

Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота
магістерського рівня

на тему:

Методика формування екологічних переконань старшокласників
при вивченні курсу математики

Виконала: студентка II курсу магістратури
групи М-М-61
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Несен Ангеліни Олегівни

Керівник: к.пед.н., доцент каф. математики з МВ
Коваль Володимир Васильович

Рецензент: к.т.н., доцент кафедри вищої
математики Присяжнюк Ігор Михайлович

Рівне - 2019 року

ЗМІСТ

ВСТУП3
РОЗДІЛ 1. ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....		...10
1.1. Використання математичних моделей в екології.....		...10
1.2. Проблема екологічного виховання в дослідженнях з методики викладання математики, її відображення в програмах, підручниках та методичних посібниках.....		...15
РОЗДІЛ 2. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ ПЕРЕКОНАНЬ УЧНІВ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ.....		...27
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ ПЕРЕКОНАНЬ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В СТАРШИХ КЛАСАХ СЕРЕДЕЬОЇ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ШКОЛИ.....		...40
3.1. Структура екологічного навчання і виховання40
3.2. Екологічне виховання учнів при вивченні математики в 10-х класах.....		...51
3.3. Методика формування екологічних переконань учнів при вивченні математики в 11-х класах.....		...58
РОЗДІЛ 4. ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ ТА СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ЙОГО РЕЗУЛЬТАТІВ.....		...77
ВИСНОВКИ.....		...95
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....		...98

ВСТУП

Охорона природи, раціональне використання людиною її багатств – важлива загальнодержавна і загальнолюдська справа. Охорона природи – обов'язок кожної людини. Успіх у цій справі залежить, перш за все, від усвідомлення важливості цього завдання, від переконливості, вміння і звички постійно, на кожному кроці оберігати рідну природу, «лікувати» ті рани, які вже їй нанесено й не допускати нових.

В умовах науково-технічної революції господарська діяльність людини набула небаченого розмаху. Масштаби антропогенного впливу на навколишнє середовище досягли рівня планетарних факторів. Збільшення тиску суспільства на природу порушує існуючу в ній рівновагу. Щороку людство використовує близько 14 млрд. т. природної речовини, спалює 8 млрд. т. умовного палива. В атмосферу викидається 270 млн. т. оксиду вуглецю, 157 млн. т. оксиду сірки, 59 млн. т. оксиду азоту. Вже втрачено половину орних земель, знищено дві третини лісів. Подальше опустелювання загрожує 30% суші. З кожним роком на Землі залишається дедалі менше ділянок, не охоплених людською діяльністю. Вже близько 20% ландшафтів займають штучні об'єкти – міста, шляхи, канали і водосховища, рілля тощо [14, с.28].

Надмірне застосування в сільському господарстві мінеральних добрив, хімічних засобів боротьби зі шкідниками і хворобами рослин є ще однією ланкою в загальному ланцюгу факторів забруднення навколишнього середовища і погіршення його компонентів. І все це відбувається в умовах так званого демографічного вибуху, на фоні якого особливо загострюються суперечності у взаємовідносинах людини і природи.

Сьогодні починаємо усвідомлювати, що наша планета має не безмежні простори і природні запаси, що надмірна експлуатація її ресурсів може призвести до загальної екологічної катастрофи. Таким чином, мусимо вирішувати проблему захисту і збереження природи з одночасним розв'язанням багатьох інших: паливно-енергетичної, мінерально-сировинної,

продовольчої, урбанізації, народонаселення. Ось чому вчені, політики, ідеологи в усіх країнах світу приділяють величезну увагу взаємовідносинам суспільства і природи [14, с.13].

Після ядерного вибуху на Чорнобильській АЕС екологічна ситуація набула загрозливого характеру і в ряді регіонів України. Займаючи заледве 2,7% території колишнього Радянського Союзу, держава приймала на себе чверть усіх забруднень країни. Щороку в повітряний басейн України надходить понад 270 млн. т. промислових викидів, у ріки і водойми – понад 1 млрд. кубометрів стоків, у відвали нагромаджується 1,5 млрд. т. твердих відходів [9, с.103].

Багато років поспіль світова спільнота опікується проблемами оточуючого середовища: умовами взаємодії живих організмів між собою і з довкіллям, шляхами охорони та збереження природи, впливами людської діяльності на стан різних екосистем тощо. Не може залишатися осторонь цих проблем і система освіти. У Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти одним із завдань освітньої галузі «Математика» визначено розкриття ролі та можливостей математики у пізнанні та описанні реальних процесів і явищ дійсності, забезпечення усвідомлення математики як універсальної мови природничих наук та органічної складової загальної людської культури.

В навчальній програмі «Математика. 10-11 клас. Рівень стандарту» серед компетентностей, набутих учнями старших класів, виділена «Екологічна безпека та сталий розвиток». Ця компетентність націлена на формування в учнів соціальної активності, відповідальності та екологічної свідомості, готовності брати участь у вирішенні питань збереження довкілля і розвитку суспільства, усвідомлення важливості сталого розвитку для майбутніх поколінь. Щоб підсилити інтерес учнів до екологічних проблем, вплинути на формування екологічної свідомості і світогляду учнів, вчителю варто проаналізувати і переосмислити свій світогляд. Вчитель має бути переконаним

у необхідності бережливого ставлення до природи, розглядати формування в учнів екологічних переконань як свій громадський обов'язок.

Формування сучасної шкільної освіти вимагає від учителів, методистів, психологів пошуку нових методичних технологій, які поряд з високим рівнем теоретичної і практичної підготовки з математики сприяють переорієнтації навчально-виховного процесу на особистість учня. Загальноосвітня школа покликана виховувати школярів у дусі любові до рідної природи, охорони навколишнього середовища. У школах природоохоронна освіта здійснюється в декількох напрямках: на уроках, заняттях гуртків, під час проведення екскурсій, різних масових заходів, у процесі суспільно-корисної праці тощо. Часто учні виступають пропагандистами природоохоронних знань серед своїх товаришів, місцевого населення, беруть участь в озелененні, доглядають лісопарки та ліси, охороняють рідкісні рослини і тварин, обліковують і закріплюють еродовані ґрунти, береги водойм. Вони роз'яснюють населенню правила збирання ягід, грибів, плодів, лікарських рослин, проводять спостереження за станом популяцій рідкісних видів, інвентаризують місцеву флору і фауну [11, с.35].

Успіху природоохоронної освіти сприяє й дослідницька робота учнів, під час якої вони розширюють свій екологічний світогляд, володіючи методами дослідження природи, нагромаджують певний досвід у справі охорони природи. Не можна лишати поза увагою прищеплення учням навичок естетичного сприймання природи, формування гуманістичних ідеалів. Серед учнів поширені цікаві форми організації їх діяльності: зелені патрулі, шкільні лісництва, гуртки юних натуралістів, клуби й товариства природолюбів, екологічне волонтерство.

Проте не всі учні до кінця усвідомлюють цінність і глобальність проблем охорони природи, їх соціально-економічний, політичний, морально-етичний, естетичний, правовий, ідеологічний аспекти. Як правило, питання охорони природи розглядається учнями відірвано від складних наукових, природничо-соціальних явищ, зокрема таких, як закони функціонування природних систем на різних рівнях їх організації і задоволення потреб суспільства відповідно до

дії цих законів. Школярі нечітко уявляють норми ставлення людей до природного середовища, протиріччя, що виникають у системі «Природа – техніка – суспільство» [11, с.67].

Як результат – поранена і покалічена природа на шляхах туристичних груп школярів, поблизу окремих таборів відпочинку та санаторіїв. Знищується не лише природа. Калічаться, стають черствими і безжалісними дитячі душі. Все це вимагає посиленої уваги і продуманої роботи серед школярів з питань охорони навколишнього середовища.

В педагогічних дослідженнях останніх років розробці питань екологічної освіти і виховання приділяється певна увага. Результатом цих досліджень є визначення цілей і окремих задач екологічної освіти, виділення провідних природоохоронних ідей і узагальнених екологічних понять, характеристика основних вмінь і навичок, якими повинні оволодіти учні в процесі навчання. Міжпредметний підхід до формування екологічної культури школярів дозволив виділити основні напрямки екологізації навчальних предметів. Ці питання знайшли відображення в працях Є.Б. Кнорре, Н.М. Масімова, В.Д. Шарко, І.М. Стадницького, Е.А. Турдікулова та інших [11, с.45].

Проте вище названі автори пов'язують здійснення екологічної освіти лише за такими навчальними предметами як біологія, фізика, хімія, географія. Стосовно математики, то є кандидатська дисертація В.В. Коваля «Екологічне виховання учнів при вивченні математики в 5-7 класах загальноосвітньої школи», О.О. Гриб'юк «Математичне моделювання як засіб екологічного виховання учнів у процесі навчання математики в класах хіміко-біологічного профілю» та А.Ш. Ходжамбердієва «Використання екологічних знань учнів середніх загальноосвітніх шкіл в процесі вивчення математики» [14, 29].

Але відомо, що математична наука знаходить широке використання в розв'язанні ряду основних питань екології: вивчення біосфери як цілісної природної системи, прогнозування і оптимізація взаємодії між біосферою і суспільством, раціональне використання і охорона природних ресурсів, вивчення різних видів забруднень середовища і методів боротьби з ними і т.д.

(Г.І. Марчук, В.І. Лаврік, О.Б. Горстко, А.Р. Ціцкішвілі, А.А. Умнов, А.Е. Алоян, Ю.М. Свірежєв).

Використання у цих дослідженнях математичних методів при розв'язанні екологічних проблем будується на комплексній основі, з врахуванням міжпредметних зв'язків. Між тим курс шкільної математики може відігравати також певну роль у формуванні відповідального відношення учнів до природи поряд з вище названими природничо-науковими дисциплінами [4].

За останні десятиріччя екологічна освіта формується як нова галузь педагогічної теорії і шкільної практики. Поряд з цим в сучасних педагогічних дослідженнях практично відсутні праці з методики викладання математики, пов'язані з екологічною освітою і вихованням в старших класах загальноосвітньої школи.

Результатом навчально-виховного процесу в старших класах загальноосвітньої школи повинно бути формування в школярів наукового світогляду, ядром якого виступає система наукових переконань з використанням методів математичного моделювання. Отже, екологічна освіта і виховання однією із кінцевих своїх цілей повинні мати формування екологічних переконань учнів.

Існування проблеми охорони природи, необхідність екологічного виховання школярів, недостатня теоретична розробка даних питань в методиці викладання математики, зокрема використання математичного моделювання і досить низький рівень екологічної освіти учнів в практиці шкільного викладання математики зумовили вибір об'єкта і предмета дослідження [11].

Об'єкт дослідження – це процес навчання математики учнів у старших класах загальноосвітньої школи.

Предмет дослідження становлять шляхи і засоби формування екологічних переконань учнів з використанням математичного моделювання при вивченні математики в старших класах загальноосвітньої школи.

Мета дослідження полягає в розробці, теоретичному обґрунтуванні та експериментальній перевірці ефективної методики математичного

моделювання як засобу екологічного виховання учнів у процесі навчання математики в старших класах загальноосвітньої школи.

У процесі дослідження була висунута **гіпотеза** про те, що ефективність формування екологічних переконань учнів в процесі вивчення математики з використанням математичного моделювання підвищиться, якщо буде забезпечено:

- свідоме засвоєння елементів екологічних знань, які дозволяють сформуванню науково обґрунтованих переконань і відповідальне ставлення до природи;
- включення учнів у активну діяльність з практичного розв'язання конкретних питань охорони природи з використанням математичного моделювання.

Мета та предмет і висунута гіпотеза дозволили визначити основні **завдання** дослідження:

1. На основі теоретичного аналізу психолого-педагогічної і методичної літератури з проблеми дослідження, досвіду роботи вчителів уточнити поняття «екологія», «математичне моделювання», «екологічне виховання».
2. Виявити психолого-педагогічні основи формування екологічних переконань учнів в процесі вивчення математики в старших класах школи.
3. Розробити методику формування екологічних переконань учнів в процесі вивчення математики в старших класах школи.
4. Експериментально перевірити методику формування екологічних переконань учнів в процесі вивчення математики в старших класах школи та статистично обробити результати перевірки.

Для вирішення поставлених завдань використовувались такі **методи** дослідження:

- теоретичні: системний та порівняльний аналіз науково-методичної, філософської, психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження, аналіз програм, підручників та навчально-методичних посібників для середньої загальноосвітньої школи;
- емпіричні: діагностичні (анкетування, тестування, бесіди з вчителями та учнями), обсерваційні (педагогічні спостереження за навчальним процесом,

аналіз уроків, письмових робіт учнів, результатів вивчення рівня знань і умінь школярів органами освіти, узагальнення передового педагогічного досвіду), експериментальні (організація і проведення констатуючого, пошукового і формуючого експерименту).

У ході дослідження названі методи використовувались у взаємозв'язку і взаємодоповненні.

Апробація результатів дослідження проводилася

- у навчальному процесі під час педагогічної практики у 10-11 класах гімназії № 9 ім. О.М. Луценка м. Черкаси;
- участю у XII Всеукраїнській науково-практичній он-лайн конференції «Інформаційні технології у професійній діяльності» (м. Рівне, 30 жовтня 2019 року) [режим доступу] –

http://iktmvi.rv.ua/files/konf/zbirnik_ITVPD-2019-1.pdf;

- прийнято до друку статтю в науково-методичний журнал «Наукова педагогічна думка» (РОШПО) (№ 1 за 2020 рік): Коваль В., Несен А. Екологічне виховання учнів старшої школи на уроках математики. – 11 с.;
- підготовлено до друку навчально-методичні рекомендації В.В. Коваль, А.О. Несен. Методика формування екологічних переконань учнів при вивченні математики в старшій школі. – Рівне: РРВ РДГУ, 2019.
- основні результати дослідження доповідались на засіданнях кафедри математики з методикою викладання Рівненського державного гуманітарного університету.

Структурно дипломна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел (37 найменувань). Об'єм дипломної роботи – 101 сторінка друкованого тексту.

РОЗДІЛ 1. ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Використання математичних моделей в екології

Термін «екологія» запропоновано 1869 року Е. Геккелем (від грец. «ойкос» – будинок, житло і «логос» – вчення, наука). В сьогоденні екологія – наука про зв'язок організмів та їх груп із навколишнім середовищем, або наука про зв'язки між живими організмами та середовищем їх проживання. Екологія як наука опирається на різні галузі біології (фізіологія, генетика, біофізика) і небіологічні науки (фізика, хімія, геологія, географія, математика та ін.), на методи і понятійно-термінологічний апарат цих наук [12, с.17].

Аж до початку ХХ ст. сама думка про можливість використання в біології математики більшості дослідників здавалась утопічною. Така точка зору збереглась до теперішнього часу, хоча число її прибічників значно зменшилось. І все-таки впровадження математики в біологію почалось досить активно, а зумовлено це було двома причинами: необхідністю статистичної обробки даних, одержаних в польових спостереженнях і лабораторних дослідженнях та появою в біології концепцій, які можна було сформулювати на чіткій фізичній мові. Серед фізично сформульованих концепцій, що значно вплинули на розвиток біології, перше місце належить, безумовно, дарвінізму. Теорія Чарльза Дарвіна – це, по суті, фізична теорія, що описує фізичні механізми біологічної еволюції. Дарвінізм зумів перемогти альтернативні еволюційні концепції перш за все тому, що зумів запропонувати чіткий, фізично переконливий механізм еволюції.

В часи Ч.Дарвіна широке використання математики для описування еволюційного процесу гальмувалось недостатністю конкретних знань про механізми спадковості і мінливості. В 20-х рр. нашого століття вдалось здійснити синтез генетики і дарвінізму, роботи по математичному

моделюванню процесу еволюції пішли стрімким потоком. Вже на початку 30-х рр. вийшли фундаментальні монографії англійських вчених Р. Фішера, Дж. Холдейна і С. Райта, що заклали міцну основу для математичного моделювання процесу еволюції [27].

В той же час почало розвиватися математичне моделювання в екології, багато концепцій якої також можуть бути сформульовані на чіткій фізичній мові.

Впровадження математики в екологію носило менш стрімкий характер, але тим не менше результати виявились досить плідними.

20-30-ті роки – це період формування основних понять сучасної екології. В цей час у науку ввійшли такі поняття, як «екологічна рівновага», «фактори, що залежать і не залежать від густини», «екологічна ніша», «конкурентне виключення» і т.д. Всі ці поняття, по суті, поняття фізичні, і чітке математичне моделювання сприяло їх засвоєнню і введенню в наукову лексику.

Головний напрямок співробітництва математиків і екологів в 20-30-х роках був пов'язаний з математичним моделюванням міжпопуляційних взаємодій. Тут можна відмітити роботи італійського вченого В. Вольтера і американського вченого А. Лотка по взаємодії «хижак–жертва», роботи по теорії конкуренції і т.ін.

Математичному моделюванню і розв'язанню екологічних задач велику увагу приділяли радянські математики-академіки А.А. Андронов, А.М. Колмогоров, І.Г. Петровський [11].

З середини 50-х років у всьому світі почався стійкий ріст інтересу до використання математики в екології. Цьому було багато причин, зокрема наступні:

- значні успіхи у вивченні конкретних екосистем;
- розробка методів штучного виведення мікроорганізмів, які дозволили створити достатньо прості штучні екосистеми, доступні для експериментального вивчення;
- загострення екологічної ситуації;

- розвиток обчислювальної техніки і поява можливостей для швидкого проведення великого об'єму обчислень;
- розвиток кібернетики і впровадження її основних понять («управління», «зворотний зв'язок» і т.п.) в біологію та інші науки;
- різке підвищення престижу фізико-математичних наук та їх методів [5].

В цей період активно продовжувалась робота по математичному моделюванню динаміки популяцій і міжпопуляційних взаємодій, але на перший план стали виходити задачі, пов'язані з моделюванням екосистем в цілому. Поряд з науковими причинами це було пов'язано з суспільною потребою в прогнозуванні майбутнього стану екосистем. Виник новий напрямок математичного моделювання в екології – імітаційне моделювання екосистем, Якщо традиційні напрями математичного моделювання орієнтувались на якісне вивчення екологічних процесів, то ціллю імітаційного моделювання, породженого потребою прогнозу, стали кількісні передбачення змін конкретних екосистем [8].

Суть методу: математичні моделі являють собою системи диференціальних рівнянь, тобто рівнянь, що описують залежності швидкості міни змінних від їх значень.

В системі диференціальних рівнянь враховується декілька змінних, і для опису зміни кожної з них складається своє диференціальне рівняння.

Наприклад, взаємодію популяцій жертв і хижаків можна записати наступною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{x} = a_1 x - y f(x) \\ \dot{y} = v \cdot y f(x) - a_2 y \end{cases}$$

x – чисельність популяції жертв; y – чисельність популяції хижаків; \dot{x} , \dot{y} – швидкості зміни чисельності цих популяцій; $f(x)$ – зростаюча функція, що описує залежність інтенсивності харчування хижака від чисельності жертв; a_1, a_2, v – постійні величини (параметри моделі). Добуток $a_1 x$ описує

розмноження жертви, $uf(x)$ – її виїдання, $v \cdot uf(x)$ – розмноження хижака, $a_2 u$ – смертність хижака.

Якщо ми знаємо значення змінних в нульовий момент часу, то систему диференціальних рівнянь, взагалі кажучи, можна розв'язати, тобто знайти залежність значень змінних від часу. В більшості випадків виразити розв'язок у вигляді простої формули не вдається, проте можна зробити певний якісний висновок про характер динаміки системи. В одних випадках система буде наближатися до стійкої рівноваги, в других – відходити від нестійкої рівноваги в нескінченність, в третіх – коливатися навколо рівноваги, де значення однієї із змінних дорівнює нулю. Характер динаміки змінних визначається в процесі дослідження системи диференціальних рівнянь. Для цього в математиці існують відповідні прийоми [11].

Для якісних висновків, заради яких будувались більшість традиційних моделей 30-40-х років, не було необхідності розв'язувати системи диференціальних рівнянь, достатньо було їх дослідити.

Імітаційні моделі в своїй більшості теж являють собою системи диференціальних рівнянь. Проте, на відміну від традиційних «аналітичних моделей», в імітаційних системах диференціальних рівнянь не досліджуються, а розв'язуються, так як від імітаційної моделі потрібний не тільки якісний, але й кількісний прогноз розвитку екологічної системи.

Імітаційна модель екосистеми включає велику кількість змінних і, відповідно, велике число диференціальних рівнянь, що описують динаміку цих змінних. Виразити розв'язок такої складної системи рівнянь у вигляді формул неможливо, тому доводиться здійснювати розрахунки за допомогою ЕОМ (без них імітаційне моделювання не має змісту).

В теперішній час вдалось створити імітаційні моделі багатьох екосистем – Азовського моря (О.Б. Горстко із співавторами), Чорного моря (В.І. Беляєв із співавторами), Балтійського моря (Ю.М. Сергєєв із співавторами) і багатьох ін. За допомогою цих моделей вчені проводять аналіз можливих змін систем водоймищ в умовах антропогенного впливу [24].

З середини 50-х років активно продовжувались теоретичні роботи, пов'язані з розвитком понятійного апарату екології. В цих дослідженнях важливу роль відіграло математичне моделювання. Розглянемо два важливі в теоретичному відношенні результати, отримані в 70-х роках.

Характерною рисою динаміки популяцій багатьох видів є її зовнішня хаотичність. Чисельність популяції може змінюватись самим невпорядкованим чином і залишається практично непередбачуваною. Довгі роки хаотичність динаміки популяцій пояснювали хаотичністю зміни зовнішніх умов. Але в 70-ті поки австралійський вчений Р. Мей і ряд інших дослідників за допомогою математичних моделей показали, що при постійних зовнішніх умовах в певних екологічних системах може спостерігатися динаміка популяцій, що має зовнішньо хаотичний вигляд. Подібний характер зміни змінних, раніше відомий з деяких областей фізики, одержав назву «дивного аттрактора». Таким чином, виявилось, що екологічна система сама по собі може стати джерелом хаотичних явищ [24].

Другим важливим досягненням в області теоретичної екології є формулювання канадським вченим С. Холлінгом уявлення про два типи стійкості екосистем. Екосистема, що характеризується стійкістю 1-го типу, здатна протистояти зовнішньому впливу, практично не змінюючись, але в якийсь момент відбудеться стрибкоподібне руйнування екосистеми. Екосистеми із стійкістю 2-го типу при зовнішньому впливі поступово змінюються, але не руйнуються.

Декілька слів про розвиток екологічного моделювання на території колишнього Радянського Союзу: перша праця з математичного моделювання популяцій була виконана В.А. Кевдіним і опублікована в його книзі «Современное рыболовство России. Народно-хозяйственный очерк», що вийшла в 1915 році. Великий вплив на математичне моделювання рибних популяцій мала праця Е.І. Баранова «К вопросу о биологических основаниях рыбного хозяйства», що вийшла в 1918 році. До Великої Вітчизняної війни радянські дослідники займали провідні позиції в екологічному моделюванні. В

післявоєнні роки розпочалось відставання науки, зумовлене двома причинами. Перша причина полягала в некомпетентному адміністративному втручанні в розвиток науки, яке принесло збитки не тільки генетиці, але й екології. На певний, на щастя досить короткий період «безперспективною» виявилась і кібернетика, що, безперечно, затримало впровадження математики в різні науки, в тому числі і в екологію. Причина, що відчувається і по сьогоднішній день, полягає у відставанні лабораторної та обчислювальної бази, що є в розпорядженні сучасних екологів. Не дивлячись на це, з кінця 50хх років в колишньому СРСР почався швидкий розвиток науково-дослідних робіт в області математичної екології, в результаті чого в значній мірі вдалось наздогнати втрачений час. Великий внесок в розвиток цих робіт вніс видатний кібернетик, член-кореспондент АН СРСР А.А. Ляпунов (1911-1973). В 60-х роках сформувались основні наукові колективи, що займались математичним моделюванням в екології. Серед них можна відзначити колективи, керовані М.Н. Моїсеєвим, Ю.М. Свірежєвим та Ю.А. Ізраєлем в Москві, В.В. Меншуткіним в Санкт-Петербурзі, О.Б. Горстко і І.І. Воровічем в Ростові-на-Дону, А.М. Молчановим в Пущіно-на-Оці, І.А. Терсковим і А.С. Ісаєвим в Красноярську, А.П. Шапіро у Владивостоці, В.І. Бєляєвим в Севастополі та інших [8].

Спецкурси з математичного моделювання є невід'ємною частиною підготовки екологів, біологів і хіміків з університетською освітою.

Зараз математика широко проникає в науки, раніше від неї далекі, використання математичних моделей в екології та інших науках дозволяє повному глянути на більшість традиційних проблем цих наук, сприяє формуванню єдиного природничо-наукового погляду на світ.

1.2. Проблема екологічного виховання в дослідженнях з методики викладання математики, її відображення в програмах, підручниках та методичних посібниках

Вища математика завдяки математичному моделюванню має безпосереднє відношення до розв'язання назрілих екологічних проблем. Що ж стосується шкільної (елементарної) математики, то вона, на жаль, стоїть осторонь розв'язання не тільки цих проблем, але й екологічної освіти та виховання учнів. Такий непривабливий стан справ пояснюється в першу чергу недбалим відношенням до питань екологічної освіти і виховання такої науки, як методика викладання математики. Саме методистам та вчителям потрібно здійснити екологізацію навчальних предметів, в тому числі і шкільної математики, формувати в учнів екологічний світогляд [11].

Швидке розширення поля наукових досліджень, бажання знаходити кількісні закономірності явищ, систематичне вивчення оточуючого нас світу привело до різкого посилення ролі математичних методів дослідження. Математика все ширше і глибше входить в арсенал засобів пізнання, яким і користується людина в самих різноманітних сферах своєї діяльності. Цей процес одержав назву математизації. Математизація, як свого роду міжнаукова взаємодія, має давню традицію. Проте математизація не могла б мати свого сучасного значення, якби в потоці інформації, що входить в суміжну науку, продовжувала переважати тільки інформація про математичні методи без даних про сучасні технічні можливості їх використання.

Розвиток математики і математизація наукового пізнання, пов'язані з цим успіхи в провідних сферах людського пізнання створили уявлення про математику як мову науки. Характерна думка про це видатного фізика нашого часу Нільса Бора, який переконував не розглядати чисту математику як окрему область знань. Вона є удосконаленням загальної наукової мови із зручними засобами з метою відображення таких залежностей, для яких звичайний словесний вираз неточний, або занадто складний. Стає загальноприйнятим визначення математики як науки про структури математичних об'єктів, що дозволяє розглядати її як якісний метод дослідження. При цьому математика може бути використана скрізь, де знання організовані у вигляді функціонально-структурної системи з достатньою повнотою і достовірністю [16].

В зв'язку з цим цікаве зауваження А.Д. Александрова, що особливістю математики є універсальність її застосування в будь-якій області, де можна побудувати математичну модель задачі. Наука дає результат, відповідно до постановки задачі, з вказаною точністю.

Математичні методи вже давно стали необхідним засобом проектування технічних систем і відбору найбільш перспективних, економічно і екологічно оптимальних в даних умовах. Математика в наші дні перетворилась у виробничу силу суспільства і тепер там, де нещодавно царював тільки якісний підхід до вивчення явищ і процесів, починають досліджуватись кількісні закономірності і тим самим використовуватись математичні методи дослідження. При цьому, чим величніші задуми, тим більш значною стає роль математики, а також вплив саме математичних досліджень. Потрібно так побудувати вивчення курсу математики, щоб наші учні переконалися в постійному розвитку математики під впливом практики, практика постійно вимагає для розв'язання своїх чергових задач розвитку математики, її методів та ідей. Оскільки практичне життя буде вимагати постійного вдосконалення і створення нових технічних систем, способів обробітку ґрунту, лікування хвороб, неперервної уваги до проблем екології, математика буде одержувати все нові і нові задачі від різних галузей життєвої практики [14].

Що означає навчити вчитись математиці? Перш за все, необхідно дати чітке уявлення про місце математичних знань і методів дослідження в практиці. Це обов'язково приводить до необхідності ознайомлення учнів із значенням математичного моделювання при вивченні явищ і процесів, що нас цікавлять.

В усіх випадках – стосуються вони розв'язання фізичних, інженерних чи екологічних проблем – перед тим, як приступити до математичного розв'язання задачі, що стоїть перед нами, ми складаємо модель явища, яке вивчаємо. Іншими словами, перераховуємо ті особливості, якими будемо користуватися при розв'язанні. Ми фактично використовуємо прийнятий в математиці аксіоматичний метод: вимоги до нашої моделі є не чим іншим, як аксіомами, що лежать в основі математичного розв'язання нашої прикладної задачі. Це

виключно важливо, так як при цьому знаємо, в яких умовах знаходиться наше розв'язання, і в тому випадку, якщо воно виявляється незадовільним або недостатньо задовільним, ми можемо змінювати нашу модель, тим самим наближуючи її до реального явища.

Проте потрібно особливу увагу звернути на специфіку використання математичних знань. Відомо, що процес використання математики розбивається на три етапи: етап формалізації, тобто побудови математичної моделі; етап внутрішньомодельного розв'язання задачі; етап інтерпретації, на якому одержане математичне розв'язання переводиться на мову вихідної ситуації і вже на ньому змістовно інтерпретується. Потрібно відмітити, що саме перший етап вимагає від школярів ґрунтовного знання законів природознавства, щоб вміти грамотно будувати математичні моделі, використовуючи виявлені кількісні закономірності досліджуваної практичної задачі. В ході експериментального дослідження нами встановлено, що традиційно основна увага в шкільній математиці звертається на прищеплення навичок внутрішньомодельного розв'язання задач, перший та третій етапи залишаються явно в тіні. Для посилення політехнічного спрямування вивчення математики необхідно підвищити увагу саме до етапів формалізації і інтерпретації, не обмежуючи всю справу лише розв'язанням текстових задач [11].

Проблему математичної освіти в школі не можна зводити тільки до передачі учням певної суми знань і навичок з конкретного предмету. Перед вчителями математики стоїть ще одна, не менш важлива задача – реалізація можливостей свого предмета в розвитку особистості учнів. В свій час Н.І. Пирогов справедливо стверджував, що наука потрібна не тільки для накопичення конкретної інформації. В ній глибоко прихований інший, непомітний для необізнаного спостерігача, важливий елемент – виховний. Хто не зможе ним скористатися, той ще не знає властивостей науки, випускаючи з своїх рук такий ричаг, з допомогою якого можна легко піднімати вантажі [11].

У практиці роботи вчителів математики прийоми та методи досягнення навчальних цілей проявляються, як правило, набагато яскравіше та помітніше, ніж прийоми та методи, спрямовані на досягнення виховних цілей. Навчально-виховний процес у школі є «відкритою системою», оскільки на нього безпосередньо впливає зовнішнє суспільне середовище. Проте основні його результати формуються і досягаються здебільшого на уроках, під час розв'язування задач. Тому так гостро стоїть питання вичленення і досягнення виховних цілей уроків. Виховання школярів – проблема багатогранна. Н.К. Рузін виділяє такі основні функції задач: пізнавальні, розвивальні, прикладні. Крім того, він виділяє особливу функцію – навчання розв'язуванню задач [10].

Що ж стосується вітчизняної методики викладання математики, то у цьому питанні наші здобутки є досить скромними. Підтвердженням цьому є наявність обмеженої кількості кандидатських дисертацій, зокрема В.В. Ковалюк, А.Ш. Ходжамбердієва, О.О. Гриб'юк, що стосуються проблем екологічної освіти. Наукова проблема в даних дослідженнях полягає у виявленні можливостей використання екологічних знань в процесі вивчення математики і шляхів реалізації цих можливостей в практиці її викладання, а на захист виносилися такі основні положення:

1. При вивченні математики є реальні передумови використання екологічних знань і вмінь, пов'язаних з розв'язанням задач екологічного спрямування.

2. Основний зміст математики має конкретні можливості методично цілеспрямовано використати систему задач екологічного характеру при вивченні математики, при цьому розроблені методичні умови використання екологічних знань і вмінь учнів є одним з найважливіших факторів загальної політехнічної і професійної освіти.

3. Введення елементів екології в курс шкільної математики сприяє якісному оволодінню математичними знаннями і вміннями, підвищує виховне і освітнє значення шкільної математики.

Актуальність даної проблеми визначається:

- Необхідністю посилення екологічної спрямованості всіх шкільних навчальних дисциплін, в тому числі курсу математики, в умовах загальної середньої і професійної освіти.
- Зростаючою роллю математичних знань і вмінь у вирішенні сучасних проблем оптимізації взаємодії суспільства і природи в сучасних умовах науково-технічного і соціального прогресу.
- Відсутністю досліджень, пов'язаних з використанням екологічних знань в курсі математики середньої школи, методичних розробок в реалізації даної проблеми.
- Недостатньо високим рівнем знань і вмінь учнів з прикладних аспектів математики, зокрема математичних задач екологічного змісту.

Наукова новизна досліджень полягала в тому, що вперше було виявлено можливості використання екологічних знань в процесі викладання шкільної математики (на уроках, на факультативних заняттях, в позаурочній роботі) і шляхи їх методичної реалізації [11, 14].

Сьогодні ж набагато актуальнішою є проблема формування екологічних знань засобами початкових предметів, в тому числі і математики. Про педагогічну ефективність змісту екологічної освіти учнів є можливість судити по рівню підвищення інтересу школярів до математики в цілому, рівню підвищення якості знань з курсу математики, поглиблення екологічних знань і по можливості формування і розвитку в учнів умінь з вивчення та охорони природного середовища. Було б доцільно в якості показників виховної результативності екологічної освіти учнів при вивченні математики використати ті пункти плану, за якими на протязі багатьох років велись спостереження за школярами, а саме:

- чи вміє учень кількісно оцінювати параметри природного середовища;
- в яких випадках суспільно-корисної діяльності він бере участь;
- якими мотивами при цьому керується;
- чи цікавиться науково-популярною літературою з математики і питаннями охорони природи.

Методика екологічної освіти учнів в курсах природничо-наукових шкільних дисциплін стала предметом дослідження докторської дисертації Турдікулова Е.А. В основі дослідження покладено вирішення багатьох задач. Перша група задач включала виявлення теоретичних положень, що розкривають зміст системи екологічних знань, вмінь і виховання екологічної культури учнів. Автором передбачалось врахування виховного впливу на школярів екологічних знань, що формуються на уроках фізики, хімії, географії, біології. про це свідчать і вибрані критерії виявлення ефективності розроблених рекомендацій. В їх число входять: рівень підвищення якості знань учнів з екологічних аспектів фізики і природничих наукових дисциплін; вміння використовувати одержані знання в конкретних ситуаціях; розвиток відповідального відношення школярів до стану навколишнього середовища. В запропонованих критеріях прослідковується зв'язок навчання учнів екологічним знанням з вихованням на цій основі в них дбайливого відношення до природи. Разом з тим, наведена Турдікуловим Е.А. методика виявлення ефективності розроблених рекомендацій в кінцевому підсумку зводиться до перевірки наявності екологічних знань, на основі яких автором висловлюється думка про розвиток в школярів відповідного відношення до навколишнього природного середовища. Проте в педагогіці загальноприйнято, що наявність певних знань ще не служить показником вихованості учня, в тому числі і по відношенню їх до природи.

Екологічне виховання сприяє підвищенню екологічної культури молоді. Екологічна культура розглядається вченими як розуміння сучасних екологічних проблем держави і світу, усвідомлення їх важливості, актуальності й універсальності; втілення кращих традицій українського народу у взаємовідносинах з довкіллям, виховання любові до рідної природи; оволодіння нормами поведінки у довкіллі.

Проблемами сутності екологічної культури займалися такі вітчизняні науковці, як: М. Бойчева, А. Горелов, С. Дерябо, Є. Король, С. Лебідь, І. Павленко, О. Плахотнік, Н. Пустовіт, а також зарубіжні Холл, Дісінгер, Гоф,

Палмер, Стерлінг, Купер, Стапп та ін. Існує низка досліджень стосовно екологічних переконань в зарубіжній літературі: Леемінг, Бредлі, Пулі і О'Коннор, Четін, Макі, Сама, Їлмаз, Алп, Узун і Саглам, Фернандес-Манзанал, Аслан, Озсой, Угулу і Єркол. Н. Пустовіт трактує екологічну культуру як сукупність наступних елементів – знання, вміння, почуття; структурні елементи більш високого порядку: переконання, ідеали, відносини, вважаючи, що вони знаходяться в тісному взаємозв'язку [24]. Є. Король розглядає екологічну культуру як якість особистості, яка є основою і кінцевим результатом виховання і трактує її як показник такого рівня свідомості, який спонукав би підростаюче покоління до глибокого вивчення законів природи та екологічно-доцільної взаємодії з нею, відображав би відповідні відносини до якихось змін у природному середовищі [15]. Формуючи екологічну культуру старшокласників, необхідно враховувати вікові особливості цього періоду. У старшому шкільному віці розвивається самосвідомість, самооцінка, яка не завжди є адекватною, але може бути або низькою, або надмірно високою. У старшому шкільному віці відбувається самовизначення, основою якого є потреба зайняти внутрішню позицію дорослого, усвідомити себе членом суспільства, визначитися, тобто зрозуміти себе, свої можливості, своє місце і призначення в житті. Стосовно особливостей формування екологічної культури в учнів даного віку, то в існуючій українській та американській науковій літературі з даної проблеми представлені різноманітні, часто суперечливі погляди, при цьому всі дослідники сходяться до думки, що в старшому шкільному віці завершується узагальнення отриманих екологічних знань, здійснюється моделювання простих кризових ситуацій. У результаті аналізу наукових джерел, ми прийшли до висновку, що саме в старших класах є всі необхідні умови для більш повного наукового розкриття проблем охорони природи, для розкриття гуманістичних, екологічних ідеалів.

Екологічна культура охоплює три складові: рівень екологічних знань (інтелектуальну складову); рівень екологічної свідомості (ціннісну складову) і запас практичних умінь у справі охорони природи (діяльнісну складову).

Сполучення цих трьох складових (знання, досвіду діяльності, ціннісних орієнтирів), які реалізуються у змісті всіх навчальних предметів, визначає ефект формування екологічної культури людини. Але саме під час вивчення природничих наук має відбуватися поєднання всіх компонентів екології. Зміст кожного з навчальних предметів може забезпечити форму виховання екологічної культури, розвиток екологічно вихованої людини.

В якості передумови до вирішення проблеми виховної результативності екологічної освіти учнів при вивченні математики є переконання. Таким чином, про можливе спрямування діяльності людини в природі можна говорити згідно стану його екологічних переконань.

Виділення такого напрямку в проблемі екологічного виховання зумовило виникнення цілого ряду питань, а саме:

1. На основі яких показників можна говорити про наявність в учнів екологічних переконань?
2. Яким чином можна виявити основні показники сформованості екологічних переконань?
3. Який стан екологічних переконань є характерним для нинішніх школярів?
4. Яким чином в процесі навчання математики можна впливати на розвиток даної якості особистості школяра?

В пояснювальній записці нині діючої програми з математики [22, 23] відповідні виховні цілі не сформульовані зовсім. Деяко інший стан справ в програмі, що є орієнтиром для авторів нових підручників [1, 31].

В даній програмі ми знаходимо окремі виховні цілі. Розкриваючи «внутрішню гармонію» математики, формуючи розуміння «краси і витонченості» математичних роздумів, сприяючи відтворенню геометричних форм, засвоєнню поняття симетрії, математика значно впливає на естетичне виховання учня сучасної школи [22]. Розвиток в школярів правильного уявлення про природу математики, сутність і походження математичних абстракцій, співвідношення реального та ідеального, характеру відображення математичною наукою явищ і процесів реального світу, ролі математики і математичного моделювання в

системі наук, науковому пізнанні, практиці сприяє формуванню наукового світогляду учнів [22]. Цілком очевидно, що про екологічне виховання школярів в цій програмі не згадується жодним словом, хоча детальний аналіз її змісту показує, що в ній передбачено висвітлення екологічного спрямування. Із врахуванням міжпредметних зв'язків, розуміння учнями практичності програмного матеріалу слугує основою неформального засвоєння ними системи математичних знань і вмінь, що відіграє суттєве світоглядне значення. Тому цілком виправдане використання навчального матеріалу про склад атмосфери, взаємозв'язок компонентів в природі з курсу природознавства; при графічному зображенні змінних величин значну роль відіграють дані про зміни температури повітря, кількості опадів, про добові і річні зміни температури, шкалу висоти та глибини з курсу географії тощо.

Як бачимо, в даній програмі з математики природоохоронному аспекту виховання увага приділяється, але об'єм передбачених в ній екологічних і природоохоронних знань не може бути визнаний достатнім для розкриття причин виникнення проблем охорони природи. Крім того, відсутність в програмі певних вказівок відносно необхідності здійснення екологічного виховання в процесі вивчення математики знімає з вчителя відповідальність за недостатньо ефективну організацію такої роботи. Наявні ж вказівки про те, що вивчення математики повинно служити загальним цілям освіти і виховання особистості, носять надто узагальнений характер і тому не націлюють вчителя на вирішення тих завдань, які ставить держава перед школою в справі підготовки до життя екологічно грамотних і вихованих людей [22, 23].

Важливе значення в процесі екологічної освіти належить матеріалу підручників, зміст яких є для учнів і вчителя основним носієм систематизованої інформації з даного навчального предмета. При виявленні елементів екологічних знань в змісті підручників з математики, ми орієнтувалися на відображення в тексті, задачах та вправах матеріалу, який розкриває зв'язок математичних знань з висвітленням питань охорони природи. Проведений в цьому плані аналіз підручників [1, 31] показав, що зміст і об'єм наявної в них

екологічної інформації не можуть бути прийняті в якості теоретичної бази для обґрунтування бережливого відношення до природного середовища.

Аналізуючи підручники і збірники задач з математики, ми враховували, що по своєму об'єму і призначенню вони містять мінімум інформації, обов'язкової для засвоєння учнями. Проте, як бачимо, за кожним вчителем залишається право розширювати об'єм цієї інформації в розумних межах і потрібних напрямках. Оскільки, найбільш актуальні питання методичної підготовки вчителя, як правило, розглядаються в спеціальних методичних посібниках, зупинимось на їх аналізі. В процесі вивчення посібників в жодному з них про екологічне виховання не було згадано на достатньому рівні, ніби такої проблеми не існує. І не дивлячись на те, що в окремих з них наявний фактичний матеріал явно екологічного спрямування. Серед виховних цілей, які повинні бути реалізовані при вивченні математики, в них переважають наступні: формування діалектично-матеріалістичного світогляду; ідейно-політичне, патріотичне, трудове, моральне, естетичне виховання [11, 14].

Наш аналіз свідчить про те, що існують можливості в шкільному курсі математики для реалізації екологічної освіти учнів. Доказом є приклади з методичних посібників для вчителів, які певним чином пов'язані з розкриттям природоохоронних проблем. Проте, в цих прикладах знайшла відображення в основному змістовна сторона освіти в справі охорони навколишнього середовища. Крім того, в більшості випадків використання повідомлень з даної тематики переслідувалась ціль конкретизації і поглиблення математичних знань. Проблема формування бережливого відношення до природи в якості виховної мети не ставилась. Аналіз змісту наведеної в посібниках інформації, що розкриває проблеми взаємодії суспільства і природи, не дозволив нам прослідкувати яку-небудь наступність між елементами тих екологічних знань, які автори пропонують включати в навчальний процес з математики. Цим виключається можливість їх систематизації і створення відповідної бази для узагальнення висновків. Залишилась без уваги в розглянутій методичній

літературі і процесуальна сторона засвоєння екологічних знань, що забезпечує становлення в учнів оцінювального відношення до своїх дій в природі [6].

Підводячи підсумок, можна відзначити, що в програмах, підручниках і методичних посібниках для вчителів питання екологічної освіти і виховання ще не знайшли належного відображення і тому в практиці навчання математиці їх вирішення залишається справою окремих вчителів-ентузіастів. Сподіваємось, що в умовах профільної 12-річної школи математичне моделювання стане засобом екологічного виховання учнів у процесі навчання математики в старших класах.

РОЗДІЛ 2.

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ ПЕРЕКОНАНЬ УЧНІВ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

Однією з основних складових виховної роботи є формування в учнів екологічної переконаності. Переконання – це насамперед знання, причому такі, в достовірності яких людина впевнена. Переконаність, як психологічне явище включає в себе три компоненти: пізнавальний (знання), емоційний (ставлення до знань), і поведінковий (потреба діяти відповідно до наявних знань). Вищою формою розвитку пізнавального компонента є наявність у особистості наукового світогляду. За період навчання дитини в школі її світогляд проходить тривалий шлях становлення – від вироблення окремих поглядів на предмети навколишньої дійсності до побудови цілісної картини світу [27].

Формування переконаності не завжди відбувається гармонійно. Нерідко, як показує практика, учень знає, як поводитися у тій чи іншій ситуації, проте не керується у своїй поведінці набутими знаннями. Такий розрив найчастіше зумовлений тим, що дані знання не сприймаються ним як особистісно значущі, не викликають ніяких емоцій. Щоб брати активну участь в охороні природи, треба не тільки усвідомлювати необхідність такої участі, а й мати певні навички виконання відповідної роботи.

Єдність пізнавального, емоційного і поведінкового компонентів екологічної переконаності досягається не сама по собі, а в результаті цілеспрямованої навчально-виховної роботи. Складність реальної поведінки учнів полягає в тому, що вона визначається як усвідомленими, так і неусвідомленими мотивами. До останніх відносяться звички, емоції, установки, тобто готовність людини певним чином реагувати на який-небудь предмет чи явище [11].

Світогляд стає дієвим лише тоді, коли підкріплюється емоційними переживаннями і конкретними вчинками. Вироблення переконань – це результат

величезної внутрішньої роботи, в ході якої одержані знання постійно співвідносяться з соціальним досвідом особистості, що складається на основі її участі в різних видах діяльності.

Одним з основних у психології є принцип єдності свідомості і діяльності. Це означає, що поза діяльністю людська психіка та її вища форма – свідомість не розвивається взагалі. Тобто, життя людини – це сукупність діяльностей. Провідною називається діяльність, яка визначає переважний напрям розвитку психіки особистості на даному віковому етапі.

Система діяльностей впливає на формування мотиваційної сфери. Оскільки різні види діяльності ставлять до людини різні вимоги і задовольняють різні потреби, то мотиваційна сфера її також суперечлива. Суперечності, що виникають у мотиваційному світі, є джерелом саморозвитку особистості. Те, як учень розв'язує суперечності між колективним та особистим, свідомими намірами й емоційними захопленнями, новими потребами і старими звичками має вирішальний вплив на нього.

Виховання екологічної переконаності можливе лише на основі включення особистості в систему спеціально організованих діяльностей – навчальну, трудову, громадсько-політичну [11].

Для усвідомлення внутрішніх механізмів впливу діяльності на становлення екологічної переконаності доцільно розмежувати на психологічному рівні два поняття – «значення» і «смысл». Психологічно «значення» – це надбане індивідуальною свідомістю узагальнене відображення дійсності, вироблене людством і зафіксоване у формі мовного поняття, знання, вміння узагальненого «способу дії», «технічної норми», «норми поведінки». «Значення» існує незалежно від індивідуальної свідомості. «Смысл» – це те, що має для даної людини певне значення.

Дієвими засобами виховання екологічної переконаності, на разі, в школі є дискусія, диспут, бесіда на обрану тему. Ефективність їх зумовлена віковими особливостями учнів – у підлітковому віці починається вироблення ціннісних орієнтацій. Учні виявляють гострий інтерес до навколишнього світу і один до одного, у зв'язку з чим у них різко зростає потреба в активному спілкуванні. Розробка методики формування екологічних переконань викликала потребу в розкритті суті «переконання», як якості особистості. Аналіз психолого-педагогічної літератури дозволив встановити, що існує декілька означень даного поняття. Так, в педагогіці під переконаннями розуміють твердий погляд, заснований на певних положеннях, думках, які в свідомості людини пов'язані з глибоким визнанням і переважанням їх істинності і переконливості [12].

В психології переконання трактується як психічний стан особистості, який характеризується стійкими поглядами, непідробленою впевненістю в правильності думок і поглядів.

В етичному значенні слова, переконання – це закоренілі погляди людей, якими вони керуються в своїй практичній діяльності.

Як бачимо, в усіх випадках поняття «переконання» розкривається через «погляд». Проте ці поняття не рівнозначні за своєю внутрішньою структурою. Якщо погляди виражають певну точку зору на сутності яких-небудь явищ природи, загальнолюдського життя і пізнання, то переконання – більш висока ступінь усвідомлення навколишнього світу, що відображає впевненість людини в правильності своїх поглядів і ідеалів, яка вимагає постійної готовності вести безкомпромісну боротьбу за їх здійснення.

В педагогіці загальноприйнято, що вихідним елементом довільного переконання є ідея. Що ж визначає утворення ідеї в свідомості учнів? Відповідь на це питання знаходимо в теорії змістовного узагальнення, розробленого В.В. Давидовим [12]. Її вихідним посиленням є положення про те, що знання являють собою ідеальний продукт предметної діяльності особистості. При цьому, в залежності від способів діяльності автор розрізняє емпіричні та теоретичні знання. Співставляючи їх зміст, В.В. Давидов бачить причини

відмінностей цих знань в принципових підходах до пізнання оточуючих явищ. Якщо емпіричне поняття формується на основі безпосереднього досвіду учнів, здобутого шляхом наочних дій з предметами або їх зображеннями, то теоретичне поняття формується на основі абстрагування, виділення якогось певного зв'язку речей і перетворення його в спеціальний об'єкт вивчення. Тільки при такому підході знімається специфічність речі як такої, стає можливим прослідкування її зв'язків і взаємопереходів.

Враховуючи те, що формування екологічних переконань спирається на засвоєння ідей, пов'язаних з обґрунтуванням цілісності багатьох різноманітних явищ, уявляється обґрунтованим розглядати теоретичний рівень пізнавальної діяльності як першу передумову досягнення даного психологічного утворення в процесі навчання [11].

Але наявність теоретичних знань в свідомості учнів ще не свідчить про сформованість в них екологічних переконань. Хоч знання в переконаннях виступають як ядро і основа, все ж одним процесом засвоєння знань проблему формування переконань вирішити неможливо. Будучи головним структурним компонентом переконань, знання тільки наповнюють науковим змістом запропоновану для введення в переконання ідею.

В багаточисельних працях, що досліджують структуру переконань [10,13], крім знань виділяються ще два компоненти переконань: емоційний і діяльнісно-практичний. Для того, щоб ті чи інші ідеї стали переконаннями, вони повинні пройти шлях від свідомості до переживання і навпаки. Переживання ж немислиме без емоцій. Завдяки емоціям люди не тільки відчують, сприймають, уявляють дійсність, але і переживають її [16, с.52]. Якщо знання надають ідеї необхідну глибину, то емоції повинні ввести її в свідомість, зробити стійкою і спонукаючою до дії.

Таким чином, психологічний механізм формування переконань являє собою процес утворення системи стійких зв'язків між знаннями і адекватними переживаннями особистості. Щоб такі зв'язки виникли в свідомості вихованців, зміст інформації, що вводиться, потрібно пов'язати з чимось для них

актуальним, таким, що має реальну цінність. Самі ж по собі ідеї чи інформація, що в них міститься, ніякої цінності для суб'єкта не мають. Значущість інформації забувається в контексті потреб школяра. Цю думку розвивали в своїх працях А.М. Леонтьєв, М.Ф. Добринін. Доцільно в даному випадку навести також аргументи Л.І. Божович про переживання, що відображає стан задоволення суб'єкта при взаємовідносинах з навколишнім середовищем. Таким чином, дане поняття виконує в житті суб'єкта важливу функцію – визначає, в яких відносинах з середовищем перебуває суб'єкт і спрямовує його дії на уникнення різних протидій [6, с.165]. Отже, емоції виступають в якості свого роду апарату, що оцінює дію оточуючого світу позитивно чи негативно. Специфіка цього апарату полягає в тому, що емоції не просто відображають відповідність чи невідповідність дійсності нашим потребам, установкам, прогнозам, не просто дають оцінку інформації, що поступає в мозок. Вони одночасно функціонально і енергетично готують організм до поведінки, адекватної цій оцінці.

З вище сказаного можна дати характеристику емоціям, як своєрідним оцінкам діяльності або одержаній про неї інформації. Дякуючи цій оцінці ввідна інформація – ідея, знання – набувають значущості для суб'єкта (Добринін М.Ф.), набувають особистісного змісту (Леонтьєв А.М.). Якщо ж нові знання не мають сигнального значення, якщо вони не служать керівництвом до дії, не набувають особистісної значущості, вони не будуть засвоєні учнями, або будуть засвоєні формально. Для того, щоб краще засвоювались нові знання, вони повинні не просто сприйматися учнями, а практично використовуватися у їх життєдіяльності [6, с.45].

Отже, для того, щоб знання набули діючої сили переконань, вони повинні стати особистісно значущими для школярів. В цьому ми бачимо другу передумову для формування екологічних переконань.

Проте, як було вказано раніше, в процесі формування переконань поряд з інтелектуальними і емоційними факторами, важливу роль відіграє фактор вольовий, фактор активної діяльності. В психології волю визначають як

психічну діяльність людини, що проявляється в свідомих діях, спрямованих на досягнення поставленої мети. Воля тісно пов'язана з свідомим визначенням мети, з мобілізацією організму на її виконання. Коли ж суб'єкт визначає мету своєї дії, обдумує шляхи досягнення мети, визначає засоби подолання перешкод, він здійснює мислительну діяльність, в процесі якої відбувається закріплення у внутрішньому плані засвоєної ним ідеї. Таким чином, в процесі формування переконань «поєднані» із знаннями емоції і почуття учнів підсилюються вольовими намаганнями особистості. Якщо знання становлять інтелектуальну сторону переконань, а почуття – емоційну, то в волі зосереджена діюча сторона переконань. Цю точку зору поділяють Гаджієв Ш.М., Журавльов І.К, Залесский Г.Е., Коротов В.М., Краснобаєв І.М., Рута О.І., Школьник Г.І. Згідно поглядів цих вчених, емоції і почуття вводять ідею у внутрішній план особистості, вольові ж зусилля, виражені в активній діяльності, закріплюють її у внутрішньому плані. В зв'язку з цим Г.І. Школьник в якості необхідного етапу перетворення знань в переконання виділяє етап використання і захисту ідей. Саме на цьому етапі, на його думку, виробляються переконання [10, с.80]. Цієї точки зору притримуються В.І. Мітюк [16], В.М. Коротов, які стверджують, що обов'язковим в процесі формування переконань є етап особистої практики з втіленням ідей в життя.

Підсумовуючи все вище сказане, можна стверджувати, що процес перетворення знань в переконання передбачає організацію певної діяльності, яка включає в себе перевірку істинності засвоєних ідей, закріплення цих ідей в свідомості людини, керівництво засвоєними ідеями в практичній діяльності, а також дії особистості по трансформації ненаукових ідей в оточуючих.

Результатом такої діяльності при формуванні екологічних переконань повинна стати активність особистості, що проявляється в її здатності до свідомого вирішення екологічних проблем трудової діяльності.

В сучасній психолого-педагогічній літературі поняття «активність в навчанні» трактується як якість діяльності школяра, в якій проявляється його особистість з відношенням до змісту і характеру діяльності, намаганням

мобілізувати свої морально-вольові зусилля на досягнення поставлених цілей [11]. При цьому виділяються два найбільш характерні рівні її прояву: репродуктивний і творчий. Для продуктивної активності характерним є намагання учня зрозуміти, запам'ятати і відтворити знання, оволодіти способом їх використання за зразком. Творчий рівень активності характеризується намаганням учня виявити смисл вивченого матеріалу, проникненням в сутність явища, намаганням пізнати зв'язки між явищами і процесами, оволодіти способами використання знань в видозмінених умовах, знайти для цієї мети нові способи.

Спираючись на концепцію психологів і педагогів про структуру навчальної діяльності (Леонт'єв А.М., Гальперін П.Я.) і, зокрема, на висновки про необхідність активності самого учня в процесі формування його особистісних якостей (Арістова Л.П., Крутецькій А.В., Лернер І.Я., Шамова Т.І., Щукіна Г.І.), третю передумову до перетворення екологічних знань в екологічні переконання ми бачимо в забезпеченні творчого рівня пізнавальної активності при засвоєнні цих знань. Отже, базуючись на психологічних закономірностях процесу навчання і теорії емоцій, згідно із структурою такого складного утворення особистості як переконання, ми виділяємо наступні передумови його досягнення в процесі навчання [11, 14]:

- здійснення пізнавальної діяльності на теоретичному рівні;
- особистісну значущість екологічного і природоохоронного матеріалу, що вивчається;
- забезпечення в процесі засвоєння екологічних і природоохоронних знань творчого рівня пізнавальної активності учнів.

Виділення цих передумов дозволило звернутися до визначення і обґрунтування умов, що забезпечують досягнення даного результату в процесі навчання учнів математики. Визначаючи умови формування екологічних переконань школярів, ми виходили з того, що процес їх становлення схожий з формуванням довільної, соціально-психологічної якості особистості, специфіка якого вимагає включення учнів в систему характерних для даної якості

особистості ціннісних відношень до світу. Будучи науковими за своєю природою, екологічні переконання несуть одночасно і моральну функцію. Тому знання, що лежать в їх основі, повинні бути включені в систему моральних норм і суспільних цінностей. В цьому ми бачимо одну з умов формування даного виду переконань при навчанні математики.

Пошуки умов, що забезпечують засвоєння знань на теоретичному рівні, привели нас до дослідження П.Я. Гальперіна і Н.Ф. Тализіної, які показали, що на якість формуючих знань впливає об'єктивація властивостей об'єкта, що вивчається, в предметі знань. Таким чином, щоб задані специфічні особливості знань були засвоєні в процесі навчання, вони повинні знайти своє місце в змісті навчання – об'єкті пізнавальної діяльності тих, що навчаються. Враховуючи те, що засвоєння екологічних і природоохоронних знань, що лежать в основі формуючого виду переконань, в нашому дослідженні здійснюється на основі математичного матеріалу, об'єктивацію зв'язку математичних знань з елементами екології ми розглядаємо як другу умову формування екологічних переконань при навчанні математики [11].

Виходячи з того, що шлях до розкриття природоохоронних ідей лежить через засвоєння основних екологічних понять, повноту розкриття суттєвих властивостей виділених екологічних понять, ми рахуємо третьою умовою досягнення поставленої мети.

При розгляді психологічного механізму формування переконань відзначалось, що він являє собою процес утворення системи стійких зв'язків між моральними та науковими знаннями і адекватними їм переживаннями вихованця. Забезпечити виникнення таких зв'язків в свідомості учня може і повинен зміст того конкретного матеріалу, на базі якого планується здійснювати даний виховний процес. В зв'язку з цим його підбір не повинен бути випадковим. Це зумовлює висування певних вимог до підбору матеріалу.

1. Згідно інформаційної теорії емоцій, як компенсуючих реакцій організму на недостачу інформації (П.В. Сімонов), для виникнення емоцій – необхідної умови переведення ввідної інформації в особистісний план, незалежно від того,

якого вона знаку, вимагається узгодження між прогнозуючою ситуацією і афферентацією, що поступає із зовнішнього середовища. Якщо інформація, що поступила, рівна наявній, то емоцій не виникає. Отже, довільна ввідна інформація повинна містити елемент новизни.

2. Володіючи певною специфікою, екологічний матеріал дозволяє своїм змістом викликати виникнення як позитивних, так і негативних емоцій. В фізіології рахується доведеним, що сигналізація «небезпечно» і «неприємно», з якими пов'язано виникнення негативних емоцій, життєво важливіша, так як вона служить збудженням до захисних дій. Тому така інформація повинна мати перевагу перед інформацією, що сигналізує про комфорт. Цієї точки зору дотримується В.І. Додонов, рахуючи, що негативні емоції (тривога, страх, співчуття, жаль тощо) володіють більшою мобілізуючою силою, ніж позитивні, які в більшості випадків стають для організму сигналом повернутого благополуччя. Спираючись на дані психологів і фізіологів про діючу силу позитивних і негативних емоцій, та враховуючи те, що загострення уваги до проблеми взаємодії суспільства і природи викликане саме можливою небезпекою для людства подальшим неконтрольованим її розвитком, ми рахуємо апеляцію до нижче вказаних почуттів другою вимогою до підбору конкретної екологічної інформації:

- почуття переживання за себе і за кого-небудь;
- почуття жалю, участі;
- почуття небезпеки, на основі якого виникає інтерес до боротьби;
- почуття обов'язку і відповідальності за свою поведінку в природі і поведінку інших людей;
- почуття особливої значимості того, що відбувається;
- почуття подиву чи нерозуміння [11].

Факти і повідомлення, зміст яких викликає появу вище вказаних почуттів, сприяє перетворенню ідеї з нейтральної в особистісно значущу, утворюючи тим самим умову для переведення її в переконання.

3. Проте, інформація може стати особистісно значущою і в тому випадку, коли прояв яскраво вираженого емоційного стану не спостерігається. В цих випадках вирішальне значення набуває корисність, цінність, важливість повідомлення для розв'язання теоретичних і практичних задач, як в загальнолюдському масштабі, так і для більш близького кола людей. Якщо врахувати, що науково визначити, чи є дана подія цінною для людини, можна шляхом виявлення рівня відповідальності цієї події суспільним потребам, користі (А.В. Зосімовський), то стане зрозумілим, чому ми рахуємо однією з необхідних вимог до підбору фактичного матеріалу його практичну значимість.

Таким чином, четвертою умовою формування екологічних переконань учнів в процесі вивчення математики нам уявляється необхідність підбору додаткової екологічної і природоохоронної інформації, що забезпечує емоційний вплив на учнів. Згідно досліджень в області психології і фізіології, забезпечити таке можуть наступні вимоги до підбору конкретної екологічної інформації: новизна, практична значимість, апеляція до почуттів.

Базуючись на характері відношень об'єкта і мети діяльності, розглянутих в працях А.М. Леонтьєва, Л.С. Виготського, С.Л. Рубінштейна, згідно яких адекватність мети об'єкту визначається змістом дій, за допомогою яких здійснюється процес пізнання, в якості п'ятої умови, що забезпечує утворення в свідомості учнів переконань, ми рахуємо використання в процесі керівництва засвоєнням екологічних природоохоронних знань методів і прийомів організації пізнавальної діяльності, зміст і послідовність яких забезпечують творчий рівень активності учнів на кожному з етапів формування переконань [32].

Таким чином, аналіз літературних джерел відносно структури переконань, врахування можливостей управління процесом засвоєння знань і вияснення структури діяльності дозволили нам виділити і обґрунтувати наступні умови формування екологічних переконань в процесі навчання учнів математиці:

- об'єктивізацію зв'язку математичних знань з елементами екології і охорони природи;
- повноту розкриття суттєвих властивостей виділених екологічних і природоохоронних понять;
- спрямованість процесу засвоєння екологічних і природоохоронних знань на висвітлення суспільних цінностей і моральних норм поведінки в природі;
- підбір екологічної інформації, яка забезпечує емоційний вплив на учнів; використання в процесі керівництва засвоєнням екологічних і природоохоронних знань методів, прийомів організації пізнавальної діяльності, зміст і послідовність яких забезпечують творчий рівень активності учнів на кожному з етапів формування переконань.

Ефективність виділених умов перевірялась в процесі експериментальної роботи, результати якої описані в нашій роботі. Організації формуючого експерименту передували підбір екологічних і природоохоронних знань, засвоєння яких повинно було створити теоретичну базу для обґрунтування необхідності відповідального відношення до навколишнього природного середовища [11].

Проблема діагностики стану сформованості наукових переконань учнів в психолого-педагогічній літературі не є новою. Проте, аналіз наявних з цього питання досліджень показав, що психологія ще не володіє апаратом, що дозволяє побудувати достатньо строгий метод для вивчення переконань. В педагогіці погляди вчених на способи оцінки стану переконань теж не відзначаються узгодженістю. Описані дослідниками способи діагностики переконань свідчать про те, що єдиний підхід до визначення показників сформованості переконань і в педагогіці ще не склався.

За основний критерій в оцінці сформованості екологічних переконань школярів була прийнята діяльність, а саме діяльність в природі.

Проте в психології рахується доведеним, що не завжди та чи інша дія, здійснена особистістю і яка зовнішньо знаходиться в повній відповідності з моральними нормами, є втіленням її суспільних переконань. Рушійними

силами, на перший погляд досить хорошої поведінки, можуть виступати сили, іноді самого низького походження.

Отже, сам факт виконаної дії ще не може слугувати критерієм сформованості переконань, так як не завжди думки людини співпадають з їх зовнішніми проявами – словами, діями, вчинками. Тому, не дивлячись на діагностичну цінність критеріїв, що ґрунтуються на прояві переконань в зовнішній формі, в багатьох випадках найбільше значення має виявлення внутрішніх мотивів, що приводить людину до висловлення судження, прояву того чи іншого відношення, здійснення того іншого вчинку, вибору якої-небудь відкрито вираженої позиції. Причинне пояснення поведінки людини вимагає глибокого аналізу всіх моментів для виявлення мотивів конкретних дій [23]. Мотив є реальним компонентом процесу, що спонукає людину до здійснення цілеспрямованої дії, без нього неможливо розкрити психологічну природу дій людини.

Словом «мотив» в педагогіці і психології позначають збуджуючу причину людини, своєрідний сплав думок і почуттів, які спрямовують діяльність людини на досягнення мети; те, що штовхає її на здійснення того чи іншого вчинку. Всяка дія, будучи цілеспрямованим процесом, спричиняється не самою метою, а мотивом тієї діяльності в цілому, яку дана дія реалізує. Діяльність без мотиву не буває [13, с.147]. Мотив безпосередньо передуює діяльності, як остання крапля в чаші суб'єктивних детермінант поведінки, він примушує імпульс активності переростати в дію.

Таким чином, думка психологів про мотив, як спонукаючу силу або причину довільної дії, одноголосна. Але яким чином мотиви пов'язані з переконаннями? Відповідь на це питання знаходимо у Л.І.Божович, яка в дослідженні [21] показала, що стійка ієрархічна структура мотиваційної сфери учня виникає під впливом світогляду, і визначальними в цій сфері є мотиви, пов'язані з поглядами і переконаннями.

Але якщо мотивація діяльності зумовлюється поглядами і переконаннями, то по наявності мотивів діяльності можна судити про стан

сформованості того чи іншого виду переконань. Отже, одним із основних показників наявності в школярів екологічних переконань може виступати стан в них мотивації природоохоронної діяльності.

Враховуючи те, що переконання можуть бути науковими і ненауковими, прийнято необхідним в якості другого показника сформованості даного утворення в свідомості школяра ввести інтелектуальний. Його наявність, на нашу думку, повинна свідчити про ту вихідну базу, що лягла в основу переконання і визначила розвиток даного напрямку в мотиваційній сфері учня.

Узагальнюючи судження, уявляється обґрунтованим судити про стан сформованості екологічних переконань школярів за наявністю в них екологічних і природоохоронних знань і станом мотивації їх природоохоронної діяльності.

РОЗДІЛ 3.

МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ ПЕРЕКОНАНЬ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В СТАРШИХ КЛАСАХ СЕРЕДНЬОЇ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ШКОЛИ

3.1. Структура екологічного навчання і виховання

Науково-технічна революція поставила людство перед такими глобальними екологічними проблемами, як забруднення навколишнього середовища, повітряного басейну та океанів, виснаження природних ресурсів, зміна клімату і руйнування природних комплексів. У багатьох районах світу вплив людини на природу став настільки інтенсивним, що порушилась її динамічна рівновага.

Розв'язати екологічні проблеми, зберегти природу для нащадків під силу тільки людям з високим рівнем екологічної культури і високим почуттям відповідальності за результати своєї діяльності в природі. У зв'язку з цим виховання молоді в дусі бережливого ставлення до природи повинно стати невід'ємним компонентом навчального процесу.

За сучасним визначеннями екологічне виховання – це система виховних заходів, спрямованих на формування у членів суспільства екологічної культури, гуманності, науково обґрунтованого відношення до природи, як до вищої національної і загальнолюдської цінності [11, с.327]. В основу побудови системи екологічного виховання психологічна наука покладає принцип О.М.Леонтєва, згідно якому свідомість особистості породжується діяльністю, кінцевою метою цього процесу повинно стати попередження необоротних змін у природі і збереження всієї різноманітності рослинного і тваринного світу. Показником високого рівня екологічної культури людини є її активна діяльність з охорони природи.

Як і в кожному виді діяльності, у природоохоронній можна виділити основні структурні компоненти: інтелектуальний, операційний і мотиваційний.

Характерні особливості кожного з цих компонентів визначаються специфікою даного виду діяльності. До складу інтелектуального компоненту природоохоронної діяльності входять екологічні знання, операційного – вміння і звички з охорони природи, мотиваційного – сукупність збуджуючих причин діяльності людини в природі.

Зупинимось докладніше на загальній характеристиці кожного з цих компонентів.

Екологія, як теоретична основа природоохоронної діяльності, є комплексом сучасного наукового знання, що вивчає закономірності взаємовідносин між рослинами, тваринами і людиною між собою, та їх відношення до середовища проживання [11, с.328]. Специфіка екологічних знань полягає в тому, що вони відображають складні природничо-соціальні явища, закони існування природних систем на різних рівнях їх організації; технологічні принципи виробництва і будову технічних засобів, за допомогою яких людина перетворює природу для досягнення суспільних та індивідуальних потреб і цілей.

Комплексний характер екологічних знань обумовлює те, що вивченням предметної області екології займаються природничі, суспільні й технічні науки. Повне уявлення про екологічні проблеми можна сформувати тільки на міжпредметній основі.

Під екологічними вміннями, як і вміннями взагалі, в педагогіці розуміють готовність людини до певних дій або операцій відповідно до поставленої мети на основі знань та навичок [15, с.4]. До основних умінь і навичок природоохоронної діяльності, які можна сформувати в учнів під час навчання їх школі, вчені відносять уміння:

- оцінювати стан навколишнього середовища, найближчого природного оточення;
- правильно поводитися в конкретній ситуації;
- захистити навколишнє середовище від забруднень і руйнувань;
- пропагувати сучасні проблеми екології і охорони природи.

Складний характер кожного з цих умінь, а також специфіка предметної області, на базі якої вони формуються, зумовлюють можливість їх конкретизації з рамок кожного навчального предмета.

Поняттям «мотив» у педагогіці і психології позначають збуджуючу причину дій людини, своєрідний сплав думок і почуттів, спрямованих на досягнення мети. Видатний психолог О.М.Леонтьєв писав, що всяка дія збуджується не метою, а мотивом тієї діяльності в цілому, яку дана дія реалізує.

Мотиваційну сферу природоохоронної діяльності становлять гуманістичні, патріотичні, естетичні, економічні, санітарно-гігієнічні та пізнавальні мотиви. Кожен з цих мотивів визначає характер тих думок і почуттів, що можуть спонукати людину до виконання певних дій у природі.

Отже, процес екологічного навчання і виховання, кінцевою метою якого є природоохоронна діяльність людини, включає:

- розвиток системи знань про взаємодію суспільства з природою;
- формування вмінь і навичок з вивчення і охорони природи;
- розвиток мотивів природоохоронної діяльності учнів.

Важливим моментом в організації екологічного виховання учнів під час вивчення математики є визначення його змісту.

Оскільки екологічне навчання – складний процес, що включає розвиток екологічних знань, формування екологічних умінь і навичок, а також мотиваційної сфери природоохоронної діяльності учнів, то зміст його в процесі вивчення математики повинен відображати можливості даного навчального предмета у формуванні всіх трьох компонентів свідомої поведінки людини в природі. У змісті екологічного навчання повинні знайти відображення як специфіка предметної області математики як науки, так і особливості вмінь і навичок, що формуються в учнів у процесі її вивчення в школі.

В основі довільного переконання лежить ідея, яка, як правило, є результатом узагальнення багатьох фактів соціальної дійсності. В залежності від кількості узагальнених фактів і їх змісту, ідеї можуть бути різного ступеня

узагальнення. Так, засвоєння ідеї необхідності бережливого відношення до природи передбачає узагальнення декількох ідей більш часткового порядку, кожна з яких базується на певній сукупності фактів. Такими ідеями є ідеї про те, що:

- життя залежить від умов неживої природи;
- основні середовища життя характеризуються певними параметрами;
- результатом людської діяльності є зміна основних показників нормальних умов життя;
- природа володіє обмеженими можливостями до самоочищення;
- природні ресурси на Землі мають обмежені запаси.

Неважко побачити, що ці ідеї лежать в основі наукового обґрунтування ідеї бережливого відношення до природи.

Проте, для того, щоб берегти природу, потрібно не тільки знати, що вона потребує захисту, але і усвідомити можливість збагачення і покращення природи в процесі її засвоєння. Розкриття цієї ідеї передбачає посилення на більш часткові ідеї, до числа яких можна віднести наступні:

1. Причини погіршення стану навколишнього середовища лежать в недосконалості техніки.
2. Безвідходна технологія здатна відвернути подальше забруднення навколишнього середовища.
3. Використання невичерпних джерел енергії дозволяє зберігати органічні природні ресурси і не забруднювати навколишнє середовище.
4. Наука повинна відігравати вирішальну роль в налагодженні відносин між людиною і природою.
5. Оптимізація взаємовідносин суспільства і природи залежить від вирішення природоохоронних проблем в загальнодержавному масштабі і від дій кожного члена суспільства.

Утворенню цих ідей в свідомості учнів повинно передувати узагальнення часткових фактів, які включають як математичні, так і екологічні та природоохоронні знання. В зв'язку з тим, що ми розглядаємо можливість

формування екологічних переконань в процесі навчання математиці, виникає необхідність виділення і розкриття екологічних і природоохоронних понять, органічно пов'язаних із змістом даного курсу і дозволяючи учням науково обґрунтувати ідею необхідності бережливого відношення до природи. При визначенні змісту екологічних і природоохоронних знань ми виходили з таких положень:

- об'єм цих знань повинен включати мінімальне число специфічних для вказаних наук понять, що забезпечують усвідомлення учнями суспільної значущості даної ідеї;
- введення відібраних екологічних і природоохоронних знань не повинно порушувати системи математичних знань, що склалася;
- екологічні і природоохоронні знання, що підлягають засвоєнню, повинні відповідати принципам науковості і доступності.

Врахування вказаних вимог дозволило на рівні даного навчального предмета виділити наступні базові екологічні і природоохоронні поняття: навколишнє середовище, антропогенний фактор, забруднення та його види, природні ресурси.

Доцільність їх введення зумовлена наступним: бережливе відношення до природи передбачає розуміння необхідності турботливого відношення як до живої (рослини, тварини, людина), так і до неживої (природні ресурси, середовище життя) природи. А це можливо лише при усвідомленні проблем охорони природи, що виникли в наш час – проблеми природних ресурсів і проблеми стану навколишнього середовища. Розкриття причин їх виникнення зумовлює потребу введення поняття про антропогенний фактор, а з'ясування наслідків людської діяльності для живих організмів в процесі вивчення математики піддається через виявлення впливу цих наслідків на абіотичні фактори, які визначають нормальні життєві умови для представників живого світу. Таким чином, аналіз складу аргументів для доведення об'єктивної значущості відповідального відношення до природи дозволив сконструювати

мінімальний об'єм екологічних і природоохоронних понять, що піддаються висвітленню в процесі навчання математики.

Виділення базових екологічних і природоохоронних понять дозволило звернутися до описання методики їх формування в учнів при вивченні математики і здійснення на цій основі виховного процесу з розвитку екологічних переконань.

Успішне формування екологічних переконань учнів неможливе без спеціальної програми природоохоронної освіти (СППО), основними розділами якої є:

1. Загальнонаукові питання охорони природи.
2. Організація охорони природи в Україні.
3. Охорона природного середовища – глобальна проблема.
4. Охорона атмосферного повітря.
5. Раціональне використання та охорона водних ресурсів.
6. Охорона рибних ресурсів.
7. Охорона ґрунтів і надр.
8. Охорона лісів і рослинних ресурсів.
9. Охорона і раціональне використання дикої фауни.
10. Заповідники та інші природоохоронні об'єкти.
11. Охорона природи і туризм.
12. Радіоактивне забруднення середовища.
13. Інші види забруднення природного середовища.

Організаційні рівні реалізації програми: уроки з усіх предметів, години класних керівників, позаурочна робота, домашня робота.

Виконавці: вчитель математики, вчителі інших предметів, класні керівники, учнівські організації, гуртки, клуби природолюбів.

Консультанти: вчені-природники, спеціалісти сільського господарства, лісівники, медичні працівники, громадські організації, екологи, первинна організація товариства охорони природи.

Умови: фахова самоосвіта вчителів та учнів, матеріально-технічна база, зв'язки з вченими профільних вузів, товариством охорони природи.

Аспекти СППО:

- 1) пізнавальний – розширення знань про наукову картину природи, формування умінь і навичок оберігати її;
- 2) виховний – формування наукового світогляду, екологічної культури, почуття патріотизму, любові до природи, бережливості, працьовитості, колективізму, позитивної соціальної орієнтації;
- 3) розвиваючий – розвиток творчих здібностей, навичок дослідництва, експериментування, винахідництва.

Процесуальна сторона формування екологічних переконань забезпечується організацією самостійної діяльності учнів по засвоєнню екологічних і природоохоронних знань, які відповідають творчому рівню їх пізнавальної активності. Це, в свою чергу, вимагає конструювання видів діяльності школярів, що забезпечують той рівень засвоєння знань, яким є переконання. Конструювання методики формування екологічних переконань передбачає:

- вичленення видів діяльності учнів по засвоєнню екологічних і природоохоронних знань, передбачених етапами формування переконань;
- виділення з всіх існуючих методів і прийомів тих, які можуть забезпечити організацію необхідного виду діяльності школярів;
- побудову методики засвоєння екологічних та природоохоронних знань.

Прийнята в теорії виховання поетапність формування переконань дозволяє виділити наступні види діяльності учнів: ознайомлення з ідеєю; накопичення інформації, яка підтверджує її істинність; закріплення даної ідеї в ході дискусійного обговорення. Встановлення такої послідовності визначило підхід до відбору методів навчання і побудову методики, що забезпечує її утримання.

В ході дослідження виявилось, що на першому етапі формування екологічних переконань найбільш доцільне використання методів

інформаційно повідомлюючого характеру: розповідь, евристична бесіда, розв'язування задач. В їх реалізації основна роль належить вчителю, який в процесі повідомлення інформації виділяє ту чи іншу природоохоронну ідею, орієнтує на неї увагу учнів, виключаючи при цьому виникнення помилкових думок і суджень.

В накопиченні знань про явища соціальної дійсності, необхідних для обґрунтування думки, що виникла, введенні і закріпленні її у внутрішньому плані особистості школяра найбільш результативними виявились: бесіда, спостереження, робота з літературою, екскурсії.

При закріпленні екологічних знань у внутрішньому плані і прояві дієвої сторони переконань, що утворилися на їх основі, найбільш ефективними були: бесіди проблемно-узагальнюючого характеру, уроки-конференції, семінари, тематичні ранки.

Творчий рівень пізнавальної активності на всіх етапах формування екологічних переконань забезпечується як змістом ввідної інформації, так і способами її передачі та організацією діяльності по її засвоєнню.

Пізнавальний інтерес у своєму розвитку може бути виражений різними станами. Умовно можна розрізняти наступні послідовні стадії розвитку пізнавального інтересу: цікавість, допитливість, пізнавальний інтерес, теоретичний інтерес. Однак, не раціонально розглядати пізнавальний інтерес як ступінчасту послідовність його стадій, завершальною віхою якої є стадія теоретичного інтересу. Адже в процесі формування пізнавального інтересу в межах певної предметної області неможливо чітко визначити границі його заключної стадії. Тим більше, що стадія «теоретичний інтерес» є завершальною лише в межах обмеженого змістового чи діяльнісного циклу, створюючи передумови для зародження та розвитку стадії «цікавість» інших циклів розвитку пізнавального інтересу.

Отже, пізнавальний інтерес в межах визначеної предметної області доцільно розглядати як вибіркочну направленість особистості, звернену до пізнання, до її предметної сторони і самого процесу оволодіння знаннями, яка в

своєму розвитку характеризується періодичністю визначених циклів, кожний з яких складає завершений акт пізнання і містить чотири проміжні стадії (рис. 3.1).

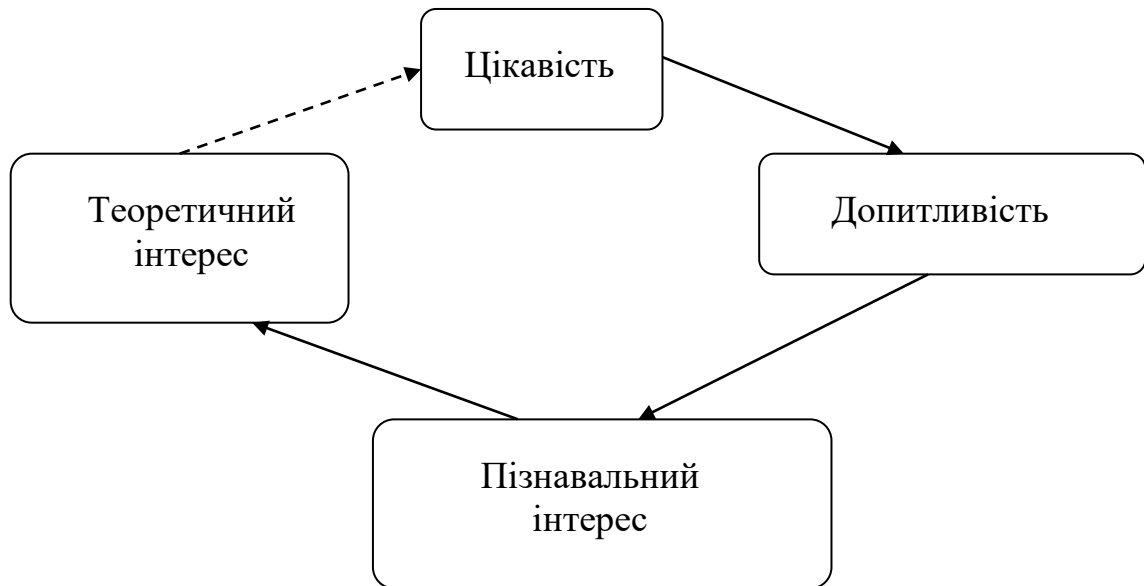


Рис. 3.1. Послідовні стадії розвитку пізнавального інтересу

Характерною особливістю розвитку пізнавального інтересу є та, що досягти вищих стадій, обминувши початкові неможливо, крім того, отримати позитивний результат, коли кожна попередня стадія чітко виражена і дієва, а також слугує стимулом наступній, вдається далеко не завжди. Вирішальними в даній ситуації виступають шляхи і фактори активізації переходу до більш вищих стадій пізнавального інтересу, що досягається вмілою, а головне, активною організацією навчального процесу.

Вивчення структурних компонентів природоохоронної діяльності і передумов формування екологічних переконань дає змогу сформулювати вимоги не тільки до відбору змісту екологічної інформації, а й до засобів організації діяльності учнів під час засвоєння елементів екологічних знань на уроках математики.

Відбір методів навчання повинен насамперед забезпечувати обґрунтоване підведення учнів до свідомого засвоєння екологічних і природоохоронних ідей. Це може відбутися як у процесі пояснення навчального матеріалу, так і в

процесі засвоєння самими учнями. З прийомів пояснення матеріалу найбільш придатними для цієї мети є ті, що засновані на логічних умовиводах: індукції і дедукції. Індуктивний метод пояснення ґрунтується на такому підході до викладання екологічного матеріалу, в якому реалізується перехід від конкретних фактів до загальних положень. Дедуктивному засобу пояснення характерний перехід від загальних положень (екологічних чи природоохоронних ідей) до конкретних випадків. Враховуючи, що матеріал екологічної і природоохоронної спрямованості на уроках математики не є основним, а тільки пов'язаний з ним логічно, у відборі методів навчання повинен переважати індуктивний підхід.

Методи навчання, які застосовує вчитель для формування екологічних переконань учнів, повинні забезпечувати їх активну пізнавальну діяльність протягом усього процесу засвоєння екологічних знань. У зв'язку з цим головне місце в системі роботи вчителя повинні зайняти проблемно-пошукові методи.

Враховуючи, що в процесі вивчення математики не завжди проблемний метод може використовуватися з успіхом, оскільки він потребує спеціальної підготовки учнів (високого рівня сформованості процесів мислення), можуть бути використані, наприклад, такі частково-пошукові завдання:

- на передбачення наслідків дії екологічних факторів;
- на планування дослідження;
- на домислення певних ситуацій;
- на пояснення ситуації;
- на вибір раціонального засобу застосування природних ресурсів;
- на передбачення можливих наслідків своєї діяльності чи діяльності інших людей.

При плануванні екологічного виховання на уроках математики добір методів навчання повинен забезпечувати високий ступінь самостійності учнів під час виконання завдань з екологічної тематики. У зв'язку з цим, поряд з методами організації навчальної діяльності під керівництвом вчителя, слід застосовувати методи самостійної роботи учнів. Перевагу в них повинні мати:

- робота з книжкою та додатковою інформацією;
- підготовка рефератів і повідомлень;
- складання і розв'язування математичних задач на основі фактичного матеріалу екологічного чи природоохоронного змісту;
- виконання завдань дослідницького характеру.

Важливою вимогою до методів навчання є те, що вони повинні стимулювати інтерес до еколого-математичного матеріалу і сприяти розвитку мотивації природоохоронної діяльності учнів. Значною мірою реалізації цих вимог відповідають пізнавальні ігри (ділові, рольові), навчальні дискусії, створення емоційно-моральних ситуацій.

Можливі напрями екологічного виховання учнів такі:

- 1) розкриття математичних закономірностей окремих явищ природи;
- 2) з'ясування ролі математики, математичного моделювання у розв'язанні екологічних проблем;
- 3) виховання екологічної культури, відповідальності за стан навколишнього середовища.

Практика роботи вчителів-експериментаторів показує, що формування в учнів екологічних знань у процесі викладання математики може відбуватися в таких формах навчальної діяльності:

- розв'язування задач, підібраних учителем;
- складання задач учнями;
- побудова діаграм, графіків;
- короткі повідомлення на уроці;
- тематичні заняття гуртка, екскурсії;
- написання рефератів, оформлення планшетів, альбомів.

Важливою умовою розвитку інтересу учнів до екологічних проблем є ставлення до них учителя. Щоб пробуджувати в дітей інтерес до природоохоронної справи, вчитель сам повинен бути переконаним у необхідності бережливого ставлення до природи, розглядати виховання в учнів екологічних переконань як свій громадський обов'язок.

Проте природоохоронна освіта не під силу вчителеві одного предмета, в тому числі і вчителеві математики, це робота багатопланова і має реалізовуватися в певній комплексній системі за участі вчителів початкових класів і вчителів-предметників. З іншого боку, у позаурочній роботі, в системі самонавчання і мати не лише прикладний, але й пізнавальний та дослідницький характер. Вона також винна включатися в загальнодержавну систему природоохоронних заходів і координуватися відповідними науковими установами.

3.2. Екологічне виховання учнів при вивченні математики в 10-х класах

На даний час математика широко проникає в науки, які раніше були від неї далекі. Використання математичного моделювання в екології дозволяє по-іншому поглянути на більшість традиційних проблем цієї науки, сприяє формуванню єдиного природничо-наукового погляду на світ, так необхідного всім в XXI ст. У науковій та інженерній практиці поширені терміни: математична модель, математичне моделювання, чисельне моделювання, моделювання на ЕОМ.

Під *моделлю* розуміють таку розумово-уявну або матеріально реалізовану систему чи фізичний об'єкт, що відображає та відтворює об'єкт дослідження і здатні замінити його так, що їх подальше вивчення та дослідження дає нову інформацію про цей об'єкт. Моделі можна умовно розділити на фізичні (матеріальні) та уявні.

Фізичні моделі є об'єктами, що існують реально і створюються із реальних матеріалів. Вони представляють собою дійсне відтворення досліджуваного об'єкту.

Уявні моделі існують в голові дослідника у вигляді певних уявних образів, на папері, магнітних носіях у вигляді математичних формул, знаків, графіків, схем, таблиць тощо.

Перший вид матеріальних моделей – геометрично подібні моделі. Прикладами таких моделей можуть бути макети різних машин та установок. Вони використовуються у зменшеному масштабі в основному для того, щоб мати просторову уяву про об'єкт, компонування його елементів, правильно розмістити в просторі основні комунікації між елементами і т.п.

Другий вид моделей – фізично подібні, які створюються з метою відтворення фізичних процесів, що вивчаються, їх кінетики та динаміки, різного виду зв'язків, виявлення найвагоміших фізичних закономірностей та функціональних залежностей.

Третій вид фізичних моделей – математично подібні моделі. Відомим прикладом є аналогові моделі, що побудовані на основі електрогідрравлических та електроакустичних аналогій. Таким чином, складні процеси, наприклад, транспортування рідин і газів можна вивчати з допомогою відповідних їх аналогів – електричних моделей.

Під моделюванням розуміють процес формалізації фізичного об'єкта, метою якого є створення певного аналогу об'єкта – його моделі, адекватної йому.

Математичне моделювання як один з найефективніших методів наукового дослідження, є комплексне дослідження властивостей фізичного об'єкта з допомогою створеної його математичної моделі на ЕОМ [8].

Основним засобом навчання школярів математичному моделюванню є задачі. Проведене дослідження дозволило виділити структуру системи задач, яка реалізує їх навчальні, розвивальні і виховні функції. Вдало підібрана система задач забезпечила формування навичок та вмінь математичного моделювання на досить високому рівні. Ця система задач носить інтегрований характер, вона складається з підсистем задач, створених у рамках навчального предмета (математика, хімія, біологія тощо). Всі підсистеми задач мають спільні риси [11]:

1. Всі вони містять прикладні задачі. Прикладні задачі – це задачі, які поставлені зовні математики і розв'язуються математичними засобами.

Прикладні задачі, як і будь-які інші задачі, у навчанні математики виконують дидактичні функції, основними з яких є навчаюча (формування системи математичних знань, умінь і навичок на різних етапах засвоєння); виховна (формування наукового світогляду, пізнавального інтересу і самостійності, навичок навчальної праці, моральних якостей особистості); розвиваюча (розвиток логічного мислення, оволодіння ефективними прийомами розумової діяльності). Розв'язання задачі прикладного характеру зводиться до побудови та дослідження відповідної математичної моделі.

2. Розв'язування задач здійснюється за спрощеною евристичною схемою діяльності математичного моделювання, яка складається з послідовності наступних етапів:

1) *Попередній аналіз об'єкта дослідження.* На цьому етапі визначається об'єкт дослідження, виділення задач і умов дії об'єкта.

2) *Побудова моделі.* Визначення ступеня повноти інформації про досліджуваний об'єкт, його внутрішніх механізмів, мети та завдань моделювання, обчислювальних ресурсів, ступеня достовірності очікуваних результатів, інтелектуального рівня, математичної підготовки і досвіду дослідника тощо.

3) *Реалізація моделі математичними методами.* Вибір чи розробка методу побудови математичного розв'язку моделі та його подальша алгоритмізація і програмна реалізація залежить від складності самої моделі та від того, який математичний апарат використано для побудови математичної моделі.

4) *Аналіз одержаних результатів та їх перенесення на об'єкт, що вивчається.* Проведення обчислювальних експериментів по заздалегідь наміченому плану, пошук оптимально допустимих значень, перевірка їх на адекватність.

3. За своїми дидактичними цілями задачі поділяються на тренувальні (для вироблення стійких умінь і навичок) і розвиваючі (для розвитку творчого мислення). Тренувальні задачі – задачі досить простого змісту, такі, що текст задачі містить підказку у виборі математичної моделі. Саме тренувальні задачі

повинні бути першими, що забезпечить поетапне оволодіння евристичною схемою діяльності математичного моделювання.

Кожному вчителю потрібно ставитись творчо до процесу формування вмінь математичного моделювання, доцільно дотримуватись наступних методичних рекомендацій [33]:

1. Відпрацьовувати етапи діяльності математичного моделювання слід за спрощеною евристичною схемою.
2. Узгодженість дій вчителів: починати роботу одночасно або з невеликими розривами у часі розв'язування тренувальних вправ на відпрацювання етапів схеми математичного моделювання.
3. Неперервність у навчанні математичному моделюванню. Зміст навчального матеріалу сприяє тому, що прикладні задачі можна розв'язувати майже на кожному занятті.
4. Учні повинні повністю засвоїти спрощену евристичну схему діяльності математичного моделювання і вміти застосовувати її до розв'язування тренувальних і розвиваючих задач.

Наведемо приклад задачі, на якому зручно відпрацьовувати етапи вище вказаної схеми, розглядаючи їх в діалектичній єдності і чіткій послідовності, сприяючи засвоєнню цілого (схеми) через засвоєння його частин (етапів):

(Тема: «Скалярний добуток векторів»). Обчислити, яку роботу виконує очищувальна система, працюючи з силою $F(3; -2; -5)$, коли точка її прикладання, рухаючись прямолінійно, переміщується з положення $A(2; -3; 5)$ в положення $B(3; -2; -1)$.

Розв'язання (за етапами евристичної схеми).

1. Попередній аналіз об'єкта дослідження. З курсу фізики відомо, що робота дорівнює скалярному добутку двох векторів: сили та переміщення.

Сила \vec{F} задана своїми координатами в прямокутній декартовій системі координат, вектор переміщення легко знайти: з умови задачі слідує, що це вектор \vec{AB} .

2. Побудова моделі. Позначимо роботу буквою A , вектор \overline{AB} через \vec{s} , тоді з аналізу слідує, що $A = \vec{F} \cdot \vec{s}$. Отже, слід знайти скалярний добуток двох векторів \vec{F} , \vec{s} , заданих своїми координатами.

3. Реалізація моделі математичними методами. Скалярний добуток двох векторів, заданих своїми координатами, дорівнює сумі добутків відповідних

координат цих векторів. Звідси слідує, що якщо: \vec{F} (3; -2; -5), \vec{s} (3-2; -2-(-3); -1-5), \vec{s} (1; 1; -6), то $A = 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 + (-5) \cdot (-6) = 3 - 2 + 30 = 31$.

4. Аналіз одержаних результатів та їх перенесення на образ, що вивчається.

Сила вимірюється в ньютонах, переміщення – в метрах, робота – в джоулях, тому шукана робота дорівнює 31 Дж.

На позакласних заходах розв'язуючи задачі з екологічним змістом, учні не тільки використовують математичні знання, а й дізнаються нову інформацію, вчать аналізувати і шукати вихід із складного становища. Учитель, провівши коротку бесіду, пропонує увазі старшокласників конкретну задачу і, в разі її розв'язання, намагається обов'язково вказати, яким чином можна вирішити ту чи іншу екологічну проблему сьогодні. Як свідчить наш експеримент, така методика найбільш ефективна під час роботи з дітьми [11].

Матеріали бесіди про радіоактивне забруднення. 26 квітня 1986 року на ЧАЕС сталася аварія, що спричинила непоправні збитки для значної частини України, Білорусії, всієї планети. У поєднанні з іншими екологічними бідами, чорнобильська катастрофа стала для України тим фатальним фактором, що спричинив загрозу генетичному здоров'ю нації. За офіційними даними, аварійний викид із четвертого блока становив 50 млн. кюрі радіоактивності, а згідно з газетою «Дзеркало тижня» понад мільярд кюрі.

Прикладом задачі про радіоактивне забруднення може бути така задача:
– Проведені спеціалістами МАГАТЕ і європейського агентства з ядерної енергетики дослідження засвідчили, що до 2010 року у світі нагромадиться

200000 т у відходах. Згідно планів українських атомників в Україні буде нагромаджено 3783 т відпрацьованого ядерного палива, причому лише 25 % його можна буде переробити. Скільки тонн палива залишиться не переробленим у світі і Україні? (Відповідь: 150 тис. т; 2837,25 т.)

Матеріали для бесіди «Атмосферне повітря». Проблема чистого повітря – одна з найактуальніших. Щороку на планеті спалюється 3 млрд. т вугілля, причому в атмосферу потрапляє 225 тис. т миш'яку, 223 тис. т германію, 183 тис. т кобальту, 204 тис. т урану. Вчені підраховали, що для нормального життя в промисловому місті повинно припадати 25 куб. м зелених насаджень на одну людину. Вдало регулюють температуру повітря окремих ділянок земної поверхні (влітку знижують, зимою підвищують) полезахисні смуги. Вони зменшують випаровування вологи з поверхні ґрунту на 40 % і швидкість вітру на 50 %.

Задачі для розв'язування:

1. Встановлено, що 1 га лісу очищає за рік 18 млн. куб. м повітря. Скільки куб. м очистить ліс площею 50 га, 250 га, 500 га?
2. Підраховано, що над площею 1 кв. км зелених насаджень збирається пилу на 50 т менше, ніж над такою самою площею поля. На скільки менше пилу міститься над 10 га лісонасаджень, ніж над такою ж самою площею поля?
3. Скільки вуглекислого газу вбирають зелені насадження парку площею 3,5 га і скільки при цьому буде виділено кисню, якщо 1 га зелених насаджень вбирає за добу 280 кг вуглекислого газу, виділяючи при цьому 220 кг кисню?

На уроках математики при вивченні ряду тем в 10 класі доцільно розв'язувати прикладні задачі природоохоронного характеру [34]:

10 клас. Алгебра.

(Тема: «Підмножини. Операції над множинами»)

- Назвіть кілька підмножин у фауні.
- Розмістіть дані множини у такій послідовності, щоб кожна наступна множина була підмножиною попередньої:

A – множина ссавців;

B – множина собачих;

C – множина хребетних;

D – множина вовків;

F – множина хижих ссавців.

(Тема: «Гармонічні коливання»)

- Амплітуда поштовхоподібних коливань на тракторі має значення в межах 0,75-78,6 мм, один поштовх триває 0,9-0,62 с. Запишіть рівняння коливань для нижніх і верхніх значень вказаних інтервалів. Визначте амплітудне значення прискорення і напишіть закон, за яким змінюється прискорення з часом.
- Які періоди відповідають коливанням з частотами від 3 до 100 Гц, що найактивніше впливають на живі організми?
- Під час зльоту і виходу на орбіту ракети її швидкість зростає від нуля до першої космічної швидкості за 5 хв. З яким прискоренням рухається ракета? Як змінюється при цьому вага космонавта? (Вважати, що маса космонавта 80 кг). Як реагує організм людини на перевантаження)?

10 клас. Геометрія.

(Тема: «Пряма на площині») (тренувальна)

- На рівнинній території парку вісь прямолінійної пішохідної алеї, засадженої саджанцями, проходить через дві мітки: $A(0; 2)$ і $B(14; 8)$. Знайти рівняння осі другої алеї, яка проходить через мітку $(5; -1)$ перпендикулярно до першої алеї.
- Через мітку $A(1;2)$ запроєктувати прямолінійне шосе так, щоб віддалі до нього від пунктів $B(2;3)$ і $C(4;-5)$ були однаковими. Місцевість рівнинна.

(Тема: «Пряма на площині») (розвиваюча)

- Де на прямолінійній ділянці залізниці слід побудувати залізничну платформу D , щоб прямолінійні ділянки шосе, що з'єднують її з містами A та B , мали найменшу сумарну довжину?

(Тема: «Паралельність прямих і площин в просторі»)

- Канал з трикутним перерізом і глибиною 2,8 м перегороджено щитом, який має форму рівностороннього трикутника. Щоб визначити гідростатичний тиск на перегородку, треба знайти її площу. Обчисліть площу трикутного щита, якщо його розміщено вертикально.
- Для збереження овочів побудували підвал, що має форму півциліндра. В ньому треба поставити два стояки, основи яких повинні бути однаково віддалені за підлогою від найближчої стінки і знаходитись на відстані 2 м один від одного. Визначити висоту стояків, коли відомо, що ширина підвалу 4,6 м.
- Кут між площинами іноді називають кутом найбільшого нахилу або підйому. Кут найбільшого підйому гори дорівнює 30° . Під яким кутом φ до подошви гори треба прокласти прямолінійну дорогу, щоб кут її нахилу до площини горизонту дорівнював 14° ?

(Тема: «Основні поняття стереометрії»)

- Дніпровський «Агро-Союз» робить обладнання – універсальні сівалки як для України так і за кордон. Сівалка «Агро-Союз FM 3090» призначена для сівби різних культур – як зернових, так і просапних. Основні характеристики цієї сівалки:

Кількість сошників для зернових культур, шт. -	31
Ширина захвату для зернових культур, мм -	5425
Міжряддя для зернових культур, мм -	175
Кількість сошників для просапних культур, шт. -	8
Ширина захвату для просапних культур, мм -	5600
Міжряддя для просапних культур, мм -	700

- а) Відомо, що під час висівання пшениці сівалка рухається зі швидкістю 9,3 км/год. Встановіть: 1) Яку площу (у га) засіяли за 30 хв. 2) Скільки погонних метрів засіяли за 1 год.
- б) Відомо, що під час висівання кукурудзи сівалка рухається зі швидкістю 7,5 км/год. Встановіть: 1) Яку площу (у га) засіяли за 40 хв. 2) Скільки погонних метрів засіяли за 1 год.

(Тема: «Аксиоми стереометрії і наслідки з них»)

- Вугільний пласт зазвичай залягає так, що його верхня межа (у грубому наближенні) є частиною площини. Яку найменшу кількість свердловин слід пробурити, щоб визначити, як розміщено пласт?

3.3. Методика формування екологічних переконань учнів при вивченні математики в 11-х класах

На уроках математики при вивченні ряду тем в 11 класі також доцільно розв'язувати прикладні задачі екологічного змісту. Можливості реалізації окремих розділів спеціальної програми природоохоронної освіти (СППО) відображені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Теми навчальної програми	Проблеми природоохоронної освіти за СППО
Похідна та її застосування	3, 7, 8, 12, 13
Похідні складених функцій	2, 3, 7, 8, 12, 13
Похідні тригонометричних функцій	10, 12, 13
Найбільше і найменше значення функції	4, 5, 7, 11
Елементи комбінаторики. Елементи теоретичної ймовірності	2, 5, 7, 9, 11, 13
Інтеграл та його застосування	10, 12, 13
Об'єми та обчислення площ поверхонь геометричних тіл	3, 5
Показникові і логарифмічні функції	1, 3, 5, 8, 9, 11, 12, 13

Доцільно розглянути, наприклад, наступні задачі [34]:

Задача 1. (Тема: «Введення поняття похідної») (тренувальна). Ейнштейн стверджував, що відкриття поділу урану загрожує цивілізації не більше запаленого сірника. Подальший розвиток людства залежить від його моральних засад, а не від рівня технологічних досягнень. Кількість радіоактивної речовини

урану в момент часу t виражається формулою $m = M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$, де T – так званий період піврозпаду, а M – початкова кількість речовини (кількість речовини в момент часу $t = 0$). Знайти миттєву швидкість розпаду урану в момент часу t_0 .

Розв’язання: Знайдемо середню швидкість розпаду за проміжок часу $[t_0; t_0 + \Delta t]$.

В момент часу $t_0 + \Delta t$ маємо $m = M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0 + \Delta t}{T}}$. Тому за нижче вказаний проміжок

часу $[t_0; t_0 + \Delta t]$ кількість урану змінилась на $\Delta m = M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0 + \Delta t}{T}} - M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}}$.

Наголошуємо учням, що $\Delta m < 0$, так як кількість радіоактивної речовини урану зменшується. Середня швидкість розпаду за проміжок часу $[t_0; t_0 + \Delta t]$ рівна:

$$v_c = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{M}{\Delta t} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0 + \Delta t}{T}} - \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}} \right) = M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T}} - 1}{\Delta t}$$

$v_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T}} - 1}{\Delta t}$. Величина $M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}}$ не залежить від Δt , тому

вираз виносимо за знак границі.

$$v_m = M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T}} - 1}{\Delta t} = M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{\Delta t}{T} \ln \frac{1}{2}} - 1}{\Delta t} = -M \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}} \frac{\ln 2}{T} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t_0}{T}} = -\frac{m_0 \ln 2}{T}$$

(Відповідь: $v_m = -\frac{m_0 \ln 2}{T}$)

Задача 2. (Тема: «Похідна та її застосування») (тренувальна). Профіль підйому гірської дороги має форму кривої $y = \frac{x}{1+x^2}$. Визначити кут підйому на його початку.

Задача 3. (Тема: «Похідна та її застосування») (тренувальна). Обсяг лікарської продукції, виробленої бригадою робітників, описується функцією

$y = -t^3 + 9t^2 + 120t + 60$ одиниць, $1 \leq t \leq 8$, де t – робочий час у годинах. Визначити продуктивність праці $P(t)$, темп її зміни та еластичність через годину після початку роботи та за годину до її закінчення.

Задача 4. (Тема: «Похідна та її застосування») (розвиваюча). Потрібно виготовити закритий розширювальний бачок для системи центрального опалення у вигляді прямокутного паралелепіпеда з об'ємом V і висотою H . Якою повинна бути основа цього бачка, щоб на його виготовлення витрати матеріалу були найменші?

Задача 5. (Тема: «Похідна та її застосування») (розвиваюча). Для здоров'я людини освітлення кімнати відіграє важливу роль. На якій висоті h від горизонтальної площини слід помістити електричну лампочку, щоб точка A цієї площини була найбільш освітленою? (Освітленість у деякій точці прямо пропорційна косинусу кута падіння променів і обернено пропорційна квадрату відстані від точки до джерела світла).

Задача 6. (Тема: «Похідна синуса і косинуса») Під час засухи виникла проблема – виготовлення водопійних жолобів найбільшої місткості. Як її розв'язати?

Розв'язання. Найбільшу місткість матиме жолоб з найбільшим поперечним перерізом. Поперечним перерізом жолоба буде рівнобічна трапеція. Якщо ширина дощок a , тобто $AB=BC=CD=a$, то $\angle BAD=x$, то висота трапеції $BP=a \sin(x)$, її більша основа $AD=a+2a \cos(x)$. Звідси площа трапеції $S(x) = a^2(1+\cos(x))\sin(x)$, при $0 < x < \pi/2$. Обчислимо похідну функції $S(x)$:

$$S'(x) = (a^2(1+\cos x)\sin x)' = a^2(\cos x + \cos 2x) = 2a^2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}. \quad \text{Оскільки,}$$

похідна в інтервалі $(0; \pi/2]$ перетворюється в нуль лише при $x = \pi/3$, а

$$S(\pi/3) = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2, \quad S(\pi/2) = a^2, \quad \text{то } S \text{ набуває найбільшого значення при } x = \pi/3,$$

або $\alpha = 120^\circ$. (Відповідь: $\alpha = 120^\circ$)

Задача 7. (Тема: «Показникова і логарифмічна функції») Бактерія, потрапивши в живий організм, на кінець 20-ї хвилини ділиться на дві (кожна з них ділиться

знову на дві на кінець наступної 20-ї хвилини і т.д.). Знайти кількість бактерій, які утворюються з однієї на кінець доби.

Розв'язання:

$$b_n = b_1 q^{n-1}, b_n = 2 \cdot 2^{71} = 2^{72}, \ln b_n = 72 \ln 2 = 21,672; b_n = 10^{21,672} = 4,7 \cdot 10^{21}.$$

(Відповідь: на кінець доби з однієї бактерії утвориться $4,7 \cdot 10^{21}$ бактерій)

Задача 8. (Тема: «Показникова і логарифмічна функції») Щорічний приріст відходів на збиткових підприємствах становить 10 %. Через скільки років кількість відходів збільшиться в два рази?

Розв'язання: Користуючись формулою $a_n = a_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, дістанемо рівняння

$$a_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = 2a_1, \left(\frac{11}{10}\right)^n = 2, n \lg 1,1 = \lg 2, n = \frac{\lg 2}{\lg 1,1} \approx 7,2.$$

(Відповідь: через 7,2 роки «випуск» відходів збільшиться в два рази)

Задача 9. Кількість так званого «підтримуючого» корму, тобто найменша його кількість, яка поповнює лише витрати організму на тепловіддачу, роботу внутрішніх органів, відновлення клітин, що відмирають і т.д., пропорційна поверхні тіла тварини. Знаючи її, визначте калорійність даного корму для зубра, який має масу 420 кг, якщо за тих же умов зубр масою 630 кг потребує 13500 калорій.

Розв'язання: Згідно умови задачі шукана калорійність x пропорційна поверхні S зубра, тобто:

$$\frac{x}{13500} = \frac{S}{S_1}; \frac{S}{S_1} = \frac{L^2}{L_1^2}; \frac{420}{630} = \frac{S}{S_1} = \frac{L^2}{L_1^2} \Rightarrow$$

$$\frac{x}{13500} = \sqrt[3]{\frac{420^2}{630^2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$x = 13500 \sqrt[3]{\left(\frac{4}{9}\right)}.$$

За допомогою логарифмічних таблиць знаходимо, що $x=10300$. (Відповідь: 10300)

У процесі навчання математичному моделюванню в старших класах заслуговують на увагу творчі завдання на складання розвиваючих текстових задач з екологічним змістом за даною математичною моделлю, які свідчатимуть про те, що математичні методи дослідження носять універсальний характер і застосовуються для вивчення різних за своєю природою процесів. Передбачається, що все це сприятиме більш чіткому взаємозв'язку теорії з практикою в процесі навчання, ні в якому разі не знижуючи рівень провідного компоненту – наукові знання, які необхідні при подальшому засвоєнні програми.

Таким чином, як бачимо, проблема міжпредметних зв'язків багатогранна, вирішення її потребує постійної кропіткої роботи всього колективу. Це дає змогу підвищити зацікавленість учнів до навчання, поліпшити якість їх знань, вирішуючи кінцеву мету – формування висококваліфікованого фахівця [11].

Педагогічний досвід показує, що будь-яка прикладна задача, що розв'язують на тому чи іншому етапі навчання, виконує різні функції, які за певних конкретних умов виступають явно або приховано. Усі функції прикладних задач взаємопов'язані. Проте основна функція практичної задачі, що визначається основною метою її постановки перед учнями, має бути реалізована в першу чергу. Методично доцільно використовувати якомога більше задач, що виконують одночасно кілька функцій. Відповідальні завдання, що стоять перед українською національною школою полягають насамперед у підвищенні ефективності і якості всіх ланок виховного процесу. Ефективність же цього процесу значною мірою залежить від того, наскільки систематично і повно контролюється вчителем ступінь засвоєння учнями матеріалу, наскільки вдало налагоджений зворотний зв'язок між учителем і учнями.

Наш навчально-виховний процес будується таким чином, що кожен учень проймається розумінням болючих екологічних питань сьогодення і прагне присвятити їх розв'язанню своє трудове життя.

У створенні уявлень учнів про прикладне значення екологічної математики велику роль відіграють адекватні прикладні задачі з різними

сюжетами, які мають спільну математичну модель. Розгляд таких задач сприяє екологічному вихованню старшокласників і дає можливість пов'язати вивчення теорії з практикою.

Перехід від задач до теорії нерідко створює проблемну ситуацію. І саме за допомогою простих задач підводимо учнів до усвідомлення доцільності вивчення теорії. Учням слід показати, як за допомогою прикладної задачі можна створити проблемну ситуацію, як життєва екологічна задача набирає математичного характеру, призводить до створення теоретичної задачі [35].

Як приклад розглянемо чотири ізоморфні геометричні задачі, що зводяться до однієї геометричної моделі.

1. Лісова галявина має форму трикутника. В якій її точці найнебезпечніше розпалити багаття?
2. Подвір'я має трикутну форму. Де потрібно підвісити світильник, щоб якомога рівномірніше освітити сторони трикутника?
3. З металевої трикутної пластини, раціонально використовуючи матеріал, треба вирізати круг найбільшого радіуса. Визначити центр і радіус цього круга.
4. Побудуйте точку, однаково віддалену від сторін заданого трикутника.

На уроці доцільно ознайомити учнів із змістом перших трьох задач і показати що, хоч вони належать до різних галузей застосування математики, всі вони зводяться до абстрактної задачі [11].

Наведемо приклад геометричної задачі екологічної спрямованості: Життя та діяльність людей супроводжується великою кількістю органічних відходів (побутове сміття, каналізаційні стоки, відходи виробництва сільськогосподарської продукції, деревообробки тощо). Звалища навколо великих міст займають величезні площі, забруднюють повітря й воду. Так, звалище поблизу Нью-Йорка за об'ємом уже досягло 25 пірамід Хеопса. Визначити об'єм цього звалища, коли відомо, що в основі піраміди Хеопса лежить квадрат із стороною 227 м, а висота піраміди дорівнює близько 146,6 м. (Відповідь: $\approx 62951250 \text{ м}^3$).

А між тим розроблено технології, що дозволяють отримувати з цих відходів енергію. Сконструйовано, наприклад, установки, де такі відходи спалюються, даючи тепло і електроенергію, а також різні корисні матеріали (скло, метали тощо). Існує й інша перспективна технологія переробки відходів – за допомогою метанобактерій. Ці мікроорганізми активно розмножуються в будь-яких органічних рештках, продукуючи в результаті своєї життєдіяльності цінну енергетичну сировину – біогаз (суміш метану і чадного газу). І вже в Румунії проведено успішні дослідження з використанням біогазу як палива для тракторів.

Практика показує, що для формування відповідального ставлення до навчання потрібні також і позакласні заходи, і продумана система цієї роботи. Дуже важливо, щоб зміст заходів був актуальним, а форми відповідали сучасним запитам і потребам старшокласників. Наприклад, на факультативних заняттях доцільно розв'язати наступні задачі.

1. Вміст вітаміну С в 1 кг фруктів і вартість 1 кг задано таким чином: в 1 кг вишень вартістю 0,3 грн міститься 150 г вітаміну С, а в 1 кг абрикос, вартістю 0,4 грн, міститься 75 г вітаміну С. Скільки кг абрикос необхідно включити в денний раціон, щоб він містив 75 г вітаміну С і не менше 0,25 кг вишень при мінімальних затратах?

Розв'язання: Позначимо кількість вишень через x , а абрикос – через y . Тоді розв'язок задачі зводиться до знаходження $\min(0,3x+0,4y)$, $150x+75y=75$
 $x \leq 0,25$. $\min_{x \leq 0,25}(0,3x + 0,41 - 0,4 \cdot 2x) = \min_{x \leq 0,25}(-0,5x + 0,4) = 0,275$

(Відповідь: в даний раціон треба включити 0,25 кг вишень і 0,5 кг абрикос)

2. На поляні густа трава росте дуже швидко. 70 трав'яних тварин можуть з'їсти її за 24 дні, а 30 тварин – за 60 днів. Скільки тварин з'їли б усю траву за 96 днів?

3. Обчислити роботу, яку треба виконати, щоб викачати воду з ями 4 м завглибшки, що має квадратний переріз зі стороною 2 м. Густина води $\rho = 10^3$ кг/м³.

Розв'язання: Спрямовуємо вісь Ox уздовж діючої сили. Значення сили $F(x)$, що діє на переріз прямокутного паралелепіпеда площею 4 м^2 , визначають вагою шару води, що знаходиться вище цього перерізу. Отже, $F(x) = 4\rho g(4 - x)$, $x \in [0; 4]$, $g = 9,8 \text{ м} / \text{с}^2$

$$A = \int_0^4 4\rho g(4 - x) dx = 4\rho g \int_0^4 (4 - x) dx = 4\rho g \left(4x - \frac{x^2}{2} \right)_0^4 =$$

$$= 4\rho g(16 - 8) = 32 \cdot 10^3 \cdot 9,8 = 313,6 \cdot 10^3 \approx 3,1 \cdot 10^5$$

(Відповідь: $\approx 3,1 \cdot 10^5$ Дж)

Очевидно, що математика в наші дні перетворилась у виробничу силу суспільства, а її методи вже давно стали необхідним засобом проєктування систем, відбору економічно і екологічно оптимальних в даних умовах. І тепер там, де ще недавно царював якісний підхід до вивчення явищ і процесів, починають досліджуватися кількісні закономірності і тим самим використовуватись математичні методи дослідження.

У формуванні наукового світорозуміння важливим є те, що математичні формули, теореми, різні залежності створюються під впливом практичних потреб людини. Математичні задачі та їх розв'язування частіше всього підказує природа. Наприклад:

(Тема «Знаходження максимуму та мінімуму») Через пункт A , оточений з усіх боків лугами, проходить пряма шосейна дорога. Шосейною дорогою людина може рухатись зі швидкістю 5 км/год. , а лугом – 3 км/год. у будь-якому напрямку. Який маршрут має обрати людина, щоб якомога швидше потрапити з пункту A в пункт B , що знаходиться на відстані 13 км від пункту A і в 5 км – від дороги?

Розв'язання: З математичної точки зору учні повинні проєктувати найкоротший шлях, шукаючи оптимальний вихід. Нехай x – шлях, пройдений людиною по шосейній дорозі; $\frac{x}{5}$ - час у годинах, затрачений на ходьбу по шосейній дорозі;

$\sqrt{25 + (12 - x)^2}$ - шлях, що пройшла людина лугом; $\frac{\sqrt{25 + (12 - x)^2}}{3}$ - час, що

затратила людина на ходьбу лугом; $\min f(x) = \min \left(\frac{x}{5} + \frac{\sqrt{25 + (12 - x)^2}}{3} \right)$ при

$0 \leq x \leq 12$. Далі необхідно знайти похідну $f(x)$.

$$f'(x) = \left(\frac{x}{5} + \frac{\sqrt{25 + (12 - x)^2}}{3} \right)' = \left(\frac{x}{5} + \frac{(169 - 24x + x^2)^{\frac{1}{2}}}{3} \right)' = \frac{1}{5} + \frac{0,5(169 - 24x + x^2)^{\frac{1}{2}}}{3} \cdot (2x - 24) = \frac{1}{5} + \frac{x - 12}{3\sqrt{169 - 24x + x^2}}$$

Знайдемо критичні точки:

$$\frac{1}{5} + \frac{x - 12}{3\sqrt{169 - 24x + x^2}} = 0; \text{ звідки } 16x^2 - 384x + 2079 = 0, x^2 + 24x + 130 = 0.$$

Отже, $x_1 \approx 16$, $x_2 \approx 8$. Оскільки тільки критична точка $x \approx 8$ належить проміжку

$[0; 12]$, маємо $f(0) = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$; $f(8) \approx 3,77$; $f(12) = 4\frac{1}{15}$. (Відповідь: людина

швидше потрапить із пункту A до пункту B , якщо пройде шосейною дорогою 8 км)

На уроці алгебри (Тема «Графіки функцій»), повторивши графік квадратного тричлена та розглянувши характерні точки параболи, вчитель може запропонувати таку задачу: Чому вигідніше – щодо економії будівельних матеріалів, збереження лісів та деревонасаджувальних зон – будувати одноповерхові будинки з квадратною основою, ніж з основою у вигляді іншого прямокутника з таким самим периметром? (Відповідь: з усіх прямокутників з даним периметром найбільшу площу має квадрат)

Для кожної теми доцільно добирати задачі, пов'язані з навколишнім середовищем. Чимало таких задач можна скласти на визначення продуктивності

праці (Тема: «Графік $y = \frac{k}{x}$ »): Продуктивність праці робітника визначається

середнім часом, що необхідний для виготовлення однієї деталі, і так званим, повним (штучним) часом. Повний (штучний) час, затрачений робітником на

виготовлення однієї деталі складається з основного (машинного) часу, що його витрачають безпосередньо на точіння деталі, та допоміжного часу (встановлення і закріплення деталі), а також часу на обслуговування робочого місця. Машинний час визначають за формулою: $T = \frac{l}{ns}$, де l – довжина деталі,

мм; S – подача різця – величина переміщення різця за один оберт оброблювальної деталі, мм; n – число обертів шпинделя. Зрозуміло, формула показує, що машинний час можна зменшити за рахунок збільшення кількості обертів верстата, тобто застосування швидкісного різання; збільшення подачі, тобто застосування силового різання; одночасне використання швидкісного і силового різання.

Під час розв’язування подібних задач в учнів формується ставлення до текстових математичних задач як до дослідження реальних процесів математичними засобами, що сприяє посиленню прикладної спрямованості курсу математики. Бажано використовувати кожен можливість, щоб показувати і переконувати учнів в тому, що майже кожна задача може бути математичною моделлю деякої екологічної прикладної задачі. Саме тому доцільно розкривати практичне значення матеріалу, який вивчають; наближувати зміст текстової традиційної задачі до життєвих проблем; пропонувати учням розв’язувати задачі-розповіді; складати задачі за матеріалами екскурсій, спостережень або бесід про певну технічну деталь чи на основі ознайомлення з історичною довідкою; практикувати задачі з теоретичним навантаженням суміжних дисциплін; розкривати адекватні прикладні задачі з різними сюжетами, що мають однакову математичну модель.

Один із ефективних прийомів прикладного спрямування курсу математики – розкриття практичного значення матеріалу, який вивчають під час виконання учнями практичної роботи. Навчальний процес бажано будувати так, щоб учні відчували потребу в усвідомленні теоретичного матеріалу, а не тільки запам’ятовували записи готових теоретичних положень. Тільки за такої умови вони зможуть відчувати закономірності, що їх вивчають, і потребу в цих

знаннях для практичної діяльності. Осмислені відповідні практичні завдання допомагають учням збагнути цінність вивченого. Наприклад, при вивченні теми «Похідна як швидкість зміни функції» можна довести до свідомості учнів, що значну кількість задач на залежність між реальними величинами, яка відображає перебіг різних процесів, можна звести до знаходження похідної. У цьому випадку учні зрозуміють мету і практичне значення вивчення теми, в них виникне потреба вміння знаходити похідну [35].

У процесі навчання треба ілюструвати не тільки переклад текстових задач на математичну мову, а й навчати складати текстові задачі прикладного характеру за виразами, рівняннями, нерівностями, функціями, тобто наповнювати абстрактний зміст математичної задачі практичним змістом. У цьому разі є можливість показати учням, що певному звичному виразу може відповідати і безліч різних задач, а також навчити їх користуватися формальним математичним апаратом і розуміти зміст математичних виразів.

Пов'язувати розв'язування абстрактних екологічних задач з практичними можна в курсі алгебри, наприклад, під час вивчення теми: «Квадратні рівняння»:

- Заготовлено матеріал для побудови огорожі довжиною 116 м. Чи можна обгородити ним прямокутний загін, площа якого 480 м^2 ? Визначте сторони цього загону.
- За певний час завод мав випустити 480 машин. Перевиконуючи щодня план на 1 машину і працюючи на 1 день більше, завод випустив 59 машин понад план. Скільки машин, згідно з планом, мав випускати завод за 1 день?
- Велосипедист виїхав із села до міста дорогою, довжина якої 24 км, а повертався іншою дорогою, довжина якої 30 км. Незважаючи на те, що на зворотному шляху велосипедист їхав з більшою на 2 км/год швидкістю, він затратив часу на 6 хв. більше. З якою швидкістю повертався велосипедист?

На перший погляд здається, що це зовсім різні задачі. Різні вони як за структурою, так і за методом розв'язування. Проте всі вони зводяться до

розв'язування рівняння $x^2 - 58x + 480 = 0$. Дійсно, умови задач математичною мовою відповідно можна перекласти таким чином:

$$62 \cdot \frac{480}{x} + x = 58,$$

$$63 \cdot \frac{480}{x} + 1 = \frac{480 + 59}{x + 1},$$

$$64 \cdot \frac{24}{x} + \frac{1}{10} = \frac{30}{x + 2},$$

де x – швидкість велосипедиста під час руху із села до міста. Тобто ми маємо справу із математичними моделями відповідних екологічних задач. Обидва корені, які ми отримаємо при розв'язуванні квадратного рівняння ($x_1 = 10$, $x_2 = 48$) є відповідями до задач і мають зміст.

Наведемо приклади задач екологічної спрямованості з інших тем [34]

Алгебри 11 класу:

(Тема: «Елементи комбінаторики. Елементи теоретичної ймовірності»)

- Для перевірки насіння клена-явора на схожість члени учнівського лісництва посіяли 4 сотні насіння, окремо одна від одної. З першої сотні зійшло 92 насіння, з другої – 93, з третьої – 89, з четвертої – 91. Знайти середню схожість насіння.
- Ймовірність того, що з узятої навмання зернини виросте колос, який має не менше ніж 50 зерен, дорівнює 0,6. Знайдіть ймовірність того, що з узятих навмання 10 зерен виросте хоча б один колос, який має не менше ніж 50 зернин?
- Членами учнівського лісництва перевіряється шість типів мінеральних добрив, їм потрібно провести кілька дослідів з вивчення загального впливу будь-якої трійки добрив. Для кожного дослідів береться ділянка 0,25 га. На якій площі проводиться все дослідження?
- Рибаки хотіли визначити кількість риби в ставку, придатної для виловлювання. Для цього вони закинули сітку з наперед заданими розмірами вічок і, витягнувши її, виявили 25 рибин. Позначивши кожну з них міткою, вони викинули усю рибу назад у ставок. Наступного дня вони

знову закинули ту саму сітку у тому ж місці і спіймали 30 рибин, на двох з яких були їхні мітки. Яка приблизна кількість рибин у ставку, придатних до вилову?

(Тема: «Інтеграл та його властивості»)

- Знайти площу поперечного каналу для зрошування, висотою 0,6 м і шириною 1 м, що має форму параболічного сегмента.
- Для підгодовування звірів взимку склали копицю сіна форми прямого кругового циліндра з конічним верхом. Довжина кола основи циліндра 20,5 м, висота копиці – 3,2 м, а висота циліндричної частини – 2 м. Знайдіть масу заготовленого сіна, якщо його густина $0,03 \text{ г/м}^3$.
- Канавокопач риє тимчасово зрошувальні канали трикутного профілю глибиною 0,3 м і шириною у верхній частині 0,9 м. Визначте довжину каналу, проритого за 4 години роботи, якщо за цей час машина виймає 300 м^3 землі.

11 клас. Геометрія.

(Тема: «Об'єми геометричних тіл»)

- Щорічно до Світового океану потрапляє до 10 млн. т нафти. Визначте об'єм цього забруднювача і обчисліть скільки морської води позбавляється при цьому кисню, якщо один літр розливої нафти перекриває доступ кисню до 40 тис. л морської води.
- Одна тона нафти вкриває плівкою 6 кв. км поверхні океану. Визначте товщину утвореної плівки.

Приклад уроку з алгебри в 11 класі

Тема уроку: Елементи комбінаторики. Розв'язування комбінаторних задач.

Вид уроку: Лекційно-практичне.

Тип уроку: Повідомлення і засвоєння нових знань, формування вмінь та навичок.

Мета уроку: Ознайомити учнів з елементами комбінаторики, а саме з перестановками, розміщеннями, комбінаціями. Пояснити

основні правила для розв'язування комбінаторних задач. Узагальнити та систематизувати знання по темі «Елементи теорії ймовірностей».

Розвиваюча: Розвивати в учнів креативне і нестандартне мислення, допомагати знаходити прості шляхи виходу із ситуації. Розвивати логічне та абстрактне мислення, математичну культуру мовлення, вміння аналізувати, систематизувати та узагальнювати факти, робити висновки.

Виховна: Виховувати в учнів працелюбність, зібраність, організованість, вимогливість до себе. Сприяти вихованню самостійності, наполегливості у пізнанні нового, уміння чітко формулювати і відстоювати свою думку.

Методи: Інформаційно-розвивальні, проблемно-пошукові, творчо продуктивні.

Матеріально-технічне забезпечення: комп'ютер, мультимедійний проектор.

Література:

Основна

1. М.І. Шкіль. Алгебра і початки ан.10-11 клас. – К.: «Зодіак-еко», 1995. – р.12, §2-§3.
2. Є.П. Нелін, О.Є. Долгова. Алгебра і початки ан.11 клас. – Харків: Світ дитинства, 2006. – р. 3, §18.
3. А.Г. Мерзляк. Алгебра 11 клас. – Харків:«Гімназія», 2011. – §5 (п.30-п.31).

Додаткова

1. П.Л. Свердан. Вища математика. – К.: Знання, 2008. – р. 8, §8.1-§8.3.
2. М.В. Богомоллов. Практичні заняття з математики. – К.: Вища школа, 1983. – р. 16, §2.

Структура і хід уроку

1. Організаційна частина (2 хв.)

Привітання, перевірка наявності і підготовки учнів до уроку.

2. Актуалізація опорних знань учнів і мотивація навчальної діяльності:

(6 хв.)

1. Предмет теорії ймовірностей. Класифікація подій.
2. Алгебра подій. Властивості операцій додавання і множення подій.
3. Класичне і статистичне означення ймовірності події. Властивості ймовірності.

3. Повідомлення теми, змісту уроку (2

хв.)

4. Пояснення нового матеріалу (25

хв.)

Комбінаторика – розділ математики, в якому вивчаються способи вибору і розміщення елементів деякої скінченної множини на основі певних умов. Вибрані (або вибрані і розміщені) групи елементів називаються сполуками.

Якщо всі елементи заданої впорядкованої множини різні – дістаємо перестановки без повторень, а якщо в заданій множині елементи повторюються, то дістаємо перестановки з повтореннями.

Означення. Перестановкою з n елементів називається будь-яка впорядкована множина з n елементів.

Інакше кажучи, це така множина, для якої указано, який елемент знаходиться на першому місці, який – на другому, ..., який – на n -му.

$$P_n = n!$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Приклад. Скільки різних шестизначних чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при умові, що цифри в числі не повторюються?

Розв'язання. Кількість чисел буде дорівнювати числу перестановок з шести елементів:

$$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

Приклад. Кур'єр повинен рознести пакети в 7 різних установ. Скільки маршрутів він зможе вибрати.

Розв'язання. Кількість маршрутів буде дорівнювати числу перестановок з семи елементів:

$$P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$

Означення. Розміщенням з n елементів по k називається будь-яка впорядкована множина з k елементів, складена з елементів n – елементної множини.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$$

Приклад. Скільки різних тризначних чисел можна скласти з цифр 1, 2, 4, 5, 6, 7, якщо цифри в числі не повторюються.

Розв'язання. Кількість тризначних чисел дорівнює числу розміщень з шести елементів по три:

$$A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$$

Приклад. Скільки різних трицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, якщо цифри в числі не повторюються.

Розв'язання. Кількість трицифрових чисел, які можна скласти з семи цифр, дорівнює числу розміщень із семи елементів по три, тобто A_7^3 .

Але серед даних цифр є цифра 0, з якої не може починатися трицифрове число. Кількість таких чисел буде дорівнювати числу розміщень із шести елементів по два:

$$A_7^3 - A_6^3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 - 6 \cdot 5 = 180$$

Означення. Комбінацією з n елементів по k називається будь-яка k – елементна підмножина, складена з n – елементної множини.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}$$

Деякі властивості числа комбінацій без повторень:

$$C_n^0 = C_n^n = 1$$

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

Приклад. Із класу, що складається з 25 учнів треба вибрати 3 на чергування. Скількома способами це можна зробити?

Розв'язання. Кількість способів дорівнює числу комбінацій з 25 елементів по 3.

$$C_{25}^3 = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{3!} = 2300$$

Приклад. Під час зустрічі 16 осіб потисли один одному руки. Скільки всього зроблено рукостискань?

Розв'язання. Кількість рукостискань дорівнює числу комбінацій з 16 елементів по 2.

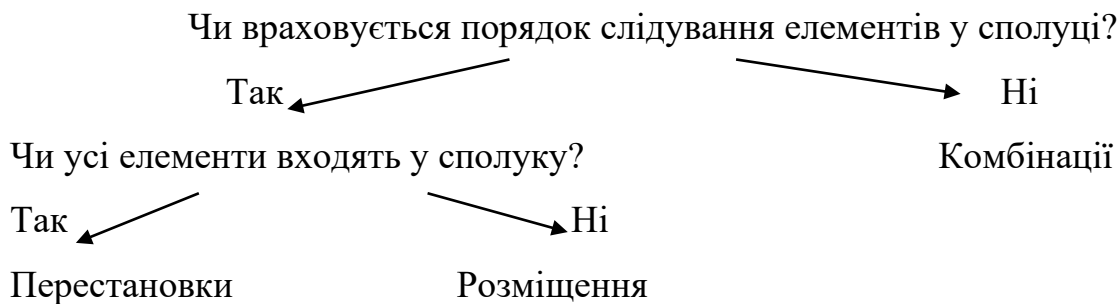
$$C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2!} = 120$$

Розглянемо схему розв'язування комбінаторних задач. Спочатку вибираємо правило.

Правило суми. Якщо елемент А можна вибрати m способами, а елемент В n способами, то елемент А або В можна вибрати $(m + n)$ способами.

Правило добутку. Якщо елемент А можна вибрати m способами, а після елемент В - n способами, то елемент А і В можна вибрати $(m \cdot n)$ способами.

Вибір формули



Комбінаторні задачі для закріплення даної теми:

Задача 1. Скількома способами можна розділити 20 підручників з фізики між 18 учнями?

Розв'язання. Кількість способів буде дорівнювати числу комбінацій з 20 елементів по 18.

$$C_{20}^{18} = C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{2!} = 190$$

Задача 2. Із вази, у якій 10 різних яблук і 5 різних груш, потрібно вибрати 3 яблука і 2 груші. Скількома способами це можна зробити?

Розв'язання. Кількість способів буде дорівнювати добутку числа комбінацій з 10 елементів по 3 і 5 елементів по 2.

$$C_{10}^3 \cdot C_5^2 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2!} = 120 \cdot 10 = 1200$$

Задача 3. Студент пам'ятає, що телефон його товариша закінчується цифрами 2, 3, 4, 5, але забув, у якому порядку вони розміщені. Укажіть, яке найбільше число варіантів, яке йому доведеться перебрати, щоб додзвонитися товаришу?

Розв'язання. Кількість способів буде дорівнювати числу розміщень з 10 елементів по 4.

$$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

Задача 4. Скільки серед чотирицифрових чисел, складених із цифр 3, 5, 7, 9 без повторення, є таких, які: а) починаються з цифри 3; б) кратні 5?

Розв'язання. а) кількість чисел, які починаються з цифри 3, буде дорівнювати числу перестановок з 3 елементів.

$$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

б) кількість чисел кратних 5 буде дорівнювати числу перестановок з 3 елементів.

$$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

5. Підсумки роботи учнів (5 хв.)

Підведення підсумків уроку. Аналіз загальної активності учнів.

6. Домашнє завдання (5 хв.)

1. М.І. Шкіль. Алгебра і початки ан.10-11 клас. – К.: Зодіак-ЕКО, 1995. – р.12, §2-§3, стр.445, №17, №18.

2. Є.П. Нелін, О.Є. Долгова. Алгебра і початки ан.11 клас. – Харків: Світ дитинства, 2006. – р.3, §18, С. 238, №5-№7.

Даний приклад показує, що таку складну для учнів тему як тема «Елементи комбінаторики. Розв'язування комбінаторних задач» можна пояснювати на елементарних математичних задачах, а після її засвоєння

запропонувати учням цікаві задачі екологічного змісту, чим продемонструвати практичну значущість теми, прищепити певні екологічні знання та посилити інтерес до вивчення математики.

РОЗДІЛ 4. ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ ТА СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ЙОГО РЕЗУЛЬТАТІВ

В якості показників сформованості екологічних переконань учнів були вибрані:

- 1) наявність екологічних знань;
- 2) рівень розвитку мотивації природоохоронної діяльності.

Педагогічний експеримент було проведено з учнями 10-11 класів гімназії № 9 ім. О.М. Луценка м. Черкаси та середніх загальноосвітніх шкіл Черкаської області.

У відповідності з планом експериментальної роботи перший зріз констатуючого експерименту був спрямований на виявлення інтелектуального показника сформованості екологічних переконань школярів. З цією метою дослідженню піддавалось 224 учнів, з них 108 – в десятих класах, 116 – в одинадцятих класах. Об'єми даних спостережень дозволяють говорити про достовірність одержаних результатів.

Вивчення стану екологічних і природоохоронних знань учнів проводилось за допомогою спеціальних завдань, розроблених для даного експерименту, з урахуванням наступного: так як основна задача школи полягає в здійсненні підготовки підростаючого покоління до життя та праці, то особливу цінність становлять не знання самі по собі, а вміння їх використовувати в конкретних ситуаціях. В зв'язку з цим, важливо виявити не знання, як такі, а вміння ними керуватися в практичній діяльності.

Тому зміст завдань вимагав від учнів розуміння необхідності прийняття мір, спрямованих на оптимізацію взаємовідносин між суспільством і природою. По наявності наведених пояснень у відповідях учнів, які вони давали на поставлені запитання, ми судили, наскільки свідомо розуміється ними нинішній стан взаємодії суспільства і природи і які можливі шляхи його зміни в сторону

зменшення негативних наслідків. Нижче наводяться запитання, включені в завдання.

1. Зараз в економіці нашої країни важливого значення набуває зниження металоємності продукції, економна витрата сировини, палива, енергії, води, мінеральних добрив та інших матеріалів. Як Ви рахуєте, чи пов'язана ця задача з охороною природи? Чому? Доведіть на конкретному прикладі довільного з наведених в переліку природних ресурсів. Яка Ваша участь у цій справі?
2. У деяких господарствах на 1 га сільськогосподарських угідь вносять високі дози (400-500 кг) діючих поживних речовин. Чому такі дози вважаються невиправданими ні з економічного, ні з екологічного боку? Наведіть конкретні приклади. При цьому потрібно врахувати, що під зернові, картоплю, капусту вносять відповідно 60-90 кг діючих поживних речовин.
3. Чому виникла необхідність в прийнятті рішення про заходи, що забезпечують зменшення шкідливого впливу транспорту на навколишнє середовище? Обґрунтуйте свою думку прикладами, використовуючи для цього будь-який вид транспорту. Як можуть допомогти збереженню чистоти атмосферного повітря учні?
4. Газета «Зелена планета» (28.01.2001 р.) опублікувала дані:
 - кожне третє дерево, заготовлене у країні, губиться, викидається або спалюється;
 - ми виготовляємо паперу, картону, целюлози у 5-6 разів менше, ніж технічно розвинені країни (з розрахунку на 1 тис. м³);
 - четверта частина з 30 млн. м³ використовуваних відходів спалюється і тільки 45 % використовується на технологічні потреби;
 - з 83 млн. м³ деревних відходів, які щорічно утворюються в народному господарстві, використовуються з технологічною метою трохи більше 30.

Прокоментуйте дану інформацію з екологічної, економічної, морально-етнічної позицій. Складіть свою програму ліквідації цих негативних явищ.

5 На полях України від сільськогосподарської техніки гине до 60-70 % всього поголів'я зайченят, багато виводків птахів. В цілому загибель дичини при сільськогосподарських роботах в 7 разів перевищує об'єм добування її мисливцями. Звідки потрібно розпочинати збирання зернових з поля, що прилягає до лісу? Як можуть допомогти врятувати тварин школярі?

При виконанні даних завдань учням було запропоновано орієнтуватися на наступний план відповіді: 1 – відповідь на запитання; 2 – чим зумовлений вибір такої відповіді; 3 – ілюстрація відповіді конкретним прикладом.

Для визначення стану розвитку інтелектуального компонента екологічних переконань необхідно було виявити наявність в кожного учня екологічних знань. Уявлення про це давала узагальнена картина відповідей на всі запитання запропонованого завдання. Для її отримання було введено оцінювання кожної відповіді на запитання за трьохбальною шкалою (з розрахунку на висвітлення кожного пункту плану – один бал). Так як завдання включало п'ять запитань і відповідь на кожне оцінювалась по запропонованій вище шкалі, виявилось доцільним виділити п'ять рівнів розвитку інтелектуального компонента екологічних переконань:

1. Першому, самому низькому рівню, відповідала повна відсутність екологічних знань.

2. Область визначення другого рівня знаходилась між 0 і 5 балами. В учнів з таким рівнем розвитку екологічних знань їх наявність виражена слабо ($0 \leq x \leq 5$).

3. Для третього рівня засвоєння екологічних знань характерне вміння дати відповідь на поставлене запитання і в деяких випадках обґрунтувати її. Область визначення даного рівня знаходиться в межах $5 < x < 10$.

4. Відповіді учнів з четвертим рівнем засвоєння екологічних знань характеризуються вмінням науково обґрунтовувати явища і в більшості випадків підтверджувати загальні положення конкретними прикладами, область визначення даного рівня $10 \leq x \leq 14$.

5. В учнів з п'ятим рівнем інтелектуальний компонент екологічних переконань виражений яскраво. Його наявність проявляється в максимально повних відповідях на всі запитання. З врахуванням можливих відхилень (5 %) область його визначення знаходиться між 14 і 15 балами ($14 < x < 15$).

Особливості запропонованого нами оцінювання екологічних знань учнів і виявлення на основі цієї процедури рівнів розвитку інтелектуального компонента екологічних переконань дозволили припустити, що забезпечити формування даного виду переконань можуть тільки значення не нижче четвертого рівня. Отже, показником формування інтелектуального компонента екологічних переконань можуть виступати IV і V рівні його розвитку.

Результати математичної обробки відповідей, даних учнями гімназії на початку експерименту наведені в таблиці 4.1 та рис. 4.1.

Таблиця 4.1.

Результати експериментального зрізу по вивченню стану екологічних і природоохоронних знань учнів

Рівні знань	10 клас		11 клас	
	Кількість учнів	Кількість учнів в (%)	Кількість учнів	Кількість учнів в (%)
I	0	0	0	0
II	51	48	35	30
III	48	44	70	60
IV	9	8	9	8
V	0	0	2	2

Аналіз одержаних результатів дозволив дати характеристику стану екологічних знань школярів кожного з представлених класів. Як бачимо, в учнів всіх вікових груп є екологічні знання. Про це свідчить той факт, що повна їх відсутність, якій відповідає перший рівень, не зафіксована в жодному з обстежених класів. Проте характерним для цього масиву є недостатня глибина

цих знань, що підтверджується даними останнього горизонтального рядка таблиці 4.1, де показано, що ні одне з використаних десятикласниками завдань не відповідало п'ятому рівню, для якого характерним є вміння користуватися екологічними знаннями при доведенні тих чи інших положень.

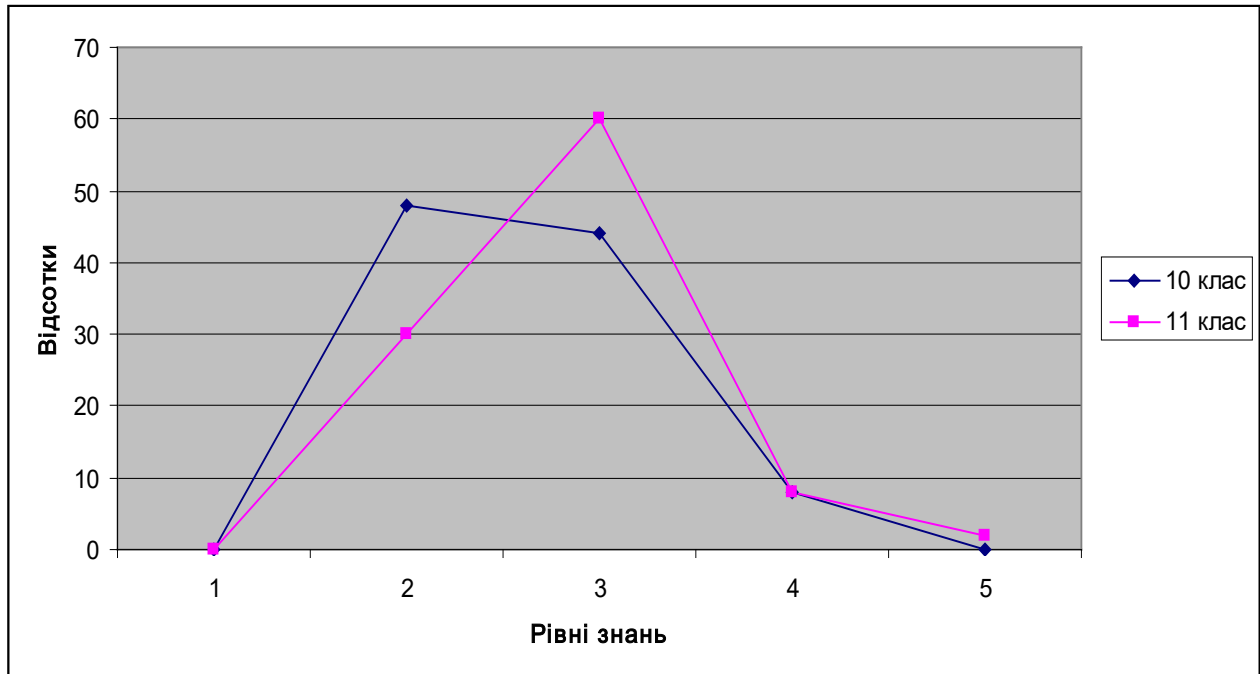


Рис. 4.1. Показник (%) екологічних і природоохоронних знань учнів в 10-х та 11-х класах на початку експерименту

В одинадцятому класі із 116 перевірених робіт такому рівню відповідало тільки десять, що становить тільки 2 % від загальної кількості виконаних завдань. Але, не дивлячись на те, що в усіх класах стан екологічних і природоохоронних знань знаходиться між 2-м і 4-м рівнями, становище в кожному з класів не було рівнозначним. Про це свідчить наступне:

- більше значення рівня екологічних та природоохоронних знань учнів в одинадцятих класах припадає на третій, більш високий рівень, тоді як в десятих класах для більшості відповідей найбільш характерним є другий рівень;
- кількість учнів з 2-м рівнем засвоєння знань зменшується з 48% в десятому до 30% в одинадцятому класах;
- кількість учнів з 3-м і 4-м рівнями засвоєння збільшується відповідно з 52% в десятих до 68 % в одинадцятих класах.

Отже, стан екологічних і природоохоронних знань учнів 10 і 11 класів відрізняється між собою і свідчить про збільшення об'єму цих знань при переході з десятого в одинадцятий класи.

Проте, одержаний розподіл учнів за рівнями засвоєння екологічних і природоохоронних знань не може бути основою для твердження про те, що в 10 і 11 класах необхідна теоретична база для екологічних переконань є в наявності. Для початку процесу формування даної якості особистості є наявність екологічних і природоохоронних знань не нижче четвертого рівня.

Як видно з таблиці 4.1, в десятому класі такого стану у більшості учнів не спостерігається. Наведені в таблиці 4.1 статистичні дані (8% – в десятих, 10% – в одинадцятих класах) не можуть бути показниками сформованості екологічних переконань в школярів. Таким чином, результати першого експериментального зрізу виявили стан екологічних і природоохоронних знань не достатнім для того, щоб забезпечити науково обґрунтований вибір форм поведінки в природі, які відповідають бережливому відношенню до неї.

Ціллю другого експериментального зрізу було визначення стану мотивації природоохоронної діяльності учнів, яку ми розглядаємо як основний показник сформованості екологічних переконань.

При розробці методики виявлення стану розвитку мотивації природоохоронної діяльності школярів використовувалися наступні положення, що знайшли відображення в працях психологів та педагогів:

1. Вибір того чи іншого рішення в запропонованій конкретній ситуації може бути визначений як тільки особистими (намагання звернути на себе увагу однокласників, бажання уникнути неприємностей з боку батьків, можливість отримати добру характеристику) або суспільними (відповідальність за класний колектив), так і природоохоронними, які в цілях дослідження виділені з числа суспільних мотивів. В число природоохоронних мотивів при цьому входять: патріотичні, гуманістичні, естетичні, науково-пізнавальні, економічні, санітарно-гігієнічні (І.Д. Зверев, Б.Г. Йогансен).

2. У відповідності з ідеями про сутність мотивації її стан характеризується динамічними і статичними властивостями. До статичних характеристик відносяться: склад, структура, спрямованість і усвідомленість мотивації. Динамічними характеристиками є енергія і дієвість мотивації.
3. Переведення внутрішніх якостей особистості в кількісну форму можна здійснити за допомогою шкалювання. Цей соціологічний метод дозволяє відобразити ті чи інші суб'єктивні характеристики у вигляді певної шкали, за допомогою якої можна не тільки зафіксувати стан мотивації природоохоронної діяльності, але і прослідкувати її зміну в часі.

В експерименті по виявленню другого показника екологічних переконань прийняло участь 240 школярів. З них: 112 – десятих і 128 – одинадцятих класів.

Визначення стану мотивації природоохоронної діяльності проводилось за системою спеціальних завдань:

Анкета для учнів по виявленню мотивації їх природоохоронної діяльності.

Завдання 1. Склад мотивації

Запитання: Що спонукає Вас брати участь в заходах з охорони природи (догляданні лісопарків та лісів, збиранні металобрухту, насадженні дерев)?

1. Намаганні уникнути неприємностей у випадку відмови.
2. Можливість завоювати доброю роботою авторитет і визнання в однокласників.
3. Намагання одержати добру оцінку з поведінки або заробити добру характеристику.
4. Почуття зв'язку з класом. Люблю працювати з колективом.
5. Намагання звернути на себе увагу вчителів.
6. Почуття відповідальності за свій клас.
7. Усвідомлення того, що такі заходи приносять значну економічну користь державі.
8. Думка про те, що такі заходи сприяють оздоровленню мікроклімату в місті.
9. Бажання бачити місто (село) чистим і гарним. Від бачення цього одержую задоволення.

10. Можливість обличчям до обличчя зіткнутись з природою. Побачити вивчені на уроках процеси в житті, більше дізнатись про них.
11. Почуття відповідальності перед природою, можливість усвідомити свою причетність до загальної справи охорони природи.
12. Почуття жалю до природи, усвідомлення того, що сьогодні вона перебуває в небезпеці і потребує допомоги і захисту.

Завдання 2. Структура мотивації

Запитання: Як Ви пояснюєте свою поведінку на такого роду заходах?

1. Звичайно працюю як всі, так як не бачу в цьому особливої користі.
2. Працюю так собі, не хочу відрізнятись від інших.
3. Працюю добре, оскільки незадовільна робота може відбитися на відношенні вчителя до мене.
4. Працюю добре, так як люблю працювати фізично.
5. Працюю добре, так як соромно перед класом.
6. Працюю добре, так як про погану роботу можуть повідомити батькам .
7. Намагаюсь працювати добре, так як розумію, що подібні заходи дозволяють зекономити природні ресурси планети.
8. Працюю на совість, так як розумію, що від цього залежить здоров'я оточуючих людей, адже чистота – запорука здоров'я.
9. Працюю добре, оскільки мені приємно дивитися на результати своєї праці. Чисті вулиці, газони – все це радує око.
10. Працюю добре, бо мені цікаво під час роботи відкривати невідомі сторони природних явищ, тим самим пізнавати природу.
11. Намагаюсь працювати якомога краще, бо в цьому бачу всій обов'язок перед природою та людством, яке не завжди вдячно до неї відноситься.
12. Намагаюсь працювати добре, тому що мені шкода дивитися на поламані дерева, розкидані кілограми паперу. Адже це не тільки забруднення природи, а й погіршення життя її мешканців.

Завдання 3. Усвідомлення мотивації

Запитання: Що Ви зробили б у випадку, коли, перебуваючи на березі річки, побачили, як із заводської труби в неї зливаються забруднені води?

1. Проїшов би мимо, бо це мене не стосується.
2. В душі обурився б, але промовчав би, тому що справі не допоможеш обуренням.
3. Висловив би обурення товаришу, з надією отримати схвалення.
4. Обурився б в зв'язку з тим, що ніде буде купатися влітку.
5. Повідомив би в школу з надією отримати підтримку з боку вчителів.
6. Намагався б розвинути активну діяльність по припиненню подальшого забруднення, мріючи про те, що це буде враховано в особовій справі.
7. Спробував би прийняти рішучі заходи по ліквідації зливання забруднених вод, бо при цьому втрачається багато цінних речовин і економічні втрати вимірюються в мільйонах гривень.
8. Написав би в газету з метою привернути увагу громадськості до цього факту. При цьому намагався б довести, що подальше зливання забруднених вод може призвести до захворювання людей, що користуються річковою водою.
9. Попросив би батьків допомогти в ліквідації цього забруднення природи, тому що не можу спокійно дивитись на те, як спотворюється річковий ландшафт.
10. Пішов би до директора заводу з вимогою припинити подальше зливання вод, мотивуючи терміновість виконання такого рішення тим, що забруднені води викликають у водоймищі необоротні екологічні процеси.
11. Звернувся б в профспілковий комітет заводу, так як відчуваю в цьому свій обов'язок, свою відповідальність перед природою, перед наступними поколіннями за загублену флору і фауну.
12. Намагався б прийняти рішучі заходи, так як мені шкода мешканців водоймища, які приперчені на вимирання через таке жорстоке відношення до природи.

Завдання 4. Спрямованість на способи діяльності

Запитання: Чи вважаєте Ви роботу по охороні природи серйозною і цікавою?

1. Ні, не вважаю.
2. Так, тому що всі так говорять.
3. Так, бо в окремих випадках вона вимагає сміливості і ризику.
4. Ні, хіба може бути така робота привабливою і цікавою.
5. Так, тому що нас в цьому переконують вчителі.
6. Серйозною вважаю, але цікавою – ні.
7. Так, бо успішне її проведення може виявитися більш корисним, ніж введення в експлуатацію нових родовищ, що приводить до скорочення багатьох видів корисних копалин.
8. Так, тому що необхідність її здійснення пов'язана з погіршенням умов існування людини.
9. Так, тому що проведення природоохоронних заходів повертає природі втрачену чарівність і привабливість.
10. Так, тому що така робота веде до збереження природи, залишаючи тим самим можливість її подальшого пізнання.
11. Так, тому що вона вимагає використання самих нових наукових досягнень. Такий підхід необхідний для збереження природи в інтересах майбутніх поколінь.
12. Роботу по збереженню всього живого не можна рахувати несерйозною. Адже заради життя кожної квітки, кожної пташки не можна виконувати її без цікавості і захоплення.

Завдання 5. Спрямованість на зміст діяльності

Запитання: Чим Вас приваблює природоохоронна діяльність?

1. Не приваблює нічим.
2. Тим, що немає строгого обліку роботи.
3. Тим, що можна доброю або поганою роботою швидше звернути на себе увагу однокласників.
4. Приємно працювати з усім класом, виконуючи спільну справу.

5. Можна змінити до себе відношення вчителів.
6. Можна повеселитись, отримати задоволення від фізичної праці.
7. Тим, що вона приносить велику економічну користь державі.
8. Тим, що в її процесі можна самому покращити своє здоров'я і створити умови для покращення здоров'я оточуючих.
9. Тим, що приємно бачити результати своєї праці.
10. Тим, що вона вимагає творчого підходу.
11. Тим, що її здійснення необхідне для покращення умов життя на Землі. В її процесі відчуваєш гордість за людей, за їх хороші справи.
12. Тим, що приємно усвідомлювати, що твоя робота комусь потрібна, хтось чекає твоєї допомоги.

Завдання 6. Енергія мотивації

1. Чи пробуджується у Вас інтерес до екологічної інформації, якщо вона актуальна?
2. Ви цікавитесь екологічною інформацією тільки з примушення вчителя?
3. Вас цікавить екологічний матеріал тільки в залежності від настрою?
4. Часто у Вас з'являється потреба в самостійному збагаченні особистого досвіду екологічною інформацією?
5. Обмежується Ваш інтерес до екологічної інформації тільки її прослуховуванням?
6. Виникає у Вас потреба поділитись з товаришами чи рідними своїми думками про повідомлення екологічного характеру?
7. Чи виникає у Вас почуття жалю при баченні того, що деякі ваші сусіди викидають в сміття такі речі, як порожні пляшки, жерстяні банки і ін.?
8. Не задумувались Ви над тим, чому гучна музика, яку Ви любите слухати, може шкодити здоров'ю оточуючих?
9. Чи не з'явилась у Вас думка зробити зауваження людині, яка викидає на тротуар непотрібний їй пакувальний папір?
10. Спостерігаючи за якими-небудь природним явищем (листопад, снігопад) не з'явилось у Вас бажання докопатись до причин його виникнення?

11. Чи не виникає у Вас почуття сорому за поведінку інших людей, коли прогулюючись на березі річки, Ви зустрічаєте на кожному кроці обвуглені згарища, поламани дерева?

12. Чи не стає Вам шкода поламаних дерев, зірваних і викинутих квітів?

Завдання 7. Дієвість мотивації

1. Часто Вам потрібно нагадувати, щоб Ви бережливо відносились до природи?
2. Буває у Вас так, що йдучи додому і побачивши розлитий бензин, у Вас виникає бажання вилаяти водія, який це зробив?
3. Чи завжди у Вас буває так, що побачивши хлопчика, який руйнує пташине гніздо, Ви припиняєте його подальші дії?
4. Чи буває у Вас так, що зібравшись потанцювати, Ви, не дивлячись на прохання друзів збільшити гучність звуку, в пізній час не робите цього?
5. Чи буває у Вас так, що коли мама ставить повний чайник на плиту, бажаючи напоїти Вас чаєм, Ви робите їй зауваження і зливаєте воду, залишаючи тільки необхідну їй кількість?
6. Чи буває у Вас так, що побачивши воду, яка витікає з крана, Ви швидше закручуєте кран?
7. Чи трапляється з Вами таке, що лампочка, яка горить вдень на вулиці, викликає у Вас обурення?
8. Чи трапляється з Вами таке, що побачивши людину, яка йде по газонах, Ви робите їй зауваження?
9. Змогли б Ви переконати свого товариша в тому, що їздити на мопеді з не відрегульованим двигуном не можна, тому що це небезпечно для здоров'я оточуючих?
10. Якщо Ви зустрічаєтесь з вибором піти в кіно, прогулятися з друзями чи займатися природоохоронною роботою, то чи часто Ви надаєте перевагу останній?
11. Змогли б Ви зробити зауваження людині, яку глибоко поважаєте, яка під час відпочинку на природі намагалася б розвести багаття в недозволеному місці?

12.Звернув би Вашу увагу на себе той факт, що відпочиваючі везуть з собою великі букети польових квітів? Змогли б Ви переконати їх в недоцільності такої поведінки?

Результати математичної обробки експериментального матеріалу на початку експерименту наведені в таблиці 4.2. та на рис. 4.2. Вони свідчать про певну тенденцію в зміні співвідношення кількості учнів з високими рівнями (IV, V) і низькими рівнями (I, II) мотивації природоохоронної діяльності в десятих та одинадцятих класах, яка проявляється в зниженні природоохоронної спрямованості в мотиваційній сфері учнів десятих та одинадцятих класів.

Наявність такої тенденції підтверджується тим фактом, що кількість учнів з високими рівнями мотивації в десятих класах становить 14 % , а в одинадцятих – 6%.

Таблиця 4.2.

Результати експериментального зрізу по виявленню рівнів мотивації природоохоронної діяльності школярів

Рівні мотивації	10 клас		11 клас	
	Кількість учнів	Кількість учнів (в %)	Кількість учнів	Кількість учнів (в %)
I	16	14	23	18
II	21	18	44	34
III	60	54	54	42
IV	13	12	6	5
V	2	2	1	1

Порівняння цих даних дозволяє говорити про різке зменшення кількості учнів з високими рівнями мотивації в десятих і одинадцятих класах. Спроби визначити значення рівня мотивації призвели до того, що найбільш характерним для учнів десятих і одинадцятих класів є третій, достатньо низький рівень.

Пояснення ситуації може бути наступним: в молодшому віці авторитет вчителя є неперевершеним. Всі вказівки, що виходять від педагогів відносно того, як потрібно вести себе в природі, приймаються учнями на віру і здобувають певне місце в мотивації цього виду їх діяльності. При переході ж до старшого віку в учнів розвивається критичне відношення до порад дорослих, в силу якого у виборі тих чи інших форм поведінки в природі вони починають керуватися самостійними поглядами на проблему. І в разі недостатчі власних аргументів на користь прийняття певних рішень, не завжди дана зі сторони вказівка грає керівну роль в мотивації поведінки. Відбувається ніби переоцінка цінностей, яка в нашому випадку проявилася в зниженні рівнів мотивації природоохоронної діяльності в учнів десятих і одинадцятих класів.

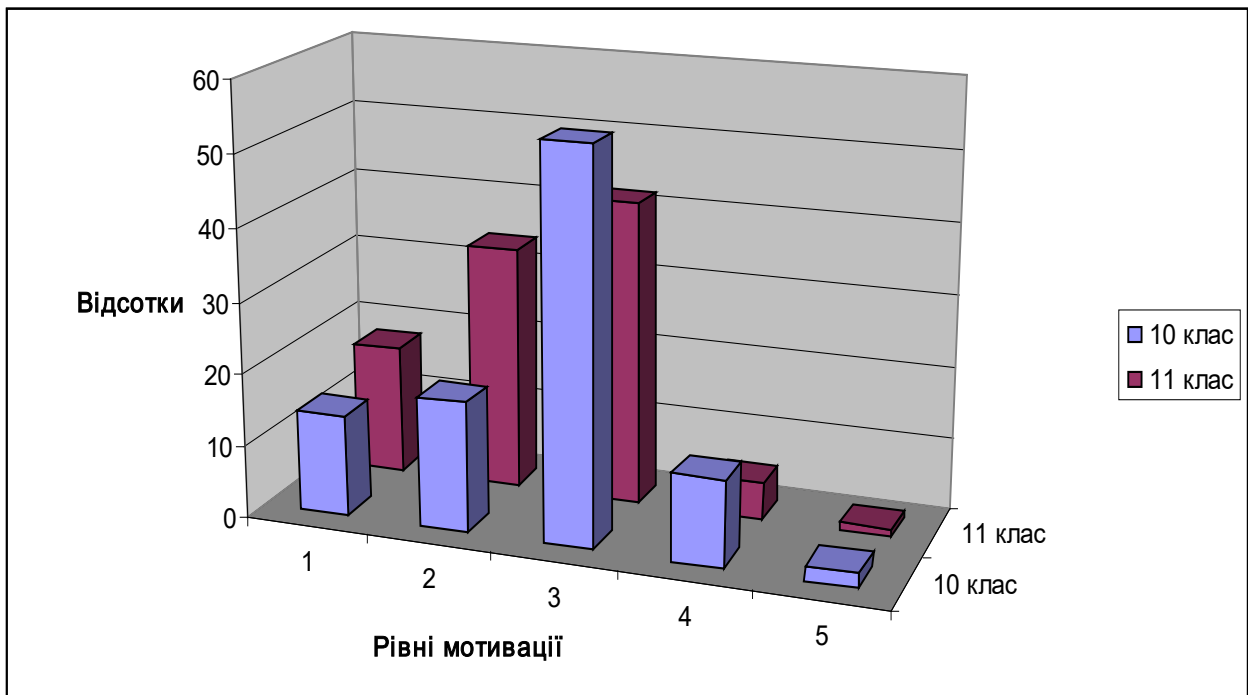


Рис. 4.2. Показники рівнів мотивації природоохоронної діяльності школярів у 10-х та 11-х класах на початку експерименту

Наведені результати другого експериментального зрізу стали основою для вибору вікової групи учнів для навчального експерименту. Посилаючись на дані психологів про те, що формування переконань можна розпочинати з підліткового шкільного віку, і враховуючи те, що в десятих класах відбувається зниження рівнів мотивації природоохоронної діяльності, обрано для навчання за експериментальною методикою учнів 10 і 11 класів. Певний інтерес для

дослідження становив розподіл природоохоронних мотивів по їх значущості для учнів при виборі форм поведінки в природі.

Одержані в результаті обробки анкетних даних ранги природоохоронних мотивів наведені в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3.

Ранги природоохоронних мотивів по наданню їм переваги учнями

Результуючий ранг	10 клас		11 клас	
	Мотиви	Сума рангів	Мотиви	Сума рангів
I	гуманістичні	1425	гуманістичні	1421
II	патріотичні	1537	патріотичні	1534
III	естетичні	1622	естетичні	1605
IV	санітарно-гігієнічні	1802	санітарно-гігієнічні	1729
V	економічні	1834	економічні	1923
VI	пізнавальні	1923	пізнавальні	2015

Як бачимо, в наведеному визначенні рангів природоохоронних мотивів прослідковується збереження тенденції розподілу думок учнів десятих, одинадцятих класів відносно мотивів, спонукаючи їх до діяльності з охорони природи. Звертає на себе увагу той факт, що в системі внутрішніх сил поведінки школярів економічний мотив природоохоронної діяльності займає одне з останніх місць.

Аналізуючи все вище сказане, можна зробити висновок про те, що в значної частини школярів екологічні переконання несформовані. Про це свідчить: низький рівень екологічних і природоохоронних знань в учнів 10, 11 класів і зниження мотивації природоохоронної діяльності школярів при переході їх з десятого в одинадцятий клас. Причину нестійкості мотивації в старшокласників ми бачимо у відсутності в них необхідних екологічних і природоохоронних знань. Проте однієї наявності знань для формування екологічних переконань теж недостатньо. Це впливає з того, що не дивлячись на збільшення об'єму екологічних знань в учнів десятих і одинадцятих класів,

рівень мотивації природоохоронної діяльності різко знижується. Ситуація, що склалася, зумовила необхідність виділення умов і розробки методики формування даного виду переконань в процесі вивчення математики.

Після використання нашої методики формування екологічних переконань учнів старших класів на уроках алгебри та геометрії, освоєнні ними методів математичного моделювання при розв'язуванні задач екологічного змісту, тестування отриманих моделей задач із різними наборами початкових даних та аналізу отриманих результатів (часто негативних для стану навколишнього середовища та життєдіяльності людини) результати експериментів дещо змінилися, про що свідчать таблиці 4.4; 4.5 та рис. 4.3 та 4.4.

Таблиця 4.4.

Результати повторного експериментального зрізу
стану екологічних і природоохоронних знань учнів

Рівні знань	10 клас		11 клас	
	Кількість учнів	Кількість учнів в (%)	Кількість учнів	Кількість учнів в (%)
I	0	0	0	0
II	14	13	19	16
III	34	31	31	27
IV	54	50	60	52
V	6	6	6	5

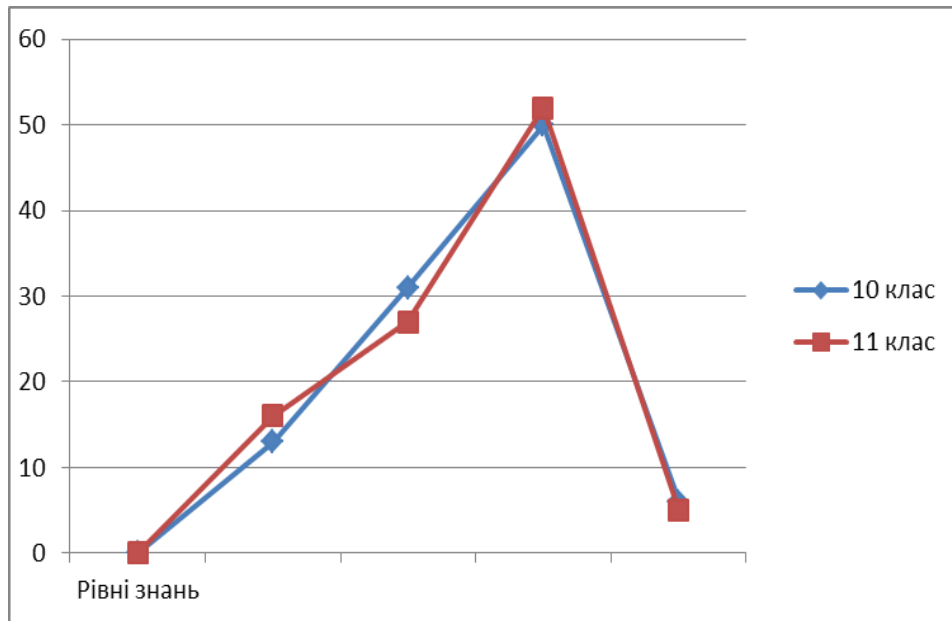


Рис. 4.3. Показник (%) екологічних і природоохоронних знань учнів в 10-х та 11-х класах після завершення експерименту

Таблиця 4.5.

Результати повторного експериментального зрізу по виявленню рівнів мотивації природоохоронної діяльності школярів

Рівні мотивації	10 клас		11 клас	
	Кількість учнів	Кількість учнів в (%)	Кількість учнів	Кількість учнів в (%)
I	0	0	0	0
II	3	5	17	13
III	18	29	32	25
IV	34	54	71	55,5
V	7	12	8	6,5

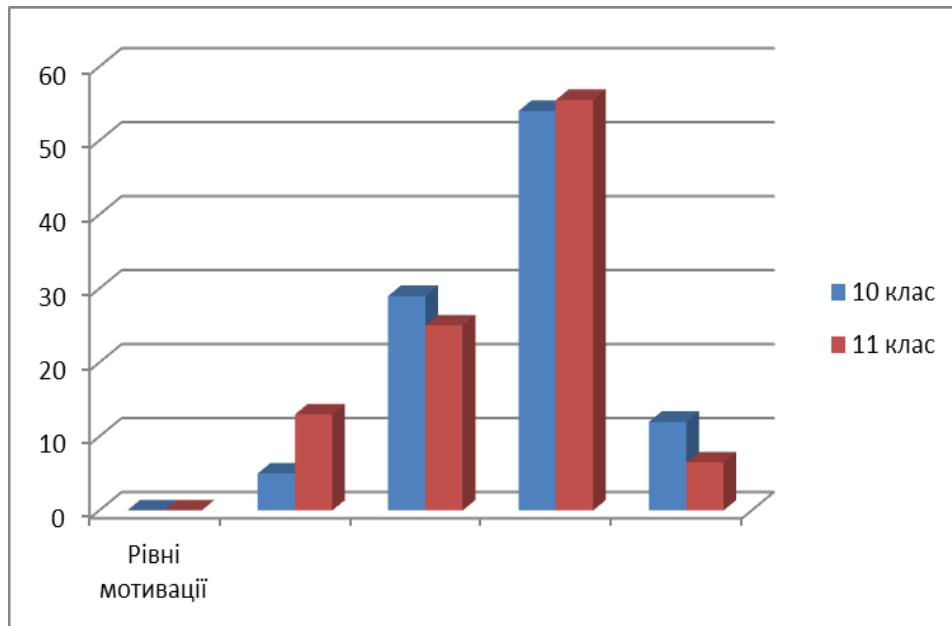


Рис. 4.4. Показник (%) рівнів мотивації природоохоронної діяльності школярів у 10-х та 11-х класах після завершення експерименту

Як бачимо, показники екологічних і природоохоронних знань учнів 10-х, 11-х класів та рівні мотивації їх природоохоронної діяльності підвищилися на IV-ому рівні і навіть досягли V-го рівня. А це підкреслює важливість використання методів екологічного виховання та формування природоохоронних переконань у старшокласників на уроках математики.

ВИСНОВКИ

Формування екологічних переконань учнів старших класів є однією з важливих задач, які на даному етапі ставимо перед школою. Математика, в тому числі шкільний її курс, має значні можливості для екологічного виховання школярів засобами математичного моделювання. Для підтвердження цієї думки наведемо судження видатного вітчизняного математика Б.В. Гнеденка: «Можна було б запобігти екологічних катастроф типу Аральського моря, якби перед стартом таких глобальних програм були б побудовані і розраховані математичні моделі екологічного становища, пов'язаного із забором вод Сирдар'ї та Амудар'ї, а також будівництвом каракумського каналу (особливо без покриття стінок і дна каналу водонепроникними сумішами). Можна було б передбачити, що висихання Аральського моря призведе до соляних бур і багатьом іншим тяжким наслідкам. Потрібні незалежні заключення фахівців по кожному проєкту – будові хімічного або металургійного підприємства, ірригаційному та технічному будівництву і т.п. та не приймати до виконання проєкти, сумнівні в їх екологічній чистоті. В наш час математики вже не можуть залишатися збоку від подібних проблем, оскільки, по-перше, математика накопичила за останні роки велику кількість методів для їх вирішення, по-друге, тому, що стан землі, води та повітря катастрофічно занедбане і нормальне життя людини, тварини та рослини знаходиться в небезпеці» [12].

Недостатнє приділення уваги екологічному вихованню на уроках математики негативно позначається не тільки на стані екологічних знань школярів і мотивації їх природоохоронної діяльності, але і на якості знань з математики, невмінні створювати математичні моделі зокрема екологічного змісту [11].

В магістерській роботі здійснена спроба пов'язати викладання математики з висвітленням екологічних проблем і на основі цього зв'язку

здійснити процес виховання в учнів екологічних переконань. В зв'язку з цим, посилаючись на дані психології і педагогіки, були виділені умови, що сприяють перетворенню введених в процес навчання математиці елементів екологічних і природоохоронних знань в переконання. Реалізація виділених умов в дослідженні здійснювалась на базі діючих програм і підручників з математики, і за свідченням вчителів-експериментаторів, не вимагала для цього додаткових затрат навчального часу. Це пояснювалось тим, що в експериментальній методиці мета дослідження досягалась за рахунок введення в прикладну частину математичних знань елементів екології і хорони природи. Оптимальність об'єму екологічних і природоохоронних знань визначалась при цьому з врахуванням достатності аргументів для обґрунтування ідеї необхідності бережливого відношення до природи і можливостей математики в їх висвітленні. Їх розкриття дозволило не тільки ввести учнів в коло сучасних проблем охорони природи, але і з'ясувати причини їх виникнення і можливі шляхи її вирішення. Необхідність формування цих понять, а також дотримання заданою теорією виховання поетапності в розвитку наукових переконань, зумовили потребу в перспективному плануванні виховних цілей уроків. Як з'ясувалось в ході експерименту, в найбільшій мірі сприяли цьому наступні методичні прийоми: включення в зміст повідомлень, запитань і задач, інформації, пов'язаної з повсякденним досвідом учнів; створення на уроках проблемних ситуацій, моделюючи конкретні ситуації; розв'язування задач засобами математичного моделювання, відповіді яких викликали в учнів подив.

Складені з врахуванням виділених умов і відібраних методів і прийомів методичні рекомендації по використанню елементів екології і охорони природи при проходженні програмних тем курсу математики на уроках в старшій школі, на думку вчителів, в значній мірі полегшили їх роботу і сприяли підвищенню інтересу учнів до предмета, поглибленню математичних знань і екологічному вихованню школярів.

У формуванні інтересів учнів до природи значну роль відіграє індивідуальний підхід. Відомо, що в кожному класі є учні, що мають низький

рівень знань, не виявляють ініціативи, активності, цілеспрямованих інтересів. Ці учні в першу чергу повинні турбувати педагогів, адже потрібно подолати їх пасивність, збудити ініціативу, активізувати. При цьому бажано користуватись такими правилами:

- ніколи не пригнічувати ініціативу учня;
- навантажувати учнів посиленою інтелектуальною і практичною роботою;
- допомагати учням самовизначитись;
- вивчати нахили і здібності учнів.

Важливого значення західні педагоги надають неперервності екологічної освіти в межах шкільного навчання. На думку багатьох відомих спеціалістів - М.Дж. Бреннана (США), Дж. Таулера (Канада), Р. Лоба (ФРН) та інших [24], це дає змогу послідовно розгортати динаміку проблем навколишнього середовища, в міру ускладнення змісту навчальних курсів на кожному етапі шкільного навчання та відповідно до вікових особливостей учнів.

Все це зумовлює необхідність висувати вимоги до адекватної організації навчального процесу. Так, у такому віці зміст дидактичного матеріалу більшою мірою повинен зосереджуватися на раціональних аспектах пізнання навколишнього середовища, його ціннісних властивостях. Особливе значення варто надавати формуванню в школярів позитивних мотивів задоволення потреб самореалізації, соціальній активності при охороні навколишнього середовища.

Результати даного дослідження можуть бути використані при розробці нових підручників з математики для учнів 10-11 класів, методичних і навчальних посібників для вчителів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алгебра і початки аналізу. Підр. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів / М.Л. Шкіль, З.Л. Слєпкань, О.С. Дубинчук. К.: Зодіак-ЕКО, 2002. 384 с.
2. Александров А. Математика. Философская энциклопедия. М., 1964, Т.3. С.229.
3. Алоян А. Е., Исаев Г. Е. Численный эксперимент по моделированию возникновения туманов и облачности в пограничном слое атмосферы. В кн.: Методы математического моделирования в гидродинамических задачах окружающей среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1983. С.4-20.
4. Апостолов Л.Е., Ивашов А.В Математические методы в экологии: Учеб. пособие. Симферополь: СГУ, 1981. 121 с.
5. Богуславский С.Е., Березовский А.А. Математические модели изменений гидрологического режима Черного моря с учетом природных и антропогенных факторов. // Комплексные исследования Черного моря. Севастополь: МГИ АН УССР, 1984. С 11-19.
6. Божович Л.И. Личность и ее формирование в детском возрасте: Психологическое исследование. М.: Просвещение, 1968. 464 с.
7. Винберг Г.Г., Анисимов С.А. Математическая модель водной экологической системы // Фотосинтезирующие системы высокой продуктивности. М.: Наука, 1966. С.213-223.
8. Вікторова Л.П. Методологічні основи та методика розвитку екологічної культури в біологічній освіті школярів. Дис...докт. пед. наук. М.: Просвещение, 2002. 387 с.
9. Гаев А.Я., Самарина В.С. Наши следы в природе. М.: Недра, 1991 . 154 с.
10. Гальперин П.Я. Изменение методики обучения - одно из условий повышения эффективности процесса учения. В кн.: Вопросы философии, 1974, №1. С.42-49.

11. Гриб'юк О.О. Математичне моделювання як засіб екологічного виховання учнів у процесі навчання математики. Навчально-методичний посібник Рівне: РВВ РДГУ, 2006. 202 с.
12. Ермаков Д.С. Формирование экологической компетентности учащихся: теория и практика. М.: МИОО, 2009. 128 с.
13. Залесский Г.Е. Психологические вопросы формирования убеждений. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1982. 120 с.
14. Коваль В.В. Екологічне виховання учнів при вивченні математики в 5-7 класах середньої школи. Автореф. дис....канд. пед. наук. К: 1991. 12 с.
15. Король О. В. Формування екологічної культури учнів V–VI класів у процесі вивчення інтегративного курсу «Навколишній світ» : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.03 «Корекційна педагогіка» / О. В. Король. – К., 1999. 19 с.
16. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 319 с.
17. Методы педагогических исследований / Под ред. А.И. Пискунова, Г.В. Воробьева. М.: Педагогика, 1979. 256 с.
18. Набат: Публіцист. збірн. з пробл. соц. екології / Упоряд. О.П. Ракін, Л.П. Забродська. К.: Молодь, 1989. 152 с.
19. Нешков К.И., Семушин А.Д. Функции задач в обучении // Математика в школе. 1971. № 3, С 4-7.
20. Петросян Л.А., Захаров В.В. Введение в математическую экологию. Л.: Изд-во ЛГУ, 1986., 221 с.
21. Писарчук Е.А., Кухта А.М. Екологічне виховання учнів: Посібник для вчителя. К.: Рад. шк., 1990. 87 с.
22. Природа і совість: Статті, нариси / Упоряд. В.В. Тивін. Львів: Каменяр, 1990. 87 с.
23. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика, 5-11 класи. К.: Шкільний світ, 2007. 311с.

24. Програми навчальні з математики для профільного навчання. Програми факультативів, спецкурсів, гуртків. К.: Навчальна книга, 2003. 275 с.
25. Пустовит Н. А. Экологическое воспитание школьников в процессе обучения сельскохозяйственному труду : автореф. дис. на соиск. ученой степени канд. пед. наук : спец. 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» / Н. А. Пустовит. – К., 1989. 24 с.
26. Смит Дж. Модели в экологии. Пер. с англ. М.О.Фоминой. Под. ред. и с предисл. А.Д. Базыкина М. : Мир, 1976. 184 с.
27. Сухомлинський В.О. Природа, праця, світогляд. // Вибр. твори: в 5 т. К.: Рад.шк., 1977. Т.5. С.554.
28. Тесленко І.Ф., Коваленко В.Г., Касьяненко М.Д. Ідеологічне виховання учнів на уроках математики: Метод, посібник для вчителів. К.: Рад.шк., 1983. 88 с.
29. Тихонова А.Е. Педагогические основы эколого-методической подготовки студентов. Спецкурсы по методике экологического образования школьников // Новые исслед. в пед. науках / АПН СССР. 1987. № 1. С.56-58.
30. Токар Н.Г., Вельдбрехт Д.О. Еколого-економічне виховання на уроках математики. К.: Радянська школа, 1984, № 10. С. 27-33.
31. Ходжамбердиев А.Ш. Использование экологических знаний учащихся средних общеобразовательных школ в процессе обучения математике. Автореферат дис.... канд. пед. наук. М.: 1984. 12 с.
32. Червонецький В.В. Екологічна освіта у розвинутих країнах Заходу. К.: Рідна школа, 1992, № 2. С.84-44.
33. Шкіль М.І., Слєпкань З.Л., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу. Підручник для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів. К.: Зодіак-ЕКО, 2002. 272 с.
34. Экологическое образование школьников / Под. ред. И.Д. Зверева, И.Т. Суравегиной. М.: Педагогика 1983. 160 с.

35. Яценко В. С.. Особливості формування системи еколого-виховної діяльності учнів загальноосвітніх навчальних закладів/ В. С. Яценко // Проблеми сучасного підручника: зб. наук. праць. – К.: Педагогічна думка, Вип. 13, 2013. С. 262-268.
36. <https://naurok.com.ua/zbirnik-zadach-z-matematiki-na-ekologichnu-tematiku-25326.html> – Збірник задач з математики на екологічну тематику.
37. <https://vseosvita.ua/library/ekologia-movou-matematiki-62330.html> – Екологія мовою математики

