

Рівненський державний гуманітарний університет  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота  
магістерського рівня

на тему:

Методичні особливості розв'язування математичних задач з  
економічним змістом на уроках математики

Виконала: студентка 2 курсу магістратури,  
групи М-М-61  
спеціальності 014 Середня освіта  
(Математика)  
Шайдецька Марія Анатоліївна

Керівник: к. п. н. проф. кафедри  
математики з МВ  
Павелків Ольга Миколаївна

---

Рецензенти: докт. техн. наук, проф.  
кафедри комп'ютерних наук та прикладної  
математики НУВГП  
Турбал Юрій Васильович

---

Канд. фіз-мат н. доцент кафедри вищої  
математики РДГУ  
Марач Віктор Сильвестрович

---

Рівне – 2019 року

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	3
Розділ I. Науково – теоретичні основи розв’язування задач економічного змісту .....	6
1.1. Економічна орієнтація процесу навчання математики у школі.....	6
1.2. Формування підприємницької компетентності в учнів загальноосвітніх навчальних закладів .....	12
РОЗДІЛ II. Методика розв’язування економічних задач на уроках математики.....	23
2.1. Відсоткові розрахунки в економіці .....	23
2.2. Застосування лінійної функції при розв’язуванні економічних задач.....	29
2.3. Розв’язування економічних задач при вивченні теми Геометрична прогресія	32
2.4. Диференціальне числення в задачах економічного змісту .....	34
2.5. Інтеграл та його застосування в економіці.....	40
2.6. Прикладна спрямованість математичних задач на формування сімейного бюджету.....	42
2.7. Організація, проведення та аналіз результатів педагогічного експерименту .....	50
ВИСНОВКИ.....	55
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	58
Додатки.....	61

## ВСТУП

Особливість нашого часу – це потреба в ділових та компетентних спеціалістах у всіх сферах життя – суспільній, соціальній, економічній та підприємницькій. До освіти у соціальному світі ставлять нові вимоги. Якщо раніше вважалось що учень, закінчуючи школу, повинен був володіти певними знаннями, вміннями та навичками, то сьогодні чекають випускника, який:

- вміє орієнтуватися у змінних життєвих обставинах,
- гнучкий до прийняття рішень,
- вміє шукати відповіді на поставлені запитання,
- вміє орієнтуватися у інформаційному просторі.

Компетентнісний підхід до навчання підсилює практичну складову навчального процесу. Розвиток компетентності – процес довготривалий, він не переривається протягом всього життя[8].

Важливу роль у цьому процесі займає математика, як наука та навчальний предмет оскільки компетентності, що формуються на уроках математики, можуть бути перенесені на вивчення інших предметів з метою створення цілісного навчального середовища. Головна мета навчання математики в загальноосвітній школі полягає у формуванні в учнів предметної математичної і ключових компетентностей, необхідних для їхньої самореалізації у швидкозмінному світі. До ключових компетентностей учня входять уміння вчитися, загальнокультурна компетентність, соціальна, підприємницька, та компетентність у застосуванні інформаційних і комунікаційних технологій[25. с. 4-6]

Звідси випливає необхідність формування математичної компетентності у процесі розв'язування математичних задач економічного змісту.

**Об'єкт дослідження** – математичні задачі економічного змісту.

**Предмет дослідження** – розробка системи математичних задач економічного змісту в навчальному процесі як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів загальноосвітньої школи.

**Мета дослідження** полягає у створенні окремих елементів системи математичних задач економічного змісту, орієнтованої на активізацію пізнавальної діяльності учнів.

**Гіпотеза дослідження:** якщо створити систему математичних задач економічного змісту для курсу математики загальноосвітньої школи, впровадити її в навчальний процес, то це стане вагомим чинником для:

- формування пізнавального інтересу учнів до вивчення математики;
- підвищення успішності та якості математичної підготовки учнів;
- формування в учнів знань, вмінь та навичок використання математичних знань в фінансовій сфері практичної діяльності;
- розвитку логічного мислення, творчої активності та пізнавальної самостійності школярів.

Поставлена мета та робоча гіпотеза обумовили необхідність вирішення таких **завдань** дослідження:

1. Обґрунтувати психолого-методичні основи активізації пізнавальної діяльності учнів основної школи в процесі розв'язування математичних задач фінансового змісту.

2. З'ясувати можливості вдосконалення навчального процесу з математики та підвищення якості його результатів за рахунок використання математичних задач фінансового змісту.

3. Створити систему математичних задач фінансового змісту, яка сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів.

4. Експериментально перевірити ефективність запропонованої системи задач та їх вплив на формування пізнавального інтересу учнів до вивчення математики в основній школі.

Для розв'язування поставлених завдань була використана система загальнонаукових методів теоретичного та емпіричного дослідження:

- **теоретичні:** аналіз психологічної і навчально-методичної літератури з теми дослідження; аналіз математичних задач; зіставлення й узагальнення матеріалу;

- **емпіричні:** спостереження, бесіда, тестування, педагогічний експеримент.

**Практичне значення** роботи полягає в тому, що матеріал роботи можна використовувати на уроках математики і економіки в класах з поглибленим вивчення предмету та економічних класах.

**Структура і обсяг дослідження.** Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків.

## Розділ I. Науково – теоретичні основи розв’язування задач економічного змісту

### 1.1. Економічна орієнтація процесу навчання математики у школі

На сучасному етапі розвитку суспільства, на шляху інтеграції України до Європейського простору, переході до ринкової економіки, що характеризується стрімким зростанням обсягу наукової інформації і високоінтелектуальними технологіями виробництва, демократичне суспільство вимагає від школи значних змін у підготовці школярів до життя. У нову добу розвитку людства необхідна людина, яка здатна не лише ефективно творчо оволодівати знаннями, а й уміє застосовувати їх на практиці, швидко адаптуватися до нестандартних ситуацій[17].

Не менш важливими є й такі вміння, як активне засвоєння своїх життєвих і соціальних ролей; робота в команді; уміння брати відповідальність на себе; комунікабельність та вмотивованість на успіх. Тому стає очевидним, що освіта вже зараз повинна давати випускникові не тільки суму базових знань, набір корисних і необхідних навичок, а й сформувати вміння самостійно здобувати потрібну інформацію, застосовувати на практиці нові знання, аналізувати їх, приймати виважені рішення, тобто сформувати в ньому особистість, інноватора, патріота. Це, у свою чергу, вимагає істотних змін як у цілому в системі освіти, так і в оновленні сучасного змісту шкільної освіти, перегляді існуючих підходів до її організації, що дало б змогу підготувати життєво компетентну особистість, здатну та готову самостійно, свідомо і творчо досягати життєвого успіху. У зв’язку з цим в Україні йде пошук шляхів забезпечення якості і конкурентоспроможності шкільної освіти.

Головні положення щодо розвитку загальної середньої освіти в Україні викладені в Законах України «Про освіту», «Про загальну середню освіту», Концепції нової української школи, Державному стандарті базової та повної середньої освіти, Концепції профільного навчання в старшій школі. І саме формування в учнів необхідних компетентностей повинно подолати прірву між освітою і вимогами сучасного життя. Останнім часом у математиці як науці

відбулись кардинальні зміни. Математичний апарат став більш різноманітним і гнучким[21].

Математичні моделі явищ природи, технічних і економічних процесів стали більш повноцінними, точніше та глибше відображають природу речей. Математика перетворилася з методу обчислень у метод досліджень, який часто випереджає і доповнює метод безпосереднього експерименту. Сучасна математика стала дедуктивною наукою про структури. У результаті математика перетворилася в універсальну, дедуктивно організовану мову науки, що розглядають як засіб побудови спеціальних мов інших наук, розробки методів аналізу характерних для даної науки структур і зв'язків між поняттями. Місце математики в системі наук визначає її місце в освіті. Вона є не лише допоміжним інструментом для розв'язання окремих проблем, а перш за все, загальнокультурною базою для засвоєння системи принципів і структур, які складають основу дисциплін, що вивчаються. Тому шкільна математична освіта має бути орієнтована на виховання предметного мислення, яке в своєму розвинутому вигляді означає здатність створювати математичні структури, уміння аналізувати їх властивості, а також інтерпретувати результати аналізу[16].

Головна мета вчителя – сформувати в учнів уміння бачити й застосовувати математику в реальному житті; розуміти зміст і метод математичного моделювання, уміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, мати високий рівень математичної грамотності. Формування математичної грамотності учнів забезпечується шляхом поєднання традиційних (пояснювально-ілюстративного, репродуктивного) і нетрадиційних (проблемного, частково-пошукового, дослідницького та шляхом систематичного включення вправ, завдань і ситуацій, що розвивають аналітичні та дослідницькі здібності учнів) методів навчання. Високий рівень математичної грамотності гарантує випускнику: - уміння застосовувати математичні знання при розв'язуванні практичних і прикладних задач; оволодіння математичними методами, моделями, що забезпечить успішне

вивчення профільних предметів – хімії, фізики, біології; - застосування математики в техніці, у майбутній професійній діяльності, у побуті.

Суть цього прийому полягає у встановленні змістових і методологічних зв'язків математики з іншими дисциплінами, використання матеріалу профільних дисциплін при її вивченні. Таким чином, нова українська школа повинна готувати учнів до повноцінного життя в світі високих технологій. Вона має ефективно допомогти школяреві розкрити та розвинути особистісний потенціал, сформувати стійкі компетентності, що необхідні при досягненні життєвого успіху.

Здатність людини визначати та розуміти роль математики в світі, в якому вона мешкає; висловлювати добре обґрунтовані математичні судження та використовувати математику таким чином, щоб задовольняти сьогоденні та майбутні потреби, властиві творчому, зацікавленому та мислячому громадянину. Відповідно до діючого Державного стандарту базової та повної середньої освіти основною метою освітньої галузі «Математика» є: опанування учнями системи математичних знань, навичок і вмінь, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для успішного оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти[22].

У пояснювальній записці навчальних програм із математики для учнів 5–9 класів загальноосвітніх навчальних закладів авторського колективу у складі: М. І. Бурда, Г. В. Апостолова, В. Г. Бевз, В. В. Грінчук, Ю. І. Мальований, А. Г. Мерзляк, Є. П. Нелін, Н. А. Тарасенкова, Г. М. Янченко, С. Є. Яценко сказано, що «математичні знання та вміння розглядаються не як самоціль, а як засіб розвитку особистості школяра, забезпечення його математичної грамотності як здатності розуміти роль математики в світі, в якому він живе, висловлювати обґрунтовані математичні судження та використовувати математичні знання для задоволення пізнавальних і практичних потреб». Математична грамотність складається з фундаментальних математичних ідей та математичної компетентності.

Математична компетентність, на думку відомого науковця та дослідника С. А. Ракова, це спроможність особистості бачити та застосовувати математику



в реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень. Отже, математична компетентність є основою математичної грамотності. Математична компетентність визначається рівнями навчальних досягнень, для яких суттєвим є набуття математичних умінь. До математичних умінь належать уміння: математичного мислення; математичного аргументування; математичного моделювання; постановки та розв'язування математичних задач; презентації даних; оперування математичними конструкціями; математичні спілкування; використання математичних інструментів.

Для досягнення сформованості математичної компетентності розробляються складніші завдання, що формують в учнів уміння: визначати проблеми, які можуть бути розв'язані засобами математики; формулювати ці проблеми мовою математики; розв'язувати їх із використанням математичних знань та методів; інтерпретувати здобуті результати, враховуючи поставлену проблему; формулювати й записувати остаточні результати розв'язання поставленої проблеми. Сьогодні показало, що інколи випускник, який уміє добре відтворювати інформацію, «але розучився думати», не вміє знаходити самостійне творче рішення в складних ситуаціях, таким чином спостерігається розрив між вимогами, що ставляться перед людиною в процесі навчання, та тими, які постають у реальному житті[8].

Математична грамотність особистості проявляється у свідомому застосуванні нею знань і навичок у практичних цілях, при поясненні явищ повсякденного життя, при проведенні дослідження чи обробки одержаних даних. Одним із визначальних чинників рівня сформованості математичної грамотності є розвиненість мотиваційної сфери учнів. Прикладом мотивації може бути використання цікавих задач та вдалих прикладів. Враховуючи дефіцит навчального часу, слід дотримуватися таких вимог: 1) задача не повинна бути громіздкою (її розв'язування в класі має займати не більше 5–7 хвилин), виняток

складають задачі «Уроку однієї задачі»; 2) рисунки та окремі формули мають бути підготовлені на дошці (у презентації) заздалегідь.

Суттєвою умовою формування математичної грамотності є вироблення вмінь самостійної математичної діяльності учнів. Частину часу уроку під керівництвом учителя необхідно виділяти на навчання дітей прийомам самостійної роботи та прийомам самоконтролю. Важливу роль на уроках відіграє рефлексія, яка здійснюється за допомогою «Особистісно-зорієнтованої траєкторії», що відображає процедуру оцінювання учнями основних етапів уроку. Така форма дає можливість учителю проаналізувати об'єктивність самооцінки та скорегувати її в певних випадках. Крім того, навчання математики має зробити певний внесок у формування ключових компетентностей.

Такі ключові компетентності, як вміння вчитися, ініціативність і підприємливість, екологічна грамотність і здоровий спосіб життя, соціальна та громадянська компетентності можуть формуватися відразу засобами усіх навчальних предметів. Виокремлення в навчальних програмах таких наскрізних ліній ключових компетентностей як «Екологічна безпека й сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість і фінансова грамотність» спрямоване на формування в учнів здатності застосовувати знання й уміння у реальних життєвих ситуаціях[15].

#### Наскрізнi лінії та їх реалізація

Наскрізнi лінії є засобом інтеграції ключових і загальнопредметних компетентностей, навчальних предметів та предметних циклів; їх необхідно враховувати при формуванні шкільного середовища.

Наскрізнi лінії є соціально значимими надпредметними темами, які допомагають формуванню в учнів уявлень про суспільство в цілому, розвивають здатність застосовувати отримані знання у різних ситуаціях.

Навчання за наскрізними лініями реалізується насамперед через:

організацію навчального середовища — зміст та цілі наскрізних тем враховуються при формуванні духовного, соціального і фізичного середовища навчання;

навчальні предмети — виходячи із наскрізних тем при вивченні предмета проводяться відповідні трактовки, приклади і методи навчання, реалізуються надпредметні, міжкласові та загальношкільні проекти. Роль навчальних предметів при навчанні за наскрізними темами різна і залежить від цілей і змісту навчального предмета та від того, наскільки тісно той чи інший предметний цикл пов'язаний із конкретною наскрізною темою;

1. предмети за вибором;
2. роботу в проектах;
3. позакласну навчальну роботу і роботу гуртків.

Математика – обов'язковий навчальний предмет на державному рівні і є спільним для реалізації в усіх загальноосвітніх навчальних закладах області, незалежно від підпорядкування і форм власності, що дають повну загальну середню освіту. Основними нормативними документами під час організації навчально-виховного процесу з математики у 2017/18 н. р. є: 1) Закон України «Про освіту»; 2) лист Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017 № 1/9-315 «Про структуру 2017/18 навчального року та навчальні плани загальноосвітніх навчальних закладів»; 3) відповідні, нижчевказані, навчальні програми; 4) Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти (Постанова Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 року № 1392). Відповідно до вищевказаного листа МОНУ, загальноосвітніми навчальними закладами укладаються, за погодженням із відповідними органами управління освітою, робочі навчальні плани. Ними передбачена згідно з Типовими навчальними планами ЗНЗ кількість годин тижневого навантаження з математики[30].

Наказом Міністерства освіти і науки України від 14.07.2016 № 826 «Про затвердження навчальних програм для 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів» затверджені зміни щодо розвантаження навчальних програм із математики для старшої школи всіх рівнів вивчення цього навчального предмета. У зв'язку з перевантаженням учнів 11 класів, пов'язаним із надлишком навчального матеріалу, а також необхідністю підготовки учнів до зовнішнього

незалежного оцінювання, було прийнято рішення щодо перенесення частини навчального матеріалу до 10 класу[28].

Мова йде про теми, що стосуються границі функції та похідної в курсі алгебри та початків аналізу, а також координат у просторі та векторів у курсі геометрії.

Сучасний ринок праці, здобуття якісної професійної освіти, потреба в продовженні освіти на наступних етапах, розв'язанні практичних задач ставлять відповідні вимоги до володіння математикою.

Забезпечити якісне викладання зуміє той учитель, який професійно вирішуватиме під час навчання ряд важливих завдань.

Зокрема, вчитель зобов'язаний: 1) створювати сприятливі умови для повноцінного виявлення особистісних функцій учнів та їх розвитку; 2) формулювати чітку мету навчання, доступну до сприйняття учнями; вести постійну мотивацію навчання; 3) навчати учня вчитися, свідомо й ефективно застосовувати математичні знання в іншій діяльності[29].

## **1.2. Формування підприємницької компетентності в учнів загальноосвітніх навчальних закладів**

Якби ми поцікавились у підприємця, чого він очікує від школи, то той, мабуть, відповів би так: «Орієнтований на добрий «продукт», яким є "компетентності випускників шкіл"». Клієнти школи (тут – суб'єкти ринку праці) просто «купають» компетентності, які свідомо чи несвідомо формуються в учнів у школі. Підприємницька компетентність, поряд із такими компетентностями, як-от: уміння вчитися, спілкуватися державною та іноземними мовами, базовими компетентностями в галузі природознавства і техніки, математики, інформаційно-комунікаційних технологій тощо у своїй сукупності складає комплекс ключових компетентностей особистості. З точки зору практичної психології, підприємницька компетентність – це особистісна якість, здібність, модель поведінки, необхідна для успішного вирішення певних бізнес-задач та досягнення високих результатів у підприємницькій діяльності[4].

У Європейській довідниковій системі підприємницька компетентність трактується як здатність особистості втілювати ідеї у сфері економічного життя, як інтегрована якість, що базується на креативності, творчості, інноваційності, здатності до ризику, а також спроможності планувати та організовувати підприємницьку діяльність. На думку української дослідниці Ю. Білової, підприємницька компетентність – це інтегральна психологічна якість особистості, яка проявляється в мотивованій здатності до творчого пошуку та реалізації нових економічних ідей і дає змогу вирішувати різноманітні проблеми в повсякденному, професійному, соціальному житті. Наявність підприємницької компетентності дає змогу особистості знаходити та застосовувати оптимальне поєднання ресурсів у процесі виробництва, створювати і впроваджувати в економічне життя суспільства інновації, йти на певний ризик, необхідний для виконання поставленої мети. Успіх підприємницької діяльності пов'язаний із самоорганізованістю, діловими та особистісними якостями підприємця, ефективністю управління бізнесом. Важливими є лідерські якості, уміння розв'язувати конфліктні ситуації, приймати рішення в умовах невизначеності, працювати в команді, стимулювати й мотивувати зусилля працівників, створювати організаційні структури. Структура підприємницької компетентності (за Ю. Біловою):

- мотиваційно-ціннісний компонент – це морально-етичне ставлення 12 особистості до підприємницьких цінностей (свобода вибору, самореалізація, ощадливість, толерантність, чесність), що визначає суб'єкт-суб'єктні міжособистісні відносини, а також суб'єкт-об'єктні відносини людини з природою;

- когнітивний (або знаннєво-змістовий) компонент включає знання теоретичного й технологічного (процедурного) характеру: це сукупність знань, що відображають розуміння сутності економічної сфери життя сучасного суспільства; теоретичні знання про основні поняття та методи підприємницької діяльності. Цей компонент враховує особливості і варіативність змісту освітніх

та особистісних потреб, мотивів особистості на різних етапах її економічної та підприємницької підготовки;

- діяльнісний (або практично-технологічний) компонент передбачає формування практичних умінь підприємницької діяльності (професійної та соціальної), а саме: - уміння вибору ефективної бізнес-ідеї та форм підприємницької діяльності; - здатність до організації, планування та прогнозування підприємницької діяльності; - уміння презентувати власні проекти, вести конструктивний діловий діалог; - готовність творчо розв'язувати різноманітні проблеми у сфері підприємницької діяльності на основі набутих знань, умінь, способів мислення; - спроможність керувати та контролювати хід і результати підприємницької діяльності;

- емоційно-вольовий компонент включає: - здатність розуміти власний емоційний стан у ситуації пошуку та реалізації бізнес-проектів; - здатність гідно переживати відсутність результату, спроможність відкрито ділитися своїми почуттями і переживаннями; - цілеспрямованість; - витримка, володіння собою в ситуаціях невизначеності [8]. Дослідження очікувань польських роботодавців щодо працевлаштованих працівників, які проводив у 2004 р. Т. Ростковський, виявили, що з погляду роботодавців ключовими на ринку праці є такі групи компетентностей:

- зосередження на потребах клієнтів;
- уміння співпрацювати;
- головний акцент на якості;
- відкритість до змін;
- підприємливість;
- етика діяльності;
- уміння спілкуватись;
- орієнтування на розвиток.

Докладний аналіз результатів цих досліджень дав змогу виділити два види компетентностей щодо ринку праці, а саме: універсальні та посадові компетентності. Універсальні компетентності – ті, які застосовують в

універсальних сферах. До цих сфер належать: комунікація (універсальними компетентностями в ній є, напр., знання іноземних мов, комунікабельність), співпраця з іншими (компетентності – напр., індивідуальна культура, уміння вести переговори), організація роботи (компетентності – напр., самостійність у діяльності, уміння знайти мотивацію), використання обладнання на робочому місці (компетентності – напр., володіння інформаційно-комунікаційними технологіями) й сфера аналітики. Посадові компетентності, серед яких виділено чотири сфери: знання чинного законодавства, бізнесові вміння, технічні вміння та зацікавленість. Представлені вище результати досліджень, що стосуються бажаних на польському ринку праці компетентностей, є черговим важливим орієнтиром для планування роботи вчителів у школі. Ринок праці не охоплює всіх необхідних життєвих компетентностей, адже існує ще цілий спектр необхідних компетентностей для функціонування в суспільстві, проте виявляється, що всі категорії компетентностей тісно між собою пов'язані. У статті «Як здобути успіх у роботі?» в одній з польських газет стверджується, що «роботу ми отримуємо в 70% завдяки нашим умінням і в 30% завдяки навичкам міжособистісного спілкування, натомість втрачаємо її у 30% через брак умінь, а в 70% – через відсутність навичок міжособистісного спілкування». Можливо ця думка занадто категорична, але вона добре ілюструє тенденції на ринку праці, де існує необхідність володіння суспільними і підприємницькими компетентностями та прагненням до неперервного вдосконалення професійних умінь. Компетентність «підприємливість» означає здатність особи втілювати задуми в життя. Вона охоплює такі аспекти, як креативність, потяг до інновацій і вміння ризикувати, а також здатність планувати заходи і реалізовувати їх. Ця компетентність є підтримкою для осіб не лише в їхньому щоденному приватному та суспільному житті, а й на робочому місці, допомагаючи усвідомити сутність роботи і здатність до використання шансів; вона є основою більш конкретних умінь і знань, необхідних тим, хто здійснює заходи суспільного чи комерційного характеру або бере в них участь. Підприємливість також повинна стосуватись усвідомлення етичних цінностей і сприяти доброму управлінню. Нижче

перелічимо необхідні знання, уміння й установки, пов'язані з цією компетентністю. Основним капіталом і головним ресурсом особистості в процесі розбудови сучасного інформаційного суспільства є знання. Сьогодні конкурентоздатним є компетентний спеціаліст. Можливо тому головним стимулом для розвитку компетентнісного підходу в освіті стали вимоги підприємництва та бізнесу[9]. Знання охоплюють здатність ідентифікувати доступні можливості в особистій, професійній або економічній діяльності (зокрема, широке коло питань, що стосуються трудового контексту, – такі, як загальне розуміння принципів функціонування економіки, шанси і виклики, що стоять перед роботодавцями й організаціями). Професіоналізм включає й усвідомлення етичних аспектів, пов'язаних з підприємствами, і того, яким чином вони можуть викликати позитивні зміни (напр., чесною торгівлею або благодійними соціальними заходами). Сучасні роботодавці здебільшого не мають претензій до рівня знань випускників вищих навчальних закладів, проте зауважують, що в молодих спеціалістів немає впевненості й досвіду в застосуванні знань. Вміння стосуються проактивного управління проектами (що охоплює, напр., планування, організацію, управління, керування і доручення завдань, аналіз, комунікацію, написання звітів, оцінку і звітність), ефективного представлення і ведення переговорів, а також здібностей як в індивідуальній роботі, так і в співпраці з колективом. Необхідними також є вміння оцінити й визначити власні сильні й слабкі сторони, здатність спрогнозувати й оцінити ризики, готовність ризикувати в обґрунтованих випадках. Підприємницька установка характеризується ініціативністю, активністю, незалежністю й інноваційністю як в особистому і суспільному житті, так і в роботі. Вона також охоплює мотивацію й рішучість у реалізації особистих і спільних цілей – у приватному житті та на робочому місці. Підприємницькі компетентності можна і потрібно розвивати. Однак на самому початку слід ідентифікувати свої компетентності чи їх можливу відсутність, а потім поступово їх здобувати чи зміцнювати. Робота має бути спрямована на утвердження бажаної поведінки, притому слід бути уважним, щоб не потрапити в пастку самовдоволення та



зберегти самокритичність. Формування компетентності «підприємливість» було основною метою проектів «Шкільна академія підприємництва» та «Уроки з підприємницьким тлом», що їх реалізував Центр розвитку освіти впродовж 2012-2015 рр. у рамках Програми з освітнього розвитку МЗС. Вводити в Україні новий предмет або проводити заміну предмета «Економіка» на предмет «Підприємництво» не було заплановано, зате перед учасниками стояло інше завдання: як у рамках шкільних уроків можна працювати з учнями, щоби розвивати їхню підприємливість, за допомогою яких методів формувати цю сьому компетентність, записану в Європейських орієнтирах. У результаті реалізації завдань проекту 2014 року світ побачила публікація «Уроки з підприємницьким тлом», головною метою якої є представлення різноманітних задумів щодо впровадження підприємницьких ідей до змісту і методів навчання в рамках різних предметів. Важливою ознакою запланованої публікації є її міждисциплінарність, оскільки зміст посібника охоплює майже всі шкільні предмети, але тематика конспектів співвідноситься із навчальними програмами (стандартами). Конспекти уроків розроблені так, щоби учителі могли формувати не тільки підприємливість та ініціативність, а й усі європейські ключові компетентності, а саме – громадянську й суспільну, мовну, знання рідної мови, уміння вчитися, інформаційно-комунікативну компетентність тощо.

Наскрізна лінія *«Підприємливість та фінансова грамотність»* націлена на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, забезпечення кращого розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичення, страхування, кредитування тощо).

Ця наскрізна лінія пов'язана з розв'язуванням практичних задач щодо планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей, складання сімейного бюджету, формування економного ставлення до природних ресурсів. Вона реалізується під час вивчення відсоткових обчислень, рівнянь та функцій.

З метою підвищення ефективності навчання, необхідною умовою є залучення до навчально-виховного процесу компетентнісного, діяльнісного та особистісно-орієнтованого підходів, які передбачають систематичне включення учнів до різних видів активної навчально-пізнавальної діяльності та формування умінь корисних у реальних життєвих ситуаціях. Доцільно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці. Формуванню математичної та ключових компетентностей сприяє встановлення та реалізація у навчанні математики міжпредметних і внутрішньопредметних звязків, а саме: змістово-інформаційних, операційно-діяльнісних і організаційно-методичних. Їх використання посилює пізнавальний інтерес учнів до навчання і підвищує їх рівень загальної культури, створює умови для систематизації навчального матеріалу і формування наукового світогляду. Учні набувають досвіду застосування знань на практиці[16].

Важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури. На дохідливих прикладах слід показувати учням, як розвивалися математичні поняття і відношення, теорії та методи. Ознайомлення учнів з іменами та біографіями видатних учених, які створювали математику, зокрема видатних українських математиків, сприятиме національному і патріотичному вихованню школярів

### ***ШЛЯХИ ФОРМУВАННЯ ПІДПРИЄМНИЦЬКОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ У СУЧАСНОМУ ІНФОРМАЦІЙНОМУ СУСПІЛЬСТВІ***

Перед нашою державою стоять нові виклики – для кожного громадянина існуватиме необхідність широкого спектру ключових компетентностей, щоб легко пристосуватися до навколишнього світу, який швидко змінюється, у якому відбуваються взаємні контакти; а освіта у своєму подвійному вимірі – суспільному й економічному – відіграє принципову роль, що полягає в

забезпеченні можливості опанування громадянами ключових компетентностей, необхідних для гнучкого пристосовування до таких змін.

Тому перед сучасною освітньою системою стоїть завдання сформувати громадянина, спроможного до гнучкої зміни способів і форм життєдіяльності, а формування ключових компетентностей, що відповідають основним видам діяльності громадянина, стає актуальним завданням навчально-виховного процесу вищого навчального закладу.

Українські вчені зробили значний внесок у розроблення проблеми компетентнісного підходу в освіті. За результатами діяльності країнських науковців і практиків Н. Бібік, Л. Ващенко, О. Локшина, О. Овчарук, Л. Парашенко, О. Пометун, О. Савченко, С. Трубачова досліджено теоретичні й прикладні питання реалізації компетентнісного підходу в освіті України.

Про ключові компетентності та формування їх у підростаючому поколінні говорили давно, ще з часів упровадження 12-бальної системи навчання, проте презентовано було їх в проекті «Нова школа» [19] у 2016 році.

Саме в цьому документі [19, с.14] подано перелік основних компетентностей для життя, серед них є підприємницька компетентність, основними завданнями якої є співвіднесення власні економічні інтереси і потреби з наявними ресурсами, інтересами і потребами інших людей і суспільства; аналіз і оцінювання власних професійних можливостей, здібностей та співвіднесення їх з потребами ринку праці; представлення і поширення інформації про результати своєї діяльності та діяльності колективу.

Відповідно до цього документу підприємницька компетентність є однією з ключових. Вона передбачає реалізацію здатності учнів:

- співвідносити власні економічні інтереси й потреби з наявними ресурсами, інтересами і потребами інших людей та суспільства;
- організовувати власну трудову та підприємницьку діяльність і роботу колективу, орієнтуватися в нормах і етиці трудових відносин;
- аналізувати й оцінювати власні професійні можливості, здібності та співвідносити їх з потребами ринку праці;

- складати, здійснювати й оцінювати плани підприємницької діяльності та особисті бізнес-проекти;
- презентувати й поширювати інформацію про результати власної економічної діяльності та діяльності колективу.

На думку дослідниці Ю. Білової [4, с. 11], наявність підприємницької компетентності дає змогу особистості знаходити та застосовувати оптимальне рішення, створювати і впроваджувати інновації, йти на певний ризик, необхідний для виконання поставленої мети.

Успіх підприємницької діяльності пов'язаний із самоорганізованістю, діловими та особистісними якостями. Важливими є лідерські якості, уміння розв'язувати конфліктні ситуації, приймати рішення в умовах невизначеності, працювати в команді.

Слід зазначити, що формування підприємницької компетентності пов'язане не тільки з тим, як учням викладають економіку, а з усією системою навчання та виховання в школі. Тим самим обґрунтовується важливість формування підприємницької компетентності ще в початковій школі де немає курсу економіки, тому варто формувати підприємницьку компетентність на основі інтегрованих уроків: з математикою, логікою, образотворчим мистецтвом, природознавством.

Задля важливості у формуванні підприємницької компетентності не лише на уроках економіки, але й на більшості навчальних предметів є впровадження проекту «Шкільна академія підприємництва». Метою даного проекту є розвиток в учнів та вчителів, що забезпечують освітній процес професійної активності, підприємливості.

Проаналізувавши даний проект, варто зазначити, що він є надзвичайно дієвим, адже окрім визначення теоретичного підґрунтя формування підприємницької компетентності сучасної молоді, ще й на основі результатів проекту видано підручник розробок уроків «Уроки з підприємницьким тлом» [24]. Видання забезпечує реалізацію оптимальних форм та методів задля формування підприємницької компетентності в закладах середньої освіти.

Відповідно до аналізу підручника подано основу формування підприємницької компетентності. З поміж великої кількості запропонованих методів та форм роботи, нами визначено, що для оптимального поєднання форм, методів формування компетентності потрібно обрати такі методи [4, с. 17]:

- методи, що ґрунтуються на вміннях критичного мислення, умовиводу, аналізу, оцінювання й узагальнення фактів. Для реалізації цього виду цілей може послужити: мозковий штурм, лекція з презентацією і робота з текстом-джерелом;

- методи, що сприяють формуванню відповідальності, здійсненню й оцінюванню вибору, а також прийняттю рішень з повним усвідомленням наслідків. Корисними для цього будуть: «дерево прийняття рішень», методи дискусії (дебати, «шість капелюхів», «критерійний покер», дискусія на бали, метаплан);

- методи, що розвивають уяву, ґрунтуються на емоціях і переживаннях учня, а також створюють умови для дії: драма, моделювання, рольова гра, «асоціативний куш», ментальні карти;

- методи, які добре відомі й часто застосовуються – лекція з презентацією, робота з текстом-джерелом, співпраця й робота в малих групах, експертні групи, зупинки з завданнями, а також останніми роками – проект.

Досить цікавими є ігрові технології, на яких учні зможуть побувати в ролі експертів в тій чи іншій ситуації у ролі підприємця – планування економічної діяльності, створення бізнес-плану, планування маркетингової та рекламної діяльності, аналіз коштів на фірмі і ведення власного підприємства [15].

На наш погляд використання таких форм та методів сприятиме розвитку таких якостей, які є надзвичайно важливими у сучасному інформаційному середовищі, серед таких якостей можемо назвати: наявність критичного мислення, чітке усвідомлення де і як можна застосовувати набуті знання, генерувати нові ідеї, бути комунікабельним, постійно самовдосконалюватися.

Вчитися, щоб діяти, – це один з найважливіших постулатів, який простежується через основні положення державних та нормативних документів

сучасної України. Адже, на наш погляд, поширення підприємницької тематики і формування підприємницьких позицій та підприємливого способу мислення – важливий крок до успішної України.

## РОЗДІЛ II. Методика розв'язування економічних задач на уроках математики

Щоб розв'язати прикладну задачу за допомогою математичних методів, спочатку створюють її математичну модель. Моделлю називають спеціально створений об'єкт, який відображає властивості досліджуваного об'єкта. Математичні моделі створюють із математичних понять і відношень: геометричних фігур, чисел, виразів (рівнянь, нерівностей та їх систем) тощо. Розв'язування прикладних задач математичними методами здійснюється в три етапи:

- 1) створення математичної моделі даної задачі;
- 2) розв'язування цієї математичної задачі;
- 3) аналіз відповіді.

Модель – це такий матеріальний або уявний об'єкт, який у процесі дослідження заміщує об'єкт-оригінал [12, с. 19].

### 2.1. Відсоткові розрахунки в економіці

Згідно програми з математики відсотки в ЗОШ вивчають з 6 класу.

**Відсоток** – одна сота частина величини або числа. Позначається символом %

$$1\% = \frac{1}{100} = 0.01$$

**Відсоткові розрахунки** застосовують при розв'язуванні багатьох практичних, економічних задач.

Найбільш поширені типи задач на відсотки

- Знайти вказаний відсоток від заданого числа.
- Знайти число по заданому іншому числу і його величині в відсотках від початкового числа.
- Знайти відсотковий вираз одного числа від іншого.
- Знайти число яке на заданий відсоток більше (менше) заданого числа.
- Знайти число, знаючи значення числа більшого (меншого) від початкового на заданий відсоток.

- Знайти складні відсотки.

Метод розв'язання задач з відсотками

Всі співвідношення і формули, отримані для розв'язання задач з відсотками, виводяться з пропорцій [14].

Дані задачі на відсотки можна записати у вигляді наступних співвідношень:

все - 100%

частина - частина у %

які можна записати у вигляді пропорції

$$\frac{\text{все}}{\text{частина}} = \frac{100\%}{\text{частина у \%}}$$

Використовуючи ці пропорції можна отримати формули для розв'язання основних типів задач на відсотки.

Формули для розв'язання задач на відсотки

- *Формула обрахунку відсотка від заданого числа.* Якщо дано число А і необхідно знайти число В, яке складає Р відсотків від А, то

$$B = \frac{A \cdot P}{100\%}$$

- *Формула обрахунку числа за його відсотком.* Якщо дано число В, яке складає Р відсотків від числа А і необхідно знайти значення числа А, то

$$A = \frac{B \cdot 100\%}{P}$$

- *Формула обчислення відсоткового виразу одного числа від іншого.* Якщо дано два числа А і В та необхідно визначити, який відсоток складає число В від числа А, то

$$P = \frac{B}{A} \cdot 100\%$$



## A

- *Формула обчислення числа, яке більше початкового числа на заданий відсоток. Якщо дано число A і необхідно знайти число B, яке на P відсотків більше числа A, то*

$$B = A\left(1 + \frac{P}{100\%}\right)$$

- *Формула обчислення числа, яке менше початкового числа на заданий відсоток. Якщо дано число A і необхідно знайти число B, яке на P відсотків менше числа A, то*

$$B = A\left(-\frac{P}{100\%}\right)$$

- *Формула обчислення початкового числа по значенню числа, яке більше від початкового на заданий відсоток. Якщо дано число B, яке на P відсотків більше числа A і необхідно знайти число A, то*

$$A = \frac{B \cdot 100\%}{100\% + P}$$

- *Формула обчислення початкового числа по значенню числа, яке менше від початкового на заданий відсоток. Якщо дано число B, яке на P відсотків менше числа A і необхідно знайти число A, то*

$$A = \frac{B \cdot 100\%}{100\% - P}$$

- *Формула обчислення складних відсотків.*

$$B = A\left(1 + \frac{P}{100\%}\right)^n$$

де B - майбутня вартість; A - поточна вартість; P - відсоткова ставка за розрахунковий період (день, місяць, рік, ...); n - кількість розрахункових періодів.

*Прибуток* – це ціна, яку треба сплатити за використання грошей. Кількість грошей позичених (взятих в позику) або вкладених (інвестованих), називається *капіталом*, основною сумою або початковою вартістю. Через деякий обумовлений період часу особа, яка користується грошима (позичальник), повинна сплатити капітал плюс прибуток з капіталу. Прибуток з капіталу підраховується у вигляді відсотків від основної суми. Ці відсотки називаються

ставкою відсотка, а метод підрахування прибутку – метод простих відсотків. Ставка відсотка визначається як обумовлений відсоток за одиницю часу [4].

### 1. Прості відсотки

*Прості відсотки* – це нарахування відсотків лише на початково інвестовану суму[23].

Введемо такі позначення:

$P$  – капітал (основна сума, поточна вартість, номінальна вартість) – кількість позичених або вкладених (інвестованих) грошей;

$r$  – ставка відсотка – нарахування прибутку у вигляді відсотків від основної суми за один рік;

$I$  – прибуток (у грошових одиницях) – ціна, яку треба сплатити за використання грошей;

$S$  – загальна сума (основна сума плюс прибуток, майбутня вартість, завершена вартість) – сума, яка виникла на кінець обумовленого проміжку часу;

$t$  – час ( в роках) – тривалість кредиту або термін вкладу.

Формули простих відсотків:

$$I = P \cdot r \cdot t \quad (2.1)$$

$$S = P + I \quad (2.2)$$

$$S = P + P \cdot r \cdot t = P \cdot (1 + r \cdot t) \quad (2.3)$$

Коли потрібно підрахувати поточну вартість (капітал), якщо відома майбутня вартість (загальна сума), то використовують формулу для обчислення простих відсотків:

$$P = \frac{S}{1+r \cdot t} \quad (2.4)$$

**Приклад 1.** Ганна Іванівна взяла у банку «Альфа» кредит у сумі 2000 грн. під 16% річних. Визначте яку суму повинна сплатити Ганна Іванівна банку через 2 роки? [6]

Розв'язання:

1)  $100\%+16\%=116\%$  - початкової суми треба сплатити через рік,  $116\%=1,16$ .

2)  $2000 \cdot 1,16=2320$  (грн) – сума, яку треба сплатити через рік;

3)  $2330 \cdot 1,16 = 2691,2$  (грн) – сума, яку треба сплатити через 2 роки.

Відповідь: 2691,2 грн.

**Приклад 2.** Зарплата водія становить 3400 грн. Авансом йому виплатили 40% зарплати. Яку суму отримав водій?

Розв'язання:

3400 грн – 100%

x грн – 40%

Складаємо пропорцію:  $\frac{3400}{x} = \frac{100}{40}$ . Тоді  $x = \frac{3400 \cdot 40}{100}$ ;  $x = 1360$ .

Отже водій отримав 1360 грн.

Відповідь: 1360 грн.

**Приклад 3.** Олексій надав у позику Олександрю 4000 грн. на 6 місяців під 16% річних.

Визначити: а) прибуток капіталу; в) загальну суму капіталу.

Дано:  $P = 4000$  грн.;  $t = 6$  міс.;  $r = 6\% = 0,16$

Знайти: I, S.

Розв'язання:

а)  $I = P \cdot r \cdot t = 4000 \cdot 0,5 \cdot 0,16 = 320$  (грн.);

б)  $S = P + I = 4000 + 320 = 4320$  (грн.)

або  $S = P \cdot (1 + r \cdot t) = 4000(1 + 0,16 \cdot 0,5) = 4320$  (грн.)

Відповідь: а) 320 грн.; б) 4320 грн.

**Приклад 4.** Костюм коштував 560 грн. Спочатку його ціну підвищили на 20%, а потім знизили на 10%. Якою стала ціна костюма після цих змін? На скільки відсотків змінилася початкова ціна?

Розв'язання:

1)  $100 + 20 = 120\%$  - складає ціна костюма після підвищення.

2) 560 грн. – 100 %

x грн – 120%

$x = \frac{560 \cdot 120}{100} = 672$  грн. – вартість костюма після подорожчання.

3)  $100 - 10 = 90\%$  - вартість костюма після зниження ціни

4) 672 грн. – 100 %

$x$  грн       $- 90\%$

$$x = \frac{672 \cdot 90}{100} = 604,8 \text{ грн.} - \text{ціна костюма після змін}$$

$$5) \quad \frac{604,8}{672} \cdot 100\% = 90\% - \text{складає нова ціна від старої}$$

$$6) \quad 100 - 90 = 10\%$$

Відповідь:  $10\%$

## 2. Складні відсотки

**Складний відсоток** — ефект який часто зустрічається в економіці та фінансах, коли відсотки прибутку в кінці кожного періоду додаються до основної суми і отримана величина в подальшому стає вихідною для начислення нових відсотків.

Для обчислення складних відсотків вивчаємо формулу:

$$A_n = A_0 \cdot (1 + 100p)^n,$$

де  $p$  – відсоткова ставка за певний період;

$n$  – загальна кількість періодів нарахувань;

$A_0$  – початковий капітал – кількість вкладених або позичених грошей;

$A_n$  – нарощений капітал – сума, яка утвориться на кінець обумовленого проміжку часу[10].

**Приклад 4.** Знайти прибуток від 3000 гривень покладених на депозит на 3 роки під 10% річних, якщо в кінці кожного року відсотки додаються до депозитного вкладу.

**Розв'язання.** Використаємо формулу для обчислення складних відсотків:

$$A = 3000 \cdot \left(1 + \frac{10\%}{100\%}\right)^3 = 3000 \cdot 1,1^3 = 3993$$

прибуток дорівнює:

$$3993 - 3000 = 993$$

Відповідь: прибуток 993 гривень.

**Приклад 5.** У день народження сина його батьки відкрили депозит у сумі 100 грн. у банку під виплату 18% річних із щорічним нарахуванням складних відсотків. Яка сума грошей буде на цьому рахунку, коли сину виповниться 20 років?

**Роз'язання:**

За умовою задачі  $A_0 = 100$  грн.,  $p = 18\% = 0,18$ ,  $n = 20$ . Тому  $A_n = 100(1 + 0,18)^{20} = 100 \cdot 27,393 = 2739,3$ (грн).

Отже, на рахунку буде 2739,3 грн.

**Відповідь:** 2739,3 грн.

**Приклад 6.** Вкладник поклав до банку 10000 грн. під 16% річних. Скільки грошей буде на рахунку вкладника через 5 роки? Скільки відсоткових грошей отримає вкладник через 5 років?

**Розв'язання:**

$A_0 = 10000$  ;  $p = 16\%$ ;  $n = 3$ . Маємо:

$$A_3 = 10000 \cdot \left(1 + \frac{16}{100}\right)^3 = 15\,608,96 \text{ (грн)}.$$

Через 3 роки вкладник отримає таку суму відсоткових грошей:

$$A_3 - A_0 = 15\,608,96 - 10\,000 = 5\,608,96 \text{ (грн)}.$$

**Відповідь:**  $A_3 = 15\,608,96$ (грн), а сума відсоткових грошей через 3 роки становитиме 5 608,96 (грн).

## 2.2. Застосування лінійної функції при розв'язуванні економічних задач

Спектр використання функцій в економіці дуже великий - від найпростіших лінійних функцій до функцій, які отримані за деяким алгоритмом, що зв'язує рекурентні відношення, досліджуваних об'єктів у різні періоди часу. Періодичність ряду економічних процесів, їх коливання дозволяють

використовувати також і тригонометричні функції[13].

Найбільш часто в економіці використовують функції:

1. Функція попиту - залежність об'єму попиту, запропонування, потреби на різні товари та послуги від ціни, доходу і т. д.
2. Функція корисності - в широкому змісті залежність корисності або результату, ефекту дії від інтенсивності цієї дії.
3. Виробнича функція - залежність результату виробничої діяльності від факторів, що її зумовлюють.
4. Функція випуску - залежність об'єму виробництва від матеріальних ресурсів та попиту.
5. Функція витрат - залежність витрат виробництва від об'єму продукції.

У зв'язку з тим, що економічні процеси та явища зумовлюються дією різних факторів, для їх дослідження широко використовуються функції багатьох змінних. Використовуються також сепарабельні функції, які дають можливість виділити вплив різних факторів змінних на залежну величину, адитивні функції, що являють собою одну і ту ж змінну як при сумарному впливі деяких факторів, так і при одночасній їх дії, так дії кожного фактора окремо. Функції багатьох змінних будуть розглянуті пізніше.

Якщо дією деяких факторів можна знехтувати, або зафіксувати ці фактори на певному рівні, то вплив одного з них вивчається за допомогою функції однієї змінної[16].

Так, залежність попиту на різні товари від прибутку задається функціями Торкнвіста:

$$y = b_1(x - a_1)/(x - c_1), (x > a_1);$$

$$y = b_2(x - a_2)/(x - c_2), (x > a_2);$$

$$y = b_3x(x - a_3)/(x - c_3), (x > a_3);$$

Якщо дослідити ці функції, то можна встановити рівень прибутку « $a_1$ », « $a_2$ », « $a_3$ » при якому починається закупка тих чи інших товарів та рівня їх насиченості  $B_1$ ,  $B_2$  для групи товарів першої та другої необхідності (рис. 1)

Розглянемо в одній системі координат криві попиту та запропонування. Графіки дають можливість встановити ринкову ціну даного товару за умов конкурентного ринку (павутинна модель (рис. 2).

Прикладів застосування функцій можна запропонувати дуже багато.

Зупинимося ще на використанні в економіці таблиць функцій, що дають можливість різні розрахунки включити або спростити великі обчислення.

При обчисленні за допомогою таблиць аргумент задається більш точно, ніж дозволяє таблиця. В цьому випадку використовують інтерполяцію - наближеному знаходженню невідомих значень

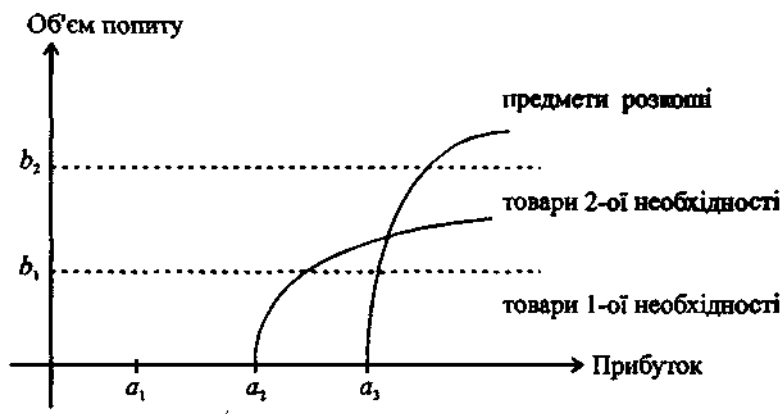


рис.1

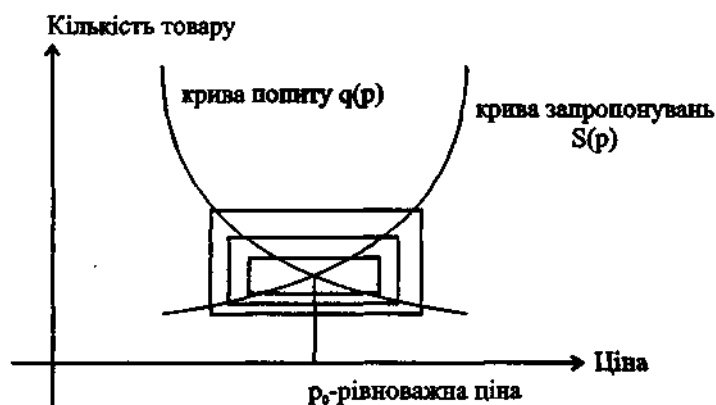


рис. 2

функцій по відомих її значеннях в заданих точках. Найпростішою є лінійна інтерполяція, при якій допускається, що приріст функції пропорційний приросту аргументу. Якщо задане значення  $x$  лежить між приведеними значеннями  $x_0$  та

$x_1 = x_0 + h$ , яким відповідає значення функції  $f(x_0)$  та  $f(x_1) = f(x_0) + \Delta f$ , то вважають, що,  $f(x) \approx f(x_0) + \Delta f(x - x_0) / h$ ,  $\Delta f(x - x_0) / h$  - інтерполяційні поправки. Ці величини обчислюються за допомогою таблиці. Якщо по заданих значеннях функції необхідно знайти наближене значення аргументу, то проводять обернену інтерполяцію.

Приклад 1. Функція  $f(x)$  задана таблицею:

$x$	1	1,02	1,06
$y$	2,04	2,28	3,08

Використовуючи лінійну інтерполяцію, знайти  $f(1.004)$ .

Оскільки

$$x_0 = 1; f(x_0) = 2.04; x_1 = 1.02; f(x_1) = 2.28;$$

$$h = x_1 - x_0 = 1.02 - 1.00 = 0.02; \Delta f = f(x_1) - f(x_0) = 2.28 - 2.04 = 0.24.$$

Тепер за інтерполяційною формулою:

$$f(x) \approx f(x_0) + \Delta f(x - x_0) / h;$$

$$f(x) = 2.04 + 0.24 * (x - 1) / 0.02;$$

$$f(x) = 2.04 + (x - 1) * 12;$$

$$f(x) = 2.04 + 12x - 12;$$

$$f(x) = 12x - 9.96.$$

Знайдемо  $f(1.004) \bullet f(1.004) = 12 \bullet 1.004 - 9.96 = 2.0088$ .

### 2.3. Розв'язування економічних задач при вивченні теми

#### Геометрична прогресія

Геометрична прогресія використовується при розрахунках з вкладниками, при визначенні сумарної спроможності кредитування системи банків, при обчисленні завтрашньої вартості сьогоднішніх грошей та інше.

При розв'язуванні задач економічного характеру учні повинні знати не лише поняття геометричної прогресії, формули її сум та членів, але й такі терміни як “інвестор” (вкладник), “депозити” (їх вкладає інвестор),



“позичальник”, “ануїтет” (це послідовність однакових внесків, які зроблені через різні проміжки часу)[3].

*Інвестор (вкладник)* — людина чи комерційна установа, яка вкладає гроші та/або інші активи з метою їхнього збереження та примноження.

*Депозит (вклад)* – це кошти в готівковій або у безготівковій формі, у валюті України або в іноземній валюті, які розміщені клієнтами на їх іменних рахунках у банку на договірних засадах на визначений строк зберігання або без зазначення такого строку і підлягають виплаті вкладнику відповідно до законодавства України та умов договору.

*Позичальник* – це фізична або юридична особа, яка може отримати від банківської установи у тимчасове користування кошти на умовах повернення, платності, строковості.

Сума членів геометричної прогресії обчислюється за формулою:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad (2.8)$$

В багатьох задачах ми зустрічаємося з фінансовою операцією, яку називають ануїтетом, що означає здійснення однакових платежів через рівні проміжки часу. Остаточна сума складається з всіх платежів плюс складні відсотки, що нараховуються на ці платежі [9].

Корисно отримати формулу для обчислення платежів ануїтету в загальному вигляді. Якщо позначити періодичні платежі через  $R$ , число платежів –  $n$ , а щорічну ставку відсотка –  $r$ .

Враховуючи, що  $i = \frac{r}{m}$ , де  $m$  – кількість конверсійних періодів за рік, то:

$$S = R \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$\text{Звідси: } R = S \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

**Приклад 1.** Дехто вносить по 100 гривень у кінці кожного місяця на “Скарбничку”. Внески приносять прибутки у 8% при поквартальному нарахуванні:

- а) знайти суму вкладу через 5 років?
- б) який прибуток буде накопичений через 5 років?

**Розв'язання:**

Дано:  $R = 100, i = \frac{8\%}{4} = 2\%, n = 4 \cdot 5 = 20$ .

а)  $S = R \cdot S_{20/0,02} = 100 \cdot 24,297 = 2429,7$  (грн.).

б) Дійсно було зроблено 20 внесків по 100 грн. у “Скарбничку” або  $20 \cdot 100 = 2000$  грн., отже, прибуток становить:  $2429,7 - 2000 = 429,7$  (грн.).

Відповідь: а) 2429,7 (грн.); б) 429,7 (грн.) [2].

## 2.4. Диференціальне числення в задачах економічного змісту

Розглянемо задачу про продуктивність праці. Нехай функція  $u = u(t)$  відображає кількість виробленої продукції  $u$  за час  $t$  і необхідно знайти продуктивність праці в момент  $t_0$ .

За період часу від  $t_0$  до  $t_0 + \Delta t$  кількість виробленої продукції зміниться від значення  $u_0 = u(t_0)$  до значення  $u_0 + \Delta u = u(t_0 + \Delta t)$ ; тоді середня продуктивність праці за цей період часу  $z_{\text{сер}} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$ . Очевидно, що продуктивність праці в момент  $t_0$  можна визначити як граничне значення середньої продуктивності за період часу від  $t_0$  до  $t_0 + \Delta t$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ , тобто

$$z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} z_{\text{сер}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = u'(t_0)$$

Таким чином, продуктивність праці є похідна від обсягу виробленої продукції по часу [10].

Розглянемо ще одне поняття, яке ілюструє економічний зміст похідної.

Витрати виробництва у будемо розглядати як функцію кількості продукції  $x$ , що виробляється. Нехай  $\Delta x$  — приріст продукції, тоді  $\Delta y$  — приріст витрат виробництва і  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  середній приріст витрат виробництва продукції на одиницю продукції. Похідна  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$  — виражає граничні витрати виробництва і характеризує наближено додаткові затрати на виробництво одиниці додаткової продукції.

Граничні витрати залежать від рівня виробництва (кількість продукції, що випускається)  $x$  і визначаються не постійними виробничими затратами, а лише змінними (на сировину, паливо та ін.). Аналогічним чином можуть бути визначені гранична виручка, граничний дохід, граничний продукт, гранична корисність, гранична продуктивність та інші граничні величини[13].

Застосування диференціального числення для дослідження економічних об'єктів та процесів на основі аналізу цих граничних величин дістало назву граничного аналізу. Граничні величини характеризують не стан (як сумарна чи середня величини), а процес зміни економічного об'єкта. Таким чином, похідна виступає як швидкість зміни деякого економічного об'єкта (процесу) за часом або відносно іншого об'єкта дослідження. Але необхідно врахувати, що економіка не завжди дозволяє використовувати граничні величини в силу неподільності багатьох об'єктів економічних розрахунків та неперервності (дискретності) економічних показників в часі (наприклад, річних, кварталних, місячних та ін.). Водночас у деяких випадках можна відокремитись від дискретності показників і ефективно використовувати граничні величини.

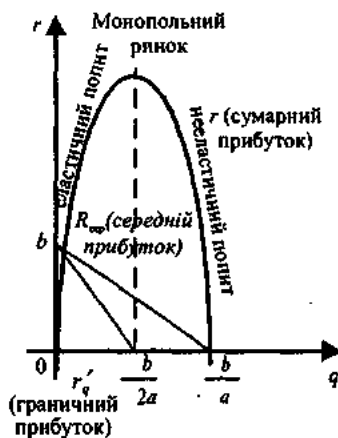
Розглянемо, як приклад, співвідношення між середнім та граничним доходом в умовах монопольного та конкурентного ринків.

Сумарний дохід (виручка) від реалізації продукції  $r$  можна визначити як добуток ціни одиниці продукції  $p$  на кількість продукції  $q$ , тобто  $r = pq$ .

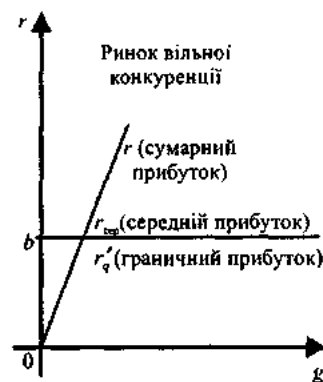
В умовах монополії одна або декілька фірм повністю контролюють пропозицію певної продукції, а отже і її ціну. При цьому, як правило, зі збільшенням ціни попит на продукцію падає. Вважаємо, що цей процес проходить по прямій, тобто крива попиту  $p(q)$  є лінійна спадаюча функція  $p = aq + b$ , де  $a < 0$ ,  $b > 0$ . Звідси сумарний дохід від реалізованої продукції складає  $r = (aq + b)q = aq^2 + bq$  (див. рис. 1). В цьому випадку середній дохід на одиницю продукції  $r_{\text{сер}} = \frac{r}{q} = aq + b$ , а граничний прибуток, тобто додатковий дохід від реалізації одиниці додаткової продукції, складатиме  $r'_q = 2aq + b$  (див. рис. 1). Звідси, в умовах монопольного ринку зі зростанням

кількості реалізованої продукції граничний прибуток зменшується, внаслідок чого відбувається зменшення (з меншою швидкістю) середнього прибутку.

В умовах досконалої конкуренції, коли на ринку функціонує велика кількість учасників і кожна фірма не спроможна контролювати рівень цін, стабільна реалізація продукції можлива при домінуючій ринковій ціні, наприклад,  $p = b$ . При цьому сумарний прибуток складатиме  $r = bq$  і відповідно середній прибуток  $r_{\text{сеп}} = \frac{r}{q} = b$ ; граничний прибуток  $r'_q = b$  (див. рис. 2). Таким чином, в умовах ринку вільної конкуренції, на відміну від монопольного ринку, середній та граничний прибутки збігаються.



(Рис.1)



(Рис.2)

Для дослідження економічних процесів та вирішення інших прикладних задач використовується поняття еластичності функції[20].

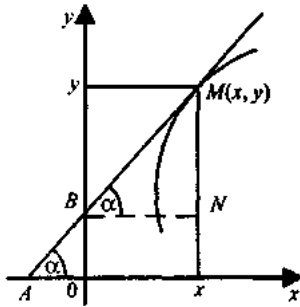
**Означення:** Еластичністю функції  $E_x(y)$  називається границя відношення відносного приросту функції  $y$  до відносного приросту змінної  $x$  при  $\Delta x = 0$ :

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} \right) = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot y' \cdot (1)$$

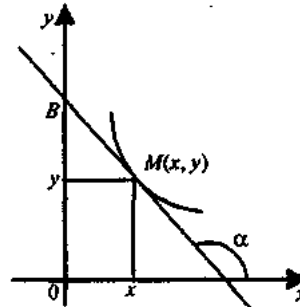
Еластичність функції наближено відображає, на скільки відсотків зміниться функція  $y = f(x)$  при зміні незалежної змінної  $x$  на 1%.

Визначимо геометричний зміст еластичності функції. За означенням (1)  $E_x(y) = \frac{x}{y} y' = \frac{x}{y} \operatorname{tg} \alpha$ , де  $\operatorname{tg} \alpha$  — тангенс кута нахилу дотичної в точці  $M(x, y)$  (див рис. 4.24). Враховуючи, що з трикутника  $MBN$   $MN = x \operatorname{tg} \alpha$ ,  $MC = y$ , а з подібності трикутників  $MBN$  та  $AMC$   $\frac{MN}{MC} = \frac{MB}{MA}$ , тобто еластичність функції (за

абсолютною величиною) дорівнює відношенню відстаней по дотичній від даної точки графіка функції до точок її перетину з осями  $Ox$  та  $Oy$ . Якщо точки перетину дотичної до графіка функції  $A$  і  $B$  знаходяться по одну сторону від точки  $M$ , то еластичність  $E_x(y)$  додатня (див. рис. 3), якщо по різні сторони, то  $E_x(y)$  відмінна (див. рис. 4).



(Рис.3)



(Рис.4)

### Властивості еластичності функції:

1. Еластичність функції дорівнює добутку незалежної змінної на темп зміни функції  $T_y = (\ln y)' = \frac{y'}{y}$ , тобто  $E_x(y) = x \cdot T_y$
2. Еластичність добутку (частки) двох функцій дорівнює сумі (різниці) еластичностей цих функцій:

$$E_x(uv) = E_x(u) + E_x(v), E_x\left(\frac{u}{v}\right) = E_x(u) - E_x(v).$$

3. Еластичності взаємообернених функцій — взаємообернені величини:

$$E_x(y) = \frac{1}{E_y(x)} \quad (2)$$

Еластичність функції застосовується при аналізі попиту та пропозиції. Наприклад, еластичність попиту  $y$  відносно ціни  $x$  (або доходу  $x$ ) — коефіцієнт, що визначається за формулою (1) і наближено відображаючи, на скільки відсотків зміниться попит (обсяг пропозиції) при зміні ціни (або доходу) на 1%.

Якщо еластичність попиту (за абсолютною величиною)  $|E_x(y)| > 1$ , то попит вважають еластичним, якщо  $|E_x(y)| < 1$  — нееластичним відносно ціни (або доходу). Якщо  $|E_x(y)| = 1$ , то мова йде про попит з одиничною еластичністю.

Визначим, наприклад, як впливає еластичність попиту відносно ціни на сумарний прибуток  $z = pq$  при реалізації продукції. Вище ми вважали криву попиту  $p = p(q)$  — лінійною функцією; тепер припустимо, що  $p = p(q)$  — довільна функція. Знайдемо граничний прибуток

$$z'_q = (pq)'_q = p'_q \cdot q + p \cdot 1 = p \left( 1 + \frac{q}{p} p'_q \right) = p (1 + E_q(p)).$$

Відповідно з формулою (2) для еластичності взаємо обернених функцій еластичність попиту відносно ціни обернена еластичності ціни відносно попиту, тобто  $E_q(p) = \frac{1}{E_p(q)}$ , а також те, що  $E_p(q) < 0$ , отримаємо при довільній кривій попиту

$$r'_q = p \left( 1 - \frac{1}{|E_p(q)|} \right) \quad (3)$$

Якщо попит не є еластичним, тобто  $|E_p(q)| < 1$ , то відповідно до (2) граничний доход  $r'_q$  буде від'ємний при будь-якій ціні; якщо попит еластичний, тобто  $|E_p(q)| > 1$ , то граничний прибуток  $r'_q$  додатний. Таким чином, для нееластичного попиту зміна ціни та граничного прибутку відбуваються в одному напрямку, а для еластичного попиту — в різних. Це означає, що зі зростанням ціни для продукції еластичного попиту сумарний прибуток від реалізації продукції збільшується, а для товарів нееластичного попиту — зменшується. На рис. 2 на кривих прибутків виділені області еластичного та нееластичного попиту[20].

**Приклад:** Залежність між витратами виробництва у і обсягом продукції  $x$ , що випускається, визначається функцією  $y = 50x - 0,05x^3$  (грош. од.). Визначити середні та граничні витрати за умови, що обсяг продукції 10 одиниць.

**Розв'язок:** Функція середніх витрат (на одиницю продукції) виражається відношенням  $y_{сер} = \frac{y}{x} = 50 - 0,05x^2$ ; при  $x = 10$  середні витрати (на одиницю продукції) дорівнюють  $y_{сер} = (10) = 50 - 0,05 \cdot 10^2 = 45$  (грош. од.). Функція граничних витрат виражається похідною  $y'(x) = 50 - 0,15x^2$ ; при  $x = 10$  граничні витрати складають  $y'(10) = 50 - 0,15 \cdot 10^2 = 35$  (грош. од.). Отже, якщо середні витрати на виробництво одиниці продукції складають 45 грош. од., то граничні

витрати, тобто додаткові затрати на виробництво додаткової одиниці продукції за умови даного рівня виробництва (обсягу продукції, що випускається 10 од.), складають 35 грош. од.

**Приклад:** Залежність між собівартістю одиниці продукції  $y$  (тис. грош. од.) та випуском продукції  $x$  (млрд. грош. од.) виражається функцією  $y=0,5x+80$ . Знайти еластичність собівартості за умови випуску продукції в розмірі 60 млрд. грош. од.

**Розв'язок:** За формулою (1) еластичність собівартості

$$E_x(y) = \frac{-0.5x}{-0.5x + 80} = \frac{x}{x - 160}$$

При  $x = 60$   $E_{x=60}(y) = -0.6$ , тобто при виробництві продукції в розмірі 60 млн. грош. од., збільшення її на 1% викличе зменшення собівартості на 0,6%.

**Приклад:** За допомогою досліду були встановлені функції попиту  $q = \frac{p+8}{p+2}$  та пропозиції  $s = p + 0.5$ , де  $q$  та  $s$  — кількість товарів, відповідно що купується і пропонується для продажу за одиницю часу,  $p$  — ціна товару. Знайти: а) рівноважну ціну, тобто ціну, за якої попит та пропозиція врівноважуються; б) еластичність попиту та пропозиції для цієї ціни; в) зміну доходу при збільшенні ціни на 5% від рівноваженої.

**Розв'язок:** а) Рівноважна ціна визначається з умови  $q = s$ ,  $\frac{p+8}{p+2} = p + 0.5$ , звідки  $p = 2$ , тобто рівноважна ціна дорівнює 2 грош. од. б) Знайдемо еластичності попиту та пропозиції за формулою (1):

$$\text{Для рівноважної ціни } p = 2 \text{ маємо } E_p=q = -0,3, E_p=s = 0,8 .$$

Так як отримані значення еластичності за абсолютною величиною менші 1, то попит і пропозиція даного товару за рівноважної (ринкової) ціни нееластичні відносно ціни. Це означає, що зміна ціни не приведе до різкої зміни попиту та пропозиції. Так, при збільшенні ціни  $p$  на 1% попит зменшиться на 0,3%, а пропозиція збільшиться на 0,8%. в) При збільшенні ціни  $p$  на 5% від рівноважної попит зменшиться на  $5 \cdot 0,3 = 1,5\%$ , тобто прибуток зросте на 3,5%.

## 2.5. Інтеграл та його застосування в економіці

Визначений інтеграл має багато інших геометричних, фізичних, механічних застосувань тощо. Зупинимось на деяких його економічних застосуваннях, що пов'язані з сумарними ефектами[28].

1. За допомогою визначеного інтегралу можна визначати загальний дохід, якщо відомий граничний прибуток. Нехай, наприклад, функція граничного доходу задається формулою

$$MR = -0.04x + 12,$$

де  $x$  – кількість поданих одиниць товару. Визначимо дохід від продажу 100 одиниць товару.

Розв'язування.

$$M = \int_0^{100} (-0.04x + 12) dx = -0.04 \frac{x^2}{2} + 12x \Big|_0^{100} = (-0.02x^2 + 12x) \Big|_0^{100}$$

(грн.)

2. Визначений інтеграл дозволяє розв'язувати задачу визначення додаткової вартості.

Нехай задано функції пропозиції  $S = 15p$  та попиту  $q = p^2 - 80p + 1500$ . (рис. 1).

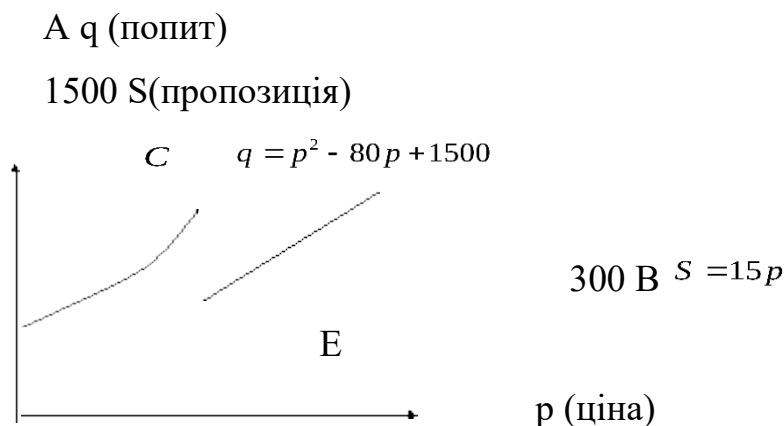


Рис. 1. Задача про додаткову вартість.

Визначаємо, що  $q = S$  при  $p=20$ . При цьому попит дорівнює 300 одиниць. Дохід за продану продукцію становить для виробника  $20 \cdot 300 = 6000$  грн та зображається площею прямокутника  $OBCE$ . Економічний зміст має ціна за одиницю товару, більша за 20 грн. (якщо попит перевищує пропозицію, то, звичайно, знайдуться покупці, які куплять товар дорожче, ніж за 20 грн). мірою



справжньої корисності товару, вважають економісти, є площа фігури OBCD. Площа заштрихованої фігури (криволінійного трикутника CDE) називається додатковою вартістю. Визначимо цю площу за допомогою інтегралу

$$\int_{20}^{30} (p^2 - 80p + 1500) dp = \frac{p^3}{3} - 80 \frac{p^2}{2} + 1500p \Big|_{20}^{30} = 1333.33 \text{ (грн)}$$

Отже, додаткова вартість дорівнює 1333,33 грн.

3. Для подолання наслідків стихійного лиха в деяку місцевість надходять благодійні внески, розмір яких наближено описується функцією  $a(t) = 30e^t$  ( $t \in [0; 3]$ ), причому  $t$  вимірюється в днях від моменту стихійного лиха, а  $a(t)$  – в тисячах гривень [24]. Визначити:

1. скільки внесків надійде на другий день  $t=2$ ?
2. яка сума внесків очікується за три дні з моменту початку стихійного лиха?

Розв'язок. а) Визначимо  $a(2)$ :

$$a(2) = 30e^2 \approx 221.6 \text{ тис. грн.}$$

б) Сумарні внески за три дні визначимо за допомогою визначеного інтеграла:

$$\int_0^3 30 e^t dt = 30 e^t \Big|_0^3 = 30(e^3 - 1) \approx 572.4 \text{ тис. грн.}$$

Аналогічно розв'язуються задачі про епідеміологічний контроль, про потребу підприємства в матеріалах, про рівень затрат на ремонт приладів, про чисельність населення та ін.

4. Нехай виробнича функція Кобба-Дугласа має вигляд:

$$y = (4 + t)e^{2t} \quad (t \in [0; 3])$$

( $y$  – об'єм випуску продукції (тис. шт.),  $t$  – час (роки)). Потрібно знайти об'єм  $V$  продукції, виготовленої за 3 роки.

Розв'язок. Об'єм  $V$  виготовленої продукції дорівнює визначеному інтегралу  $V = \int_0^3 (4 + t)e^{2t} dt$ .

Інтегруючи частинами, знаходимо:

$$V = \left| \begin{array}{l} u = u + t \\ dv = e^{2t} dt \end{array} \right| \begin{array}{l} du = dt \\ v = \frac{1}{2} e^{2t} \end{array} = \frac{1}{2} (4 + t) e^{2t} \Big|_0^3 - \frac{1}{2} \int_0^3 e^{2t} dt = \frac{7}{2} e^6 - 2 -$$

$$\frac{1}{4} (e^6 - 1) = \frac{13}{4} e^6 - \frac{7}{4} \approx 11309 \text{ (тис. шт.)}$$

Отже, за 3 роки буде виготовлено приблизно 1309 тис. шт. одиниць продукції.

5. За допомогою кривої Лоренцо ОВА (рис. 1), що відображає залежність долі прибутків від долі населення, оцінюють нерівномірність в розподілі прибутків населення (якщо розподіл прибутків рівномірний, то крива Лоренца вироджується в пряму ОА)[3].

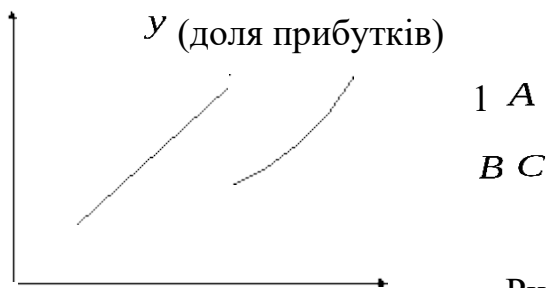


Рис. 2. Крива Лоренца ОВА

Мірою цієї нерівномірності є коефіцієнт Джіні  $k$ :  $k = \frac{S_{OAB}}{S_{\Delta JAB}}$  де  $S_{OAB}$  – площа ОВА, а  $S_{\Delta OAC}$  – площа трикутника ОАС. При цьому чим більше  $k$ , тим не рівномірний розподіл прибутків населення.

Нехай, наприклад,  $y = x^4$ .

$$\text{Тоді } S_{OAB} = \frac{1}{2} - \int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{2} - \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = 0.3.$$

Оскільки  $S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2}$ , то  $k=0,6$ . Розподіл прибутків населення істотно нерівномірний. Якщо ж  $y = \frac{x^2+2x^3}{3}$ , то аналогічно можна показати, що  $k = \frac{4}{9} \approx 0,44$ . У цьому випадку розподіл прибутків у меншій мірі нерівномірний.

## 2.6. Прикладна спрямованість математичних задач на формування сімейного бюджету

Кожна сім'я для підвищення свого добробуту застосовує основний принцип бюджетного формування – планування та прогнозування власних доходів та витрат. Збалансований підхід до формування сімейного бюджету

дозволяє родині досягти підвищення рівня життя та зробити певні заощадження. На її бюджет впливають різні чинники, врахування яких дозволяє досягти оптимального співвідношення між доходами та витратами[18].

Сучасні потреби розвитку України вимагають переходу на нову, більш гнучку, ніж існуюча, стратегію освіти. Суспільству потрібна компетентна, творча особистість, яка здатна брати активну участь у розвитку сучасного виробництва, економіки, освіти, науки і культури. Саме тому на перший план шкільної освіти виходить завдання створення оптимально сприятливих умов для виявлення і розвитку здібностей учнів, задоволення їхніх інтересів і потреб, навчально-пізнавальної активності та творчої самостійності.

Однією з найважливіших складових загальноосвітньої підготовки школярів є математична освіта. Велика кількість галузей науки і техніки своїми успіхами значною мірою завдячують саме широкому використанню математичних методів. Тому не менш важливою метою вивчення математики є науково правильне розуміння учнями особливостей відображення явищ навколишнього середовища, вміння будувати простіші математичні моделі реальних явищ і процесів і володіння математичним апаратом для їх дослідження. Серед напрямів, що можуть суттєво вплинути на підвищення в учнів зацікавленості у вивченні математики та поліпшення рівня їх загальноосвітньої математичної освіти, є посилення практичної та прикладної спрямованості шкільного курсу математики.

Саме тому цікавою є тема «Використання задач практичного та прикладного змісту на уроках математики як засіб розвитку особистості». Практичні задачі дають змогу показати учням тісний зв'язок математики з усіма сторонами нашого буття, з природою, навчити самостійно розв'язувати не тільки математичні задачі, а й життєві проблеми, виховувати відповідальне ставлення до навколишнього середовища, повагу до кожного, хто поруч[30].

Прикладна спрямованість задач передбачає вироблення в учнів умінь використовувати здобуті знання в своїй практичній діяльності та допомагає під

час вивчення інших дисциплін: географії, фізики, хімії, біології, економіки, соціології, медицини, технології тощо.

Прикладні задачі повинні:

- мати реальний практичний зміст, який забезпечує ілюстрацію практичної цінності та значущості набутих математичних знань;
- відповідати шкільній програмі і підручникам;
- бути сформульовані доступною та зрозумілою мовою, не містити термінів, з якими учні не зустрічалися і які вимагатимуть додаткових пояснень;
- мати реальні числові дані, які відповідають існуючим в практиці;
- у змісті по можливості відображати особистий досвід учнів, місцевий матеріал, який дозволяє ефективно показати використання математичних знань і викликати пізнавальний інтерес;
- відображати ситуації виробництва, економіки, торгівлі, ілюструвати застосування математичних знань у конкретних професіях.

Уроки у формі ділової гри сприяють ознайомленню учнів з основними напрямками роботи тих чи інших підприємств або галузей народного господарства, викликають інтерес до різних професій[16].

Використання задач прикладного змісту на уроках дає змогу формувати в учнів системність мислення, здатність здійснювати оптимальний вибір, уміння розв'язувати задачі найраціональнішим способом, здійснювати порівняння, узагальнення, абстрагування, класифікацію, аналогію, аналіз, синтез і позитивні моральні риси особистості — старанність, кмітливість, працьовитість, відповідальність, наполегливість в досягненні поставленої мети.

Використання прикладних задач є одним із шляхів реалізації міжпредметних зв'язків, дидактичного принципу організації навчально-пізнавальної діяльності особистості, що сприяє інтеграції математики а інших предметів.

Для деяких родин основним джерелом доходу виступає заробітна плата, для інших – доходи від підприємницької діяльності, а в сільськогосподарській місцевості – доходи від особистого господарства. Також поповнення доходів

родини можливе за рахунок надання власних приміщень в оренду, отримання дивідендів, спадщини та інших надходжень. Кожна родина має реальне збільшення власного доходу за рахунок отримання законодавчо визначених соціальних гарантій: отримання пенсій, стипендій, надання одноразових виплат у випадку народження дитини, втрати годувальника та інші.

Витрати сімейного бюджету залежать від досягнутого життєвого рівня та включають витрати на придбання продуктів харчування, одягу, взуття, предметів особистої гігієни, придбання житла та його утримання, предмети тривалого користування, особистий та культурний розвиток, сезонні закупки, сплату за відпочинок, проїзд, платні послуги, різні внески тощо.

Кожна сім'я в Україні законодавчо забезпечена з боку держави безкоштовною освітою, безкоштовним медичним обслуговуванням та має можливість у разі наявності відповідних умов отримувати різні пільги. Проте в разі альтернативного вибору родини, залежно від рівня доходів, можливе коригування витрат для отримання освіти та медичного обслуговування підвищеного рівня. Крім цього, необхідно враховувати, що кожен зобов'язаний сплачувати податки і збори в порядку і розмірах, встановлених законом, тобто сплата податків є важливою статтею витрат сімейного бюджету.

Розумне планування доходів та витрат дозволяє родині заощаджувати власні кошти та спрямовувати їх на підвищення свого добробуту. Тому серед багатьох аспектів проблеми формування підготовки учнів до дорослого життя важливо відзначити розуміння сімейного бюджету. Для розв'язання цієї проблеми розглянемо математичні задачі, які розкривають це питання. Вони охоплюють велике коло фінансових операцій[24].

Бюджет кожної сім'ї є важливою складовою фінансової системи будь-якої країни, в тому числі й України. Визначимо це поняття. За словником іншомовних слів, "бюджет " – це розпис грошових доходів та видатків держави, підприємства, установи на певний період або "сукупність доходів і видатків особи, сім'ї за певний період". Якщо розглядати бюджет як економічну категорію, стає

зрозумілим, що бюджет родини є складовою частиною загального поняття "бюджет".

Сімейний бюджет майже кожної родини формується за такими станами доходів:

- ✓ заробітна плата;
- ✓ доходи від підприємницької діяльності;
- ✓ дохід від власного господарства;
- ✓ доходи від інших джерел, які пов'язані з власністю;
- ✓ пенсії, стипендії, соціальні гарантії;
- ✓ доходи від цінних паперів та інше.

Крім цього, слід наголосити, що сімейний бюджет зазнає таких витрат, які в Україні зазначені статтями:

> поточні витрати – придбання продуктів харчування, одяг, взуття, предметів особистої гігієни, сплата за проїзд, платні послуги тощо;

> одноразові витрати – придбання житла, предметів тривалого користування, сплата за навчання, різні внески, сезонні закупки, сплата за відпочинок тощо;

- > заощадження;
- > податки;
- > різні обов'язкові платежі.

Одним із засобів формування бюджету сім'ї є участь родини в суспільному виробництві. Це досягається підприємницькою діяльністю та використання її результатів[26].

Мале підприємництво протягом останніх років привертає до себе прискіпливу увагу держави. Вона зацікавлена в розвитку малого підприємництва, тому що підприємець має можливість знайти своє місце в економічному просторі держави. Держава від цього отримує податки, збільшення валового внутрішнього продукту та число робочих місць у реальній економіці, зменшення соціальної напруги. Підприємець має низькі накладні витрати,

можливість активної участі у виробничому та соціальному житті, реалізацію особистих планів.

У структурі грошових доходів родини суттєвим є отримання прибутку за рахунок соціальних гарантій. Соціальні гарантії надаються в межах соціального захисту інтересів населення. Рівень соціальних гарантій та соціальної допомоги залежить від соціальної політики держави та спрямований на підвищення добробуту населення і задоволення мінімально необхідних стандартів життєвого рівня населення. Видами та формами соціального забезпечення населення є соціальні допомоги на випадок безробіття, захворювання, нещасного випадку на виробництві.

Аналіз різних джерел доходів родини приводить до розвитку в учнів фінансового досвіду, вмінь застосовувати математичні закони для розрахунку власних грошей. Це показує, що рівень життя громадян залежить від їх діяльності. Звідси висновок: чим більше в державі заможних людей, тим багатша держава в цілому. Тому потрібно акцентувати увагу учнів на тому, що від особистої діяльності кожного з них як громадянина України, залежить як фінансовий стан родини, так і загальний економічний розвиток держави. Приклади задач на сімейний бюджет[28].

В шостому класі, тема Кругова діаграма.

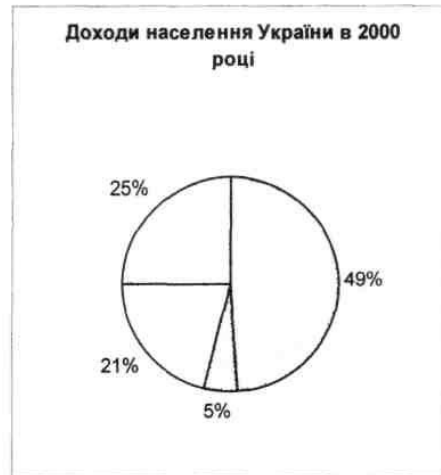
**Задача.** У 2000 році доходи українського населення розподілялись так:

- оплата праці та доходи від підприємницької діяльності – 49 %,
- надходження від продажу товарів власного господарства – 5 %,
- пенсії, соціальні виплати – 21%,
  - інше – 25.

Побудувати кругову діаграму та провести аналіз наведених даних.

**Розв'язання.** Для зображення даних за допомогою кругової діаграми з'ясуємо, скільки градусів припадає на один відсоток:

$360^{\circ}:100=3,6^{\circ}$ . Тоді на зображення оплати праці та доходів від підприємницької діяльності припадає  $49 \cdot 3,6 = 176,4^{\circ} \approx 176^{\circ}$ , на надходження від продажу товарів власного господарства –  $5 \cdot 3,6 = 18^{\circ}$ , на пенсії, соціальні виплати –  $21 \cdot 3,6 = 75,6^{\circ} \approx 76^{\circ}$ , на інше –  $25 \cdot 3,6 = 90^{\circ}$ . Будуємо діаграму.



В сьомому класі, тема Лінійні рівняння та нерівності.

**Задача.** Дохід від заробітної плати в родині складає 450 грн. у місяць. Причому заробітна плата батька відноситься до заробітної плати матері як 3: 2. знайти, в яких галузях економіки працюють батьки, використовуючи дані у таблиці.

	Середня заробітна плата, грн.
Сільське господарство	100
Торгівля	180
Будівництво	211
Промисловість	217
Зв'язок	260
Річковий транспорт	270

**Розв'язання.** Нехай  $x$  – коефіцієнт пропорційності. Розглянемо два випадки:



1) Заробітну плату в родині отримують лише батьки. Тоді задача розв'язується складанням та розв'язанням лінійного рівняння:

$3x+2x = 450$ ,  $5x = 450$ ,  $x = 90$ . Заробітна плата батька –  $90 \cdot 3 = 270$  (грн.), а матері –  $90 \cdot 2 = 180$  (грн.). Тоді за даними в таблиці: батько працює – в річковому транспорті, а мати – в торгівлі.

2) Дохід родини від заробітної плати залежить не лише від зарплати батька та матері (є ще хтось, хто отримує заробітну плату, наприклад син).

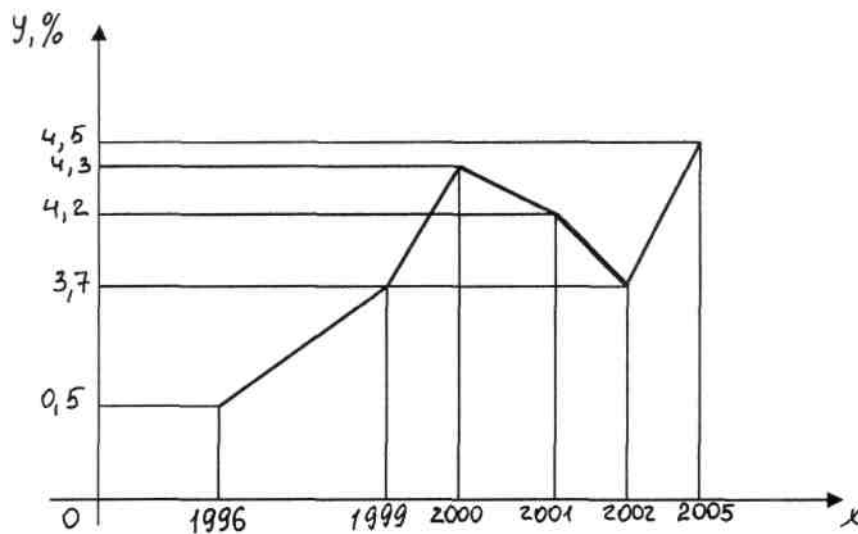
У цьому випадку для відшукування відповіді розглядається нерівність:

$$3x+2x < 450, x < 90.$$

У цьому випадку немає однозначної відповіді: мати може працювати в сільському господарстві, а батько – у будь-якій з наведених галузей.

В восьмому класі, тема Графіки функцій.

**Задача.** Проаналізувати графік "Рівень безробіття в Україні" та відповісти на питання.



Запитання:

1. Що вибрано за незалежну змінну, а що – за функцію?
2. В якому році рівень безробіття був найбільшим?
3. Як змінювалась кількість безробітних з 1996 до 2005?
4. В якій період рівень безробіття зростав? спадав?
5. Яка ОВ функції?
6. Яка ОЗ функції?

В дев'ятому класі, тема Нерівності.

**Задача.** Родина планує отримати від власного вирощування та продажу картоплі дохід у 600 грн.. Яку кількість урожаю потрібно зібрати, якщо на рік для всієї родини потрібно 200 кг картоплі, а на ринку картоплю можна продати за ціною 1 грн. 20 коп. за 1 кг?

**Розв'язання.** Нехай родина збере  $x$  кг картоплі. Тоді врожай картоплі повинен задовольняти наступну нерівність, оскільки зазначені не всі факти, які потрібно враховувати при отриманні доходу від вирощування картоплі:

$$x - 200 \geq \frac{60000}{120},$$

$$x - 200 \geq 500,$$

$$x \geq 700$$

**Відповідь.** Не менше ніж 700 кг.

Ознайомлення учнів з елементами сімейного бюджету веде до розуміння економічних операцій родини, підприємства, фірми, держави в цілому. Учні навчаються ширше бачити можливості застосування своїх математичних знань у щоденному житті. Це привчає робити правильні висновки та прогнозувати подальші особливості дії в різних життєвих ситуаціях.

## **2.7. Організація, проведення та аналіз результатів педагогічного експерименту**

Основні теоретичні положення активізації пізнавальної діяльності при роботі з математичними задачами економічного змісту, які висвітлені в роботі, були реалізовані під час проведення експериментального дослідження у Рівненському НВК «Колегіум». Для уточнення активізації пізнавальної діяльності було використано дослідження пізнавального інтересу учнів 10-А класу (23 учні), його формування та розвиток, що виступає головним показником в процесі пізнавальної діяльності учнів.

Робота проводилась з вересня 2019 по жовтень 2019 р.

Мета експерименту полягала в перевірці робочої гіпотези дослідження. Її перевірка вимагала, в першу чергу, виявлення ефективності впливу запропонованої системи задач на активізацію навчання та формування

пізнавального інтересу до математики. В ході експерименту з'ясовувались доступність та ефективність системи математичних задач економічного змісту, яка спрямована на формування та розвиток пізнавального інтересу до математики, можливість використання різних прийомів і методів роботи з ними, роль запропонованих задач в процесі навчання математики та в процесі розширення фінансово-математичної обізнаності учнів.

Під час діагностики учні виявили значний інтерес до предмету, намагалися самостійно розв'язувати задачі, задавали додаткові запитання. Був проведений урок на тему Розв'язування економічних задач математичним методом (Додаток А).

Для розв'язання проблеми та перевірки гіпотези використовувались як основні, так і часткові завдання. Зокрема:

1. З'ясувати спрямованість інтересу учнів 10 класу до учбових предметів та місце математики серед них.
2. Розвивати особливість пізнавального інтересу до математичних задач економічного змісту.
3. Визначити методи та засоби роботи з математичними задачами економічного змісту, що сприяють формуванню та розвитку пізнавального інтересу учнів.

Остаточна робота полягала в обробці, перевірці та уточненні даних, отриманих у процесі експерименту, формулюванні висновків.

Спостереження на уроках математики проводились за планом, який включав: аналіз використання математичних задач економічного змісту та методів роботи з ними; спостереження за уважністю, самостійністю в теоретичній та практичній діяльності учнів; виявлення інтересу до вивчення математичних основ та, особливо, до роботи із запропонованими задачами.

У процесі дослідження було проведено аналіз підручників з математики, за якими відбувається навчання в основній школі, на наявність в них математичних задач фінансового змісту. Були отримані данні.

Можна зробити такі висновки:

- кількість математичних задач фінансового змісту дуже обмежена в шкільному курсі математики, серед них зустрічаються комерційні задачі на сімейний бюджет, банківські розрахунки, але зовсім відсутні задачі на податки та цінні папери;
- кількість математичних задач фінансового змісту трохи збільшується при вивченні теми Елементи прикладної математики в 9-ому класі, але майже всі вони стосуються складних відсотків нарахування грошей, але діти майже зовсім не ознайомлюються з математичними операціями, які використовуються в фінансових розрахунках;
- рідко використовуються задачі з нестачею даних, із зайвими даними, не наводяться приклади математичних задач фінансового змісту із заданими даними у вигляді таблиць, графіків, діаграм;
- відсутні задачі для самостійного фінансового обрахування життєвих даних, що знижує показ реальності математичних операцій та законів;
- мала кількість математичних задач фінансового змісту, а при викладанні нового матеріалу їх відсутність.

У процесі спостереження зверталась увага на питання, які ставлять учні до вчителів та товаришів, відповіді за власним бажанням, зацікавленість у роботі з математичними задачами економічного змісту, прагнення зрозуміти життєве значення та застосування даних задач та прагнення поповнювати свої знання самостійно шляхом розв'язування задач з додаткових джерел.

Серед професій, які вказували учні у відповідях на перше питання, зустрічалися такі як бухгалтер, фінансист, економіст, менеджер. Це свідчить про цікавість учнів до економічних операцій та підтверджує ідею необхідності збільшення економічної освіти в школі.

У відповідях на друге питання, на жаль мало хто з учнів знайшов реальне застосування власних математичних знань. Багато відповідей вказували на те, що учні не знаходять життєвого значення для математики: для допомоги виконувати домашні завдання молодшому брату, для отримання гарної оцінки тощо. Аналіз відповідей на наступні питання тесту подано у таблиці 1.

Таблиця 1

Аналіз тесту на виявлення рівня пізнавального інтересу до математичних задач фінансового змісту та рівня знань фінансово-математичних операцій і законів:

Запитання	Так	Ні	Не знаю
Чи мрієте Ви стати багатими?	98 %	0 %	2 %
Чи можливо з грошей робити гроші?	86 %	3 %	11 %
Чи бажаєте дізнатися більше про фінансово-математичні закони?	65 %	35 %	-
Чи потрібно вивчати економічні задачі та закони в школі?	95 %	5 %	-
Чи зустрічаєтесь Ви з економічними проблемами в житті?	78 %	2 %	-
Чи подобаються Вам економічно-математичні розрахунки?	16 %	1 %	83 %
Чи допоможе, на Ваш погляд, вивчення економічних особливостей в школі розбагатіти кожному громадянину країни?	86 %	5 %	9 %
Чи є в нашій країні економічна нестабільність?	64 %	29 %	7 %

Данні таблиці показують, що у більшості учнів виникає інтерес до економічної тематики, але програмою основної школи не передбачено ознайомлення учнів з цим напрямком життя. Тому для забезпечення первинних знань економічних операцій, термінів, законів, ознайомлення з елементарними поняттями економічного світу доцільно до задач, які розглядаються на уроках математики, включити математичні задачі економічного змісту.

Отже, використання математичних задач фінансового змісту в процесі вивчення математики та різних методів роботи над ними дало змогу виявити особливості пізнавального інтересу учнів.

Під час проведення формуючого експерименту ставилась задача комплексного використання математичних задач економічного змісту різних видів з метою активізації пізнавальної діяльності учнів та розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики та перевірки гіпотези, яка була сформульована в результаті спостережень та теоретичного аналізу проблеми.

Експериментальне дослідження проводилось в класі у відповідності з чинною програмою. Вивчення матеріалу відбувалось за діючими підручниками, проте робота була посилена по використанню математичних задач економічного змісту та певних методів роботи з ними, що сприяло підвищенню інтересу учнів до вивчення математики та, в загальному, активізувало пізнавальну діяльність учнів.

Задачний матеріал було розроблено та розподілено майже за всіма темами, що вивчаються в курсі математики загальноосвітньої школи. Він відповідав зазначеним вимогам до змісту задач та методиці їх використання. Час для роботи над задачами даної групи з'являвся за рахунок заміни типових задач підручника математичними задачами економічного змісту. Крім того, велика кількість задач обговорювалась на уроці, а подальша робота виносилась на самостійне дослідження.

Можна зробити висновок, що використання задач фінансово-економічного змісту при вивченні математики в загальноосвітній школі сприяє підвищенню інтересу учнів до математики та підвищенню їх рівня знань.

## ВИСНОВКИ

Результати проведеного теоретичного дослідження та педагогічного експерименту дозволяють нам сформулювати **висновки** щодо їх практичного використання:

1. Активізація пізнавальної діяльності учнів – це перехід до більш високого рівня активності та самостійності учнів у процесі навчання, який стимулюється розвитком пізнавального інтересу, та відбувається завдяки удосконаленню методів та прийомів навчального процесу.

2. Показниками та ознаками прояву активності та інтересу учнів у процесі роботи над задачею є:

- постановка запитань;
- відстеження помилок в процесі роботи над задачею;
- використання отриманих раніше знань;
- прагнення розв'язувати нестандартні задачі;
- пошук цікавих математичних фактів, використання набутих математичних знань у повсякденному житті;
- самостійне створення задач;
- допомога одноліткам у розв'язанні складніших завдань;
- пошук альтернативних способів розв'язування задач тощо.

3. Розв'язування математичних задач економічного змісту та введення їх в навчальну програму основної школи сприяє створенню необхідного емоційного настрою, активності учнів у навчанні та розширенню сфери практичного застосування вмінь та навичок учнів, отриманих у процесі вивчення математики.

4. Математичні прикладні задачі фінансового змісту виконують:

- освітню функцію, оскільки їх використання спрямоване на формування у школярів системи знань, вмінь та навичок на різних етапах навчання;

- розвиваючу функцію, бо робота з ними розвиває вміння осмислювати зміст понять, застосувати здобуті знання на практиці, аналізувати результати, робити відповідні узагальнення, порівняння та висновки;

- виховну функцію, бо економічне та фінансове виховання на уроках математики може здійснюватися насамперед завдяки цим задачам;

- контролюючу функцію як навчальні задачі.

5. Для досягнення активізації пізнавальної діяльності учнів при роботі з математичними задачами економічного змісту потрібно дотримуватись виконання таких вимог до задач:

- задача повинна бути правильно подана (вчитель пояснює важливість її розв'язання для подальшої роботи та набуття відповідних вмінь);

- задача повинна бути зрозуміла учням, тобто пояснені всі терміни, які зустрічаються в задачі, ситуація описана в задачі відома та цікава для учнів із життєвої необхідності, вимога задачі повинна викликати інтерес;

- задача повинна бути посильною учням, тобто учні повинні мати досвід роботи з такими задачами або можуть самостійно набути необхідних знань;

- задача повинна викликати інтерес завдяки хоч одній умові: зовні цікавого формулювання, незвичної постановки запитання чи процесу розв'язування задачі;

- задача повинна розвивати життєвий досвід учнів, показувати можливість використання шкільних знань у різних життєвих ситуаціях.

6. Система математичних задач економічного змісту виступає ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності учнів основної школи. Це відбувається на основі підвищення пізнавального інтересу учнів, досягається акцентуванням уваги на значенні знань в реальному житті та реалізується вибором методів, форм і засобів навчання.

7. Використання учителями економічних задач потребує певної їх підготовки, а запропонована система задач може бути введена в курс математики



основної школи завдяки заміні учбових задач та завдань із “застарілою” фабулою новими задачами фінансового змісту.

8. Результати експериментальної перевірки та досвід впровадження системи математичних задач економічного змісту в практику основної школи підтверджують правильність висунутої гіпотези. Зокрема, вони свідчать про її позитивний вплив на весь навчально-виховний процес, а саме: використання системи математичних задач економічного змісту сприяє:

- формуванню пізнавального інтересу учнів до вивчення математики;
- підвищенню успішності та якості математичної підготовки учнів;
- формуванню в учнів знань, вмінь та навичок використання математичних знань у фінансовій сфері людської діяльності;
- розвитку логічного мислення, творчої активності та пізнавальної самостійності школярів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алгебра і початки аналізу : початок вивчення на поглиб. рівні з 8 кл. : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. – Х. : Гімназія, 2019. – 304 с. : іл.
2. Бевз Г.П. Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н.Г.Владімірова – К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. – 336с.
3. Васильєва Д. Розвиток фінансової грамотності учнів на уроках математики / Д. Васильєва, Н. Василюк // Математика в рідній школі. – 2017. – №6. – С. 2 – 7.
4. Гельбак А.М. Формування підприємливості учня як ключової компетентності для життя : [методичні рекомендації] / А.М. Гельбак. – Кропивницький : КЗ «КОШПО імені Василя Сухомлинського», 2017. – 24 с.
5. Драйден Г. Революція в обучении: перевод с англ. / Гордон Драйден, Джаннетт Вос. – М. : ООО «ПАРВИНЭ», 2003. – 672 с.
6. Економічні задачі на уроках математики:[навчально-методичний посібник] /уклад.: О.М. Павелків, О.І. Олексюк. – Рівне: РДГУ,2010. – 44с.
7. Кикоть В.М. Математичні задачі пов'язані з економікою: посібник для учнів 5-9 класів та вчителів / В.М. Кикоть, О.О. Кислюк. – Шепетівка, 2013. -50с.
8. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека освітньої політики / під заг. ред. О.В. Овчарук. – К. : «К.І.С.», 2004. – 112 с.
9. Кроуфорд А. Технології критичного мислення / А. Кроуфорд, В.Саул та ін. – К. : Вид-во «Плеяди», 2006. – 220 с.
10. Лавінський М. Математика в економіці: навч. програма курсу за вибором для старших класів економічного профілю / М. Лавінський // Математика. – 2008. - №27-28. – С. 31-36.

11. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. Освіти / О. С. Істер. – Київ : Генеза, 2019. – 384 с. :іл.
12. Межейникова Т. Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі / Т. Межейникова. – Харків, 2003.
13. Мельник Г. Застосування математичних методів до задач економічного змісту / Г. Мельник, Н. Баюн // Математика в рідній школі. – 2017.–№3.–с.20-23.
14. Міні-довідник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання /Уклад.:А. М. Капіносов (та ін.)–Тернопіль : Підручники і посібники, 2018.–192с.
15. Назаренко Г.А. Формування підприємницької компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів у відповідності до вимог нових державних стандартів: [метод. посібник] / Г.А. Назаренко. – Черкаси: ЧОПОПП, 2014. –68с.
16. Підласий І.П. Практична педагогіка або три технології: інтерактивний підручник для педагогів ринкової системи освіти / І.П. Підласий. – К. : Видавничий Дім «Слово», 2004. – 616 с.
17. Підласий І.П. Продуктивний педагог. Настільна книга вчителя / І.П. Підласий. – Х. : Вид. група «Основа», 2010. – 360 с. – (Серія «Настільна книга»).
18. Поташник М. Требования к современному уроку: [методическое пособие] / М. Поташник. – М. : Центр педагогического образования, 2007.-272с.
19. Проект для обговорення «Нова школа» (простір освітніх можливостей) / за заг. ред. М. Грищенка. – К. 2016. – 34 с.
20. Стасюк В. Використання похідної функції на прикладі розв'язування економічних задач / В. Стасюк, С. Григулик // Математика в школі. – 2008. - №5 - с. 39-41.
21. Столяр Н.В. Розвиток творчих здібностей учнів на уроках математики / Н.В. Столяр // Математика в школах України. – 2014. – №4 – 5. – с. 9-13.
22. Родигіна І.В. Компетентнісно орієнтований підхід до навчання / І.В. Родигіна. – Х. : «Основа», 2008. – 112 с. : іл. – (Серія «Адміністратору школи»).

23. Тема «Відсотки» в шкільному курсі математики. Особливості викладання. / В. М. Бас, В. С. Бас, В. Блинов//Математика в школах України. - №19-21(607-609) – 2019. – 90с.

24. Уроки з підприємницьким тлом : [навчальні матеріали] / за заг. ред. Е. Бобінської, Р. Шияна, М. Товкало. – Варшава : Сова, 2014. – 398 с.

25. Формування ключових компетентностей на уроках математики / С. М. Бондар// Математика в школах України. - №7-9(595-597) 2019. – 110с.

26. Чернецька Т.І. Сучасний урок: теорія і практика моделювання : [навч. посібник] / Т.І.Чернецька. – К. : ТОВ «Праймдрук», 2011. – 352 с.

27. Як стати майстерним педагогом: [навчально-методичний посібник] / кол. авт. : В.Ш. Ковальчук, Л.М. Сергєєва та ін. За заг. ред. Л.І. Даниленко. – К., 2007. – 184 с.

28. Педагогічна Конституція Європи [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.arpue.org/>

29. Електронний ресурс: <https://zakon.rada.gov.ua/>

30. Електронний ресурс: <https://www.mon.gov.ua/>

## Додатки

**Тема уроку:** *Розв'язання економічних задач математичним методом*

**Мета:** Сприяти розвитку вмінь використовувати економічні і математичні знання під час розв'язання задач економічного змісту, а також навичок математичного моделювання реальних процесів. Навчити учнів знаходити рішення практичних задач різними методами, розвивати вміння аналізувати, порівнювати, робити висновки. Розвивати логічне мислення учнів, навички творчої діяльності, вміння працювати з додатковою літературою, знаходити потрібну інформацію в мережах Інтернет. Підвищувати інтерес до предмету шляхом розв'язання практичних задач. Виховувати загальнолюдські якості, вміння спілкуватись під час спільної діяльності. Формувати громадянську активність через аналіз економічної ситуації в країні

**Тип уроку:** урок творчого застосування вмінь і навичок учнів у змінених умовах.

**Форма проведення:** інтерактивний урок

**Обладнання:** Комп'ютер, мікрофон, екран, мультимедійний проектор, різнокольорові картки, індивідуальні картки з завданням.

**Епіграф до заняття:** *«Недостатньо лише мати гарний розум, головне-це добре застосовувати його»*

*/Рене Декарт/*

### План уроку

1. Організаційний момент
2. Актуалізація знань та вмінь учнів
3. Мотивація навчальної діяльності
4. Розв'язання практичних задач
5. Підведення підсумків.
6. Виставлення оцінок.

### Хід уроку

#### 1. Організаційний момент.

Привітання гостей. Вступне слово вчителя: Доброго дня. Сьогодні в нас незвичайний урок.

**Мотивація навчальної діяльності учнів** Зараз ми встановимо разом з вами значення знань з математики та економіки для досягнення власного добробуту в майбутньому, бо ще відомий вчений Д.І. Менделєєв казав: «Роль наук службова, вони складають засіб для досягнення блага». Епіграфом до нашого уроку будуть слова французького математика Рене Декарта – «Недостатньо мати лише гарний розум, головне – це добре застосовувати його».. У світі існує багато професій. Незабаром вам прийдеться обирати одну з них. Але ви добре розумієте значимість математики та економіки у багатьох професіях і в повсякденному житті. Сучасні підприємства – це збалансована робота багатьох підприємств, яка забезпечується розв'язком великого числа математичних та економічних задач. Серед цих задач і проведення розрахунків, і знаходження корисного розміщення грошей, об'єктів та інші. Щоб вміти розв'язувати такі задачі, треба мати неабиякий скарб знань з математики та економіки.

## **2.Актуалізація пізнавальної діяльності учнів**

Зараз ми пригадаємо ті поняття та формули, які будуть потрібні нам на уроці.

Увага на екран.(На екрані висвітлюються запитання для усного опитування на слайдах )

Правилом оцінювання на занятті буде інструмент –світлофор (червоний колір – відповідь не вірна, жовтий – не повна, або не точна, зелений – вірна відповідь) (За відповіді учні отримують картки). Відповідаємо на запитання:

1.Що таке відсоток? ( $1/100$  частина)

2. Які ви знаєте задачі на відсотки? (Знаходження відсотка від числа; знаходження числа за його відсотком; Знаходження відсоткового відношення чисел, задачі на банківські розрахунки)

3. Назвіть формули складних і простих відсотків ( $A_n=A_0(1+p/100)^n$  ;  $A_n=A_0(1+pn/100)$  )

4. Що таке математичне моделювання? (*Перекладання нематематичної задачі мовою математики*)

5. Три кроки розв'язання математичної моделі прикладної задачі. (*1-складання математичної моделі; 2-розв'язання отриманої моделі; 3-переклад результату на мову прикладної задачі, аналіз.*)

6. Що таке похідна? (*Границя відношення приросту функції до приросту аргументу, коли останній прямує до нуля*)

7. Знайти похідні функцій:  $(Cx)'$ ,  $(x^n)'$ ,  $(U+V)'$ ,  $(UV)'$ . ( $C$ ;  $nx^{n-1}$ ;  $U+V$ ;  $U \cdot V + V \cdot U$ )

8. Два бізнесмени засперечалися: хто отримав більше прибутку. Один одержав від продажу своїх товарів 5000грн, а його витрати склали 3000грн. Другий одержав на 1000грн менше, але його витрати склали всього 2000грн.

Хто виграв у суперечці? (*Ніхто*)

9. У державі 50 млн чоловік хочуть і можуть працювати. 45млн з них – працюють. Який рівень безробіття в державі?(Відповідь у відсотках) (*10%*)

10. Бізнесмен поклав у банк 100 тис. грн.. Через рік він забрав із банку 150 тис. грн.. Який відсоток склали прибутки? (*50%*)

11. У вашого банку є декілька варіантів використання грошей: а) покласти 800грн і одержати 1000грн; б) покласти 200грн і одержати 300грн; в) покласти 1000грн і одержати 1400грн. Який варіант ви оберете? Чому(*б*)

1. Назвіть, що таке відклична кредитна лінія?

**Відновлювальна відклична кредитна лінія** – вид кредитної лінії, згідно з якою позичальник має можливість упродовж дії кредитної лінії неодноразово отримувати та погашати суму кредиту в межах установленого ліміту. Ліміт кредитування автоматично відновлюється на суму погашеного кредиту.

2. Поясніть, що таке, не відновлювальна відклична кредитна лінія?

**Невідновлювальна відклична кредитна лінія** — вид кредитної лінії, згідно з якою позичальник має можливість траншами впродовж строку дії кредитної лінії отримати суму кредиту в межах установленого ліміту. Ліміт кредитування на суму погашеного кредиту не відновлюється.

### 3. Що значить - депозит?

**Депозит (вклад)** — грошові кошти в готівковій або безготівковій формі у валюті України або в іноземній валюті або банківські метали, які банк прийняв від вкладника або які надійшли для вкладника на договірних засадах на визначений строк зберігання чи без зазначення такого строку (під процент або дохід в іншій формі) і підлягають виплаті вкладнику відповідно до законодавства України та умов договору.

### 4. В чому суть поняття депозитної лінії?

**Депозитна лінія** — це сукупність строкових вкладів у національній або іноземній валюті, що обліковуються на рахунках одного основного депозитного рахунку. Наявність депозитної лінії позбавляє Ваше підприємство необхідності повідомляти податкові органи про відкриття рахунку кожен раз, коли необхідно розмістити вклад.

5. Яким терміном можна назвати підприємницька діяльність, спрямована на інвестування власних чи залучених фінансових коштів?

**Лізинг (англ. leasing — оренда, майновий найм)** — підприємницька діяльність, спрямована на інвестування власних чи залучених фінансових коштів, яка полягає в наданні лізингодавцем у виключне користування на визначений строк лізингоодержувачу майна. Таке майно є власністю лізингодавця або набувається ним у власність за дорученням і погодженням з лізингоодержувачем у відповідного продавця майна, за умови сплати лізингоодержувачем періодичних лізингових платежів.

### 6. Що ви розумієте під поняттям «споживчий кредит»?

**Споживчий кредит** – кредит, який надається фізичним особам на придбання споживчих товарів тривалого використання або отримання послуг.

### 7. Іпотека – це кредит?

**Іпотéка (грец. -застава)** — застава землі, нерухомого майна, при якій земля та (або) майно, що становить предмет застави, залишається у заставодавця або третьої особи.

### 8. Чи можна назвати овердрафт кредитом?



**Овердрафт** - короткостроковий кредит, який надається Банком в межах встановленого за зарплатним рахунком ліміту кредитування. Працівник може скористатись кредитом овердрафт в будь-який час протягом строку дії ліміту. Кредит автоматично погашається при кожному зарахуванні заробітної плати або при будь-якому іншому поповненні зарплатного рахунку.

9. Який іменний платіжно-розрахунковий документ, який видають банки або торговельні фірми своїм клієнтам для оплати необхідних для них товарів і послуг, придбаних у кредит?

**Кредітна картка** — іменний платіжно-розрахунковий документ, який видають банки або торговельні фірми своїм клієнтам для оплати необхідних для них товарів і послуг, придбаних у кредит. На відміну від дебетової картки кредитна картка може бути не пов'язана з реальним банківським рахунком. В залежності від кредитної здатності (ліміту), якій (якому) відповідає даний платіжний засіб, розрізняють: звичайні, «золоті» і «платинові» кредитні картки.

3. Незабаром нас чекає ЗНО. Готуючись до нього, ми провели велику профорієнтаційну роботу: це й виховні години, анкетування, зустрічі з представниками різних навчальних закладів, тощо. В результаті кожний з вас визначився у виборі майбутньої професії, навчального закладу, куди вирішили вступити. Реалізуючи експериментальну програму «Самоствердження», ми провели дослідження, результати якого ви бачите на екрані. (*На екрані слайд-1, діаграма самовизначення учнів класу*)(Додаток Б)

Давайте на хвилину уявимо собі, що пройшов деякий час, років так 10, ви закінчили вищий навчальний заклад і працюєте за фахом.

У кожного з вас напевно є мрія. Яка саме? (Учні називають декілька)

Подумайте, яка кількість грошей буде потрібна вам для здійснення цієї мрії?

А де ж їх взяти? Поки що самий надійний прибуток у вас - ваша заробітна платня. А чи багато грошей заробляють молоді спеціалісти обраних вами

професій? Подивимось на екран ( на екрані слайд-2, діаграма середніх заробітних плат обраних спеціальностей)

Скільки ж років треба працювати, щоб скопити потрібну купу грошей? А бажання – мати все і зараз! Куди звернутись за допомогою? ( відповідь-у банк)

Так, дійсно, на допомогу нам прийде банк.

#### 4. Розв'язання практичних задач

Сьогодні на уроці ви будете розв'язувати задачі та досліджувати можливі варіанти знаходження аргументованого оптимального вибору.

На початку уроку ви об'єдналися в групи, обрали в групі спікера та секретаря.

Завдання кожної групи – дослідити найбільш раціональний варіант отримання необхідної суми – 100 тис. грн.

*(Роздача карточок-завдань для кожної групи. Пояснення методу роботи та оцінювання. В групі оцінює роботу спікер)(Додаток В)*

I група – Депозит (досліджує отримання потрібної суми за допомогою депозиту);

II група – Кредит

III група – комплексна-Кредит і депозит.

Групи працюють, обчислюють і одержані результати заносять у таблиці в розданих перед уроком карточках. Секретарі результати з карточок заносять в комп'ютер. Представник кожної групи готується у дошки до захисту своєї роботи, записує необхідні формули та обчислення. В цей час окремий учень захищає розв'язок індивідуальної задачі (індивідуальне завдання) вчитель економіки перевіряє.

Задача. На ринку досконалої конкуренції встановилася ціна, що дорівнює 13грн. Функцію загальних витрат для фірми можна описати рівнянням:  $TC=0,5Q^2+8Q+6$  Обчисліть оптимальний обсяг виробництва і максимальний дохід фірми.(текст задачі на екрані)

Розв'язання.

1) Оптимальний обсяг виробництва відповідає економічним умовам. Для фірми, що перебуває на ринку досконалої конкуренції,  $MR=P$ ,  $MR=13$ .  $MC$  обчислюємо як похідну від  $TC$  (швидкість змін загальних витрат).  $MC=(TC)'=8+Q$ ;  $8+Q=13$ ;  $Q=5$ . Отже, оптимальний обсяг виробництва дорівнює 5 тис. шт.

2) За оптимального обсягу виробництва, якщо виконується умова  $P>ATC$ , фірма одержить максимальний дохід  $TC=0,25*25+8*5+6=58,5$  – загальні витрати. Загальні середні витрати  $ATC=TC/Q=58,5/5=11,7$ .  $P=13$ ;  $ATC=11,7$ ;  $P>ATC$ ;  $TR$ -максимальний загальний дохід.  $TR=PQ=13*5000=65000$ (грн.)

Прибуток  $65$ тис.грн- $58,5$ тис.грн= $1,5$ тис.грн

Відповідь: за оптимального обсягу виробництва 5 тис.шт. фірма одержить максимальний дохід у розмірі 65 тис.грн. Разом з учителем математики розв'язуємо більш складну задачу з використанням інтегралу.

Задача (текст і розв'язання задачі висвітлюється на екрані) Гроші вклали під 12% річних з неперервним нарахуванням. Яка майбутня вартість 10000 вкладу, інвестованого на 5 років? Розв'язання: За формулою  $A=Pe^{rt}$ , де  $P=10000$ ,  $r=0.12$ ,  $t=5$ , маємо:  $A=10000*e^{0,12(5)}=18221$ (грн.)- вартість вкладу(округлюємо до цілих) Нехай  $f(t)$ - величина неперервного дохідного потоку, і дохід, який отримують від цього неперервного дохідного потоку, зразу ж після отримання, вкладають з процентною ставкою  $r$  відсотків і неперервним нарахуванням.

Отже, якщо  $0 \leq f(t) \leq T$ , то майбутня вартість  $MV$  неперервного дохідного потоку в кінці  $T$  років дорівнює:

$$MV = \int_0^T f(t) e^{-rt} dt$$

Майбутня вартість  $MV$  неперервного потоку – це загальна сума всіх грошей, які отримують від неперервного дохідного потоку (дохід і процентний прибуток) в кінці  $T$  років. Нехай  $f(t)=5000e^{0,04t}$  - величина дохідного потоку, який одержують від роботи торгового автомату. Треба знайти майбутню вартість цього дохідного потоку, якщо річна процентна ставка 12%, а відсотки нараховуються неперервно протягом 5 років. Знайдемо величину загального процентного прибутку.

$MV = e^{rt}$  де  $r=0,12$ ,  $T=5$ ,  $f(t)=5000$ . Одержуємо:  $MV = e^{0,12(5)} dt = 5000dt = 5000e^{0,6} * \int (0;5) = 5000 * (-12,5 e^{-0,4} + 12,5) = 37545$  (грн.) – округлено до цілих. Якщо загальний дохід автомата за 5 років був 27675 грн, то різниця між майбутньою вартістю і доходом – це процентний прибуток:

$37545 - 27675 = 9870$  грн – це процентний прибуток отриманого доходу від роботи торгового автомата за п'ятирічний період.

Представники груп захищають свої проекти короткою доповіддю, необхідними обчисленнями на дошці, таблицею на екрані, заповненою секретарем групи, яка висвітлює результати обчислень. На основі цього учень обґрунтовує свій вибір способу отримання потрібної суми грошей.

### 5. Підсумок уроку.

А зараз давайте підведемо підсумки нашої роботи на уроці.

- Як ви думаєте, чим корисний був цей урок?
- Де можна застосовувати одержані на уроці навички?
- Як ви оцінюєте роль математики в економіці? Чи правий був Рене Декарт?

- Як ви оцінюєте економічний стан нашої держави?

- Яких змін ви чекаєте від неї в майбутньому?

- Ваша задача при цьому?

Аргументація та виставлення оцінок.

Свої роботи всі учні здають на перевірку.

**Домашнє завдання:** групи обмінюються карточками – завданнями.





### І група . «Депозит». Прорахований варіант. Ключ.

Сума через визначений термін 100 000 грн. Оберіть найвигідніший варіант депозиту.

Термін вкладу	Пакет «Стандарт» ПриватБанку		Депозит Кредитний союз «Соціум»		Пакет «Мегаприбуток» Альфа-Банку
	річ	Сума вкладу	річ	Сума вкладу	% річ
1 місяць	,5 %		2 %	99 009	18 %
3 місяці	6 %	96 246	9 %	95 419	19,5 %
6 місяців	7 %	91 996	10 %	90 579	19,5 %
12 місяців	8 %	84 745	11 %	82 644	20%
18 місяців			12 %	70 028	
24 місяці	8 %	71 942			
36 місяців	9 %	60 975			
48 місяців	9 %	49 875			

60 місяців	9 %	41 841			
	Можливість поповнення вкладу не передбачена.  Виплата відсотків <b>щомісяця</b>	Можливість поповнення вкладу передбачена.  Виплата відсотків по закінченню терміну	Можливість поповнення вкладу передбачена.  Виплата відсотків по закінченню терміну		

Термін кредиту	Відсоткова ставка	Автоприват					Кредит на купівлю житла		
		Умакредиту	ідсоткова ставка	страховка	омісячний платіж	Сума відсотків виплачена за весь термін	очатковий вклад	ідсоткова ставка	Щомісячний платіж
1 місяць	30 %	0,25000	0,88 %	% від вартості (суми кредита)			5 %	2%	
3 місяці	30 %								
6 місяців	30 %								
12 місяців	30 %				822	18 516			6 994
18 місяців	30 %								
24 місяці	30 %				885	17 240			3497
36 місяців	30 %				256	17240			2331
48 місяців	30 %								
60 місяців	30 %								

## II група «Кредит»

Термін кредиту	Сума кредиту	ідсоткова ставка	Щомісячна комісійна винагорода (від суми кредиту)	Обраний термін	Щомісячний платіж
12 місяців	До 10000	5 %	2%		
До 36 місяців	10001-20000	9 %	2%		
До 36 місяців	20001-50000	5%	2%		
До 48 місяців	50001-150000	4 %	2%	12 міс	11478
				24 міс	6 739
				36 міс	5 108