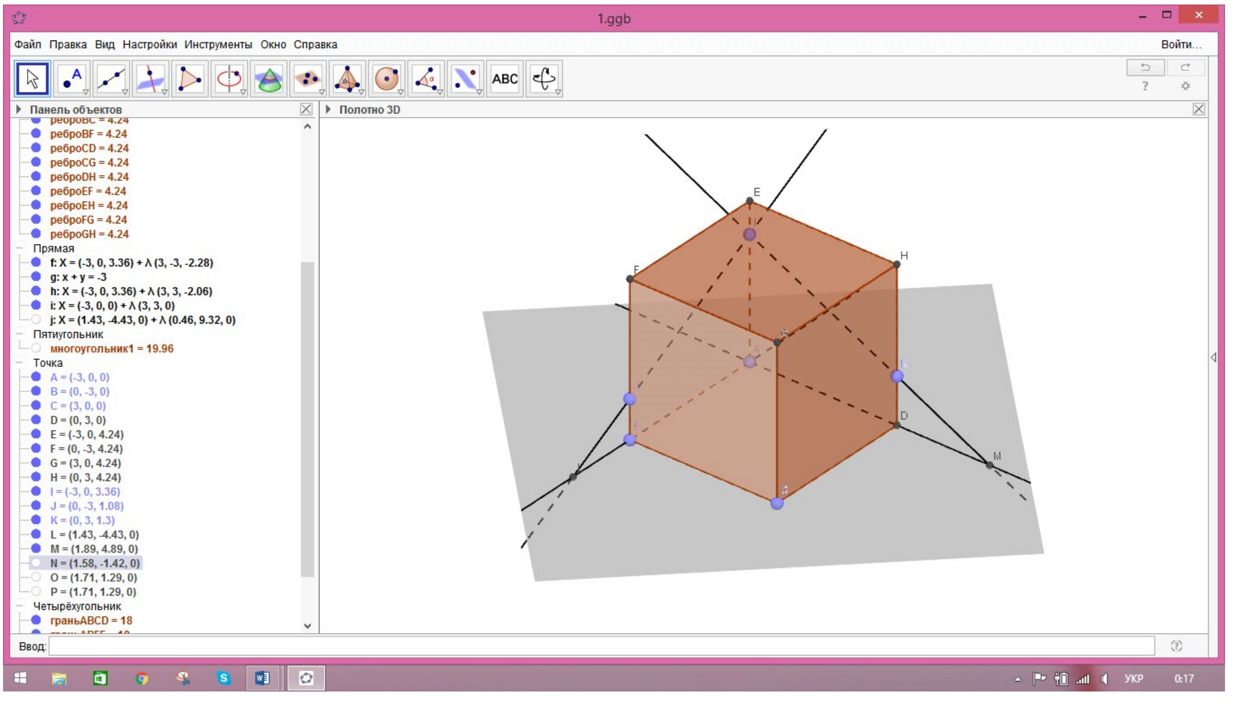


Рис. 2.2.17

Побудуємо пряму LM – слід перерізу на площині нижньої основи куба. Пряма LM перетинає сторону BC в точці N та сторону DC в точці O. З’єднаємо точки J та N, за допомогою послуги *Відрізок*, оскільки вони лежать на одній грані BFGC. Аналогічно з’єднаємо точки L та O, оскільки вони належать одній грані CGHD. З’єднаємо точки N та O за допомогою послуги *Відрізок.* Отриманий п’ятикутник JILON – шуканий переріз. Для того, щоб відтінити переріз зручно скористатись послугою *Многокутник*, побудувавши його за точками J,I,L,O та N.(рис.2.4.18)

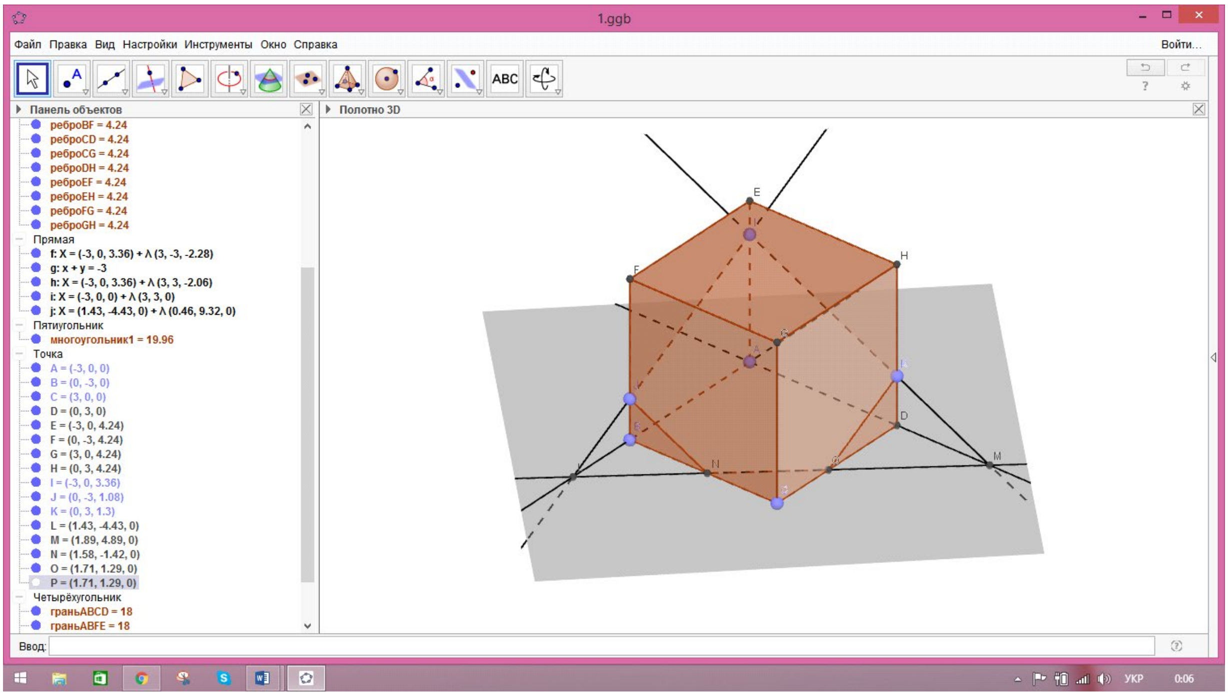


Рис. 2.2.18

Задача 9. Сторона основи правильної трикутної призми дорівнює a, висота призми – h. Яку найбільшу площу може мати переріз призми площиною, що проходить через сторону основи, якщо a = 14, h = 6.

Розв’язок:

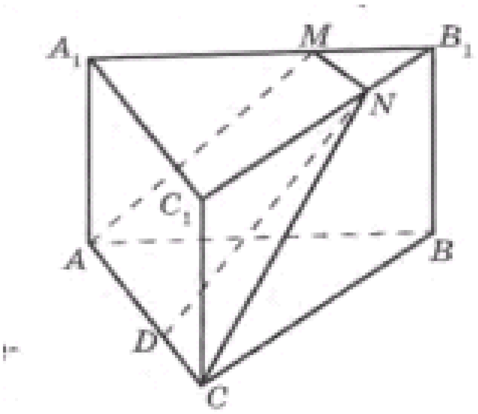


Рис. 2.2.19

Очевидно, що згаданими в умові перерізами є рівнобедрені трапеції AMNC (Рис. 2.2.19). Позначимо $C_1N = x, MN = B_1N = a - x$ і $CN = \sqrt{h^2 + x^2}$.

Якщо ND висота трапеції, то $CD = \frac{1}{2}(AC - MN) = \frac{x}{2}$ і $ND = \sqrt{CN^2 - CD^2} = \sqrt{h^2 + \frac{3}{4}x^2}$. Таким чином, дістаємо площу трапеції (перерізу) як функцію змінної *x*: $S(x)=\dfrac{2a-x}{2}\cdot\sqrt{h^2+\dfrac{3}{4}x^2}$, де $0\le x\le a$. Досліджуємо на екстремум, знаходимо похідну цієї функції:

$$S'(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{h^2+\frac{3}{4}x^2}+\left(a-\frac{x}{2}\right)\frac{3x}{4\sqrt{h^2+\frac{3}{4}x^2}}=-\frac{3x^2-3ax-2h^2}{4\sqrt{h^2+\frac{3}{4}x^2}}.$$

Критичні точки знаходимо з рівняння $3x^2-3ax-2h^2=0$. При a = 14, h = 6 маємо: $x_1=2, x_2=12$. Знаходимо тепер значення функції S(x) на кінцях відрізка [0;14] та в критичних точках $S(0)=84$; $S(2)=13\sqrt{39}\approx 81{,}2$; $S(12)=96$; $S(14)=7\sqrt{183}\approx 94{,}7$. Таким чином, найбільшого значення площа перерізу набуває при x = 12 і дорівнює 96.

Правильність розв’язку даної задачі можна перевірити за допомогою ППЗ GRAN-3D.

Побудуємо модель правильної трикутної призми за заданими параметрами, скористаємось послугою *Створити базовий об’єкт\Правильна призма* (Рис. 2.2.20).

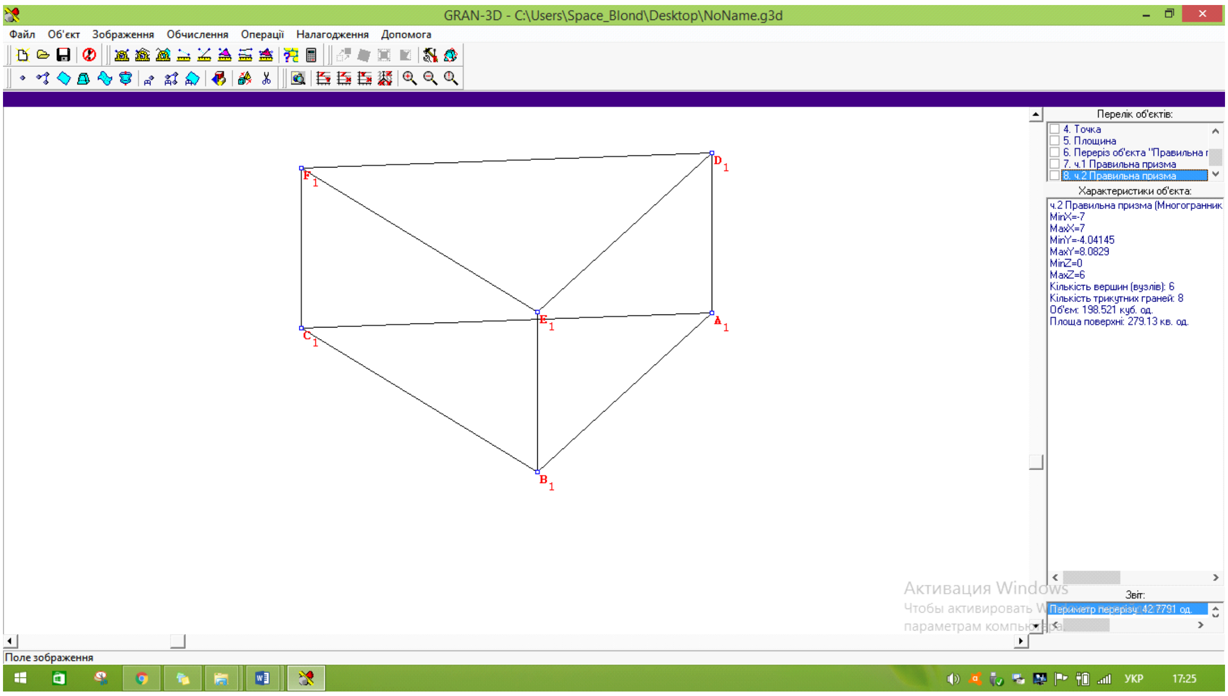


Рис. 2.2.20

Побудуємо площину перерізу, для цього скористаємось послугою *Створити з екрану\Площина* та задамо 3 точки, дві з яких є вершинами нижньої основи призми, а інша віддалена від протилежної вершини верхньої основи на 2 (Рис 2.2.21, Рис 2.2.22).

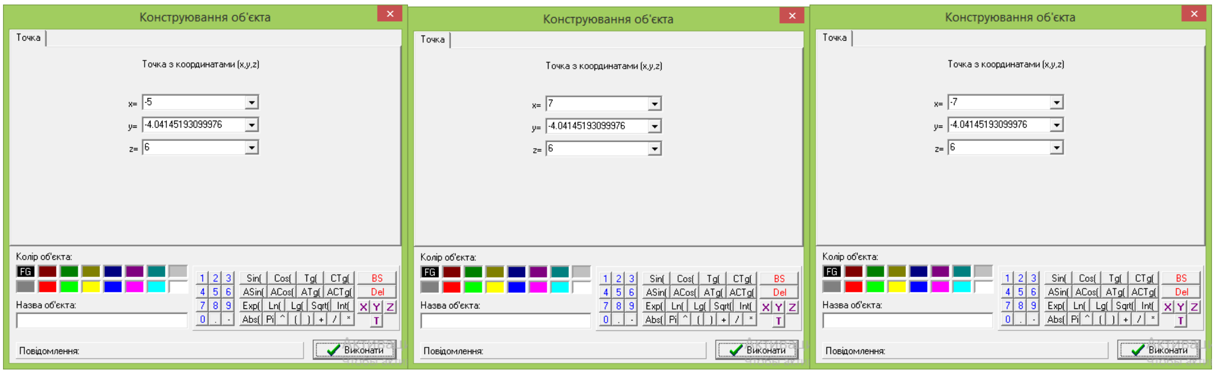


Рис. 2.2.21

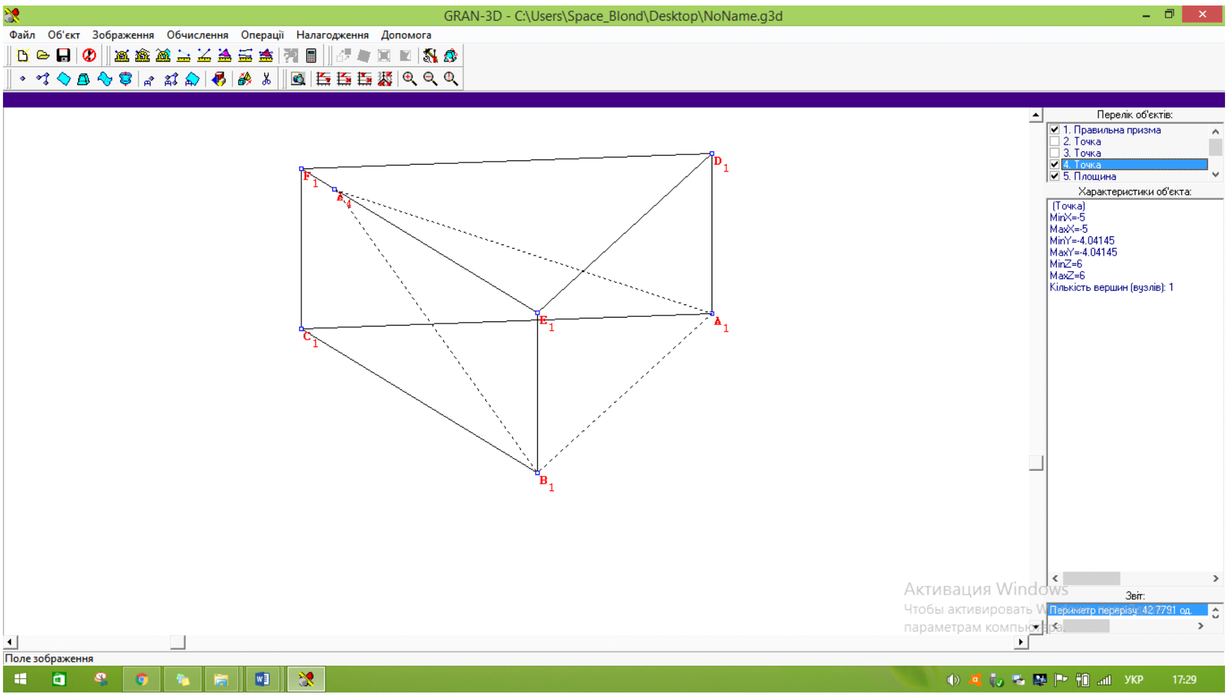


Рис. 2.2.22

Наступний крок *Операції\Виконати переріз* і обираємо площину перерізу та многогранник (Рис 2.2.23).

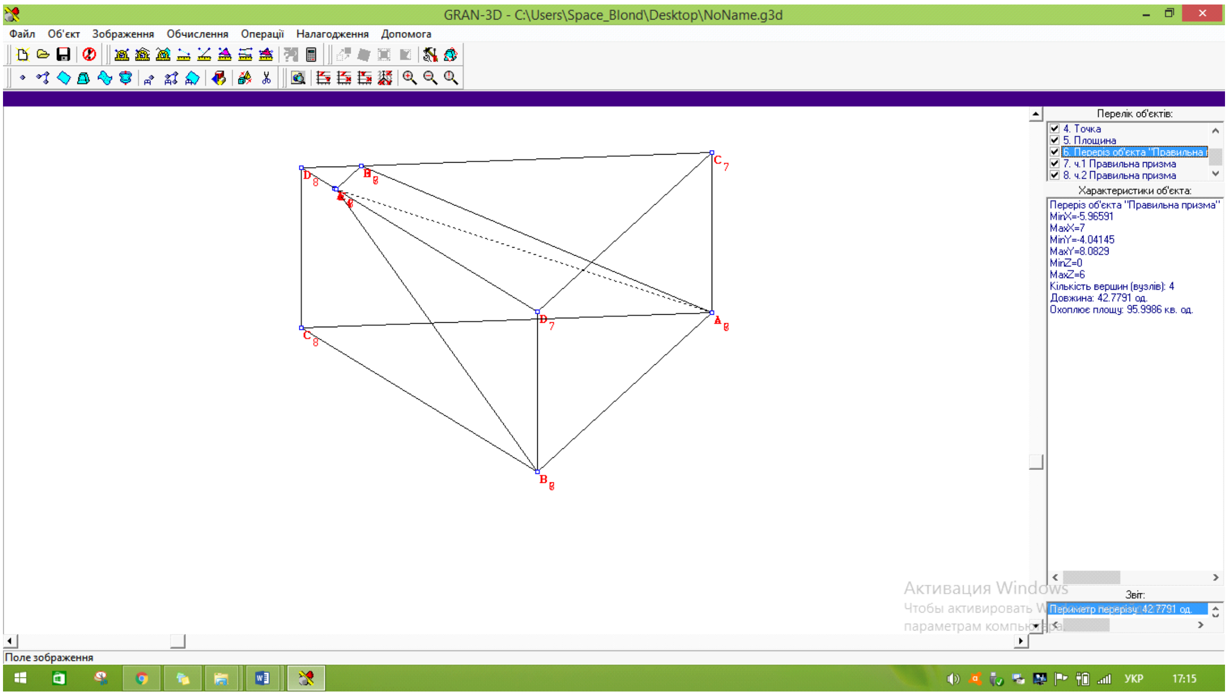


Рис. 2.2.23

У вікні *Перелік об'єктів* оберемо *Переріз об'єкта «Правильна призма»*. У вікні *Характеристика об'єкта* отримаємо результат Охоплює площу: 95.9986 кв. од. .

Задача 10. Правильну зрізану семикутну піраміду ABCDEFGHJIKLMN, бічне ребро якої рівне 5, радіус кола, вписаного в нижню основу, дорівнює 4, а сторона верхньої основи рівна 3, перетнули двома площинами, що проходять через вершини AMJ та CFK. Обчислити об'єми трьох многогранників, на які ділиться піраміда.

В умові задачі фігурують три вихідні об'єкти: піраміда і дві площини, отже, необхідно створити моделі вказаних об'єктів. Для створення моделі піраміди зручно скористатися послугою програми *Об'єкт\Створити базовий об'єкт*. На вкладинці *Правильна піраміда* вікна *Задання базових просторових об'єктів*, що з'явиться, слід ввести параметри піраміди та натиснути кнопку *Створити*. У вікні *Конструювання об'єкта*, що з'явиться, слід натиснути кнопку виконати, після чого модель піраміди з назвою *Правильна піраміда* (встановленою за замовчуванням) буде створено, і у полі зображення з'явиться її зображення (Рис 2.2.24).

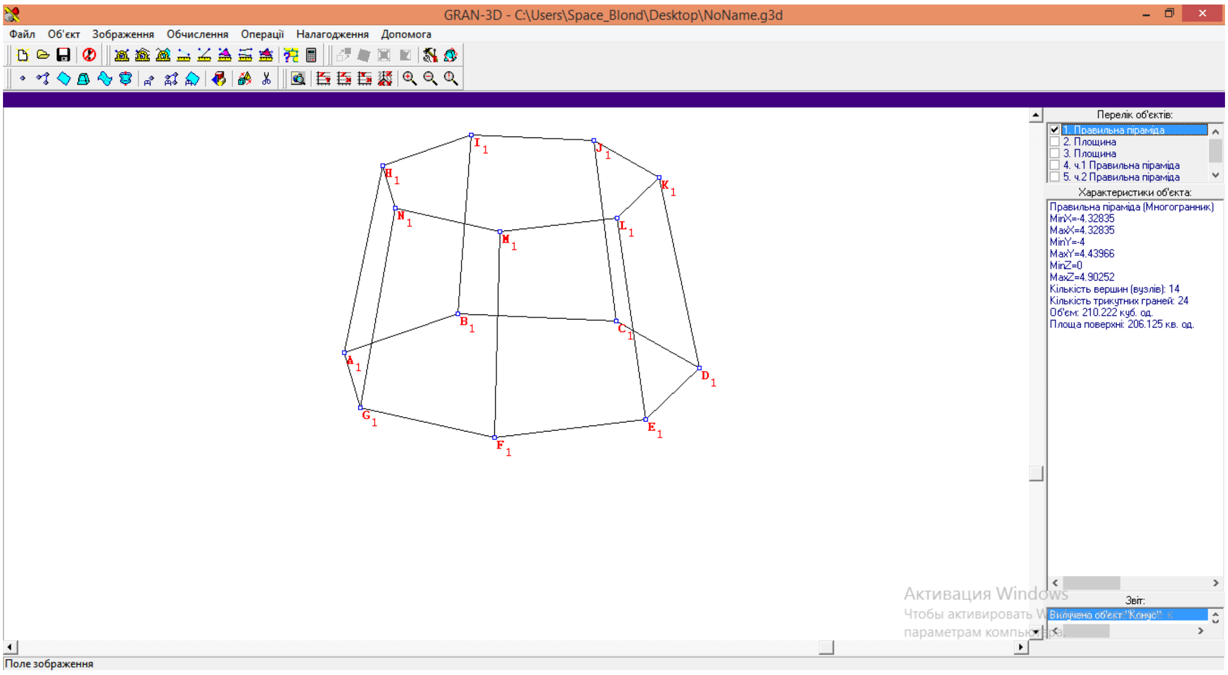


Рис. 2.2.24

Створимо модель площини, що проходить через вершини A,M,I. Для цього зручно скористатися послугою *Об'єкт\Створити з екрану\Площина*, після чого за відповідним запитом програми (що з'явиться у полі підказки) необхідно вказати у полі зображення три точки, що визначатимуть площину. Послідовно вкажемо на зображенні піраміди на її вершини A,M та J та у вікні Конструювання об'єкта, що з'явиться введемо назву площини *Площина AMJ*, після чого натиснемо кнопку виконати. В резудьтаті модель площини, що проходить через вказані вершини, що проходить через вершини C, F, K (у вікні *Конструювання об'єкта* введемо назву площини: *Площина CFK*). У полі зображення з'явиться графічний образ, поданий на Рис. 2.2.25.

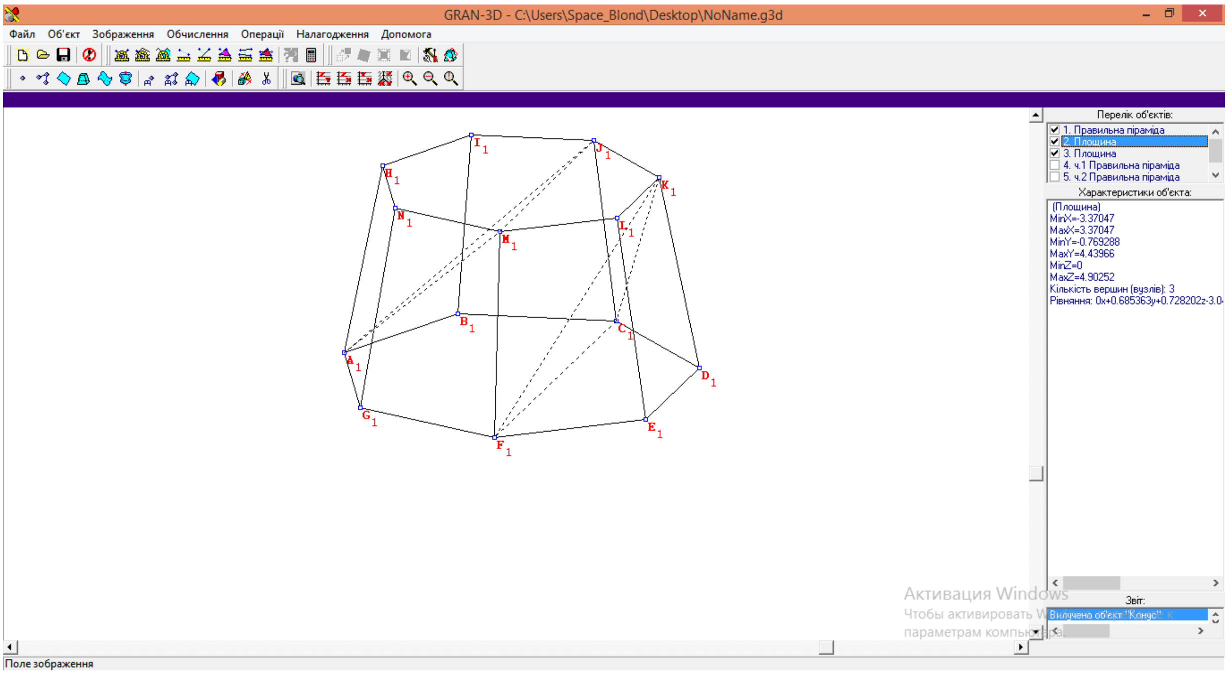


Рис. 2.2.25

Створивши моделі об’єктів, виконаємо переріз піраміди площиною *Площина AMJ*, для чого активізуємо послугу *Операції\Виконати переріз*. За запитом, що з’явиться у полі підказки, послідовно вкажемо у полі зображення об’єкта *Площина AMJ* та *Правильна піраміда*, для чого необхідно послідовно вказати на зображення відповідної площини та многогранника. Після цього на запит *Створити ламану, що відповідає контуру перерізу?*, що з’явиться відповімо *Ні*, а на запит *Створити об’єкти, що відповідають частинам вихідного многогранника у різних півпросторах відносно площини перерізу?* відповімо *Так*, що призведе до створення двох нових об’єктів-многогранників з назвами *ч.1 Правильна піраміда* (Рис. 2.2.26) та *ч.2 Правильна піраміда* (Рис 2.2.27), що відповідають частинам піраміди у різних півпросторах відносно площини *Площина AMJ*.

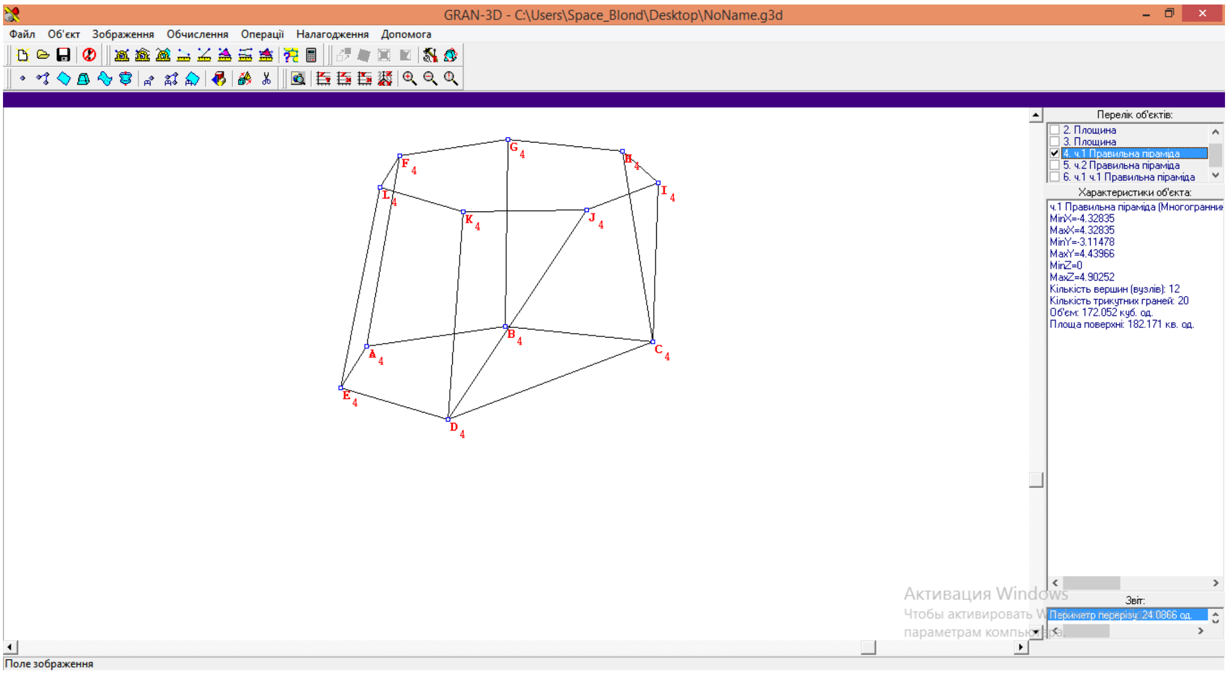


Рис. 2.2.26

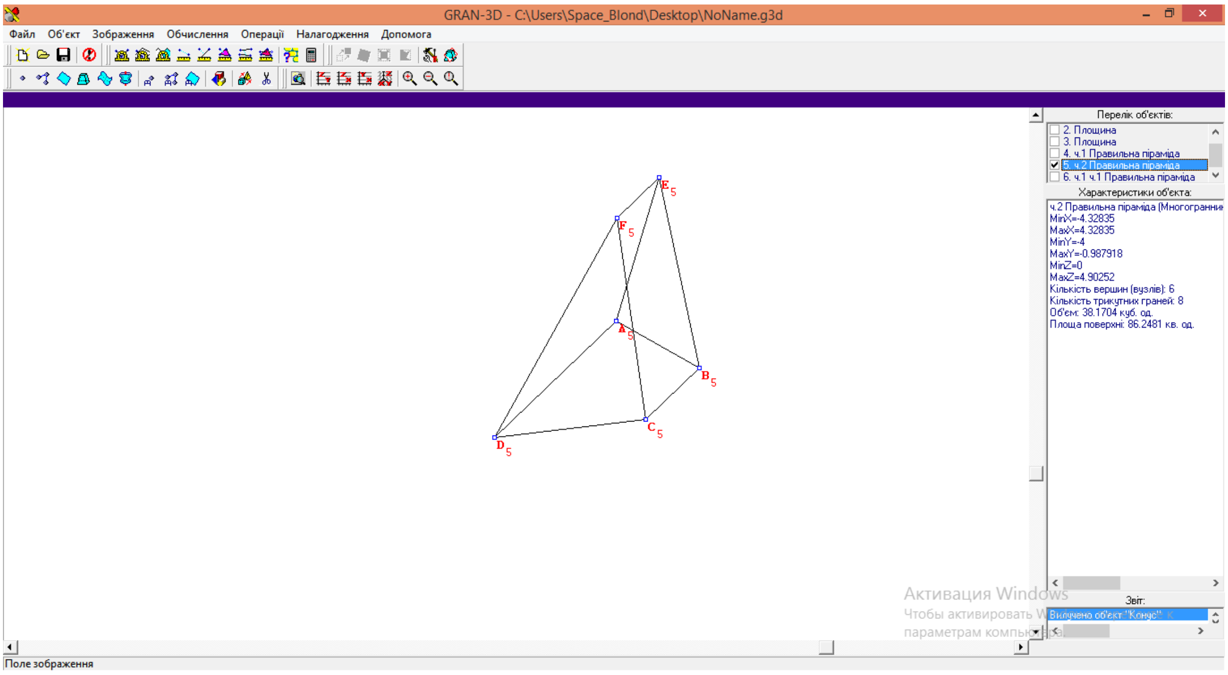


Рис. 2.2.27

Далі виконаємо переріз многогранника *ч.1 Правильна піраміда* площиною *Площина CFK*, для того активізуємо послугу *Операції\Виконати переріз.* За запитом, що з'виться у полі підказки, послідовно вкажемо у полі зображення об'єкта *Площина CFK* та *ч.1 Правильна піраміда*, для чого необхідно послідовно вказати на забраження відповідної площини та многогранника.

Після цього на запит *Створити ламану, що відповідає контуру перерізу?*, що з’явиться відповімо *Ні*, а на запит *Створити об’єкти, що відповідають частинам вихідного многогранника у різних півпросторах відносно площини перерізу?* відповімо *Так*, що призведе до створення двох нових об’єктів-многогранників з назвами *ч.1.ч.1 Правильна піраміда* та *ч.2.ч.1 Правильна піраміда*, що відповідають частинам многогранника *ч.1 Правильна піраміда* у різних півпросторах відносно площини *Площина CFK* (Рис 2.2.28).

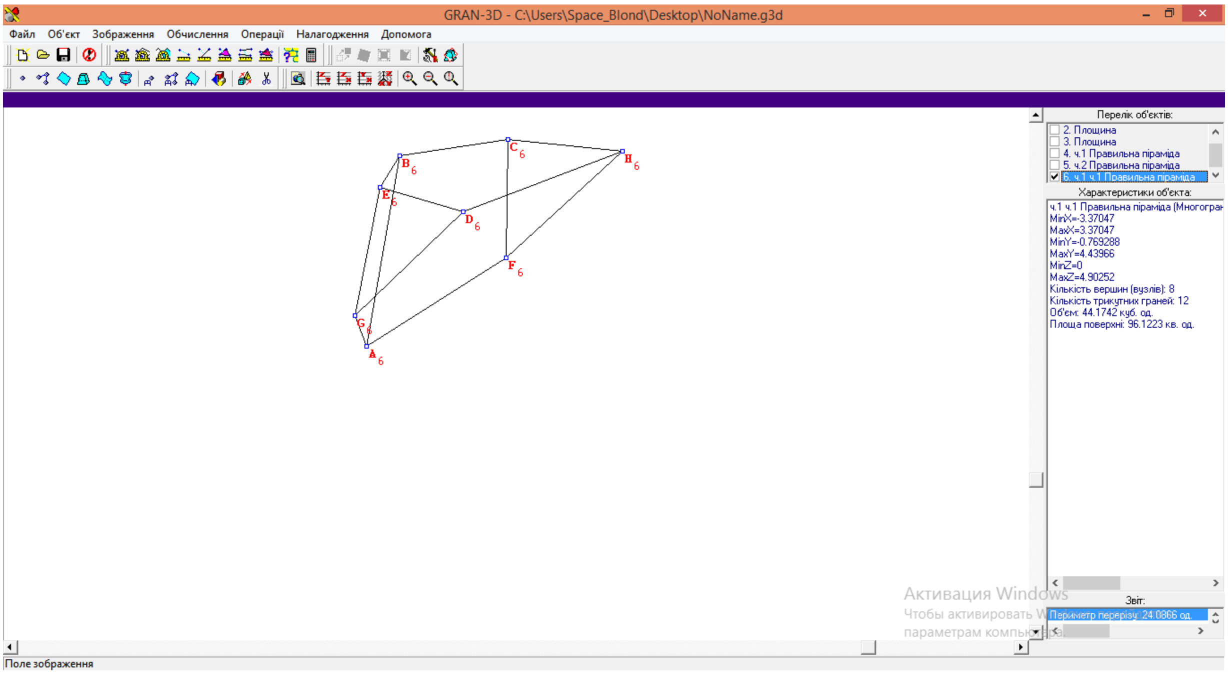


Рис. 2.2.28

Таким чином, вихідна піраміда в результаті виконання перерізів поділена на три многогранники - *ч.2 Правильна піраміда*, *ч.1.ч.2 Правильна піраміда* та *ч.2.ч.1 Правильна піраміда* (Рис. 2.2.29), об’єми яких становлять відповідно 44.174, 127.88 та 38.17 (дані взято з поля характеристик для кожного з вказаних об’єктів)

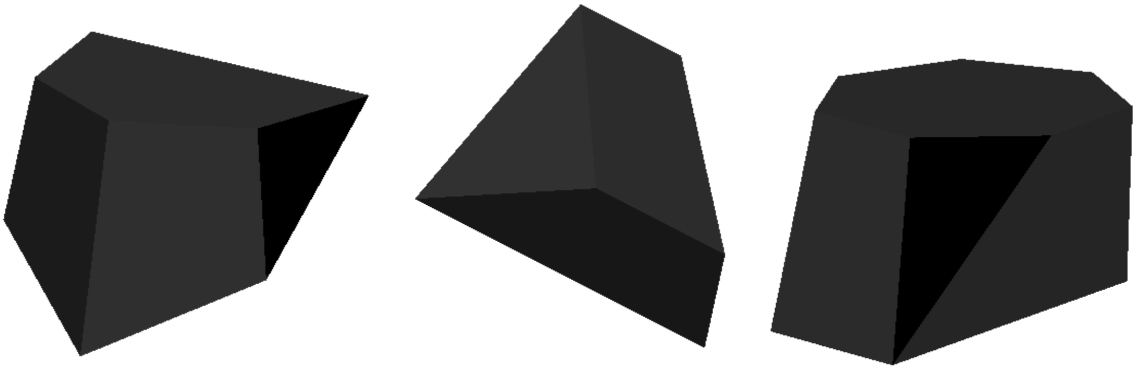


Рис. 2.2.29

2.3 Методика застосування НІТ до розв'язування задач з теми «Тіла обертання»

Приклади розв'язання задач з допомогою ППЗ GRAN-3D.

Задача 1

Обчислити площу поверхні та об'єм тіла ,що обмежене обертанням ламаної ABCD навколо осі Ох, якщо координати вершини ламаної A(0;1), B(0,5;1,7), C(1;1,5), D(1,5;0,1).

Створимо модель відповідної поверхні за допомогою послуги *Об'єкт\Створити \Поверхня обертання*, з'явиться діалогове вікно *Конструювання об'єкт*, в якому потрібно обрати *Тип залежності – Ламана* та *Обертання навколо осі - Ох* та ввести координати вершин ламаної (рис. 2.3.1).

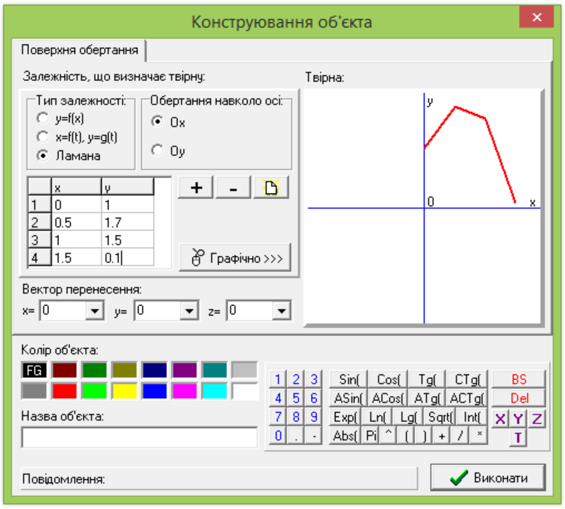


Рис. 2.3.1

Після натиснення кнопки *Виконати,* на екрані з'явиться дана поверхня.(рис. 2.3.2) В полі *Характеристки об'єкта* знаходимо розв'язки даної задачі: $V = 201 куб.од., S = 46,6 кв.од.$

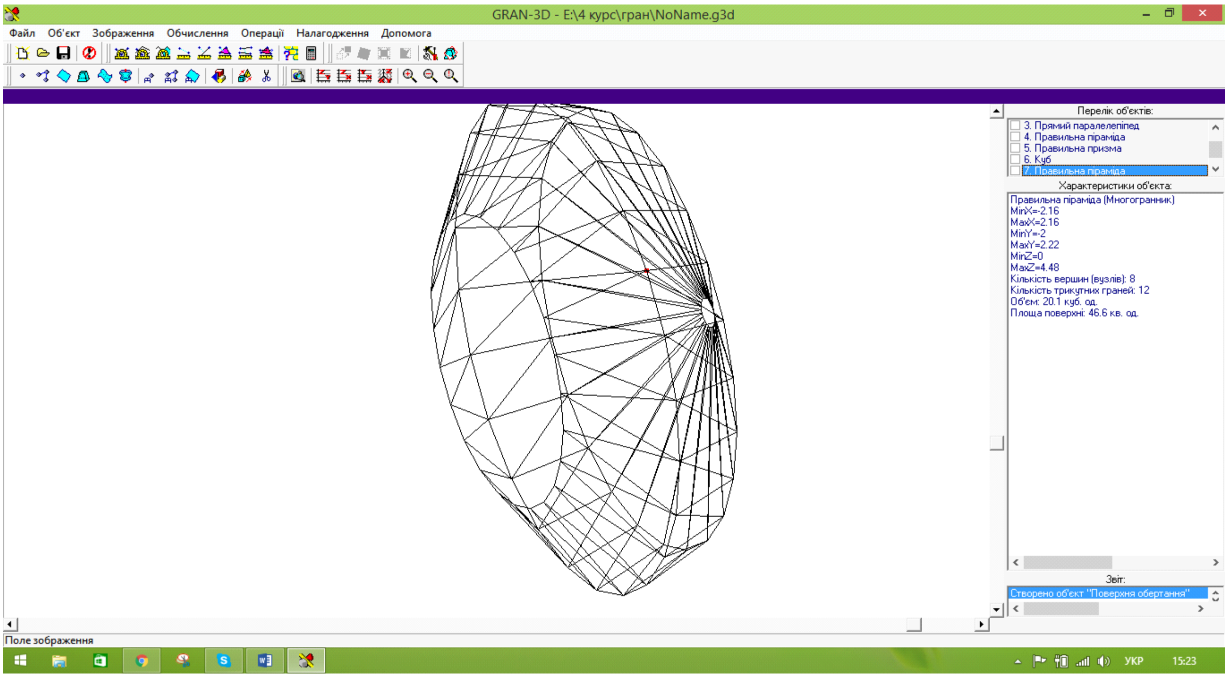


Рис. 2.3.2

Відповідь: $V = 201 куб.од., S = 46,6 кв.од.$

Задача 2

Обчислити об’єм та площу поверхні тіла , що обмежене поверхнею, утвореною обертанням навколо осі Оу замкненої ламаної, координати вершин якої A(2,2), B(4,2), C(4,4) та D(2,4).

Створимо модель відповідної поверхні за допомогою послуги *Об’єкт\Створити \Поверхня обертання*, з’явиться діалогове вікно *Конструювання об’єкт*, в якому потрібно обрати *Тип залежності – Ламана* та *Обертання навколо осі - Оу* та ввести координати вершин ламаної (рис. 2.3.3).

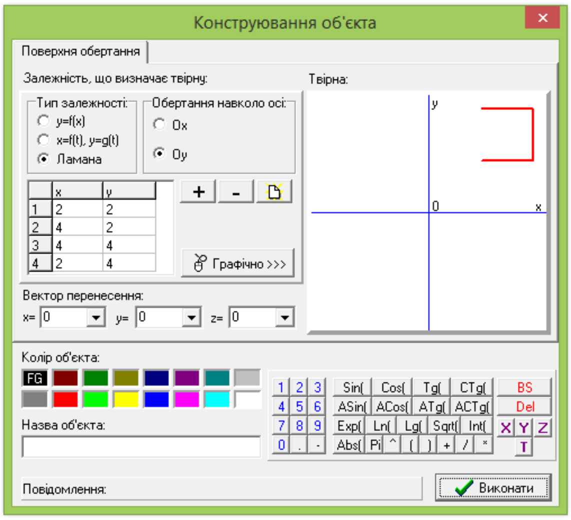


Рис. 2.3.3

Після натиснення кнопки *Виконати,* на екрані з'явиться дана поверхня.(рис. 2.3.4) В полі *Характеристки об'єкта* знаходимо розв'язки даної задачі: $V = 101 куб.од., S = 126 кв.од.$

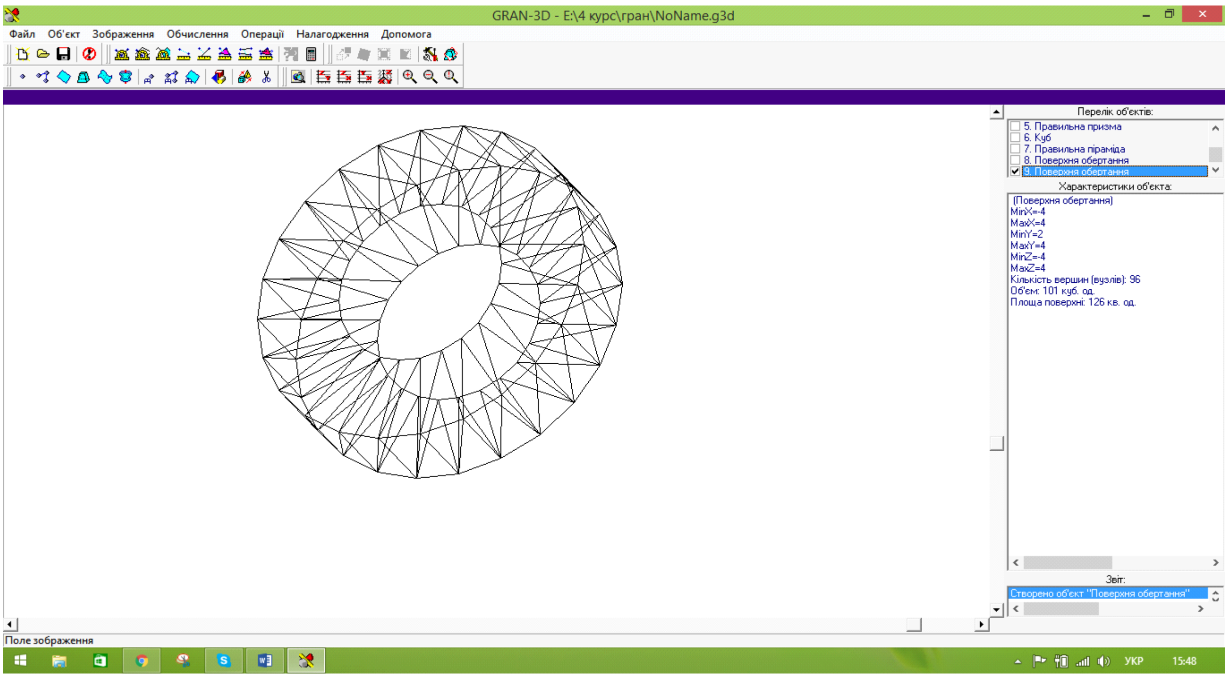


Рис. 2.3.4

Відповідь: $V = 101 куб.од., S = 126 кв.од.$

Задача 3

Обчислити об’єм та площу поверхні тіла, обмеженого поверхнею, утвореною обертанням кривої $y=\sin x$ навколо осі Ох, в межах від $x_1=0$ до $x_2= 3.14$.

Створимо модель відповідної поверхні за допомогою послуги *Об’єкт\Створити \Поверхня обертання*, з’явиться діалогове вікно *Конструювання об’єкт*, в якому потрібно обрати *Тип залежності – y = f(x)* та *Обертання навколо осі – Ох,* ввести координати вершин ламаної та вказати межі від $x_1=0$ до $x_2= 3.14$ (рис. 2.3.5).

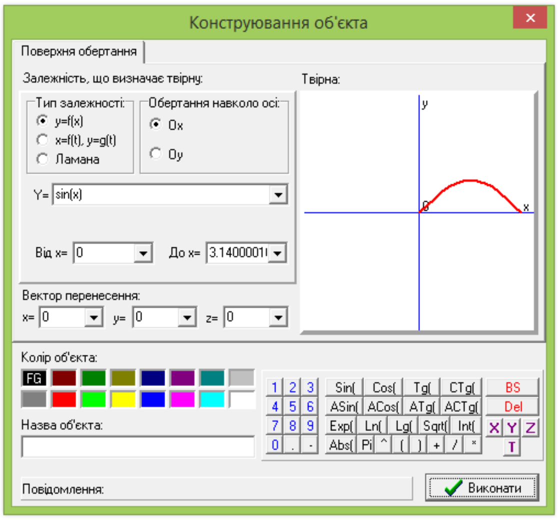


Рис. 2.3.5

Після натиснення кнопки *Виконати,* на екрані з’явиться дана поверхня.(рис. 2.3.6) В полі *Характеристки об’єкта* знаходимо розв’язки даної задачі: $V = 4{,}93 куб.од., S = 14{,}4 кв.од.$

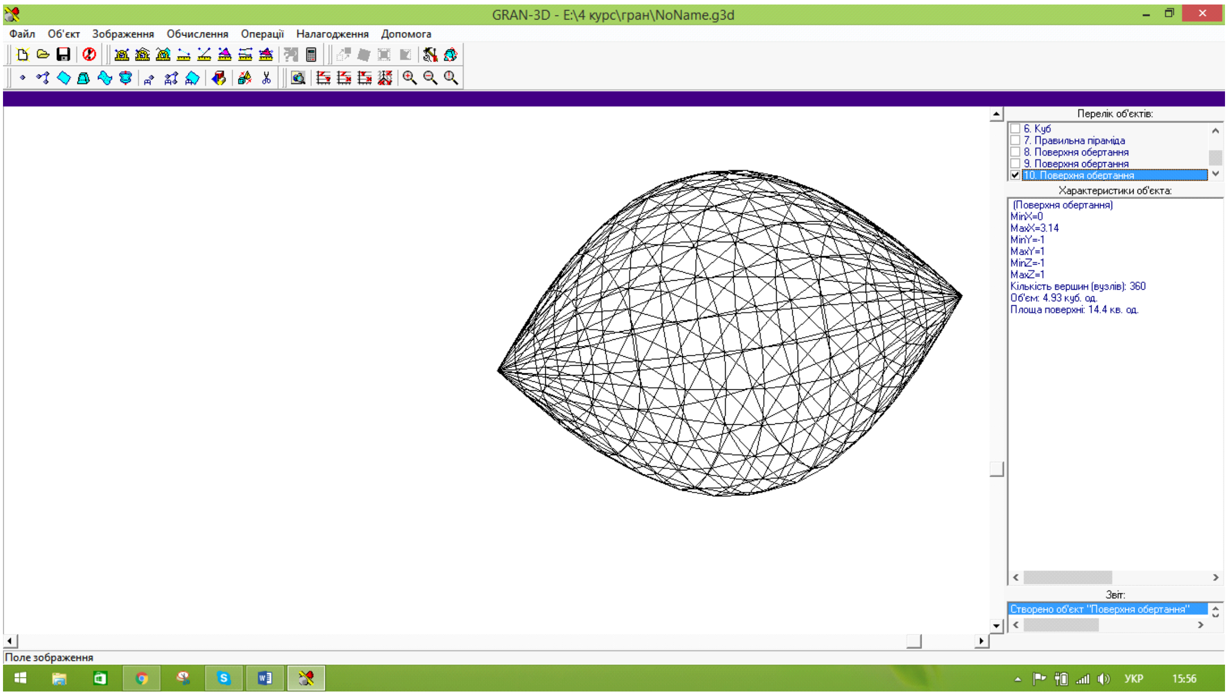


Рис. 2.3.6

Відповідь: $V = 4{,}93 куб.од., S = 14{,}4 кв.од.$

Задача 4

Радіус основи конуса дорівнює 3см, висота 4 см. Знайти довжину твірної, об’єм конуса та площу його поверхні.

Розв’язання:

Для початку побудуємо конус *Об’єкт\Створити базовий об’єкт\Конус*. Задамо радіус основи та висоту конуса. Одразу на екрані отримаємо обчислений об’єм та площу поверхні конуса – 37,7 $см^3$ та 47,1 $см^2$ відповідно.(рис. 2.3.7)

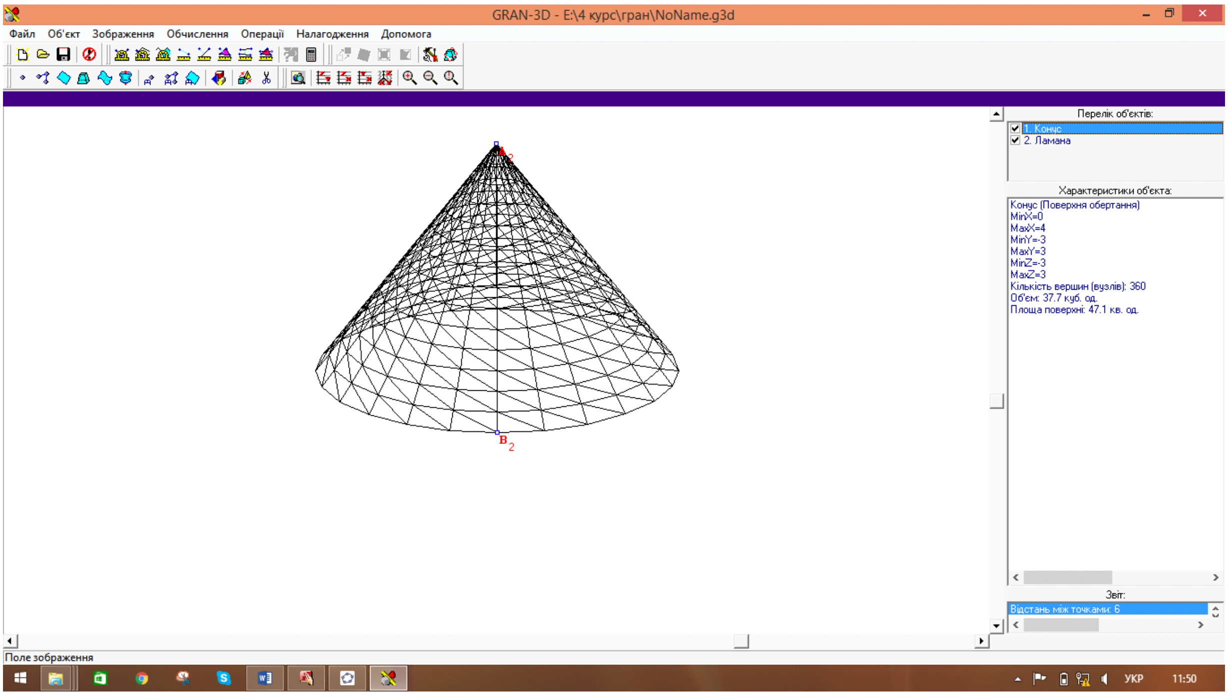


Рис 2.3.7

Для того щоб визначити довжину твірної скористаємось послугою *Ламана* та відмітимо на екрані вершину та точку на основі конуса - A_2B_2. За допомогою послуги *Відстань між двома точками* обчислимо довжину ламаної і в полі *Характеристика об'єктів* отримаємо відповідь – 5 см.(рис. 2.3.8)

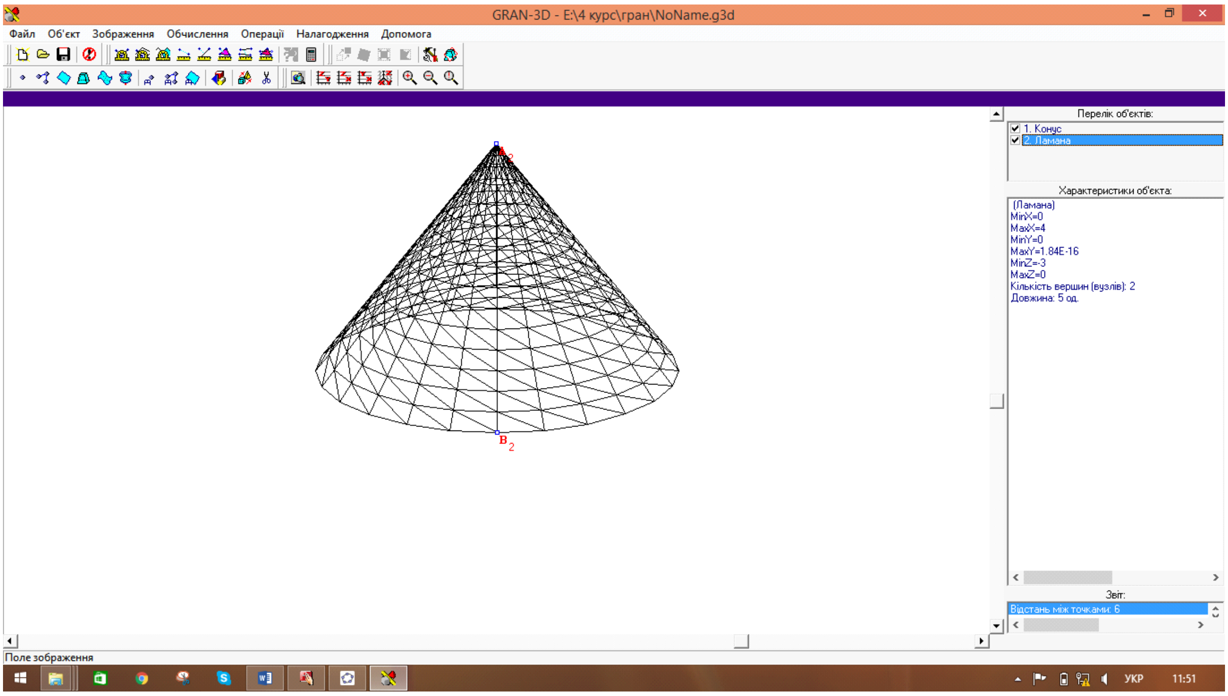


Рис. 2.3.8

Відповідь: 37,7 $см^3$, 47,1 $см^2$, 5 см.

Тепер розглянемо складнішу задачу розв'язану за допомогою GeoGeobra.

Задача 5

Три сфери радіусів r і R розміщені так, що кожна сфера дотикається до двох сфер радіуса r і до двох сфер радіуса R. Центри усіх сфер лежать в одній площині. Знайти відношення радіусів цих сфер r : R.

Розв'язання:

Задача вимагає від учнів розвиненої просторової уяви і бачення складної тривимірної конструкції, тому доцільним є застосування прийому «відхід на площину», який із залученням середовища GeoGebra 5.0 є результативним завдяки передбаченій розробниками одночасній демонстрації тривимірних об'єктів і їх плоского перерізу площиною.

Для створення сфер однакового, але змінного радіуса, проведемо пряму, на якій побудуємо відрізки CD і DE — вони будуть визначати змінні радіуси сфер r і R. Встановимо додаткове полотно *Вид/Полотно 3D*, на якому побудуємо по три сфери за довільними центрами у площині XOY і радіусами CD і DE. За допомогою інструмента *Крива перетину* зафіксуємо кола, які утворюються перетином побудованих сфер з площиною. На *Полотні 2D* з'являться кола проекцій. Очевидно, що зміна ракурсу 3D-зображення не дозволить побудувати задану умовою конфігурацію, тому будемо працювати на *Полотні 2D*. Будемо змінювати положення кожного кола до тих пір, поки вони не розташуються так, як вимагає умова: стає зрозумілим, що центри кіл мають знаходитися у вершинах правильних трикутників (рис. 2.3.9). Зауважимо, що рухати кола зручно за допомогою переміщення їхніх центрів, а радіус змінювати рухом точок C і E (краще точку D залишати на місці, щоб одночасно не змінювалися радіуси усіх кіл). Коли конфігурацію побудовано, обчислимо потрібне відношення. Для цього визначимо відстань між точками C і D та D і E або довжини сторін одержаних трикутників (GH і JK). Потім додамо полотно CAS (меню Вид/CAS), у якому обчислимо інструментом *Обчислити* (або

Десятковий дріб) потрібне відношення: у нашому випадку обчислено два для порівняння (відношення сторін трикутників і відношення довжин відрізків, що визначають радіуси сфер). Виявляється, що відношення радіусів таких сфер дорівнює 1,0 (рис. 2.3.9).

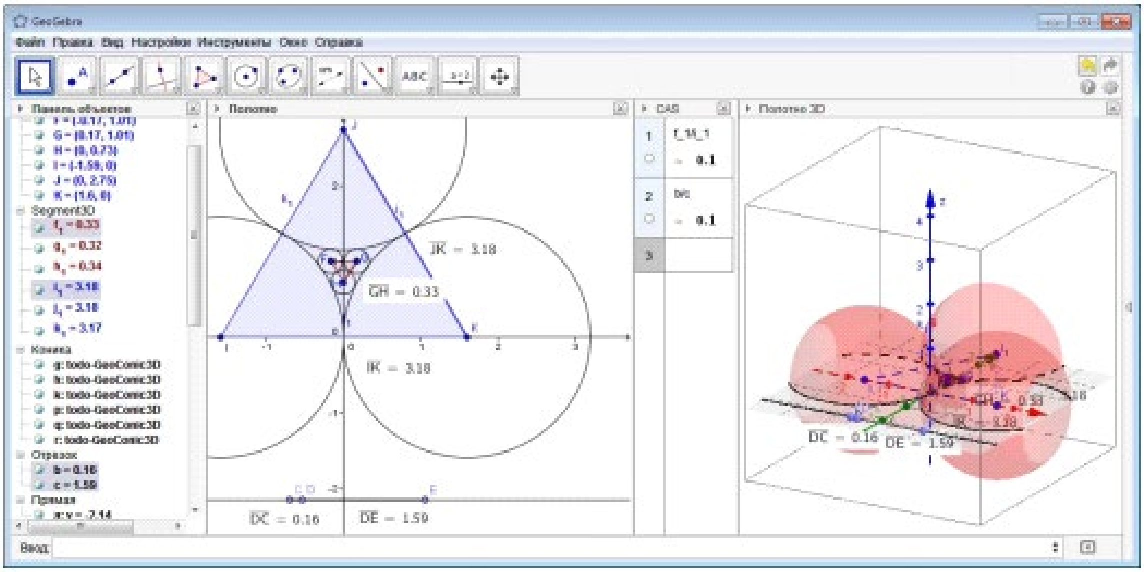


Рис2.3.9

2.4 Організація, проведення та результати експерименту

Предметом педагогічного експерименту було вивчення ефективності застосування НІТ при вивченні теми «Многогранники» з курсу стереометрії у 11 класі з поглибленим вивченням математики.

Педагогічний експеримент проводився в Рівненській загальноосвітня школа № 22 Рівненської міської ради. Для експерименту було обрано 11 клас з поглибленим вивченням математики. Для учнів експериментального класу було проведено ряд уроків з використанням НІТ (конспекти проведених уроків подано в Додатку А). Задуми та ідеї, які потрібно було відобразити під час уроків, попередньо були обговорені з вчителями математики та методистами.

Мета експерименту:

- за допомогою НІТ розвинути пізнавальну активність учнів;
- забезпечити свідоме оволодіння системою знань, умінь та навичок;
- розвивати просторове мислення та уяву, геометричну та інформаційну культури;
- підвищення мотивації здобуття нових знань;
- переконатися, що у процесі розв’язування вправ учні проявляють самостійність, елементи творчого мислення, здійснюють самоконтроль, самовираження та самовиховання.

У ході першого етапу експерименту були поставлені та досягнуті наступні завдання: проаналізовано та узагальнено стан досліджуваної проблеми в теорії та практиці навчання, розроблена методика проведення уроків з теми «Многогранники» з використанням НІТ. Для досягнення поставлених завдань було проведено опитування серед учнів (анкету подано в Додатку В). Результати анкетування показали, що: уроки з використанням НІТ проводяться не часто; навчальний матеріал на уроках з використанням НІТ сприймається та засвоюється краще; учні виявляють бажання відвідувати такі уроки.

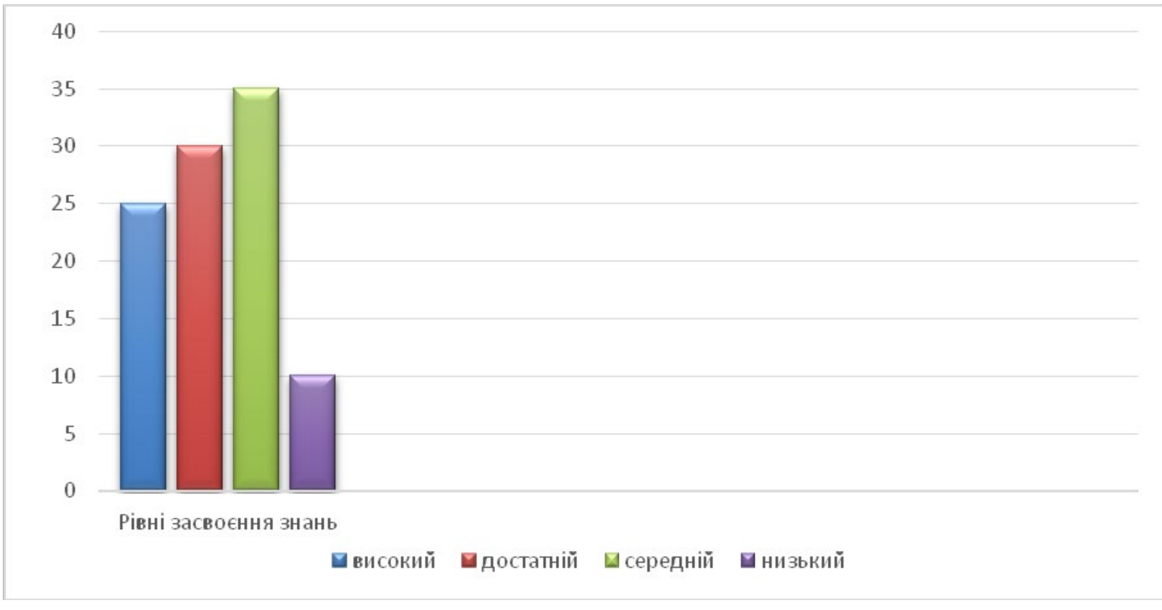
На другому етапі дослідження було здійснено експериментальне впровадження цієї методики під час вивчення курсу стереометрії та перевірка її ефективності. Після експериментального вивчення теми «Многогранники» було проведено контрольну роботу з заданої теми (контрольну роботу подано в Додатку Б) та контрольне опитування серед учнів (анкету для опитування подано в Додатку В).

Результати контрольної роботи подані в таблиці:

Табл. 2.4.1

Класи	Рівень засвоєння знань			
	високий	достатній	середній	Низький
Експериментальний 11 клас	25%	30%	35%	10%

Для кращої наочності побудуємо гістограму:



Порівнявши результати опитування учнів до та після проведення уроків можна зробити висновки, що відношення учнів до вивчення стереометрії змінилося: учням більш зрозумілий новий начальний матеріал, вони покращили рівень знань завдяки наочному поданню матеріалу.

Під час проведення уроків учні проявляли інтерес до матеріалу та творчі здібності, намагалися самостійно розв’язувати та складати задачі, опрацьовували додаткову літературу та зверталися з додатковими питаннями. Деякі учні навчилися самостійно досягти успіхів у навчанні при наполегливій праці над собою та творчому підході до матеріалу.

Наведені статичні дані переконливо доводять ефективність використання комп’ютера при проведенні уроків з курсу стереометрії, що сприяє розвитку пізнавальної активності учнів. Це забезпечило не лише поліпшення засвоєння знань на високому та достатньому рівнях, а й сприяло формуванню навичок розв’язання більш складних завдань, творчої діяльності учнів та вмінь працювати з додатковими засобами.

Рівень зацікавлення математикою учнів, які приймали участь в експерименті при проведенні уроків значно підвищився. Учням легше сприймати новий навчальний матеріал з допомогою комп’ютерних технологій. Також вони надають перевагу такій методиці проведення уроків. Цей висновок зроблено на основі опитування.

На основі результатів експерименту з впевненістю можна сказати, що уроки не пройшли дарма, учні одержали глибокі знання по даній темі.

Здійснена експериментальна перевірка запропонованого змісту і методики проведення уроків, спостереження за діяльністю учнів, бесіди з вчителями та учнями дозволили зробити висновок про правильність обрання форм і методів, використаних під час проведення уроків.

ВИСНОВКИ

Основне завдання сучасної освіти полягає вже не стільки в тому, щоб дати учням глибокі знання, а у тому, щоб навчити їх творчо мислити, самостійно застосовувати отримані знання та навички до розв'язування тих чи інших завдань. Саме тому для навчання слід застосовувати такі прийоми та методи, використання яких сприяло б тому, щоб учні прагнули опановувати нові знання, отримувати навички самостійної роботи та творчого мислення.

Можливості сучасних інформаційних технологій допомагають докорінно змінити освітній процес, у якому учень від «споживача знань» переходить до ролі активного дослідника-«відкривача знань».

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчально-виховному процесі сприяє підвищенню його ефективності, всебічному і гармонійному розвитку особистості учнів, розкриттю їх талантів, суттєво впливає на зміст, форми, методи і засоби навчання. Вдало підібрані комп'ютерні програми забезпечують розвиток творчих здібностей, стимулюють пізнавальну активність, емоційну сферу та інтелектуальні почуття школярів. При цьому підвищується працездатність учнів, зацікавленість їх різними видами діяльності, поліпшується просторова уява, пам'ять, логічне мислення, розширюється їх світогляд. Тому комп'ютер має великі можливості вдосконалення навчально-виховного процесу.

У сучасному світі потреба у комп'ютерних технологіях постійно зростає – вони необхідні і вдома, і на робочому місці. Школа не може собі дозволити залишатися осторонь, тому є потреба і вчителям, і учням добре володіти комп'ютером. Не секрет, що учні дуже багато часу проводять за комп'ютером, віддаючи його іграм або „мандрівкам" мережею Інтернету. Тому вчителям потрібно спрямувати цей інтерес до комп'ютера в напрямку навчання.

Моделювання – важливий метод наукового пізнання і сильний засіб активізації учнів у навчанні. Використання моделювання в навчанні має два аспекти. По-перше, моделювання служить тим змістом, який має бути засвоєно учнями в результаті навчання, тими методами пізнання, якими вони повинні оволодіти, і, по-друге, моделювання є навчальною дією і засобом, без якого неможливе повноцінне навчання. Метод моделювання використовується в будь-якій науці, володіє величезною евристичної силою: дозволяє звести вивчення складного до простого, невидимого – до видимого, тобто зробити будь-який складний об'єкт доступним для ретельного всебічного вивчення.

Уявлення школярів про математичне моделювання дуже обмежені, хоча математичне моделювання відіграє важливу роль у розвитку діалектико-матеріалістичного світогляду і є потужним методом наукового пізнання. Включення в шкільний курс математики вже на ранніх етапах навчання понять «модель» і «моделювання», формування найпростіших вмінь математичного моделювання відіграє важливу роль у розвитку особистості в цілому. Навчання моделювання учнів призводить до підвищення ефективності навчання.

Перший розділ даної роботи присвячений теоретичним основам досліджень. Проведено аналіз методу математичного моделювання, розглянуто психологічні аспекти застосування НІТ при вивченні курсу стереометрії та вплив комп’ютерно-предметного середовища на формування просторової уяви учнів. Проаналізовано зміст та вимоги програми курсу стереометрії, розглянуто доцільність використання НІТ на уроках геометрії.

Підсумовуючи вище сказане, можна стверджувати, що ефективність застосування НІТ на уроках стереометрії обумовлена наступними факторами:

- різноманітність форм представлення інформації;
- високий ступінь наочності;

- можливість моделювання за допомогою комп'ютера різноманітних об'єктів і процесів;
- звільнення від рутинної роботи, що відвертає увагу від засвоєння основного змісту;
- можливість організації колективної та індивідуальної дослідницької роботи;
- можливість диференціювати роботу учнів у залежності від рівня підготовки, пізнавальних інтересів та ін., використовуючи сучасні інформаційні технології;
- можливість організувати комп'ютерний оперативний контроль і допомогу з боку вчителя;
- можливості комп'ютера дозволяють учню активно приймати участь у процесі пізнання.

У другому розділі розглядається методика застосування НІТ при вивченні різних тем з курсу стереометрії в школі. Зокрема, на практиці показано методику використання таких програм, як GRAN-3D та GeoGebra на уроках геометрії. Також було проведено експеримент, який показав, що пізнавальна активність учнів і рівень навчальних досягнень підвищується при використанні НІТ на уроках стереометрії.

Отже, використання інформаційно-комунікаційних технологій на навчальних заняттях з геометрії сприяють активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, швидкому та ефективному засвоєнню ними навчального матеріалу, формуванню ключових компетенцій.

Список літератури

1. Андрєєв А.А. Комп'ютерні та телекомунікаційні технології в сфері освіти / А.А. Андрєєв / / Шкільні технології. – 2007. – № 3. – С. 151–170.
2. Архипова Т.Л. Вплив нових інформаційних технологій на активізацію навчально-пізнавальної діяльності підлітків / Т.Л. Архипова // К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 1999. – С. 160–167
3. Бевз Г.П. Геометрія. Підручник для 10 класів загальноосвітніх навчальних закладів / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова // К.: ГЕНЕЗА, 2010. – 230 с.
4. Бевз Г.П. Геометрія. Підручник для 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова // К.: ГЕНЕЗА, 2011. – 335 с.
5. Беспалов П.В. Комп'ютерна компетентність у контексті особистісно орієнтованого навчання / П. В. Беспалов / / Педагогіка. – 2003. – № 4 – С.41–45
6. Великодний С.С. Моделювання систем / С.С. Великодний // Одеса, Одеський державний екологічний університет, 2015. – 186 с.
7. Выготский Л.С. Психология развития человека / Л.С. Выготский // М.: Изд-во Смысл; Эксмо, 2005. — 1136 с
8. Власова І.О. Стимулювання інтересу учнів до навчальної діяльності / І. О. Власова, В. Д. Лобашов, В. Ф. Тропін // Стандарти і моніторинг в освіті. –2006. – № 3. – С. 47–51
9. Возняк Г. М. Прикладні завдання в мотивації навчання / Г. М. Возняк / / Математика в школі. – 1990 – № 2. – С. 9–11
10. Гевал М. Д. Загальні принципи використання комп’ютера на уроках різних типів // Комп’ютер у школі та сім’ї. – 2000. – №3. – С. 34–37.
11. Гулівата, І. О. Методика навчання учнів старшої школи побудови стереометричних фігур з використанням інформаційно-комунікаційних

технологій: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / І. О. Гулівата// Херсон. держ. ун-т. – Херсон, 2012. – 20 с.

12. Жаболенко М.В. Инновации в области использования информационно-коммуникационных технологий в учебном процессе/ М. В. Жаболенко, Н. О. Жданова // Стратегія інноваційного розвитку системи вищої освіти в Україні: матеріали міжнародної науково-практичної конференції/ гол. ред. С. В. Смерічевська. – Донецьк: Кальміус, 2007 р.
13. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів / М.І. Жалдак, А.В. Вітюк // Київ: РУНЦ «Диніт», 2004. – 170 с.
14. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках математики: Посібник для вчителів / М.І. Жалдак // Київ: Техніка, 1997. – 303 с.
15. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М.І. Жалдак // К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2003. – С. 3–16
16. Золочівська М.В., Рикова Л.Л. Роль і місце комп'ютера в навчально - виховному процесі. - Київ, 2002. – С. 27 – 30
17. Ільчук І.Р. Застосування методів математичного моделювання засобами НІТ при вивченні курсу стереометрії в профільних класах / І.Р. Ільчук // Наука, освіта, суспільство очима молодих: Матеріали Х міжнародної науково-практичної конференції студентів та молодих науковців. – Рівне: РВВ РДГУ. – 2017. – С. 61 – 63
18. Ільясова Р.А. Шляхи формування методичної майстерності майбутнього вчителя математики у використанні інформаційно-комунікаційних технологій / Р.А. Ільясова / / Інформатика та освіта. – 2009. – № 3. – С. 100–102.
19. Лобода В.В. Підвищення якості навчального процесу засобами ІКТ [Електронний ресурс] / В.В. Лобода. // Інформ. технології і засоби навчання : [електрон. журн.]. – 2012. – № 4 http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/viewFile/671/518
20. Малафіїк І.В. Дидактика / І.В. Малафіїк // К.: Кондор, – 2005. – 397 с.

21. Мальчевська О. Використання засобів ІКТ для стимулювання навчально-пізнавальної діяльності учнів під час вивчення геометрії в 11-му класі / О. Мальчевська // Рідна шк. – 2010. – № 9. – С. 72 – 75.
22. Мараховський Л. Індивідуальні технології як психолого-педагогічна проблема // Шкільний світ. – 2001. - №23. – С. 4.
23. Марченко О.М. Систематизація знань старшокласників у процесі навчання математики з комп'ютерною підтримкою: дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / О. М. Марченко // Рівненський держ. гуманітарний ун-т. – Рівне, 2007. – 253 с.
24. Паламар Л.В. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій на уроках математики / Л.В. Паламар // Стрий, 2013. – 83 с.
25. Пидкассистый П.И., Тищенко О.Б. Компьютерные технологии в системе дистанционного обучения / П.И. Пидкассистый, О.Б. Тищенко // Педагогика. – 2000. – № 5.
26. Погорєлов О.В. Геометрія: Підруч. для 7–11 кл. серед. шк. / О.В. Погорєлов // К.: Рад. шк., 1991. – 325 с.
27. Прус А.В. Прикладна спрямованість стереометрії: 10 – 11 кл. / А.В. Прус, В.О. Швець // К.: Шкільний світ, 2007. – 128 с.
28. Прус А.В. Формування методичних компетентностей вчителя на заняттях із методики навчання математики / А.В. Прус // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: зб. наук. пр / Вінницький держ. пед. ун-т ім. М. Коцюбинського. – Київ-Вінниця: – 2012. – Вип. 33. – С. 456 – 465.
29. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: дис... д-ра пед. наук: 13.00.02 / С. А. Раков//; Харківський національний педагогічний ун-т ім. Г.С.Сковороди. Х., 2005. – 516 с.

30. Раков С. А.Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : Моногр. / С. А. Раков// Х. : Факт, 2005. – 360 с.
31. Ривкінд Ф. М. Основи комп’ютерної грамотності: Посібник для учнів молодших класів/ Ф. М. Ривкінд// К.: Гроно, 1998. – С. 16 – 22
32. Саранцев Г.І. Методична система навчання предмета як об’єкт дослідження / Г.І. Саранцев // К.: Педагогіка, 2005. – С. 14 – 19
33. Терешин Н. А. Прикладная направительность школьного курса математики / Н. А. Терешин // М.: Просвещение, 1990. – С. 65 – 67
34. Ткачук В. Комп’ютеризація шкільної освіти: переваги та сфери ризику/ В. Ткачук // Вища освіта України, 2004. - №4. – С.77 – 81.
35. Ушаков В. М. Педагогика / В. М. Ушаков // Минск, 2010. – 92 с.
36. Фіцула М. М. Педагогіка / М. М. Фіцула// К.: Академія, 2002. – 515 с.
37. Фридман Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л.М. Фридман // М.: Педагогика, 1977. — 208с.
38. Швець В.О. Еволюція математичного моделювання як методу пізнання і навчання / В.О. Швець, М.О. Філімонова // Математика в школі. – 2010. – № 4. – С. 22 – 25.
39. Швець В.О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики / В.О. Швець // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 32. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009. – С. 16 – 24.
40. Штофф В. А Моделирование и философия / В. А. Штофф //М.: Наука, 1966 – 304 с.
41. Юрченко О. С. Методи мотивації та стимулювання діяльності учнів / О. С. Юрченко / / Математика. – 2005. – С. 9–14.

Додатки

Додаток А

Тема: Розв'язування задач.

Мета. Узагальнити і систематизувати вивчений матеріал по темі: "Многогранники", удосконалити вміння і навички у застосуванні цих знань при розв'язуванні задач. Розвивати логічне мислення, формувати вміння вирішувати проблемні ситуації. Виховувати ерудованість, наполегливість.

Обладнання. ППЗ GRAN-3D

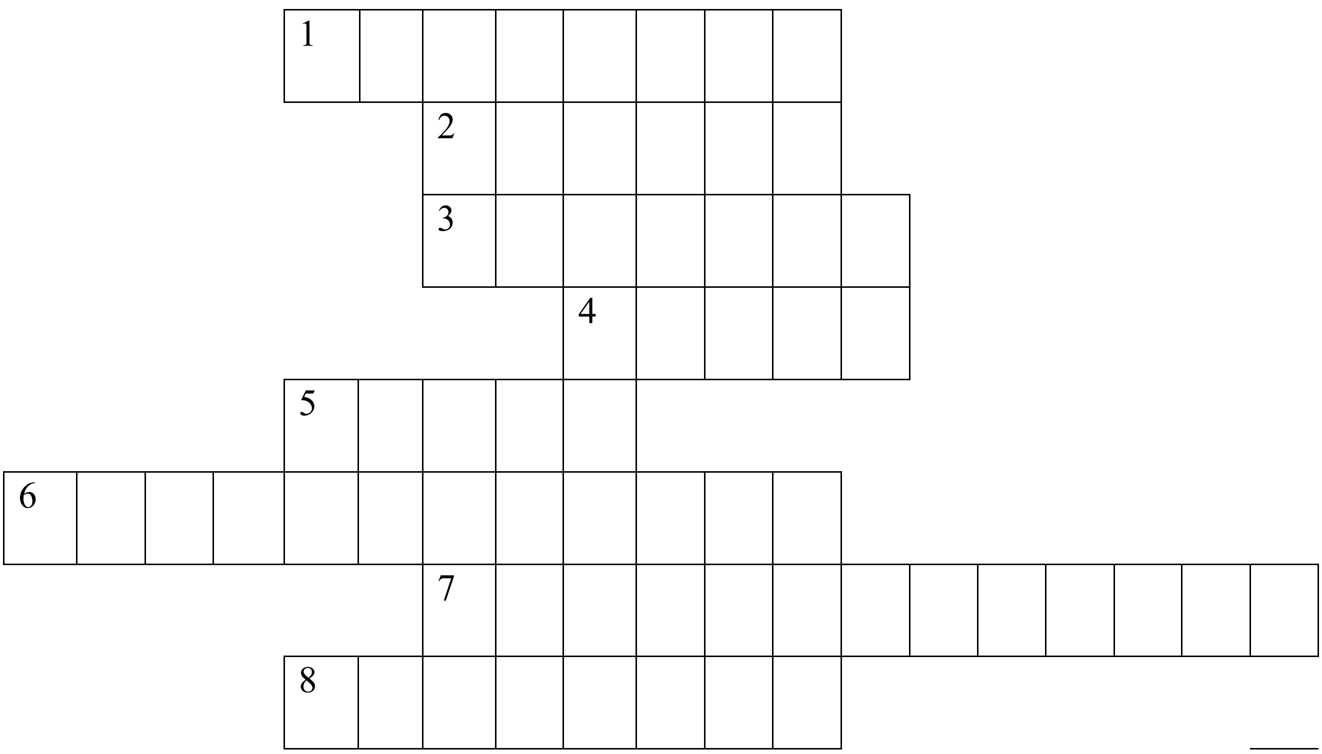
Тип уроку. Урок узагальнення та систематизації знань.

Хід уроку

I. Організаційний момент.

II. Актуалізація опорних знань учнів.

Кросворд



			9								
10											
						11					
								12			

1. Многогранник, який складається з плоского многокутника, точки, яка не лежить у площині основи і всіх відрізків, що сполучають вершину з точками основи.(піраміда)
2. Два плоскі многокутники, з яких складається призма. (основа)
3. Висота бічної грані правильної піраміди, проведена з її вершини.(апофема)
4. Півплощини, які утворюють двогранний кут. (грань)
5. Сторона граней многокутника. (ребро)
6. Основа паралелепіпеда. (паралелограм)
7. Призма, основою якої є паралелограм. (паралелепіпед)
8. Правильна трикутна піраміда. (тетраедр)
9. Відрізок, який сполучає дві вершини призми, що не належать одній грані. (діагональ)
10. Основа прямокутного паралелепіпеда. (прямокутник)
11. Многогранник, який складається з двох плоских многокутників, що лежать у різних площинах і суміщаються різних площинах і суміщають паралельним перенесенням, та всіх відрізків, що сполучають відповідні цих многокутників. (Призма)
12. Правильний многогранник, в якого всі грані квадрати. (Куб)

III. Узагальнення та систематизація знань.

Фронтальне опитування

1. Що називається призмою?
2. Що таке основи призми?
3. Що таке висота призми?

4. Що таке діагональ призми?
5. З чого складається бічна поверхня призми?
6. З чого складається повна поверхня призми?
7. Яка призма називається прямою?
8. Яка призма називається правильною?
9. Чому дорівнює бічна поверхня призми?
10. Дати означення паралелепіпеда.
11. Чим є грані паралелепіпеда?
12. Сформулювати властивість граней парелепіпеда.
13. Сформулювати властивість діагоналей паралелепіпеда.
14. Який паралелепіпед називається прямокутним?
15. Що таке куб?
16. Що таке лінійні розміри прямокутного паралелепіпеда?
17. Сформулювати властивість діагоналей прямокутного паралелепіпеда.
18. Чому дорівнює бічна поверхня правильної піраміди?

IV. Розв'язування задач.

Усно.

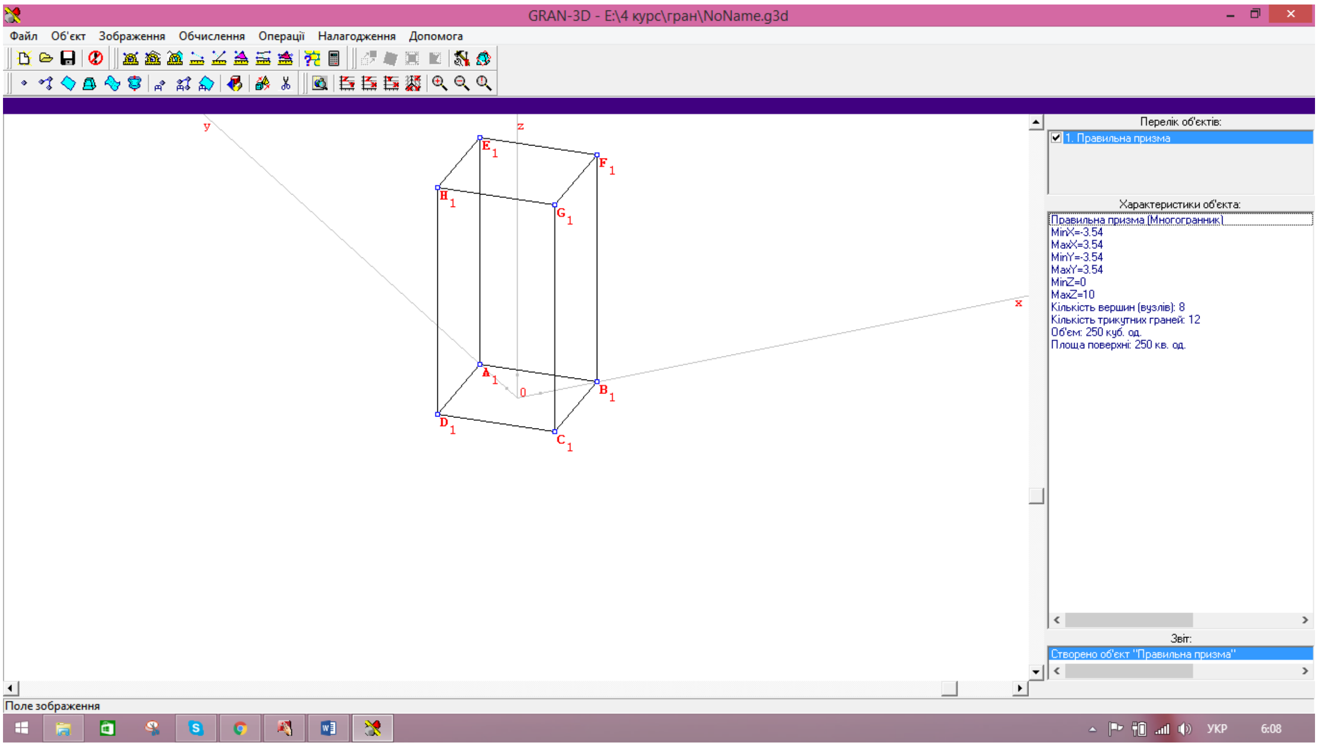
1. Площа основи правильної чотирикутної призми 25 см^2, а її бічне ребро 10 см. Знайти площину бічної поверхні:

а) 250 см^2;

б) 50 см^2;

в) 200 см^2;

г) 1000 см^2.



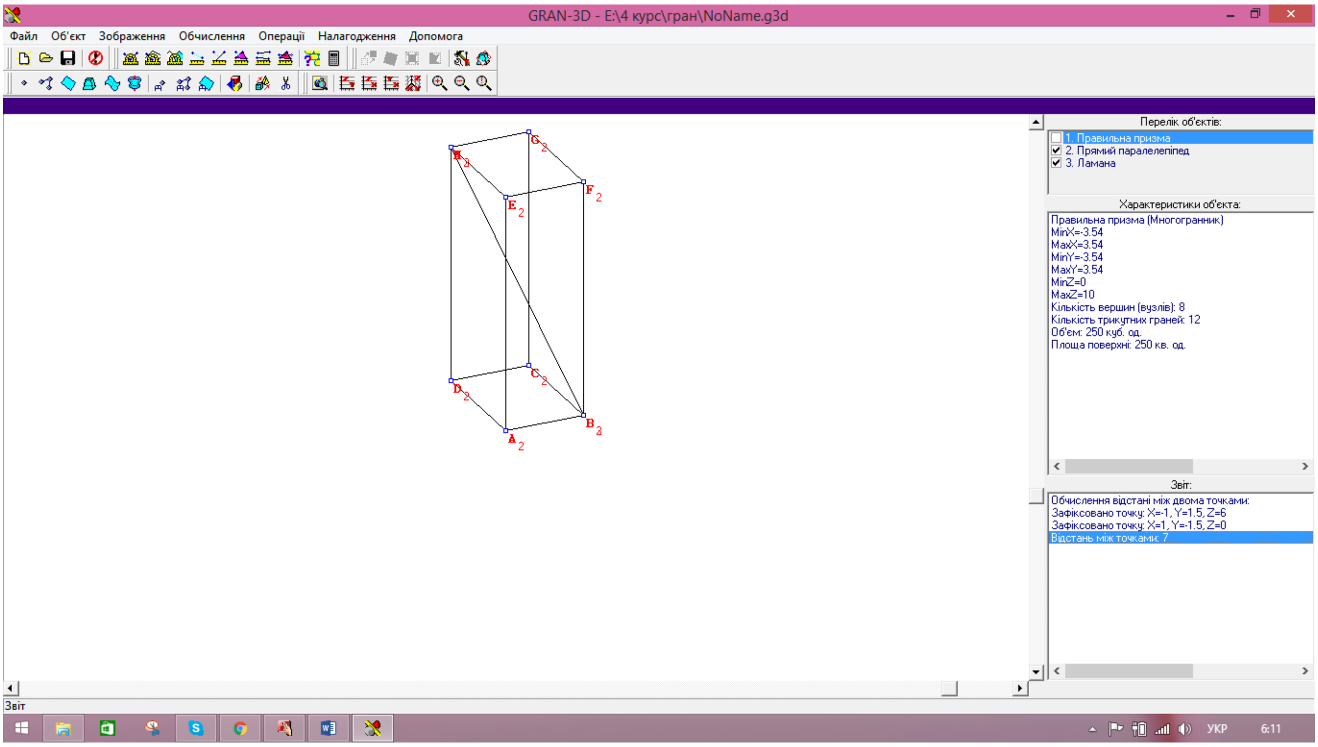
2. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см і 3 см, бічне ребро – 6см. Знайти діагональ паралелепіпеда:

а) 11см;

б) 7 см;

в) 5,5 см;

г) 3,5 см.



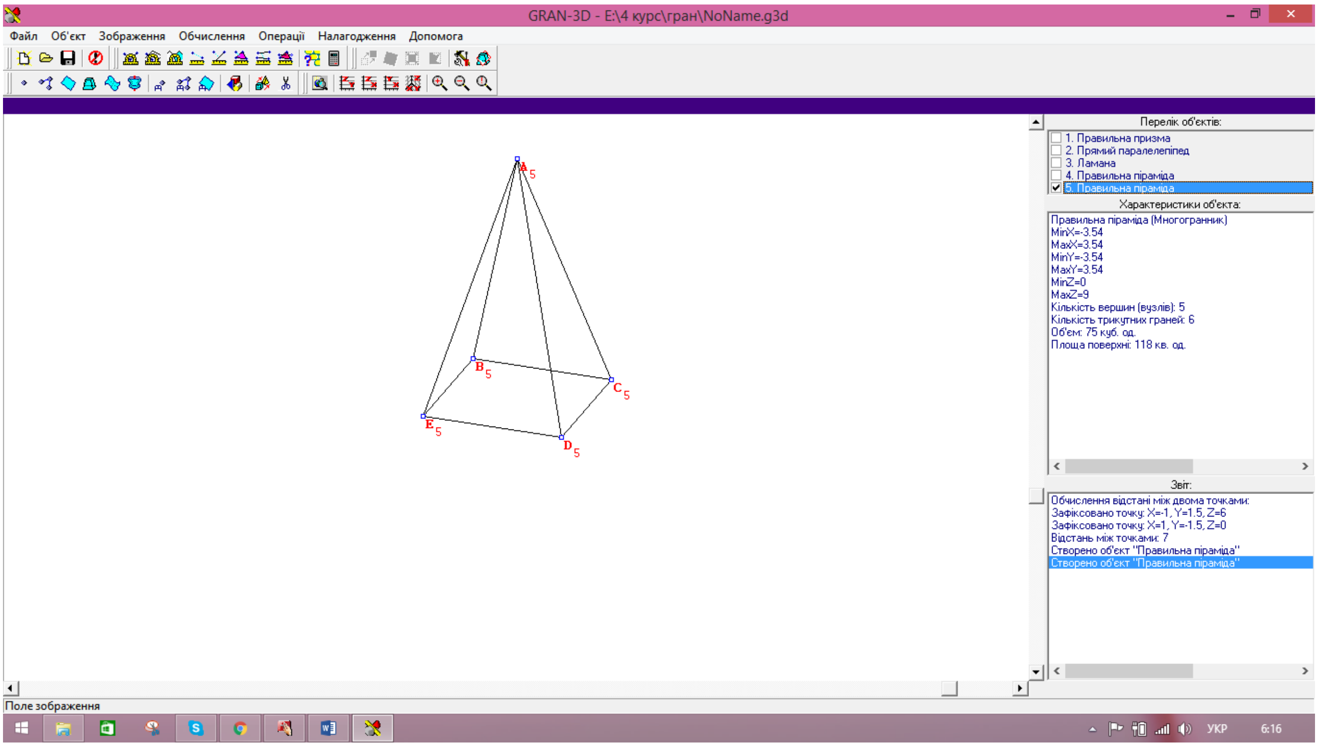
3. Знайти площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 5 см, висота – 9 см:

а) 160 см^2;

б) 40 см^2;

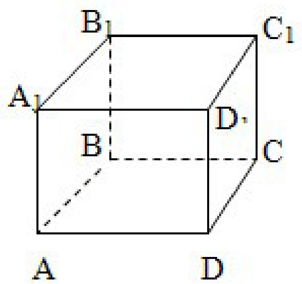
в) 80 см^2;

г) 200 см^2.



Письмово.

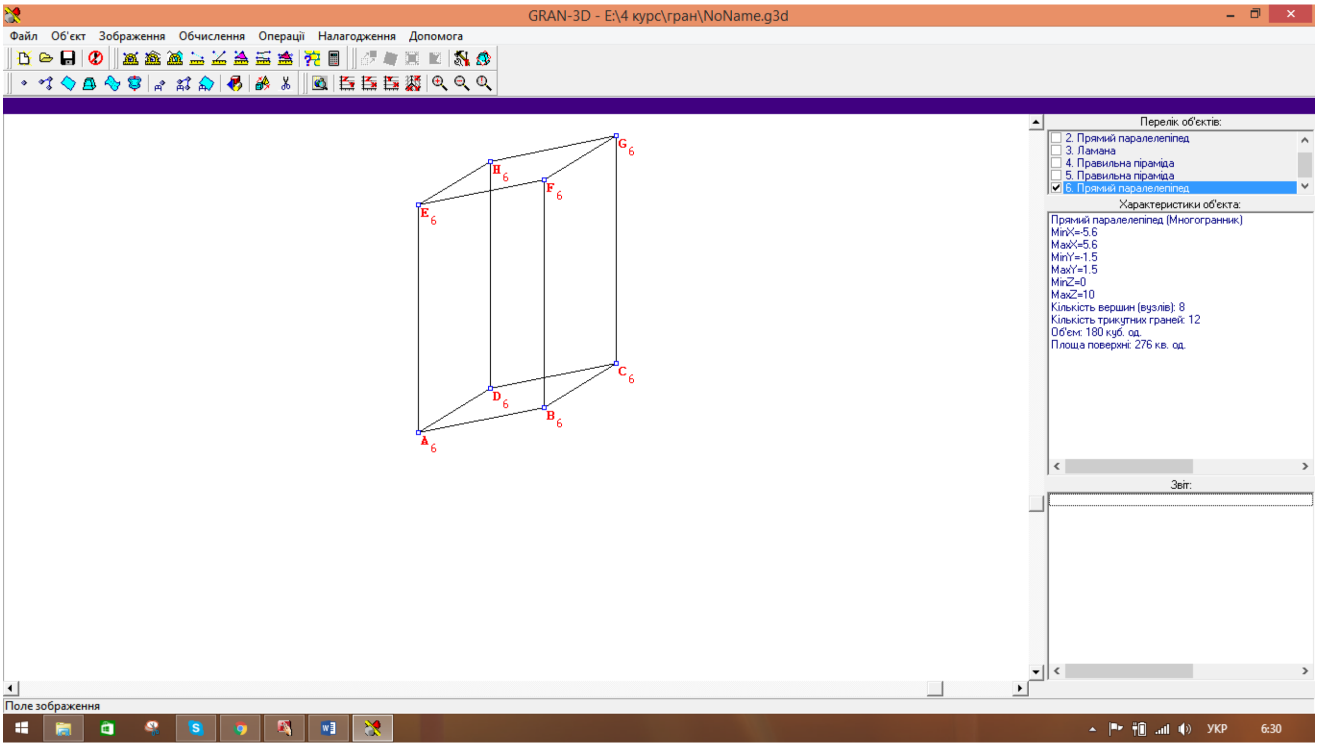
1. Основа прямої призми – ромб із стороною 6 см і прилеглим кутом - 30°. Висота призми 10 см. Знайти повну поверхню призми.



Розв’язання. Нехай дано пряму призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основі якої міститься ромб із стороною 6 см і кутом BAD 30°. Знайдемо площу основи призми за формулою: $S = a^2 \sin\alpha$; $SO = 62 \cdot \sin 30 = 18(см^2)$. Знайдемо бічну поверхню призми за формулою: $S = P \cdot H$, $P = 6 \cdot 4 = 24$ (см). $S = 24 \cdot 10 = 240(см^2)$. Знайдемо повну поверхню призми за формулою: $S_{повн} = S_{бічн} + 2SO = 240 + 2 \cdot 18 = 276(см^2)$.

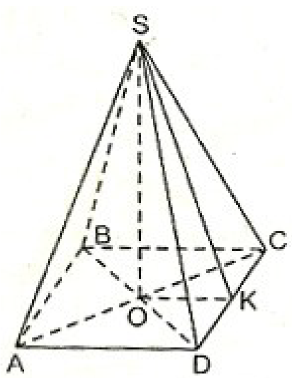
Розв’яжемо тепер задачу за допомогою ППЗ GRAN-3D.

Побудуємо призму *Об’єкт\Створити базовий об’єкт\Прямий паралелепіпед* та введемо дані з умови задачі. Одразу на екрані, в полі *Характеристика об’єкта* в рядку площа поверхні отримаємо відповідь $276(см^2)$.



Відповідь: $276(см^2)$.

2. Дах будинку має форму правильної чотирикутної піраміди, сторона основи якої 10 м, а бічне ребро 13 м. Дах потрібно покрити бляхою, розмір аркуша якої 1х1,5 м, а ціна – 120 грн. за аркуш. Скільки квадратних метрів покрівельного матеріалу потрібно і яка буде вартість покупки, якщо на з’єднання відпаде 5%?



Розв’язання. Нехай дано правильну чотирикутну піраміду SABCD, у якої AD = DC = CB = AB = 10 м, а бічне ребро SD = 13 м. Для відповіді на запитання задачі, необхідно знайти площу бічної поверхні піраміди. Знайдемо апофему правильної піраміди з трикутника SKD. За властивостями рівнобедреного трикутника DK = 1/2DC = 5 м; кут SKD = 90˚. Отже, з теореми Піфагора будемо мати: $SK^2 = SD^2 - DK^2$;

$$SK = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(см)$$

Знайдемо периметр основи: P = 4 · 10 = 40 (см).

Обчислимо бічну поверхню за формулою:

$$S_б = \frac{P \cdot l}{2};\ S_б = \frac{40 \cdot 12}{2} = 240(м^2).$$

З умови відомо, що один аркуш бляхи має площу 1·1,5 = $1{,}5\left(м^2\right)$.

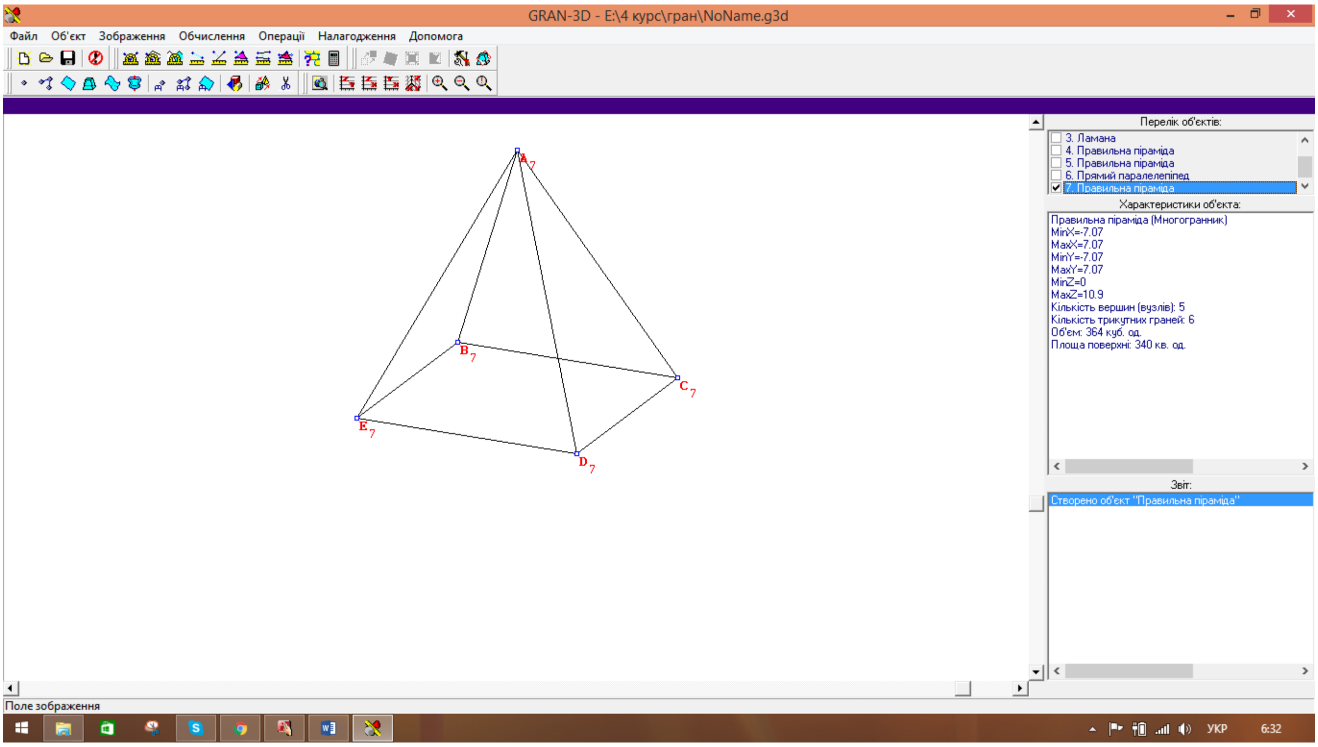
Визначимо, скільки потрібно бляхи: 240 : 1.5 = 160 (аркушів).

Додамо бляху, яка піде на шви: 160 · 0,05 = 8 (аркушів). 160 + 8 = 168 (аркушів).

Знайдемо вартість покупки: 168 · 120 = 20160 (грн).

Розв’яжемо тепер задачу за допомогою ППЗ GRAN-3D.

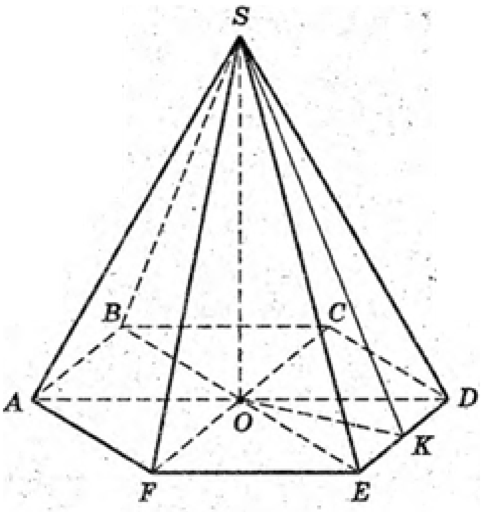
Побудуємо правильну чотирикутну призму *Об’єкт\Створити базовий об’єкт\Правильна піраміда* та введемо її параметри з умови задачі. Для знаходження площі бічної поверхні звернемось до послуги *Обчислення\Многогранник\Площі та периметри граней* та позначимо всі грані окрім основи, знизу вікна отримаємо суму площ бічних граней – $240\left(м^2\right)$. Далі проводимо обрахунки, як в попередньому розв’язку.



Відповідь: 20160 грн.

3. Дано: ABCDEFS – правильна шестикутна піраміда; AB=16 см.; AS=17 см.;

Знайти: $S_{повн.}$-?



Розв’язання.

$S_{повн} = S_{бічн} + S_{осн}$.;

Знаходимо $S_{бічн}$.:

$S_{бічн} = 6S_{ASB}$.

Отже, знаходимо S∆ASB за формулою Герона. AB=16 см. , AS=SB=17 см. $p = \dfrac{P}{2}$; $p = \dfrac{16+17+17}{2} = 25(см)$.

$S_{ASB} = \sqrt{p(p-AB)(p-AS)(p-SB)}$

$S_{ASB} = \sqrt{25(25-16)(25-17)(25-17)} = 120(см^2)$

Тому $S_{бічн} = 120 \cdot 6 = 720(см^2)$

Знаходимо $S_{осн}$:

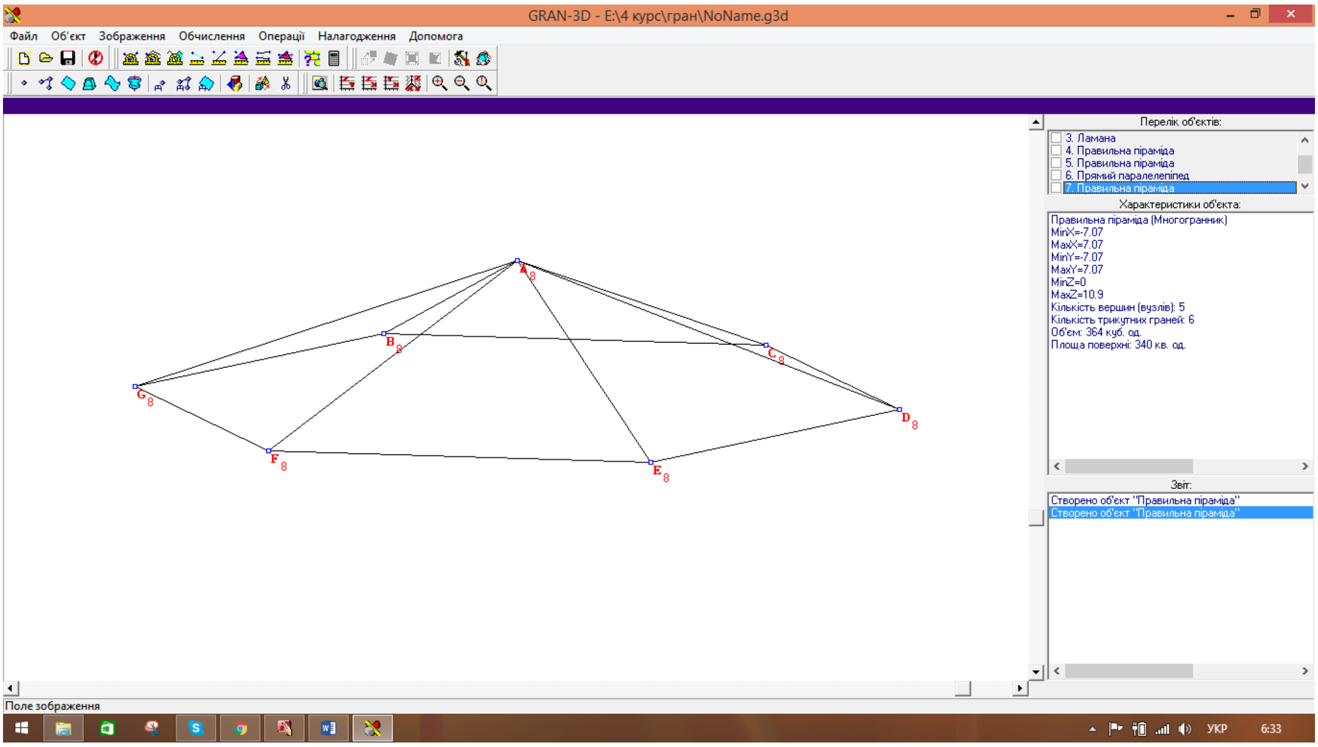
$S_{осн} = 6S_{COB}$, де OM – висота ∆COB, OB – радіус описаного кола навколо правильного шестикутника, тому OB = BC = AB = 16см.

Звідси $S_{COB} = AB^2 \dfrac{\sqrt{3}}{4} = 256\dfrac{\sqrt{3}}{4} = 64\sqrt{3}(см^2)$. Тоді $S_{осн} = 384\sqrt{3}(см^2)$. Знайдемо повну площу піраміди:

$S_{повн} = 720 + 384\sqrt{3} \approx 1385(см^2)$

Розвяжемо тепер задачу за допомогою ППЗ GRAN-3D.

Побудуємо правильну чотирикутну призму *Об'єкт\Створити базовий об'єкт\Правильна піраміда* та введемо її параметри з умови задачі. Одразу на екрані, в полі *Характеристика об'єкта* в рядку площа поверхні отримаємо відповідь $1{,}39E3 \approx 1390(\text{см}^2)$.



Відповідь: $1385(см^2)$.

V. Підсумок уроку.

Учні, які були активні на уроці відповідно оцінюються.

VI. Домашнє завдання

Зробити опорний конспект (гарно оформити на листках А4) по темі Призма (1/3 класу), Піраміда (1/3 класу), Паралелепіпед (1/3 класу) за планом:

1) означення
2) малюнок
3) елементи: грані, вершини, ребра
4) висота
5) форма бічних граней
6) площа бічної поверхні
7) площа повної поверхні.

Додаток Б

Контрольна робота № 3 за темою: «Тіла обертання»

І варіант

Кожне завдання по 0,5 балів

1. Переріз кулі площиною є …

А	Б	В	Г	Д
кругом	півкругом	колом	сферою	еліпсом

2. Конус – це тіло, утворене в результаті обертання …

А	Б	В	Г	Д
прямокутного трикутника навколо одного з катетів	прямокутного трикутника навколо гіпотенузи	прямокутника навколо однієї з його сторін	трикутника навколо однієї зі сторін	правильного трикутника навколо однієї зі сторін

3. Куля – це тіло, утворене в результаті обертання …

А	Б	В	Г	Д
прямокутного трикутника навколо одного з катетів	прямокутного трикутника навколо гіпотенузи	прямокутника навколо однієї з його сторін	півкруга навколо його діаметра	півкола навколо його діаметра

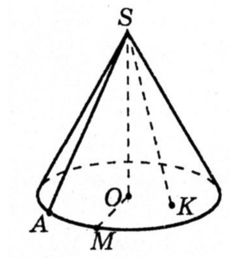
4. Якщо АВ і СК – твірні циліндра, то вони …

А	Б	В	Г	Д
мимобіжні	перпендикулярні	паралельні	перетинаються	інша відповідь

5. Установіть відповідність між елементами конуса (1 – 4) та їхніми назвами (А – Д).

1	MO	А	Вісь
2	SO	Б	Твірна
3	SK	В	Хорда
4	SA	Г	Радіус
		Д	Відрізок, що сполучає вершину конуса з точкою основи

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					



6. (1 бал) Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 10 см, а висота циліндра – 8 см. Знайдіть радіус основи циліндра.

7. (2 бали) Діаметр кулі дорівнює 34 см. Знайдіть площу перерізу кулі площиною, віддаленою від центра кулі на 15 см.

8. (2 бали) У циліндрі паралельно його осі на відстані 6 см від неї проведено переріз, площа якого 160 см^2. Обчисліть радіус основи циліндра, якщо його висота дорівнює 10 см.

9. (3 бали) Через вершину конуса проведено площину під кутом α до площини основи. Ця площина перетинає основу конуса по хорді, яку видно з центра його основи під кутом β. Радіус основи конуса R. Знайдіть площу перерізу.

Контрольна робота № 3 за темою: «Тіла обертання»

ІІ варіант

Кожне завдання по 0,5 балів

1. Переріз сфери площиною є …

А	Б	В	Г	Д
кругом	півкругом	колом	кулею	еліпсом

2. Циліндр – це тіло, утворене в результаті обертання …

А	Б	В	Г	Д
прямокутного трикутника навколо одного з катетів	прямокутного трикутника навколо гіпотенузи	прямокутника навколо однієї з його сторін	трикутника навколо однієї зі сторін	прямокутника навколо діагоналі

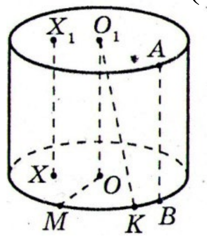
3. Зрізаний конус – це тіло, утворене в результаті обертання …

А	Б	В	Г	Д
прямокутного трикутника навколо одного з катетів	прямокутного трикутника навколо гіпотенузи	прямокутника навколо однієї з його сторін	прямокутної трапеції навколо меншої бічної сторони	квадрата навколо його сторони

4. Якщо SB і SK – твірні конуса, то вони …

А	Б	В	Г	Д
мимобіжні	перпендикулярні	паралельні	перетинаються	інша відповідь

5. Установіть відповідність між елементами конуса (1 – 4) та їхніми назвами (А – Д).



1	OM	А	Хорда
2	O_1O	Б	Вісь
3	O_1K	В	Твірна
4	AB	Г	Радіус
		Д	Відрізок, що сполучає центр верхньої основи з точкою основи

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

6. (1 бал) Радіус основи циліндра дорівнює 6 см, а діагональ осьового перерізу – 13 см. Знайдіть висоту циліндра.

7. (2 бали) Радіус кулі дорівнює 13 см. Знайдіть площу перерізу кулі площиною, віддаленою від центра кулі на 12 см.

8. (2 бали) У циліндрі паралельно його осі на відстані 8 см від неї проведено переріз, площа якого 120 см^2. Обчисліть висоту циліндра, якщо його радіус дорівнює 10 см.

9. (3 бали) Через вершину конуса, висота якого дорівнює H, проведено площину під кутом α до площини основи. Ця площина перетинає основу конуса по хорді, що стягує дугу β. Визначте площу перерізу.

Додаток В

АНКЕТА

Шановні учні, Ви приймаєте участь в опитуванні, ціллю якого є дослідження переваг і недоліків використання НІТ при вивченні курсу стереометрії.

Просимо Вас відповісти на всі запитання анкети. Результати опитування будуть використані для аналізу перспектив розробки та впровадження методики вивчення курсу стереометрії з допомогою НІТ.

Наперед вдячні за співпрацю!

____

П.І.П опитуваного

1. Чи сподобалися Вам уроки з використанням комп'ютерних технологій? Якщо «так», то чому?
2. Чи зрозуміліше Вам навчальний матеріал при вивченні його за допомогою НІТ, ніж традиційним шляхом?
3. Які нові можливості, на Вашу думку, може відкрити використання комп'ютера в школі?

4. Чи варто систематично використовувати комп’ютер на уроках геометрії? Чому?
5. Виберіть найкращу форму організації навчального процесу з геометрії із використанням НІТ (виберіть варіант з переліку або вкажіть свій): А) у звичайному класі; Б) у комп’ютерному класі; В) з відвідуванням комп’ютерного класу, коли це потрібно; Г) свій варіант
6. При вивченні яких тем з курсу стереометрії (10-11 класи) Ви б запропонували найбільш широке використання НІТ? (вказати принаймні 2-3 теми)
7. Ваші побажання щодо покращення якості уроку в сучасних умовах.