

Рівненський державний гуманітарний університет

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота

магістерського рівня

на тему:

Методика навчання учнів розв'язування текстових задач в основній школі

Виконав: студент 2 курсу магістратури,
групи М-М-61
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Пінкевич Віталій Юрійович

Керівник: к.п.н., професор НУВГП
Белешко Дмитро Тимофійович

Рецензенти: докт. технік. наук, проф.
Турбал Юрій Васильович

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
професор кафедри вищої математики
Петрівський Борис Петрович

Рівне – 2019 року

ЗМІСТ

Вступ	3
Розділ 1. Теоретичні основи дослідження	7
1.1. Стан досліджуваної проблеми в теорії і практиці	7
1.2. Методична система та її структура	10
1.3. Поняття «задача» в наукових дослідженнях	21
1.4. Поняття текстової задачі та її ролі в курсі математики. Види та способи розв'язування текстових задач.	26
1.5. Класифікація текстових задач	27
1.6. Психолого-педагогічні особливості навчання учнів розв'язувати текстові задачі	27
Розділ 2. Методика навчання учнів основної школи розв'язувати текстові задачі.	32
2.1. Методика навчання розв'язування текстових задач в курсі математики 5-6 класів	32
2.2. Методика розв'язування алгебраїчних задач 7-9 класів	38
2.3. Види текстових задач	41
2.3.1 Задачі на відсоткові розрахунки.	41
2.3.2. На рух.	43
2.3.3..Логічні задачі.	46
Розділ 3. Експериментальне дослідження	48
Висновки	52
Література.....	53

Вступ

Актуальність дослідження. Демократизація освіти вимагає від педагогічної науки нових шляхів удосконалення навчально-виховного процесу. „Освіта ХХІ століття – це освіта для людини”. Пріоритетним напрямком оновлення змісту навчально-виховного процесу є гуманізація освіти, що базується на гуманістичних цінностях

Важливу роль у курсі математики школи відіграють текстові задачі. Вони з одного боку, складають специфічний розділ програми, зміст якого учні мають засвоїти, з другого – виступають як дидактичний засіб навчання, виховання і розвитку школярів.

Розв’язування текстових задач спрямоване на формування в учнів системи математичних знань, вироблення вмінь і навичок математичного моделювання, обчислення, розвитку прийомів розумової діяльності (планування, пошук раціональних шляхів, критичність тощо). Текстові задачі допомагають розкрити опосередковані зв’язки математики з навколишнім середовищем і практичною діяльністю людей, реалізувати пізнавальні й виховні функції навчання. Так, сюжети текстових задач відображають працю дітей і дорослих, досягнення країни в різних галузях народного господарства, науки, культури, містять цікаву пізнавальну інформацію з природознавства і т. ін.

Процес розв’язування текстових задач сприяє формуванню таких розумових дій, як аналіз і синтез, конкретизація і абстрагування, порівняння, узагальнення тощо. Від оволодіння вміннями розв’язувати задачі залежить не лише підготовка школярів з математики на даному етапі навчання, а й осмислене засвоєння систематичних курсів алгебри, геометрії, фізики, інформатики у наступних класах.

Дані, необхідні для осмислення цілісності і цілеспрямованості формування вмінь розв’язувати текстові задачі, одержані нами в результаті аналізу педагогічної, психологічної і методичної літератури, де є немало цінних ідей і теоретичних узагальнень. Так, праці в галузі педагогічної психології (Л.В.

Виготський), П.Я.Гальперін, Г.С.Костюк, О.М.Леонтьєв, Н.Ф.Тализіна, І.С.Якиманська) розкривають зміст поняття "вміння" і розуміння механізмів його формування у школярів. Психологічний та методичний аспект процесу розв'язування задач досліджували Г.О.Балл, Л.Л.Гурова, С.Д.Максименко, Є.І.Машбиць, Н.О.Менчинська, Н.А.Побірченко, З.І.Слепкань, Л.М.Фрідман.

До проблеми розв'язування задач при вивченні математики тією чи іншою мірою зверталися відомі методисти. Особливу увагу розв'язуванню задач як засобу розвитку мислення, формування системи математичних понять, добору задач до підручників у основній школі приділяли Г.П.Бевз, М.І.Бурда, Ю.М.Колягін, І.Ф.Тесленко, А.А.Столяр, Л.М.Фрідман,

Позитивно оцінюючи наукову і практичну значущість праць з даної проблеми, необхідно, разом з цим, відзначити, що ряд аспектів формування вмінь розв'язувати текстові задачі залишилися нерозкриті, зокрема - обсяг теоретичних знань про текстову задачу і процес її розв'язування у старших класах; визначення рівнів програмних вимог до вироблення вмінь учнів основної школи розв'язувати текстові задачі; добір різномірівневих завдань, спрямованих на формування вмінь розв'язувати задачі; способи раціонального поєднання фронтальної, групової та індивідуальної форм роботи на уроках математики при розв'язуванні задач в кожному конкретному класі у основній ланці школи.

Крім того, традиційна методика формування вмінь розв'язувати текстові задачі орієнтована на "середнього учня". Вона не враховує зміст та основні ідеї проекту Державного стандарту загальної середньої освіти в Україні, зокрема ідеї рівневої диференціації навчання та орієнтацію її результатів на навчальні можливості школярів. Також недостатньо досліджені методичні особливості ознайомлення школярів із складеними задачами, що відбувається у основній школі.

Таким чином, актуальність дослідження зумовлена його значущістю для розробки удосконаленої методики розв'язування текстових задач у основній

школі, яка враховує особливості навчальної діяльності учнів під час розв'язування текстових задач, психолого-педагогічні засади вироблення вмінь розв'язувати текстові задачі, різнорівневі вимоги до математичної підготовки школярів. Виявлення шляхів удосконалення методики формування вмінь розв'язувати текстові задачі в основній школі і складає проблему нашого дослідження.

Мета дослідження – проаналізувати, теоретично обґрунтувати і експериментально перевірити методичну систему, сформувати вміння учнів розв'язувати текстові задачі у основній школі. Відповідно до мети дослідження були поставлені такі завдання: На основі аналізу психологічної і навчально-методичної літератури, практики навчання проаналізувати стан досліджуваної проблеми. Розкрити зміст і навченість учнів розв'язувати текстові задачі.

Визначити особливості навчальної діяльності учнів основної школи під час розв'язування текстових задач. Дослідити методи, спрямовані на удосконалення умінь учнів 5-9 класів розв'язувати текстові задачі.

Теоретично обґрунтувати та експериментально перевірити удосконалену методику формування вмінь розв'язувати текстові задачі.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики учнів основної школи.

Предмет дослідження – формування вмінь учнів розв'язувати текстові задачі.

Гіпотеза дослідження: якщо, навчаючи розв'язуванню текстових задач, враховувати зміст і їх операційний склад, рівні програмних вимог їх формування, принципи добору завдань, то це підвищить ефективність навчання учнів розв'язувати текстові задачі, а отже, рівень математичної підготовки школярів і підготовку їх з математики в цілому.

Методологічною основою дослідження є системно-структурний підхід до аналізу навчальної діяльності; психологічна теорія поетапного формування розумових дій і понять; загально-дидактичні та методичні положення розвивального навчання; результати дослідження вітчизняних і зарубіжних психологів, методистів про закономірності навчально-виховного процесу.

Дослідження ґрунтувалося на основних положеннях Закону України "Про Освіту", державної національної програми "Освіта (Україна ХХІ століття)" про зміст і завдання загальноосвітньої підготовки учнів та концепції базової математичної освіти в Україні. Наукова новизна роботи полягає в тому, що визначено зміст і операційний склад вмінь розв'язувати текстові задачі, рівні програмних вимог до їх вироблення; обґрунтовано обсяг теоретичних знань про складену задачу і процес її розв'язування; розроблена система завдань, спрямованих на формування умінь основної школи розв'язувати текстові задачі; визначено наукові підходи до добору методів, прийомів, засобів та організаційних форм вироблення вмінь розв'язувати складені задачі з урахуванням особливостей навчальної діяльності учнів основної школи.

Розділ 1

Теоретичні основи дослідження

1.1. Стан досліджуваної проблеми в теорії і практиці

Провідною тенденцією розбудови освітньої системи в Україні взагалі і шкільної зокрема є зумовлений змінами тенденцій розвитку суспільства перехід до нової парадигми освіти. Діяльність освітян у ХХ столітті здебільшого була орієнтована на формування стабільної системи знань, навичок і вмінь, а тому освіта мала репродуктивну модель. У сучасному інформаційному суспільстві період „життя нових знань” скоротився до 3-5 років. Тому лише їх отримання в традиційному розумінні вже не може бути метою навчання. Для підготовки до життя підрастаючого покоління стає нагальною потреба у сформованості здібностей до самовизначення та саморозвитку кожного члена суспільства, його неперервної освіти. Сучасній школі потрібно одночасно з розвитком інтелекту і творчих здібностей формувати в усіх дітей готовність до дій в умовах майбутнього, основні тенденції якого можуть бути зовсім не пов'язані з сьогоденням.

Математична освіта є важливою складовою загальноосвітньої підготовки школярів. Місце математики в системі шкільної освіти визначається її роллю в інтелектуальному, соціальному і моральному розвитку особистості, розумінні будови і використанні сучасної техніки, розвитку економіки, інформаційно-комунікаційних технологій, сприймання наукової картини світу і сучасного світогляду. Математика є опорним предметом при вивченні суміжних дисциплін, тому без належної математичної підготовки неможлива повноцінна освіта сучасної людини. Вирішальне значення для системи шкільної освіти має формуючий вплив предмета математики на особистість школяра. Ідеться, насамперед, про розвиток мислення і логічного мислення зокрема, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної та інформаційної культури, творчості, уваги, пам'яті, позитивних якостей особистості та рис характеру, емоційно-вольової сфери.

Традиційно розв'язування різного виду задач вважалось і предметом навчання математики, і ефективним засобом формування математичних знань і вмінь, інтелектуального розвитку і виховання учнів. Розв'язування текстових (сюжетних) задач займало значне місце в традиційному курсі шкільної арифметики. І це не випадково. Ці задачі добре розвивають мислення, кмітливість, винахідливість учнів, готують їх до формування вмінь розв'язувати задачі методом рівнянь, сприяють підсиленню прикладної спрямованості навчання математики. Саме тому розв'язанню текстових задач приділяли увагу в своїх дослідженнях відомі математики і методисти. У 50-ті роки ХХ ст. були виконані дисертаційні дослідження з проблем методики навчання учнів розв'язуванню текстових задач [2].

Проте з 60-х років минулого століття у зв'язку з реформуванням шкільної математичної освіти доля текстових задач в основній школі почала суттєво зменшуватися. Типові задачі поступово вилучають із програми 5 – 6-х класів і діючих підручників. Природно, що інтерес до проблем методики навчання учнів розв'язувати текстові задачі знижується, про що свідчить суттєве зменшення публікацій у науково-методичній літературі.

Зазначені обставини негативно вплинули на рівень математичної освіти і розумового розвитку учнів. Погіршився і стан навчання учнів розв'язуванню текстових задач за допомогою методу рівнянь, про що свідчать наслідки вступних іспитів до вищих навчальних закладів.

Сьогодні у зв'язку з реформуванням системи освіти в Україні, Росії та інших країнах СНД знову посилився інтерес до тих компонентів змісту шкільного курсу математики, які сприяють розвитку мислення і творчої особистості учнів. До таких компонентів належать і текстові задачі, які розв'язуються арифметичними способами. У зв'язку з цим постало питання про відновлення їх місця і ролі у програмі та підручниках з математики основної школи.

Відзначаючи особливу роль математики в сучасному світі, академік В.М.Глушков зазначав, що велика кількість галузей науки і техніки своїми успіхами значною мірою завдячують саме широкому використанню математичних методів. Тому не менш важливою метою навчання математики є науково правильне розуміння учнями особливостей відображення математикою явищ оточуючого світу, вміння будувати простіші математичні моделі реальних явищ і процесів та володіння математичним апаратом для їх дослідження.

Автори Концепції математичної освіти 12-річної школи, формулюючи пріоритети розвитку і принципи відбору змісту, зазначили, що математичне моделювання є важливим засобом для розкриття гносеологічного значення математики. Це означає, що зміст навчального матеріалу має бути таким, щоб кожен учень міг засвоїти всі три етапи застосування математики до розв'язування задач, що виникають у людській практиці: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної в задачі, до формальної математичної моделі); 2) розв'язування задач у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язання задачі та застосування його до вихідної ситуації. Основним засобом для ознайомлення учнів із моделюванням є розв'язування сюжетних задач, які в свою чергу є текстовими моделями проблемних ситуацій, що можуть зустрітися в людській практичній чи професійній діяльності.

Тому у сучасній школі до традиційних цілей використання текстових задач як основної форми закріплення теоретичних знань та їх застосування на практиці, як засобу для розвитку мислення та кмітливості, підтримання постійного інтересу до математики (як до навчального предмета так і до самого процесу навчання), як допоміжного чинника в здійсненні різних аспектів виховання та професійної орієнтації учнів приєднується мета з формування за їх допомогою вмінь математизувати ситуації під час дослідження різних явищ природи і суспільства.

1.2.Методична система та її структура

Методична система навчання (методика) окремих предметів володіє цілим рядом спільних рис, що обумовлюються її приналежністю до більш загальних педагогічних систем. Проте їй притаманна специфіка, яка відображає особливості навчального предмета, особливості тієї галузі людських знань, які відображаються в цьому предметі, особливості не тільки змісту, а й методів цієї галузі знань.

Відомий методист А.М. Пишкало у своїй докторській дисертації визначає методичну систему викладання як структуру, що складається з наступних основних елементів

Цілі навчання - це відповідь на запитання «навіщо вчити?». Математику викладають з різними цілями. Одна справа - навчати її на курсах касирів, інше - в математичних класах, третє - в загальноосвітній школі.

Зміст навчання - відповідь на питання «чому вчити?».

Форми навчання - частина відповіді на питання «як вчити?»; це способи організації процесу навчання, що залежать від чисельності учнів і вчителів.

Методи навчання - друга частина відповіді на питання «як вчити?». Це способи організації процесу навчання, не залежні від чисельності учнів і вчителів.

Засоби навчання - це відповідь на питання «за допомогою чого вчити?».

До засобів навчання відносяться і підручник, і настінні таблиці, і моделі, і комп'ютер; важливо зрозуміти, як правильно використовувати їх у викладанні нашого предмета.

Методична система викладання математики і є система, що складається з перерахованих вище п'яти елементів, що роблять безпосередній вплив один на одного.

Розробляючи свою методичну систему викладання математики в загальноосвітній школі, вчитель повинен виходити з:

- цілей викладання математики, сформульованих у державній програмі;
- необхідності дбайливого ставлення до змісту шкільного курсу математики, сформованого в нашій країні;

- необхідності відбору форм навчання, відповідних вимогам медицини, педагогіки і психології;
- необхідності відбору методів навчання, відповідних вимогам сучасної педагогічної психології;
- необхідності розробки засобів навчання, що дозволяють вчителю реалізувати відібрані форми і методи при вивченні всього необхідного змісту.

Є вчителі, яких називають педагогами від Бога. Діти закохані в них і займаються дуже успішно. Але педагог - масова професія. Нею може опанувати і самий звичайний чоловік. Для цього він повинен добре себе підготувати.

Цілі навчання

Цілі діляться на глобальні (стратегічні) і локальні (тактичні).

Глобальні цілі мають характер ідеалу, до якого ми прагнемо, здійснюючи ту чи іншу діяльність. Їх зручно формулювати дієсловами недосконалого виду: вчити, формувати, виховувати і т. д. Глобальні цілі дуже важливі, це вінець наших прагнень, але вони не завжди досяжні. І, у всякому разі, неможливо виміряти, наскільки ці цілі досягнуті в даний момент. Тому щодо рівня досягнень глобальних цілей у кожного спостерігача може бути своє судження, що відрізняється від суджень інших спостерігачів.

Локальні цілі, навпаки, цілком досяжні і характеризуються дієсловами доконаного виду: досягти, домогтися, навчити. Локальні цілі повинні володіти двома характеристичними властивостями: діагностичністю і операційністю. Діагностичність означає, що в процесі діяльності та по її закінченню можна ставити діагнози – перевіряти ступінь і якість досягнення цілі. Операційність означає, що виконуючий дію знайомий з тими операціями, які призводять до досягнення цілі.

Зміст навчання

Шкільна програма з математики створювалася протягом трьохсот років багатьма поколіннями вчителів. Її ядро, якщо не рахувати багато, хоча і дуже важливих включень останнього півстоліття (введення елементів векторного

числення, координатного методу, а в старших класах – початки математичного аналізу), цілком традиційно і розраховано на далеку перспективу.

У наш час багато говорять про застарілість цієї програми. Але вони не пропонують чогось цільного, кажуть, що не знають чого треба вчити, бо не знають, що знадобиться випускнику через 11 років. Наша відповідь на ці сумніви очевидна: хоча майже нічого конкретного з нинішнього курсу математики не знадобиться ні через 11, ні через 5 років, але вчити треба нинішнім курсом математики, який має величезне освітнє і виховне значення.

Програма з математики – це програма високого теоретичного рівня. Цим вона відрізняється, наприклад, від американської загальноосвітньої школи. В американських підручниках можна побачити формулу об'єму циліндра в такій послідовності:

«Об'єм циліндра можна знайти за формулою $V = \pi R^2 H$, де R – радіус його основи, H – його висота. Знайдіть за цією формулою...». І далі наводяться варіанти відшукування однієї з величин за відомими значеннями двох інших. А ось звідки взялася ця формула – не повідомляється. У наявності навчання не логіці математичної науки, а практиці роботи з формулами, і тільки. Ця практика доводиться до вельми високого рівня, в тому числі з майстерним володінням калькуляторами. Однак таке навчання не розвиває, а пригнічує мислення. У програмі, зрозуміло, присутні вправи в застосуванні формули об'єму циліндра. Проте перш за все ця формула виводиться, обґрунтовується, її повідомляють не тільки як якийсь практичний спосіб знайти об'єм циліндра, а як доводить теорему.

Складність математики як шкільного предмета погіршувалася в колишні часи тим, що кожне визначення (а також теорема і алгоритм) розглядалося як якась окремість. Методична література була переповнена міркуваннями про те, як викладати кожне з них, як враховувати його особливості. Перелом настав після проникнення в нашу методику психологічної теорії П.Я. Гальперіна. Він і його послідовники розробили методичну систему, при якій всі визначення викладаються одноманітно і те ж відноситься до всіх теорем і до всіх

алгоритмів. Тому при аналізі шкільної програми з математики ми будемо робити акценти на тому, у які аксіоми, визначення, алгоритми і теореми в ній вивчаються.

Алгебра 7-9

Починаючи з 7 класу, шкільна математика ділиться на два великі розділи: алгебра і геометрія. Курс геометрії традиційно розглядається як курс теоретичний. У ньому велику роль відіграють визначення та теореми. Знання визначень і теорем в геометрії вважається не менш важливим, ніж уміння розв'язувати завдання. Що ж до алгебри, то тут все не так: шкільний іспит з алгебри здається тільки в письмовій формі, перевіряється тільки вміння розв'язувати задачі, а не, наприклад, доводити формулу квадрата суми. Звичайно, і в алгебрі зустрічаються задачі на доведення, але і вони розглядаються саме як завдання. Негативний наслідок такого викладання полягає в тому, що замість навчання вмінню розмірковувати («розум в порядок приводити») відбувається навчання розв'язування тих чи інших завдань, фактичне натаскування.

Необхідно і курс алгебри розглядати як курс теоретичний – систему визначень, теорем і алгоритмів. Розглянемо, які саме визначення, теореми та алгоритми вивчаються в курсі алгебри 7 – 9 класів.

Групувати їх ми будемо за напрямками, виділеними в цьому курсі академіком П.С. Александровим:

- 1) числа і обчислення;
- 2) перетворення виразів;
- 3) рівняння і нерівності;
- 4) функції та їх графіки.

Нас цікавить лише напрям рівняння й нерівності.

Тут розглядаються в загальному вигляді лінійні і квадратні рівняння з одним невідомим, системи з двох лінійних рівнянь з двома невідомими, лінійні і квадратні нерівності, а також більш складні рівняння і системи, що зводяться

одно кроковою підстановкою до перерахованих рівнянь і систем. Вивчаються такі визначення, теореми та алгоритми:

- визначення лінійного рівняння з одним невідомим і алгоритм його рішення;
- визначення системи і сукупності рівнянь і нерівностей;
- алгоритм графічного розв'язання системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими;
- теорема про можливість розв'язання системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими;
- алгоритми аналітичного розв'язання системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими (підстановкою і додавання);
- визначення квадратного рівняння з одним невідомим і його видів;
- алгоритми розв'язання квадратних рівнянь всіх видів;
- теореми Вієта (пряма і обернена);
- теорема про розкладання квадратного тричлена на множники;
- алгоритм розв'язання дробов-раціонального рівняння, що зводиться до квадратного чи лінійного;
- алгоритм розв'язання лінійної нерівності з одним невідомим;
- алгоритм квадратної нерівності з одним невідомим.

Методи навчання

Методи навчання математики та форми навчання характеризують його з точки зору самих прийомів навчання. Це різні відповіді на питання «Як вчити?», відповіді, що розглядають дві різні сторони цього питання.

Форми навчання характеризують ту сторону процесу навчання, яка пов'язана з організацією роботи навчального колективу, відповідаючи на питання про те, як ділити (і ділити чи) колектив на окремі групи, як встановлювати (і чи встановлювати) взаємодію між членами навчального колективу, як втручатися вчителю (і чи втручатися) у роботу колективу в цілому, окремих груп і окремих учнів. Методами навчання ми називаємо таку характеристику цього процесу, яка не залежить від кількості учнів і їхніх взаємодій, а описує навчальну діяльність кожного учня. Адже в якій би формі

ми не проводили вивчення, наприклад, теореми Піфагора, ми повинні домогтися, щоб кожен учень вивчив текст цієї теореми і навчитися її застосовувати. А для цього він повинен познайомитися з її текстом і з типами задач, які можна розв'язувати з її допомогою. Він повинен ознайомитися зі способами розв'язання цих завдань і навчитися застосовувати ці способи. Вся ця діяльність повинна бути здійснена кожним учнем, хоча різні учні можуть виконати її по-різному: одні швидко, інші повільно. Склад цих дій (склад завдань, які повинен виконати кожен учень) не залежить від того, скільки людей в його класі і які організаційні форми навчальної роботи. Ці форми, звичайно, впливають на темпи та успішність виконання зазначених дій, але не повинні впливати на їх склад.

Отже термін «методи навчання» ми ототожнюємо зі складом дій, який потрібно домогтися від кожного учня.

Те, що успіх навчання визначається саме учнівською діяльністю (а не, скажімо, текстами, вимовними вчителем у класі), відзначав ще в середині ХІХ ст.. К.Д. Ушинський. Він стверджував, що головне в навчання не те, що говорить вчитель, а те які завдання виконують учні. Досі ця думка не є очевидною для багатьох наших колег. Докір: «Скільки можна повторювати одне й те саме?» - дуже часто чують від нас діти.

У першій половині ХХ ст.. працями психологів С.Л. Рубінштейна, Л.С. Виготського, А.Н. Леонтьєва і П.Я. Гальперіна був науково розроблений діяльний підхід до навчання. Відмінно до цієї психологічної теорії сучасні методи навчання математики повинні:

- забезпечити навчальну діяльність кожного учня в процесі вчення (С.Л. Рубінштейн, Л.С. Виготський);

- забезпечити адекватність діяльності учнів засвоюваним знань (А.Н. Леонтьєв);

- організувати цю діяльність відповідно з відкритими психологічними механізмами засвоєння (П.Я. Гальперін).

Діяльний підхід до засвоєння і означає вивчення того факту, що будь-яке знання неможливо засвоїти без власних дій учня. При цьому найважливішою складовою його дій є дії розумові: фізичним діям завжди супроводжують розумові, зворотне ж не завжди має місце.

Навчальна діяльність адекватна засвоюванню знанню, якщо вона така, яку здійснює з цим знанням професіонал.

Дуже плідною є думка видного дидакта С.П. Шаповаленко, що методами вивчення тієї чи іншої науки повинні бути методи самої цієї науки. Це дозволяє об'єктивно вирішувати питання про необхідність застосування тих чи інших методів у викладанні того чи іншого предмета, про адекватність тих чи інших дій, що вивчається.

Так, експеримент і спостереження за живою природою є методами фізики, хімії, біології. Вони ж є методами вивчення фізики, хімії, біології в школі. Навчання за допомогою методів самої науки дозволяє учневі проникати в лабораторію наукового відкриття, відіграє важливу профорієнтаційну роль.

Математичні науки користуються досить специфічними методами вивчення та вдосконалення картини світу. Це побудова абстрактних математичних теорій і рішення різноманітних практичних завдань шляхом математичного моделювання реальних ситуацій. У кінцевому рахунку, ці методи зводяться до встановлення необхідних і достатніх ознак тих чи інших все відомих понять (теореми), введенню нових понять (ухвали), побудові нових теорій (аксіоматики) і методів (алгоритми). Зрозуміло, в школі знаходять місце лише доступні дітям варіанти використання цих методів науки. Вони і є шкільними методами її вивчення – методами вивчення шкільного курсу математики. Такі найпростіші індуктивні спостереження, побудовані на розгляді найпростіших властивостей чисел та геометричних фігур; дедуктивні умовиводи в найпростіших їх варіантах; елементи математичного моделювання. Засвоєння математики відбувається в школі через відпрацювання навичок вимірювань, обчислень, алгебраїчних перетворень, навичок розв'язання рівнянь, нерівностей, їх систем та сукупностей, навичок

дослідження функцій і побудови графіків, навичок розв'язання практичних завдань. Розумова діяльність при цьому характеризується високим рівнем абстракції – багатоступінчастої абстракцією ідеалізації. Вельми істотно, що всі зазначені дії знаходять своє місце при вивченні шкільної програми з математики.

Конкретизуючи відповідь на питання, якими мають бути методи викладання математики, ми відповідаємо на нього так: це повинна бути система завдань, що забезпечують формування розумових дій, адекватних знань, що містяться в сучасному курсі шкільної математики.

Форми навчання

Форма навчання – це спосіб його організації, що враховує кількість учнів в класі. На думку дослідника цієї проблеми професора М.І. Зайкіна, форма навчання визначається трьома факторами:

1) способом розбиття учнів на дві групи (по одній людині в кожній групі; по кілька чоловік у кожній групі; відсутність поділу на групи);

2) характером взаємодії учнів всередині групи (постійні зв'язки; тимчасові зв'язки; відсутність зв'язків);

3) характером впливу вчителя на роботу груп (постійне керівництво; втручання в міру необхідності; відсутність впливів).

Ці фактори поєднуються один з одним. І хоча не всі випадки можуть бути реалізовані, але різноманітність тут досить велика.

З різних форм навчання особливо виділяються три групи: індивідуальні, фронтальні і колективні форми навчання.

Індивідуальні форми

Навчання ведеться в індивідуальній формі, якщо здійснюється непереривна взаємодія вчителя з учнем. Прикладами такого навчання є додаткові заняття та опитування біля дошки.

При індивідуальному навчання вдається найбільш повно реалізувати індивідуальні можливості учня, враховувати його особистісні властивості. Не випадково саме в такій формі ведеться навчання майбутніх акторів і пілотів, та

й аспірантів будь-якої спеціальності. Відзначимо і недолік індивідуальної форми навчання: при ній кожен учень працює сам по собі, поза контактів з іншими. Це означає, що не відбувається колективної праці. Учень не робить допомоги іншому і не отримує її від інших учнів.

Особливо слід зупинитися на такому варіанті індивідуального навчання, як виклик учня до дошки. Лише деякі вчителі виявляються здатними одночасно керувати і діями учня біля дошки, і роботою решти дітей. Зазвичай же вчитель буває змушений приділяти всю свою увагу викликаному. Адже вкрай небезпечно допускати помилки в усній і письмовій мові учня біля дошки: велика ймовірність засвоєння частиною учнів цих помилок. Індивідуальне навчання у дошки часто припиняє всяке навчання інших учнів класу. Тому до викликів до дошки слід ставитися з великою обережністю. Однак викликати до дошки учня необхідно, якщо учень бажає висловитися, або підготовленого учня для відповіді з теорії. Але виклик непідготовленого або виклик для рішення на дошці невідомого учневі завдання – навряд чи виправдані.

Викликати учнів до дошки, щоб вони викладали теоретичний матеріал, абсолютно необхідно. Такі відповіді дуже цінні в дидактичному відношенні. І справа тут не в контролі знань. Контролювати знання протягом 5-10 хвилин у одного учня – непросте розкіш. Важливо те, що під час опитування біля дошки весь клас знову слухає виклад теоретичного матеріалу. Причому не в тій формі, в яких вдавався педагог, щоб зробити виклад більш цікавим. Однак це добре тільки в тому випадку, коли ми викликаємо підготовленого учня.

Як цього досягти? Дуже просто: треба заздалегідь попереджати учнів, яких ви хочете викликати до дошки. До речі, при цьому будуть дотримані і високі норми людських відносин. Буде знята тривожність, дуже сильна у дітей на початку навчального дня (викличуть – не викличуть?). Цей захід перевірена нами протягом багаторічних експериментів і добре зарекомендувала себе.

Фронтальні форми

При фронтальному навчання здійснюються зв'язки вчителя з усім класом. Учитель постійно і однаково впливає на всіх. Відповідну реакцію (хоча б

витаючи і від одного учня) вчитель сприймає як реакцію всього класу. Наприклад, почувши, що яке то місце в поясненні комусь неясно, вчитель або повторює це місце всьому класу, або продовжує роботу, не звернувши уваги на питання.

При фронтальному навчанні вдається використовувати мале число вчителів при великому числі учнів. Приклад фронтального навчання – лекція. Вона особливо ефективна за участю висококваліфікованих лекторів. Важливо, щоб корифеї – професора виклали студентам матеріал так, як тільки вони можуть це зробити. Однак, як показали спеціальні спостереження, навіть у кращих лекторів в особливо в підготовлених студентських аудиторіях (мехмат МДУ ім. Ломоносова) безпосередньо під час лекції слухачі встигають засвоїти приблизно 40 % матеріалу. Але в мехматі МДУ це не страшно: студенти вміло конспектують, і після лекції вони на семінарських заняттях і в індивідуальній домашній роботі впевнено досягають необхідного рівня засвоєння. А чи можливо це в школі? Та ще й на уроках математики? Навіть 40 – відсоткова ефективність лекцій абсолютно недостатня для школи. Так що не потрібно в школі читати лекції за тим матеріалом, який повинен бути міцно засвоєний. Будь-ласка читайте лекції з історії математики, але не про теорему Вієта. До того ж саме лекція вимагає повного припинення контакту між учнями, повного підпорядкування вимогам формальної дисципліни. Таким чином, і фронтальні форми роботи тягнуть за собою де соціалізацію навчання.

Без фронтального навчання в школі не обійтися: вчитель повинен пояснювати матеріал всьому класу. На наш погляд, оптимальним є пояснення саме всім, без поділу учнів на сильних і слабких. Бо, як вже говорилося, ми не маємо інструменту, який дозволяє впевнено відділити сильних від слабких.

Але ніяке пояснення не повинно займати багато часу. Про це говорять спеціальні дослідження, проведені гігієністами і довели, що довільна увага утримується у людини в середньому близько 18 хвилин. Так, що 15 хвилин – це норма для пояснення чистого математичного матеріалу (а не, наприклад,

матеріалу з історії математики). За 15 хвилин школярі не встигнуть втомитися, і весь зміст вашого повідомлення буде ними почуто.

Колективні форми

Колективне навчання відбувається за наявності зв'язків не тільки між вчителем і учнями, а й між самими учнями. Учитель встановлює, організовує, підтримує ці зв'язки, не дає їм перерватися і виродиться в марні розмови.

Для організації колективної роботи треба розділити школярів на групи (робочі колективи), поставити перед кожним з цих колективів навчальні завдання, здійснюючи при цьому розподіл праці між учнями у середині групи.

Однак це цілком ясно, як підбирати членів групи, які могли б ефективно співпрацювати. Настільки ж неясно, як розподілити обов'язки між членами груп. Для кваліфіковане здійснення цих дій від вчителя потрібне гарні знання дитячої психології, блискуче знання кожного учня і дуже трудомістка підготовка до уроку. Такі знання зустрічаються не часто. Ніякими чіткими рекомендаціями на це рахунок, що полегшують підготовку до уроку, ми не володіємо. Тому, визнаючи величезну важливість і перспективність дослідження і застосування колективних форм навчання, ми змушені констатувати, що про негативне просування їх до школи поки не може бути й мови.

Висловлені побоювання не відносяться до найпростішого виду колективної роботи – до парної роботи. Під час неї учні працюють по двоє – за загальним учнівським столом. Потрібно просити учнів самих вибрати пари так, щоб було зручно і приємно працювати разом. Тільки якщо потім виявиться, що та чи інша пара не працездатна (заважають один одному, або не можуть впоратися з матеріалом, або не хочуть співпрацювати), то вчитель повинен їх розсадити. Тим самим знімається трудність поділу класу на робочі колективи. Завдання, яке дається парам, - працювати разом, радитися. Пари розглядаються як гомогенні (ролі учасників однакові, точніше – учні постійно міняються ролями навчає і навчається). Лише в крайніх випадках (при наявності в класі як особливо сильних, так і особливо слабких дітей) можна утворити гетерогенні

пари (учитель + учень). Тим самим знімається трудність розподілу обов'язків між парами і всередині пар. Ця форма колективної роботи – робота в парах – може і повинна займати гідне місце на уроках математики.

1.3.Поняття «задача» в наукових дослідженнях

Основним засобом, який використовується при вивченні математики для формування знань, умінь і навичок учнів, є задачі. Задачі являються засобом реалізації загальноосвітньої, виховної і розвиваючої цілей. Для формування виділених елементів теоретичних знань і оволодіння учнями відповідними їх видами діяльності необхідно розглядати систему задач, що забезпечує засвоєння навчального матеріалу.

За останні роки в педагогічній психології, дидактиці й методиці навчання математики були проведені дослідження з різних проблем теорії задачі. Значний внесок зробили: Н.Г. Амнєєв, Г.О. Балл, М.І. Бурда, Л.Л. Гурова, В.В. Давидов, О.М. Матюшкін та багато інших. У цих дослідженнях вирішуються кардинальні питання постановки задач, їх структури, методики навчання розв'язання задач, зв'язків з відомим в умовах, коли суб'єкт не має способу (алгоритму) цієї дії.

На думку К.О. Славської, задача з психологічної точки зору – це не тільки об'єктивна вихідна ситуація, а насамперед задача, що виникає для людини, тобто об'єктивна вихідна проблемна ситуація, об'єктивне вихідне співвідношення умов і вимоги, що створює невідповідність між ними. Задачу мають розглядати як особливу форму пізнання дійсності. Тому вона сама виступає як об'єкт, що детермінує процес мислення людини.

Якщо аналізувати психологічний аспект розв'язування задач, то дослідники відмічають тісний зв'язок цього процесу з мисленням особистості. Усі компоненти мислення (змістовий, операційний та процесуальний) виявляються в мисленнєвій діяльності особистості. Ця діяльність виникає і формується як процес за умов проблемної ситуації і задачі. Первинно виникає проблемна ситуація, тобто конфлікт, суперечність між обставинами та умовами

– між наявними знаннями і актуальним потребами. Це малоусвідомлений процес невизначеності: “Що не так?” тощо.

Усвідомлення проблемної ситуації становить уже перший етап у її розв'язанні. На другому етапі відбувається вирішення відомого і невідомого. Внаслідок цього проблемна ситуація перетворюється на задачу [3]. У структурі задачі вирізняють умову та вимоги. Для характеристики умови використовують такі ознаки, як звичність-незвичність ситуації, а також характер поставленої умови (словесний опис, зображення, реальна ситуація) і ступінь вираження в ситуації суттєвого відношення між відомими і невідомими величинами, що є ключовим у розв'язанні задачі.

Задачі мають задум (ідею, зміст). Важливою характеристикою вимог є чіткість їх формулювання. Задачу характеризує також співвідношення між умовами і вимогами. В умові можуть міститися всі елементи; необхідні для розв'язання задачі, можуть бути зайві елементи тощо.

Прикладом нашого підходу до поняття задачі є трактування, що його дав О.Ф. Єсаулов. Він пише: “Задача – це більш-менш визначені системи інформаційних процесів, неузгоджене або навіть суперечливе відношення між якими викликає потребу в їхньому перетворенні. Суть розв'язання саме і полягає у пошуках подолання шляхів такої неузгодженості”.

Р.Е. Басангова визначає задачу як “об'єкт розумової діяльності, що містить вимогу деякого практичного перетворення або відповіді на теоретичне питання за допомогою пошуку умов, що дозволяють розкрити зв'язки (відношення) між відомими і невідомими її елементами”.

З методичної точки зору поняття “задача” розглядається в роботах М.І. Бурди, Ю.М. Колягіна, В.І. Крупіча, Г.І. Саранцева й ін.

П.І. Сорокін під задачею розуміє об'єкт розумової діяльності, що містить вимогу і деякі умови, за яких, ця вимога має бути досягнута. Отже, задача повинна мати такі ознаки: бути носієм знань і умінь, а також засобом їх засвоєння; способом організації і керування пізнавальною діяльністю учнів; однією з форм прояву методів навчання; засобом зв'язку теорії з практикою.

Задачі є і предметом і засобом навчання. Вони є основним засобом забезпечення зв'язку навчання із життям, політехнічного направлення в навчанні, здійснення міжпредметних зв'язків всередині математики і останньої з іншими навчальними предметами. На уроках математики навчальний процес в більшості випадків слідує від задач до теорії, а потім від теорії до задач: задачі => теорія => задачі [28].

Формування умінь розв'язувати задачі – одне із головних і складних завдань програми шкільного курсу математики в основній школі.

Так, ще Я.А. Коменський зазначав, що міцно засвоюється лише те, що добре обґрунтовано. Отже, розв'язання тієї чи іншої задачі має бути науково обґрунтованим. Для цього учні повинні знати найелементарнішу класифікацію задач і вміти визначити, до якого саме виду належить та чи інша задача.

Задача – це «сформульоване запитання, відповідь на яке можна знайти за допомогою арифметичних дій» [5]. З визначення задачі випливає, що в ній обов'язково має міститись якість запитання. Без запитання задачі немає. Оскільки відповідь на запитання задачі дістаємо в результаті виконання арифметичних дій, очевидно, в ній повинна міститися вимога визначити те чи інше число (або числа) – шукане і, крім того, повинні вказуватися ті числа, за допомогою дій над якими можна знайти шукане. Тому обов'язковими елементами будь-якої арифметичної задачі є невідоме (шукане) число (чи кілька таких) і дані числа.

Головна особливість задач полягає в тому, що в них не зазначається, яку саме дію треба виконати над даними числами, щоб дістати шукане. Тому в тексті задачі потрібні непрямі вказівки на той зв'язок, який існує між даними числами і шуканими і який визначає добір потрібних арифметичних дій та їх послідовності. Це – умова задачі. Умова, яка покликана розкрити зв'язки між даними і шуканими числами – містить числові і дані задачі.

Отже, головні елементи задачі – умова і запитання. Числові (чи буквені) дані – це елементи умови. Шукане завжди міститься в запитанні. Але іноді

задачу сформульовано так, що запитання містить у собі частину умови або вся задача викладена у формі запитання.

В навчанні математиці виділяють найбільш важливі функції задач: навчальні, виховні, розвиваючі, контролюючі.

Навчальні функції спрямовані на формування у школярів системи математичних знань, умінь і навичок (як передбачених програмою, так і таких, що розширюють, поглиблюють її зміст) на різних етапах навчання.

Виховні функції спрямовані на формування пізнавального інтересу, самостійності, навичок навчальної праці, культури математичної мови, графічної культури.

Розвиваючі функції спрямовані на розвиток мислення в учнів, просторових уявлень, на оволодіння ними ефективними прийомами розумової діяльності.

Контролюючі функції спрямовані на встановлення рівня навчання, здібності до самостійного вивчення матеріалу, рівня математичного розвитку учнів і сформованості пізнавальних інтересів.

У зв'язку з великою кількістю видів математичних задач розглянемо існуючі їх класифікації. Зокрема, у методичній літературі [1; 4; 7; 9; 25 та ін.] можна знайти наступні класифікації.

1. За кількістю невідомих у структурі задач. Ю.М. Колягін пропонує їх класифікувати на навчальні, пошукові та проблемні.

2. За характером об'єктів задачі поділяють на практичні та математичні.

3. За відношенням до теорії виділяють стандартні та нестандартні задачі. У ролі основної ознаки стандартних задач вказано наявність у курсі математики таких загальних правил і положень, що однозначно визначають програму розв'язання цих задач та виконання кожного кроку цієї програми (тобто мають свій алгоритм розв'язування). Нестандартні задачі - це такі, для яких у курсі математики не існує загальних правил або положень, що визначають точну програму їх розв'язання.

4. За функціями у процесі навчання розрізняють дидактичні, пізнавальні та розвиваючі задачі. Задачі з дидактичними функціями використовують для

підготовки учнів до введення нового матеріалу, а також при його закріпленні: вони несуть функцію застосування теорії, що вивчається. Задачі з пізнавальними функціями мають за мету відпрацювати та поглибити основний зміст математичної дисципліни. Задачі з розвиваючими функціями – це ті, розв'язування яких потребує певних знань та вмінь, не передбачених програмою. Саме ці задачі спрямовані на розвиток мислення.

5. Задачі, що стимулюють навчально-пізнавальну діяльність; організують та здійснюють навчально-пізнавальну діяльність учнів; задачі, у процесі виконання яких здійснюється контроль та самоконтроль ефективності навчально-пізнавальної діяльності.

Задачі відіграють важливу роль у навчанні учнів тих загальних прийомів розумової діяльності, які необхідні для розв'язання текстових задач:

- а) аналізувати, виділити відоме і невідоме;
- б) встановлювати зв'язки між даними і шуканим;
- в) складати план розв'язування;
- г) перекладати залежності між даними і шуканим, сформульовані в задачі словами, на мову математичних виразів, рівностей, рівнянь;
- д) виконувати відповідні дії (розв'язувати відповідні рівняння) і знаходити відповідь на запитання задачі;
- е) перевіряти розв'язання [6].

Отже, добір і розміщення текстових задач для основної школи підлягає логіці розгляду нових питань арифметичної теорії і відповідає вимозі поступового ускладнення завдань, що зумовлюється деякими особливостями форми подання математичних зв'язків і відношень, які визначають вибір арифметичної дії, необхідної для розв'язування задачі. Ускладнювати завдання можна, ввівши нові величини, розглядаючи з учнями нові для них зв'язки.

Однією з функцій складених задач є розвиток здобутих знань, удосконалення їх у процесі застосування в змінених умовах. Одна з їх функцій – навчити учнів “перекладу” словесно заданих відношень і зв'язків між різними величинами, числами, на мову математичних виразів, рівностей, рівнянь. Цій

меті підпорядковані і добір задач, і система їх розміщення в часі, і методика роботи над ними.

1.4. Поняття текстової задачі та її ролі в курсі математики.

Види та способи розв'язування текстових задач.

У математиці задачі відіграють важливу роль. Історія свідчить, що математика як наука виникла із задач і розвивається в основному для розв'язування задач. Найдавніші єгипетські математичні папіруси - це збірки задач. Саме з задач починається зацікавленість багатьох учнів математикою.

Задачі являються засобом реалізації загальноосвітньої, виховної і розвиваючої цілей. Для формування виділених елементів теоретичних знань і оволодіння учнями відповідними їх видами діяльності необхідно розглядати систему задач, що забезпечує засвоєння навчального матеріалу. Розв'язуючи текстові задачі, учні здобувають нові математичні знання, готуються до практичної діяльності. Завдання сприяють розвитку їх логічного мислення. Велике значення має вирішення завдань і у вихованні особистості учнів.

Тому важливо, щоб вчитель мав глибокі уявлення про текстової задачі, про її структуру, умів розв'язувати задачі різними способами.

Текстова задача - це опис деякої ситуації на природній мові з вимогою, дати кількісну характеристику будь-якого компоненту цієї ситуації, встановити наявність або відсутність деяких відносин між її компонентами або визначити вид цих відносин [13].

Тобто, текстова задача являє собою словесну модель ситуації, явища, події, процесу і т.п. Як у будь-якої моделі, в текстових завданнях описуються не всі події або явище, а лише його кількісні та функціональні характеристики.

Розв'язати задачу - це робота дещо незвичайна, а саме розумова робота. А щоб навчитися будь-якій роботі, треба заздалегідь добре вивчити той матеріал, над яким доведеться працювати, ті інструменти, за допомогою яких виконується ця робота.

Значить, для того щоб навчитися виконувати завдання, треба розібратися в тому, що собою вони представляють, як вони влаштовані, з яких складових частин вони складаються, які інструменти, за допомогою яких проводиться розв'язування задач.

1.5.Класифікація текстових задач

Текстові задачі є досить різноманітними як за типами, так і за методами їх розв'язування. Переважна більшість з них має практичне підґрунтя та застосування. Найбільш вдалою на думку авторів, є класифікація таких задач, подана М. В. Лур'є та Б. І. Александровим, згідно з якою виділяють

- задачі «на проценти» та «пропорційні відношення»;
- задачі «на рух»;
- задачі «на роботу»;
- задачі «на числа»;
- задачі «на суміші і сплави»;
- задачі «на прогресії»;
- «логічні» задачі;
- теорія множин до використання текстових задач на складні відсотки;
- нестандартні задачі з вказаних вище типів, які мають описовий або логічний характер, і для розв'язування яких, як правило, окрім складання рівнянь необхідно використовувати нерівності або інші властивості невідомих величин.

1.6. Психолого-педагогічні особливості навчання учнів розв'язувати текстові задачі

Необхідною умовою ефективності навчально-виховного процесу є різнобічне знання особистості учня, його особливостей та можливостей [12]. Для того щоб знати, що від дитини вимагати, треба знати, що вона може. Шлях розвитку індивідуальності лежить через розвиток інтересів, потреб, схильностей і здібностей учнів.

Здібності – індивідуально-психологічні особливості, які є суб'єктивними умовами успішного виконання певного різновиду діяльності. Здібності не

зводяться до наявності в індивіда знань, умінь, навичок. Вони проявляються у швидкості, глибині та міцності оволодіння засобами і прийомами діяльності.

Індивідуальність – це особистість у її своєрідності. Коли кажуть про індивідуальність, то мають на увазі оригінальність особистості.

Кожна людина індивідуальна, але індивідуальність одних виявляється дуже яскраво, інших – непримітно. Індивідуальність може проявлятися в інтелектуальній сфері психічної діяльності. Тоді вона полягає у здатності бачити те, чого не помічають інші, в особливостях обробки інформації, а саме: в умінні ставити проблеми і вирішувати їх [12].

Вивчення психічних можливостей учнів потрібне для:

- врахування цих даних при комплектуванні класів (або груп у межах класу) за рівнем розвитку;
- обґрунтованого й перспективного застосування диференційованих завдань у межах певної теми;
- власної і, по можливості, точної корекції роботи з різними групами дітей;
- надійного контролю психічного розвитку особистості [24].

У педагогічному процесі зусилля вчителя повинні бути спрямовані на те, щоб впливати на учня, спираючись на відповідні дидактичні принципи, і за допомогою певних методичних прийомів навчити його вчитися, створювати умови, за яких навчання стає виховним, таким, що формує переконання та особисті якості.

Класична психологія навчання визначає такий параметр для створення зручної системи критеріїв, відмінності розумових здібностей школярів для навчання яких використовується термін «научуваність». «Научуваність – складна динамічна система інтелектуальних властивостей особистості, що формує властивості розуму, від яких залежить продуктивність навчальної діяльності». Глибина та поверховість, гнучкість та інертність, стійкість та хиткість, свідомість та несвідомість розумової діяльності, і нарешті, самостійність та чутливість до допомоги та якості, від яких залежить научуваність.

Вивчення рівня знань з математики здійснюється за допомогою спостереження за діяльністю учнів на уроках, проведення самостійної роботи, за індивідуальними картками та фронтальних письмових робіт.

Досить часто в процесі навчання використовується індивідуальна робота, коли кожний учень працює над завданнями, призначеними тільки для нього.

Щоб успішно керувати навчальною діяльністю дітей, учитель повинен систематично діставати повну інформацію про хід засвоєння дітьми матеріалу, який вивчається, рівень оволодіння вмінь і навичок, які формуються.

На уроках математики вміння розумової праці мають особливе значення. Психологи включають сюди такі властивості як: здійснення за власною ініціативою ретельного аналізу поставленої задачі; точне усвідомлення моменту розуміння вимог задачі; розуміння наявності чи відсутності знань для її розв'язання; побудова чіткого образу мети майбутньої діяльності; попереднє планування всієї навчальної діяльності; чітке відмежування розумової праці від виконавчої сторони; неухильне слідування за наміченим планом роботи; неперервний контроль за ходом виконання роботи. Тільки окремим дітям притаманні всі аспекти розумової праці. У більшості дітей при виконанні якогось завдання свідчить спрямування лише на усвідомлення сутності завдання. При цьому власні розумові дії дитина мало усвідомлює.

Навчальний процес – це складна динамічна система, у якій в органічній єдності відбувається взаємопов'язана діяльність вчителя і учня. Ця система стає ефективною, якщо вчитель знає індивідуальні відмінності в розвитку мислення школярів, оперативно враховує готовність дитини до опанування нового матеріалу, забезпечує для кожного учня оптимальний характер пізнавальної діяльності на всіх етапах навчальної роботи [12]. Те саме питання для одних учнів є складним, а для інших – легким. Тому вчитель, готуючись до уроку, повинен визначати не тільки його загальну навчально-пізнавальну мету, а й способи досягнення її кожним учнем. Щоб учень на уроці постійно був зайнятий виконанням посильного завдання слід, глибоко вивчивши

індивідуально-психологічні відмінності вихованців, відповідно поєднувати фронтальні, індивідуально-групові та індивідуальні форми роботи.

Процес формування вмінь учнів основної школи розв'язувати текстові задачі має бути диференційованим. Основою впровадження диференційованого підходу до формування вмінь розв'язувати текстові задачі та організації навчального процесу (відбору методів, прийомів, засобів і організаційних форм) є дидактичні принципи розвивального навчання: науковості, доступності, послідовності, наступності, міцності і дієвості, свідомості й активності, наочності, адаптивно високого рівня складності матеріалу [13].

В класі здебільшого можна виділити три групи. Перша – найсильніша. До неї належать ті школярі, які самостійно або ж після незначної підготовчої роботи можуть розв'язувати текстові задачі. До другої – учні, з якими достатньо докладно розібрати 2-3 задачі розглядуваного виду, після чого вони самостійно працюватимуть за аналогією. Третя група складається з найслабших учнів, котрим необхідна не лише тривала підготовка, а й значна допомога в розв'язуванні задач. Зрозуміло, що цей поділ умовний. Він може з часом змінюватися як за складом учнів, так і за кількістю груп (замість трьох – дві). Однак це дає можливість більш цілеспрямовано й ефективно добирати методику на кожному етапі опрацювання задачі.

На мінімально-базовому рівні учні мають розв'язувати задачі обов'язкового мінімуму, визначеного програмою з математики. Це текстові задачі певного типу, без оволодіння вміннями розв'язувати яких неможливе навчання математики у наступних класах. На цьому рівні доцільно використовувати пояснювально-ілюстративні методи, прийоми емоційного стимулювання; більшої ваги набуває наочність. Учням пропонуються задачі репродуктивного характеру, нескладні творчі завдання; обсяг їх самостійності незначний: переважає розв'язання задач за зразком, реконструктивна робота.

На цьому рівні учні повинні знати структуру задачі, вміти виділяти умову, вимогу, відомі й шукані величини, встановлювати залежності між ними.

На базовому рівні учні повинні розв'язувати задачі середньої складності. Це задачі з більш складними обчисленнями і логічними перетвореннями, задачі, що утворені шляхом комбінації задач обов'язкового мінімуму і містять одну чи дві новозасвоєні дії. Розв'язування цих задач потребує від школярів продуктивної розумової діяльності. На цьому рівні навчання переважають конструктивні і варіативні самостійні роботи, збільшення кількості задач, які потребують від учнів ретельного аналізу задачної ситуації. Учні, які досягли цього рівня, повинні володіти загальними знаннями про текстову задачу і вміти пояснювати причини неповноти або неправильності її побудови, самостійно складати нескладні текстові задачі.

Підвищений рівень математичної підготовки характеризується вміннями розв'язувати текстові задачі підвищеної складності, із логічним навантаженням, з елементами випереджувального навчання. Ці задачі характеризуються збільшенням кількості логічних операцій, нестандартними фабулою і способом розв'язання. Вироблення вмінь спрямоване на інтенсивну самостійну діяльність – самостійні пошуки нової інформації, дослідження цікавих і оригінальних способів розв'язування тощо. Окрім загальних знань про задачу, учні мають знати додаткові характеристики її складових. На основі цього вони самі мають складати різні текстові задачі та завдання творчого характеру.

Отже, готуючи учнів до розв'язування текстових задач, вчитель обов'язково зіставляє мету й зміст задачі з рівнем знань і розвитку учнів, шукає те спільне в змісті й характері завдань, без чого не можна правильно визначити ступінь їх складності для кожної групи, і на цій основі визначає необхідний і посильний зміст та обсяг роботи. Лише за таких умов створюються сприятливі можливості для успішного навчання кожної дитини.

Розділ 2.

Методика навчання учнів основної школи розв'язувати текстові задачі.

2.1. Методика навчання розв'язування текстових задач в курсі математики 5-6 класів

Текстові задачі мають досить велике значення. З давніх пір задачі відіграють величезну роль у навчанні. Розв'язування задач виступає і як мета, і як засіб навчання. Уміння ставити і виконувати задачі є одним з основних показників рівня розвитку учнів, відкриває їм шлях оволодіння новими знаннями: знайомиться з новою ситуацією, описаною для розв'язування задачі і т.д. Іншими словами, при виконанні текстових задач людина набуває математичні знання, підвищує свою математичну освіту. При оволодінні методом розв'язування певного класу задач у людини формується вміння виконувати такі завдання, а при достатньому тренуванні - і навик, що теж підвищує рівень математичної освіти.

При розв'язуванні учень навчається застосовувати математичні знання до практичних потреб, готується до практичної діяльності в майбутньому, до виконання завдань, висунутих практикою, повсякденним життям.

Розв'язування текстових задач привчає виділяти посилки і укладання, дані і шукані, знаходити спільне та особливе в даних, зіставляти і протиставляти факти. При розв'язуванні математичних завдань, як вказував А.Я. Хинчин, виховується правильне мислення та учні привчаються перш за все до повноцінної аргументації. Текстові задачі використовуються як дуже ефективний засіб засвоєння учнями понять, методів, взагалі математичних теорій, як найбільш дієвий засіб розвитку мислення учнів, як універсальний засіб математичного виховання і незамінний засіб прищеплення учням умінь і навичок у практичних застосуваннях математики. Розв'язування задач добре служить досягненню всіх тих цілей, які ставляться перед навчанням математики. Перш за все завдання виховує своєї фабулою, текстовим змістом. Виховну роль відіграє не тільки фабула задачі, але і весь процес навчання виконанню текстових задач. Правильне розв'язування текстових задач без

будь-яких логічних натяжок виховує в учнів чесність і правдивість. Виконання задач вимагає від учнів наполегливості у подоланні труднощів і мужності. При виконанні завдань формуються вміння і навички розумової праці: посидючість, уважність, акуратність, послідовність розумових дій. Розв'язування задач розвиває також почуття відповідального ставлення до навчання. Загальний прийом розв'язування задач включає: знання етапів розв'язку, методів (способів) виконання, типів завдань, обґрунтування вибору способу виконання на підставі аналізу тексту задачі, а також володіння предметними знаннями: поняттями, визначеннями термінів, правилами, формулами, логічними прийомами й операціями. **До етапів розв'язування можна віднести:** 1) аналіз тексту задачі; 2) переклад тексту на мову математики; 3) встановлення відносин між даними і питанням; 4) складання плану до розв'язування задачі; 5) здійснення плану розв'язку; 6) перевірка та оцінка розв'язування задачі.

Аналіз тексту задачі. Робота над текстом завдання включає семантичний, логічний і математичний аналіз. 1. Семантичний аналіз спрямований на забезпечення розуміння змісту тексту. 2. Логічний аналіз передбачає: вміння замінювати терміни їх визначеннями; виводити наслідки з наявних в умові задачі даних (поняття, процеси, явища). 3. Математичний аналіз включає аналіз умови і вимоги задачі.

Переклад тексту на мову математики.

У результаті аналізу завдання текст задачі записують коротко з використанням умовної символіки. Після того як дані завдання спеціально вичленовані в короткому записі, слід перейти до аналізу відносин і зв'язків між цими даними.

Для цього здійснюється переклад тексту на мову графічних моделей різного виду: креслення, схема, графік, таблиця, символічний малюнок, формула, рівняння та ін. Переклад тексту у форму моделі дозволяє виявити в ньому властивості й відносини, які часто важко виявити при читанні тексту. Виконане креслення (рисунок) за текстом задачі дозволяє фіксувати хід міркувань при її виконанні, що сприяє формуванню спільних підходів до

розв'язування задачі. Тому до виконання креслень потрібно пред'являти вимоги: вони повинні бути наочними, чіткими, відповідати тексту завдання, на них повинні бути відображені по можливості всі дані, що входять в умову задачі; виділені на них дані і шукані повинні відповідати умові завдання і загальноприйнятим позначенням. Формування вміння виконувати креслення завдання буде успішним, якщо учні будуть вміти читати відповідне креслення. У зв'язку з цим учням потрібно пропонувати вправи на складання тексту завдання за кресленням, малюнку.

Встановлення відносин між даними і питанням.

Реалізація цього компонента загального прийому вирішення завдань передбачає встановлення відносин між: даними умови, даними питання, даними умови і питанням завдання.

На основі аналізу умови і питання задачі визначається спосіб розв'язування задачі (обчислити, побудувати, довести), вибудовується послідовність конкретних дій. При цьому встановлюється достатність, недостатність або надмірність даних.

План розв'язку.

На підставі виявлених відносин між величинами об'єктів вибудовується послідовність дій - план розв'язку . Особливе значення має складання плану виконувати складні завдання.

Здійснення плану розв'язку включає:

розв'язування завдання - виконання дій;

запис виконання завдання;

виділення способів розв'язування .

Запис розв'язання задачі може здійснюватися у вигляді запису послідовних певних дій (з поясненнями і без) і у вигляді виразу (розгорнутого або скороченого).

Перевірка та оцінка виконання завдання з точки зору адекватності плану розв'язку, способу розв'язку, що веде до результату: раціональність способу, чи немає простішого. Різні типи завдань вимагають використання

різних методів і прийомів розв'язування. Розв'язування задач у 5-6 класах здійснюється в основному трьома способами:

арифметичним, що складається в знаходженні значень невідомої величини за допомогою складання числового вираження (числової формули) і підрахунку результату;

алгебраїчним, при якому складається рівняння (система рівнянь), виконання якого заснована на властивостях рівнянь;

комбінованим, який включає як арифметичний, так і алгебраїчний способи розв'язку.

Арифметичні способи виконання текстових завдань дозволяють розвивати вміння аналізувати задачний ситуації, будувати план виконання з урахуванням взаємозв'язків між відомими і невідомими величинами (з урахуванням типу задачі), тлумачити результат кожної дії в рамках умови завдання, перевіряти правильність розв'язку за допомогою складання і виконання зворотної задачі, тобто формувати і розвивати важливі загальнонавчальні вміння.

Арифметичні способи розв'язування текстових задач привчають дітей до перших абстракцій, дозволяють виховувати логічну структуру, можуть сприяти створенню сприятливого емоційного фону навчання, розвитку у школярів естетичного почуття стосовно до виконання завдань і вивченню математики, викликаючи інтерес спочатку до процесу пошуку розв'язування задачі, а потім і до досліджуваного предмета .

При розв'язуванні арифметичним способом форми запису можуть бути:

- питання з подальшою дією;
- дію з наступним поясненням;
- запис розв'язування з попереднім поясненням;
- числове розв'язування без будь-якого тексту.

При розв'язуванні задач алгебраїчним способом істотне значення має вибір величини за невідоме, за допомогою якого можна висловити інші (чи частина інших) величини, що входять у завдання, і встановити залежність між даними задачі, яка дасть можливість скласти рівняння.

Для багатьох задач за невідоме можна приймати величину, яку потрібно знайти; тоді відповідь на питання завдання виходить без додаткових обчислень.

При розв'язуванні текстової задачі часто використовують поєднання арифметичного і алгебраїчного способів виконання. У силу цього форма запису розв'язування кожної частини буде різною.

Вчитель математики повинен познайомитися з методикою викладання вчителя початкових класів, знати основні прийоми роботи цього вчителя і продовжувати застосовувати їх, не сильно відступаючи від того, чому діти вже навчені (складання схем, таблиць, короткої записи умови задачі і т.д.), доповнюючи, збагачуючи способи розв'язування задач своїми напрацюваннями.

У 5 класі доводиться не сильно відступаючи від початкової школи виправляти і приділяти багато уваги виконанню завдань на знаходження відносин між числами ("більше на ...", "менше на ...", "більше в ... раз", "менше в ... раз"). На допомогу приходять завдання типу:

намалюй будинок, в якій один поверх;

намалюй будинок, у якого на два поверхи більше попереднього; намалюй будинок, у якого в два рази більше поверхів, ніж у попереднього; намалюй будинок, у якого в три рази менше поверхів, ніж у попереднього. У результаті виходить картинка: Діти справляються з таким завданням легко, але далеко не все правильно. А перевіряють вони по малюнку, який показує вчитель. Завдання подібного роду потрібно давати тривалий час, поки не зникнуть помилки, але вони не обов'язкові для всіх.

Також дуже важливо дітей вчити робити прикидку відповіді завдання. Складання короткої запису умови задачі, схем, малюнків і т.д. учні повинні супроводжувати поясненням і обговоренням в парах, біля дошки, індивідуально вчителю, але ні в якому разі не мовчки. Проговорюючи кожен свій крок учні краще усвідомлюють умову задачі і знаходять у ньому все більше і більше знайомих їм відомих ситуацій, особливо, якщо це завдання складається з декількох елементарних завдань. Допомагає у розв'язуванні

складного завдання розчленування її на більш дрібні ситуації. Учні краще пропонувати допоміжну ситуацію з його життя, цікаву і зрозумілу. Наприклад, в магазин пішли не хтось інший, а ти і твій друг чи ти доганяєш на велосипеді свого друга та інші. Ніколи не потрібно квапити дитину з розв'язком, якщо у нього виникають труднощі. Потрібно спробувати допомогти йому ще і ще раз. Обов'язково похвалити за вирішену задачу, навіть якщо він сам у ній правильно зробив лише один крок. У такому випадку він на наступному уроці буде подвійно уважний і зробить вірно вже не один крок, а більше. І може вирішити її всю. Для дітей, у яких завдання не виходять, вчитель повинен ставати помічником, другом, співучасником вирішення проблеми. Потрібно змусити дитину подолати страх перед завданнями. Він у них виробляється в початковій школі, так як зміст завдань не завжди відповідає віку. У рішенні також допомагає правильно складена за умовами задачі схема, прикидка відповіді і відповідність отриманої відповіді умові завдання. Треба домагатися, щоб діти при рішенні не пропускали жодного з цих кроків. Тоді успіх забезпечений. Покажемо на прикладах

Завдання 1. Відстань між двома причалами 35 км. Скільки часу витратить теплохід на шлях по річці від одного причалу до іншого і назад, якщо власна швидкість теплохода 17 км/год, а швидкість течії річки – 3 км/год?

Робота над текстом завдання.

Після прочитання тексту завдання учнями, задаються наступні питання:

До якого типу завдань відноситься дана задача?

Що рухається по річці?

Які величини розглядаються при розв'язуванні завдань на рух по річці?

Які з величин нам відомі?

У якому напрямку теплохід рухається по річці?

Як знаходиться швидкість за течією річки?

Як знаходиться швидкість проти течії річки?

Яка величина є шуканою?

Вирішувалася чи раніше подібне завдання?

2.2.Методика розв'язування алгебраїчних задач 7-9 класів

Під алгебраїчним методом розв'язування завдань розуміється такий метод виконання, коли невідомі величини знаходяться в результаті при розв'язуванні рівнянь або системи рівнянь, розв'язування нерівності або системи нерівностей, складених за умовами задачі. Іноді алгебраїчне розв'язування задачі буває дуже складним .

При розв'язуванні завдань алгебраїчним методом основна розумова діяльність зосереджується на першому етапі виконання задачі: на розборі умови задачі і складанні рівнянь або нерівностей за умовою задачі.

Другим етапом є розв'язування складеного рівняння або системи рівнянь, нерівності або системи нерівностей.

Третім важливим етапом розв'язування задач є перевірка розв'язку задачі, яка проводиться за умовою задачі.

При алгебраїчному методі розв'язування формується 55 основних умінь і навичок:

1. Короткий запис умови задачі.
2. Зображення умови задачі за допомогою малюнка.
3. Логічні прийоми мислення: спостереження і порівняння, аналіз і синтез, абстрагування і конкретизація, узагальнення і обмеження, умовиводи індуктивного і дедуктивного характеру та умовиводи за аналогією.
4. Виконання арифметичних дій над величинами (числами).
5. Зміна (збільшення або зменшення) величини (числа) у кілька разів.
6. Знаходження різницевого порівняння величин (чисел).
7. Знаходження кратного порівняння величин (чисел).
8. Використання властивостей зміни результатів дій залежно від зміни компонентів.
9. Зміна (збільшення або зменшення) величини (числа) на декілька одиниць величини (числа).
10. Знаходження дробу від величини (числа).
11. Знаходження величини (числа) з даної її (його) дробу.

12. Знаходження відсотків даної величини (даного числа).
13. Знаходження величини (числа) за її (його) відсотком.
14. Знаходження процентного відношення двох величин (чисел).
15. Складання пропорцій.
16. Поняття прямої і зворотної пропорційної залежності величин (чисел).
17. Поняття продуктивності праці.
18. Визначення продуктивності праці при спільній роботі.
19. Визначення частини роботи, виконаної протягом певного проміжку часу.
20. Визначення швидкості руху.
21. Визначення шляху, пройденого тілом.
22. Визначення часу руху тіла.
23. Поняття про власну швидкості (швидкості в стоячій воді) руху тіла по воді.
24. Знаходження шляху, пройденого двома тілами при зустрічному русі.
25. Знаходження швидкості руху тіла за течією і проти течії річки.
26. Знаходження часу проходження тілом одиниці шляху при заданій швидкості руху.
27. Знаходження швидкості зближення тіл, що рухаються в одному напрямку, і швидкості видалення.
28. Знаходження швидкості зближення або швидкості видалення тіл, що рухаються в протилежних напрямках або при зустрічному русі.
29. Знаходження частини шляху, пройденого тілом за певний час, коли відомий час проходження всього шляху.
30. Знаходження кількості речовини, що міститься в розчині, суміші, сплаві.
31. Знаходження концентрації, процентного вмісту.
32. Знаходження вартості товару, акції.
33. Знаходження ціни товару, акції.
34. Знаходження прибутку.
35. Знаходження кількості шкідливих речовин у воді, повітрі.
36. Знаходження собівартості продукції.
37. Розрахунок нарахувань банку на вклади.

38. Перевірка виконання завдання за умовою.
39. Введення невідомого.
40. Введення двох невідомих.
41. Введення трьох і більше невідомих.
42. Виконання дій додавання і віднімання невідомих.
43. Виконання дій множення і ділення невідомих.
44. Запис залежності між величинами за допомогою літер та чисел.
45. Розв'язування лінійних рівнянь.
46. Розв'язування лінійних нерівностей.
47. Розв'язування квадратних рівнянь і нерівностей.
48. Розв'язування дробово-раціональних рівнянь і нерівностей.
49. Розв'язування систем рівнянь і систем нерівностей.
50. Складання одного рівняння (нерівності) з двома невідомими.
51. Розв'язування рівняння (нерівності) з двома невідомими.
52. Вибір значень невідомих за умовою задачі.
53. Складання рівнянь з параметром за умовою текстової задачі.
54. Розв'язування рівнянь з параметром.
55. Дослідницька робота.

У зв'язку з впровадженням у шкільну програму елементів вищої математики, з прискореним розвитком і впровадженням в усі сфери обчислювальної математики велике значення має формування в учнів не окремих специфічних навичок, а тих умінь і навичок, які мають подальший додаток. До числа цих умінь і навичок відносяться вміння та навички, які формуються в процесі розв'язування задач алгебраїчним методом.

Задачі сприяють розвитку творчого мислення учнів, допомагають з'ясувати роль і місце математики в практичній діяльності людини, прищеплюють інтерес до предмета, бажання працювати самостійно. Також навчають учнів:

-□ розкрити основну функцію тестових задач: розвиток логічного мислення учнів, ілюстрація прикладного застосування математичних знань.

-□ забезпечити основу для високого рівня абстрагування й мислення учнів, зацікавити їх, допомогти пов'язати навчання з досвідом реального життя.

-сформувати цілісну систему провідних знань учнів, виробити загальні підходи до розв'язування текстових задач.

Розв'язуючи задачі, учні поетапно будуть формувати вміння узагальнення і систематизації, відкриття нових методів і прийомів, які можна застосовувати до кожної із задач певної теми, а пояснення в процесі розв'язання задач сприятимуть розвитку логічного мислення учнів, збагачуватимуть їх математичну мову, привчатимуть до стислому викладу своєї думки.

2.3. Види текстових задач

2.3.1 Задачі на відсоткові розрахунки.

Знаходження відсотків від числа

Правило 1 (за означенням відсотка)

Щоб знайти відсотки від числа, треба:

- Це число поділити на 100 (знайдемо 1%);
- Результат помножити на число відсотків.

Приклад. Знайти 4% від 20.

$$20:100 = 0,2 \text{ – становить } 1\%;$$

$$0,2 \cdot 4 = 0,8.$$

Правило 2 (зведення до дробу)

Щоб знайти відсотки від числа, треба:

- Записати відсоток дробом;
- Дріб помножити на число.

Приклад. Знайти 4% від 20.

$$4\% = 0.04;$$

$$20 \cdot 0.04 = 0,8.$$

Правило 3 (за допомогою пропорції)

- Записати умову задачі у вигляді схеми;
- Скласти пропорцію і розв'язати її (маємо пряму пропорційну залежність).

$$20 - 100\%$$

$$x - 4\%$$

$$\frac{20}{x} = \frac{100}{4}, x=0,8$$

Знаходження числа за значенням його відсотка.

Правило 1 (за означенням відсотків)

- Це значення поділити на кількість відсотків (1%);
- Результат помножити на 100%.

Приклад. Знайти число, 20% якого дорівнюють 4.

$$4:20 = 0,2 - \text{становить } 1\%;$$

$$0,2 * 100 = 20.$$

Правило 2 (зведення до дробу)

- Записати відсоток дробом
- Поділити число на цей дріб.

Приклад. Знайти число, 20% якого дорівнюють 4.

$$20\% = 0,2;$$

$$4:0,2 = 20.$$

Правило 3 (за допомогою пропорції)

- Записати умову задачі у вигляді схеми;
- Скласти пропорцію (маємо пряму пропорційну залежність) і розв'язати її.

Приклад. Знайти число, 20% якого дорівнює 4.

$$4 - 20\%$$

$$x - 100\%$$

$$\frac{4}{x} = \frac{20}{100} \quad x=20$$

Знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Правило 1

- Знайти відношення чисел (поділити);
- Результат записати у відсотках (помножити на 100%).

Приклад. Скільки відсотків становить число 4 від 10?

$$4:10 = 0,4;$$

$$0,4 \cdot 100\% = 40\%.$$

Знаходження зміни у відсотках.

Правило

Знайти:

- На скільки одиниць збільшилась або зменшилась величина;

- Скільки відсотків становить одержана різниця від початкового значення.

Приклад 1. Виразити у відсотках зміну величини від 4 грн до 10 грн.

$$10 - 4 = 6$$

Далі можна розв'язувати різними способами.

1 спосіб:

$$6:4 \cdot 100 = 150\%.$$

2 спосіб:

$$6 - x\%$$

$$4 - 100\%.$$

2.3.2. На рух.

Слід підкреслити, що, розв'язуючи задачі на рух, ми вважаємо, що швидкості рухомих тіл сталі на всьому проміжку шляху, тобто їх рух рівномірний, рух відбувається по прямій, зустріч відбувається в точці тощо. Якщо рух на окремих ділянках вважається рівномірним, то пройдений шлях визначається за формулою $S=Vt$, де V – швидкість руху тіла, а t – час руху. Поворот тіл, що рухаються, вважаються миттєвими, тобто проходять без затрат часу, швидкість при цьому також змінюється миттєво. При рівноприскореному русі найчастіше використовують дві формули, що зв'язують час t , пройдений шлях S , початкову швидкість v_0 , прискорення a і швидкість v якщо рух рівноприскорений, і v_0 , якщо рух рівносповільнений.

Рух за течією та проти течії

Основна формула $S = V \cdot t$;

$V_{\text{за течією}} = V_{\text{власна}} + V_{\text{течії}}$;

$V_{\text{проти течії}} = V_{\text{власна}} - V_{\text{течії}}$;

де V за течією – швидкість за течією;

$V_{\text{проти течії}}$ – швидкість проти течії;

$V_{\text{власна}}$ – власна швидкість або швидкість в стоячій воді (в озері);

$V_{\text{течії}}$ – швидкість течії;

Приклад 1. Човен проплив шлях між двома пристанями за 6,5 год., а на зворотний шлях витратив 4,5 год. Знайти відстань між пристанями, якщо швидкість течії 4 км/год.

Запис умови

Нехай власна швидкість човна $V_{\text{вл}} = \dots$ км/год.

Розв'язання:

$$4,5(x + 4) = 6,5(x - 4),$$

$$4,5x + 18 = 6,5x - 26,$$

$$2x = 44,$$

$$x = 22 \text{ (км /год.)},$$

$$(22 + 4) \cdot 4,5 = 117 \text{ (км)}.$$

Відповідь: 117 км.

Рух на зустріч

Приклад 1. З міста А в місто В виїхав вантажний автомобіль. Через 30 хв. назустріч йому з міста В виїхав легковий автомобіль, швидкість якого на 20 км/год. більша, ніж вантажного. Коли легковий автомобіль через 2,2 год. після свого виїзду з міста В приїхав у місто А, вантажному залишилося проїхати до В ще 4 км. Знайти відстань між містами.

Розв'язання:

$$2,2x = 2,7(x - 20) + 4$$

Відповідь: 220 км.

Приклад 2. Михайлик і Віталій вийшли назустріч один одному із двох сіл, відстань між якими 20 км. Швидкість Михайлика 6 км/год., а Віталія – 4 км/год. Одночасно з Михайликом назустріч Віталію вилетіла муха.

Долетівши до Віталія, вона розвернулася і полетіла до Михайлика, і так літала

між ними доти, поки вони не зустрілися. Скільки кілометрів налітала муха, якщо її швидкість 11 км/год.?

Розв'язання:

Звичайно, розв'язуючи цю задачу, можна вдатися до обчислення відстаней, які щоразу пролітала муха. Однак є більш зручний спосіб розв'язання, адже насправді муха летіла стільки часу, скільки витратили наші герої, щоб зустрітися, тобто

$$20:(6+4) = 2 \text{ (год.)}$$

Знаючи, що швидкість мухи становила 11 км/год, легко обчислити, що відстань, яку вона пролетіла, дорівнює

$$2 \cdot 11 = 22 \text{ (км).}$$

Відповідь: 22 км.

Приклад 3. За начальником одного з відділів зранку заїжджала машина й привозила його на роботу у визначений час. Якось начальник вирішив прогулятися. Він вийшов за годину до приїзду машини й пішов їй назустріч. Дорогою він зустрів машину і прибув на роботу на 20 хвилин раніше, ніж звичайно. Скільки часу тривала прогулянка?

Розв'язання:

20 хвилин, які зекономив начальник, - це час, за який машина могла б доїхати від місця зустрічі з начальником і повернутися назад. Тобто зустріч відбулася на 10 хвилин раніше, ніж звичайно. Оскільки начальник вийшов на годину раніше, прогулянка тривала 50 хвилин.

Відповідь: 50 хвилин.

Рух в протилежному напрямку

Приклад 1. Михайлик і Віталій їхали вниз ескалатором. Посередині ескалатора хуліган Михайлик зірвав з Віталія шапку і кинув на протилежний ескалатор. Потерпілий Віталік побіг угору ескалатором, щоб потім спуститися вниз і повернути шапку. Хитрий Михайлик побіг ескалатором униз, щоб потім піднятися вгору і встигнути швидше, ніж Віталій. Хто встигне раніше, якщо швидкості хлопців відносно ескалатора сталі і не залежать від напрямку руху?

Розв'язання:

Два ескалатори, що рухаються в протилежні боки, утворюють рухоме кільце, на якому можна кататися, як на каруселі. Відносно цього кільця шапка нерухома. Станемо біля неї і спостерігатимемо за бігом хлопців. Ми побачимо, що хлопці одночасно побіжать до нас із діаметрально протилежних точок кільця з різними швидкостями, але кожний зі свого боку. Тепер очевидно, що хлопці біжать до шапки одночасно. У цьому доведенні суттєве є те, що швидкість хлопців більша від швидкості ескалатора, бо інакше Віталій не підніметься ескалатором, який рухається вниз.

Приклад 3. Поїзд проходить міст довжиною 450 метрів за 45 секунд, а повз будку стрілочника він проходить за 15 секунд. Обчисліть довжину поїзда і його швидкість.

Розв'язання:

Нехай швидкість поїзда x м/с. Тоді довжина поїзда $15x$ метрів. Складаємо рівняння:

$$45x = 450 + 15x$$

Звідси $x = 15$. Таким чином, швидкість поїзда 15 м/с.

Довжина поїзда:

$$15 \cdot 15 = 225 \text{ (м)}$$

Відповідь: 225 метрів; 15 м/с.

2.3.3. Логічні задачі.

Приклад 1. На всесвітньому фестивалі молоді зустрілись 6 делегатів. Виявилось, що серед будь-яких трьох з них двоє можуть порозумітися між собою якоюсь мовою. Доведіть, що тоді знайдеться 3 делегатів, кожен з яких може порозумітися з кожним.

Розв'язання: Хай делегат А може поговорити з трьома іншими делегатами, назвемо їх В, С, D. Серед останніх можливо двоє також можуть порозумітися між собою, скажімо, В і С. Тоді А, В, С - шукана трійка. Якщо А може поговорити не більше, ніж з двома іншими делегатами, то знайдуться три

делегати E, F, G, ні з одним з яких A не може говорити. Тоді E, F, G утворюють шукану трійку.

Приклад 2. Кожен із трьох друзів зіграв однакову кількість шахових партій з іншим. При цьому виявилось, що перший з них виграв найбільшу кількість партій, другий програв найменшу кількість партій, а третій набрав найбільшу кількість очків. Чи могло так бути? Якщо ні, то доведіть. Якщо так, то наведіть приклад.

Розв'язання: Так могло статись. Хай двоє зіграли між собою по 10 партій. При цьому перший виграв у другого 3 партії і другий виграв у нього стільки ж. У третього перший переміг у 4-х партіях, але програв йому 5 партій. Всі інші партії закінчились нічиєю. Тоді перший, який переміг у 7 партіях, програв 8 і 5 закінчив нічиєю, буде мати 9,5 очків, другий, котрий програв 3 партії і переміг у 3-х партіях, а в 14 партіях зіграв унічию, буде мати 16 очків. Третій набере 11,5 очків, тобто у нього 5 перемог, 4 поразки і 11 нічиїх.

Розділ 3

Експериментальне дослідження

В дипломній роботі проводилось дослідження особливостей методики навчання учнів основної школи розв'язувати текстові задачі мало теоретико-експериментальний характер. У 2014–2015 навчальному році на основі напрацьованої теоретичної інформації реалізувалися основні положення удосконаленої методики розв'язування задач на пропорційне ділення.

Експериментальне дослідження проводилося у Рівненській ЗОШ №13 I-III ступенів. Ним було охоплено 32 учні шостих класів.

У процесі розв'язування текстових задач ми використовували такі способи допомоги учням:

- 1) спрощення одного з варіантів самостійної роботи;
- 2) індивідуалізація вимог до загального завдання;
- 3) індивідуальна допомога;
- 4) додаткові завдання до основного виду роботи.

Спрощення одного з варіантів самостійної роботи полягає у тому, що завдання для самостійної роботи готують у двох однакових за навчальною метою варіантах. Проте в одному варіанті дається легше задача. Це може бути задача, яку вже розв'язували в класі, або аналогічна, де замінено числові значення. При цьому числові дані добираються так, щоб прийоми виконання дій над ними були вже добре засвоєні, оскільки учні повинні зосереджувати увагу не на обчисленні, а на зв'язках між величинами.

Індивідуалізація вимог до загального завдання визначається тим, що для всіх учнів на дошці записується одне завдання, а диференціація здійснюється в процесі інструктажу:

а) до умови задачі ставлять два-три питання. Кожен учень знаходить відповіді на стільки запитань, на скільки зможе. Зрозуміло, що бажано відповісти на всі запитання.

б) урізноманітнення вимоги до розв'язання задачі полягає в тому, що всім учням пропонується одна і та сама задача, причому одразу дається й додаткове завдання до неї. Такими додатковими завданнями можуть бути: розв'язати задачу іншим способом (складанням виразу чи рівняння), скласти і розв'язати обернену задачу, записати план розв'язання, змінити запитання задачі і знайти на нього відповідь.

Індивідуальна допомога передбачає подачу завдань у двох варіантах. В одному з них міститься додаткова інформація, розрахована на допомогу в розв'язанні задачі. Диференціація при цьому реалізується найчастіше через індивідуальні картки:

а) конкретизація задачі – учитель дає учневі вказівку щодо дій, які треба виконати в процесі розв'язування задачі, або дає на картці рисунок до умови задачі чи короткий її запис;

б) початок розв'язування задачі – вчитель дає вказівки щодо початку розв'язування, причому їх слід поєднувати з аналізом задачі і закінчувати виділенням числових даних і запитанням для першої дії;

в) зразок розв'язання – вчитель подає на картці дві задачі одного виду, з яких одну вже розв'язано, і каже: “Прочитай першу задачу. Розглянь її розв'язання. Подумай, що визначили за допомогою першої та другої дій. Прочитай другу задачу і порівняй її з першою. Розв'яжи другу задачу”;

г) подання схеми або плану розв'язання задачі – схему розв'язання задачі здебільшого супроводжують коментуванням кожної дії чи виразу загалом;

д) додаткові пояснення до розв'язання задач – правила, тлумачення деяких залежностей тощо.

Під час колективного аналізу задачі (І етап) усно складався план її розв'язання. Учні коротко записували розв'язок задачі і показували учителю. Хто правильно зробив записи, виконував завдання І варіанту, хто помилився – працював з учителем над завданнями ІІ варіанту.

Для другого етапу ми підбирали задачі для поступового переходу до самостійного їх розв'язання. На наступних етапах (II-IV) роботу ми організовували у такий спосіб.

II етап

I варіант. Самостійно запишіть в зошит розв'язання задачі за допомогою дій з поясненням.

II варіант. Фронтальна робота. Аналіз подібної задачі (змінено тільки числові дані, щоб полегшити сприймання сюжету задачі). Запис розв'язку з коментуванням.

III етап

I варіант. Самостійно розв'яжіть задачу (змінено сюжет і числові дані).

II варіант. Фронтальна робота. Аналіз подібної задачі (змінено сюжет попередньої задачі) і самостійний запис розв'язування.

IV етап

I варіант. Складіть задачу за схемою і запитанням.

II варіант. Самостійно розв'яжіть подібну задачу (змінено сюжет і числові дані).

Відповідно до проаналізованих етапів ми використовували чотири види робіт різного рівня складності:

- 1) запис розв'язання задачі;
- 2) аналіз і розв'язання задачі;
- 3) порівняння задач і їх розв'язання;
- 4) складання задач за схемою (таблицею) та їх розв'язання.

Експеримент проводився у 6-му класі. Тому відповідно до програми даного класу ми розробили систему завдань. Робота, яка проводилася нами в експериментальному класі, позитивно вплинула на підвищення якості знань й умінь учнів. Так, учні експериментального класу значно краще виконали запропоновані завдання, ніж учні контрольного.

Для учнів експериментального і контрольного класів ми пропонували два комплексних варіанти завдань, побудованих відповідно до розробленої нами добірки задач на пропорційне ділення.

Метою розробленої добірки вправ було формування таких умінь:

- всебічний аналіз задачі;
- пояснення вибору дії;
- самостійний запис розв'язання задачі даного виду в зошит;
- розв'язування текстових задач за поданою схемою чи планом розв'язання;
- складання задач даного виду за таблицею, схемою;
- самостійне розв'язання подібної задачі.

Розроблена нами методика складання диференційованих завдань ґрунтувалася на рівні засвоєння знань. Було виділено три рівні:

1. Репродуктивний рівень – уміння відтворювати ознаки понять, законів, репродукування відомих способів дій дає змогу розв'язувати завдання за взірцем, що не сприяє формуванню достатньо узагальнених і міцних зв'язків.

2. Конструктивний рівень – міцно засвоєні алгоритми виконання завдань дають змогу використовувати одержані раніше знання у змінених ситуаціях, що сприяє встановленню одиничних зв'язків між поняттями, поняттям і законом і т. ін. Це, однак, не дає змоги робити глибокі узагальнення, застосовувати знання в нових ситуаціях.

3. Творчий рівень – міцно засвоєні основні положення дають можливість забезпечити високий рівень узагальнення знань, встановити міжпредметні зв'язки, що, в свою чергу сприяло творчому використанню одержаних знань в нових ситуаціях і дало змогу виявити нові причинно-наслідкові зв'язки, зробити узагальнення і висновки.

Результати формуючого експерименту свідчать, що використання удосконаленої методики позитивно вплинуло на розвиток умінь і навичок учнів експериментального класу розв'язувати текстові задачі. Таким чином, ми отримали результати, що підтвердили наше припущення: уміння і навички

учнів експериментального класу розв'язувати текстові задачі краще сформовані в учнів експериментального класу, ніж контрольного.

Таким чином, експериментальне дослідження показало, що удосконалена методика є ефективною для розвитку умінь і навичок розв'язувати текстові задачі.

Висновки

У дипломній роботі розглянуто важливість розв'язування текстових задач в основній.

Дана робота включає наступні розділи:

1. Теоретичні основи дослідження
2. Методика навчання учнів основної школи розв'язувати текстові задачі

3. Експериментальне дослідження У першому розділі висвітлені загальні теоретичні основи розв'язування текстових задач в основній школі, вивчення педагогічної і психологічної сторін даного питання. Була досліджена проблема закріплення даного матеріалу. Другий розділ «Методика навчання учнів основної школи розв'язувати текстові задачі». В ньому розглядаються види текстових задач та методика розв'язування їх в 5-6 та 7-9 класах. Третій розділ експериментальне дослідження та статистична обробка його результатів. Проведено педагогічний експеримент, де була випробувана методика навчання учнів розв'язувати текстові задачі. Перевірка ефективності здійснювалася шляхом порівняння результатів виконання самостійних робіт. Експеримент показав, що при застосуванні даної методики на уроках були досягнуті більш високі рівні засвоєння теми, ніж при традиційній методиці. Дане дослідження було направлене на підвищення інтересу учнів до даної теми, розвитку математичного мислення учнів.

Таким чином, в даній роботі проведений глибокий аналіз методичної системи навчання учнів в основній школі розв'язувати текстові задачі. Здійснена експериментальна перевірка впливу даних заходів на успішність учнів з математики.

Список використаних джерел

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики: [навч. посібник] / Г. П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.
2. Бродський Я. Готуємо майбутніх математиків / Я. Бродський, О. Павлов, А. Сліпенко. – К.: Рідна школа, 2000. – 62 с.
3. Виноградова Л.П. Навчання розв'язування завдань / Л.П. Виноградова. – М.: Перше вересня, 2004. – 540 с.
4. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики / М.І. Жалдак – К: Техніка, 1999. – 255 с.
5. Епишева О.Б.Общая методика преподавания математика в средней школе: Курс лекций / О.Б. Епишева. – Тобольськ: Вид. ТГПИ им. Д.И. Менделеева, 1997. – 338 с.
6. Володарська І. Загальний прийом рішення математичних завдань / І. Володарська, Н. Салміна // Математика (додаток до газети "1 вересня"). – 2005. - № 23. - С.12-14.
7. Канін Є.С. Навчальні математичні задачі / Є.С. Канін. – К.: Видавництво ВятГГУ, 2003. – 191 с.
8. Коваль В.В. Загальна методика викладання математики / В.В. Коваль, В. Крайчук, Г.Я. Клекоць. – Рівне: РДГУ, 2005. – 165с.
9. Король Я.А. Розв'язування текстових задач різними способами / Я.А. Король // Актуальні проблеми розбудови національної освіти. Ч. III. – К.: Херсон, 1997. – С. 76–78.
10. Король Я.А. Формування практичних умінь і навичок на уроках математики / Я.А. Король. – Тернопіль: Навч. книга – Богдан, 2000. – 136 с.

11. Кравчук В. Алгебра:[підручник для 7 кл.] / В. Кравчук , Г. Янченко. – К.: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2008. – 288с.
 12. Кроль В.М. Психология и педагогика / В.М. Кроль. – М.: Высшая школа, 2001. – 358 с.
 13. Лебедев В. Аналіз та вирішення текстових завдань / В. Лебедев // Математика в школі. – К.: Вища школа, 2002. – № 11 – С. 8.
- 76
14. Левітас Г.Г. Про алгебраїчне розв'язування текстових завдань / Г.Г. Левітас // Математика в школі. – К.: Вища школа, 2000. – № 8 – С. 13.
 15. Лященко, Є.І. Лабораторні та практичні роботи з методики викладання математики / Є.І. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.
 16. . Медяник А. Г. Учителеві про шкільний курс алгебри: [Кн. для вчителя: Пер. з рос.] / А. Г. Медяник – К.: Рад. шк., 1988. – 164 с.
 17. Мерзляк А.Г.Математика:[підруч для 5кл.] / А.К. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір – Х.: Гімназія, 2006. – 304 с.
 18. Мерзляк А.Г.Математика:[підруч для 6кл.] / А.К. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір – Х.: Гімназія, 2006. – 304 с.
 19. Мерзляк А.Г. Алгебра: [підруч. для 8 кл.] / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір – Х.: Гімназія, 2008. – 256 с.
 20. Мерзляк А.Г. Алгебра: [підруч. для 9 кл.] / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір – Х.: Гімназія, 2008. – 272 с.
 21. Мерзляк А.Г. Математика: [Підсумкові контрольні роботи 5 клас.] / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір – Х.: Гімназія, 2011. – 66 с.
 22. Мерзляк А.Г. Математика: [Підсумкові контрольні роботи 6 клас.] / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір – Х.: Гімназія, 2011. – 56 с.
 23. Мерзляк А.Г. Математика: [Підсумкові контрольні роботи 7 клас.] / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір – Х.: Гімназія, 2011. – 64 с.
 24. Моршнева, Л.Г. Дидактический материал с математики / Л.Г. Моршнева, З.И. Альхова. – Саратов: Лицей, 1999. – 129с.

25. Попадюк І.М. Поворот / І.М. Попадюк // Математика в школах України. – К.: Вища школа, 2003. – № 7 – С. 32-35
26. Савченко С.Б. Вміння виділити головне та суттєве в навчальному процесі / С.Б. Савченко // Математика. – К.: Либідь, 2003. – №35 – С. 8-11
27. Слєпкань З.І. Методика навчання математики : [Підручник для студ. спец. пед. навч. закладів.] / З.І. Слєпкань – К.: Зодіак ЕКО, 2000. – 560 с.
28. Фрідман Л.М. Методика навчання розв'язання математичних задач / Л.М. Фрідман // Математика в школі. К.: Вища школа, 1991. – № 5 – С.27-29
77
29. Чаплигін В.Ф. Деякі методичні міркування за рішенням текстових завдань / В.Ф. Чаплигін // Математика в школі. К.: Вища школа, 2000. – № 4–
С.28
30. Шовкун А.В. Текстові задачі в шкільному курсі математики / А.В. Шовкун // Математика в школах України. К.: Вища школа, 2003. – № 12 – С.15-
22
31. Ягупов В.В. Педагогіка: [Навч. Посібник.] / В.В. Ягупов – К.: Либідь, 2002. – 560 с.