Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою її викладання

Дипломна робота
магістра

на тему:

«Розвиток творчих здібностей учнів шляхом розв'язування нестандартних математичних задач»

Виконала: студентка V курсу, групи М-М-51
спеціальності 8.04020101 «Математика*»
Гуменюк Юлія Ярославівна

Керівник: професор кафедри математики з методикою її викладання РДГУ, канд. фіз.-мат. наук, доцент Крайчук Олександр Васильович

____

Рецензенти: професор кафедри ІКТ та методики викладання інформатики РДГУ, доктор пед. наук, професор Войтович Ігор Станіславович

____

зав. кафедри інформаційних систем та обчислювальних методів МЕГУ ім. академіка Степана Дем'янчука, доктор тех. наук, професор Власюк Анатолій Павлович

____

Рівне-2016 року

ЗМІСТ

ВСТУП

У сучасному житті, яке характеризується стрімкими змінами у різних його сферах, особливого значення набувають уміння людини самостійно та нестандартно мислити, прогнозувати результати, виявляти творчий підхід у будь-якій діяльності. Про необхідність формування креативного мислення особистості свідчить також невпинне зростання потреб суспільства у фахівцях, які здатні вирішувати складні теоретичні та практичні завдання.

Тому розкриття творчого потенціалу, створення оптимальних умов для самореалізації особистості, тобто розвиток креативності учнів, є одним з пріоритетних завдань сучасної освіти. Саме визначені в системі освіти концептуальні засади слугують для реалізації ідеї навчання впродовж життя, підвищенню ролі інтелектуального потенціалу суспільства, орієнтують на виховання особистості, здатної до самоосвіти і саморозвитку.

Особливості математики як науки і навчального предмета визначають її особливе місце в процесі розвитку творчої особистості. Формування креативності починається в досить ранньому віці. І діти в 5-6 класах якраз досягають одного з найбільш продуктивних періодів розвитку творчості.

Оскільки формування творчої, креативної особистості є особливо актуальним завданням сучасної школи, то багато як вітчизняних, так і зарубіжних вчених займалися цією проблемою.

Варто виділити американського психолога Дж. Гілфорда (його ще називають творцем структури інтелекту), який займався дослідженнями інтелекту в сфері пам’яті, мислення, уваги. Він розрізняє дивергентне та конвергентне мислення.

Що стосується дослідження поняття і психологічної характеристики процесу розв’язування задач, в тому числі і нестандартних, то ним займалися Л.М. Фрідман [47], Е.Н. Турецький [46], Н.П. Кострикіна [20]; у працях З.І. Слєпкань [39] розглянуті можливості педагогічного регулювання розумової діяльності учнів. В працях Ю.М. Колягіна [18], Л.М. Фрідмана [47], Е.Н. Турецького [46], Д. Пойа [34], [35], [36] виявлені роль і місце задач в процесі навчання математики, систематизовані прийоми пошуку розв’язку задачі.

Однак, роботу в даному напрямку, як в практичному, так і в теоретичному аспектах не можна вважати завершеною, оскільки креативність пов’язана з різними гранями людської особистості і є найменш розгаданою частиною людської активності.

Проблема творчості не піддається повному вивченню. Ми не можемо навчити генія, однак можемо надати поштовх його задаткам.

Це і визначає **актуальність** теми нашого дослідження. Оскільки розв’язування нестандартних математичних задач сприяє розвитку логічного мислення, виховує навички дослідницької діяльності, дає високий ефект практичної спрямованості математики, що приводить до глибшого розуміння предмету та зацікавленості ним учнями.

Мета дослідження полягає у розробленні системи вправ та завдань для гурткової роботи, які сприяють формуванню творчих здібностей учнів 5-6 класів.

Об’єктом дослідження є процес навчання учнів 5-6 класів розв’язуванню нестандартних математичних задач.

Предмет дослідження становить формування змісту та методів навчання учнів 5-6 класів розв’язуванню нестандартних математичних задач, як засобу розвитку творчих здібностей учнів.

Завдання дослідження:

1. Проаналізувавши науково-методичну та психолого-педагогічну літературу з теми дослідження, розкрити поняття «задача» та «нестандартна задача», «творчі здібності», «креативне математичне мислення».

2. Проаналізувати особливості мислення учнів при розв’язуванні нестандартних математичних задач.

3. Рекомендувати використання форм, методів та засобів, що сприяють формуванню креативності.

4. Систематизувати нестандартні математичні задачі в 5-6 класах відповідно до їх видів.

5. Відповідно до цієї систематизації розробити зміст гурткової роботи в 5-6 класах та експериментально їх перевірити.

В основу дослідження була покладена наступна **гіпотеза**: система цільового використання нестандартних задач в позакласній роботі у 5-6 класах являє собою ефективний засіб розвитку творчих здібностей учнів.

Для розв’язання поставлених завдань використана система загальнонаукових **методів** теоретичного та емпіричного дослідження:

1) теоретичні: аналіз відомостей з проблеми дослідження, представлених в науковій літературі, та узагальнення здобутої інформації; систематизація та інтерпретація отриманих даних; аналіз, зіставлення й узагальнення теоретичного та емпіричного матеріалу;

2) емпіричні: спостереження, бесіда, анкетування;

3) методи описової та математичної статистики.

Наукова новизна дослідження полягає в виявленні дидактичних функцій нестандартних задач на сучасному етапі розвитку школи; обґрунтована доцільність використання нестандартних задач в якості сприяючого засобу розвитку творчих здібностей учнів; систематизовано різні види нестандартних задач.

Практичне значення дослідження полягає у систематизації нестандартних задач з математики для 5-6 класів і розробці на її основі змісту гурткових занять.

Теоретичне значення дослідження полягає у тому, що з позиції системного й особистісно-орієнтовного підходу розглянута проблема розвитку творчих здібностей учнів в навчальному процесі на сучасному етапі, розкрито поняття «нестандартна задача», а також у виявленні шляхів, методів, прийомів і засобів, які сприяють розв’язуванню нестандартних задач математики учнями 5-6 класів.

Обґрунтованість і вірогідність отриманих у ході дослідження результатів обумовлюється аналізом науково – методичної літератури, а також змісту та структури роботи учнів при розв’язуванні нестандартних математичних задач.

Апробація й впровадження результатів дослідження. Результати дослідження доповідались та обговорювалися на засіданнях кафедри математики та методики її викладання, а також були апробовані на науково-практичній конференції студентів та молодих науковців «Наука, освіта, суспільство очима молодих» (у рамках Всеукраїнського фестивалю науки) (Рівне, 2016). Основні результати дослідження опубліковані у матеріалах IX Міжнародної науково-практичної конференції «Наука, освіта, суспільство очима молодих» [13].

РОЗДІЛ 1. Предмет і теоретичні основи дослідження

1.1. Роль і місце задач у навчанні математики

Важко знайти таку галузь людської діяльності, де можна було б обійтися без математики, причому з часом діапазон її практичних застосувань щораз збільшується.

Мету викладання математики в загальноосвітній середній школі можна визначити таким чином: шкільний курс математики має забезпечити міцне і свідоме оволодіння системою математичних знань, умінь і навичок, які потрібні для загального розвитку учнів, для їх практичної діяльності в умовах сучасного виробництва, для вивчення на достатньо високому рівні споріднених шкільних предметів (фізики, креслення, хімії та ін.) та для продовження освіти. Із сказаного випливає, що викладання математики в школах повинно відповідати загальноосвітнім, практичним і виховним цілям. Звичайно, ідеал людини майбутнього ми вбачаємо не тільки в її загальній освіті. Крім цього, кожна людина повинна досконало знати принаймні одну галузь, бути спеціалістом і мати певні моральні якості. Але вона обов’язково повинна мати і загальну освіту, зокрема – певний мінімум математичних знань.

Взагалі, математика і властивий їй стиль мислення – істотні елементи загальної культури сучасної людини. Ознайомити учнів з цими елементами культури, дати їм мінімум математичних знань, які потрібні кожній освіченій людині, – це завдання покладено на вчителів математики.

Одне з важливих завдань шкільної математики – розвивати логічне мислення учнів. Під логічним розуміють послідовне, несуперечливе і доказове мислення [45, с. 234]. Звичайно, у найпростіших випадках логічно мислити може кожна людина, але там, де доводиться мати справу з складнішими об’єктами мислення, наприклад, розрізняти необхідні і достатні умови, класифікувати тощо, людина з не досить розвиненим логічним мисленням пасуватиме. Отже, учням потрібні певні знання і навички. Зрозуміло, що розвивати логічне мислення можна і треба при вивченні всіх навчальних предметів, а не тільки математики. Але математика для цього дає чи не найкращий матеріал. На уроках математики учні вчаться давати означення, наводити аналогії, ознайомлюються з основними законами логіки. Задачі з математики постають важливим засобом ілюстрації і конкретизації навчального матеріалу; розвитку пізнавальних процесів, оволодіння прийомами розумової діяльності; розвитку вміння будувати судження, робити висновки; формування в учнів мотивації їхньої навчальної діяльності, інтересу та здатності до цієї діяльності.

Важко назвати інший шкільний предмет, який міг би дати для розвитку логічного мислення учнів більше, ніж математика.

Суспільно-практичні цілі навчанню математиці полягають у підготовці учнів до життя, до суспільно-корисної праці. Школа повинна особливу увагу звертати на ті питання програми, з якими можуть зустрітись її вихованці в житті. В цьому і полягають практичні цілі навчання математики. Говорячи про практичні застосування, не треба забувати і міжпредметні зв’язки, оскільки, на уроках математики бажано наводити приклади, відомі учням з курсу фізики, хімії та інших навчальних предметів. Математичні задачі забезпечують зв’язок математики із реальним життям дитини, виявлення учнем своєї компетентності. Уміння розв’язувати задачі є показником навченості й научуваності, здатності до самостійної навчальної діяльності.

Виховні цілі навчанню математиці в школі зводяться головним чином до розвитку в учнів культури мислення, виховання в них колективізму, наполегливості, вольових якостей, естетичних почуттів та інших корисних рис характеру.

Відомо, що людині в її практичній діяльності доводиться розв’язувати не тільки задачі, які повторюються, а й нові, які ніколи ще не зустрічались. Школа повинна навчити випускника знаходити шляхи до вирішення проблем, а це означає – сформувати в учнів здатність до самостійного творчого мислення. Не випадково відомий педагог-математик Д. Пойа писав: «Велике наукове відкриття дає розв’язок масштабної проблеми, але і в розв’язку любої задачі присутня крихта відкриття» [35, с. 151].

Роль і місце задач в навчанні математиці історично не залишалось незмінним. Так в «Арифметиці» Л. Ф. Магніцького способи розв’язування задач давались у вигляді багатослівних правил, які учні повинні були заучувати напам'ять. Задача була ціллю навчання: математику вчили для того, щоб засвоїти правила розв'язування однотипних задач [9, с. 34].

Кожна конкретна навчальна математична задача передбачає досягнення найчастіше не однієї, а декількох педагогічних, дидактичних, навчальних цілей. Названі цілі характеризуються змістом задачі і призначенням, якого надає задачі вчитель. Дидактичні цілі, які ставить перед тією чи іншою задачею вчитель, визначають роль задач в навчанні математики. В залежності від змісту задачі та дидактичних цілей її застосування можна виділити її провідну роль.

Навчаючу роль математичні задачі виконують в процесі формування в учнів системи знань, умінь і навичок з математики та її конкретних дисциплін.

Відомо, що формування математичних понять успішно проходить при умові ретельної роботи над поняттями, їх означеннями і властивостями. Щоб оволодіти поняттям, недостатньо вивчити його означення; необхідно розібратися в кожному слові-означенні, чітко знати властивості поняття, що підлягає вивченню. Такі знання набуваються перш за все при розв'язуванні задач і виконанні вправ.

1.2. Задача, структура задачі

Історико-генетичний аналіз поняття «задача» як у філософських, психолого-педагогічних та інших дослідженнях дозволяє визначити походження і закони подальшого перетворення поняття та його функціональне навантаження на сучасному етапі розвитку шкільної освіти.

Розглядуване поняття являється одним із фундаментальних в психології, в кібернетиці, в будь-якій із наук природничо-математичного циклу, в теорії навчання і виховання. В літературі, присвяченій вказаним галузям знань, це поняття має різноманітне формулювання, оскільки в силу специфіки тієї чи іншої наукової дисципліни досліджуються різноманітні аспекти даного об'єкта.

В найзагальнішому значенні задача трактується як поставлена ціль, якої необхідно досягнути, як питання, що потребує вирішення на основі знань і логічних операцій. Таке пояснення в цілому співпадає з життєвими асоціаціями на слово «задача».

В психологічній літературі найбільш поширене використання цього терміна до категорії діяльності суб'єкта і умов її протікання. Як зазначає А.М. Леонтьев, задача – це ціль плюс умови [23, с. 119].

Вперше поняття «навчальна задача» вводить у педагогічну культуру Д.Б. Ельконін. Він трактував його як задачу, у процесі розв'язання якої основною метою є засвоєння певного зразка дій чи понять. Основну відмінність навчальної задачі від усіх інших задач вбачає у тому, що її мета та результат полягають у зміні самого діючого суб'єкта, а не у зміні предметів, з якими він діє [15, с. 234].

Ю.М. Колягін стверджує, що кожна задача стає задачею за суттю лише тоді, коли суб'єкт «приймає» цю задачу, тобто починає роботу над її розв'язанням. Під задачею правильно розуміти не зовнішню ситуацію, а «ситуацію для суб'єкта» [18, с. 69].

Заманливо було б представити сукупність задач як щось, що існує в зовнішньому світі і не залежне від того, хто вирішує задачу. Проте такий підхід є тільки першим наближенням до проблеми. Під задачею правильніше розуміти не просто зовнішню ситуацію, а ситуацію для суб'єкта, ситуацію, яка характеризується «не просто незнанням, а усвідомленням людиною того, що у відомому є щось невідоме, істотно важливе для нього (людини) і у той же час, що його не можна відразу з'ясувати» [14, с. 44].

Загальнонаукове поняття задачі можна розглядати як узагальнення описаного психологічного поняття. Задача в найзагальнішому сенсі – це ситуація, що визначає дії деякої розв'язуючої системи. Тут вже задачу вирішує необов'язково людина. Розв'язуючі системи можуть бути біологічними, технічними (наприклад, самоналагоджувальна система з еталонною моделлю), соціальними, нарешті, системами, до складу яких входять люди і автомати (машини).

Відомо, що під час формулювання поняття важливо знайти його ознаки. На думку І.Я. Лернера, характерна особливість задач полягає у необхідності здогадки, евристики, на відміну від алгоритмічного характеру прикладів і вправ. І.Я. Лернер ознаками будь-якої задачі визначає такі:

1) наявність мети розв’язку, що диктується вимогою чи запитанням до задачі;

2) необхідність урахування умов і факторів, що являються передумовою застосування способу розв’язування і правильності самого розв’язку;

3) наявність чи необхідність виявлення і побудови способу розв’язування.

Змістом задачі І.Я. Лернер вважає проблему, в основі виникнення якої лежить суперечність між відомим і невідомим. Таке трактування задачі відрізняється від поширеного в педагогічних дослідженнях, де будь-яке завдання, що вимагає для свого виконання яких-небудь дій, розглядається як задача, а будь-яка пізнавальна дія – як розв’язування пізнавальної задачі [24, с. 71].

Структура задач. Розуміння задачі визначається не тільки розкриттям її змісту, але і її структурою. Розглянемо основні підходи до виділення структурних елементів. Так, І.Я. Лернер виділяє в структурі задачі два компоненти: а) умова, тобто наявна сукупність об’єктів, впорядкованих певними відносинами; б) вимога, яка вказує на те, що потрібно шукати в даній умові. Також два компоненти виділяє в задачі А.Ф. Эсаулов: умова і вимога. Умова розуміється як певні інформаційні системи, з яких слід виходити при спробах рішення, а вимога – як те, до чого треба прагнути або що потрібно досягти в процесі перетворення інформаційних систем.

Л.М. Фрідман виділяє такі елементи в структурі задачі: умова, вимога і оператор. Під оператором задачі він розуміє сукупність тих дій (операцій), які треба провести над умовою задачі, щоб виконати її вимоги [47, с. 61].

Ю.М. Колягін підходить до характеристики задачі, використовуючи поняття системи, визначаючи її як дещо ціле, абстрактне і реальне, що складається із взаємозалежних частин: елементів деякої множини і їх властивостей.

Ю.М. Колягін в математичній задачі виділяє такі компоненти:

- початковий стан (умова задачі);
- кінцевий стан (висновок задачі);
- розв’язування (перетворення умови для знаходження шуканого);

- базис розв’язування (його теоретична основа),

вважаючи математичними всі задачі, в котрих перехід від початкового стану до кінцевого здійснюється математичними засобами [18, с. 119].

1.3. Нестандартні задачі і їх розв’язування

Нестандартні задачі – це такі, для яких в курсі математики немає спільних правил і положень, які визначають точну програму їх розв’язування [46, с. 69].

Однак варто зауважити, що поняття «нестандартна задача» являється відносним. Одна і та ж задача може бути стандартною чи нестандартною.

Наприклад, задача «Представлення виразу у вигляді суми двох квадратів» являється для учнів нестандартною до тих пір, доки учень не познайомиться зі способами розв’язування таких задач. Якщо ж після розв’язання такої задачі запропонувати декілька аналогічних задач, то такі задачі стануть для учнів стандартними.

Таким чином, нестандартна задача – це задача, алгоритм розв’язування якої учням невідомий, учень не знає ні попереднього способу її розв’язування, ні того, на який навчальний матеріал опирається розв’язок. Розв’язування нестандартних задач на уроках, гуртках і інших видах позакласної роботи дозволяють учням накопичувати досвід в співставленні, спостереженні, знаходити неважкі математичні закономірності, висловлювати гіпотези, які потребують доведення. Ці задачі допоможуть вчителю у вихованні таких якостей особистості як цілеспрямованість та наполегливість в досягненні мети.

Непоганим стимулом для учнів, які вчаться розв’язувати нестандартні задачі є проведення олімпіад. В число завдань олімпіади обов’язково повинні входити задачі із шкільного підручника (учнів заздалегідь попереджують, що дві задачі із чотирьох будуть із підручника). Тому у багатьох виникає бажання розв’язати якомога більшу кількість нестандартних задач. Тепер перед вчителем постає неабияке завдання – розвивати зацікавленість учнів розв’язувати нестандартні задачі і тим самим змусити їх креативно мислити.

Особливістю багатьох нестандартних задач є те, що при їх розв’язуванні першим може добитися успіху необов’язково найкращий в класі «математик». Як відомо, такий успіх нерідко є причиною в подальшому серйозного ставлення до вивчення математики.

Успіхи учнів в розв’язуванні нестандартних задач багато в чому залежать від педагогічного вміння вчителя, його особистості. Розуміння та увага вчителя допомагають розвитку зацікавленості до предмета. Формальне відношення до розв’язування нестандартних задач може спричинити незацікавленість математикою, створити шкідливий вплив на здоров’я школяра. Нехай кожен розв’язує стільки задач, скільки може і ті задачі, які викликають особливу зацікавленість.

Розв’язуючи задачу підвищеної складності, доцільно розглянути різні способи її розв’язування. Корисніше одну й ту ж задачу розв’язати декількома способами, аніж декілька однотипних задач – одним і тим же способом. Важливо допомагати в пошуку різних способів розв’язування задач, а не намагатися нав’язати учню власний розв’язок. Колективізм у розв’язуванні задач повинен викликати в учнів вміння використовувати особливості кожної задачі. Саме відступ від шаблону і конкретний аналіз умови задачі є запорукою її успішного розв’язання. Особливу увагу слід звертати на розв’язування задач арифметичним способом (особливо після того, як учні навчилися розв’язувати задачі за допомогою рівнянь), оскільки саме арифметичний спосіб в значній мірі сприяє розвитку незалежності, оригінальності мислення та винахідливості [20, с. 17].

Спостереження показують, що учні, ознайомившись зі способом розв’язування задач за допомогою рівнянь, не затрудняючи себе глибоким аналізом умови задачі, намагаються як скоріше скласти рівняння і перейти до його розв’язання. Завдання вчителя полягає в тому, щоб на конкретних прикладах переконати учнів, що розв’язування задач за шаблоном призводить до збільшення об’єму роботи, а інколи і до ускладнення розв’язку, що нерідко зумовлює можливість появи помилок. Тому для учнів корисно запропонувати правило: перш чим складати рівняння для розв’язування задачі, потрібно уважно вивчити її умову і спробувати розв’язати арифметичним способом. Нерідко трапляються випадки, що саме арифметичний спосіб є найкращою умовою розвитку самостійного творчого мислення в учнів. За допомогою спеціально підібраних задач можна показати простоту логічного мислення, яке приводить до розв’язку задачі.

Розглядаючи розв’язування нестандартних задач декількома способами, вчитель повинен орієнтувати учнів на пошук красивих, лаконічних розв’язків. Тим самим вчитель буде сприяти естетичному вихованню та розвитку математичної культури учнів. Найбільші труднощі в учнів, як правило, викликає розв’язування нестандартних задач, алгоритм розв’язування яких наперед невідомий. Одна і та ж задача може бути стандартною чи нестандартною в залежності від того, чи навчав учитель учнів розв’язувати аналогічні задачі чи ні. Взагалі будь-яка задача, взята ізольовано від інших, сама по собі вже є нестандартною, але якщо поряд з нею помістити декілька подібних задач, то вона стане стандартною. Тому питання: «Як навчити учнів розв’язувати нестандартні задачі?» можна замінити: «Як навчити учнів розв’язувати задачі, якщо алгоритм їх розв’язування невідомий?».

Сучасна науково-методична література містить різноманітні спроби, щоб допомогти учням в розв’язуванні задач за допомогою формування спільних прийомів, які дозволяють знайти шлях до розв’язку конкретної задачі. Найбільш цікаві у цьому відношенні книги відомого математика і знаменитого педагога Д. Пойа [34], [35], [36].

На прикладах задач шкільного курсу процес розв’язування задач Д. Пойа аналізує в нерозривному зв’язку з процесом навчання розв’язуванню задач, так що тут тісно пов’язано два питання: «Як розв’язувати задачу?» і «Як навчити розв’язувати задачу?».

То як же навчити учнів розв’язувати нестандартні задачі?

Зрозуміло, що навчити розв’язуванню задач, лише показуючи при цьому зразки таких розв’язків, неможна. Перш за все слід врахувати, що навчитися розв’язувати задачі учні зможуть, лише розв’язуючи їх. Розв’язування задач – практичне мистецтво, подібне плаванню, ковзанню на лижах чи грі на фортепіано; навчитися йому можна, тільки наслідуючи хороших зразків і постійно практикуючись. Якщо ви хочете навчитися плавати, то сміливо входьте у воду, а якщо хочете навчитися розв'язувати задачі, то розв'язуйте їх [46, с. 23].

І хоча методи та прийоми розв'язування задач засвоюються на практиці, однак, звідси не слідує, що вчитель доб'ється успіху, якщо буде вимагати від учнів розв'язувати якомога більше задач, даючи їм відповіді і зразки розв'язування. Необхідно врахувати психологічний аспект поставленої проблеми.

Тому вчитель повинен старатися підбирати такі задачі, щоб учні хотіли їх розв'язувати, хотіли зробити їх «задачами для себе». Задача стає задачею, коли ставиться за ціль її розв'язати, якщо дуже хочеться знайти відповідь самому, своїми власними силами. Постановка задачі для себе є початком розв'язку [34, с. 56].

Практика показує, що в учнів 5-6 класів особливу цікавість викликають задачі практичного змісту, тому доцільно якомога частіше використовувати задачі, які дозволяють показати тісний взаємозв'язок теорії і практики: учням дуже цікаво і корисно бачити, як із практичної задачі виникає теоретична і як «чисто» теоретичній задачі надати практичного змісту. Виховання зацікавленості учнів до математики, розвиток їх математичних здібностей неможливе без використання в навчальному процесі задач на кмітливість, задач-жартів, математичних ребусів.

Зацікавити учнів до розв'язування задач можна, якщо запропонувати їм вгадати розв'язок чи відповідь задачі. Тоді учень, якому прийшла в голову яка-небудь ідея, не буде відволікатись, а навпаки уважно слідкуватиме за ходом розв'язку, щоб визнати чи його припущення було вірним. Отож, перша задача, що постає перед вчителем, який бажає навчити учнів розв'язувати нестандартні задачі, – це підбирати їх так, щоб вони спонукали учнів до розв'язування.

Другою запорукою для успішного розв'язування задач є впевненість учня в тому, що він зможе розв'язати запропоновану йому задачу. Задачі повинні бути доступними, бо в іншому випадку учні зневіряться в свої силах і втратять інтерес до розв'язування задач, а разом і з ним – до математики. Якщо задачі достатньо важкі і учень не може їх розв'язати, то розчарування від безрезультатності праці понижує ефективність їх мислення та засвоєння знань. Якщо ж учень відчуває впевненість в своїх силах, то він з радістю розв'язує задачі, в нього з'являється підвищений інтерес до предмета, а це в свою чергу полегшує і прискорює пошуки шляхів розв'язування математичних задач. Таким чином, інтерес до задачі і бажання її розв'язати, а також впевненість в тому, що задача «під силу» є необхідними умовами для успішного вивчення математики. Але як бути у випадку, якщо задача цікава і учень не боїться труднощів та не шкодує часу для її розв'язання, а вона не виходить. Тому постає питання, яким чином спрямувати зусилля учня, який зіткнувся з труднощами на шляху до розв'язку. Тут на допомогу повинен прийти вчитель. Виховання в учнів навиків самостійно знаходити розв'язки задач значною мірою залежить від учителя, від його бажання і вміння творчо підходити до того чи іншого питання.

В процесі розв'язування нестандартних задач як учню, так і вчителю доцільно виділяти таких чотири етапи:

1. Розуміння постановки задачі.

2. Складання плану розв'язку.

3. Здійснення плану розв'язку.

4. Вивчення отриманого результату («погляд назад» – так називає цей етап Д. Пойа) [34, с. 182].

Спостереження показують, що навіть при розв'язуванні порівняно неважких задач учні дуже багато часу витрачають на роздуми про те, за що взятися і з чого почати. Щоб допомогти учням знайти шлях до розв'язування задач, вчитель повинен вміти поставити себе на місце того, хто розв'язує задачу, спробувати побачити та зрозуміти, а також спрямувати зусилля учня в найбільш ефективне русло. Вміла допомога учню допоможе йому розвинути математичне чуття, здобути досвід, який в майбутньому допоможе знаходити шляхи до розв'язку інших складніших задач. Не слід забувати, що під час мислення здійснюється актуалізація знань. Під нею розуміють ситуацію, при якій для розв’язування задачі людина самостійно проявляє знання із власного, набутого раніше досвіду.

Нерідко зустрічаються такі випадки, коли вчитель бачить, що виникли труднощі, записує відповідь і пояснює розв’язок, але кориснiше було б запропонувати допоміжні задачі.

Підбираючи допоміжні задачі, вчитель повинен прагнути до того, щоб вони не були випадковими, тобто мали певну мотиваційну ціль і щоб учням по-можливості було зрозуміло чому саме таку допоміжну задачу навів вчитель. Наприклад, учням 5-го класу запропонована задача: Знайти суму:

Як правило, учні ніколи раніше не зустрічалися з розв’язуванням аналогічних задач, а тому обраховують значення кожного дробу і потім їх сумують. Обов’язок вчителя – навчити раціональному способу розв’язування запропонованої задачі. В даному випадку, ще до розв’язування задачі, потрібно запропонувати учням придумати декілька дробів, добуток яких рівний їхній різниці і звернути увагу на запис придуманих ними прикладів:

Використання учнями таких прикладів в якості допоміжної задачі переконає їх в необхідності бути спостережливими і накопичувати знання математичних фактів, встановлених в результаті розв’язування задач, а тому при розв’язуванні одних задач вчитель повинен більше приділити увагу обговоренню підходів до пошуку шляхів їх розв’язання, а при розв’язуванні інших – більше уваги приділяти вивченню отриманого результату.

РОЗДІЛ 2. Проблема розвитку творчих здібностей учнів

2.1. Поняття і розвиток творчих здібностей

Слово «творчість» в останні десятиліття входить до множини найбільш вживаних слів фахівцями різних галузей. Очевидно, що проблема розвитку творчих здібностей учнів не може бути розв'язана без чіткого розуміння поняття творчості.

Одним із перших авторів теорії творчості був С.О. Грузенберг. З його ж точки зору, це було зібрання окремих фактів та даних, які були взяті із фізіології нервової системи, психології тощо. Бурхливий розвиток природничо-математичних наук, який повів за собою розвиток техніки, показав світу факти справжньої творчості і в даній сфері діяльності людини. Витвори техніки, технологій вже настільки впливали на життя людей, їх свідомість, що не могли не привернути до себе уваги тих, хто вважав, що творчість характерна лише для гуманітарної сфери. В наш час поняття «творчість» є категорією цілого ряду наук: філософії, психології, педагогіки та ін. У філософському словнику дається таке означення творчості: «Творчість – процес людської діяльності, що створює якісно нові матеріальні і духовні цінності» [45, с. 458]. Звідси виходить, що лише завдяки творчій діяльності людей можливий розвиток науки, техніки, мистецтва, освіти, державності і всього іншого. Саме завдяки творчості можливий будь-який прогрес. Психолог А.Г. Спіркін розглядає творчість як мислительну і практичну діяльність, результатом якої є створення оригінальних, неповторних цінностей, встановлення нових фактів, властивостей, закономірностей, а також методів дослідження і перетворення матеріального світу та духовної культури. Як бачимо, дане визначенням творчості вже прямо стосується вищого (творчого) рівня пізнавальної та наукової діяльності.

В самому процесі творчості психологи виокремлюють два аспекти особистісний і процесуальний. Особистісним аспектом передбачається наявність у суб'єкта задатків, здібностей та нахилів, володіння ним відповідною інформацією та практичними вміннями. Процесуальний аспект творчості зв'язаний з мисленням, інтуїцією, уявою, розумовою активністю. Характерним є те, що ті компоненти, які мають місце у визначенні поняття творчості у психології, присутні і в змісті цього ж поняття в педагогіці.

Пояснюючи свою позицію з питань творчості, відомий психолог Л. Виготський зазначав, що творчою називають таку діяльність, яка створює щось нове, однаково, чи буде це створене творчою діяльністю будь-якою річчю зовнішнього світу або побудовою розуму або почуття, яке живе та виявляється тільки в самій людині. Варто зазначити, що для педагогічних цілей важливим є не стільки створення дитиною «дещо нового, нешаблонного», а сам процес творчості, в ході якого здійснюється процес розвитку суб'єкта цієї діяльності, тобто дитини.

Упродовж всього часу вивчення творчості ведеться за двома напрямками. Метод модельних експериментів є першим напрямком вивчення творчості. Даний метод дає певні результати, але він дещо знецінюється тим, що досліджуваному повідомляється про те, що пропонована йому задача має розв'язання. Для творчості ж важливим є не лише розв'язання поставленої перед суб'єктом задачі, а й власне бачення та наступне формулювання проблем, які необхідно розв'язати.

Наступний метод дослідження творчості йде через дослідження особистості. При його застосуванні використовується анкетування та усне опитування суб'єктів дослідження з наступною статистичною обробкою одержаних даних. Цей метод також дає багатий матеріал, зокрема для виявлення тих якостей, які характерні для досліджуваної особистості. Але, знову ж, і цей метод не дозволяє проникнути в особистісні механізми творчості (формалізація методу здійснюється лише на логічному рівні).

Очевидно, що кращі результати дає комплексне використання даних методів.

Український психолог В. Моляко, розкриваючи сутність творчості з позицій психології, зазначає, що «під творчістю розуміють процес створення чогось нового для даного суб'єкта. Тому зрозуміло, що творчість у тій чи іншій формі не є талантом «вибраних», вона доступна кожному. І школяр, який засвоює нові знання, розв'язує нову, незнайому задачу, і робітник, який виконує нове технічне завдання, і комбайнер, якому потрібно в процесі збирання урожаю врахувати вологість колосся, напрямок вітру – всі вони займаються творчістю, розв'язують творчі задачі» [27, с.45]. Творча особистість – це людина, здатна проникати в суть ідей і втілювати їх усупереч усім перешкодам аж до отримання практичного результату. Саме це мав на увазі Т. Едісон, коли казав, що винахід – це 10 відсотків натхнення і 90 відсотків поту.

Щоб діагностувати і систематично формувати творчу особистість у процесі навчання, треба знати її властивості, творчі риси її характеру. Вчені-дослідники виділяють такі основні властивості творчої особистості: сміливість думки; схильність до ризику; фантазія; уявлення та уява; проблемне бачення; вміння долати інерцію мислення; здатність виявляти суперечності; вміння переносити знання і досвід у нові ситуації; незалежність; альтернативність; гнучкість мислення; здатність до самоуправління.

О.В. Моляко вважає однією з основних якостей творчої особистості прагнення до оригінальності, до нового, заперечення звичного, а також високий рівень знань, умінь аналізувати явища, порівнювати їх, стійкий інтерес до певної роботи, порівняно швидке і легке засвоєння теоретичних і практичних знань у цій галузі, систематичність і самостійність у роботі. Творчі здібності людини можуть розвиватись лише у її діяльності.

Творчі здібності особистості – це синтез її властивостей і рис характеру, які характеризують ступінь їх відповідності вимогам певного виду навчально-творчої діяльності і які обумовлюють рівень результативності цієї діяльності [27, с.59].

2.2. Психологічні особливості мислення учнів 5-6 класів

Діти, які прийшли в 5-тий клас, відчувають великі труднощі в адаптації до основної ланки школи. У багатьох п'ятикласників (а потім і в учнів 6-го класу) спостерігається зниження успішності, втрата інтересу до навчання, неадекватність поведінки, погіршення взаємин з однолітками й дорослими.

Є дві групи причин цих явищ. Перша (психофізичні причини) характеризує стан організму дитини й процеси, які відбуваються в ньому. Друга – педагогічні причини, пов'язані з організацією навчально-виховного процесу в 5-6 класах.

Говорячи про психологічні особливості учня 10-12 років, необхідно коротко зупинитись на наступних.

Відчуття дорослості, не підкріплене ще реальною відповідальністю, – ось особлива форма самопізнання, яка виникає в перехідний період і визначає основи стосунків молодших підлітків зі світом. Відчуття дорослості виявляється в потребі рівноправ'я, поваги й самостійності, серйозного, довірливого ставлення з боку дорослих. Нехтування такими вимогами, незадоволення цієї потреби загострює негативні риси підліткової кризи. Якщо школа не пропонує учням засобів реалізації їхнього почуття дорослості, воно все ж проявляється, але найбільш невигідним способом – упевненістю підлітка в несправедливості й необ'єктивності вчителя. Якщо вчителем вибраний правильний підхід, то ця потреба не тільки реалізовується, а й сприяє ефективності активних методів навчання. Прикладом може бути використання інтерактивної технології «навчаючи – вчуся». В цьому випадку учень відчуває себе дорослим (на нього покладено відповідальну місію – навчити інших) і разом з тим в нього розвивається креативне мислення.

Здатність до фантазування, некритичного планування свого майбутнього – ще одна типова риса молодшого підлітка. Результат дії стає другорядним, на перший план виступає власний авторський задум. Якщо вчитель контролює лише результат навчальної роботи школярів і не знаходить місця для оцінки дитячої творчості, ініціативи, самостійності, то процес навчання втрачає для учня свою актуальність і привабливість. Якщо ж навпаки – оцінювати дитячу творчість та ініціативність, то це буде хорошим стимулом для розвитку нестандартного мислення.

Молодшому підліткові притаманне прагнення експериментувати, використовувати свої творчі можливості. Підтримавши це прагнення і спрямувавши у правильне русло, ми зробимо значний вклад у формування таких важливих якостей особистості як відважність, незалежність мислення. Дитина не буде боятись помилитись, – як наслідок не зупинятиметься на відомому і шукатиме нові шляхи вирішення поставлених завдань. Якщо школа не забезпечує відповідних умов, то ця здатність реалізується лише в поверховій і примітивній формі – в експериментах зі своєю зовнішністю.

Адаптація – це процес пристосування індивіда до вимог нового середовища, умов життя та діяльності. Її результат – пристосованість як особистісна якість, що виступає показником життєвої компетентності індивіда. Адаптація дитини до навчання в середній ланці школи відбувається не відразу. Це довготривалий процес, пов’язаний зі значним навантаженням усіх систем організму.

Починаючи роботу з учнями 5-6 класів, необхідно брати до уваги вікові особливості раннього підліткового віку. У зв’язку з початковим етапом статевого дозрівання істотні зміни відбуваються в пізнавальній сфері молодших підлітків: гальмується темп діяльності; на виконання певної роботи тепер їм потрібно більше часу; вони часто бувають роздратованими, примхливими; настрій постійно змінюється. Усе це стає причиною зауважень, покарань, призводить до зниження успішності й появи конфліктів у взаєминах.

У психологічній літературі зазначається, що в дітей віком 10-12 років спостерігається неорганізованість, навчальна розгубленість, недисциплінованість, занижена самооцінка. Причина полягає в особливостях вікового періоду: підлітки швидше втомлюються, втома переходить у стійку перевтому. Ці процеси негативно впливають на поведінку школяра в цілому.

Водночас учитель має знати, що всі ці особливості об’єктивні, швидко минають і не спричиняють негативного виливу на навчання, якщо не стають предметом особливої уваги педагога. Він повинен ураховувати типологічні й індивідуальні особливості дітей цього віку й будувати навчально-виховний процес відповідно до них.

Організаційний бік процесу навчання також може спричиняти проблеми. Зміна форм навчання для п’ятикласників відбувається несподівано: замість одного вчителя початкової школи, який поповнював усі необхідні для дитини контакти з дорослими, з’являється багато вчителів-предметників, взаємини з котрими стосуються в основному питань успішності й поведінки на уроках. Замість одного «свого» класу, у якому проходили уроки, з’являється явище «бездоглядності» дітей у приміщенні школи. Якщо молодший шкільний вік – період ознайомлення з навчальною діяльністю, то головна мета основної школи – розвиток інтелектуальної, пізнавальної, комунікативної активності й навчальної самостійності учня; формування якісно нової мотивації навчальної праці, що спрямована на оволодіння різними способами отримання інформації. І нарешті, педагогові треба вміти аналізувати причини неуспішності адаптаційного періоду й можливості (шляхи) корекції труднощів адаптації школяра.

Учитель завжди має бути у творчому пошуку, адже у процесі навчання постійно виникають ситуації, що породжують нові проблеми, які й вирішувати треба по-новому.

Особливо плідний для розвитку творчого мислення період починається якраз в 5-6 класах. Матеріал, який засвоюють діти у школі, вимагає вищого, ніж у молодших школярів, рівня навчально-пізнавальної і мислительної діяльності, він спрямований на розвиток цієї діяльності.

Учні повинні оволодіти системою наукових понять математики, фізики, що потребують нових способів засвоєння знань і спрямовані на розвиток теоретичного, тобто формального, рефлексивного мислення. Якщо молодші школярі здебільшого працюють з конкретними емпіричними даними, то підлітки все частіше ставляться до всього, як до одного з варіантів можливого [1, с. 18]. Новим у розвитку мислення підлітка є зміна способів розв’язування пізнавальних завдань. На відміну від молодшого школяра, він починає аналіз завдань зі з’ясування можливих відношень у наявних даних, висуває різні припущення про їх зв’язок, а потім перевіряє їх. Розвивається вміння оперувати гіпотезами у процесі розв’язування мислительних завдань.

Основою творчого мислення школярів є сформованість таких здатностей, як врахування більшості комбінацій змінних у процесі пошуку розв’язку проблеми та продукування припущень про вплив однієї змінної на іншу. Однак не всі діти 11-12 років здатні мислити на рівні формальних операцій. Наприклад, перед новими проблемами у нетипових ситуаціях вони часто використовують конкретні судження замість припущень. Психологи пояснюють це недостатнім для формально-операційного мислення рівнем розвитку інтелекту дітей цього віку [1, с. 20].

Важливою ознакою розвитку мислення, що розкривається саме в підлітковому віці, є схильність до експериментування, яка полягає в небажанні все приймати на віру. Діти виявляють широкі пізнавальні інтереси, пов’язані з прагненням усе самостійно перевірити, особисто впевнитися в істинності знань, думок.

Також характерним явищем є підвищена інтелектуальна активність, стимульована не тільки їх природною допитливістю, а і бажанням розвинути, продемонструвати свої здібності, отримати високу оцінку. Розв’язуючи складні завдання, вони нерідко виявляють високорозвинений інтелект, неабиякі здібності. Часто підлітки відчувають труднощі в процесі мислення, відчувається недостатня розвиненість таких мислительних операцій, як аналіз, синтез, порівняння, узагальнення. Іноді їм не вистачає критичності в оцінюванні власної розумової діяльності, наприклад, у них рідко виникають сумніви щодо якості виконаної ними роботи.

Розвитку мислення сприяють сформульовані вчителем завдання, поставлені питання, які вимагають осмисленої відповіді. Маючи це на увазі, небайдужий педагог поступово ускладнюватиме завдання, створюватиме все нові проблемні ситуації, прийняття рішення в яких потребуватиме все глибших, складніших, системніших, самостійних міркувань [1, с. 21].

Основним когнітивним новоутворенням учня даного віку, що є основою всієї еволюції психічного розвитку людини, є розвиток мислення на стадії формальних операцій, де мислення не співпадає з дійсністю, а виходить за межі реальної дійсності. Воно дає можливість відійшовши від реального – проникнути у світ абстрактного [3, с. 2].

Під час роботи з дітьми важливо розвивати не лише інтелект, але й творчі здібності, і, навпаки, під час розвитку творчих здібностей не слід забувати про інтелект. Адже коли високий інтелект поєднується з високим рівнем креативності, творча людина частіше добре адаптована до середовища, активна, емоційно врівноважена, незалежна і т. п. А при поєднанні креативності з невисоким інтелектом бачимо невротичну тривожну людину з поганою адаптованістю до вимог соціального оточення і важкою долею. Важлива риса – самостійність, що проявляється як постійна, стабільна риса особистості, яка має потребу систематично самостійно працювати і, в тому числі, у плані самовдосконалення, розвитку своїх здібностей.

Розвивати цю творчу самостійність – це і є найважливіше завдання вчителя на уроці. Дуже важливо знати, які умови забезпечують сприятливу атмосферу для формування творчої особистості. З цього приводу корисні рекомендації розробив американський психолог Дж. Гален. Ось найцікавіші з них:

1. Створіть дитині затишну і безпечну психологічну базу для її пошуків, до якої вона могла б повертатися, якщо буде налякана власними відкриттями.

2. Підтримайте схильність дитини до творчості і виявляйте співчуття до невдач. Уникайте несхвальних оцінок її творчих ідей.

3. Будьте терпимі до дивних ідей, поважайте допитливість, запитання та ідеї дитини. Намагайтеся відповідати на всі запитання, навіть якщо вони здаються дикими і абсурдними. Пояснюйте, що на багато її запитань не завжди можна відповісти однозначно. Для цього потрібно час, терплячість. Дитина повинна навчитися жити в інтелектуальній напрузі.

4. Давайте дитині можливість побути одному і дозволяйте, якщо вона того хоче, самому займатися своїми справами. Надлишок опіки може пригальмувати творчість. Бажання і цілі дітей належать їм самим, а допомога дорослих інколи може сприйматися як «порушення кордонів» особистості.

5. Допомагайте дитині вчитися будувати її систему вартостей, не обов’язково засновану на її власних поглядах, щоб вона могла поважати себе і свої ідеї поряд з іншими ідеями та їх носіями. Таким чином, її саму, у свою чергу, будуть цінувати інші.

6. Допомагайте дитині у задоволенні основних людських потреб (почуття безпеки, любові, поваги до себе і оточуючих), оскільки людина, енергія якої скована основними потребами, менше здатна досягти висот.

7. Виявляйте симпатію до її перших незграбних спроб висловлювати свої ідеї словами і робити їх таким чином зрозумілими оточуючим.

8. Знаходьте слова підтримки для нових творчих починань дитини, уникайте критикувати перші спроби – якими б невдалими вони не були.

9. Допомагайте дитині стати розумним авантюристом і часом покладатися у пізнанні на ризик та інтуїцію; найвірогідніше, саме це допоможе зробити справжнє відкриття.

10. Підтримайте необхідну для творчості атмосферу, допомагаючи дитині уникнути суспільного несхвалення і подолати негативну реакцію однолітків. Чим більше ви надаєте можливостей для конструктивної творчості, тим щільніше закриваються клапани деструктивної поведінки. Дитина, позбавлена позитивного творчого виходу, може спрямувати свою творчу енергію у зовсім небажаному напрямку.

2.3. Шляхи формування творчого мислення

Процес формування і розвитку творчих здібностей дитини складний і довготривалий, вимагає вмілого застосування різних методів, форм та засобів роботи. Зокрема, можна виділити наступні методи:

- евристична бесіда;
- метод помилки;
- алгоритмічний метод;
- метод асоціацій;
- інтерактивні методи (робота в парах, «мікрофон», незакінчені речення та ін.).

Особливу увагу слід звернути на проблемний метод навчання, який виступає альтернативним евристичному навчанню.

Проблемне навчання – організований вчителем спосіб активної взаємодії учня з проблемним змістом навчання, в ході якого він притягається до протиріч наукового знання і способам їх вирішення.

Схема проблемного навчання – послідовність процедур, що включає:

- постановку вчителем навчально-проблемної задачі, створення для учнів проблемної ситуації;

- усвідомлення, прийняття і вирішення проблеми, в процесі якого вони оволодівають способами засвоєння нових знань;

- застосування цих способів для подальшого використовування.

Цей метод здійснюється шляхом створення проблемних ситуацій і, як наслідок, – необхідність проблемного діалогу.

Проблемний метод навчання тісно пов'язаний з діяльнісним підходом, який в процесі формування креативного мислення реалізовується через інтерактивні методи навчання.

Вагомий вплив на результативність та ефективність творчого мислення в процесі навчання математики справляє виконання завдань на дослідження. Розвитку дослідницьких здібностей сприяють зосередженість, стійкість уваги, допитливість, бажання вивчити об'єкт з усіх боків, зацікавленість, концентрація зусиль.

Дослідницькі здібності є вагомим компонентом креативного мислення. Можна виділити таку систему дослідницьких здібностей:

1) нешаблонність мислення (спроможність самостійно встановлювати предмет дослідження, аналізувати, знаходити невідповідності);

2) критичність мислення (спроможність виявляти невирішені питання, ставити проблему, здатність досліджувати раціональність вибраних способів розв'язання, межі їх застосування, здатність оцінювати реальність отриманих результатів, досліджувати відповідність їх меті);

3) прогностичність мислення (інтуїція, спроможність передбачити кінцевий результат);

4) багатоплановість мислення (спроможність досліджувати реальні економічні процеси за допомогою математичного апарату, здатність аналізувати, порівнювати та встановлювати закономірності, взаємозв’язки);

5) самостійність мислення (здатність самостійно знаходити та використовувати нові дані).

Доцільним є використання в процесі роботи з учнями різноманітних кросвордів, ребусів. Також варто пам’ятати про таку важливу річ як унаочнення навчального матеріалу. З цією метою можна використовувати різноманітні ілюстративні матеріали, навчальні моделі. Сучасний рівень застосування комп’ютерних технологій створює хорошу базу для реалізації наочності, наприклад, з допомогою презентацій PowerPoint.

Вивчення математики в 5-6 класах здійснюється в основному в процесі розв’язування задач. Вони є одночасно і методом, і засобом навчання математики, тому в процесі формування креативності особливу увагу потрібно приділити роботі над задачами.

Найбільш повно розвивається творче мислення учнів при розв’язуванні нестандартних задач. Нестандартну задачу не можна розв’язати за якимось алгоритмом. Побачити незвичний хід розв’язання задачі може тільки людина, яка діє сміливо, має дуже розвинуту уяву.

У шкільному віці одним з ефективних способів розвитку творчого мислення є розв’язання школярами нестандартних логічних задач. Крім того, розв’язання нестандартних логічних задач здатне прищепити інтерес дитини до вивчення «класичної» математики.

Щоб навчання набуло розвивального спрямування, потрібно не лише створити певну систему розвивальних задач, але й цілеспрямовано посилювати розвивальну функцію інших задач.

З цією метою можна використати певні прийоми роботи над задачами:

1. Прийом розширення кола запитань до умови задачі. Тут потрібно запропонувати учням за даними, наведеними у формулюванні задачі, поставити якомога більше можливих запитань.

2. Прийом розв'язування задачі кількома способами. Доцільно також запропонувати учням порівняти різні методи розв'язання задачі.

3. Прийом переформулювання задачі. Змінити умову задачі так, щоб її можна було розв'язати, як обернену до даної.

4. Прийом заміни числових значень на буквені та розв'язання задачі у загальному вигляді.

5. Прийом складання задач, подібних до даної. Не просто скласти задачі, подібні за змістом до даної, але й серед них виділити ті, які можна розв'язати аналогічним способом до даної.

РОЗДІЛ 3. Розвиток творчих здібностей учнів шляхом розв'язування нестандартних математичних задач

3.1. Методика гурткової роботи

Ефективною і доцільною формою для реалізації всіх функцій, що їх виконують нестандартні задачі, є гуртковi заняття, оскільки на звичайному уроці математики складно приділяти належну увагу розв'язуванню нестандартних задач.

Математичні гуртки є основною формою позакласної роботи з математики. Заняття гуртку доповнюють роботу на уроках і дають можливість задовольнити інтереси та запити учнів, які виходять за межі навчальної програми. Робота гуртків будується на основі знань, що їх набувають учні в процесі навчання, і тому її зміст пов'язаний з програмним матеріалом. У гуртках учні розширюють і поглиблюють набуті знання з математики. Це сприяє підвищенню їх математичної культури, розширенню математичного кругозору і дальшому посиленню інтересу до математики. Головне ж значення проведення гурткових занять полягає в тому, що вони допомагають посилити цікавість учнів до математики, сприяють творчому розвитку школярів.

Методикою проведення гурткової роботи з математики у школі займалися В.Д. Степанов, В.І. Коба, О.О. Хмура та ін.

Як відомо, великі можливості для розвитку пізнавальної самостійності та творчої активності учнів надають навчальні матеріали і курси в задачах.

Математичний гурток найкраще організовувати на початку навчального року, у вересні. Щоб забезпечити явку на перше заняття, бажано розповісти на уроці щось цікаве (епізод з історії математики, софізм, цікаву задачу), а потім сказати, що кого цікавлять такі питання, нехай запишеться в математичний гурток.

Після такої підготовчої роботи в гурток, як показує досвід, записується і приходить багато учнів. Проте, на друге заняття їх приходить вже менше. Тут потрібно уточнити список і зобов’язати всіх цих бажаючих систематично відвідувати гурток. Звичайно в гуртку може бути 10–20 учнів. Після цього корисно уточнити план роботи. Учитель намічає його в загальних рисах заздалегідь. На першому занятті план уточнюють, ураховуючи інтереси гуртківців і можливості школи, складають календар занять, строки випуску математичної газети, організації математичного вечора тощо. План роботи гуртка бажано вивісити в математичному кабінеті, щоб його бачили всі учні.

Методи проведення занять гуртка, звичайно, різноманітні: вправи на розв’язування цікавих задач та задач підвищеної складності, виготовлення наочних посібників, випуск газет та ін.

Проаналізувавши літературу [33, 40], ми ознайомилися із прикладами програм роботи математичного гуртка у 5-6 класах. Аналіз практики роботи вчителів, співбесід, показав, що математичний гурток доцільно проводити 1 раз в 2 тижні по 2 години.

Особливістю нашої методики проведення гуртка є те, що усі засідання відбуваються за круглим столом. Адже це створює дружну та рівноправну атмосферу спілкування. Головне зробити так, щоб гурткові заняття не були схожими на звичайні уроки математики. Тут учитель виступає консультантом та співбесідником при розв’язуванні задач. Наші гурткові засідання розроблені на основі системи задач нестандартного характеру відповідно до їх видів та проводяться для учнів 5-6 класів.

На заняттях гуртка ми використовуємо наступні принципи навчання:

- регулярності;
- випереджаючої складності (не потрібно завантажувати учня великою за

об'ємом, але нескладною роботою, так само як і, задавати непосильні для нього завдання. Учень має право відкласти важке завдання, якщо він подумав над його розв'язком певний час. В цьому випадку процес засвоєння нових ідей буде ефективнішим. Дія цього принципу буде тим краще, чим ближче один до одного по рівню математичного розвитку члени гуртка);

- швидкого повторення (по мірі накопичення числа виконаних завдань слід переглядати і деяким чином розкладати по поличкам задачний архів, що утворився, приблизно по наступній схемі: це завдання просте – я його без зусиль розв'яжу свого часу і зараз бачу весь шлях розв'язку від початку до кінця. Це завдання складніше – я його свого часу не виконав (виконав насилу), але добре пам'ятаю його розв'язок, даний вчителем. І нарешті, це завдання я не виконав, пояснення ніби зрозумів, але зараз не можу відновити в своїй пам'яті. Треба розібратися в своїх записах або ж запитати про це завдання вчителя).

Цілісну систему навчальної діяльності учнів на занятті становлять фронтальна, індивідуальна та групова діяльність. Вони пронизують увесь навчальний процес.

У фронтальному навчанні весь клас працює над одним навчальним завданням під безпосереднім керівництвом учителя. При цьому вчитель організовує весь клас на роботу в єдиному темпі, прагне більш-менш рівномірно впливати на всіх учасників загальнокласної роботи. Проте у фронтальній роботі надзвичайно складно забезпечити високу активність усіх учнів. Складність виникає через те, що в довільно сформованих лише на основі вікової ознаки шкільних класах існує істотна відмінність учнів за рівнем навчальних можливостей. Організовуючи фронтальну роботу, вчитель орієнтується, головним чином, на рівень середніх учнів. На нього розраховані темп роботи, обсяг та рівень складності навчального матеріалу. Учні з низьким рівнем навчальних можливостей за таких умов неспроможні сприйняти й осмислити матеріал у повному обсязі. Якщо ж знизити темп фронтальної роботи, то це негативно позначиться на сильних учнях. Розглядаючи фронтальну роботу, не можна не наголосити на її обмежених можливостях реалізації навчального спілкування школярів. Воно можливе лише з дозволу вчителя, за його ініціативою і в незначній мірі.

В індивідуальній роботі кожен учень працює самостійно, темп його роботи визначається ступенем цілеспрямованості, розвитку інтересів, нахилів. Темп роботи залежить також від навчальних можливостей, підготовленості учнів. Індивідуальній навчальній діяльності не властива безпосередня взаємодія учнів між собою, а контакти з учителем обмежені та нетривалі. В індивідуальній навчальній роботі діяльність слабких учнів приречена на невдачу, тому в них є прогалини в знаннях, недостатня сформованість умінь і навичок навчальної самостійної роботи.

Усі недоліки фронтальної та індивідуальної діяльності вдало компенсує групова. Учитель в груповій навчальній діяльності керує роботою кожного учня опосередковано, через завдання, які він пропонує групі та які регулюють діяльність учнів. Стосунки між учителем та учнями набувають характеру співпраці, тому що педагог безпосередньо втручається у роботу груп тільки в тому разі, якщо в учнів виникають запитання і вони самі звертаються за допомогою до вчителя. Це їхня спільна діяльність. Групова навчальна діяльність, на відміну від фронтальної та індивідуальної, не ізолює учнів один від одного, а навпаки, дозволяє реалізувати природне прагнення до спілкування, взаємодопомоги і співпраці. Дана навчальна діяльність сприяє активізації й результативності навчання школярів, вихованню гуманних стосунків між ними, самостійності, умінню доводити і відстоювати свою точку зору, а також прислуховуватися до думки товаришів, культурі ведення діалогу, відповідальності за результати своєї праці. Як свідчить шкільна практика, під час такої роботи активізується діяльність всіх без винятку її виконавців. Як вид навчальної діяльності школярів, групова діяльність багатофункціональна. У цій навчальній діяльності учні показують високі результати засвоєння знань, формування вмінь.

Важливу роль групова діяльність відіграє у досягненні виховної функції навчання. У такій навчальній діяльності формується колективізм, моральні, гуманні якості особистості. Важливу роль у формуванні цих якостей відіграють особливості організації групової роботи, розподіл функцій і обов’язків між учасниками діяльності, обмін думками, взаємна вимогливість і допомога, взаємоконтроль і взаємооцінка. Вона виконує й організаційну функцію. Полягає вона в тому, що учні вчаться розподіляти обов’язки, вчаться спілкування один з одним, розв’язують конфлікти, що виникають у спільній діяльності. В такій роботі дитина бере на себе функції вчителя і виконує дорослі види діяльності.

Таким чином, групова форма навчальної діяльності в порівнянні з іншими організаційними формами має низку значних переваг:

1) за той самий проміжок часу обсяг виконаної роботи набагато більший;

2) висока результативність у засвоєнні знань і формуванні вмінь;

3) формується вміння співпрацювати;

4) формуються мотиви навчання, розвиваються гуманні стосунки між дітьми;

5) розвивається навчальна діяльність (планування, рефлексія, самоконт-роль, взаємоконтроль).

Як і на звичайних уроках, на гурткових заняттях треба дбати не лише про знання і вміння учнів, а й про їх виховання: наукового світогляду, культури поведінки, колективізму і т. ін. В окремому журналі відводять окремі сторінки для відображення гурткових занять з математики, де записують назви опрацьованих тем, відмічають відвідування учнів, виставляють оцінки.

Розроблена нами і наведена далі система гурткових занять в 5-6 класах дає можливість приділити належну увагу нестандартним задачам. Задачі підібрані в серії так, що через них розкриваються основні ідеї теми.

3.2. Програма математичного гуртка

Проведений теоретичний аналіз літератури дозволив виділити основні завдання математичного гуртка:

1. Формування і розвиток розумових операцій: аналізу і синтезу,

порівнянь, аналогій, класифікацій, узагальнень.

2. Розвиток та тренінг мислення взагалі й творчого зокрема.

3. Підтримання інтересу до предмета (унікальність красивих та цікавих задач слугує мотивом до навчальної діяльності).

4. Розвиток таких якостей творчої особистості, як пізнавальна активність, посидючість, завзятість у досягненні мети, самостійна творчість.

5. Підготовка учнів до творчої діяльності, математичних досліджень. Тут потрібно сприяти творчому засвоєнню знань, способів дій, розвивати уміння переносити знання і способи дій у незнайому ситуацію і бачити нові функції об'єкта [40, с. 47].

Розвитку стійких пізнавальних математичних інтересів, розвитку творчих здібностей сприяють дібрані в системі різноманітні нестандартні задачі з достатнім навантаженням.

Форми роботи гурткового заняття

На основі співбесід з вчителями, аналізу методичної літератури [40], з урахуванням особистісно-орієнтовного підходу ми виділили наступні форми роботи математичного гуртка:

1. Повідомлення нового матеріалу.
2. Розв'язування типових задач.
3. Задачі для самостійної роботи.
4. Колективне розв'язування задач.
5. Підсумок заняття.
6. Домашнє завдання.

Планування роботи гуртка

У джерелах [33], [40] рекомендується учителю планувати роботу гуртка на півріччя. В плані доцільно мати наступні графи:

1) номер засідання гуртка;

2) дата;

3) зміст гурткового заняття;

4) хто відповідальний;

5) відмітка про виконання.

Організаційну роботу краще планувати окремо від навчальної роботи гуртка. В план, затверджений гуртком, включаються лише основні питання, які необхідно розглянути на заняттях гуртка. Наведемо приклад плану роботи гуртка по розв'язуванню нестандартних математичних задач для 5-6 класів і систему задач нестандартного характеру, які ми розробили на основі співбесід з вчителями і аналізу літератури.

№	Зміст занять	Кількість годин	Дата проведення	Примітка
Нестандартні математичні задачі				
1.	Математична розминка	2	вересень	
2.	Задачі на подільність натуральних чисел	2	вересень	
3.	Розв'язування задач з кінця	2	жовтень	
4.	Задачі на нестачу і лишок	2	жовтень	
5.	Олімпіадні задачі	2	листопад	
6.	Задачі на кмітливість	2	листопад	
7.	Логічні задачі, де дані треба розташувати за певним принципом для зручності розв'язування	2	грудень	
8.	Задачі на відсотки	2	грудень	

Заняття №1. Математична розминка

Для розв’язання даних задач не потрібно нічого, крім здорового глузду і найпростіших обчислювальних навичок. Ці завдання можна використовувати і на перших заняттях гуртка для виявлення логічних та математичних здібностей учнів, і в подальшому використанню як розважальних веселих «вставок».

Задача 1. У стакані знаходяться бактерії. Через секунду кожна з бактерій ділиться навпіл, потім кожна з нових бактерій через секунду ділиться навпіл і так далі. Через хвилину стакан повний. Через який час стакан був заповнений наполовину?

Відповідь: через 59 секунд.

Задача 2. Равлик повзе по стовпу, почавши шлях від його кореня. Кожен день він проповзає вгору на 5 см, а за кожну ніч сповзає вниз на 4 см. Коли він досягне верхівки стовпа, якщо його висота дорівнює 75 см?

Відповідь: Равлик виявиться на верху її до вечора 71-го дня.

Задача 3. Микола говорить: позавчора мені ще було 10 років, а в наступному році мені виповниться 13. Чи може таке бути?

Відповідь: Так, може, якщо день народження Миколи – 31 грудня, а вказану фразу він вимовляє 1 січня.

Задача 4. Учитель малює на листку паперу кілька кіл і запитує одного учня: «Скільки тут кіл?». «Сім» – відповідає учень. «Правильно. То скільки тут кіл?», – знову запитує вчитель іншого учня. «П’ять» – відповідає той. «Правильно» – знову говорить вчитель. Так скільки ж кіл він намалював на листку?

Відповідь: Усього намальовано 12 кіл: п’ять на одній стороні листка і сім – на іншій.

Задача 5. Син батька професора розмовляє з батьком сина професора, при тому, що сам професор в розмові участі не бере. Чи може таке бути?

Відповідь: Так, може, якщо професор – жінка.

Задача 6. Сумарний вік членів сім’ї з 4 чоловік дорівнює 68, а 4 роки назад дорівнював 53. Скільки років молодшому члену сім’ї?

Відповідь: 3 роки.

Задача 7. П'ять копачів за 5 годин викопують 5 м канави. Скільки копачів за 100 годин викопають 100 м канави?

Відповідь: 5 копачів.

Задача 8. Хазяїн сидить на березі ставка, що заростає бур'янами. Щодня число бур'янів подвоюється. Він збирається розпочати розчищення, як тільки заросте половина ставка. Через місяць половина ставка виявилася зарослою. Скільки днів у нього залишається на розчищення?

Відповідь: 1 день. Половина ставка вже заросла.

Задача 9. Одна цеглина важить 1 кілограм й ще пів цеглини. Скільки важить одна цеглина?

Відповідь: 2 кг.

Задача 10. Скільки в мене квітів, якщо всі з них окрім двох – троянди, всі окрім двох – тюльпани, і всі окрім двох – маргаритки?

Відповідь: 3 (троє квіток).

Заняття №2. Задачі на подільність натуральних чисел

Задача 1. Розділіть 5 яблук між п'ятьма друзями так, щоб кожен одержав по яблуку і одне яблуко залишилось в кошику.

Розв'язання: Міркуємо наступним чином: якщо одне яблуко залишити в кошику, інші чотири роздати друзям, то маємо що кожен з чотирьох друзів отримав по яблуку і в нас залишився один друг без яблука та кошик із яблуком. Оскільки за умовою задачі потрібно, щоб одне яблуко залишилось в кошику, і в п'ятого друга теж (як і в інших чотирьох) було яблуко, нічого іншого не залишається як п'ятому другу віддати кошик із яблуком. Це задовольняє всім умовам задачі.

Задача 2. Сто піратів переносили з корабля на берег скрині з коштовностями. Кожну скриню несли семеро піратів. Капітан вважає, що всі пірати зробили порівну перенесень, бо кожен брав участь у перенесені 65 скринь. Доведіть, що капітан помилився.

Розв'язання: Оскільки пірати перенесли 65 скринь і для кожного такого перенесення потрібно 7 піратів, то всього пірати зробили разом $65 \cdot 7 = 455$ перенесень. Припустимо, що капітан правий (пірати зробили однакову кількість перенесень), тоді вся кількість перенесень ділиться порівну на кількість піратів, тобто 455 має націло поділитись на 100. Але 455 на 100 націло не ділиться (4,55). Ми дійшли до суперечності, припущення що капітан правий хибне, тобто капітан помилився.

Задача 3. Іванка запитали «Скільки грибів ти знайшов?». Він відповів: «Менше, ніж 100, і якби я розклав їх на купки або по 3, або по 4, або по 7, то в кожному випадку залишку б не було». Скільки грибів знайшов хлопчик?

Розв'язання: Потрібно з'ясувати яке число, менше 100 одночасно ділиться на 3, 4 і 7. По-перше, це число парне, а по-друге, сума цифр його кратна 3. Виберемо парні числа, що діляться на 7: 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98.

Із цих чисел на 3 діляться: 42, 84. На 4 ділиться тільки 84.

Отже, Іванко знайшов 84 гриба.

Задача 4. Скільки разів від 100 можна відняти 4?

Розв'язання: Один раз, надалі ми відніматимемо вже не від 100, а від 96, 92,…

Задача 5. Три чоловіки повинні розділити між собою 21 бочку, серед яких 7 бочок повних меду, 7 наполовину наповнених, 7 порожніх. Чи можуть вони розділити бочки і мед так, щоб кожен з них мав однакову кількість меду й однакову кількість бочок?

Розв'язання: Для початку з'ясуємо скільки всього меду: 7 повних і 7 наполовину наповнених бочок. Якщо рахувати половини бочок, то маємо $7 \cdot 2 = 14$, $14 + 7 = 21$ частину, що націло можливо поділити між сімома.

Задача 6. Чи можна видати за допомогою тринадцяти купюр номіналом 25, 5, 1 гривень суму 198 гривень?

Розв'язання: Тринадцять будь-яких непарних доданків у сумі дають тільки непарні числа, отже, тринадцять непарних чисел не можуть дати у сумі парне число. Не можна.

Задача 7. Є круглий торт. На цьому торті зробили по колу шість крапок з крему на однаковій відстані по краях. Через ці крапки провели усі можливі прямі лінії. На скільки шматочків розділилася поверхня торта?

Розв'язання: 30 шматків.

Задача 8. Якщо деяке число помножити на 5, потім від добутку відняти 10, остачу розділити на 3, і помножити на 10, то ми отримаємо триста. Яке число задумали?

Розв'язання: 20.

Задача 9. У кожному під'їзді, на кожному поверсі 16-поверхового будинку є по чотири квартири. У якому під'їзді і на якому поверху є квартира № 165?

Розв'язання: 3 під'їзд, 9 поверх.

Задача 10. Летіли горобці і сіли на стовпці, як сіли по одному – один горобець зайвий, як сіли по два – один стовпець зайвий. Скільки горобців і скільки стовпців?

Розв'язання: 4 горобця і 3 стовпця.

Заняття № 3. Розв'язування задач з кінця

Задача 1. У двох кімнатах було 52 чоловіки. Після того, як з першої кімнати 5 чоловік перейшли до другої кімнати, а 2 чоловіки вийшли взагалі, то в обох кімнатах людей стало порівну. Скільки чоловік було в кожній кімнаті спочатку?

Розв'язання: Після того, як 2 чоловіки вийшли взагалі, в обох кімнатах залишилося 52 - 2 = 50 (чол.). Оскільки в обох кімнатах стало порівну, то 50 : 2 = 25 (чол.) було в кожній кімнаті. 25 - 5 = 20 (чол.) було в другій кімнаті спочатку і 25 + 5 + 2 = 32 (чол.) було в першій кімнаті спочатку.

Задача 2. В класній кімнаті було кілька учнів. Після того, як 7 учнів вийшли і 9 учнів ввійшли до кімнати, їх стало 31 чоловік. Скільки учнів було у класній кімнаті спочатку?

Розв'язання: Після того, як 7 учнів вийшли з кімнати і 9 учнів увійшли до неї, їх кількість збільшилася на 9 - 7 = 2 (учні) і стала 31 чоловік. Тому спочатку їх було 31 - 2 = 29 (чоловік).

Інший спосіб: перед тим, як 9 учнів увійшли до кімнати, в ній було

31 - 9 = 22 (учні), а перед тим, як 7 учнів вийшли, в ній було 22 + 7= 29 (учнів).

Задача 3. Мати для трьох синів залишила вранці тарілку слив, а сама пішла на роботу. Першим прокинувся старший син, побачивши на столі сливи, він з’їв їх третю частину й пішов. Другим прокинувся середній син. Думаючи, що його брати ще сплять, він з’їв третину того, що було на тарілці, й теж пішов. Найпізніше встав молодший син. Побачивши сливи він і вирішив, що брати ще не їли їх, і тому з’їв лише третину того, що було на тарілці. Після цього залишилося 8 слив. Скільки всього слив було спочатку?

Розв’язання: Оскільки молодший брат з’їв третину, то залишилося дві третини, які становлять 8 слив. (8 : 2) · 3 = 12 (слив) залишив середній брат. Це дві третини від того, і що залишив старший брат. (12 : 2) · 3 = 18 (слив) залишив старший брат. У свою чергу, це дві третини від того, що залишила мама.

(18 : 2) · 3 = 27 (слив) залишила мама.

Задача 4. Дві дівчинки чистили картоплю. Одна очищала за хвилину 2 картоплини, а друга 3 картоплини. Разом вони очистили 400 картоплин. Скільки часу працювала кожна з дівчат, якщо друга працювала на 25 хвилин більше, ніж перша?

Розв’язання:

1) 25 · 3 = 75 (картоплин) обчистила друга дівчинка за 25 хвилин;

2) 400 - 75 = 325 (картоплин) обчистили обидві дівчинки, працюючи однаковий час;

3) 3 + 2 = 5 (картоплин) обчистили дівчата за 1 хвилину;

4) 325 : 5 = 65 (хв.) працювала перша дівчинка;

5) 65 + 25 = 90 (хв.) працювала друга дівчинка.

Задача 5. В пакеті лежали яблука. Спочатку з нього взяли половину всіх яблук без п’яти, а згодом – яблук, що залишились. Після цього в пакеті залишилось 10 яблук. Скільки яблук було в пакеті?

Розв'язання: Почнемо свої роздуми з кінця. За умовою задачі 10 яблук

складають числа яблук, що залишились в другий раз. Відповідно, в другий раз залишилося 15 яблук, що, відповідно до умови, більше половини яблук на 5. Значить половина яблук – 10, всього в пакеті було 20 яблук.

Задача 6. Колгоспниця принесла на базар качани капусти і продала трьом покупцям. Перший взяв половину всіх качанів і ще півкапустини. Другий купив половину качанів, що залишились і ще півкапустини. Третій покупець взяв останній качан. Скільки качанів капусти винесла на базар колгоспниця?

Розв'язання: Коли другий покупець узяв половину качанів, що залишилися, і ще півкачана, у колгоспниці залишився тільки один качан. Отже, півтора качана складають половину тієї кількості, яка залишилась після першого продажу. Ясно, що повністю ця кількість дорівнює трьом. Якщо до цього добавити півкачана, то вийде половина всіх качанів, які були у колгоспниці. Неважко зрозуміти, що вона принесла на базар сім качанів капусти.

Задача 7. Повертаючись з рибалки додому, рибалка зустрів свого приятеля, який поцікавився його уловом. Але, так як рибалка крім риболовлі був також великим любителем всякого роду загадок, відповів приятелеві наступним чином: «Якщо до кількості спійманої мною риби додати половину улову і ще десяток рибин, то мій улов склав би рівно сотню риб». Скільки риби впіймав рибалка?

Розв'язання: Вирішимо задачу з її кінця. Віднімемо зайві 10 риб – залишиться 90 риб. У число 90 укладені три рівні частини, з яких дві є дійсним уловом, а третя – додатковою половиною від дійсного улову. Отже, ця додаткова половина улову складає 90 : 3 = 30 риб, а сам улов 30 · 2 = 60 риб.

Задача 8. В коробці були кольорові олівці. Спочатку з коробки взяли 50 % олівців, потім – 40 % залишку. Після цього в коробці залишилось 3 олівця.

Скільки олівців було в коробці?

Розв'язання:

1) Нехай в коробці лежало 100 % кольорових олівців.

2) 100 % - 50 % = 50 % – олівців залишилось в коробці після того, як взяли 1 раз;

3) 40 % від 50 % = 50 : 100 · 40 = 20 % – олівців взяли з коробки 2 раз;

4) 50 % - 20% = 30 % – олівців залишилось в коробці після того, як взяли 2 раз;

5) 30 % від х дорівнює 3 олівцям (х – всього олівців у коробці);

Складемо і розв'яжемо рівняння:

$0,3 \cdot x = 3$

$x = 3 : 0,3$

$x = 10$

Отже, в коробці було 10 олівців.

Задача 9. На двох деревах сиділи 33 ворони. Після того, як 3 ворони перелетіли з одного дерева на друге, а 5 ворон з другого дерева полетіли геть, то на обох деревах ворон стало порівну. Скільки ворон сиділо на кожному дереві спочатку?

Розв'язання: Коли 3 ворони перелетіли з одного дерева на друге, то кількість ворон на двох деревах разом не змінилася. Коли 5 ворон полетіли геть, то на обох деревах залишилося 33 - 5 = 28 (ворон), а на кожному сиділо по 28 : 2 = 14 (ворон). На першому дереві спочатку було 14 + 3 = 17 (ворон), а на другому 14 - 3 + 5 = 16 (ворон).

Задача 10. Михайлик, Віталій та Дмитрик зібрали горіхи і лягли спати. Вночі прокинувся Михайлик з'їв свою порцію (третину). Після цього прокинувся Віталій і з'їв третину тих горіхів, що залишилися. Нарешті прокинувся Дмитрик і з'їв третину нового залишку. Вранці з'ясувалося, що залишилося 16 горіхів. Скільки горіхів було зібрано друзями, скільки з'їв кожен і як справедливо поділити горіхи, що залишилися?

Розв'язання: Почнемо розв'язувати задачу із кінця. 16 горіхів, що залишилися, – це дві третини того, що побачив Дмитрик; тобто Дмитрик побачив 24 горіхи, з яких з'їв 8. 24 горіхи – це дві третини того, що побачив Віталій; отже, Віталій побачив 36 горіхів, із яких з'їв 12. У свою чергу 36 горіхів – це дві третини всіх горіхів; отже, хлопці зібрали 54 горіхи, з яких Михайлик з'їв 18. Оскільки кожен із них повинен був з'їсти по 18 горіхів, то Михайлик з'їв всю свою порцію; Віталій повинен узяти собі ще 6 горіхів, а Дмитрик – 10.

Заняття №4. Задачі на нестачу і лишок

Задача 1. Солдати вишикувалися в 6 рядів, але три солдати виявилися лишніми. Тоді з кожного ряду по одному солдату стали в сьомий ряд, і тепер уже двох солдатів не вистачало, щоб заповнити останній ряд. Скільки було солдатів?

Розв'язання: Сьомий ряд складався з трьох лишніх солдат, шістьох солдат по одному від кожного ряду і ще двох солдат не вистачало. Отже, в сьомому ряді мало стояти $3 + 6 + 2 = 11$ (солдат). В семи рядах мало стояти $7 \cdot 11 = 77$ (солдат). Оскільки двох солдат не вистачало, то насправді було $77 – 2 = 75$ (солдат).

Задача 2. Кілька учнів, бажаючи купити футбольний м'яч, склались по 10 грн., але виявилось, що зібрана сума менша від вартості м'яча на 30 грн. Коли кожний учень додав ще по 2 грн., то вся зібрана сума грошей перевищила вартість м'яча на 14 грн. Скільки було учнів і скільки гривень коштував м'яч?

Розв'язання: Учні додатково зібрали $30 + 14 = 44$ (грн.). Оскільки кожен учень дав по 2 грн., то учнів було $44 : 2 = 22$. Спочатку вони зібрали $22 \cdot 10 = 220$ (грн.). Отже, м'яч коштував $220 + 30 = 250$ (грн.).

Задача 3. Чотири олівці і три зошити коштують 82 коп., 2 олівці й 2 зошити – 50 коп. Скільки коштують:

а) 8 олівців і 7 зошитів; б) 8 олівців та 4 зошити?

Розв'язання:

1. $82 - 50 = 32$ (коп.) коштують 2 олівці й один зошит;
2. $32 \cdot 4 = 128$ (коп.) коштують 8 олівців і 4 зошити;
3. $50 \cdot 3 = 150$ (коп.) коштують 6 олівців і 6 зошитів;
4. $150 + 32 = 182$ (коп.) коштують 8 олівців і 7 зошитів.

Задача 4. За 6 кг цукерок і 2 кг печива заплатили 50 грн. За 3 кг таких цукерок і 2 кг такого печива заплатили 29 грн. Скільки коштує 1 кг печива і 1 кг цукерок?

Розв’язання:

1. 50 - 29 = 21 (грн.) заплатили за 6 - 3 = 3 (кг) цукерок.
2. 21 : 3 = 7 (грн.) коштує 1 кг цукерок.
3. 29 - 21= 8 (грн.) коштують 2 кг печива.
4. 8 : 2= 4 (грн.) - ціна 1 кг печива.

Задача 5. Учень за 37 коп. купив книжку, зошит, ручку й олівець. Зошит, ручка й олівець коштують разом 19 коп. Книжка, ручка й олівець коштують 35 коп. Зошит і олівець коштують 5 коп. Скільки коштує кожна річ?

Розв’язання:

1. 37 - 19 = 18 (коп.) коштує книжка;
2. 37 - 35 = 2 (коп.) коштує зошит;
3. 5 - 2 = 3 (коп.) коштує олівець;
4. 19 - 5 = 14 (коп.) коштує ручка.

Задача 6. Якби Іванко купив 6 зошитів, то у нього залишилось би 70 коп., а якби він захотів купити 10 зошитів, то йому б не вистачило 50 коп. Скільки грошей було в Іванка?

Розв’язання:

1. 70 + 50 = 120 (коп.) коштують 10 - 6 = 4 (зошити);
2. 120 : 4 = 30 (коп.) коштує 1 зошит;
3. $6 \cdot 30 + 70 = 250$ (коп.) було в Іванка.

Задача 7. У магазині було 8 пил, а сокир у три рази більше, ніж пил. Одній бригаді продали половину сокир і три пили на суму 84 грн. Другій бригаді продали решту пил і сокир на суму 100 грн. Скільки коштує 1 пила і 1 сокира?

Розв’язання:

1. $8 \cdot 3 = 24$ (сокири) – було в магазині;
2. 24 : 2 = 12 (сокир) – половина кількості сокир;
3. 8 - 3 = 5 (пил) – продали другій бригаді;

4. 5 - 3 = 2 (пили) – на стільки пил більше від першої бригади продали другій;
5. 100 - 84 = 16 (грн.) – на стільки грошей більше заплатила друга бригада; це вартість двох пил;

6. 16 : 2 = 8 (грн.) – коштує одна пила;

7. 3 · 8 = 24 (грн.) – коштують 3 пили;

8. 84 - 24 = 60 (грн.) – коштують 12 сокир;

9. 60 : 12 = 5 (грн.) – коштує одна сокира.

Задача 8. На свої гроші я можу купити 6 батарейок для кишенькового ліхтарика або один ліхтарик. Ліхтарик разом з батарейкою коштує 1 грн. 19 коп. Я купив ліхтарик. Скільки грошей було в мене?

Розв'язання: Вартість ліхтарика з однією батарейкою дорівнює вартості семи батарейок.

1. 119 : 7= 17 (коп.) – коштує 1 батарейка;

2. 17 · 6 = 102 (коп.) – коштує ліхтарик.

Задача 9. Один чоловік вирішив продати картоплю, щоб на виручені гроші купити дочці магнітофон. Коли він продав 70 кг картоплі, то на магнітофон ще не вистачало 12 грн., а коли він продав 90 кг картоплі, то виявилося, що в нього вже на 6 грн. більше, ніж треба на магнітофон. Скільки гривень коштує магнітофон?

Розв'язання:

1. 90 – 70 = 20 (кг) картоплі коштують 12 + 6 = 18 (грн.);

2. 1800 : 20 = 90 (копійок) – коштує 1 кг картоплі;

3. 70 · 90 = 6300 (копійок) = 63 (грн.) – коштує 70 кг картоплі;

4. 63 + 12 = 75 (грн.) – коштує магнітофон.

Задача 10. Поле треба зорати в установлений строк. Якщо трактор буде орати по 4 га в день, то витратить на 2 дні більше від строку, а якщо він оратиме по 6 га за день то закінчить роботу за 1 день до строку. Яка площа поля і за скільки днів по плану мають його зорати?

Розв'язання: Виорюючи по 6 га за день, трактор виконає роботу на 1 + 2 = 3 (дні) швидше. Якби він орав по 4 га за день, то йому залишилося б ще

$4 \cdot 3 = 12$ (га). Ця різниця накопилася за $12 : 2 = 6$ (днів) по $6 – 4 = 2$ (га) щодня. Отже, площа поля становить $6 \cdot 6 = 36$ (га), а строк, виділений для роботи дорівнює $6 + 1 = 7$ (днів).

Заняття № 5. Олімпіадні задачі

Задача 1. Маса торта – 900 г. Петрик розрізав його на чотири шматки так, що найбільший із них важить стільки ж, скільки три інші разом. Якою є маса найбільшого шматка?

Розв'язання: Торт спочатку розрізали навпіл, а потім одну його частину розрізали ще на три частини. Отже, маса найбільшого шматка $900 : 2 = 450$ (г).

Задача 2. У Катрусі 38 сірників. Вона побудувала трикутник і квадрат, використавши всі сірники. Кожна сторона трикутника складається з 6 сірників. Зі скількох сірників складається кожна сторона квадрата?

Розв'язання: Для побудови трикутника Катруся використала $3 \cdot 6 = 18$ сірників. У неї залишилося $38 – 18 = 20$ сірників. Сторона квадрата складається з $20 : 4 = 5$ сірників.

Задача 3. У таборі 7 дітей їдять морозиво щодня, 9 дітей їдять морозиво через день, а решта дітей не їдять морозива взагалі. Учора 13 дітей їли морозиво. Скільки дітей їстимуть морозиво сьогодні?

Розв'язання: Учора 13 дітей їли морозиво. З них семеро тих, що їдять морозиво щодня, та шестеро тих, що через день. Сьогодні морозиво їстимуть семеро тих, що їдять морозиво щодня, та ще троє з тих дев'яти, що їдять морозиво через день. Разом 10 дітей.

Задача 4. 17 дівчаток і 12 хлопчиків стояли біля школи. Декілька дітей підійшли до них. Вони розділилися на дві команди з однаковою кількістю учасників. У кожній команді кількість дівчаток і кількість хлопчиків є однаковою. Яка найменша кількість дітей могла до них підійти?

Розв'язання: Розділити дівчат на дві команди з однаковою кількістю дівчат можна, коли їх буде парна кількість. Тобто до групи має підійти одна дівчинка. Хлопців має бути така ж кількість, тобто до 12 хлопців має підійти ще 6 хлопців. Разом 7 дітей.

Задача 5. 60 дерев ростуть з однієї сторони вулиці. Кожне друге дерево –

клен, кожне третє – або липа, або клен. Решта дерев – берези. Скільки беріз росте на цій стороні вулиці?

Розв'язання: Кожне друге з 60 дерев – клен, тоді з однієї сторони вулиці 60 : 2 = 30 кленів. Кожне третє – або липа, або клен (60 : 3 = 20 дерев), але клени кожне друге, тому кожне шосте 60 : 6 = 10 клени, а решта 20 – 10 = 10 липи. Отже, беріз усього 60 дерев – 30 кленів – 10 лип = 20.

Задача 6. У Вас є два шнура. Кожен шнур, підпалений з кінця, повністю згоряє дотла рівно за одну годину, але при цьому горить з нерівномірною швидкістю. Як за допомогою цих шнурів і запальнички відміряти час в 45 хвилин?

Розв'язання: Необхідно підпалити перший шнур одночасно з обох кінців – отримуємо 30 хвилин. Одночасно з першим шнуром підпалюємо другий шнур з одного кінця, і коли перший шнур догорить (30 хвилин), – підпалюємо другий шнур з іншого кінця (решту 15 хвилин).

Задача 7. Два поїзди, обидва довжиною у 250 м, їдуть назустріч один одному з однаковою швидкістю 45 км/год. Скільки секунд пройде після того, як зустрілися машиністи, перш ніж зустрінуться кондуктори останніх вагонів?

Розв'язання: У момент зустрічі машиністів відстань між кондукторами буде 500 м. Так як кожен поїзд іде зі швидкістю 45 + 45 = 90 км/год, або 25 м/сек, то шуканий час дорівнює 500 : 25 = 20 с.

Задача 8. Три розбійника хочуть поділити здобич порівну. Кожен з них упевнений, що тільки він поділить здобич на рівні частини, але інші не мають довіри до нього. Якщо б розбійників було двоє, тоді було б легше вийти з цього становища: один розділив би здобич на 2 частини, а другий взяв би ту частину, яка здавалась йому більшою. Як повинні діяти розбійники, щоб кожен з них був упевнений, що його здобич не менше третьої частини всієї здобичі?

Розв'язання: Хай один із розбійників розділить здобич на 3, на його думку, рівні частини. Якщо при цьому інші розбійники виберуть собі по одній з частин, то третя частина залишиться для розбійника, який ділив цю здобич. Якщо двоє захочуть узяти одну й ту саму частину, то вони поділять на 2 частини між собою способом, який описаний в умові задачі. Якщо 2 розбійника, які отримали половину своєї частини здобичі, показують на різні частини, то кожен із них поділить ці частини з розбійником, який здійснював перший розподіл.

Задача 9. Чоловік поклав на депозит у банк 9000 грн. За три місяці його вклад збільшився на 4%, а за наступні три місяці – ще на 4%. На скільки відсотків збільшився вклад чоловіка за півроку?

Розв'язання: За перші три місяці вклад зріс на 9000 : 100 · 4 = 360 грн. і його величина становить 9000 + 360 = 9360 грн. За наступні три місяці вклад збільшився на 9360 : 100 · 4 = 374,4 грн. За півроку прибуток чоловіка склав 360 + 374,4 = 734,4 грн., що становить 734,4 : (9000 : 100) = 8,16 %.

Задача 10. Скільки серед натуральних чисел від 10 до 1000 таких, сума цифр яких дорівнює 9?

Розв'язання: Числа, сума цифр яких дорівнює 9, діляться на 9. В кожній сотні 11 чисел, кратних 9. З першої сотні відкинемо 9 і 99, тому умову задовольняють тільки 9 чисел. З другої сотні відкидаємо числа 189 і 198 – залишаються 9. З третьої сотні треба виключити 3 числа – 279, 288, 297 – залишаються 8. З четвертої сотні виключаємо 4 числа – залишаються 7 і т. д. В дев'ятій сотні всього одне таке число. Таким чином, усіх чисел 9 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 54 числа.

Заняття №6. Задачі на кмітливість

Задача 1. У підвалі стоять 7 повних бочок олії, 7 бочок, наповнених наполовину, і 7 порожніх бочок. Як розподілити бочки між трьома автомашинами, щоб на кожній з них було 7 бочок, на всіх автомобілях був однаковий вантаж і олію не довелось переливати з однієї і бочки в іншу?

Розв'язання: Одна повна бочка містить дві пів бочки олії. Всього олії є 7 · 2 + 7 = 21 (пів бочки). Отже, на кожну машину треба навантажити 7 пів бочок олії і 7 бочок.

Задача 2. Казковому гномові щоночі потрібна нова свіча, якою він світить собі у дорозі, бродячи по місту. Він може зробити 1 нову свічу з 5 свічкових недогарків. Якщо в нього набереться 25 недогарків, то на скільки ночей йому вистачить запасу нових свічок?

Розв'язання: На 6 ночей. Він зможе зробити 5 нових свічок із 25 недогарків, а коли вони згорять, він може зробити шосту з тих 5 недогарків, що від них залишаться.

Задача 3. Котлета з одного боку смажилася 2 хвилини. Яку найменшу кількість хвилин треба затратити, щоб підсмажити 6 котлет, якщо на пательні одночасно можуть смажитись 4 котлети?

Розв'язання: За 6 хвилин. Спочатку 4 котлети підсмажити з одного боку (2 хв.). Потім дві котлети перевернути, а дві замінити на інші. Через 2 хв. 2 котлети, підсмажені з обох боків, замінити на підсмажені з одного боку, а дві інші перевернути. Через 2 хв. усі котлети будуть підсмажені з обох боків.

Задача 4. Вкажіть найбільше двохзначне число, яке ділиться на 4.

Відповідь: 96.

Задача 5. Лікар приписав Катерині 3 пігулки і сказав, що кожну пігулку потрібно приймати через 20 хв. На який час вистачить цих пігулок?

Відповідь: на 40 хв.

Задача 6. Оксані та Миколі купили по коробці цукерок. У кожній коробці знаходиться 12 цукерок. Оксана зі своєї коробки з'їла кілька цукерок, а Микола зі своєї коробки з'їв стільки цукерок, скільки залишилося в коробці у Оксани. Скільки цукерок залишилося на двох у Оксани та Миколи?

Розв'язання: 12 цукерок.

Задача 7. В одному місті побудували новий район з 100 будинків. Майстри з виготовлення табличок виготовили і привезли пачку нових табличок з нумерацією будинків від 1 до 100. Порахуйте кількість всіх цифр 9, які зустрічаються в цих табличках.

Розв'язання: 20 дев'яток.

Задача 8. При виданні книги треба було 2 775 цифр для того, щоб пронумерувати її сторінки. Скільки сторінок у книзі?

Розв'язання: На перші 9 сторінок потрібно 9 цифр. З 10-ї по 99-ю сторінку (90 сторінок) потрібно $90 \cdot 2 = 180$ цифр. З 100-ї по 999-ю сторінку (900 сторінок) потрібно $900 \cdot 3 = 2700$ цифр (по 300 цифр на кожну сотню сторінок з тризначною нумерацією). Отже, на 999 сторінок необхідно

2700 + 180 + 9 = 2889 цифр. Ми перебрали (2889 - 2775) : 3 = 38 сторінок. Разом: 999 - 38 = 961 сторінку в книзі.

Задача 9. Є три ключа від трьох валіз з різними замками. Кожен ключ підходить тільки до однієї валізи. Чи достатньо трьох спроб, щоб підібрати ключі до кожної з них?

Розв'язання: Досить. Позначимо ключі буквами А, В, С, а замки М, К, Р. Тоді перша спроба може дати, наприклад, такий результат: ключ А не підходить до замку М. Це означає, що він підходить до замку К або до замку Р. Друга спроба: ключ В не підходить до замку М. Тоді ясно, що: а) ключ В підходить до замку К або до замку Р; б) до замку М підходить ключ С. Третя спроба ставить все на свої місця: якщо до замку К не підходить ключ А, то до нього підходить ключ В, а ключ А підходить до замку Р. Якщо ж перша спроба дає результат такий, що ключ А підходить до замку М, то тоді досить другої спроби, щоб встановити, який з решти ключів до якого замку підходить.

Задача 10. Маємо 3 деталі. Дві із них однакової маси, а третя легша. Як за допомогою тарілкових ваг без гирьок одним зважуванням визначити легшу деталь?

Розв'язання: Встановити на двох чашах ваг дві будь-які деталі. Якщо рівновага, то більш легша деталь – та що залишилась. Якщо одна із чашок пішла у верх, то в ній легша деталь.

Заняття №7. Логічні задачі, де дані треба розташувати за певним принципом для зручності розв'язування

Задача 1. Дівчата Береза, Верба і Тополя посадили три дерева: березу, вербу й тополю. Жодна з них не посадила дерева, від якого пішло її прізвище. Яке дерево посадила кожна дівчинка, якщо відомо, що Береза посадила не тополю?

Розв'язання: Умови подібних задач зручно записувати в таблицю:

	Береза	Верба	Тополя
Береза	1 -	5 +	4 -
Верба	8 -	2 -	9 +
Тополя	7 +	6 -	3 -

Оскільки жодна дівчина не посадила дерева, від якого пішло її прізвище, то Береза не посадила березу, Верба не посадила вербу, а Тополя – тополю (у клітинках «1», «2», «3» поставимо знак «–»). Оскільки Береза не садила тополю, то в клітинці 4 поставимо «–». З першого рядочка таблиці видно, що Береза могла посадити лише вербу (в клітинці «5» поставимо «+»). В другому стовпчику тільки одна вільна клітинка «6». Так як вербу посадила Береза, то Тополя її не садила, тому в клітинці «6» ставимо «–». З третього рядка видно, що Тополя посадила березу: «+» в клітинку «7». Отже, Верба березу не садила й ставимо «–» в клітинку «8». Їй залишається тополя.

Відповідь: Береза посадила вербу, Верба – тополю, Тополя – березу.

Задача 2. В оздоровчому таборі шість загонів: «Орел», «Перемога», «Мрія», «Зоря», «Світанок», «Сокіл». Кожен загін поселили в окремий будинок. Через давню ворожнечу «орлята» не люблять дітей із «Зорі» та «Світанку» і тому знаходяться не поряд з ними. Діти з «Перемоги» не дружать з дітьми «Зорі» і тому не живуть у сусідніх будиночках. Діти з «Орла» та «Мрії» товаришують, тому живуть поряд. «Зоря» знаходиться у крайньому будинку; «Світанок» і «Сокіл» – сусіди. Чого не може бути?

а) «Зоря» - № 1; б) «Світанок» - № 2.

Зоря	Світанок	Сокіл	Мрія	Орел	Перемога
1	2	3	4	5	6

За умовою, «Світанок» і «Сокіл» сусіди, тому «Сокіл» – № 3. Далі під № 4 можемо поставити «Мрію», бо, за умовою, сусідство «Сокіл» – «Мрія» не заперечується, а з іншого боку, в умові задачі сказано, що «Мрія» і «Орел» – сусіди. Отже, «Орел» – № 5, залишається «Перемога» – № 6. Як бачимо, нам вдалося виконати розташування і задовольнити умову задачі.

б) «Орел» – № 6, а «Сокіл» – № 3.

Проаналізувавши умову, можемо запропонувати таке розташування:

Зоря	Світанок	Сокіл	Перемога	Мрія	Орел
1	2	3	4	5	6

в) «Орел» – № 4, «Перемога» – № 5.

Зоря		Мрія	Орел	Перемога	
1	2	3	4	5	6

«Перемога» – «Зоря» – неможливо за умовою, тому «Зоря» – № 1 (повинен бути крайній будинок). Повинно бути сусідство «Орел – Мрія», тому «Мрія» – №3. Залишились два будиночки № 2 і № 6 та два загони «Світанок» і «Сокіл», що, за умовою, повинні бути сусідами. Це неможливо.

г) «Перемога» – № 5, «Мрія» – № 3.

Зоря		Мрія		Перемога	
1	2	3	4	5	6

«Перемога» – «Зоря» – неможливо за умовою, тому «Зоря» – № 1 (повинен бути крайній будинок). За умовою, повинно бути сусідство «Орел – Мрія», але таких будинків-сусідів уже немає. Тому такий варіант неможливий.

Відповідь: в); г).

Задача 3. Уздовж алеї, що простяглася з півночі на південь, ростуть вишня, груша, горіх, персик слива та яблуня. Відомо, що яблуня міститься на північ від груші, але на південь від горіха. Груша росте поруч зі сливою, а горіх – поруч із персиком. Між яблунею і персиком – два дерева; стільки ж дерев між грушею і вишнею. Між вишнею і персиком є ще одне дерево. У якому порядку ростуть дерева?

Розв'язання: Яблуня на північ від груші, але на південь від горіха, тому груша не може займати перше або друге місце, горіх – п'яте або шосте, яблуня – перше й шосте. Оскільки горіх поруч з персиком, то персик не займає шосте місце. Оскільки між Яблунею і персиком два дерева, то персик може бути першим другим або п'ятим. Між вишнею і персиком одне дерево, тому вишня може бути третьою або четвертою. Між грушею і вишнею два дерева, тому вишня не може бути четвертою. Значить, вона третя. Тоді груша – шоста. Слива стоїть поруч з нею – п'ята. Персик – перший, яблуня – четверта, а горіх – другий.

	Північ — Південь					
	1	2	3	4	5	6
Вишня	-	-	+	-	-	-

Груша	-	-	-	-	-	+
Горіх	-	+	-	-	-	-
Персик	+	-	-	-	-	-
Слива	-	-	-	-	+	-
Яблуня	-	-	-	+	-	-

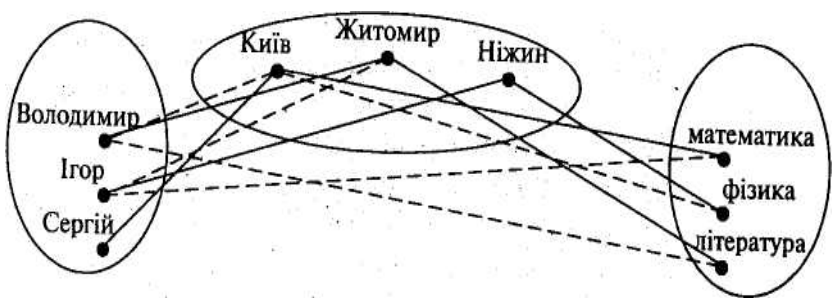
Відповідь: з півночі на південь дерева ростуть так: персик, горіх, вишня, яблуня, слива, груша.

Задача 4. Володимир, Ігор та Сергій викладають математику, фізику й літературу, а живуть вони в Києві, Житомирі та Ніжині. Відомо також, що Володимир живе не в Ніжині, Ігор живе не в Житомирі, ніжинець – не фізик, Ігор – не математик, житомирець викладає літературу. Хто де живе та що викладає?

Розв'язання: Створимо таблицю, вибравши основними параметрами імена та міста. Тоді, врахувавши, що ніжинець – не фізик, а житомирець – літератор, одержимо, що ніжинець – математик, а житомирець – фізик.

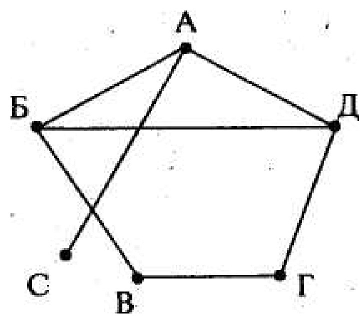
	Київ	Житомир	Ніжин
Володимир	м -	л +	ф -
Ігор	м -	л -	ф +
Сергій	м +	л -	ф -

Відповідь очевидна з таблиці. Цю задачу можна розв'язати, використовуючи класичний метод побудови графів, розглядаючи множину імен, множину міст, множину предметів; проводимо суцільну лінію, якщо твердження правильне, та пунктирну, якщо твердження хибне. Цей спосіб наочніший, але вимагає більших точних міркувань.



Задача 5. Хтось до класу приніс квіти. Були різні здогадки: це Андрій та Борис, Андрій та Даша, Андрій та Сергій, Борис та Даша, Борис та Володя, Володя та Галя, Галя та Даша. Вчитель сказав, що в одній з цих здогадок одне ім'я вказано правильно, а друге – неправильно, в усіх інших обидва імені хибні. Хто ж приніс квіти?

Розв'язання: Позначимо буквами імена дітей та з'єднаємо відрізками імена з кожної здогадки. Ми повинні знайти відрізок, одному з кінців якого відповідає назване правильно ім'я. Цей кінець не може бути кінцем декількох відрізків, бо назване вірно ім'я тільки в одній з пар.



Відповідь: Сергій.

Задача 6. Четверо дітей обговорювали відповідь до задачі. Коля сказав: «Це число 9». Роман: «Це просте число». Катя: «Це парне число». А Наташа сказала, що це число – 15. Назвіть це число, якщо і дівчатка, і хлопчики помилилися рівно по одному разу.

Розв'язання: Припустимо, що Коля правий. Тоді обидві дівчинки неправі, так як 9 не дорівнює 15 і 9 – непарне число, а це суперечить умові задачі. Залишається, що правий Роман і тоді не права Наташа, так як 15 не є простим числом. Залишається припустити, що шукане число просте і парне (так як Катя права), а це тільки 2. Перевірка підтверджує, що умова дотримана.

Отже, це число 2.

Задача 7. На конгресі зустрілися біолог, історик, математик і хімік. Кожний із них володів двома іноземними мовами з числа таких: англійська, італійська, німецька, російська. При цьому не було такої мови, якою б володіли всі, але була одна, якою володіли троє. Ніхто не знав німецьку і російську мови одночасно. Хоча хімік і не розмовляє англійською, він може бути перекладачем, якщо захочуть поговорити біолог та історик. Історик знає російську мову і може поговорити з математиком, хоч той і не знає російської мови. Хімік, біолог і математик можуть розмовляти втрьох однією мовою. Якими мовами володіє кожний із вчених?

Розв'язання: хімік знає російську та італійську, історик знає англійську та російську, біолог знає німецьку та італійську, математик знає англійську та італійську.

Задача 8. Олег, Максим і Віктор вирішили за прикладом Куклачова приступити до дресирування своїх кошенят. Кошеня Максима стрибало через палицю краще, ніж кошеня сіамської породи. Персидське кошеня стрибало краще ніж Мурзик. Кошеня Віктора стрибало краще, ніж Пушок, а Тигрик стрибав не гірше, ніж персидське кошеня. Але сибірському кошеняті набридло дресирування, і воно подряпало свого господаря. Кого подряпало сибірське кошеня?

Розв'язання: Віктор мав сибірського кота Тигрика. Максим мав персидського кота Пушка, Олег мав сіамського кота Мурзика.

Задача 9. Як за допомогою пятилітрової каструлі і трохлітрової банки налити із водопровідного крана у відро рівно 4 літри води?

Розв'язання: За допомогою трьохлітрової банки в каструлю треба налити 5 літрів, тоді в банці залишиться 1 літра води, її виливаємо у відро. Далі в це відро добавляємо 3 літри води.

Задача 10. Висипте на стіл з коробки сірники і розкладіть їх на три купки із різною кількістю в кожній, якщо в коробці всіх разом 48 штук. Припустимо, що вам не відома кількість сірників в кожній із трьох купок. Проте зауважте на таке: якщо з першої купи ви перекладаєте у другу стільки сірників, скільки у цій другій купі було, потім з другої у третю перекладете стільки, скільки ця третя перед тим буде мати, і, нарешті, з третьої перекладете у першу стільки сірників, скільки ця перша купа буде тоді мати, – якщо все це пробити, то число сірників у всіх купках буде однакове. Скільки ж було у кожній купці спочатку?

Розв'язання: Задачу розв'язують з кінця. Будемо виходити з того, що після усіх перекладань число сірників у купках стало однаковим. Оскільки від цих перекладань загальне число сірників не змінилося, залишилося попереднє (48), то в кожній купці на кінець усіх перекладань виявилося 16 штук.

Отже, маємо наприкінці:

1-а купка	2-а купка	3-я купка
16	16	16

Безпосередньо перед цим у першу купку було добавлено стільки сірників, скільки в ній було; інакше кажучи, число сірників у ній було подвоєно. Це означає, що до останнього перекладання у першій купці було не 16, а лише 8 сірників. У третій купці, з якої 8 сірників було взято, перед тим було 16 + 8 = 24 сірники.

Тепер у нас такий розподіл сірників по купках:

1-а купка	2-а купка	3-я купка
8	16	24

Далі: ми знаємо, що перед цим з другої купки було перекладено у третю стільки сірників, скільки було у третій купці. Значить 24 – це подвоєне число сірників, які були у третій купці до цього перекладання. Звідси знаходимо розподіл сірників після першого перекладання:

1-а купка	2-а купка	3-я купка
8	16 + 12 = 28	12

Легко зрозуміти, що раніше за перше перекладання (тобто до того, як з першої купки було перекладено у другу стільки сірників, скільки у цій другій було) розподіл сірників був такий:

1-а купка	2-а купка	3-я купка
22	14	12

Такі початкові числа сірників у купках.

Заняття № 8. Задачі на відсотки

Відсоток (процент) числа – сота частина цього числа. Відсоток позначається символом %. Термін «процент» походить від латинського pro cent – «від ста».

Задачі на відсотки, як правило, поділяються на:

а) знаходження відсотка від числа;

б) знаходження числа за його відсотком;

в) знаходження кількості відсотків, що становить одне число від другого.

Щоб знайти відсоток від числа, потрібно:

1) записати відсоток у вигляді звичайного чи десяткового дробу;

2) помножити число на цей дріб.

Щоб знайти число за його відсотком, потрібно:

1) записати відсоток у вигляді звичайного чи десяткового дробу;

2) поділити число на цей дріб.

Щоб знайти, скільки відсотків становить одне число від другого, потрібно:

1) поділити перше число на друге;

2) записати даний дріб у вигляді відсотків.

Інші задачі, як правило, зводяться до цих трьох.

Задача 1. Їжак назбирав 200 яблук. Собі залишив 35 % усіх яблук, а решту віддав зайченятам. Скільки яблук їжак віддав зайченятам?

Розв'язання:

1) 35 % = 0,35

2) 200 · 0,35 = 70 (яблук) їжак залишив собі;

3) 200 – 70 = 130 (яблук) їжак віддав зайченятам.

Задача 2. На галявині гралися 18 зайчиків і білченят. Скільки зайченят і скільки білченят гралося на галявині, якщо зайченята складають 80 %?

Розв'язання: Нехай на галявині бавилося х білченят. Тоді зайчат було 0,8 · х. Їхня загальна кількість х + 0,8 · х, що за умовою становить 18. Складаємо рівняння: х + 0,8 · х = 18; 1,8 · х = 18; х = 10.

На галявині бавилося 10 білченят і 8 зайчат.

Задача 3. Розшукували 80 старовинних рукописів, поки що відновили 30. Скільки відсотків плану виконано ?

Розв'язання: Щоб відповісти на питання до задачі, потрібно знайти, скільки відсотків становить 30 від 80. Для цього потрібно знайти відношення чисел 30 і 80 та виразити його у відсотках: (30 : 80) · 100% = 37,5 %.

Виконано 37,5 % плану.

Задача 4. Ціна автомобіля спочатку підвищилась на 20 %, а потім знизилась на 20 %. Як змінилася ціна на автомобіль після цих двох переоцінок?

Розв'язання: Початкова ціна – x грн.

Ціна після підвищення – $1,2 \cdot x$ грн. – 100 %

Ціна після зниження – у грн. – 80 %

1) $(1,2 \cdot x \cdot 80) : 100 = 0,96 \cdot x$ (грн.),

2) $x - 0,96 \cdot x = 0,04 \cdot x$, що становить 4 %.

Ціна знизилась на 4 %.

Задача 5. Одне число дорівнює 120, друге складає 50 % від першого, третє – 25 % від другого. Знайти середнє арифметичне цих чисел.

Розв'язання:

1) $120 \cdot 0,5 = 60$ – друге число;

2) $60 \cdot 0,25 = 15$ – третє число;

3) $(120 + 60 + 15) : 3 = 65$ – середнє арифметичне цих чисел.

Задача 6. Перший тракторист зорав 40 % поля, а другий зорав 35 % поля. Чому дорівнює площа всього поля, якщо перший зорав на 4 га більше?

Розв'язання: Нехай площа всього поля дорівнює x га. Тоді перший тракторист зорав $0,4 \cdot x$ га ($x : 100 \cdot 40 = 0,4 \cdot x$), а другий – $0,35 \cdot x$ га, що на 4 га менше ніж перший. Складемо і розв'яжемо рівняння:

$0,4 \cdot x - 0,35 \cdot x = 4$

$0,05 \cdot x = 4$

$x = 4 : 0,05$

$x = 80$

Отже, площа всього поля дорівнює 80 га.

Задача 7. Різниця двох чисел дорівнює 72. Знайти ці числа, якщо 4,5 % від одного з них дорівнює 8,5 % другого.

Розв'язання:

Нехай перше число дорівнює x, тоді друге – (x - 72).

4,5 % від першого дорівнює $x : 100 \cdot 4{,}5 = 0{,}045 \cdot x$, а 8,5 % від другого – $(x - 72) : 100 \cdot 8{,}5 = 0{,}085 \cdot (x - 72)$. Отримані числа між собою рівні. Складемо і розв'яжемо рівняння:

$0{,}045 \cdot x = 0{,}085 \cdot (x - 72)$

$0{,}045 \cdot x = 0{,}085 \cdot x – 6{,}12$

$- 0{,}04 \cdot x = - 6{,}12$

$0{,}04 \cdot x = 6{,}12$

$x = 6{,}12 : 0{,}04$

$x = 153$

Тоді перше число дорівнює 153, а друге число – 81.

Задача 8. Із свіжих груш виходить 18 % сушених. Скільки потрібно було взяти свіжих, щоб отримати 45 кг сушених?

Розв'язання:

1) Нехай 100 % становить вага свіжих груш;
2) $45 : 18 \cdot 100 = 250$ (кг) – свіжих груш треба взяти.

Задача 9. Завод випускав 800 виробів на місяць. В результаті технічного переоснащення він став випускати 1200 виробів на місяць. На скільки відсотків збільшилась продуктивність праці?

Розв'язання: Випуск продукції збільшився на $1200 – 800 = 400$ (вироби). Отже, задача зводиться до знаходження відсоткового відношення чисел 400 і 800, тобто $400 : 800 \cdot 100\ \% = 50\ \%$.

Задача 10. Банк сплачує своїм вкладникам 8% річних. Скільки грошей треба покласти в банк, щоб через рік отримати 600 грн. прибутку?

Розв'язання: Нехай у банк потрібно покласти x грн., тоді:

x грн. – 100 %,

600 грн. – 8 %,

звідки: $x = 600 \cdot 100 : 8 = 7500$ (грн.)

РОЗДІЛ 4. Педагогічний експеримент

Педагогічний експеримент ми проводили методом експертних оцінок, в ході якого була перевірена доцільність використання гурткової роботи.

В групу експертів були запрошені ряд компетентних фахівців:

1. Белешко Д.Т. – кандидат педагогічних наук, доцент;
2. Клекоць Г.Я. – старший викладач;
3. Павелків О.М. – кандидат педагогічних наук, доцент;
4. Генсіцька-Антонюк Н.О. – доцент;
5. Коваль В.В. – кандидат педагогічних наук, доцент.

Оскільки завершальним етапом розробки системи нестандартних задач на гурткових заняттях є аналіз результатів експертного опитування, що проводиться з метою узгодження думок експертів щодо кожного конкретного питання, то серед математико-статистичних методів обробки результатів експертних оцінок ми обрали метод рангової кореляції.

Результати опитування експертів являють собою сукупність оцінок (балів). Оцінки – C_{ik} виставляються по десятибальній системі. Показником узагальненої думки групи експертів є середнє арифметичне величини оцінки певного питання (фактора) – M_k. Середнє арифметичне величини оцінки фактора обчислюється за формулою:

$$M_k = \frac{1}{m}\sum C_{ik}$$

, де:

m – кількість експертів, що приймали участь в оцінці;

C_{ik} – оціночний показник k-го фактора в і-го експерта (табл. 3.1).

Оцінка методики проводилася за наступними факторами:

1) програма гуртка;

2) можливість розвитку здібностей до узагальнення та подолання інерції;

3) можливість розвитку критичності мислення, здатності до оціночних суджень;

4) можливість розвитку раціональності та гнучкості мислення;

5) рівень пізнавального інтересу пропонованих задач.

Таблиця 3.1. **Підсумкова таблиця даних експертного анкетування**

Оцінювані фактори	**Експерти**					M_k
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	
1	10	10	8	9	9	**9,2**
2	8	10	9	10	7	**8,8**
3	9	9	10	9	10	**9,4**
4	9	9	8	9	10	**9**
5	10	9	10	9	8	**9,2**

Сума рангів S_k кожного фактора обчислюється наступним чином:

1. Проводиться ранжування за спаданням оцінок за допомогою чисел натурального ряду, які є рангами оцінок певного експерта. Якщо експерт оцінює декілька факторів однаковою оцінкою, то їм присвоюються «зв’язні ранги».

2. Суми рангів кожного із стовпчиків повинні бути рівними, і дорівнювати контрольному числу, яке обчислюється за наступною формулою:

$S_m = 1 + \quad k \;\; k$

, де k – кількість розглядуваних факторів.

3. Далі підраховуються суми рангів кожного із рядків S_k (табл. 3.2).

Таблиця 3.2. **Ранжування експертних оцінок**

Фактори	**Показники**	**Експерти**					**S_k**
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	
1	**Бали**	10	10	8	9	9	**14**
	Числа натурального ряду	1	1	4	2	3	
	Ранги	1,5	1,5	4,5	3,5	3	
2	**Бали**	8	10	9	10	7	**15,5**
	Числа натурального ряду	5	2	3	1	5	
	Ранги	5	1,5	3	1	5	
3	**Бали**	9	9	10	9	10	**14**
	Числа натурального ряду	3	3	1	3	1	
	Ранги	3,5	4	1,5	3,5	1,5	
4	**Бали**	9	9	8	9	10	**17**
	Числа натурального ряду	4	4	5	4	2	
	Ранги	3,5	4	4,5	3,5	1,5	

5	**Бали**	10	9	10	9	8	**14,5**
	Числа натурального ряду	2	5	2	5	4	
	Ранги	1,5	4	1,5	3,5	4	
$S_m = 15$		**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**75**

Показником ступеня узгодженості думок експертів є коефіцієнт варіації оцінок кожного фактора – V_k. Цей коефіцієнт обчислюється наступним чином:

1. Обчислюється дисперсія оцінок D_k:

$$D_k = \frac{1}{m-1}\sum (C_{ik} - M_k)^2$$

, де

m – кількість експертів, що приймали участь в оцінці;

C_{ik} – оціночний показник k-го фактора в i-го експерта;

M_k – середнє арифметичне величини оцінки фактора.

2. Обчислюється середнє квадратичне відхилення оцінок σ_k: $\sigma_k = \sqrt{D_k}$.

$$V_k = \frac{\sigma_k}{M_k}$$

3. Знаходиться коефіцієнт варіації V_k: (табл. 3.3).

Таблиця 3.3. **Показники ступеня узгодженості думок експертів**

Фактори	$(C_{ik} - M_k)^2$	$\sum(C_{ik} - M_k)^2$	D_k	σ_k	V_k
	Експерти				

	1	**2**	**3**	**4**	**5**				
1	0,36	0,36	1,96	0,36	0,16	3,2	0,8	0,894	0,095
2	0,04	1,44	0,64	1,44	3,24	6,8	1,7	1,304	0,148
3	0,04	0,04	0,04	0,04	0,64	0,8	0,2	0,447	0,051
4	0,04	0,64	1,44	0,04	0,64	2,8	0,7	0,837	0,091
5	0,64	0,04	0,64	0,04	1,44	2,8	0,7	0,837	0,091

На основі отриманих даних можна зауважити, що велике значення для нашого дослідження має розв'язування нестандартних задач на гурткових заняттях (фактор 3). Цей матеріал оцінений найбільшою кількістю балів (47 із 50) та має найменшу суму рангів (14) при високому ступені узгодженості думок експертів (коефіцієнт варіації дорівнює 0,051).

Взявши до уваги пропозиції експертів, нами був відкоректований програмний засіб та з допомогою даного опитування була підтверджена наша гіпотеза.

Таким чином, на основі аналізу вище наведених таблиць, можна обґрунтовано стверджувати, що описані в даній роботі рекомендації щодо використання нестандартних задач як засобу розвитку творчих здібностей учнів можуть з успіхом застосовуватись як учителями та студентами, так і самими учнями, заради покращення умов навчання, в яких і проводилось наше дослідження.

ВИСНОВКИ

Дослідження теми «Розвиток творчих здібностей учнів шляхом розв'язування нестандартних математичних задач» дозволило нам переконатися у тому, що традиційне навчання, зорієнтоване на «середнього» учня, проходить у неоптимальному для сильних і слабких учнів режимі, недостатньо використовуються потенційні можливості школярів. Саме це обумовлює пошук шляхів, методів і засобів розв'язування нестандартних задач, властивих сучасній педагогічній практиці. Одним з таких завдань є пошук ефективних форм і прийомів розв'язування нестандартних задач.

На підставі проведеного дослідження ми прийшли до наступних висновків:

1. Проаналізувавши поняття «нестандартна задача», «творчі здібності», показали їх роль, функції та взаємозв'язок в процесі навчання математики.

2. Визначили особливості мислення учнів при розв'язуванні нестандартних задач.

3. Систематизували нестандартні задачі в 5-6 класах відповідно до їх видів.

4. Відповідно до цієї систематизації розробили зміст гурткової роботи в 5-6 класах та експериментально їх перевірили.

Аналіз наукових досліджень, що стосуються даної теми, а також експертна оцінка розробленої методики показали, що система цільового використання нестандартних задач у позакласній роботі в 5-6 класах являє собою ефективний засіб розвитку творчих здібностей учнів.

Важливо під час розв'язування нестандартних задач використовувати життєвий досвід учнів. Так, у ході бесіди часто виникають ситуації, які змушують їх логічно мислити, знаходити правильне розв'язання. Це розвиває в них кмітливість, робить заняття цікавим і захоплюючим.

Перший розділ роботи – це науково-теоретичні основи розв'язування нестандартних математичних задач в 5-6 класах. В ньому висвітлюється роль нестандартних задач та даються методичні рекомендації щодо їх використання в навчанні математиці учнями 5-6 класів.

У другому розділі висвітлюються основні підходи до визначення творчих здібностей, умови їх розвитку, психологічні особливості мислення учнів 5-6 класів, шляхи формування творчого мислення при розв'язуванні нестандартних математичних задач.

Третій розділ – розвиток творчих здібностей учнів шляхом розв'язування нестандартних математичних задач. В ньому розкривається практична частина роботи, а також розроблена система гурткових занять:

1. Математична розминка
2. Задачі на подільність натуральних чисел
3. Розв'язування задач з кінця
4. Задачі на нестачу і лишок
5. Олімпіадні задачі
6. Задачі на кмітливість
7. Логічні задачі, де дані треба розташовувати за певним принципом для зручності розв'язування
8. Задачі на відсотки

Четвертий розділ – педагогічний експеримент. За результатами експертної оцінки можна обґрунтовано стверджувати, що викладений в роботі матеріал може ефективно застосовуватися вчителями математики для організації розв'язування нестандартних задач в 5-6 класах.

Система гурткових занять, розроблена у ході виконання дипломної роботи бакалавра, може бути використана в роботі вчителів математики загальноосвітніх шкіл.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абдулаєва Н.П. Формування творчої особистості учня у процесі позакласної роботи з математики / Н.П. Абдулаєва // Обдарована дитина. – 2010. – № 2. – С. 18–21.

2. Амосов Н.М. Алгоритмы разума / Амосов Н.М. – К.: Наукова думка, 1979. – 224 с.

3. Аніконова М. Активізація творчої діяльності учнів на уроках математики / Маргарита Аніконова // Математика. – 2009. – № 23. – С. 1–6.

4. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Підручник для студ. – Вид. 2 / Г.П. Бевз. – К.: Вища школа, 1977. – 189 с.

5. Вишенський В.А. Гра – не тільки розвага / В.А. Вишенський // У світі математики. – 1995. – Вип. 1. – С. 73–76.

6. Вельдбрехт Д.О. Розвиток креативних здібностей учнів через систему креативних вправ / Д.О. Вельдбрехт, Н.Г. Токар // Математика в школах України. – 2007. – № 29. – С. 2–6.

7. Вікова психологія / За редакцією дійсного члена АПН СРСР Г.С. Костюка. – К.: Радянська школа, 1976. – 272 с.

8. Волкова Н.П. Педагогіка / Волкова Н.П. – К.: Академія, 2001. – 321 с.

9. Галай Г.І. Учням про видатних математиків / Г.І. Галай, Г.Д. Гриневич. – К.: Рад. школа, 1976. – 160 с.

10. Ганюшкін О.Г. Переливаючи з порожнього в пусте / О.Г. Ганюшкін // У світі математики. – 1995. – Вип. 2. – С. 33–36.

11. Громов М.В. Можливі напрямки розвитку математики в наступних десятиліттях / М.В. Громов // Математика. – 2001. – №7. – С. 1–8.

12. Губа Л.А. Нестандартні уроки математики / Л.А. Губа. – Х.: Основа, 2005. – 96 с.

13. Гуменюк Ю.Я. Розвиток творчих здібностей учнів шляхом розв’язування нестандартних математичних задач / Ю.Я. Гуменюк, О.В. Крайчук // НАУКА, ОСВІТА, СУСПІЛЬСТВО ОЧИМА МОЛОДИХ: Матеріали IX Міжнародної науково-практичної конференції студентів та

молодих науковців. Частина 2. Природничо-математичний, суспільно-гуманітарний та економічний напрями. – Рівне: РВВ РДГУ. – 2016. – С. 9–11.

14. Дружинин В.Н. Психология общих способностей. – СПб. / В.Н. Дружинин. – Издательство «Питер», 2000. – 209 с.

15. Эльконин Д.Б. Избранные психологические труды / Д.Б. Эльконин / Под ред. В.В. Давыдова. – М.: Педагогика, 1989. – 554 с.

16. Козира В.М. Подільність цілих чисел в задачах / В.М. Козира. – Тернопіль: Астон, 2000. – 32 с.

17. Козира В.М. Технологія уроку з математики. Посібник для вчителя / В.М. Козира. – Тернопіль: Астон, 2002. – 53 с.

18. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике Ч. I. / Под ред. Ю.М. Колягина. – М.: Просвещение, 1977. – 110 с.

19. Конет І.М. Обласні математичні олімпіади / І.М. Конет, В.Г. Паньков. – Кам’янець-Подільський: Абетка, 2000. – 304 с.

20. Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе математики 4-5 классов: Кн. для учителя / Н.П. Кострикина. – М.: Просвещение, 1986. – 96 с.

21. Кремінський Б.Г. Обдарованість та проблема розвитку здібностей особистості / Б.Г. Кремінський // Практична психологія та соціальна робота. – 2004. – №12. – С. 74–80.

22. Кушнір В.А. Особливості творчості у розв’язуванні задач / В.А. Кушнір, Г.А. Кушнір // Математика в школі. – 2010. – № 10. – С. 8–17.

23. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики / А.Н. Леонтьев. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 1972. – 632 с.

24. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения / И.Я. Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 156 с.

25. Лоповок Л.М. Збірник математичних задач логічного характеру / Л.М. Лоповок. – К.: Рад. школа, 1977. – 104 с.

26. Маланюк М.П. Шукаймо закономірності. Проблемно-пошукові задачі з математики для учнів 5-6 класів / М.П. Маланюк. – Тернопіль: Астон, 2007. – 88 с.

27. Моляко В.А. Психология решения школьниками творческих задач / В.А. Моляко. – К.: Рад. школа, 1983. – 94 с.

28. Музика О.Л. Здібності, творчість, обдарованість: теорія, методика, результати досліджень / О.Л. Музика, В.О. Моляко. – Житомир: Вид-во Рута, 2006. – 320 с.

29. Музика О.Л. Розвиток творчих здібностей у наслідуваній діяльності: навчальний посібник / О.Л. Музика, Н.Ф. Портницька. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. – 128 с.

30. Музика О.Л. Самооцінка і розвиток творчих здібностей: навчальний посібник / О.Л. Музика, І.С. Загурська. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. – 144 с.

31. Музика О.Л. Цінності обдарованої особистості / О.Л. Музика // Обдарована дитина. – Вип. 4. – 1998. – С. 6-10.

32. Перенчук В.К. Нестандартні підходи до навчання учнів на уроках математики / В.К. Перенчук // Математика в школах України. – № 1. – 2006. – С. 2–3.

33. Підручна М.В. Позакласна робота / М. Підручна, Г. Янченко. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 188 с.

34. Пойа Д. Как решать задачу / Д. Пойа. – М.: Учпедгиз, 1961. – 207 с.

35. Пойа Д. Математическое открытие / Д. Пойа. – М.: Наука, 1976. – 448 с.

36. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойа. – М.: Наука, 1975. – 463 с.

37. Русанов В.Н. Математические олимпиады младших школьников: Кн. для учителя: Из опыта работы (в сел. р-нах) / В.Н. Русанов. – М.: Просвещение, 1990. – 77 с.

38. Сафонова В.Ю. Задачи для внеклассной работы по математике в V-VI классах. Пособие для учити лей / В.Ю. Сафонова. – Москва: МИРОС, 1993. – 72 с.

39. Слєпкань З.І. Методика навчання математики / З.І. Слєпкань. – К.: Вища школа, 2006. – 386 с.

40. Степанов В.Д. Активизация внеурочной работы по математике в средней школе / В.Д. Степанов. – М: Просвещение, 1991. – 80 с.

41. Тадеєв В.О. Неформальна математика 5-9 класи. Навчальний посібник для учнів, які хочуть знати більше, ніж вивчається в школі / В.О. Тадеєв. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 288 с.

42. Тадеєв В.О. Подільність цілих чисел / В.О. Тадеєв. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 1995. – 76 с.

43. Харламов И.Ф. Педагогика / И.Ф. Харламов. – М.: Гардарики, 1999. – 520 с.

44. Хроленко Н. Сучасний урок з позицій інтерактивного навчання / Н. Хроленко // Математика. – 2006. – № 5. – С. 3.

45. Философский словарь [ред. М.М. Розенталь]. – 3-е изд. – М.: Политиздат, 1975. – 496 с.

46. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – М.: Просвещение, 1989. – 256 с.

47. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе. Учетелю математики о пед. психологии / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 105 с.

48. Черкасов Р.С. Методика викладання математики в середній школі / Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – Харків: Основа, 1992. – 151 с.

49. Ядренко М.Й. До шістдесятиріччя математичних олімпіад в Україні / М.Й. Ядренко // У світі математики. – 1995. – № 2. – С. 95–97.

50. Янченко Г.М. Сучасний урок з математики / Г.М. Янченко. – Тернопіль, 1991. – 126 с.

Додаток А

Задачі для самостійного розв’язання

1. У похід пішло 20 чоловік: чоловіки, жінки й діти. Разом вони несли 200 кг. Кожен чоловік ніс 20 кг, жінка – 5 кг, дитина – 3 кг. Скільки чоловіків, жінок і дітей пішло в похід?

Відповідь: 8 чоловік, 2 жінки й 10 дітей.

2. На лузі паслися 90 телят і гусей. Усього в них було 256 ніг. Скільки було телят і скільки було гусей?

Відповідь: 38 телят і 52 гуски.

3. Учаснику гри було запропоновано 30 запитань. За кожну правильну відповідь він отримував 7 балів, а за кожну неправильну (або відсутність відповіді) знімали 12 балів. Скільки правильних відповідей дав учасник гри, якщо він отримав 77 балів?

Відповідь: 23 правильні відповіді й 7 неправильних.

4. Маса 10 слив така сама, як маса 3 яблук і 1 груші. Маса 2 слив і 1 яблука така сама, як маса 1 груші. Скільки слив треба взяти, щоб їх маса дорівнювала масі 1 груші?

Відповідь: Маса 1 груші дорівнює масі 4 слив.

5. Андрій з Віктором організували платну бібліотеку: Андрій приніс 48 книг по 6 грн. кожна, а Віктор – 27 книг по 8 грн. кожна. До них вирішив приєднатися Сергій, але книг для бібліотеки в нього не було, тому він вніс свою частину грошима. Скільки гривень Сергій заплатив Андрію і скільки – Віктору, щоб усі троє стали рівноправними власниками бібліотеки?

Відповідь: 120 грн. Андрію і 48 грн. Віктору.

6. Поверхня ставка поступово покривається ліліями, що розростаються. Вони ростуть так швидко, що за кожний день подвоюється площа, покрита ліліями. Вся поверхня покрилася ліліями за 30 днів. За скільки днів була покрита перша половина всієї поверхні ставка?

Відповідь: За останній день покрилася ліліями друга половина ставка. Отже, перша половина ставка покрилася за 29 днів.

7. У таборі відпочинку одного дня влаштували змагання грибників. Підводячи підсумки, вожатий сказав: «Найбільше число грибів, яке назбирали переможці, виявилося цікавим. Якщо це число зменшити в 7 разів і одержане число зменшити на 7, то вийде 7». Чи багато грибів у переможців?

Відповідь: 98 грибів.

8. Олена, Тетяна, Микола і Дмитро збирали ягоди. Тетяна зібрала ягід найбільше, Олена – не менше від усіх. Чи правильно, що дівчата зібрали ягід більше від хлопців?

Відповідь: Правильно, Олена зібрала найбільше, вона зібрала більше від кожного з хлопців, так як Тетяна зібрала не найменше, але менше від Олени, то вона зібрала більше хоча б від одного з хлопців. Отже, разом дівчата зібрали більше від хлопців.

9. Терещенко й Павлюк – співвласники фірми. Терещенку належать акції фірми на суму 34 тисячі гривень, а Павлюку – 56 тисяч гривень. Вони вирішили частину акцій продати Якименку, так щоб кожний володів рівно третиною фірми. Скільки гривень Якименко має заплатити Терещенку і скільки – Павлюку, щоб кожен володів третьою частиною акцій?

Відповідь: 4 тис. грн. Терещенку і 26 тис. грн. Павлюку.

10. Учень прочитав книгу за три дні. В перший день він прочитав 0,2 всієї книги і ще 16 сторінок, на другий день 0,3 залишку і ще 20 сторінок. В третій день 0,75 залишку і останні 30 сторінок книги. Скільки сторінок у книзі?

Відповідь: 270 сторінок.

11. Сашко витрачає на дорогу в школу 12 хвилин, а Марійка 18 хв. Через 3 хвилини після виходу Марійки до школи вийшов Сашко. Через який час він її наздожене?

Відповідь: на півшляху.

12. В неділю рибалка ловив рибу 3 рази: вранці, вдень і ввечері. Весь улов – 3кг, причому, вранці він зловив в 3 рази більше, ніж ввечері, а вдень стільки ж, скільки і ввечері. Скільки риби зловив рибалка вранці і ввечері?

Відповідь: 1,8 кг – вранці; 0,6 кг – ввечері.

13. Зарплату токарю підвищили спочатку на 10%, а через рік ще на 20%. На скільки відсотків підвищилася зарплата порівняно з початковою?

Відповідь: на 32%.

14. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти із 24 волошок і 32 ромашок, використавши всі квіти?

Відповідь: 8 букетів.

15. Позавчора лисичка купила в лісовій крамниці молоко за 4 грн. Учора ціна молока піднялася на 5%, а сьогодні знизилася на 5%. За яку ціну сьогодні лисичка купила те саме молоко?

Відповідь: 3,99 грн.

16. У ведмедя на пасиці 120 вуликів. 6 вуликів ще не заселені, а в решті живуть працьовиті бджоли. Скільки відсотків вуликів дадуть меду?

Відповідь: 95%.

17. На своїй лісовій грядці зайчик посадив 45 морквин. 9 морквин він вже з'їв. Який відсоток морквин залишився на грядці зайчика?

Відповідь: 80%.

18. На галявині росла полуниця, що містить 6% цукру. Лисичка зібрала 4 кг полуниці. Чому дорівнює маса зібраної полуниці без цукру?

Відповідь: 3,76 кг.

19. Дюймовочка сплела вінок із лісових квітів. У вінку було 15 дзвіночків, що становило 30% усіх квітів, а решта – ромашки. Скільки ромашок у вінку?

Відповідь: 35 ромашок.

20. Перший тракторист зорав 40% поля, а другий зорав 35% поля. Чому дорівнює площа всього поля, якщо перший зорав на 4 га більше?

Відповідь: 80 га.