Вступ

Протягом останнього століття склалась така ситуація, що виникла гостра необхідність в людях, здатних творчо підходити до будь-яких змін, нетрадиційно і якісно вирішувати існуючі проблеми. Це призвело до необхідності підготовки людей до життя в умовах, що швидко змінюються.

Стратегія сучасної освіти полягає в наданні можливості всім учням проявити власні таланти і творчий потенціал.

На даний час чимало питань, що стосуються шкільної математичної освіти, спрямовані на модернізацію задачного матеріалу, оскільки наведені в сучасних навчальних посібниках задачі, як правило, передбачають алгоритмічний спосіб розв’язання, яким значно звужують операційне і інформаційне поле діяльності учнів.

Олімпіадні задачі або ж ще їх називають нестандартні задачі, є однією із провідних ланок у шкільному курсі математики тому, що вони являють собою необхідний компонент розвитку математичної культури, та логічного мислення і уяви учнів. У 5-6 –х класах формуються уявлення про олімпіадні задачі та методи їх розв’язання. Важливим аспектом є методика викладання математики як науки, про різні способи і форми передачі учням математичних знань, умінь та навичок. У процесі навчання нестандартні математичні задачі відіграють велику роль, оскільки ефективно організована навчальна діяльність учнів в процесі їх розв’язання являється важливим засобом формування математичної культури, таких якостей математичного мислення, як гнучкість, критичність, раціональність, логічність.

Дослідженням поняття і психологічної характеристики процесу розв’язання задач, в тому числі і олімпіадних займалися М. І. Бурда, Л. М. Фрідман, Е.Н. Турецький, Н.П. Кострикіна; у працях З. І. Слєпкань розглянуті можливості педагогічного регулювання розумової діяльності учнів. В працях Ю.М. Колягіна, В.А. Оганесяна, Л. М. Фрідмана, Е.Н. Турецького, Д. Пойа виявлені роль і місце задач в процесі навчання математики, систематизовані прийоми пошуку розв’язку задачі. Проте безпосереднім дослідженням проблеми навчання учнів 6 класів розв'язуваню нестандартних математичних задач вони не займались.[20;39;43]

Це і визначає **актуальність** теми нашого дослідження. Оскільки саме розв'язування олімпіадних задач з математики сприяє розвитку логічного мислення, виховує навички дослідницької діяльності, дає високий ефект практичної спрямованості математики, що приводить до глибшого розуміння предмету та зацікавленості ним учнями.

Мета дослідження є розробка методики підготовки учнів до розв'язування олімпіадних задач з математики в 6 класах.

Об'єктом дослідження є процес навчання учнів 6 класів розв'язуванню математичних задач для успішної участі в олімпіадах та математичних конкурсах.

Предметом дослідження є формування змісту та методів навчання учнів 6 класів розв'язуванню олімпіадних задач з математики, як засобу розвитку творчих здібностей учнів.

Завдання дослідження:

1. Проаналізувавши науково – методичну та психолого - педагогічну літературу з теми дослідження, розкрити поняття «задача» та «нестандартна задача»;

2. Проаналізувати особливості мислення учнів при розв'язуванні олімпіадних задач з математики;

3. Систематизувати нестандартні математичні задачі в 6 класах відповідно до їх видів;

4. Відповідно до цієї систематизації розробити зміст та методику роботи спецкурсу з математики в 6 класах та експериментально їх перевірити .

В основу дослідження була покладена слідуюча **гіпотеза**: систематичне і цілеспрямоване використання нестандартних задач може бути ефективним засобом розвитку логічного мислення та творчих здібностей учнів та успішної участі в математичних олімпіадах та конкурсах.

Для розв'язання поставлених завдань було використано наступні методи дослідження:

теоретичні: аналіз психолого–педагогічної, навчальної та методичної літератури, змісту програм і підручників для розкриття теми дослідження;

емпіричні: вивчення та осмислення вітчизняного і зарубіжного педагогічного досвіду, узагальнення та систематизація власного, аналіз уроків, спостереження, тестування, бесіди з вчителями та учнями;

наукова новизна дослідження полягає в виявленні дидактичних функцій нестандартних задач на сучасному етапі розвитку школи; обґрунтована доцільність використання нестандартних задач в якості сприяючого засобу розвитку творчих здібностей учнів; систематизовано різні види нестандартних задач.

Практичне значення дослідження полягає у систематизації нестандартних задач математики для 6 – х класів, і розробці на її основі змісту та методики занять спецкурсу « Розв'язування олімпіадних задач з математики в 6 класах».

Теоретичне значення дослідження полягає у тому, що з позиції системного й особистісно-орієнтовного підходу розглянута проблема розвитку творчих здібностей учнів в навчальному процесі на сучасному етапі, розкрито поняття "нестандартна задача", а також у виявленні шляхів, методів, прийомів і засобів, які сприяють розв'язуванню олімпіадних задач математики учнями 6 – х класів.

Розділ І. Науково-теоретичні основи розв’язування олімпіадних задач з математики

1.1.Роль і місце задач у навчанні математиці

Сфера дії сучасної математики невпинно розширюється і стає нині майже неосяжною. Важко знайти таку галузь людської діяльності, де можна було б обійтися без математики, причому з часом діапазон її практичних застосувань щораз збільшується. [18]

Мету викладання математики в загальноосвітній середній школі можна визначити таким чином: шкільний курс математики має забезпечити міцне і свідоме оволодіння системою математичних знань, умінь і навичок, які потрібні для загального розвитку учнів, для їх практичної діяльності в умовах сучасного виробництва, для вивчення на достатньо високому рівні споріднених шкільних предметів (фізики, креслення, хімії та ін.) та для продовження освіти.

Суспільно - практичні цілі навчанню математиці полягають у підготовці учнів до життя, до суспільно - корисної праці, школа повинна особливу увагу звертати на ті питання програми, з якими можуть зустрітись її вихованці в житті.

Виховні цілі навчанню математиці в школі зводяться головним чином до розвитку в учнів культури мислення, виховання в них колективізму, наполегливості та інших корисних рис характеру.

Відомо, що людині в її практичній діяльності доводиться розв’язувати не тільки задачі, які повторюються, а й нові, які ніколи ще не зустрічались. Школа повинна навчити випускника знаходити шляхи до вирішення проблем, а це означає – сформувати в учнів здатність до самостійного творчого мислення. Насамперед шлях до математичної науки для учнівської молоді пролягає через розв’язування складних та оригінальних задач. Кожне математичне дослідження — як теоретичного, так і прикладного характеру, — складається з розв’язування окремих задач, і ці задачі не зводяться до простого використання відомих алгоритмів, а вимагають саме творчої роботи думки, кмітливості, спостережливості. Не менш важливим чинником є інтуїція: спочатку вгадати, передбачити правильну відповідь, а потім довести — за таким принципом у математиці зроблено не одне відкриття. Ось чому з точки зору професійної математики доцільно залучати учнів до задач, які, з одного боку, спираються на шкільний курс, а з іншого — потребують неабияких проявів фантазії, гнучкості міркувань, схильності до аналізу, синтезу ідей.

Можливості привчання учнів до навчальної діяльності творчого характеру, розвивають в них математичні задатки. Не випадково відомий педагог - математик Д. Пойа пише: «Велике наукове відкриття дає розв’язок масштабної проблеми, але і в розв’язку любої задачі присутня крихта відкриття». [36]

В загальному термін «задача» вживається в різних значеннях. У найширшому плані можна сказати, що задача передбачає необхідність свідомого пошуку відповідних засобів для досягнення мети, яку добре видно, але яка безпосередньо недосяжна. У психологічному аспекті задача розглядається як свідома мета, що існує в певних умовах, а дії – як процеси або акти, спрямовані на досягнення її, тобто на розв'язування задачі.

Під математичною задачею розуміють «будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, що стосується кількісних відношень і просторових форм, створених людським розумом на основі знань про навколишній світ». Арифметичною задачею називають «вимогу знайти числове значення деякої величини, якщо дано числові значення інших величин і існує залежність, яка пов'язує ці величини як між собою, так і з шуканою» [17].

Роль і місце задач в навчанні математиці історично не залишалось незмінним. Так в “Арифметиці” Л. Ф. Магніцького способи розв’язування задач давались у вигляді багатослівних правил, які учні повинні були заучувати напам’ять. Задача була ціллю навчання: математику вчили для того, щоб засвоїти правила розв’язування однотипних задач.

В часи Л. Ф. Магніцького здатність звести задачу до певного типу вважалось найвищим показником високорозвиненого мислення. Відомий математик - методист С. І. Шохор - Троцький розробив так званий “метод доцільних задач”.

Виклад нової теми він пропонував починати з доцільної задачі. Обговорюючи її розв'язання, розбираючи подібні задачі, він підводив учнів до самостійного вирішення потрібного правила, формули, теореми. За його словами арифметичні задачі повинні бути, не ціллю, а методом навчання арифметиці.

Кожна конкретна навчальна математична задача передбачає досягнення найчастіше не однієї, а декількох педагогічних, дидактичних, навчальних цілей. Названі цілі характеризуються змістом задачі і призначенням, якого надає задачі вчитель. Дидактичні цілі, які ставить перед тією чи іншою задачею вчитель, визначають роль задач в навчанні математики. В залежності від змісту задачі та дидактичних цілей її застосування можна виділити її провідну роль та функції. [45]

Навчаючу роль математичні задачі виконують в процесі формування в учнів системи знань, умінь і навичок з математики та її конкретних дисциплін. Слід виділити декілька видів задач стосовно їх навчальної ролі.

Задачі для засвоєння математичних понять. Відомо, що формування математичних понять успішно проходить при умові ретельної клопіткої роботи над поняттями, їх означеннями і властивостями. Щоб оволодіти поняттям, недостатньо вивчити його означення; необхідно розібратися в смислі кожного слова-означення, чітко знати властивості поняття, що підлягає вивченню. Такі знання набуваються перш за все при розв'язуванні задач і виконанні вправ.[45]

Функції задач спрямовані на формування системи математичних знань, умінь і навичок на різних етапах її засвоєння.

Робота над задачами також дає можливість реалізувати ряд функцій у вивченні математики: виховну, розвивальну, дидактичну і контролюючу .Проаналізуємо ці функції детальніше. [6; 9; 40]

1) **Виховні функції** задач спрямовані на формування в учнів наукового світогляду. Як виховний засіб задачі дають змогу пов'язати навчання з життям, ознайомити учнів із пізнавально важливими фактами, числові дані задач характеризують успіхи економічного зростання в нашій країні, трудові досягнення колективів підприємств, показують зростання добробуту й культури

українського народу. Це виховує у дітей свідоме ставлення до навчання, любов до Батьківщини, бажання зробити власний внесок у загальну справу. [5]

2) Під **розвивальними** розуміють функції задач, спрямовані на формування в учнів науково-теоретичного, зокрема функціонального, стилю мислення, на оволодіння ними прийомами розумової діяльності. У процесі розв'язування задач учні виконують різні розумові операції (аналіз, синтез, конкретизація і абстрагування, порівняння, узагальнення), висловлюють судження і міркування. Для активізації розумових дій учнів під час розв'язування задач запитання треба ставити так, щоб вони спонукали до порівняння, зіставлення, перевірки тощо.[6]

3) Текстові задачі, які відображають конкретні життєві ситуації, використовуються для **ознайомлення** учнів з певними математичними поняттями та закономірностями, для з'ясування взаємозв'язків між словом і символом, між символом і поняттям. У деяких випадках формування теоретичних знань через задачі може бути організоване у вигляді проблемної форми навчання. Навчальні функції задач виявляються також у здійсненні принципу політехнізації та в процесі контролю знань і математичного розвитку учнів.

4) Задачі є найважливішим засобом **контролю й оцінки** знань учнів з математики. Самостійне розв'язування учнями текстових задач як засіб оберненого зв'язку (учень – учитель) дає змогу виявляти вміння правильно обирати і виконувати арифметичні дії, судити про розвиток мислення школярів.

Тобто, загалом роль задач у навчанні математиці, досить важлива, оскільки саме задачі сприяють досягненню найчастіше не однієї, а декількох педагогічних, дидактичних, навчальних цілей.

1.2.Задача, структура задачі

Задача - це сформульоване запитання, відповідь на яке можна знайти за допомогою арифметичних дій. Розглянемо основні елементи, з яких складається кожна задача, і з'ясуємо, що означає розв'язати задачу. З визначення задачі випливає, що в ній обов'язково має міститись якесь запитання. Без запитання задачі немає. Оскільки відповідь на запитання задачі дістаємо в результаті виконання арифметичних дій, очевидно, в ній повинна міститися вимога визначати те чи інше число- шукане і, крім того, повинні вказуватися ті числа, за допомогою дій над якими можна знайти шукане. Тому обов'язковими елементами будь-якої арифметичної задачі є невідоме (шукане) число (чи кілька таких) і дані числа. [44]

Термін «задача» вживається в різних значеннях. У найширшому плані можна сказати, що задача передбачає необхідність свідомого пошуку відповідних засобів для досягнення мети, яку добре видно, але яка безпосередньо недосяжна. У психологічному аспекті задача розглядається як свідома мета, що існує в певних умовах, а дії — як процеси або акти, спрямовані на досягнення її, тобто на розв'язування задачі.

Під математичною задачею розуміють будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, що стосується кількісних відношень і просторових форм, створених людським розумом на матеріалістичній основі знань про навколишній світ.[19]

Історико-генетичний аналіз поняття «задача» як у філософських, психолого-педагогічних та інших дослідженнях дозволяє визначити походження і закони подальшого перетворення поняття та його функціональне навантаження на сучасному етапі розвитку шкільної освіти.

Розглядуване поняття являється одним із фундаментальних в психології, в кібернетиці, в будь-якій із наук природничо-математичного циклу, в теорії навчання і виховання. В літературі, присвяченій вказаним галузям знань, це поняття має різноманітне формулювання, оскільки в силу специфіки тієї чи іншої наукової дисципліни досліджуються різноманітні аспекти даного об’єкта.

В найзагальнішому значенні задача трактується як поставлена ціль, якої необхідно досягнути, як питання, що потребує вирішення на основі знань і логічних операцій. Таке пояснення в цілому співпадає з життєвими асоціаціями на слово «задача».[44]

З філософської точки зору задача – це знання про незнання, що виникає в протиріччі між об’єктом і суб’єктом.

В психологічній літературі найбільш поширене використання цього терміна до категорії діяльності суб'єкта і умов її протікання. Як зазначає А.М. Леонтьев, задача – це ціль плюс умови. Вперше поняття «навчальна задача» вводить у педагогічну культуру Д.Б.Ельконін. Він трактував його як задачу, у процесі розв'язання якої основною метою є засвоєння певного зразка дій чи понять. Основну відмінність навчальної задачі від усіх інших задач вбачає у тому, що її мета та результат полягають у зміні самого діючого суб'єкта, а не у зміні предметів, з якими він діє.

Поняття «задача» і «проблемна ситуація» мають багато спільного. Проте в більшості досліджень вони не ототожнюються. За Л. М. Фрідманом, відмінності між поняттям «задача» і «проблемна ситуація» пояснюються тим, що остання існує реально, а задача являється абстрактною моделлю реальної ситуації, і тому проблемна ситуація завжди багатша за змістом, ніж задача, яка відображає лише деякі її сторони. Для кожної проблемної ситуації існує одна або декілька задач, які можуть різнитися між собою як сукупністю представлених в них властивостей ситуації. Л. М. Фрідман визначає задачу як «знакову модель проблемної ситуації».[43]

Такої ж точки зору дотримується С. Л. Рубінштейн, вважаючи основною формою прояву задачі її мовленнєве формулювання.

В. М. Брадіс визначає задачу як всяке математичне запитання, для відповіді на яке не досить простого відтворення одного якогось результату, якоїсь теореми або означення з пройденого курсу.

Ю. М. Колягін стверджує, що проблемна ситуація породжує задачу не сама по собі, а за активної участі суб'єкта, який вбачає в деякій ситуації проблемний характер.

Загальнонаукове поняття задачі можна розглядати як узагальнення описаного психологічного поняття. Задача в найзагальнішому сенсі – це ситуація, що визначає дії деякої розв'язуючої системи.

Структура задач. Розуміння задачі визначається не тільки розкриттям її змісту, але і її структурою. Розглянемо основні підходи до виділення структурних елементів. Так, Ю. Н. Кулюткин виділяє в структурі задачі два компоненти: а) умова, тобто наявну сукупність об'єктів, впорядкованих певними відносинами; б) вимога, вказуючи на те, що потрібно шукати в даній умові. Також два компоненти виділяє в задачі А. Ф. Єсаулов: умова і вимога. Умова розуміється як «певні інформаційні системи, з яких слід виходити при спробах рішення», а вимога – як те, до чого треба прагнути або що потрібно досягти в процесі перетворення інформаційних систем». Л. М. Фрідман виділяє такі елементи в структурі задачі: умова, вимога і оператор. Під оператором задачі він розуміє сукупність тих дій (операцій), які треба провести над умовою задачі, щоб виконати її вимоги. [43]

Більш узагальнений підхід до рішення питання про структуру задачі здійснений академіком В. М. Глушковим. Він в задачі розділяє задачну і розв'язуючу системи. До задачної системи відносяться умови і вимоги задач. У розв'язуючу систему входять наукові методи, способи і засоби, які в нашому розумінні є джерелами створення конкретних алгоритмів і евристик для розв'язування задач.

Ю. М. Колягін підходить до характеристики задачі, використовуючи поняття системи, визначаючи її як дещо ціле, абстрактне і реальне, що складається із взаємозалежних частин: елементів деякої множини і їх властивостей.

Ю. М. Колягін в математичній задачі виділяє такі компоненти:

- початковий стан (умова задачі);
- кінцевий стан (висновок задачі);
- розв'язування (перетворення умови для знаходження шуканого);
- базис розв'язування (його теоретична основа)

вважаючи математичними всі задачі, в котрих перехід від початкового стану до кінцевого здійснюється математичними засобами.

Доцільно до визначення навчальної задачі підходити з позицій кібернетики, тобто разом з виділенням в задачі задачної системи виділяти і розв'язуючу систему. Такий підхід принципово по-новому визначить як процес розв'язування задач, так і процес навчання учнів їх розв'язуванню. При цьому навчальна задача розглядається у вигляді системи, що включає задачну і розв'язуючу підсистеми, і визначається взаємодіями між ними. Задана підсистема як складова частина задачі існує об'єктивно і задається учням завданнями і вправами в підручнику (може створюватися вчителем або учнем). Але задачі з'являється для суб'єкта за умови, якщо вона припускає для досягнення вимог ситуацій задачі певних перетворень із сторони розв'язуючого.

Учень може успішно розв'язувати задачу, якщо розумітиме значення слів і виразів, з яких її побудовано. На початку завдання і при розгляді нових задач усвідомлення значення слів та зв'язків між величинами досягається через відтворення тієї реальної проблемної ситуації, моделлю якої є задача. В подальшому дедалі частіше застосовується вербальний (словесний) аналіз задачі.

Для з'ясування життєвого змісту задачі використовується предметне моделювання, інсценування, практичне виконання дій, наочні посібники, тощо.

Моделюванням є і мислене відтворення ситуації. Вербальний аналіз в широкому розумінні містить семантичний аналіз і знаходження способу розв'язання задачі. Суть семантичного аналізу полягає в тому, що на основі аналізу тексту задачі визначають окремі значення величин, а також відношення, що їх пов'язують. Таким аналізом передбачається: а) поділ задачі на окремі частини, кожна з яких є словесним завданням певного елемента задачі; б) визначення слів - ознак, що характеризують відношення між величинами, а отже, й відповідну арифметичну дію. Під час аналізу треба з'ясувати, скільки величин розглядається в задачі та які вони мають значення. Задавання кожного значення величини складається з трьох частин: назви величини, зазначення особливості певного значення і числового значення, якщо воно є невідомим, і якщо, крім того, до завдання цього невідомого значення входить запитання «скільки?» чи вимога «знайти», то це значення шукане. [43]

Є два способи аналізу задачі: синтетичний і аналітичний. Синтетичний спосіб - від числових даних - до запитання, аналітичний - від запитання - до числових даних. Синтетичний спосіб легший для дітей, але його недолік в тому, що ми неначе задачу розкладаємо на ряд простих задач які розв'язуємо. Аналітичний -

сприяє розвитку мислення учнів. Використання наочності та короткого запису задачі в процесі вивчення її змісту та пошуку плану розв'язування.

1.3. Нестандартні задачі і їх розв’язування

Найважливішою задачею математичної освіти є озброєння учнів загальними прийомами мислення, розвиток просторової уяви, здатності розуміти зміст поставленої задачі, уміння логічно міркувати, засвоїти навички алгоритмічного мислення.

Нестандартні задачі – відмінний інструмент для такого розвитку.

Нестандартні задачі характеризуються відкритістю, неповторністю, невизначеністю і мають такі особливості: наявність потреби у багатократній зміні підходів до розв’язування; необхідність у створенні значної кількості варіантів розв’язування, спрямованість учня на знаходження особливих, часто неочікуваних результатів; прогнозування кількох правильних альтернативних розв’язань. Для розв’язування нестандартної задачі учень не має готової схеми дій, або задачу неможливо розв’язати відомими способами, до результату також неможливо перейти на основі прямого відтворення знань і операцій.[10]

Отже, нестандартні завдання – це такі, для яких в курсі математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму їх розв’язування.

Процес розв’язування будь-якої нестандартної задачі складається у послідовному застосуванні двох основних операцій:

1. Зведення (шляхом перетворення або переформулювання) нестандартної задачі до рівносильної їй, але уже стандартної .

2. Розбиття нестандартної задачі на декілька стандартних підзадач.

В залежності від характеру нестандартної задачі ми використовуємо або одну із цих операцій, або обидві. При розв'язуванні більш складних задач ці операції доводиться застосовувати багаторазово [32].

Варто зауважити, що поняття “нестандартна задача” являється відносним. Одна і таж задача може бути стандартною чи нестандартною. Наприклад, задача “Представлення виразу $2x^2 + 2y^2$ у вигляді суми двох квадратів” являється для учнів нестандартною до тих пір, доки учень не познайомиться зі способами розв'язування таких задач. Якщо ж після розв'язання такої задачі запропонувати декілька аналогічних задач, то такі задачі стануть для учнів стандартними.

Непоганим стимулом для учнів які вчаться розв'язувати нестандартні задачі є проведення олімпіад. В число завдань олімпіади обов'язково повинні входити задачі із шкільного підручника (учнів заздалегідь попереджують, що дві задачі із чотирьох будуть із підручника). Тому у багатьох виникає бажання розв'язати якомога більшу кількість нестандартних задач. Тепер перед вчителем постає неабияке завдання – розвивати зацікавленість учнів розв'язувати нестандартні задачі і тим самим змусити їх креативно мислити.

Існує дуже велика кількість задач різноманітного змісту та форми, а також по навчально-виховних функціях. Кожен вчитель сам може придумати і визначити шляхи використання тої чи іншої задачі, при цьому виходячи із індивідуальних особливостей класу в якому він працює. Досвідчений вчитель, безумовно, з легкістю визначить де можна використовувати ту чи іншу задачу і якими знаннями при цьому повинні володіти учні.

Для цього в першу чергу потрібно розділити задачі навчального підручника на три групи – за способом їх використання:

1. Задачі які доцільно розв'язувати із усіма учнями класу;
2. Задачі які корисно задавати додому в якості необов'язкового завдання і їх розв'язок розглядати в позаурочний час, але при наявності додаткового часу розв'язок окремих задач розібрати із усіма учнями класу;
3. Задачі які розглядаються на уроках математичного гуртка.

Варто зауважити, що цей поділ умовний і залежить від рівня підготовки учнів і безпосередньо від їх інтересів..

Задаючи в якості домашнього завдання, вправи із розділу "Задачі підвищеної складності", учитель повинен бути особливо уважним: інші учні, які не справилися із домашнім завданням, можуть втратити віру в свої сили, тому з ними потрібна індивідуальна робота, яка допоможе вчителю зрозуміти, які труднощі виникали в учнів при розв'язуванні задач і розробити шляхи їх подолання.

Нестандартні задачі другої групи забезпечують розвиток в учнів цікавості до предмету, накопичення певної кількості запасу математичних фактів і відомостей, поглиблення знань та вмінь набутих на уроках. При розв'язуванні таких вправ необов'язково вимагати від учнів письмового запису, але водночас вони повинні вміти усно встановити весь ланцюжок роздумів, а також обґрунтувати розв'язок. Не виключені випадки, коли в учнів виникають труднощі при розв'язуванні задач з другої групи, а тому доцільно розбити їх на більш прості, однак не слід з цим поспішати, бо запитання - підказки або надзвичайно повні пояснення вчителя можуть завадити розвитку творчого підходу в самостійній роботі. Пропонуючи задачі в якості необов'язкового домашнього завдання, учитель не повинен забувати, що учні повинні успішно справитися із ним, особливо це важливо в молодших класах. Разом з тим не слід хвалити одного й того ж учня, оскільки це може призвести до зазнавання і матиме негативний вплив на розвиток особистості.

Успіхи учнів в розв'язуванні нестандартних задач багато в чому залежать від педагогічного вміння вчителя, його особистості. Розуміння та увага вчителя допомагають розвитку зацікавленості до предмета.

Розв'язуючи задачу підвищеної складності, доцільно розглянути різні способи її розв'язування. Корисніше одну й ту ж задачу розв'язати декількома способами, аніж декілька однотипних задач – одним і тим же способом. Важливо допомагати в пошуку різних способів розв'язування задач, а не намагатися нав'язати учню власний розв'язок. Колективізм у розв'язуванні задач повинен викликати в учнів вміння використовувати особливості кожної задачі. Саме відступ від шаблону і конкретний аналіз умови задачі є запорукою її успішного розв'язання. Особливу увагу слід звертати на розв'язування задач арифметичним способом (особливо після того як учні навчилися розв'язувати задачі за допомогою рівнянь), оскільки саме арифметичний спосіб в значній мірі сприяє розвитку незалежності, оригінальності мислення та винахідливості. [20]

Спостереження показують, що учні, ознайомившись зі способом розв'язування задач за допомогою рівнянь, не затрудняючи себе глибоким аналізом умови задачі, намагаються як скоріше скласти рівняння і перейти до його розв’язання. Завдання вчителя полягає в тому, щоб на конкретних прикладах переконати учнів, що розв’язування задач за шаблоном призводить до збільшення об’єму роботи, а інколи і до ускладнення розв’язку, що нерідко зумовлює можливість появи помилок. Тому для учнів корисно запропонувати правило: перш чим складати рівняння для розв’язування задачі, потрібно уважно вивчити її умову і спробувати розв’язати арифметичним способом.

Сучасна науково - методична література містить різноманітні спроби, щоб допомогти учням в розв’язуванні задач за допомогою формування спільних прийомів, які дозволяють знайти шлях до розв’язку конкретної задачі. Найбільш цікаві у цьому відношенні книги відомого математика і знаменитого педагога Д.Пойа. Вчений в дуже цікавій формі аналізує процес «математичного відкриття».

На прикладах задач шкільного курсу процес розв’язування задач Д. Пойа аналізує в нерозривному зв’язку з процесом навчання розв’язуванню задач, так що тут тісно пов’язано два питання : «Як розв’язувати задачу?» і «Як навчити розв’язувати задачу?». [35;36]

То як же навчити учнів розв’язувати нестандартні задачі? Зрозуміло, що навчити розв’язуванню задач, лише показуючи при цьому зразки таких розв’язків, не можна. Перш за все слід врахувати, що навчитися розв’язувати задачі учні зможуть, лише розв’язуючи їх. [42].

І хоча методи та прийоми розв’язування задач засвоюються на практиці, однак, звідси не слідує, що вчитель доб’ється успіху, якщо буде вимагати від учнів розв’язувати якомога більше задач, даючи їм відповіді і зразки розв’язування. Необхідно врахувати психологічний аспект поставленої проблеми. Розв’язування будь-якої достатньо важкої задачі потребує від учнів клопіткої праці, проявлення волі і наполегливості, які в свою чергу виховуються практикою. Особливе вольове зусилля, яке учень повинен проявити може забезпечити значний успіх. Воля і наполегливість найбільш повною мірою проявляться в учнів, якщо задача цікава. В такому випадку її легше розв’язувати, оскільки інтерес до неї сам по собі мобілізує розумову енергію, полегшує запам'ятовування.

Тому вчитель повинен старатися підбирати такі задачі, щоб учні хотіли їх розв'язувати, хотіли зробити їх "задачами для себе". Задача стає задачею, коли ставиться за ціль її розв'язати, якщо дуже хочеться знайти відповідь самому, своїми власними силами. Постановка задачі для себе є початком розв'язку. [35].

Підбираючи задачі, слід мати на увазі, що математична задача може бути не настільки цікавою, ребус і те, що напружена розумова діяльність в результаті досягнення поставленої цілі може принести неабияке задоволення. Практика показує, що в учнів 5-6–х класів особливу цікавість викликають задачі практичного зміст, тому доцільно якомога частіше використовувати задачі, які дозволяють показати тісний взаємозв'язок теорії і практики: учням дуже цікаво і корисно бачити, як із практичної задачі виникає теоретична і як "чисто" теоретичній задачі надати практичного змісту. Виховання зацікавленості учнів до математики, розвиток їх математичних здібностей неможливе без використання в навчальному процесі задач на кмітливість, задач - жартів, математичних ребусів.

Зацікавити учнів до розв'язування задач можна, якщо запропонувати їм вгадати її розв'язок чи відповідь. Тоді учень, якому прийшла в голову яка-небудь ідея, не буде відволікатись, а навпаки уважно слідкуватиме за ходом розв'язку, щоб визнати чи його припущення було вірним. Отож, перша задача, що постає перед вчителем, який бажає навчити учнів розв'язувати нестандартні задачі, - це підбирати їх так, щоб вони спонукали учнів до розв'язування.

Другою запорукою для успішного розв'язування задач є впевненість учня в тому, що він зможе розв'язати запропоновану йому задачу. Задачі повинні бути доступними, бо в іншому випадку учні зневіряться в своїх силах і втратять інтерес до розв'язування задач, а разом і з ним - до математики. Якщо задачі достатньо важкі і учень не може їх розв'язати, то розчарування від безрезультатності праці понижує ефективність їх мислення та засвоєння знань. Якщо ж учень відчуває впевненість в своїх силах, то він з радістю розв'язує задачі, в нього з'являється підвищений інтерес до предмета, а це в свою чергу полегшує і прискорює пошуки шляхів розв'язування математичних задач. Таким чином інтерес до задачі і бажання її розв'язати, а також впевненість в тому, що задача "під силу" є необхідними умовами для успішного вивчення математики. Але як бути в такому випадку, якщо задача цікава і учень не боїться труднощів та не шкодує часу для її розв'язання, а вона не виходить. Тому постає питання, яким чином спрямувати зусилля учня, який зіткнувся з труднощами на шляху до розв'язку. Тут на допомогу повинен прийти вчитель. Виховання в учнів навиків самостійно знаходити розв'язки задач значною мірою залежить від учителя, від його бажання і вміння творчо підходити до того чи іншого питання.

В процесі розв'язування нестандартних задач як учню так і вчителю доцільно виділяти таких чотири етапи:

1. Розуміння постановки задачі;
2. Складання плану розв'язку;
3. Здійснення плану розв'язку;
4. Вивчення отриманого результату ("погляд назад", так називає цей етап Д.Пойа).

Спостереження показують, що навіть при розв'язуванні порівняно неважких задач учні дуже багато часу витрачають на роздуми про те за що взятися і з чого почати. Щоб допомогти учням знайти шлях до розв'язування задач, вчитель повинен вміти поставити себе на місце того, хто розв'язує задачу, спробувати побачити та зрозуміти, а також спрямувати зусилля учня в найбільш ефективне русло. Вміла допомога учню допоможе йому розвинути математичне чуття, здобути досвід, який в майбутньому допоможе знаходити шляхи до розв'язку інших складніших задач.

Нерідко зустрічаються такі випадки, коли вчитель бачить що виникли труднощі, записує відповідь і пояснює розв'язок, але корисніше було б запропонувати наступні допоміжні задачі, наприклад:

1. Напишіть найбільше трьохзначне число (999);
2. Напишіть найбільше трьохзначне число, в якому всі цифри різні (987);

Підбираючи допоміжні задачі, вчитель повинен прагнути до того, щоб вони не були випадковими, тобто мали певну мотиваційну ціль і щоб учням по можливості було зрозуміло чому саме таку допоміжну задачу навів вчитель. Наприклад, учням 5 - го класу запропонована задача:знайти суму: $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{19\cdot 20}$.

Як правило, учні ніколи раніше не зустрічалися з розв’язуванням аналогічних задач, а тому обраховують значення кожного дробу і потом їх сумують. Обов’язок вчителя – навчити раціональному способу розв’язування запропонованої задачі. Але запитання вчителя “Як кожний дріб представити у вигляді різниці?” – недоцільне, оскільки в учнів відразу ж складається думка, що це зробити неможливо (учень навряд чи зрозуміє як вчитель прийшов до думки задати таке запитання). Тому, в даному випадку, ще до розв’язування задачі потрібно запропонувати учням придумати декілька дробів, добуток яких рівний їхній різниці і звернути увагу на запис придуманих ними прикладів:

$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3\cdot 4}$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{4\cdot 5}$; $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{5\cdot 6}$.

Використання учнями таких прикладів в якості допоміжної задачі переконає їх в необхідності бути спостережливими і накопичувати знання математичних фактів, встановлених в результаті розв’язування задач, а тому при розв’язуванні одних задач вчитель повинен більше приділити увагу обговоренню підходів до пошуку шляхів їх розв’язання, а при розв’язуванні інших – більше уваги приділяти вивченню отриманого результату.

Розділ ІІ. Методика підготовки учнів до розв’язування олімпіадних задач з математики в 6 класах

2.1. Методика ведення спецкурсу “Розв’язування олімпіадних задач з математики в 6 класах”

Математичний спецкурс є однією з форм факультативної роботи з математики. Заняття на спецкурсі доповнюють роботу на уроках і дають можливість задовольнити інтереси та запити учнів, які виходять за межі навчальної програми.

Спецкурси з математики найкраще організовувати на початку навчального року, у вересні. Щоб забезпечити явку на перше заняття, бажано розповісти на уроці щось цікаве (епізод з історії математики, софізм, цікаву задачу), а потім сказати, що кого цікавлять такі питання і хто хоче в подальшому брати участь в олімпіадах чи математичних конкурсах, нехай запишеться на заняття спецкурсу.

Після такої підготовчої роботи на спецкурс, як показує досвід, записується і приходить багато учнів. Проте на друге заняття їх приходить вже менше. Тут потрібно уточнити список і зобов'язати всіх цих бажаючих систематично відвідувати заняття. Звичайно на спецкурс може ходити 5—15 учнів. Після цього корисно уточнити план роботи. Учитель намічає його в загальних рисах заздалегідь. На першому занятті план уточнюють, враховуючи інтереси учнів і можливості школи, складають календар занять. План роботи спецкурсу бажано вивісити в математичному кабінеті, щоб його бачили всі учні.

Основною метою спецкурсу є розвиток евристичних та математичних здібностей учнів, пробудження в них інтересу до математики, формування наукового світосприйняття, вивчення додаткового математичного матеріалу, професійно-орієнтаційна робота, підготовка до математичних змагань школярів.[19]

Методи проведення занять на спецкурсі, звичайно, різноманітні: вправи на розв'язування цікавих задач та задач підвищеної складності, виготовлення наочних посібників, випуск брошур з цікавими завданнями та ін.

Проаналізувавши літературу О.О. Хмура, ми ознайомилися із прикладами програм роботи спецкурсу з математики у 6 класах. Аналіз практики роботи вчителів, співбесід, показав що математичні спецкурси доцільно проводити 1 раз в тижні по 1 години. Таким чином, краще подавати матеріал цілими блоками, та й учні легше засвоюють нову інформацію.

Особливістю нашої методики проведення спецкурсу є те, що усі засідання відбуваються за круглим столом. Адже це створює дружну та рівноправну атмосферу спілкування. Головне зробити так, щоб заняття не були схожими на звичайні уроки математики.. Також доцільно наші заняття проводити в дещо насиченому темпі, оскільки створивши таку ситуацію учні починають швидше мислити.

Загалом засідання розроблені у вигляді планів-конспектів, де спочатку викладається необхідний теоретичний матеріал, далі розв'язується колективно вправи з даної теми, подаються приклади задач для самостійного розв'язування. При поясненні матеріалу часто створюється проблемна ситуація, в результаті вирішення якої учні самі приходять до розв'язку нестандартної задачі.

На заняттях спецкурсу ми використовуємо наступні принципи навчання:

- регулярності (краще отримувати знання в малих порціях, але часто);
- випереджаючої складності (не потрібно завантажувати учня великою за об'ємом, але нескладною роботою, так само як і, задавати непосильні для нього завдання. Учень має право відкласти важке завдання, якщо він подумав над його розв’язком певний час. В цьому випадку процес засвоєння нових ідей буде ефективнішим. Дія цього принципу буде тим краще, чим ближче один до одного по рівню математичного розвитку учні,що відвідують спецкурс);
- швидкого повторення (по мірі накопичення числа виконаних завдань слід переглядати і деяким чином розкладати по поличкам задачний архів, що утворився, приблизно по наступній схемі: це завдання просте - я його без

зусиль розв'яжу свого часу і зараз бачу весь шлях розв'язку від початку до кінця. Це завдання складніше - я його свого часу не виконав (виконав насилу), але добре пам'ятаю його розв'язок, даний вчителем. І нарешті, це завдання я не виконав, пояснення ніби зрозумів, але зараз не можу відновити в своїй пам'яті. Треба розібратися в своїх записах або ж запитати про це завдання вчителя);

Цілісну систему навчальної діяльності учнів на занятті становлять фронтальна, індивідуальна та колективна діяльність. Вони пронизують увесь навчальний процес.

У фронтальному навчанні весь клас працює над одним навчальним завданням під безпосереднім керівництвом учителя. При цьому вчитель організовує весь клас на роботу в єдиному темпі, прагне більш-менш рівномірно впливати на всіх учасників. Проте у фронтальній роботі надзвичайно складно забезпечити високу активність усіх учнів. Складність виникає через те, що в довільно сформованих лише на основі вікової ознаки шкільних класах існує істотна відмінність учнів за рівнем навчальних можливостей. Організовуючи фронтальну роботу, вчитель орієнтується, головним чином, на учнів з високим рівнем знань. На нього розраховані темп роботи, обсяг та рівень складності навчального матеріалу. Учні з середнім рівнем навчальних можливостей за таких умов неспроможні сприйняти й осмислити матеріал у повному обсязі.

В індивідуальній роботі кожен учень працює самостійно, темп його роботи визначається ступенем цілеспрямованості, розвитку інтересів, нахилів. Темп роботи залежить також від навчальних можливостей, підготовленості учнів. індивідуальній навчальній діяльності не властива безпосередня взаємодія учнів між собою, а контакти з учителем обмежені та нетривалі. В індивідуальній навчальній роботі діяльність слабких учнів приречена на невдачу, так якв них є прогалини в знаннях, недостатня сформованість умінь і навичок навчальної самостійної роботи.

Усі недоліки фронтальної та індивідуальної діяльності вдало компенсує групова. Учитель в груповій навчальній діяльності керує роботою кожного учня опосередковано, через завдання, які він пропонує групі та які регулюють діяльність учнів. Стосунки між учителем та учнями набувають характеру співпраці, тому що педагог безпосередньо втручається у роботу груп тільки в тому разі, якщо в учнів виникають запитання і вони самі звертаються за допомогою до вчителя. Групова навчальна діяльність, на відміну від фронтальної та індивідуальної, не ізолює учнів один від одного, а навпаки, дозволяє реалізувати природне прагнення до спілкування, взаємодопомоги і співпраці. Дана навчальна діяльність сприяє активізації й результативності навчання школярів, вихованню гуманних стосунків між ними, самостійності, умінню доводити і відстоювати свою точку зору, а також прислуховуватися до думки товаришів, культурі ведення діалогу, відповідальності за результати своєї праці.

Як і на звичайних уроках, на заняттях спецкурсу треба дбати не лише про знання і вміння учнів, а й про їх виховання: наукового світогляду, культури поведінки, колективізму і т. ін. В окремому журналі відводять окремі сторінки для відображення занять спецкурсу з математики, де записують назви опрацьованих тем, відмічають відвідування учнів. Розроблена нами і наведена далі методична система занять спецкурсу в 6 класах дає можливість приділити належну увагу олімпіадним або нестандартним задачам. Задачі підібрані в серії так, що через них розкриваються основні ідеї теми.

2.2. Програма спецкурсу «Розв'язування олімпіадних задач з математики в 6 класах»

Концепція Нової української школи визначає мету реформи середньої освіти зробити випускників шкіл конкурентноздатними у сучасному світі, випустити зі школи "всебічно розвинену, здатну до критичного мислення цілісну особистість, патріота з активною позицією, інноватора, здатного змінювати навколишній світ та вчитися впродовж життя". Новий зміст освіти, заснований на формуванні компетентностей, необхідних для успішної самореалізації в суспільстві, передбачає і формування математичних компетентностей. Реалізація Концепції потребує змін у роботі вчителя математики, покладання на нього нових функцій у процесі професійно-педагогічної діяльності, забезпечення методичного супроводу навчальної діяльності. Основна мета вчителя – навчити дитину мислити, уміти знаходити шляхи вирішення практичних проблем, сприяти становленню й розвитку особистості кожного учня та його самореалізації. Залучення школярів до різноманітних інтелектуальних змагань, турнірів, олімпіад – це реалізація діяльнісного підходу, який сприяє розвитку творчих здібностей дітей. Учасникам олімпіад переважно пропонують задачі, які відрізняються від типових шкільних задач рівнем складності і нестандартністю. Як правило, розв’язання олімпіадної задачі грунтується на одній несподіваній ідеї. Деякі прийоми і методи використовуються одразу в розв’язанні багатьох задач, з певними змінами в різних ситуаціях. І не завжди легко здогадатися, який саме метод може допомогти в кожному конкретному випадку.

Пропонована програма призначена для організації роботи з учнями, які мають бажання добре підготуватися до серйозного випробування з математики – олімпіад та математичних конкурсів.

Програма факультативного курсу допомагає розширити вивчення програмового матеріалу, доповнити базову програму з математики новими темами, забезпечити повторення всього курсу математики, посилити практичну сторону застосування теоретичних знань при розв’язуванні задач різного рівня складності.

Вивчення курсу «Розв’язування олімпіадних задач з математики» сприятиме розвитку науково-теоретичного мислення та виробленню практичних навичок застосування математичного апарату до розв’язування завдань на олімпіадах та конкурсах, допоможе , в майбутньому, досягти гарних успіхів в галузі математики.

Метою курсу є розвиток математичних здібностей учнів, вироблення навичок самостійної роботи при розв’язуванні задач, розв’язування нестандартних задач, якісна підготовка до олімпіад та математичних конкурсів .

Реалізацію програми рекомендовано провести протягом 18 годин , тобто загалом в середньому щомісяця ми будемо проводити по два заняття.

Орієнтовний план проведення занять з спецкурсу «Розв’язування олімпіадних задач з математики ».

№	Зміст програмного матеріалу	Кількість годин
1	Задачі на кмітливість	1
2	Загадки із сірниками	2
3	Задачі на нестачу й залишок	1
4	Задачі на подільність чисел	2
5	Задачі, що розв’язуються з кінця	1
6	Принцип Діріхле	2
7	Поняття графів та його елементів	2
8	Задачі економічного змісту	1
9	Конкурсні задачі «Кенгуру»	1
10	Задачі на зважування та переливання	1
11	Логічні задачі, де дані треба розташувати за певним принципом для зручності розв’язування	1
12	Розв’язування олімпіадних задач. Перевірка засвоєння знань учнями.	3
	Всього годин	18

Заняття №1

Тема. Задачі на кмітливість.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на кмітливість, розвивати кмітливість, логічне мислення, уважність, спостережливість, вміння узагальнювати, робити висновки, чітко висловлювати свою думку.

ключові компетентності:

- *математична компетентність*–удосконалити вміння і навички розв’язування задач на кмітливість, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань, активізувати роботу групи через різні форми та методи роботи, інтерпретувати та оцінювати результати;

- *спілкування державною мовою–*доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність–*структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях–*розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності–*співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”.;

- *уміння вчитися впродовж життя–*визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість–*генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Перевірка домашнього завдання.

Відповісти на запитання, які виникли при розв'язуванні задач.

II. Мотивація навчальної діяльності.

Розв'язати задачу.

У підвалі стоять 7 повних бочок олії, 7 бочок, наповнених наполовину, і 7 порожніх бочок. Як розподілити бочки між трьома автомашинами, щоб на кожній з них було 7 бочок, на всіх автомобілях був однаковий вантаж і олію не довелось переливати з однієї і бочки в іншу?

III. Пояснення вчителя.

Одна повна бочка містить дві пів бочки олії. Всього олії є $7 \cdot 2 + 7 = 21$ (пів бочки). Отже, на кожну машину треба навантажити 7 пів бочок олії і 7 бочок. Можливі два розв'язки цієї задачі подані в таблиці:

		Повні бочки	Бочки наповнені	Порожні бочки
Перший розв'язок	Перша машина	3	1	3
	Друга машина	3	1	3
	Третя машина	1	5	1
Другий розв'язок	Перша машина	3	1	3
	Друга машина	2	3	2
	Третя машина	2	3	2

IV. Розв'язування задач.

Задача 1. Повна діжечка квасу має вагу 34 кг, а наповнена на половину має вагу 17,75 кг. Яка вага порожньої діжки?

Розв'язання. Оскільки вага наполовину наповненої діжки 17,75 , то знайдемо скільки буде важити дана бочка якщо її наповнити повністю $17{,}75\cdot 2$, тепер ми дізнаємось вагу бочки з водою, врахувавши її особисту вагу двічі, тому знайшовши різницю ми знайдемо вагу порожньої бочки: $17{,}75\cdot 2 - 34 = 1{,}5$ кг

Відповідь. 1,5 кг.

Задача 2. Котлета з одного боку смажилася 2 хвилини. Яку найменшу кількість хвилин треба затратити, щоб підсмажити 6 котлет, якщо на пательні одночасно можуть смажитись 4 котлети?

Розв'язання. Спочатку 4 котлети підсмажити з одного боку (2 хв.). Потім дві котлети перевернути, а дві замінити на інші. Через 2 хв. 2 котлети, підсмажені з обох боків, замінити на підсмажені з одного боку, а дві інші перевернути. Через 2 хв. усі котлети будуть підсмажені з обох боків.

Відповідь. 6 хв.

Задача 3. Пасажирський поїзд долає відстань між Львовом і Києвом за 10 год, а товарний цю відстань долає за 15 год. Через який час ці поїзди зустрінуться.

Розв'язання. Вся відстань це одне ціле. Тоді (1/10)+(1/15) =(1/6) - це швидкість зближення двох поїздів. Отже за 6 годин поїзди зустрінуться.

Відповідь. Через 6 год.

Задача 4. До числа 9 зліва і справа допишіть одну і ту ж цифру, таку щоб отримане трьохзначне число ділилося націло на 7.

Відповідь. Потрібно дописати цифру 5. Число 595 ділиться на 7.

Задача 5. Маємо 3 деталі. Дві з них однакової маси, а третя легша. Як за допомогою тарілкових ваг без гірок одним зважуванням визначити легшу деталь?

Розв’язання. Встановити на двох чашах ваг дві любі деталі. Якщо рівновага, то більш легша деталь – та що залишилась. Якщо одна із чашок пішла у верх, то в ній легша деталь.

ІІІ. Проведення підсумку заняття.

IV. Домашнє завдання.

Задача 1. Дід і баба разом випивають діжечку квасу за 10 діб, а один дід таку ж діжечку квасу випиває за 15 діб. За скільки діб вип'є таку ж діжечку квасу тільки баба?

Задача 2. Батька одного громадянина звати Микола Петрович, а сина цього громадянина – Олексій Володимирович. Як звати громадянина?.

Задача 3. Лікар приписав Катерині 3 пігулки і сказав, що кожну пігулку потрібно приймати через 20 хв. На який час вистачить цих пігулок?

Заняття №2

Тема. Загадки із сірниками

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із загадками з сірниками, розвивати логічне мислення, кмітливість, спостережливість.

ключові компетентності:

- *математична компетентність*–ознайомити дітей із загадками з сірниками, удосконалити вміння і навички розв'язування нетрадиційних задач, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань, активізувати роботу групи через різні форми та методи роботи, інтерпретувати та оцінювати результати;

- *спілкування державною мовою*–доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність*–структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях*–розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності*–співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”.;

- *уміння вчитися впродовж життя*–визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість*–генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Є багато цікавих загадок-головоломок, для розв'язання яких досить елементарних знань з математики. Однак вони вимагають кмітливості, спостережливості, нетрадиційного підходу до розв'язання поставленої проблеми. Це загадки, які можна ілюструвати на сірниках.

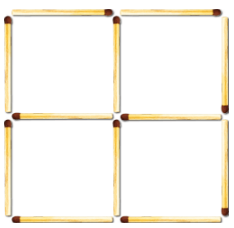
ІІІ. Розв’язування вправ.

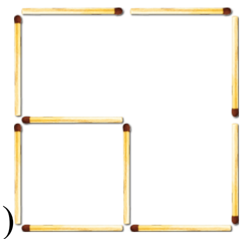
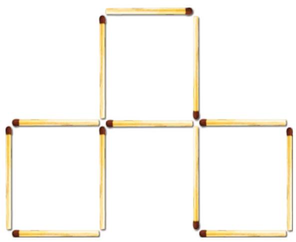
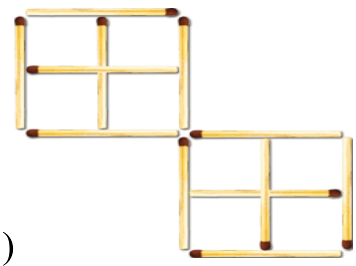
Задача 1. Дванадцять сірників лежать так, як показано на малюнку. Скільки тут квадратів? Виконаєте наступні завдання:

1) заберіть 2 сірника так, щоб утворювалося 2 нерівних квадрата;

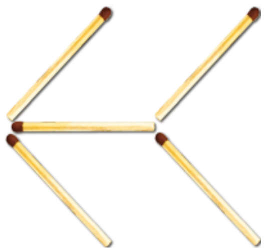
2) перекладете 3 сірника так, щоб утворювалося 3 рівних квадрата;

3) перекладете 4 сірника так, щоб утворювалося 10 квадратів.

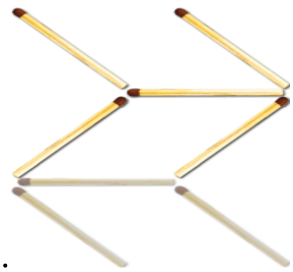


Відповідь. 1)  2)  3) 

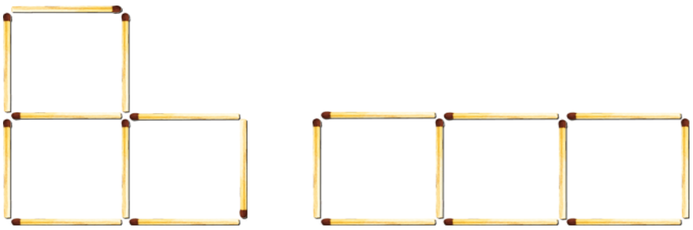
Задача 2. Перекладіть 3 сірника так, щоб стріла поміняла свій напрямок на протилежний.



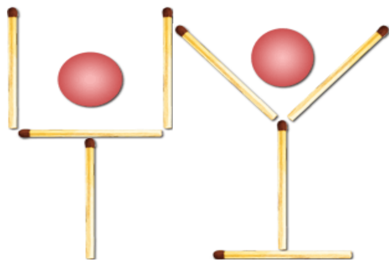
Відповідь.

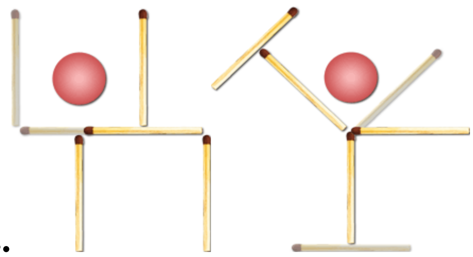


Задача 3. З 10 сірників складіть три квадрати двома способами.

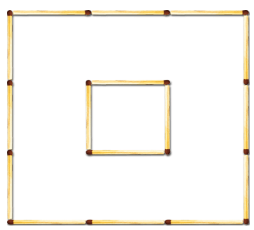
Відповідь. 

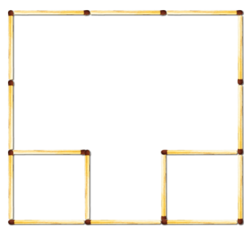
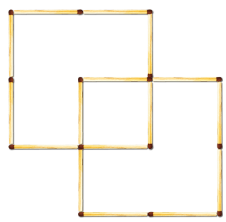
Задача 4. І «келих»(див. лівий малюнок), і «чарка» (див. правий малюнок) складені із чотирьох сірників. Усередині кожної "посудини" - вишенька. Як потрібно перемістити "келих" і "чарку", переклавши по два сірники в кожному з них, щоб вишеньки виявилися зовні?



Відповідь. 

Задача 5. Перекладіть чотири сірники із шістнадцяти так, щоб вийшло три квадрати.



Відповідь. 1)  2) 

Задача 6. Із сірників склали приклад римськими цифрами. Тільки от вийшло, що 6 - 4 = 9... Пересуньте 1 сірник так, щоб рівність стала правильною.

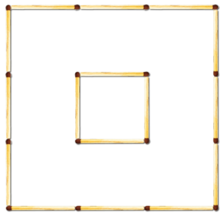
Відповідь. 6 + 4 = 10.

IV.Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. З 9 сірників необхідно зібрати 6 квадратів.

Задача 2. Всередині квадратного озера розташований квадратний острів (див. малюнок). Це все ми виклали із сірників. Потрібно спорудити надійну переправу із зачепами із двох сірників, що залишилися.



Задача 3. Є 13 сірників по 5 см довжиною кожен. Потрібно зуміти викласти з них метр.

Заняття №3

Тема. Задачі на нестачу і лишок.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на нестачу й лишок, розвивати кмітливість, логічне мислення, цікавість та бажання навчатися чомусь новому.

ключові компетентності:

- *математична компетентність*–виробити вміння і навички розв'язування задач на нестачу й лишок, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань, активізувати роботу групи через різні форми та методи роботи, інтерпретувати та оцінювати результати;

- *спілкування державною мовою*–доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність*–структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях*–розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності*–співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”.;

- *уміння вчитися впродовж життя*–визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість*–генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Відповідь на запитання, які виникли при розв'язуванні задач.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

*Розв'язати задачу***.**

Якби Івась купив 6 олівців, то у нього залишилось би 70 коп., а якби він захотів купити 10 олівців, то йому б не вистачило 50 коп. Скільки грошей було в Івася? *(Учні шукають висловлюють власні ідеї щодо розв'язання даної задачі.)*

Розв'язання. 70 + 50 = 120 (коп.) коштують 10 - 6 = 4 (олівці);
120 : 4 = 30 (коп.) коштує 1 олівець;
6 · 30 + 70 = 250 (коп.) було в Івася.

Відповідь. 2 грн. 50 коп.

ІІІ. Розв'язування задач.

Задача 1. Учні на уроці фізкультури вишикувалися в 6 рядів, але троє з них виявилися лишніми. Тоді з кожного ряду по одному учню стали в сьомий ряд, і тепер уже двох учнів не вистачало, щоб заповнити останній ряд. Скільки було учнів на уроці фізкультури?

Розв'язання. Сьомий ряд складався з трьох лишніх учнів, шістьох учнів по одному від кожного ряду і ще двох учнів не вистачало. Отже, в сьомому ряді мало стояти 3 + 6 + 2 = 11 (учнів). В семи рядах мало стояти 7 · 11 =77 (учнів). Оскільки двох учнів не вистачало, то насправді було 77 - 2= 75 .

Відповідь. 75 учнів.

Задача 2. Кілька учнів, бажаючи купити футбольний м’яч, склались по 10 грн., але виявилось, що зібрана сума менша від вартості м’яча на 30 грн. Коли кожний учень додав ще по 2 грн., то вся зібрана сума грошей перевищила вартість м’яча на 14 грн. Скільки було учнів і скільки гривень коштував м’яч?

Розв’язання. Учні додатково зібрали 30 + 14 = 44 (грн.). Оскільки кожен учень дав по 2 грн., то учнів було 44 : 2 = 22. Спочатку вони зібрали 22·10 = 220 (грн.). Отже, м’яч коштував 220 + 30 = 250 (грн.).

Відповідь. Учнів було 22, м’яч коштував 250 грн.

Задача 3. Чотири олівці і три зошити коштують 82 коп., 2 олівці й 2 зошити - 50 коп. Скільки коштують: а) 8 олівців і 7 зошитів; б) 8 олівців та 4 зошити?

Розв’язання. 82 - 50 = 32 (коп.) коштують 2 олівці й один зошит;
32 · 4 = 128 (коп.) коштують 8 олівців і 4 зошити;
50 · 3 = 150 (коп.) коштують б олівців і 6 зошитів;
150 + 32 = 182 (коп.) коштують 8 олівців і 7 зошитів.

Відповідь. 1 грн. 82 коп., 1 грн. 28 коп.

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. За 6 кг цукерок і 2 кг печива заплатили 50 грн. За 3 кг таких цукерок і 2 кг такого печива заплатили 29 грн. Скільки коштує 1 кг печива і 1 кг цукерок?

Відповідь. 4 грн. і 7 грн.

Задача 2. Учень за 37 коп. купив книжку, зошит, ручку й олівець. Зошит, ручка й олівець коштують разом 19 коп. Книжка, ручка й олівець коштують 35 коп. Зошит і олівець коштують 5 коп. Скільки коштує кожна річ?

Відповідь. 18 коп. , 2 коп. , 3 коп. , 14 коп.

Задача 3. На свої гроші я можу купити 6 батарейок для кишенькового ліхтарика або один ліхтарик. Ліхтарик разом з батарейкою коштує 1 грн. 19 коп. Я купив ліхтарик. Скільки грошей було в мене?

Відповідь. 1 грн. 2 коп.

Заняття №4

Тема. Задачі на подільність чисел та виразів.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на подільність чисел та виразів, розвивати логічне мислення, спостережливість, вміння узагальнювати, робити висновки, чітко висловлювати свою думку.

ключові компетентності:

- *математична компетентність*–удосконалити вміння і навички використовувати ознаки подільності при розв'язуванні задач , попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань, інтерпретувати та оцінювати результати;

- *спілкування державною мовою–*доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність–*структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях–*розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності–*співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе "я можу, у мене все вийде ".;

- *уміння вчитися впродовж життя–*визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість–*генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

ІІ. Вивчення нового матеріалу.

При доведенні подільності деяких виразів чи чисел більшість задач зводиться до застосування теорем про ділення, властивостей та ознак подільності чисел.

Теорема 1. Число $a \geq 0$ завжди можна представити, і причому єдиним способом, у вигляді: $a = b \cdot q + r,$ де $b > 0,\ 0 \leq r < b$ (1)

Це співвідношення називається діленням числа a на b з остачею, при цьому число q називають часткою від такого ділення, а r- остачею.

Означення. Домовимося позначати остачу r від ділення деякого числа a на b таким чином $a \overset{b}{\equiv} r.$ Якщо числа a і c при діленні на b дають однакові остачі, то це позначають аналогічним чином $a \overset{b}{\equiv} c$.

Зауваження. У математичній літературі зустрічається також інше позначення того, що числа a і c при діленні на b дають однакові остачі, а саме $a \equiv c (\mathrm{mod}\, b)$ (кажуть, що a і c конгруентні між собою за модулем b).

Означення. Якщо остача від ділення a на b дорівнює нулю, то кажуть, що a ділиться на b, а число b називають дільником числа a . Позначають це

так: $a \vdots b$. У цьому випадку кажуть також, що число a кратне числу b і $a \overset{b}{\equiv} 0.$

Довільне відмінне від одиниці натуральне число має хоча б два дільники: одиницю і саме себе.

Означення. Якщо число не має інших дільників крім одиниці й самого себе, то воно називається простим.

Означення. Число, яке має більше ніж два дільники, називається складеним.

Зауваження. Число 1 не належить ні до простих, ні до складених чисел. Число 2 - єдине парне просте число, всі інші прості числа - непарні.

Теорема 2. Існує безліч простих чисел.

Доведення. Припустимо, що *p* - найбільше просте число. Розглянемо число *q*, яке на 1 більше добутку всіх простих чисел від 2 до *p,* тобто $q = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot p + 1.$ Очевидно, що це число не ділиться на жодне з простих чисел від 2 до *p.* Тобто, або воно є простим, або воно є складеним і має простий дільник, відмінний від 2, 3, 5, ..., *p.* А це суперечить припущенню, що в даному записі 2, 3, 5, ...,*p* перераховані всі прості числа.

Довільне парне число можна представити у вигляді суми двох простих чисел.

Для непарних чисел Х. Гольдбах висловив припущення: довільне непарне число, яке більше за 3, можна представити у вигляді суми трьох простих чисел.

На сьогодні перша гіпотеза Гольдбаха перевірена за допомогою обчислень на комп’ютері для чисел до $4 \cdot 10^{14}$, але строгого математичного доведення цього простого припущення поки ніхто не отримав.

Теорема 3 (основна теорема арифметики). Довільне складене число *m* можна розкласти на прості множники, тобто представити його у канонічному вигляді: $m = p_1^{n1} \cdot p_2^{n2} \cdot \ldots \cdot p_k^{nk}$, де $p_1, p_2, \ldots, p_k$- різні прості числа.

Основні властивості подільності чисел:

якщо $a \vdots c$ і $b \vdots c$, то $(a \pm b) \vdots c$;

якщо $a \vdots c$ і $b \vdots d$, то $(a \cdot b) \vdots (c \cdot d)$;

якщо $a \vdots c$ і $b \vdots c$, то $(a \cdot b) \vdots c^2$;

якщо $a \vdots b$ і $b \vdots c$, то $a \vdots c$;

якщо $a \vdots b$ і $m \in Z$, то $ma \vdots b$.

Користуючись цими властивостями, можна розв’язати досить широкий клас задач на доведення подільності чисел та виразів.

Ознаки подільності:

Ознака подільності на 2. Число ділиться на 2, тоді і тільки тоді, коли воно закінчується парною цифрою: 0, 2, 4, 6 або 8.

Доведення. Представимо задане число $a = \overline{a\ a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0}$ у такому вигляді: $a = \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 0} + a_0$. Перший доданок в правій частині ділиться на 10 і відповідно на 2. Отже, *a* буде ділитися на 2, якщо *a_0* кратне 2, тобто дорівнює 0, 2, 4, 6 або 8.

Ознака подільності на 3 (на 9). Число ділиться на 3 (на 9), тоді і тільки тоді, коли сума його цифр ділиться на 3 (на 9).

Доведення. Запишемо очевидні рівності:10 = 9 + 1,100 = 99 + 1,1000 = 999 + 1.

Тоді задане число $a = \overline{a\ a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0}$ представимо

$$a = 10\ a_n + 10^{n-1} a_{n-1} + \ldots + 10^1 a_1 + a_0 = \left(\underbrace{99\ldots9}_{n} \cdot a_n + \underbrace{99\ldots9}_{n-1} \cdot a_{n-1} + \ldots + 9 \cdot a_1 \right) +$$

так: $(a_n + a_{-1} + \ldots + a_1 + a_0)$

Звідси задане число *a* ділиться на 3 (на 9), якщо $a\ + a_{n-1} + \ldots + a_1 + a_0$ кратне 3 (9), тобто сума його цифр ділиться на 3 (на 9).

ІІІ. Розв'язування вправ.

Приклад 1. Доведіть, що якщо сума цифр ділиться на 9, то і саме число ділиться на 9.

Доведення. Нехай дане число N – трьохцифрове: $N = 100a + 10b + c$.

Представимо N у вигляді суми $N = 100a + 10b + c = (a + b + c) + 99a + 9b$.Так як кожний член ділиться на 9, то і N ділиться на 9. Аналогічно можемо довести, що любе k – значне число (k 3), сума цифр якого ділиться на 9, завжди ділиться на 9.

Приклад 2. Доведіть, що якщо число N ділиться на 9, то сума його цифр також ділиться на 9.

Доведення. Нехай N – трьохзначне число: $N = 100a + 10b + c$. Згідно умови $N 9$. Покажемо, що $a + b + c 9$. $N = (a + b + c) + (99a + 9b)$. Якщо сума і один з доданків ділиться на 9, то і наступний доданок ділиться на 9. Маємо: $a + b + c 9$.

Ознака подільності на 4. Число ділиться на 4, тоді і тільки тоді, коли число, утворене його останніми двома цифрами ділиться на 4.

Доведення. Представимо задане число $a = \overline{a_n a_{n-1} ... a_2 a_1 a_0}$ у вигляді: $a = \overline{a_n a_{n-1} ... a_2 00} + \overline{a_1 a_0}$. Перший доданок у правій частині рівності ділиться на 4, тому сума буде кратною 4, якщо $\overline{a_1 a_0}$ ділиться на 4.

Приклад 3. Знайти найменше натуральне число, яке має такі властивості: якщо його помножити на 2, то одержимо квадрат, а, якщо на 3 - куб натурального числа.

Розв'язання. Нехай x - найменше, натур. число, таке що $2x = m^2$ і $3x = n^3$, де m і n - деякі натуральні числа. З рівності $2x = m^2$ випливає, що x - кратне 2. А оскільки $3x = n^3$, то x - кратне $2^3 = 8$ і кратне $3^2 = 9$. Звідси випливає, що найменше натуральне число, яке має такі властивості, є 72.

Відповідь. 72.

Ознака подільності на 5. Число ділиться на 5, тоді і тільки тоді, коли воно закінчується цифрою 0 або *5*.

Доведення. Для доведення цієї ознаки досить представити задане число $a = \overline{a_n a_{n-1} ... a_2 a_1 a_0}$ так $a = \overline{a_n a_{n-1} ... a_2 a_1 0} + a_0$ звідси випливає, що якщо a_0 дорівнює 0 або 5, то число a ділиться на 5.

Ознака подільності на 8. Число ділиться на 8, тоді і тільки тоді, коли число, утворене його останніми трьома цифрами ділиться на 8.

Доведення. Представимо число $a = \overline{a_n a_{n-1} ... a_3 a_2 a_1 a_0}$ у вигляді: $a = \overline{a_n a_{n-1} ... a_3 000} + \overline{a_2 a_1 a_0}$. Перший доданок у правій частині рівності ділиться на 8, тому сума буде кратною 8, якщо $\overline{a_2 a_1 a_0}$ ділиться на 8.

Ознака подільності на 10. Число ділиться на 10, тоді і тільки тоді, коли воно закінчується цифрою 0.

Доведення. Задане число *а* матиме вигляд $a = \overline{a_n a_{n-1} ... a_2 a_1 0} = 10 \cdot \overline{a_n a_{n-1} ... a_2 a_1}$. Звідси випливає, що число *а* ділиться на 10. Для доведення наведених вище властивостей можна скористатися також таким правилом:

Правило 1. Для знаходження остачі від ділення на число *p* деякого арифметичного виразу (який містить лише дії додавання, віднімання й множення), в процесі обчислень будь - який проміжний результат можна замінювати його остачею від ділення на *p*. Зауважимо, що інколи це правило називають “методом обчислення остач”. Пояснимо його застосування на прикладах.

Приклад 4. При яких *n є N* вираз 10^n+1 ділиться на 11.

Розв’язання. Маємо $10^n+1=1\underbrace{00\ldots0}_{n}1$. Згідно з ознакою подільності на 11 необхідно, щоб вираз $1-0+0-\ldots+(-1)^n=1+(-1)^n$ ділиться на 11. Звідси легко зробити висновок, що число *n* має бути непарним.

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Завдання 1. Напишіть будь - яке дев’ятизначне число, у якому немає цифр, що повторюються(всі цифри різні), і яке ділиться без остачі на 11. Напишіть найбільше з таких чисел. Напишіть найменше з таких чисел.

Завдання 2. Деяка множина складається з різних натуральних чисел. Кількість чисел у цій множині більша семи, а найменше спільне кратне всіх її чисел дорівнює 210. Будь - які два числа цієї множини не є взаємно простими. Добуток усіх чисел заданої множини ділиться на 1920 і не є квадратом ніякого цілого числа. Знайдіть числа, з яких складається множина.

Завдання 3. В університеті було декілька бібліотек з однаковою кількістю книжок у кожній, причому всього було 34560 книг. Через рік число бібліотек збільшилося на 4, але у кожній бібліотеці знову була однакова кількість книжок, яка була більшою, ніж раніше. Всього стало 70875 книг. Скільки бібліотек було на початку?

Заняття № 5

Тема. Задачі, що розв’язуються з кінця.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із типом задач, які зручно розв'язувати з кінця, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність–*удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь різними способами, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою–*доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність–*структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях–*розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності–*співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”.;

- *уміння вчитися впродовж життя–*визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість–*генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Мотивація навчальної діяльності.

Розв’язати задачу.

Зустрілися дві жінки. Одна ішла на базар, а друга з базару. Перша спитала другу: «Що ти продавала?» Відповідь була така: «Я продавала яйця. Першому покупцю я продала половину всіх яєць і ще пів'яйця. Другому продала половину остачі і ще пів'яйця. Третьому я продала ще половину остачі і пів'яйця. Більше яєць у мене не було». Скільки яєць продала жінка? *(Учні шукають шляхи розв'язування задачі, при цьому виникають значні труднощі.)*

ІІ. Пояснення вчителя.

Ця задача, на перший погляд, досить складна, бо приводить до рівняння, яке учні ще не вміють розв'язувати. Якщо аналізувати задачу «з кінця», то можна прийти до висновку, що пів'яйця становить другу половину покупки третього покупця. Отже, третій покупець купив одне яйце, яке без пів яйця становить половину остачі після продажу яєць першому покупцю. Отже, другий покупець купив 1,5 + 0,5 = 2 яйця. Аналогічними міркуваннями приходимо до висновку, що перший покупець купив 3,5 + 0,5 = 4 яйця. Отже, всього було 7 яєць.

Це розв'язання зручно подати у вигляді таблички.

	Було	Продали	Залишилося
I	7	3,5+0,5	3
II	3	1,5+0,5	1
III	1	0,5+0,5	0

ІІІ. Розв’язування задач.

Задача 1. У двох кімнатах було 52 чоловіки. Після того, як з першої кімнати 5 чоловік перейшли до другої кімнати, а 2 чоловіки вийшли взагалі, то в обох кімнатах людей стало порівну. Скільки чоловік було в кожній кімнаті спочатку?

Розв’язання. Після того, як 2 чоловіки вийшли взагалі, в обох кімнатах залишилося 52 - 2 = 50 (чол.) Оскільки в обох кімнатах стало порівну, то 50 : 2 = 25 (чол..) було в кожній кімнаті. 25 - 5 = 20 (чол.) було в другій кімнаті спочатку і 25 + 5 + 2 = 32 (чол.) було в першій кімнаті спочатку.

Відповідь. 32 чол., 20 чол.

Задача 2. В класній кімнаті були учні. Після того, як 7 учнів вийшли і 9 учнів ввійшли до кімнати, їх стало 31. Скільки учнів було спочатку?

Розв’язання. Як 7 учнів вийшли з кімнати і 9 учнів увійшли до неї, їх кількість збільшилася на 9 - 7 = 2 (учні) і стала 31 чоловік. Тому спочатку їх було 31 - 2 = 29 (чоловік).

Відповідь. 29 чоловік.

Задача 3. На двох деревах сиділи 33 ворони. Після того, як 3 ворони перелетіли з одного дерева на друге, а 5 ворон з другого дерева полетіли геть, то на обох деревах ворон стало порівну. Скільки ворон сиділо на кожному дереві спочатку?

Розв'язання. Коли 3 ворони перелетіли з одного дерева на друге, то кількість ворон на двох деревах разом не змінилася. Коли 5 ворон полетіли геть, то на обох деревах залишилося 33 - 5 = 28 (ворон), а на кожному сиділо по 28 : 2 = 14 (ворон). На першому дереві спочатку було 14 + 3 = 17 (ворон), а на другому 14 - 3 + 5 = 16 (ворон).

Відповідь.16 ворон, 17 ворон.

Задача 4. Дві дівчинки чистили картоплю. Одна очищала за хвилину 2 картоплини, а друга 3 картоплини. Разом вони очистили 400 картоплин. Скільки часу працювала кожна з дівчат, якщо друга працювала на 25 хвилин більше, ніж перша?

Розв'язання. 25 · 3 = 75 (картоплин) обчистила друга дівчинка за 25хвилин;
400 - 75 = 325 (карт.) обчистили обидві дівчинки, працюючи однаковий час;
3 + 2 = 5 (картоплин) обчистили дівчата за 1 хвилину;
325 : 5 = 65 (хв.) працювала перша дівчинка;
65 + 25 = 90 (хв.) працювала друга дівчинка.

Відповідь. 65 хв., 90 хв.

Задача 5. Михайлик, Віталій та Дмитрик зібрали горіхи і лягли спати. Вночі прокинувся Михайлик з'їв свою порцію (третину). Після цього прокинувся Віталій і з'їв третину тих горіхів, що залишилися. Нарешті прокинувся Дмитрик і з'їв третину нового залишку. Вранці з'ясувалося, що залишилося 16 горіхів. Скільки горіхів було зібрано друзями, скільки з'їв кожен і як справедливо поділити горіхи, що залишилися?

Розв'язання. Почнемо розв'язувати задачу із кінця. 16 горіхів, що залишилися, - це дві третини того, що побачив Дмитрик; Дмитрик побачив 24 горіхи, з яких з'їв 8. 24 горіхи - це дві третини того, що побачив Віталій; отже, Віталій побачив 36 горіхів, із яких з'їв 12. У свою чергу 36 горіхів - це дві третини всіх горіхів; отже, хлопці зібрали 54 горіхи, з яких Михайлик з’їв 18. Оскільки кожен із них повинен був з’їсти по 18 горіхів, то Михайлик з’їв всю свою порцію; Віталій повинен узяти собі ще 6 горіхів, а Дмитрик - 10.

Відповідь. Усього 54 горіхи, з яких Віталій - повинен узяти ще 6 горіхів, а Дмитрик - ще 10.

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. В пакеті лежали яблука. Спочатку з нього взяли половину всіх яблук без п’яти, а згодом - $\frac{1}{3}$ яблук, що залишились. Після цього в пакеті залишилось 10 яблук. Скільки яблук було в пакеті?

Задача 2. На полці стояли тарілки. Спочатку взяли третю частину всіх тарілок без двох, а потім $\frac{1}{2}$ тарілок, що залишились. Після цього на полці залишилось 9 тарілок. Скільки тарілок було на полці?

Задача 3. Троє мають по деякій сумі кожний. Перший дає із своїх грошей двом іншим стільки, скільки є в кожного. Після нього другий дає двом іншим стільки, скільки кожен з них має. На кінець і третій дає двом другим стільки, скільки є у кожного. Після цього у кожного є по 8 екю (старовинна французька золота монета). Скільки грошей було у кожного на початку?

Заняття №6

Тема. Принцип Діріхле.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із принципом Діріхле, розглянути приклади, розвивати кмітливість та логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність*–навчити учнів робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь різними способами, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою*–доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність*–структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях*–розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності*–співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе "я можу, у мене все вийде ".;

- *уміння вчитися впродовж життя*–визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість*–генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

II.Вивчення нового матеріалу (розповідь учителя).

Цілком можливо, що ви вже чули про принцип Діріхле. Тоді він, швидше за все, поставав перед вами в такому жартівливому формулюванні: "Якщо в N клітинах сидять не менше N + 1 кроликів, то в якийсь із клітин сидить не менше двох кроликів". Зверніть увагу на розпливчастість висновків - "у якійсь із клітин", "не менше". Це є, мабуть, відмінною рисою принципу Діріхле, яка іноді призводить до можливості несподіваних висновків на основі, здавалося б, абсолютно недостатніх відомостей.

Доведення самого принципу надзвичайно просте, в ньому використовується тривіальний підрахунок кролів в клітках. Якби в кожній клітині сиділо не більше одного кролика, то всього в наших N клітках сиділо б не більше N кроликів, що суперечило б умовам. Таким чином, ми довели принцип Діріхле, застосувавши (обов'язково зверніть на це увагу) метод доведення від протилежного.

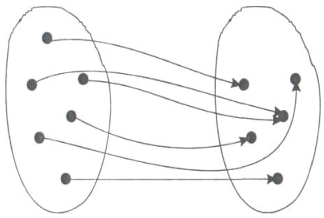
Рис. 16

Сам Діріхле свій принцип формулював у такій «побутовій формі» використовуючи шухляди та предмети які повинні в них розміщуватись: *"Якщо в n шухлядах міститься не менше, як n + 1 предмет, то, висуваючи ці шухляди, ми принаймні в одній з них виявимо не менше двох предметів".* Пізніше, завжди прихильні до гумору математики, ще більше унаочнили цей і так очевидний факт, взявши замість невизначених предметів цілком "визначених" кроликів, замість шухляд - клітки для них, а замість знову ж таки невизначеного *n* - конкретне число 5. І одержали "класичне" формулювання, відоме тепер переважній більшості шанувальників математики: *"Якщо у 5 клітках розмістити 6 кроликів, то принаймні в одній з них міститиметься не менше двох кроликів".*

Звичайно, принцип Діріхле можна передати і цілковито математичною мовою, не залучаючи таких конкретних речей, як клітки, шухляди чи кролики. Таке загальне формулювання корисне тим, що тоді у конкретних застосуваннях принципу Діріхле відпадає необхідність щоразу додатково завантажувати свою увагу проблемою - що тут "кролики", а що – "клітки" для них?

Отже, абстрактною формою принципу Діріхле стверджується наступне. *Нехай маємо дві множини A і B, в першій з яких n + 1 елементів, а в другій n елементів (мал.1). Нехай задано також: якесь відображення першої множини на другу.* (Відображенням множини *A* на множину *B* називається будь - яке співставлення з кожним елементом множини *A* якого - небуть елемента множини *B*. На малюнку таке співставлення часто зображується стрілками). *У такому випадку принаймні з одним із елементів множини B буде співставлено не менше двох елементів множини A.*

А (п + 1 елементів)   В (n елементів)



(мал.1)

Тепер розглянемо конкретні приклади розв'язування задач із застосуванням принципу Діріхле. А розпочнемо з тематики, в якій цей принцип застосовував сам Діріхле, - тобто із задач на властивості цілих чисел.

III. Осмислення вивченого матеріалу.

Задача 1. Довести, що серед будь - яких 13 натуральних чисел можна вибрати принаймні два числа, різниця яких ділиться на 12.

Розв'язання. Поділимо кожне з даних чисел на 12 з остачею. Всього може бути не більше 12 різних остач: 0, 1, 2, ..., 11. Тому, за принципом Діріхле, принаймні два числа з даних 13 при діленні на 12 дадуть однакові остачі, а їхня різниця, отже, поділиться на 12 без остачі, тобто націло. Твердження задачі доведено.

Задача 2. Сім натуральних чисел $a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 , a_7$ записані підряд. Довести, що одне з них або сума декількох, що стоять поруч, ділиться на 7.

Розв'язання. Розглянемо наступних сім чисел: a_1; $a_1 + a_2$; $a_1 + a_2 + a_3$; $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$; $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$; $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$; $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$. При діленні цих чисел на 7 можливі всього сім остач: 0, 1, 2, 3,4, 5, 6. Якщо серед них є остача 0, то твердження задачі очевидне. В іншому разі, оскільки чисел 7, а остач 6, то, за принципом Діріхле, принаймні два з цих чисел мають однакові остачі, а їх різниця, отже, ділиться на 7 без остачі. Але ж ця різниця якраз і буде сумою декількох чисел, що стоять поруч. Наприклад, $(a_1 + a_2+ a_3 + a_4 + a_5) - (a_1 + a_2+ a_3) = a_4 + a_5$. Твердження задачі доведено.

Задача 3. Довести, що для кожного натурального *n* знайдеться число, записане лише за допомогою цифр 1 і 0, яке ділиться на *n*.

Розв'язання. Розглянемо наступні $n + 1$ числ, записані за допомогою лише одиниць: 1, 11, 111, 1111,..., 1111...11. При діленні цих чисел на *n* можливі лише *n* різних остач: 0,1,2,..., n - 1. Тому, за принципом Діріхле, два числа мають однакові остачі, а їхня різниця, отже, ділиться на *n.* Але ця різниця має вигляд 111… 00, тобто записується лише за допомогою чисел 1 і 0. Твердження задачі доведено.

Задача 4. Футбольний турнір проводиться в одне коло, тобто кожні дві команди повинні зіграти між собою один матч. Довести, що після кожного ігрового дня знайдуться принаймні дві команди, які провели однакову кількість ігор.

Розв'язання. Якщо в турнірі бере участь *n* команд, то після закінчення кожного ігрового дня кожна з команд може мати проведеними від *1 до n- 1* ігор. Але усіх команд *n.* Тому, за принципом Діріхле, принаймні дві команди проведуть однакову кількість ігор. Твердження задачі доведено.

Задача 5. У бригаді 7 осіб їх сумарний вік 332 роки. Доведіть, що з них можна вибрати три особи, сума років яких не менша від 142.

Розв'язання. Розглянемо різні трійки робітників з бригади. Сума їх сумарних років дорівнює 15 · 332, а таких трійок 35. Тому є трійка, сума років яких не менша ніж (15 · 332) : 35, що більше від 142.

У задачах, де треба довести якесь твердження, можна розглядати найбільш незручний, "найгірший" випадок, в якому твердження здається найбільш "підозрілим". Якщо ми доведемо твердження в цьому "найгіршому" випадку, то Тим більше воно буде істинним в інших випадках. Головне правильно визначити цей "найгірший" випадок. Розглянемо задачі:

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. В мішку лежать кульки двох різних кольорів: чорного і білого. Яке найменше число кульок потрібно вийняти з мішка наосліп так, щоб серед них завідомо виявилися дві кульки одного кольору?

Задача 2. Дано 8 різних натуральних чисел, не більших 15. Доведіть, що серед їх позитивних попарних різниць є три однакові.

Задача 3. У бригаді 7 людей і їх сумарний вік - 332 роки. Доведіть, що з них можна вибрати трьох осіб, сума віку яких не менше 142 роки.

Заняття № 7

Тема. Поняття графів та його елементів.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів з поняттям графів та його елементами, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність*- систематизувати уміння й навички учнів виконувати завдання за допомогою графів, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою–*доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність–*структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях–*розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності–*співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе "я можу, у мене все вийде ".;

- *уміння вчитися впродовж життя–*визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість–*генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Відповідь на запитання, які виникли при розв'язуванні задач.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Граф - це множина точок (вершин), які з'єднані між собою лініями, що називаються дугами або ребрами.

Приведемо приклад задачі, яка може бути розв'язана, за допомогою графів.

Задача 1. На вечірку запрошено шестеро людей, чи може бути така ситуація,що кожен знав тільки двох запрошених.

Розв'язання. Кожного з цієї компанії зобразимо точкою, і пронумеруємо їх. Якщо двоє знайомі, то з'єднаємо їх відрізком (ребром). Виявляється, що така ситуація не тільки можлива, але й може описуватися декількома схемами. Тобто можна сказати, що граф-це сукупність об'єктів, зв'язками між якими служать ребра.

Задача 2. Між 9 планетами Сонячної системи введено космічне повідомлення. Ракети літають за наступними маршрутами: Земля-Меркурій, Плутон-Венера, Земля-Плутон, Плутон-Меркурій, Меркурій-Венера, Уран-Нептун, Нептун-Сатурн, Сатурн-Юпітер, Юпітер-Марс і Марс-Уран. Чи можна дістатися з Землі до Марса?

Розв'язання. Намалюємо схему: планетами будуть відповідати точки, а з'єднує їх маршрутами - непересічні між собою лінії (див. Рис.18). Тепер видно, що долетіти від Землі до Марса не можна.

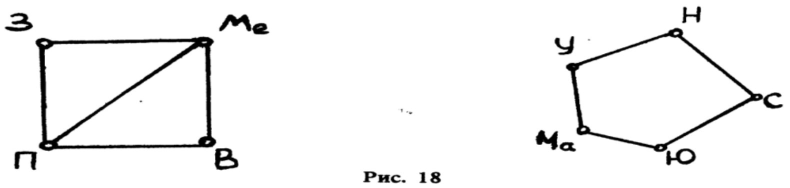


Рис. 18

ІІІ. Розв'язування задач.

Задача 1. Чи можна, зробивши кілька ходів кіньми з початкового положення, зображеного на рис.19, розташувати їх так, як показано на рис.20?

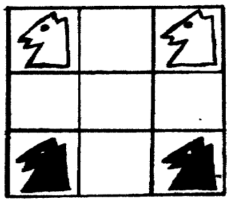


Рис. 19

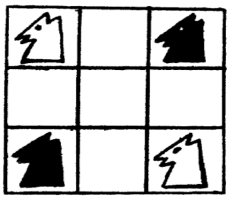


Рис. 20

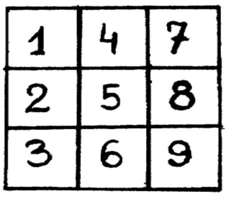


Рис. 21

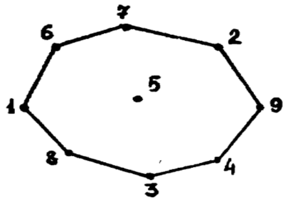


Рис. 22

Розв'язання. Занумеруємо клітини дошки числами 1, 2, 3, … , 9 так, як показано на рис.21. Кожній клітині зіставимо точку на площині, і якщо з однієї клітини можна потрапити в іншу ходом коня, то з'єднаємо відповідні точки лінією (див. рис.22). Вихідна і необхідна розстановки коней зображені на рис.23.

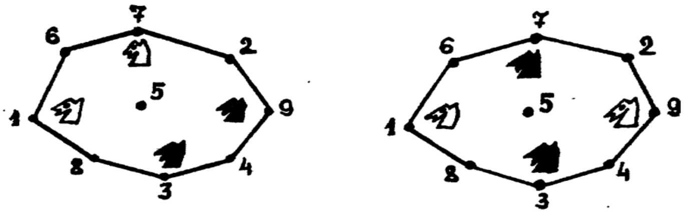


Рис. 23

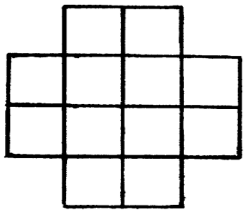


Рис. 24

Порядок проходження коней на колі, очевидно, не може змінитися. Тому переставити коней необхідним чином неможливо.

Вирішення цих двох зовні не схожих один на одну задач об'єднує спільна ідея: графічне зображення умови. При цьому отримані картинки теж виявилися дуже схожими: вони являють собою набір точок, деякі з яких з'єднані лініями. Такі картинки і називаються *графами.* Точки при цьому називаються *вершинами* графа, а лінії - *ребрами.*

Задача 2. Дошка має форму хреста, який виходить, якщо з квадратної дошки 4x4 викинути кутові клітини (див. рис.24). Чи можна обійти її ходом шахового коня і повернутися на вихідне поле, побувавши на всіх полях рівно по разу?

Задача 3. У країні Цифра є 9 міст з назвами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Мандрівник виявив, що два міста з'єднані авіалінією в тому і тільки в тому випадку, якщо двозначне число, складене з цифр - назв цих міст, ділиться на 3. Чи можна дістатися з міста 1 до міста 9?

Зауважимо, що один і той же граф можна зображувати по-різному. Важливо лише, які вершини з'єднані один з одним, а які - ні.

Такі однакові, але, бути може, по-різному намальовані графи прийнято називати ізоморфними. Спробуйте знайти на рис.26 графи, ізоморфні графу із задачі 1 (див. рис.22).

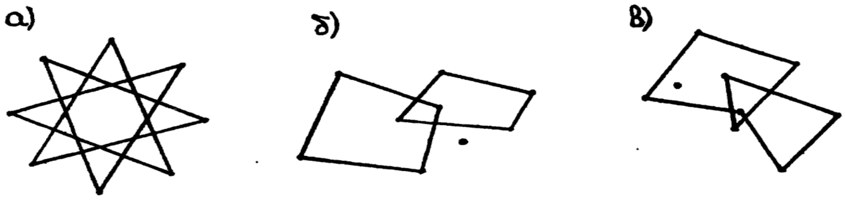


Рис. 26

Правильна відповідь - графи а) і в). У тому, що вони ізоморфні графу із задачі 1, легко переконатися. Для цього достатньо правильно занумерувати їх вершини (див. рис.27).

Дещо вище ми визначили граф як набір точок (вершин), деякі з яких з'єднані між собою лініями (ребрами).

Кількість ребер, що виходять з даної вершини, ми будемо називати її ступенем. Так, наприклад, у графі, зображеному на рис.28, вершина А має ступінь 3, вершина В - ступінь 2, вершина С - ступінь 1.

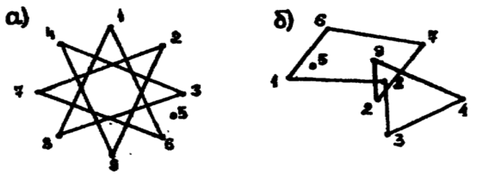


Рис. 27

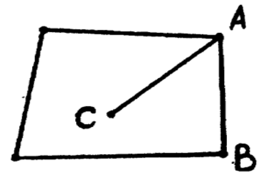


Рис. 28

Задача 4. У класі 30 чоловік. Чи може бути так, що 9 з них мають по 3 друга (в цьому класі), 11 - по 4 друга, а 10 - по 5 друзів?

Розв'язання. Якщо б це було можливо, то можна було б намалювати граф з 30 вершинами, 9 з яких мали би ступінь 3, 11 - ступінь 4, 10 - ступінь 5. Однак у такого графа 19 непарних вершин, що суперечить теоремі.

Задачі для самостійного розв'язування:

Задача 5. У короля 19 баронів-васалів. Чи може виявитися так, що у кожного васального баронства 1, 5 або 9 сусідніх баронств?

Задача 6. Чи може в державі, в якій з кожного міста виходить 3 дороги, бути рівно 100 доріг?

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. У країні з кожного міста виходить 100 доріг і від будь-якого міста можна дістатися до будь-якого іншого. Одну дорогу закрили на ремонт. Доведіть, що й тепер від будь-якого міста можна дістатися до будь-якого іншого.

Задача 2. Чи можна намалювати на площині 9 відрізків так, щоб кожен перетинався рівно з трьома іншими?

Заняття №8

Тема. Задачі економічного змісту.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами економічного змісту, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення, бажання розвивати свої знання з математики.

ключові компетентності:

- *математична компетентність-* систематизувати уміння й навички учнів виконувати задачі економічного змісту, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою–*доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність–*структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях–*розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності–*співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”.;

- *уміння вчитися впродовж життя*–визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість*–генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Перевірка домашнього завдання.

Відповісти на запитання, які виникли при розв’язуванні задач.

II. Мотивація навчальної діяльності.

Розв’яжемо задачу

Супермаркет має отримати 60 комплектів меблів, що доставляють з двох вокзалів: Південного і Центрального. Доставка одного комплекту з Південного коштує 70 грн., а з Центрального 40 грн., але Центральний вокзал не може прийняти всю партію. Яку найбільшу кількість меблів можна завезти з Південного вокзалу, якщо витрати на перевезення не мають перевищувати 2800 грн.?

Розв’язування. Нехай з Південного вокзалу можна завезти x комплектів меблів, тоді з Центрального (60 -x) комплектів. Вартість доставки з Південного буде становити (70x) грн., з Центрального — 40(60-x) грн., сумарна вартість 70x + + 40(60-x) <2800, розв'язавши дану нерівність, матимемо на множині натуральних значень x< 13. Отже, максимальна кількість комплектів меблів, що їх можна перевезти з Південного вокзалу, — 13 комплектів.

III. Розв’язування задач.

Задача 1. Для відпочинку родини влітку потрібно не менше 5000 грн. Кожного місяця сім'я може заощаджувати до 10% сімейного бюджету. Скільки місяців сім'я має відкладати гроші на відпочинок, якщо її щомісячний бюджет становить 7600 грн.?

Задача 2. З Дніпропетровська в напрямку Синельникове вийшов товарний потяг зі швидкістю 66 км/год. Через 20 хвилин в тому ж самому напрямку має вирушити пасажирський експрес зі швидкістю 90 км/год. Через який час товарний потяг має зробити зупинку, щоб пропустити пасажирський експрес і не порушити розклад руху потягів на залізниці.

Задача 3. Зарплата менеджера з продажу складається з окладу 500 грн. і 3Тс від вартості проданого товару. На яку суму він повинен продати товар, щоб отримати зарплату не менше 1000 грн.?

Задача 4. Місто С знаходиться на відстані 60 км від міста А і на відстані 40 км від міста *В.* Ваш магазин знаходиться у місті *С.* Завозити до нього товари ви можете як із міста *А,* так і з міста *В.* У місті *В* товар коштує 70 грн. за одиницю, доставка — 0,2 грн./км. За якою ціною вигідно купувати цей товар у місті *А,* якщо доставка з міста/1 коштує 0,18 грн./км?

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. Для відпочинку родини влітку потрібно не менше 8000 грн. Кожного місяця сім'я може заощаджувати до 15% сімейного бюджету'. Скільки місяців сім'я має відкладати гроші на відпочинок, якщо її щомісячний бюджет становить 6600 грн. і сім'я має поточний рахунок у банку, на який збирається покласти заощаджені гроші перші півроку із щомісячним нарахуванням 1,5 % від суми, що вкладено у банк?

Задача 2. Олексій Петров поклав $ 2000 на поточний рахунок під 15% річних. Пройшло 10 місяців, але йому терміново треба зняти гроші для придбання побутової техніки. Чи може він зняти гроші і яку суму йому буде виплачено?

Заняття №9

Тема. Конкурсні задачі «Кенгуру»

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Відповісти на запитання, які виникли при розв’язуванні задач.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Пропонуємо учням взяти участь в міні конкурсі завдання до якого будуть взяті з збірки конкурсних задач «Кенгуру».

ІІІ. Розв’язування конкурсних вправ.

Завдання 1 — 5 оцінюються трьома балами

1.Метелик сів на написану на папері правильну рівність,

2005-205 = 25 + 

закривши крильцями одне з чисел. Яке число закрили крильця метелика?

А: 250 **Б:**1775 **В:**1800 **Г:** 1805 **Д:**2185

2.За квадратний стіл можуть сісти четверо осіб (з кожного боку по одній). Школярі для вечірки зсунули разом 10 квадратних столів так, що вони утворили однин довгий прямокутний стіл. Скільки людей можуть сісти за цей стіл?

А:20 Б: 22 В: 30 Г:32 Д:40

3.З одного боку вулиці Миру будинки під непарними номерами від 1 до 39, а з другого боку цієї вулиці всі будинки з парними номерами від 2 до 34. Скільки будинків на вулиці Миру?

А: 8 Б: 36 В: 37 Г:38 Д: 73

4.Число а – найменше натуральне, сума цифр якого дорівнює 12.

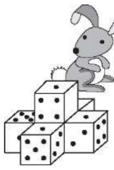
А:0 Б:12 В:24 Г:27 Д:32

5. Який із виразів має найменше числове значення?

А:2+0+0+8 Б:200:8 В:2*0*0*8 Г:200-8 Д:8+0+0-2

Завдання 6-10 оцінюється чотирма балами

6. Маленький кролик дивиться на тильну сторону фігурки, зробленої з шести гральних кубиків *(див. малюнок).* Фігурка побудована так, що будь-які дві склеєні сторони, мають однакову кількість точок. Кролик підсумував всі точки на тильних сторонах гральних кубиків, які він бачив. Скільки точок бачив кролик? (Кількість точок на двох протилежних гранях кожного грального кубика дорівнює семи.)



А: 14 **Б: 16** **В: 19** **Г: 23** **Д: 24**

7. Скільки існує різних кубів з трьома синіми і трьома білими гранями?

А: 1 Б: 2 В: 3 Г: 4 Д: 5

8. Палицю довжиною 15 дм поділили на найбільшу можливу кількість частин різної цілочисельної довжини (в дм). Скільки частин утворилось?

А: 3 Б: 4 В: 5 Г: 6 Д: 15

9. Чому дорівнює різниця суми перших 1000 натуральних парних чисел і суми перших 1000 натуральних непарних чисел?

А: 1 Б:200 В:500 Г: 1000 Д:2000

10. Мауглі потрібно 40 хвилин на подорож від дому до моря, якщо туди він іде пішки, а повертається на слоні. Якщо він їде на слоні в обидва боки, то тратить на весь шлях 32 хвилини. Як довго триватиме його подорож в обидва боки пішки?

А: 24 хв. **Б: 42 хв.** **В: 46 хв.** **Г: 48 хв.** **Д: 50 хв.**

Завдання 11-20 оцінюються п'ятьма балами

11. 9 тістечок коштує менше, ніж 10 грн, ті ж 10 тістечок коштує більше, ніж 11 грн. Скільки коштує одне тістечко?

А: 1,09 грн **Б:** 1,11 грн **В:** 1,12 грн **Г:** 1,15 грн **Д:** неможливо визначити

12.Пола і Біл мають 18 гривень, Біл і Джон - 12 гривень, Джон і Марія - 10 гривень. Скільки гривень мають Марія і Пола?

А: 16 **Б:** 20 **В:** 24 **Г:** 25 **Д:** 48

13.M, D, S, E, K сидять на лавці в парку. M не сидить з правого краю, а D не сидить з лівого краю. S не сидить скраю. K не сидить біля S, а S не сидить біля D. E сидить справа від D, але не обов'язково біля неї. Хто сидить крайнім справа?

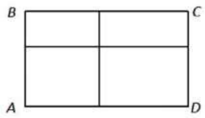
А: неможливо визначит**и** **Б:** D **В:** S **Г:** E **Д:** K

14.З полудня до півночі Вчений Кіт спить під дубом, а з півночі до полудня він розповідає казки. Табличка на дубі над ним сповіщає : „ Дві години тому

Вчений Кіт робив те саме, що він буде робити через годину." Скільки годин на добу табличка говорить правду?

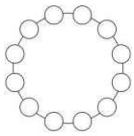
А: 3 **Б:** 6 **В:** 12 **Г:** 18 **Д:** 21

15.Прямокутник ABCD поділено на чотири прямокутники так, як це показано на малюнку. Периметри трьох із цих прямокутників дорівнюють 11 см, 16 см і 19 см. Периметр четвертого прямокутника не є найбільшим і не є найменшим. Знайти периметр прямокутника ABCO.



А: 28 см Б: 30 см В: 32 см Г: 38 см Д: 40 см

16.Усі числа від 1 до 12 записано в кружечки так, що будь-які два сусідні числа відрізняються на 1 або на 2. Які з запропонованих пар чисел є сусідами?



А: 5 і 6 Б: 10 і 9 В: 6 і 7 Г: 8 і 10 Д: 4 і 3

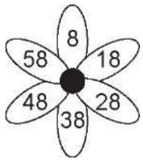
17.Роман хоче поділити прямокутник розмірами 6 см * 7 см на квадрати зі сторонами, довжини яких виражаються цілим числом сантиметрів. Яку найменшу кількість квадратів він може отримати?

А: 4 Б: 5 В: 7 Г: 9 Д: 42

18.Петрик має прямокутний аркуш паперу розмірами 192 см * 84 см. Він розрізає цей аркуш уздовж прямої лінії на дві частини, одна з яких є квадратом. Після цього робить те ж саме з неквадратною частиною, і так далі, поки обидві частини не будуть квадратними. Чому дорівнює довжина сторони останнього вирізаного Петриком квадрата?

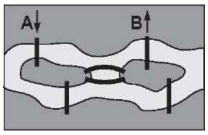
А: 4 см **Б:** 5 см **В:** 7 см **Г:** 9 см **Д:** 12 см

19.На рисунку зображена квітка з пронумерованими пелюстками. Марічка відірвала всі пелюстки, числа на яких при діленні на 6 дають остачу 2. Яка сума чисел на відірваних Марічкою пелюстках?



А: 46 Б: 66 В: 84 Г: 86 Д: 114

20. На рисунку зображена річка з двома острівцями і шістьма мостами. Скількома способами можна пройти від точки А до точки В, побувавши на кожному з мостів лише один раз?



А: 0 Б: 2 В: 4 Г: 6 Д: більше, ніж шість

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Завдання 1. Галя і Оля взяли участь в змаганні з бігу. На фініші Оля випередила 20 дітей, зокрема Галю. Галя фінішувала після 5-ти інших дітей, рахуючи Олю. Троє дітей фінішували поміж Галею і Олею. Знайдіть кількість учасників змагання.

Завдання 2..Ганна порахувала суму найбільшого і найменшого з двоцифрових чисел, кратних трьом. Володя порахував суму найбільшого і найменшого двоцифрових чисел, не кратних трьом. На скільки більший результат Ганни від результату Володі?

Заняття №10

Тема. Задачі на зважування та переливання.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на зважування та переливання, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність-* удосконалити вміння учнів використовувати знання з математики для розв’язування задач на зважування та переливання, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою–*доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність–*структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях–*розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності–*співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе "я можу, у мене все вийде ".;

- *уміння вчитися впродовж життя–*визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість–*генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Є багато цікавих задач , для розв'язання яких досить елементарних знань з математики та добре розвиненого логічного мислення. Вони вимагають кмітливості, спостережливості, нетрадиційного підходу до розв'язання поставленої проблеми. Ці задачі є дуже цікавими і дещо не звичними.

III. Розв'язування вправ.

Задача 1. На столі лежить десять пронумерованих капелюхів. У кожному капелюсі лежить по десять золотих монет. В одному з капелюхів фальшиві монети. Справжня монета важить 10 грамів, а підроблена тільки 9. У допомогу надані ваги зі шкалою в грамах. Як визначити в якому з капелюхів знаходяться фальшиві монети, використовуючи ваги тільки для одного зважування? Ваги можуть зважувати не більше 750 грам.

Розв'язування. З першого капелюха беремо одну монету, з другого дві, з третього три й т.д., кладемо всі ці монети на ваги. Якби всі монети були справжніми, то вага була б: 10*(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10). Разом: 550 грам. Але кілька монет є фальшивими, а скільки - легко довідатись. Досить із 550 відняти ту вагу, що ми одержали і ми побачимо «погрішність», рівну кількості фальшивих монет. Кількість монет вкаже на капелюх.

Задача 2. Є 13 монет, з них тільки одна фальшива, причому невідомо, легше вона справжніх або важче. Потрібно знайти цю монету за три зважування. Терези - стандартні для завдань цього типу: дві чашки без гир.

Задача 3. Є 9 монет. Є одні ваги. Терези звичайні, лабораторні (чашкові). Одна з 9 монет є легшою, ніж всі інші. Як визначити яка монета є легшою? Монети на вагах можна зважити лише 2 рази.

Розв'язування. Розділимо 9 монет по 3 монети у купці. Дві з 3-х купок покладемо на різні сторони терезів. Якщо терези не переважили в одну зі сторін, то виходить, що вага монеток є рівною, отже, легка монета залишилася в незваженій 3-їй купці. З 3-ма монетами, що залишилися, вчиняємо так само. Зважуємо дві монети. Якщо їхня вага виявилася рівною, то легкою буде незважена монета.

Задача 4. Перед вами глечик, що містить 4 л вина. Вам необхідно розділити ці 4 л порівну між двома товаришами, але у вас з посуду є ще тільки два порожніх глечики: один, що вміщає 2,5 л, та інший, що вміщає 1,5 л. Як поділити 4 л вина на двох за допомогою тільки цих трьох посудин?

Задача 5. Винороб зазвичай продає своє вино по 3 і по 5 літрів і використовує для цього глечики тільки такого розміру. Один з покупців захотів купити 1 літр. Як винороб відміряв йому 1 літр користуючись власними глечиками?

Розв'язування. Спочатку він наповнив 3-літровий глечик і вилив його вміст в 5-літровий. Потім знову наповнив 3-літровий і долив з нього до повного заповнення 5-літровий глечик. У результаті в нього в глечику залишився 1 літр.

IV.Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. Є 10 мішків з монетами. Один із них заповнений тільки фальшивими монетами, що на один грам легші від справжніх. За одне зважування на, терезах зі стрілкою, що показує різницю ваг на шальках, визначити "фальшивий" мішок.

Задача 2. Маємо 101 монету. Серед них 100 однакових справжніх монет і одна фальшива, що відрізняється від них вагою. Необхідно з'ясувати, легша чи нижча фальшива монета, ніж справжня. Як це зробити за допомогою двох зважувань на терезах з шальками без гир?

Задача 3. Є 64 камені різної ваги. За 68 зважувань знайдіть два найважчі камені.

Задача 4. Маємо 6 гирь: по парі зелених, червоних і білих. В кожній парі одна гиря важка, а інша — легка, причому всі важкі гирі важать однаково і всі легкі гирі важать однаково. За 2 зважування визначити всі 3 важкі гирі.

Заняття №11

Тема. Логічні задачі, де дані треба розташувати за певним принципом для зручності розв'язування.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами логічного змісту, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність-* систематизувати уміння й навички учнів розв'язувати логічні задачі, де дані необхідно розташувати за певним принципом для зручності розв'язування, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом

- *спілкування державною мовою*–доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність*–структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях*–розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності*–співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе "я можу, у мене все вийде ".;

- *уміння вчитися впродовж життя*–визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість*–генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

II. Мотивація навчальної діяльності.

В останні роки на олімпіадах юних математиків почали частіше з'являтися задачі логічного характеру. На відміну від звичайних математичних задач для їх розв'язання необхідно зіставляти факти, зв'язки між ними, інколи відкидати зайві дані. Багато фактів в умовах таких задач утруднює сприймання їх змісту

Схематично зображувати міркування можна: у таблиці, на прямій, на двох прямих, по колу, у двовимірній таблиці, за двома ознаками.

III. Пояснення вчителя.

Для розв'язування задач використовується певний тип розташування даних. 1. Коли в задачі мова йде про декількох людей або об'єктів, кожному з яких необхідно зіставити якусь ознаку (колір, професію і т. п.), найзручніше використовувати таблицю.

Наприклад, маємо такі дані: кубик, кульку та кільце. Їх кольори: білий, чорний, зелений. Відомо, що кулька - чорна, кубик - не білий. Треба з'ясувати, якого кольору кожний предмет. Намалюємо таблицю:

	Білий	Чорний	Зелений
Кубик			
Кулька			
Кільце			

Заповнюємо таблицю відповідно до даних задач. Відомо, що кулька чорна, тому в клітинці, що є перетином рядка «кулька» і стовпчика «чорний», ставимо «плюс», а в рядках «кубик» і «кільце» цього стовпчика – «мінус», які не можуть бути вже чорними.

	Білий	Чорний	Зелений
Кубик		-	
Кулька		+	
Кільце		-	

Кубик «не білий», тому в клітинці «білий кубик» ставимо «мінус». Для кубика залишилась одна можливість - зелений. Тому в клітинці «зелений кубик» ставимо «плюс», а в клітинках «зелена кулька» та «зелене кільце» ставимо «мінус». Відповідно кільце може бути тільки білим. Остаточно таблиця виглядає так:

	Білий	Чорний	Зелений
Кубик	-	-	+
Кулька	-	+	-
Кільце	+	-	-

IV. Розв'язування задач.

Задача 1. Дівчата Береза, Верба і Тополя посадили три дерева: березу, вербу й тополю. Жодна з них не посадила дерева, від якого пішло її прізвище. Яке дерево посадила кожна дівчинка, якщо відомо, що Береза посадила не тополю.

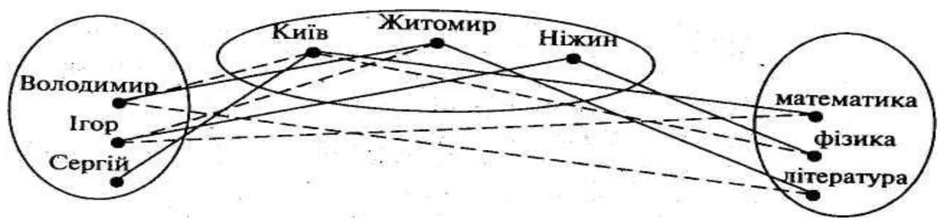
Розв’язання. Умови подібних задач зручно записувати в таблицю:

	Береза	Верба	Тополя
Береза	1 -	5 +	4 -
Верба	8 -	2 -	9 +
Тополя	7 +	6 -	3 -

Оскільки жодна дівчина не посадила дерева, від якого пішло її прізвище, то Береза не посадила березу, Верба не посадила вербу, а Тополя - тополю (у клітинках 1, 2, 3 поставимо знак « -»). Оскільки Береза не садила тополю, то в клітинці 4 поставимо « - ». З першого рядочка таблиці видно, що Береза могла посадити лише вербу (в клітинці 5 поставимо «+»). В другому стовпчику тільки одна вільна клітинка « 6 »Так як вербу посадила Береза, то Тополя її не садила, тому в клітинці 6 ставимо « - ». З третього рядка видно, що Тополя посадила березу: «+» в клітинку 7. Отже, Верба березу не садила й ставимо « - » в клітинку 8, їй залишається тополя.

Відповідь. Береза посадила вербу, Верба - тополю, Тополя - березу.

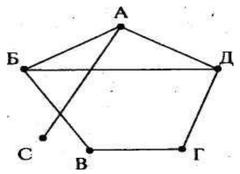
Задача 2. Володимир, Ігор та Сергій викладають математику, фізику й литературу, а живуть вони в Києві, Житомирі та Ніжині. Відомо також, що Володимир живе не в Ніжиш, Ігор живе не в Житомирі, ніжинець - не фізик, Ігор - не математик, житомирець викладає літературу. Хто де живе та що викладає?



Задача 3. Хтось до класу приніс квіти. Були різні здогадки: це Андрій та Борис, Андрій та Даша, Андрій та Сергій, Борис та Даша, Борис та Володя, Володя та Галя, Галя та Даша. Вчитель сказав, що в одній з цих здогадок одне ім’я

вказано правильно, а друге – неправильно, в усіх інших обидва імені хибні. Хто ж приніс квіти?

Розв'язання. Позначимо буквами імена дітей та поєднаємо відрізками імена з кожної здогадки. Ми повинні знайти відрізок, одному з кінців якого відповідає назване правильно ім’я . Цей кінець не може бути кінцем декількох відрізків, бо назване вірно ім’я тільки в одній з пар.



V. Проведення підсумку заняття.

VI. Домашнє завдання.

Задача 1. Яким чином з річки можна принести рівно 6 л. води, якщо є тільки два відра – 4 л. і 9л.?

Задача 2. Бідон місткістю 10 л. заповнено молоком. Треба перелити з цього бідона 5 л. у семилітровий бідон, використовуючи вільний трьохлітровий бідон.

Задача 3. Маємо два бідони місткістю 4 л. та 5 л. Чи можна надлити у відро 3 л. води, якщо об’єм відра не менше ніж три літри?

Заняття №12

Тема. Розв'язування олімпіадних задач. Перевірка засвоєння знань учнями.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: провести олімпіаду, перевірити рівень засвоєння знань учнями, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення, самостійність

ключові компетентності:

- *математична компетентність*- систематизувати уміння й навички учнів розв’язувати олімпіадні задачі, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та самостійно знаходити правильну відповідь нестандартним способом.

- *спілкування державною мовою*–доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність*–структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях*–розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *уміння вчитися впродовж життя*–визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість*–генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв’язування домашнього завдання.

II. Мотивація навчальної діяльності.

Пропонуємо учням написати так звану контрольну роботу у вигляду олімпіади.

III. Робота над завданнями олімпіади.

Кожне завдання оцінюється в 7 балів. Користування калькулятором заборонено.

Задача 1. Поліні було 16 років 19 місяців тому, а Дмитру буде 19 років через 16 місяців. Хто старший, Дмитро чи Поліна? Відповідь обґрунтуйте.

Задача 2. Назвемо число дзеркальним, якщо справа наліво воно читається як і зліва направо. Наприклад, 79997 – дзеркальне. Знайдіть усі дзеркальні п’ятизначні числа у запису яких використовуються тільки цифри 0 та 1.

Задача 3. Середній вік 11 гравців футбольної команди 22 роки. Під час матчу один з гравців отримав травму і пішов з поля. Середній вік гравців, які залишилися на полі став складати 21 рік. Скільки років гравцю, який пішов з поля? Не забудьте обґрунтувати свою відповідь.

Задача 4. В клітинках таблиці 4х4 запишіть числа, відмінні від 5, так, щоб суми чисел, які стоять в кутках кожного квадрата 2х2, 3х3, 4х4, були рівними 20 .

Задача 5. Мураха виповзла з точки О, проповзла відрізок, довжиною 1 і повернула на кут 90^0. Далі, вона проповзла відрізок довжиною 2 і повернута на кут 90^0 .Далі, вона проповзла відрізок довжиною 3 і повернула на кут 90^0, і т. д. Чи зможе мураха повернутися в точку О, підібравши відповідні напрями повороту?

IV. Проведення підсумку заняття.

Вчитель перевіряє написані розв’язки задач учнями та визначає переможця даної олімпіади.

V. Виставлення оцінок учням.

Розділ ІІІ. Педагогічний експеримент

Педагогічний експеримент ми проводили методом експертних оцінок, в ході якого була перевірена доцільність та ефективність спецкурсу «Розв'язування олімпіадних задач з математики» .

В групу експертів були запрошені ряд компетентних фахівців:

1. Клекоць Г.Я. – старший викладач;
2. Белешко Д.Т. – кандидат педагогічних наук, доцент;
3. Коваль В. В. – кандидат педагогічних наук, доцент;
4. Павелків О.М. – кандидат педагогічних наук, доцент;
5. Ярмольчук С.С.– вчитель математики в Бичальській філії Опорного закладу " Деражненський ліцей".

Аналіз результатів експертного опитування проводиться з метою узгодження думок експертів щодо кожного конкретного питання (серед математико-статистичних методів обробки результатів експертних оцінок ми обрали метод рангової кореляції).

Результати опитування експертів являють собою сукупність оцінок (балів). Оцінки – $C_{iк}$ виставляються по десятибальній системі. Показником узагальненої думки групи експертів є середнє арифметичне величини оцінки певного питання (фактора) – $M_к$. Середнє арифметичне величини оцінки фактора обчислюється за формулою: $M_k = \frac{1}{m}\sum C_{ik}$, де m – кількість експертів, що приймали участь в оцінці ; C_{ik} – оціночний показник $к$-го фактора в i-го експерта.

Оцінка методики проводилася за наступними факторами:

1. програма спецкурсу;
2. ідея методики;
3. зміст занять;
4. рівні складності пропонованих задач;
5. рівень пізнавального інтересу задач.

Оцінювані фактори	*Експерти*					*$M_к$*
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	
1	10	10	9	9	10	**9,6**
2	9	10	9	10	9	**9,4**
3	9	9	10	9	9	**9,2**
4	9	9	8	9	10	**9**
5	10	9	9	9	9	**9,2**

Таблиця 1. **Підсумкова таблиця даних експертного анкетування.**

Сума рангів S_k кожного фактора обчислюється наступним чином:

1. Проводиться ранжування за спаданням оцінок за допомогою чисел натурального ряду, які є рангами оцінок певного експерта. Якщо експерт оцінює декілька факторів однаковою оцінкою, то їм присвоюються „ зв'язні ранги".
2. Суми рангів кожного із стовпчиків повинні бути рівними, і дорівнювати контрольному числу, яке обчислюється за наступною формулою: $S_m = \frac{(1+k)k}{2}$, де k- кількість розглядуваних факторів.

3. . Далі підраховуються суми рангів кожного із рядків S_k.

<table>
<tr><th rowspan="2">Фактри</th><th rowspan="2">Показники</th><th colspan="5">Експерти</th><th rowspan="2">S_k</th></tr>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>Бали</td><td>10</td><td>10</td><td>9</td><td>9</td><td>10</td><td rowspan="3">13,5</td></tr>
<tr><td>Числа натурального ряду</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Ранги</td><td>1,5</td><td>1,5</td><td>3,5</td><td>3,5</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>Бали</td><td>9</td><td>10</td><td>9</td><td>10</td><td>9</td><td rowspan="2">14</td></tr>
<tr><td>Числа натурального</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr>
</table>

	ряду						
	Ранги	4	1,5	3,5	1,5	3,5	
3	**Бали**	9	9	10	9	9	**17**
	Числа натурального ряду	2	2	1	2	2	
	Ранги	3,5	3,5	1	3,5	3,5	
4	**Бали**	9	9	8	9	10	**16,5**
	Числа натурального ряду	2	2	3	2	1	
	Ранги	3,5	3,5	4	3	2,5	
5	**Бали**	10	9	9	9	9	**14**
	Числа натурального ряду	1	2	2	2	2	
	Ранги	1,5	3,5	3	3,5	3,5	
S_m=15		**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**75**

Таблиця 2. **Ранжування експертних оцінок.**

Показником ступеня узгодженості думок експертів є коефіцієнт варіації оцінок кожного фактора – V_k. Цей коефіцієнт обчислюється наступним чином:

1. Обчислюється дисперсія оцінок D_k: $D_k = \frac{1}{m-1}\sum(C_{ik} - M_k)^2$, де m – кількість експертів, що приймали участь в оцінці; C_{ik} – оціночний показник к-го фактора в і-того експерта; M_k – середнє арифметичне величини оцінки фактора.
2. Обчислюється середнє квадратичне відхилення оцінок – $\sigma_к$: $\sigma_k = \sqrt{D_k}$ **.**
3. Знаходиться коефіцієнт варіації V_k: . $V_k = \frac{\sigma_k}{m}$

Факто-ри	**$(C_{ік}-M_{к})^2$**					**$\Sigma(C_{ік}-M_{к})^2$**	**D_k**	**$\sigma_к$**	**V_k**
	Експерти								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**				
1	0,16	0,16	0,36	0,36	0,16	1,14	0,28	0,53	0,0212
2	0,16	0,36	0,16	0,36	0,16	1,2	0,3	0,55	0,742
3	0,04	0,04	0,64	0,04	0,04	0,8	0,2	0,45	0,67
4	0	0	1	0	1	2	0,5	0,71	0,84
5	0,64	0,04	0,04	0,04	0,04	1,44	0,36	0,6	0,77

Таблиця 3. **Показники ступеня узгодженості думок експертів.**

На основі отриманих даних можна зауважити, що велике значення для нашого дослідження має розв'язування нестандартних задач на спецкурсі. Цей матеріал оцінений найбільшою кількістю балів (48 із 50) та має найменшу суму рангів (13,5) при високому ступені узгодженості думок експертів (коефіцієнт варіації дорівнює 0,0212).

Взявши до уваги пропозиції експертів, нами був відкоректований програмний засіб та з допомогою даного опитування була підтверджена наша гіпотеза. Таким чином, на основі аналізу вище наведених таблиць, можна обґрунтовано стверджувати, що описані в даній роботі рекомендації щодо використання нестандартних задач як засобу розвитку творчих здібностей учнів можуть з успіхом використовуватись як учителями та студентами так і самими учнями, заради покращення умов навчання в яких і проводилось наше дослідження.

Висновки

Проведене дослідження з теми “Методика підготовки учнів до розв’язування олімпіадних задач з математики в 6 класах ” дозволило нам переконатися у тому, що традиційне навчання зорієнтоване на “середнього” учня і воно проходить осторонь від сильних і слабких учнів, тобто недостатньо використовуються потенційні можливості школярів. Саме це обумовлює пошук шляхів, методів і засобів розв’язування нестандартних задач, властивих сучасній педагогічній практиці. Одним з таких завдань є пошук ефективних форм і прийомів підготовки учнів до розв’язування олімпіадних задач.

На підставі проведеного дослідження ми прийшли до наступних висновків:

1. Проаналізувавши поняття “ задача” та зокрема “нестандартна задача”, показали її роль і функції в процесі навчання математики;

2. Визначили особливості мислення учнів при розв’язуванні олімпіадних задач ;

3. Обґрунтували доцільність використання нестандартних задач на різних етапах сучасного навчання в школі. Зокрема розглянули олімпіадні задачі як засіб, сприяючий розвитку творчих здібностей учнів.

Аналіз наукових досліджень, що стосуються даної теми, показав, що при розв’язуванні нестандартних та олімпіадних задач доцільно використовувати різні рівні складності, зокрема, створювати проблемну ситуацію, показавши шляхи її вирішення, оскільки у пошуках розв’язання проблеми беруть участь учні, яким пропонується висунути гіпотезу і спробувати її довести.

Важливо під час розв’язування нестандартних задач використовувати життєвий досвід учнів. Так, у ході бесіди часто виникають ситуації, які змушують їх логічно мислити, знаходити правильне розв’язання. Це розвиває в них кмітливість, робить урок цікавим і захоплюючим.

Перший розділ роботи–це науково-теоретичні основи розв’язування олімпіадних задач в 6 - х класах. В ньому висвітлюється роль і місце задач в навчанні математики та даються методичні рекомендації щодо їх використання.

Йдеться мова про те як допомогти учням навчитися розв'язувати олімпіадні задачі.Також дається поняття структури задачі.

Другий розділ–методика підготовки учнів до розв'язування олімпіадних задач в 6 класі, в ньому розкривається практична частина роботи, а також розроблена програма спецкурсу «Розв'язування олімпіадних задач з математики у 6 класах»:

1. Задачі на кмітливість;
2. Загадки із сірниками;
3. Задачі на нестачу й залишок;
4. Задачі на подільність чисел;
5. Задачі, що розв'язуються з кінця;
6. Принцип Діріхле;
7. Поняття графів та його елементів;
8. Задачі економічного змісту;
9. Конкурсні задачі «Кенгуру»;
10. Задачі на зважування та переливання;
11. Логічні задачі, де дані треба розташувати за певним принципом для зручності розв'язування;
12. Розв'язування олімпіадних задач. Перевірка засвоєння знань учнями.

В третьому розділі розглядається педагогічний експеримент, за результатами якого можна обґрунтовано стверджувати, що використання викладеного в роботі матеріалу може ефективно застосовуватися вчителями математики для організації роботи на спецкурсах в 6 - класах.

У ході розробки бакалаврської роботи була розроблена програма спецкурсу «Розв'язування олімпіадних задач з математики в 6 класах » та підготовлено заняття згідно даної програми .

Список використаної літератури

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики: Підручник для студ. – Вид. 2. – К.: Вища школа, 1977. – 185 - 189 с.

2. Боро В., Цагир Д., Рольфс Ю., Крафт Х., Янцен Е. Живые числа. П’ять екскурсий. (Современная математика. Популярная серия). – Москва: Мир, 1985. – 128 с.

3. Валах В. Я. Подорож у світі цілих чисел. – К.: Рад. школа, 1978. – 104 с.

4. Волкова Н. П. Педагогіка. – К.: Академія, 2001. –321 с.

5. Вишенський В. А. Гра – не тільки розвага. // У світі математики.– Вип. 1.,1995 р.– 73-76 с.

6. Галай Г. І., Гриневич Г. Д. Учням про видатних математиків. За ред.М.І. Кованцова. – К.: Рад. школа, 1976. – 160 с.

7. Гальперин Г. А. Просто о простых числах. // Квант. – 1987. – № 4. – С.9.

8. Ганюшкін О. Г. Переливаючи з порожнього в пусте. // У світі математики. – 1995 – Вип.2. – С.33-36.

9. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: пособие для внекласной работы. Киров:АСА, 1994.-272с.

10. Губа Л. А. Нестандартні уроки математики. – Х.: Основа, 2005. – 96 с.

11. Громов М. В. Можливі напрямки розвитку математики в наступних десятиліттях // Математика.-2001.- №7 (лют.) – С.1 - 8.

12. Депман И. Рассказы о математике. – Ленинград: Детская литература, 1954. – 144 с.

13. Сафонова В.Ю. Задачи для внеклассной работы по математике в V-VI классах. Пособие для учителей. – Москва: МИРОС, 1993. – 72 с.

14. Коба. В. І., Хмура О.О. Позакласна робота з математики в школі. - К.: Рад школа, 1987. – 375 с.

15. Козира В. М. Подільність цілих чисел в задачах.–Тернопіль, 1996. – 32с.

16. Козира В. М. Технологія уроку з математики. Посібник для вчителя. – Тернопіль “Астон”, 2002. – 53 с.

17. Колесник Б.М. Алгебраїчні задачі на дослідження. – К.: Рад. школа, 1971. – 104с.

18. Конет І.М., Паньков В.Г. та ін. Обласні математичні олімпіади. – Кам’янець – Подільський: Абетка, 2000. – 304с.

19. Крижановський О.Ф. Розв’язування олімпіадних задач з математики.//Математична газета вип. №6-2010. – С.8-15.

20. Кострикина Н. П. Задачи повышенной трудности в курсе математики 4-5 классов: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 96 с.

21. Кужель О. В. Розвиток поняття про число. Ознаки подільності. Досконалі числа. – К.: Вища школа, 1974. – 80с.

22. Лимаренко О. М., Ушаков Р.П. Подільність чисел. // Зб. “У світі математики”. – Вип.16. – К.: Рад. школа, 1985. – С.57-59.

23. Лимаренко О. М., Ушаков Р.П. Подільність чисел. // Зб. “У світі математики”, -Вип. 20. – К.: Освіта, 1991. – С.216-220.

24. Лоповок Л. М. Збірник математичних задач логічного характеру. – К.: Рад школа, 1977. – 104с.

25. Маланюк М. П., Лукавецький В.І. Олімпіади юних математиків. – К.: Рад. школа, 1981. – 104с.

26. Маланюк М. П., Маланюк П.М. Шукаймо закономірності. Проблемно – пошукові задачі з математики для учнів 5-6 класів. – Тернопіль, 1997. – 88 с.

27. Малафіїк І. В., Дидактика. – Р.: Наука, 1995. – 398 с.

28. Математика після уроків. Матеріали для організації позакласної роботи. - Харків: Основа, 2004. –119с.

29. Моляко В. А. Психология решения школьниками творческих задач. – К.:Рад школа, 1983.-94с.

30. Оганесян В. А., Колягин Ю. М., Луканкин Г. Л., Саннинский В. Я. Методика преподавания математики в средней школе. – М.: Просвещение 1980. – 272 с.

31. Орлов А. И. Принцип Дирихле. // Квант. – 1971. – № 7. – С.17-19.

32. Перенчук В. К. Нестандартні підходи до навчання учнів на уроках математики. // Математика в школах України. – № 1. – 2006. – С.2-3.

33. Підручна М., Янченко Г. Позакласна робота. Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2003. – 188 с.

34. Пойа Д .Как решать задачу. М.: Учпедгиз, 1961– 207 с.

35. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1976. – 448 с.

36. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М. : Наука,1975. – 463 с.

37. Русанов В. Н. Математические олимпиады младших школьников:Кн. для учителя: Из опыта работы (в сел. р-нах). – М.: Просвещение, 1990. – 77с.

38. Сита Г. М., М. В. Остроградський. // Зб. “У світі математики”. – Вип. 16. – К.: Рад. школа, 1985. – С.142-151.

39. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. К.: «Вища школа»,2006. – 386 с.

40. Слепкань З. И. Психолого – педагогические основы обучения математике. – К.: Рад. школа, 1983. – 256 с.

41. Степанов В. Д. Активізація внеурочной работы по математике в средней школе. – М: Просвещение, 1991.- 112 с.

42. Фридман Л. М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. – М: Просвещение, 1989.

43. Фридман Л. М. Психолого – педагогические основы обучения математики в школе. Учителю математики о пед. психологии. – М.: Просвещение, 1983. – 105 с.

44. Черкасов Р. С., Столяр А.А. Методика викладання математики в середній школі.- Харків: Основа, 1992. – 151 с.

45. Ядренко В. М. Таємниці натуральних чисел. Етюд третій. Подільність суми, різниці, добутку. // У світі математики. – 1996.– Вип.2. – С.42-45.