Форма № Н-9.02

Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

Дипломна робота
магістра
на тему
Методика застосування дослідницьких методів під час вивчення алгебри і початків аналізу засобами НІТ

Виконала: студентка 2 курсу магістратури,
групи МІ-61
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Римша Іванна Володимирівна

Керівник: канд. пед. наук, доцент кафедри математики з методикою викладання
Сяська Наталія Андріївна

____

Рецензенти: кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики НУВГП
Сяський Василь Олексійович

____

доктор технічних наук, професор кафедри вищої математики РДГУ
Петрівський Ярослав Борисович

____

Рівне – 2018 року

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність дослідження. Сучасний стан суспільно-політичного та економічного розвитку, перехід від постіндустріального до інформаційного суспільства вимагає не просто все більше кваліфікованих спеціалістів, а фахівців, які здатні були б приймати самостійні, відповідальні рішення, швидко орієнтуючись в оточуючому середовищі. Звичайно, такий фахівець не може постійно користуватись набором стандартних шаблонів при прийнятті рішень, а повинен знаходити нестандартні, творчі підходи.

Формуванням особистості такого фахівця повинні опікуватись всі ланки суспільства – сім'я, школа, професійні навчальні заклади. Шкільне виховання тут посідає далеко не останню роль, оскільки саме школа формує науковий світогляд дитини, вчить одержувати знання, проводити їх аналіз та синтез, узагальнення та конкретизацію, класифікацію та систематизацію, робити на цій основі логічні висновки, що ведуть до прийняття рішення. Особливо важливим в цьому відношенні є шкільні курси інформатики і математики як наук, при вивченні яких на передній план в першу чергу виступає все вищеназване.

Однак з точки зору сучасної дидактики та психології оволодіння самим змістом курсу дисципліни не веде автоматично до розвитку мислення чи творчих здібностей учнів, їх необхідно сформувати. Проблема формування особистості старшокласників, розкриття їхнього творчого потенціалу, в тому числі на уроках інформатики та математики, вимагає пошуку нових підходів до удосконалення змісту, форм, методів та засобів навчання.

Використання нових інформаційних технологій (НІТ) в процесі навчання дозволяє значно підвищити його ефективність. За допомогою комп'ютера з відповідним чином дібраним програмним забезпеченням вчитель може застосувати різноманітні методи навчання, навіть ті, які в традиційних методичних системах навчання незастосовні або використовуються зі значними обмеженнями. Використання засобів мультимедіа дозволяє не тільки підвищити наочність навчання, а й підсилити зацікавленість учнів у навчанні, що в свою чергу сприяє активізації пізнавальної діяльності, спонукує учнів до набуття нових знань.

Застосування педагогічних програмних засобів (ППЗ) дозволяє знайти нові шляхи переходу від репродуктивного характеру навчальної діяльності до творчого дослідницького характеру розв'язування задач, коли на перший план виступає постановка задачі, побудова математичної моделі, аналіз одержаних за допомогою комп'ютера результатів, синтез і обґрунтування відповідних висновків. При цьому значно розширюється коло задач, що можуть бути запропоновані учням. Це дає можливість широко використовувати диференціацію навчання та застосовувати індивідуальний підхід до кожного учня, що підвищує їхню самостійність у відшуканні шляхів розв'язування задач, прийнятті відповідних рішень.

Методичні та дидактичні проблеми застосування комп'ютера як засобу навчально-пізнавальної діяльності в загальноосвітній школі, психолого-педагогічні аспекти використання нових інформаційних технологій навчання в навчальному процесі, вивчення вимог до педагогічних програмних засобів, їх класифікації розглядаються в роботах А.П.Єршова, М.І.Жалдака, Ю.І.Машбиця, В.М.Монахова, Н.В.Морзе, С.А.Ракова, Ю.С.Рамського, Н.Ф.Тализіної, М.І.Шкіля та інших[18;33;34;68;70;71].

Питаннями розвитку розумових здібностей учнів, активізації їхньої творчої та пізнавальної діяльності, розкриття їхнього творчого потенціалу при застосуванні традиційних засобів навчання займались Б.Г.Ананьєв, В.І.Андрєєв, Д.Б.Богоявленська, Л.С.Виготський, В.В.Давидов, О.М.Кабанова-Меллер, В.А.Крутецький, В.О.Моляко, В.Н.Осинська, Ж.Піаже, Я.О.Пономарьов, С.Л.Рубінштейн, З.І.Слєпкань, Н.Ф.Тализіна, І.С.Якиманська та інші [1; 18; 95].

Питання методики навчання інформатики та математики в середніх і вищих навчальних закладах висвітлені в роботах Н.В.Апатової, Г.П.Бевза, М.І.Бурди, А.Ф.Верланя, А.М.Гуржія, Ю.В.Горошка, А.П.Єршова, М.І.Жалдака, В.І.Клочка, А.М.Колмогорова, Ю.І.Машбиця, В.М.Монахова, Н.В.Морзе, С.А.Ракова, Ю.С.Рамського, В.Д.Руденка, З.І.Слєпкань, Т.М.Хмари, М.І.Шкіля Я.І. Грудьонов, М.Я. Ігнатенко, О.І. Скафа Л.М. Фрідман, та інших дослідників[5;18; 68; 98;113].

Питання впровадження нових інформаційних технологій в навчальний процес при вивченні математики в середніх та старших класах загальноосвітньої школи висвітлювали в своїх дослідженнях В.Г.Болтянський, О.В.Вітюк, М.С.Головань, Ю.В.Горошко, М.І.Жалдак, Г.О.Михалін, В.М.Монахов, А.В.Пеньков, Ю.С.Рамський, С.А.Раков, О.А.Смалько, Є.М.Смирнова, О.В.Співаковський, Т.Н.Чепрасова та інші [24;27;39;70;89].

Аналіз наявної психолого-педагогічної та методичної літератури показує, що хоч питаннями розвитку інтелектуального потенціалу, творчих здібностей учнів на уроках математики в умовах використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) займалась значна кількість дослідників, питання про навчання використанню відповідного програмного забезпечення, його систематичному застосуванні до розв'язування математичних задач, добір та систематизацію таких комп'ютерно-орієнтованих задач, що впливатимуть на розвиток творчих здібностей особистості, порівняно мало висвітлено. І хоча існує значна кількість різноманітних методик виховання творчих здібностей на уроках математики при безкомп'ютерному навчанні, в основу яких покладено розв'язування задач, питання адаптації цих методик для навчання з використанням комп'ютера залишається недостатньо розробленим. Хоча існують значні дидактичні напрацювання стосовно методики навчання ІТ розв'язування математичних задач в школі, на жаль відсутні методичні науково обґрунтовані рекомендації щодо цілеспрямованого виховання творчих здібностей учнів в процесі такого навчання.

Отже є всі підстави для припущення про значний дидактичний потенціал комп’ютерно-орієнтованої методичної системи навчання НІТ розв’язування математичних задач, що призначена для розвитку творчих здібностей учнів в процесі навчання інформатики і математики в умовах широкого застосування сучасних засобів НІТ. Недостатня розробленість такої методичної системи навчання НІТ породжує соціально-значущу проблему, яка обумовлює актуальність дослідження. Розв’язання цієї проблеми передбачає розробку окремих компонентів методичної системи навчання НІТ розв’язування математичних задач, що могла б бути застосована при вивченні інформатики та математики в старших класах загальноосвітньої школи. Йдеться про педагогічно доцільне впровадження сучасних НІТ в навчальний процес, гармонійне поєднання традиційних методичних систем навчання і сучасних НІТ, про те, що виходячи з потреб формування в учнів необхідних знань, умінь та навичок, притаманних творчій особистості, зміст навчання, методика навчання НІТ розв’язування математичних задач повинні бути приведені у відповідність до сучасного розвитку науки і техніки.

Виходячи з актуальності і значущості проблеми, недостатньої її розробленості в науково-педагогічній та методичній літературі, було обрано **тему** дослідження:

“ Методика застосування дослідницьких методів під час вивчення алгебри та початків аналізу засобами НІТ ”.

Об’єктом дослідження є навчальна діяльність учнів із застосуванням нових інформаційних технологій при вивченні курсу алгебри і початків аналізу в старших класах загальноосвітньої школи в умовах широкого використання комп’ютерно-орієнтованих технологій навчання, а саме при використанні програми GRAN1.

Предмет дослідження – методика використання дослідницьких методів при вивченні алгебри та початків аналізу в старших класах загальноосвітньої школи із застосуванням засобів нових інформаційних технологій навчання.

Мета дослідження полягає в розробці окремих компонентів науково обґрунтованої методичної системи використання дослідницьких методів навчання алгебри і початків аналізу із застосуванням інформаційних технологій.

В основу дослідження покладено **гіпотезу** про те, що вивчення і систематичне використання на уроках алгебри і початків аналізу сучасних інформаційних технологій з урахуванням психологічних і вікових особливостей учнів та дотриманням дидактичних вимог до навчання через спеціальним чином дібрану систему вправ та задач підвищує ефективність засвоєння знань, надає творчого, дослідницького характеру навчальній діяльності, що в свою чергу забезпечує виховання індивідуальності учня, навичок самостійної роботи та відповідальності у самостійному прийнятті рішень.

Об'єкт, предмет, поставлена мета та необхідність перевірки відповідної гіпотези визначили наступні **завдання дослідження:**

- провести аналіз філософської, психолого-педагогічної та методичної літератури з проблеми дослідження;
- з’ясувати місце засобів НІТ в системі навчання алгебри та початків аналізу в старшій школі;
- визначити дидактичні вимоги до комп’ютерного програмного забезпечення навчальної діяльності;
- розробити методику застосування дослідницьких методів навчання при вивченні властивостей функцій, роз'язування рівнянь, нерівностей та їх систем, похіної із застосуванням програми GRAN1;
- створити добірку творчих задач для розв'язування на уроках математики з використанням програми GRAN1;

- експериментально перевірити педагогічну ефективність розроблених компонентів комп’ютерно-орієнтованої методичної системи навчання алгебри і початків аналізу із використанням програми GRAN1.

Методологічною основою дослідження є педагогічна теорія розвиваючого навчання (В.В. Давидов, Л.В. Занков та інші), підвищення ефективності навчально-пізнавальної діяльності (О.М.Кабанова-Меллер, З.І.Слєпкань, Н.Ф.Тализіна та ін.), використання НІТ в навчальному процесі (А.П.Єршов, М.І.Жалдак, В.М.Монахов та ін..), Закон України “Про освіту”, Національна доктрина розвитку освіти в Україні у XXI столітті, основні положення концепції загальної середньої освіти як базової в єдиній системі неперервної освіти, концепція інформатизації освіти, принципи профільної диференціації навчання [51].

Розв’язання поставлених завдань зумовило використання таких **методів досліджень:**

- теоретичний аналіз та осмислення наукової, психолого-педагогічної та методичної літератури стосовно проблеми дослідження;
- аналіз нормативних документів, шкільних програм та планів, вивчення підручників та навчальних посібників з інформатики та математики для середньої і старшої школи;
- аналіз існуючих програмних засобів, що можуть бути використані на уроках математики;
- аналіз і узагальнення зарубіжного та вітчизняного досвіду використання засобів нових інформаційних технологій в навчальному процесі, зокрема при навчанні математики;
- спостереження навчального процесу, анкетування та співбесіди з учнями та вчителями, аналіз усних відповідей та письмових робіт учнів;
- аналіз і узагальнення досвіду вчителів шкіл та вищих навчальних закладів;

- синтез теоретичних положень і методичних систем та практичних результатів навчання;
- цілеспрямований педагогічний експеримент, опрацювання його результатів з використанням методів математичної статистики.

Теоретичне значення дослідження полягає у виявленні особливостей формування основних загальних та специфічних розумових дій учнів при вивченні алгебри та початків аналізу в 10-11 класах на основі НІТ, а саме при використанні програмного комплексу GRAN1; визначенні засобів та методичних прийомів, які сприяють розвитку творчих здібностей старшокласників в процесі такого навчання; побудовано елементи методичної системи навчання із використанням спеціалізованого програмного забезпечення математичної спрямованості; запропонована сукупність методичних прийомів раціонального використання програми GRAN1 в залежності від завдань навчання, змісту навчального матеріалу для адекватного врахування індивідуальних особливостей учнів, форм і методів організації навчальної діяльності.

Практичне значення дослідження полягає у створенні і впровадженні в практику роботи школи:

- методичних рекомендацій учителям щодо використання ППЗ “GRAN1” при вивченні шкільного курсу алгебри та початків аналізу в 10-11 класах;
- методики використання засобів НІТ на уроках алгебри та початків аналізу, індивідуально-практичних та факультативних заняттях.

Апробація результатів дослідження: основні положення дослідження обговорювались на XI Міжнародній науково-практичній конференції студентів та молодих науковців «Наука, освіта, суспільство очима молодих», яка проходила у травні 2018 в Рівненському державному гуманітарному університеті. Результати дослідження відображені у тезах «**Методика застосування дослідницьких методів під час вивчення алгебри і початків аналізу засобами НІТ**» у збірнику

XI Міжнародної науково-практичної конференції студентів та молодих науковців «Наука, освіта, суспільство очима молодих».

Робота складається з вступу, двох розділів, висновків, списку літературних джерел і додатків.

РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Дослідницькі методи при вивченні математики засобами НІТ

Освіта, як будь-яка соціальна система, звичайно, реагує на зовнішні впливи та зміни внутрішнього стану. При цьому вона має зберігати свою внутрішню структуру, залишатися керованою, а також бути залежною від властивостей її елементів.

Завдяки інтенсивному розвитку ІКТ відбуваються зміни в усіх сферах діяльності та відносин людей. З цим пов'язано формування нового явища: глобального міжнародного освітнього середовища (ГМОС) і єдиного інформаційного простору системи освіти (ЕІПСО) [14].

Виклики інформаційного суспільства в сучасній освіті з кожним роком дедалі більше впливають на компоненти освітньої системи і, щоб бути стабільною та розвиватися, вона має реагувати на них, має весь час модернізуватися, змінюватися відповідно до потреб і вимог сучасності, успішно розв'язувати освітні проблеми.

Можна виокремити такі пріоритетні напрями модернізації системи освіти в умовах інформаційного суспільства:

1) забезпечення державних гарантій доступності та відкритості освіти;

2) досягнення сучасної якості освіти, яка відповідає потребам країни та світовим стандартам, запровадження загальноєвропейської системи гарантії якості освіти, системи накопичення знань, реалізація принципів Болонської декларації;

3) формування ефективних нормативно-правових та організаційно-економічних механізмів використання інформаційних технологій, зокрема дистанційних в освіті,

4) реорганізація системи управління освітою, впровадження інформаційних систем управління;

5) підвищення інформаційної культури та професійного рівня педагогічних працівників, посилення їх державної підтримки.

Інформатизація освіти пов’язана не лише із забезпеченням навчальних закладів засобами комп’ютерної техніки та їх підключенням до мережі Інтернет. Це – інтегративний процес, що призводить до зміни змісту методів і організаційних форм навчання, зокрема на основі впровадження моделей відкритої освіти, розширення доступу всіх учасників освітнього процесу до навчальних матеріалів та ресурсів, підвищення їхньої якості.

На сьогодні інформаційні технології є одним з найважливіших чинників впливу на формування інформаційного суспільства. Вони складають основу багатьох інноваційних концепцій викладання в освіті, а їх упровадження кардинально впливає на організацію різних видів діяльності у навчальних закладах.

Нині в освіті України склалась ситуація, яку можна охарактеризувати як розвиток нового освітнього середовища, необхідними складовими якого на всіх рівнях (від учня до управління навчальним закладом і системою освіти) стали інформаційні технології [51].

Необхідною складовою навчального середовища нового типу є обладнання (здебільшого мультимедійні системи), що використовується для забезпечення навчального процесу. Не менш важливою є складова середовища, якою є безпосередньо зміст навчання та управління процесом навчання, тобто електронні засоби навчального призначення (ЕЗНП), до яких належать програмні засоби навчального призначення, електронні бази даних із відповідним наповненням (бібліотеки електронної наочності, електронні довідники і словники тощо).

Актуальність пошуку кращих способів педагогічно виваженого, методично вмотивованого і доцільного залучення до навчального процесу сучасних зразків ІКТ навчального призначення зумовлюється необхідністю модернізації системи освіти з огляду на процеси демократизації, гуманізації, гуманітаризації в сучасному суспільстві, розширення сфер використання інформаційно-комунікаційних технологій і підвищення їхніх якісних характеристик.

Різні напрямки використання НІТ у навчальному процесі, методичні та дидактичні проблеми цього нововведення були висвітлені у роботах М. І. Жалдака, В. І. Клочка, О. Г. Мордковича, Н. В. Морзе, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, О. В. Співаковського, Ю. В. Горошка, М.С. Львова, В. А. Крекніна, Ю. В. Триуса, В.С. Круглика, Т. В. Зайцевої та інших [18; 34; 27.]. Психолого-педагогічні основи застосування НІТ у навчанні вивчали Б. С.Гершунський, В. П.Зінченко, Ю. І. Машбиць, С. Пейперт, В. Г.Розумовський, Н. Ф.Тализіна, І.Я.Яглом та інших [48; 49; 68; 76; 103].

Фундаментальні та прикладні дослідження щодо інформатизації навчального процесу (В. П. Беспалько [6], В. Ю. Биков [8; 9], В. М. Глушков [23], А. П. Єршов [33], М. І. Жалдак [35], М. П. Лапчик [57], Ю. І. Машбиць [68], М. М. Моїсеєв, Н. В. Морзе [71], І. О. Новик [73; 74], С. Пейперт (Seymour Papert) [76], Є. С. Полат [80], Ю. С. Рамський [91], І. В. Роберт [92] та інші) підтверджують, що використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі суттєво підвищує ефективність навчання на всіх його рівнях: інтенсифікація, індивідуалізація навчання, розширення можливостей щодо візуалізації та динамізації навчальних матеріалів.

Психолого-педагогічні проблеми використання засобів НІТ для підтримання навчально-пізнавальної діяльності учнів розглядались у працях В. П. Беспалька [6], М. І. Жалдака [36], К. К. Коліна [66], Ю. І. Машбиця [68], І. В. Роберт [93], В. О. Сластьоніна [98], М. Л. Смульсон [99], Н. Ф. Тализіної [101; 102] та ін.

Значною мірою описане стосується і математичної готовності учнів, у ході якої комп’ютерно-орієнтовані засоби навчання завдяки своєрідності взаємозв'язків змісту навчання і реальності слугуватимуть засобом підсилення професійної спрямованості навчання, необхідним інструментарієм підтримки такої діяльності.

Зрозуміло, що в розробці та впровадженні комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики необхідно враховувати базові позиції системного (В. П. Беспалько [5], В. В. Краєвський [76], М. М. Скаткін [36] та ін.), діяльнісного (А. В. Брушлинський [13], П. Я. Гальперін [19], В. В. Давидов [30], Д. Б. Ельконін [16; 161], О. В. Запорожець [52], В. П. Зінченко [56; 57], О. М. Лєонтьєв [94; 95], А. А. Столяр [100] та ін.), середовищного (К. Роджерс [94], Д. Б. Ельконін [113] та ін.), компетентнісного (Є. В. Бондаревська [11], О. Є. Лебєдєв [58], В. В. Сєриков [96], В. О. Сластьонін [98], В. Д. Шадриков [108], А. В. Хуторський [106], Д. Б. Ельконін [113] та ін.) підходів до аналізу педагогічних явищ і процесів.

Дослідженню проблем, пов'язаних із аналізом процесу навчання в аспекті педагогіки і психології у вищій школі приділяли значну увагу Ю. І. Машбиць, А. В. Петровський [78] та ін.; вибору методів навчання та їх ефективного використання в навчально-виховному процесі – Ю. К. Бабанський [3], І. Я. Лернер [61; 62], М. І. Махмутов [67], М. М. Скаткін [36]; впровадження у процес навчання прогресивних педагогічних технологій – В. М. Монахов [70], Є. С. Полат [32; 80], В. П. Беспалько [5] та ін.; дидактичним і психологічним аспектам використання НІТ в навчальному процесі – Ю. І. Машбиць [68], Н. В. Морзе [71], С. А. Раков [89], О. І. Скафа [97], Ю. В. Триус [104] та ін.; сучасним інформаційно-комунікаційним технологіям навчання математики – А. П. Єршов [33], В. М. Монахов [70], С. О. Раков [90], Ю. С. Рамський [91]; активізації навчально-пізнавальної діяльності – М. Я. Ігнатенко [50], Т. І. Шамова [153], Г. І. Щукіна [112], А. Ф. Єсаулов [114], Р. А. Нізамов [110] та ін.; вивченню особистості школяра і студента, їхніх психофізіологічних якостей – Б. Г. Ананьєв [1], О. М. Леонтьєв [94; 95], С. Л. Рубінштейн [95], М. Л. Смульсон [99] та ін.; дослідженням навчальнопізнавальної діяльності у процесі навчання математики – Я. І. Грудьонов [28], М. Я. Ігнатенко [50], О. І. Скафа [97], Л. М. Фрідман, М. І. Шкіль [111].

Аналіз наукових праць свідчить, що проблеми навчання математики в загальноосвітніх школах із використанням засобів інформаційно-комунікаційних технологій досліджено недостатньо. Особливо важливого значення набувають теоретичні та практичні аспекти дослідження проблем, що стосуються психолого-педагогічних вимог до комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики. Головними проблемами, що їх доводиться долати вчителям, є невміння учнів самостійно опрацьовувати навчальний матеріал, низький рівень підготовки учнів з математики, їхньої навчально-пізнавальної активності, слабка мотивація пізнавальної діяльності. Підсилення мотивації навчально-пізнавальної діяльності учнів у процесі навчання математики можливе завдяки особистій діяльності вчителя, правильній постановці цілей навчання, створення сприятливих умов для зацікавленої роботи учнів, формування настанов на досягнення успіху.

Організація навчання математики з використанням інформаційно-комунікаційних технологій сприяє систематизації учнями їхньої навчальної діяльності, спрямованої на досягнення високих результатів, і при цьому відповідає принципам диференціації навчання аж до індивідуалізації, інтеграції навчальних дисциплін, гуманізації навчального процесу та гуманітаризації його результатів. Використання комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики та рейтингових систем оцінювання знань учнів дає можливість об'єктивно і досить точно оцінювати рівень навчальних досягнень учнів за рахунок прозорої шкали оцінювання, створюється основа для диференціації та індивідуалізації процесу навчання, у вчителя з’являється можливість мати систематичний зворотний зв’язок із кожним учнем.

Особливістю використання комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики відповідно до принципів диференціації навчання та комплексного використання інформаційно-комунікаційних технологій є можливість зосередження уваги на індивідуальних особливостях учнів, різних рівнях їх підготовки з математичних та інформатичних дисциплін. За відповідної організації навчального процесу одночасно забезпечується підвищення рівня знань та інтелектуального розвитку учнів, формування в них активності, пізнавальної самостійності, мотивація навчально-пізнавальної діяльності. Використання інформаційно-комунікаційних технологій з урахуванням можливостей своєчасного надання допомоги стимулює активність учня. Можливість експериментувати, ставити досить складні й цікаві, пов’язані з реальною практикою, задачі, надавати індивідуальні рекомендації у поєднанні з використанням динамічних моделей сприяє індивідуалізації навчального процесу, формуванню інтересу учнів до навчальної діяльності, пізнавальної самостійності. Основними перевагами використання інформаційно-комунікаційних технологій на уроках, наприклад геометрії, є можливість експериментувати, досліджувати можливі варіанти: фігури можна переміщувати на площині, перетворювати, змінювати, створювати копії об’єктів, вилучати об’єкти; організовувати роботу з динамічними демонстраційними моделями (виокремлення фігури або її елементів, зафарбовування замкнутих областей чи збільшення фрагментів графічних зображень із метою унаочнення зображення чи уточнення його деталей). Проблеми вдосконалення змісту, методів, засобів, організаційних форм навчання, забезпечення якісного засвоєння знань, підвищення ролі навчання в підготовці учнів до роботи в умовах інформатизації виробничих і соціальних процесів постійно перебуває в полі зору педагогічної науки і шкільної практики.

В основу технології створення комп'ютерно-орієнтованих систем навчання покладено ідеї, взяті з:

– теорії психологічних основ управління навчально-пізнавальною діяльністю (неперервний контроль і реалізація зворотного зв'язку);

– психології (особистісно-орієнтований підхід щодо організації процесу навчання, формування розумової діяльності засобами зовнішніх впливів, облік індивідуальних особливостей учнів і т. д.);

– дидактики (основні принципи традиційної дидактики та принципи використання комп'ютерно-орієнтованих технологій навчання управління пізнавальною діяльністю учня, підготовка і подання навчального матеріалу, облік сучасних можливостей використання комп'ютерної техніки і засобів телекомунікаційного зв'язку в навчальному процесі);

– методики навчання (організації занять на основі пошуку раціонального поєднання індивідуальних, групових і колективних форм організації навчання; видозміни характеру спілкування між педагогами та учнями, використання особистісно-орієнтованого підходу до навчання).

На сьогоднішній день розроблено значну кількість математичних пакетів – спеціалізованих (Eureca, MacSyma, MacMath, Reduse, StatGraph, SketchPad, Cabri та ін.) та універсальних (Derive, MathLab, MathLab, Mathematika, MuPad, Maple та ін.), використання яких дозволяє розв'язувати за допомогою комп'ютера широке коло математичних задач різних рівнів складності. Одні з них розраховані на учнів середніх загальноосвітніх закладів, інші – на студентів вищих навчальних закладів і на фахівців у галузі математичних наук. Найвідоміші з них – це Derive, MathLab, Maxima, DG, Gran1, Gran-2D, Gran-3D, Advanced Grapher. При цьому Gran1, Gran-2D, Gran-3D, Advanced Grapher, Derive мають зручний інтерфейс, подібний до програм Microsoft Office, тому робота з ними не викликає труднощів в учнів.

Найбільш придатними для підтримки навчання курсу математики в середніх навчальних закладах видаються програми Gran1, Gran-2D, Gran-3D, що входять до програмно-методичного комплексу Gran разом із посібниками «Математика з комп'ютером», «Комп'ютер на уроках фізики», «Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою» та ін. Названі програмні засоби прості у використанні, оснащені зручним інтерфейсом, максимально наближеним до інтерфейсу найбільш поширених програм загального призначення (систем опрацювання текстів, управління базами даних, електронних таблиць, графічних і музичних редакторів та ін.), контекстно-чутливою допомогою. Від користувача не вимагається значного обсягу спеціальних знань з інформатики, основ обчислювальної техніки, програмування тощо, за винятком найпростіших понять, цілком доступних для учнів середніх класів загальноосвітньої школи.

1.2 Поняття педагогічної технології та нових інформаційних технологій навчання.

Розробка комп'ютерних технологій навчання на теренах України почалася в середині 70-х років і розвивалася переважно у ВНЗ. Точкою відліку появи нових інформаційних технологій в масовій школі вважається урядова постанова «Про заходи щодо забезпечення комп'ютерної грамотності учнів середніх навчальних закладів і широкого впровадження електронно-обчислювальної техніки і навчальний процес», прийнята в 1985 році [51].

Інформатизація освіти – це процес забезпечення сфери освіти теорією і практикою розробки й використання сучасних нових інформаційних технологій, орієнтованих на реалізацію психолого-педагогічної мети навчання і виховання.

Нові інформаційні технології - це сукупність методів і технічних засобів збирання, організації, збереження, опрацювання, передачі і подання інформації за допомогою комп'ютерів і комп'ютерних комунікацій.

Нові інформаційні технології навчання – це методологія і технологія навчально-виховного процесу з використанням новітніх електронних засобів навчання й у перше чергу ЕОМ.

Складові НІТ навчання:

1. Засоби НІТ навчання:

- апаратні (класи навчальної обчислювальної техніки, локальні і глобальні навчальні комп'ютерні мережі, електронне демонстраційне обладнання, комп'ютерні навчальні лабораторії тощо);
- програмно-методичні (навчальні, контролюючі, імітаційно-моделювальні, інструментальні, службові програми), комп'ютерні курси, програмно-методичні комплекси тощо;

- навчально-методичні (навчальні і методичні посібники, нормативно-технічна документація, організаційно-інструктивні матеріали тощо).

2. Методи НІТ навчання:

- традиційна модель навчання (фрагментарне використання комп'ютера на уроках як тренажера або для демонстрації; контроль знань і тестування; дослідницька робота учнів у позаурочний час тощо);

- нетрадиційна модель навчання (дослідницька робота в комп'ютерних лабораторіях, обчислювальні експерименти, телекомунікаційні навчальні проекти, дистанційне навчання, використання гіпертекстових довідкових систем із можливістю виходу у світову інформаційну мережу).

Основною метою НІТ навчання є підготовка учнів до повноцінної життєдіяльності в умовах інформаційного суспільства.

Педагогічні завдання НІТ навчання:

- інтенсифікація всіх рівнів навчально-виховного процесу, підвищення його ефективності та якості;
- побудова відкритої системи освіти, що забезпечує кожній дитині і дорослому власну траєкторію самоосвіти;
- системна інтеграція предметних галузей знань;
- розвиток творчого потенціалу учня, його здібностей до комунікативних дій;
- розвиток умінь експериментально-дослідницької діяльності та культури навчальної діяльності;
- формування інформаційної культури учнів;
- реалізація соціального замовлення, обумовленого інформатизацією сучасного суспільства (підготовка фахівців у галузі інформатики та обчислювальної техніки; підготовка користувача засобів нових інформаційних технологій).

Нові інформаційні технології відкривають учням доступ до нетрадиційних джерел інформації, підвищують ефективність самостійної роботи, дають цілком нові можливості для творчості, знаходження і закріплення усяких професійних навичок, дозволяють реалізувати принципово нові форми і методи навчання.

Комп’ютер у школі може надати істотну інформаційну підтримку вчителю в організації навчального процесу, підвищити якість та ефективність навчальних методик, реалізувати індивідуальний підхід до кожного учня.

Мета державної Національної програми «Освіта» («Україна XXI ст.») - це вивід освіти України на рівень розвинених країн миру, що можливо лише при умовах відходу від авторитарної педагогіки й впровадження сучасних педагогічних технологій. Саме цим обумовлена зараз увага педагогів, методистів до інновацій.

Термін «Інновація» позначає відновлення процесу навчання, що опирається, головним чином, на внутрішні фактори. Запозичення цього терміну пов'язане з бажанням виділити мотиваційну сторону навчання, відходити від чергових «переможних методик», які за короткий час повинні дати максимальний ефект незалежно від особливостей класу й окремих учнів, їхніх бажань, здібностей.

Зараз існує чимало визначень педагогічної технології. У тлумачному словнику важко знайти визначення цього поняття. У ньому є лише поняття «технологія», що тлумачиться як сукупність прийомів, які використовують у якій-небудь справі.

Поняття «технологія» виникло у світовій педагогіці також як протиставлення існуючому поняттю «метод». Недолік методу полягає в його негнучкості. Широкого поширення термін технологія набув у 40-х рр. і був пов'язаний із застосуванням нових аудіовізуальних засобів навчання. В 60-х рр. поняття «технологія навчання» розглядалося під кутом зору програмного навчання й використання обчислювальної техніки в навчанні.

З початку 80-х усе більше вживається термін «педагогічні технології». У визначенні їхньої суті немає єдиного погляду: одні розуміють це як певну систему зазначених щодо використання сучасних методів і засобів навчання; інші розуміють це як цілеспрямоване застосування прийомів, засобів, дій для підвищення ефективності навчання; треті - цілісний процес визначення мети, осмислення плану й програми дій і навчальних методів. Кожен із цих підходів має право на існування, тому що охоплює різні сторони навчального процесу. Тому існує велика кількість педагогічних технологій.

Інноваційні технології - це цілеспрямований системний набір прийомів, засобів організацій навчальної діяльності, що охоплює весь процес навчання від визначення мети й до одержання результатів.

Педагогічна технологія – це цілеспрямована система. «Ми звикли до визначення мети навчання, виходячи з комплексного підходу об'єднання освітньої й виховної мети [3;75] (Ю.Бабанский).

Педагогічна технологія - сукупність психолого-педагогічних установок, що визначають спеціальний набір і компонування форм, методів, способів, прийомів навчання, виховних засобів; вона є організаційно-методичним інструментарієм педагогічного процесу [61] (Я.Лернер).

Сучасне навчання в школах України грунтується в основному на когнітивному підході. Тому творчо працюючих педагогів цікавить усе, що пов'язане з гуманізацією освіти. Часто нові педагогічні технології ведуть до відмови від класно - урочної системи: ділення учнів не за віком, а за рівнем розвитку; організація навчання методом проектів; робота учнів по програмі, робота вчителя з великими й маленькими групами; викладання матеріалу блоками.

На відміну від звичайних уроків, метою яких є оволодіння знаннями, уміннями й навичками, нестандартний урок найбільше повно враховує вікові особливості, інтереси нахили, здатності кожного учня. У ньому поєдналися елементи традиційних уроків - сприйняття нового матеріалу, засвоєння, осмислення, узагальнення - але не у звичайних формах. Саме такі уроки містять у собі елементи майбутніх технологій, які при групуванні їх у певну систему, що будується на глибокому знанні потреб, інтересів і здатностей учнів, можуть стати дійсно інноваційними.

Сьогодні освіта не може бути вдосконалена без принципового переосмислення ролі вчителя в навчально-виховному процесі. Учитель повинен навчатися управляти діяльністю, як усього колективу учнів, так і кожного окремого учня. Однак це неможливо в межах традиційного педагогічного процесу. Кращі вчителі завжди ведуть пошук, використовують активні методи навчання: роботу в парах, роботу в малих групах. Кожен вчитель бере на озброєння все найкраще. Використовують технічні засоби навчання, вводять опорні сигнали, збільшують час самостійної роботи на уроці.

На сучасному етапі пріоритетними напрямками вдосконалення навчально-виховного процесу є розвиток індивідуальних форм навчання, впровадження інтегрованих курсів, розвиток інформаційної бази навчального процесу, оптимальне насичення автоматизованими системами, дослідження на основі комп'ютерної техніки.

Державна програма освіти передбачає необхідність створення й впровадження нових навчальних технологій, до яких належать інформаційні технології навчання.

Нові технології навчання викликають особливий інтерес по об'єктивних причинах, серед яких можна виділити дві основні:

По-перше, передбачаються докорінні зміни існуючих стереотипів організації навчального процесу, його змісту, потреба в розвитку творчої ініціативи педагогів, у пошуках нових форм і методів педагогічної діяльності при переході від традиційних пасивних форм занять до нестандартних методів індивідуального навчання.

По-друге, збільшується можливість виявити обдарованих дітей для наступного їхнього навчання.

На кожному етапі навчання педагогічний результат значною мірою залежить від співвідношення між двома основними факторами - рівнем знань учнів і рівнем складності запропонованих їм завдань. Останні, у свою чергу, прямо пов'язані з вимогами державних стандартів загальної середньої освіти. Саме від дотримання відповідності між цими двома факторами в основному й залежить розвиваючий характер навчального процесу.

Однією з важливих функцій вчителя є ефективне керування процесом розвитку учнів. Щоб здійснювати таке керівництво, кожен педагог повинен мати об'єктивну інформацію про рівень навчальних досягнень учнів.

Використання сучасних інформаційних технологій, зокрема персонального комп'ютера, дає можливість інтенсифікувати процес поточного оцінювання знань учнів, зробити його більш систематичним, оперативним. Крім того, саме використання ПК уже викликає інтерес учнів до навчання, знімає частину нервової напруги, дозволяє повністю виключити суб'єктивність в оцінюванні знань із боку того, хто їх контролює.

1.3 Застосування новітніх інформаційних технологій на уроках математики

Необхідність використання засобів нових інформаційних технологій на уроках математики сьогодні немає потреби доводити. Завдяки зусиллям та ентузіазму науковців і вчителів комп'ютерні технології навчання здобули визнання широкого загалу освітян. Можна було б говорити навіть про те, що психологічного бар'єру для використання ІКТ у навчанні вже не існує. Але досвід застосування нових інформаційних технологій у навчанні значний і можна сформулювати методичні проблеми, що виникають на цьому шляху, та способи їх розв'язання.

Зупинимося більш детально на тих моментах, які стосуються застосування засобів нових інформаційних технологій у навчанні алгебри та початків аналізу в старших класах середньої загальноосвітньої школи.

Частина вчителів, як правило ті, хто викладає і математику, і інформатику, проводять комбіновані уроки – написання програм мовами програмування на математичну тематику. Це дуже важливий напрямок: Д.Кнут писав, що розробка алгоритму вимагає надзвичайно ретельного вивчення та розуміння процесу або явища, який алгоритмується. При такому вивченні можуть з'ясуватися деталі, які під час початкового ознайомлення важко передбачити. Але він не вичерпує усіх переваг і не використовує усіх можливостей, що надають процесу навчання нові інформаційні технології. Недарма в програмах шкільного курсу інформатики зменшується доля програмування як такого. На сьогоднішній день ясно, що програмістами будуть не всі і не слід цього прагнути.

Основним критерієм "комп'ютерної грамотності" є уміння використовувати доступні можливості засобів нових інформаційних технологій для розв'язування задач, що виникають, – наукових, практичних, навчальних тощо. Складовими "комп'ютерної грамотності" в такому розумінні є уміння певним чином формулювати задачу (постановка), моделювати досліджувану ситуацію у термінах предметної галузі, будувати абстрактну математичну модель процесу чи явища, досліджувати поведінку моделі при різних значеннях вхідних параметрів (проводити математичний експеримент), аналізувати отримані результати, інтерпретувати їх у термінах предметної галузі.

Математика, як навчальний предмет, чи не найкраще підходить для вирішення завдання комп’ютерної грамотності учнів. Математика дає учням саме ті теоретичні знання, без яких неможливо будувати високоякісні математичні моделі. Але у шкільному курсі математики учні як правило мають справу із готовими математичними моделями, відірваними від реальних практичних ситуацій, що породили відповідну наукову проблему. І тому при вивченні шкільної математики втрачаються надзвичайно важливі ланки процесу моделювання: здійснення переходу від моделі, сформульованої в термінах певної предметної галузі до математичної моделі, тобто абстрагування моделі, і аналіз (інтерпретація) отриманих результатів стосовно конкретної предметної задачі. Ось чому так важко впроваджувати моделювання при вивченні предметів нематематичного циклу: учні, маючи достатні математичні знання, не вміють застосувати їх для побудови моделей на предметі нематематичних дисциплін. Це істотний недолік сьогоднішньої математичної підготовки учнів. І це серйозна перешкода на шляху досягнення їхньої “інформаційної” грамотності та культури.

Зараз ситуація покращується. В нових підручниках з математики значно збільшилася частка задач прикладного змісту. Слід відмітити, наприклад, підручники М.І.Башмакова, М.І.Шкіля, З.І.Слєпкань, О.С.Дубінчук.

Саме при впровадженні засобів нових інформаційних технологій виникає потреба у посиленні прикладної складової шкільного курсу математики. З використанням сучасних засобів – математичних прикладних інструментальних програм – значно спрощується процес виконання необхідних обчислень, алгебраїчних перетворень, побудови простих та комбінованих графіків. Відповідно з’являється час для глибокого аналізу отриманих результатів (замість простого порівняння результату з відповіддю в кінці підручника, чим часто закінчується розв’язування шкільних математичних прикладів і задач); для побудови моделей, а не лише використання готових, що подаються у підручнику; порівняння різних моделей одного й того ж об’єкту або явища, обгрунтування переваг та недоліків тої чи іншої моделі, вибору кращої з точки зору конкретних умов задачі.

На шляху впровадження нових засобів навчання вчителі в першу чергу стикаються з проблемою відбору відповідних програмних пакетів. На перших етапах інформатизації перевагу необхідно надавати тренажерам та комп’ютерним тестам. Зараз нерідко серед засобів нових інформаційних технологій, доцільних у навчанні математики, інколи називають текстовий процесор Word та редактор формул Equation. Очевидним є те, що вказані засоби мало сприяють власне вивченню математики, хоча категорично відмовлятися від їх використання немає потреби.

Ефективному вивченню математики, зокрема алгебри та початків аналізу, безперечно сприятимуть інструментальні математичні пакети, вибір яких зараз значний і задовольнить будь-які смаки.

Найбільшого ж визнання набули пакети Derive, Gran1, Gran2D, Gran3D, DG. Пакет Gran1 відповідає усім вищепереліченим вимогам і дає учням легко засвоїти математику використовуючи дану програму.

Другою проблемою на шляху впровадження засобів нових інформаційних технологій у навчання алгебри та початків аналізу є організація навчального процесу. Як свідчить досвід, при вивченні математики комп’ютер з усіма його можливостями є лише засобом навчання, використання його не самоціль. Тому ефективною буде така організація навчання, при якій до комп’ютерних програм учні звертатимуться саме тоді, коли це дійсно необхідно і корисно для покращення математичних знань. Так, наприклад, при вивченні теми “Похідна” учні вчаться обчислювати похідні різних функцій. Зрозуміло, що цього неможливо досягти, якщо з першого ж уроку застосовувати відповідний інструментальний пакет, який здійснюватиме необхідні аналітичні перетворення замість учня. Але той же пакет буде незамінним, якщо треба побудувати дотичну до графіка функції в точці і визначити її кутовий коефіцієнт, обчислити відношення приросту функції до приросту аргументу, нарешті, швидко визначити максимальне та мінімальне значення функції на проміжку, або побудувати графік складної функції.

Цінність математичних інструментальних пакетів полягає в тому, що вони дають можливість:

1.Візуалізувати математичні об’єкти високого ступеня абстракції.

2.Динамізувати математичні об’єкти, тобто спостерігати їх у розвитку.

3.Здійснювати обчислювальні експерименти з математичними моделями.

Нарешті, завдяки вищепереліченому, в майбутньому будуть розширені можливості пізнання широкого класу природних явищ, оскільки саме комп’ютерний експеримент дозволяє спостерігати процеси становлення регулярних структур з хаосу під впливом нелінійних процесів.

Все це в свою чергу позитивно впливає на пробудження та розвиток інтересу до предмету математики, ефективне засвоєння відповідних знань.

1.4 Психолого-педагогічні умови комп'ютерно-орієнтованого навчання математики.

Щоб розвивати особистісні якості учня у процесі навчання, вчителю необхідно діагностувати рівень їх сформованості та здійснювати їх моніторинг. Можна виокремити такі групи якостей:

а) організаційнодіяльнісні, що характеризують мотиваційно-творчу спрямованість, самоорганізацію;

б) пізнавальні (уміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, узагальнювати, класифікувати, систематизувати; здатність втілювати здобуті знання в духовні і матеріальні форми);

в) творчі (здатність переносити знання і уміння вновій ситуації; здатність до формулювання гіпотез, закономірностей, уміння бачити відоме в невідомому і навпаки; здатність до дослідницької діяльності, творча уява, фантазія; дивергентність мислення) [59].

Однією з умов ефективного формування особистісних якостей учнів у процесі комп’ютерно-орієнтованого навчання математики є використання у навчально-виховному процесі такої комп’ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики, яка б сприяла активізації пошуково-дослідницької діяльності учнів, унаочненню складного для сприйняття абстрактного матеріалу, проведенню обчислювальних експериментів зі створеними учнями моделями, динамічними кресленнями з метою висування гіпотез; розв’язуванню творчих, нестандартних задач; посиленню прикладної спрямованості навчання [13].

Ю.В. Триус [31] зазначає, що мислення людини, яка має навички роботи з персональним комп’ютером, вигідно відрізняється організованістю, внутрішньою дисципліною, логічною строгістю.

На думку М.М. Фіцули [55], комп’ютерно-орієнтоване навчання розвиває такі якості особистості, як уміння планувати і раціонально будувати виконавчі операції, точно визначати цілі діяльності, що сприятиме формуванню в учнів охайності, точності, обов’язковості.

Не заперечуючи того, що комп’ютер є потужним засобом зі значними дидактичними можливостями, деякі автори зауважують, що комп’ютеризоване навчання недостатньо розвиває логічне, образне мислення, істотно обмежує властивості усного мовлення. Під його впливом формується формальна логіка мислення на шкоду почуттям і творчим розумовим операціям. М.М. Фіцула [55] привертає увагу до проблеми швидкої стомлюваності учнів, що працюють за комп’ютером, частих випадків погіршення зору і окремих випадків розладів нервової системи. В умовах автоматизованого навчання можуть формуватися егоїстичні нахили людини, загострюватися індивідуалізм, розширюватися конкурентність, сповільнюватися виховання колективізму, взаємодопомоги.

Д. Пойа, аналізуючи творчий математичний процес, акцентує увагу на тому, що навчання повинне плекати ростки винахідливості, готувати учня до відкриття, і звертається до вчителів із закликом «Вчити здогадуватися!» [80]. При цьому школяр має відрізняти строге доведення від нестрогої спроби, доведення від здогадки, розумну здогадку від менш розумної.

Для реалізації творчої ситуації у навчально-виховному процесі доцільно дотримуватися наступної психолого-педагогічної структури творчої навчальної діяльності учнів [50], [59]: 1) бажання, зацікавленість, ентузіазм, потяг до формулювання проблеми, психологічна готовність до її вирішення; 2) наявність знань, умінь та навичок, необхідних для чіткого усвідомлення і формулювання творчого завдання; 3) зосередження зусиль та пошуки додаткових відомостей для розв’язування завдання (якщо завдання не вирішується, відбувається перехід до наступних етапів); 4) інкубація – підсвідомий аналіз і вибір, уявний відхід від вирішення проблем, переключення на інші види діяльності; 5) еврика (осяяння, інсайт) − це може бути лише перший крок до розв’язання завдання, за яким будуть необхідні інші; 6) перевірка (верифікація). При плануванні творчої навчальної діяльності учитель має враховувати рівень розвитку учнів і прогнозувати вихід із творчих ситуацій для різних груп, передбачати надання диференційованої допомоги в ході творчої діяльності.

Задачу вважатимемо творчою, якщо вона або деяка із її підзадач є нерутинною відкритою пізнавальною задачею. В.А. Крутецький [52] виділяє задачі з неформальною вимогою, з зайвими даними, з кількома розв’язками, зі змінною умовою, задачі на доведення. У навчанні доцільно використовувати типологію навчально-творчих задач за В.І. Андрєєвим та С.О. Сисоєвою [18;37;38].

На основі аналізу джерел можна виокремити етапи розв’язування творчих задач: 1) бачення задачі, самостійність у її пошуку і постановці; 2) виділення відомих і невідомих даних, процесів; первинне моделювання їх якостей, аналіз умови; 3) пошук невідомого в задачі (висунення гіпотез), що може потребувати довизначення умов, розгортання деяких понять, що стосуються даних задачі; 4) виведення інших характеристик даних задачі, встановлення наявності у них властивостей, поданих у визначеннях, зближення даних і вимог задачі; 5) пошук невідомого за допомогою більш визначених за змістом прийомів для підвищення рівня впевненості в собі, знаходження і використання подібної задачі, розподілення задачі на частини; пошук невідомого за допомогою прийомів менш визначених за змістом, узагальнення, конкретизація задачі, формулювання і розв’язування оберненої задачі; 6) перевірка і аналіз гіпотез, виділення обґрунтувань гіпотез, аналіз переваг і недоліків, розгляд причин некоректності гіпотез; виявлення схожості у ідеях та умовах.

Б.Г. Ананьєв акцентує увагу на багатоплановості застосування навчально-творчих задач [1], а саме: а) для оволодіння новим знанням про поняття, закони, теорії, принципи, методи, правила, засоби діяльності; б) розумовими і практичними уміннями; в) для актуалізації знань, умінь; г) для контролю знань та умінь; д) з метою діагностики і розвитку творчих якостей особистості.

Формування творчих якостей особистості відбувається у процесі розв’язуванні навчально-творчих задач. Задачі мають не тільки і не стільки сприяти закріпленню знань, тренуванню в їх застосуванні, скільки формувати дослідницький стиль розумової діяльності, метод підходу до виучуваних явищ. Математичне моделювання, прикладна спрямованість навчального матеріалу активізує творчу діяльність учнів.

До найбільш істотних переваг комп’ютерно-орієнтованого навчання математики у порівнянні з традиційним відносимо надання учням мож ливості самостійно ставити і розв’язувати за допомогою комп’ютера різноманітні навчальні задачі. Навіть у тих випадках, коли вчитель виконує певний етап у розв’язуванні навчальної задачі, його функція полягає не лише в тому, щоб забезпечити правильне розв’язування задачі, а щоб допомогти учневі у засвоєнні способу її розв’язування, у досягненні певних навчальних цілей. До основних психологічних механізмів навчання засобами ІКТ відносимо проблему зворотного зв’язку, довизначення навчальної задачі, динамічного розподілу функцій управління між учителем, комп’ютерним забезпеченням і учнями.

Враховуючи типології навчально-творчих задач В.А. Андрєєва, В.А. Крутецького, В.О. Моляко, С.А. Ракова, С.О. Сисоєвої та інших [18;52;42;46;89], можна виокремити типи завдань, які доцільно використовувати для формування творчих якостей особистості у процесі комп'ютерно-орієнтованого навчання математики.

Задачі на виявлення протиріччя формують бачення протиріччя, здатність формулювати проблему, діалектичність мислення.

Задачі з відсутністю повних вихідних даних бажано використовувати для формування здатності знаходити потрібні відомості та переносити їх у нові ситуації. Такі задачі називаємо «відкритими». Розмаїття дослідницьких задач з відкритою умовою чи відкритою вимогою можемо розглянути завдяки використанню ППЗ GRAN і DG як інструментів дослідження.

Завдання на прогнозування, відкриття теорем за допомогою ППЗ доцільно використовувати для формування здібності генерувати ідеї, висувати гіпотези. Для цього слід проводити обчислювальні експерименти і аналізувати чисельні величини створених динамічних виразів.

Застосовуючи ППЗ GRAN, DG для розв'язування практичних задач, а серед них задач на оптимізацію, можна сприяти формуванню гнучкості, дивергентності мислення учнів. Тому слід пропонувати добірки задач на дослідження моделі-функції, створювати динамічні креслення, пропонувати різні способи розв'язування однієї і тієї ж задачі.

Завдання на рецензування для забезпечення розвитку критичності мислення, здатності до оціночних суджень, пропонуються найчастіше у процесі навчання у співпраці, за методом проектів з використанням ІКТ.

Задачі на розробку алгоритмічних і евристичних приписів як результатів дослідження за допомогою ППЗ, бажано використовувати для розвитку здібності до узагальнення і згортання мислительних операцій, здатності до рефлексії мислення. Важливо пропонувати учням завдання на здійснення умовиводів через узагальнення.

1.5 Основний понятійний апарат програмного засобу GRAN-1

Одним з перших в Україні педагогічних програмних засобів був програмний комплекс для підтримки навчання математики **GRAN**, розробка якого розпочалася у 1989 році авторським колективом під керівництвом відомого українського вченого Мирослава Івановича Жалдака, академіка АПН України, доктора педагогічних наук, професора. Програмно-методичний комплекс **GRAN**, до складу якого входять педагогічні програмні засоби **GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D,** забезпечує підтримку вивчення математики (планіметрії, стереометрії, тригонометрії, алгебри і початків аналізу, початків теорії ймовірностей і математичної статистики), а також окремих розділів фізики в школі (7–11 класи).

Розглянемо використання математичних процесорів для комп’ютерної підтримки навчання математики на прикладі програмного засобу **GRAN1,** який призначений для графічного аналізу функцій, що й відображає його назва **GRaphic ANalysis**. Запуск програми здійснюється традиційним способом: ***Пуск -GRAN1 - GRAN1*** або з використанням ярлика **.** Після цього на екрані відкривається вікно програми, яке складається з трьох внутрішніх вікон: **Графік, Список об’єктів, Відповіді.**

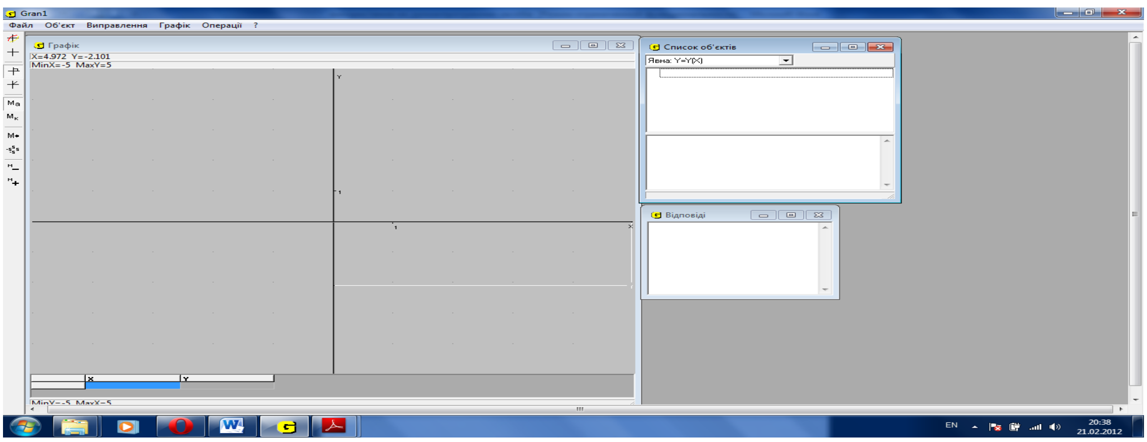


Рис.1.5.1

У верхньому рядку вікна програми знаходиться **Рядок заголовка**, під ним – **Рядок меню.** У програмі реалізована *контекстна довідка.* Для її отримання треба вибрати потрібну команду та натиснути клавішу **F1**. У вікні **Графік** будуються графічні зображення об’єктів і графіків функцій, відображаються пояснювальні написи тощо. Під час переміщення вказівника по координатній площині у вікні переміщується покажчик координат. У верхній частині вікна **Графік**, над робочим полем, відображаються поточні координати вказівника, у нижній частині (**Рядку статусу**) – максимальне та мінімальне значення координат на площині. Вікно **Список об’єктів** складається з двох частин. У верхній частині знаходиться поле зі списком восьми типів залежностей між змінними, які можна обрати для побудови графічного об’єкта, а нижче – список усіх введених об’єктів, серед яких поточний об’єкт відмічено позначкою. У другій частині вікна знаходяться відомості про поточний об’єкт: функція, проміжок, на якому вона розглядається, мінімальне та максимальне значення функції або інші параметри виділеного графічного об’єкта. У вікні **Відповіді** подаються результати виконання різноманітних операцій, які вибираються в меню **Операції** – обчислення відстані від точки, обчислення довжини дуги, визначення довжини ламаної тощо. Це вікно можна очистити, виконавши ***Операції* - *Відповіді* - *Очистити.*** Зліва у вікні програми знаходиться панель інструментів.

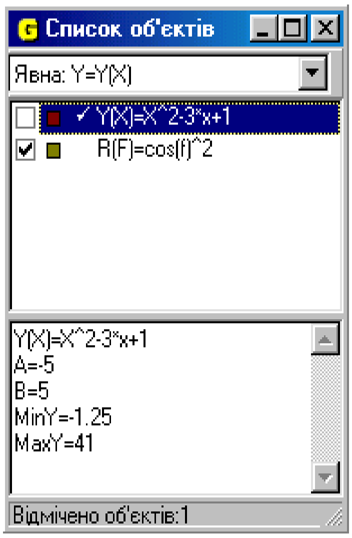


Рис. 1.5.2

Перш ніж вводити вирази чи таблиці, що характеризують деяку залежність між змінними, необхідно вказати тип задання залежності у вікні “Список об’єктів” (на екрані вгорі праворуч, рис. 1.1). Для цього слід перейти у дане вікно. Це можна зробити за допомогою “мишки”, натиснувши ліву клавішу “мишки”, коли її курсор знаходиться в області вікна, або обравши пункт меню “Об’єкт/Список об’єктів”.

Саме вікно складається з трьох частин (рис. 1.1). В верхній частині вікна знаходиться список восьми можливих типів залежностей:

Явна: $Y=Y(X)$ – залежність між змінними x і y задана у вигляді $y=y(x)$, де $y(x)$ деякий вираз від змінної x (явне задання залежності);

Параметрична: $Y=Y(T)$, $X=X(T)$ – залежність між змінними x і y задана через параметр t : $x=\varphi(t)$, $y=\phi(t)$, де $\varphi(t)$, $\phi(t)$ – деякі вирази від змінної (параметра) t (параметричне задання залежності);

Полярна: $R=R(F)$ – залежність задана в полярних координатах у вигляді $r=\rho(\varphi)$, де $\rho(\varphi)$ – вираз від змінної φ, r – полярний радіус точки на площині, φ – полярний кут (відкладається від полярної осі до полярного радіуса проти годинникової стрілки), причому зв’язок між полярними і відповідними декартовими координатами x і y можна визначити, виходячи з формул $x=r\cos\varphi$, $y=r\sin\varphi$;

Неявна: $0=G(X,Y)$ – залежність між змінними x і y задана неявно у вигляді $G(x,y)=0$, де $G(x,y)$ – деякий вираз від змінних x і y (неявне задання залежності);

Таблична: $Xi,Y(Xi)$ – залежність задана таблично (при цьому програмою будується поліном наперед вказаного степеня не вище 7, який найкраще в розумінні середнього квадратичного відхилення наближає таблично задану залежність);

Статистична вибірка – задається та досліджується статистична вибірка;

Ламана – залежність між змінними x і y визначається ламаною лінією.

Коло – задається коло.

Обрати тип об’єкта можна за допомогою маніпулятора “мишка”, розкривши список, або за допомогою клавіш управління курсором, встановивши клавішею *Tab* фокус на списку, що розкривається.

Вказаний останнім тип задання залежності фіксується, а всі залежності, що вводяться заново, будуть мати такий тип задання доти, поки він не буде змінений. Якщо ніякий тип не вказано, то за замовчуванням автоматично встановлюється тип $y = y(x)$. Усі залежності, що вводяться, можуть бути будь-якого з перелічених типів задання в довільних поєднаннях.

В другій частині вікна “Список об’єктів” знаходиться список всіх введених об’єктів. Розрізняють поняття *біжучого* об’єкту та *відміченого* об’єкту. Біжучим є об’єкт, на якому знаходиться курсор. Відмічений об’єкт позначається перемикачем ☑. Ввімкнути або вимкнути перемикач можна за допомогою “мишки” або клавіші “Пропуск” клавіатури.

Для кожного об’єкту вказаний його тип і колір графіка залежності, що відповідає цьому об’єкту. На рис. 1.5.2 біжучим є перший з двох об’єктів – явно задана залежність, а відмічений – другий – залежність, що задана в полярних координатах.

При побудові графіків залежностей графіки будуються лише для відмічених об’єктів. Якщо відмічених об’єктів немає, будується графік біжучого об’єкту.

При необхідності раніше введену залежність можна змінити, використовуючи послугу “Об’єкт/Змінити...”. При цьому програма автоматично контролює, щоб тип задання нової залежності був той же, що й у замінюваної. Тут же можна змінити раніше вказані межі відрізка, на якому задана залежність між змінними. Якщо ж необхідно змінити не тільки вираз залежності, але і тип задання залежності, раніше введену залежність слід вилучити, для чого призначена послуга “Об’єкт/Вилучити”. Вилучаються всі відмічені об’єкти. За допомогою послуги “Об’єкт/Вилучити останній” можна вилучити останній об’єкт із списку, незалежно від того, які об’єкти відмічені.

В цій частині вікна можна викликати контекстне меню, шляхом натиснення на праву кнопку “мишки”. Більшість пунктів цього меню співпадає з послугами пункту “Об’єкт” головного меню. Однак крім того є ще два пункти: “Відмітити все”, за допомогою якого можна відмітити всі об’єкти у вікні, та “Зняти відмітки” – знімає відмітки із всіх об’єктів у вікні.

В третій частині вікна знаходяться відомості про біжучий об’єкт. Наприклад, для функції, заданої в декартових координатах це відрізок, на якому задана функція, максимальне та мінімальне значення функції на даному відрізку.

Ці відомості можна продивитись, використовуючи полоси прокрутки у вікні або клавіші управління курсором. Оскільки відповіді, що подані у вікні, – це звичайний текст, то використовуючи “мишку” або клавіші управління курсором, можна відмітити весь текст або його частину, а потім занести в буфер обміну для використання в інших програмах.

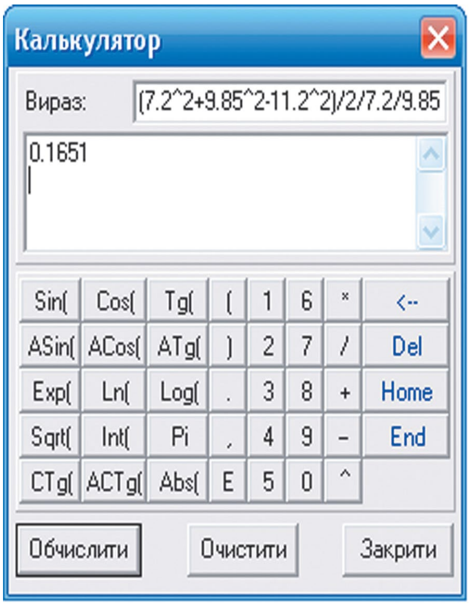
Робота з буфером обміну може відбуватись через головне меню (пункт “Виправлення”), контекстне меню або з клавіатури.

Доступні такі послуги:

- *Вирізати*. Текст буде занесено до буфера обміну з одночасним вилученням із вікна (комбінація клавіш “CTRL+X” клавіатури);
- *Копіювати*. Текст буде занесено до буфера обміну (комбінація клавіш “CTRL+C” клавіатури);
- *Вставити*. Застосовується при необхідності вставити текст із буфера обміну (комбінація клавіш “CTRL+V” клавіатури);
- *Вилучити*. Вилучає виділений текст (клавіша “DEL” клавіатури);

- *Виділити все*. Виділяє весь текст у вікні.

Використовувати буфер обміну можна і для перенесення одержаних за допомогою програми графіків. Для цього біжучим повинно бути вікно “Графік”. За допомогою послуги “Виправлення/Копіювати” зображення з вікна заноситься до буфера обміну.



За допомогою клавіатури всі необхідні символи вводяться як звичайно – слід набрати потрібну послідовність символів. Числові значення і вирази записуються за правилами, близькими до прийнятих в найбільш поширених мовах програмування (*BASIC, Pascal* і ін.). Усі допустимі позначення функцій і операцій показані на панелі введення даних. Після того, як значення чи вираз набрано з клавіатури чи відредаговано, слід натиснути клавішу *Enter* або відповідну кнопку в допоміжному вікні. Це буде означати, що щойно набраний чи відредагований вираз введено до запам’ятовуючого пристрою комп’ютера і з відповідним об’єктом можна продовжувати роботу (будувати графік, виконувати раніше обрану операцію і т.д.).

Однією з найпоширеніших функцій математичних процесорів є виконання різноманітних математичних обчислень. Програмний засіб **GRAN1** має розширені можливості щодо цього.

Обчислення виконуються у вікні **Калькулятор** ***(Операції - Калькулятор)***. Уведення виразів можна здійснювати або з клавіатури, або використовуючи кнопки вікна **Калькулятор**. Після завершення введення виразу потрібно натиснути **Enter** або вибрати кнопку **Обчислити** у вікні **Калькулятор.** Числові вирази подаються за правилами, близькими до правил табличного процесора **Excel**. Усі допустимі функції та операції подано на кнопках **Калькулятора**. Пропуски у записі виразу не допускаються. Дробова частина у записі чисел відокремлюється від цілої крапкою. Пріоритет операцій загальноприйнятий. Для його змінення використовують дужки. Редагування введеного виразу здійснюється традиційними способами.

Висновки до 1 розділу

Аналіз різних джерел показує, що стрімкий розвиток науково-технічного прогресу привів до виявлення та небезпечного загострення багатьох проблем у сфері освіти, зокрема у математичній освіті. Наслідком чого є поглиблення розриву між математичною підготовкою учнів і об'єктивними потребами в освіті.

На сучасному етапі пріоритетними напрямками вдосконалення навчально-виховного процесу є розвиток індивідуальних форм навчання, впровадження інтегрованих курсів, розвиток інформаційної бази навчального процесу, оптимальне насичення автоматизованими системами, дослідження на основі комп'ютерної техніки.

На основі аналізу наукових та методичних праць з'ясовано, що проникнення НІТ у всі сфери життя викликає необхідність та створює передумови для здійснення кардинального оновлення як змістово-цільових,
так і технологічних сторін навчання. Проте залишається недостатньо розробленими як концептуальні положення та теоретичні засади, так і методика
використання НІТ на уроках математики, а зокрема пакету прикладних програм GRAN1.

Отже, нові інформаційні технології навчання дозволяють повною мірою розкрити педагогічні, дидактичні функції нових технологій навчання, реалізувати закладені в них потенційні дослідницькі можливості, здійснювати індивідуальний та диференційований підхід до вивчення математики.

РОЗДІЛ ІІ. МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ МЕТОДІВ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ КУРСУ АЛГЕБРИ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ З ДОПОМОГОЮ НОВІТНІХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ

2.1 Використання персонального комп'ютера на уроках математики при дослідженні властивостей функцій за допомогою GRAN1

Дослідницька навчальна діяльність школяра стимулює розвиток креативних особистісних якостей, тому вчитель математики має не просто подати школяреві певний об’єм знань, а навчати його самостійно оволодівати знаннями, на основі міцних базових знань розвивати в учнів мислення, інтуїцію, уяву. Навчання повинне готувати учня до відкриття і не подавлювати в ньому ростки винахідливості.

Під пошуково-дослідницькою діяльністю учнів розглядаємо таку навчально-пізнавальну діяльність, яка спрямована на самостійне набуття суб’єктивно нових математичних знань на основі аналізу наявних даних, висування гіпотез та їх обґрунтування. У ході дослідницької діяльності удосконалюються дослідницькі уміння учнів. Під такими розумітимемо вміння прогнозувати кінцевий результат роботи, знаходити певні закономірності, досліджувати їх на основі висунутих гіпотез, перевіряти гіпотези, шукати шляхи їх обґрунтування, використовувати для дослідження ППЗ.

Лабораторні роботи з використанням GRAN краще виконувати на початку вивчення певної теми, оскільки GRAN в більшій мірі є засобом інструментального, ніж контролюючого характеру, і тому найбільш ефективний при ознайомленні з новим матеріалом та при розв’язуванні задач дослідницького характеру. Передувати лабораторній роботі може підготовка у формі виконання домашнього завдання, коли повторюється певний теоретичний матеріал, що використовуватиметься при виконанні роботи. Доцільно запропонувати аналітично розв'язати приклади, щоб в подальшому перевірити правильність розв'язку за допомогою ППЗ. Можна запропонувати учням самостійно скласти чи дібрати задачі для лабораторної роботи. Для виконання роботи варто забезпечити школярів роздрукованими інструкціями щодо ходу дослідження, можливо, зошитами з друкованою основою чи електронними, в яких є відведені місця для занесення результатів спостереження та знахідок. З електронних зошитів зручно здійснюються гіперпосилання на файли ППЗ.

Дослідження показали, що підсумовуючи результати графічних експериментів, виконаних за допомогою GRAN1, учні можуть складати інструкції, алгоритми, схеми, узагальнювати способи розв'язування задач.

На заключному етапі роботи формулюються загальні твердження. Графічні експерименти за допомогою GRAN1 дають матеріал для емпіричних узагальнень, відповіді на питання «Як?». Для теоретичного узагальнення слід обґрунтувати «Чому?».

1. Розглянемо приклади завдань, при виконанні яких зручно виконати дослідження за допомогою GRAN1. Школярі можуть висунути гіпотези стосовно властивостей лінійної функції *y=kx+b (y=P1*x+P2),* оберненої пропорційності *y=k/x (y=P3/x)*, квадратичної $y=ax^2+bx+c$ *(y = P*4 x2^ + P*5 x + P6),* дробово-раціональної *y=(ax+b)/(cx+d)* (рис. 2.).
В дужках до кожної з функцій вказано об'єкт типу *«Явний: Y=Y(x)»* з аналітичним виразом. Для дробово-раціональної функції доцільніше досліджували об'єкт *y(x)=P7+P8/(x+P9),* тобто попередньо виділити цілу частину. Саме у такому записі школярі зрозуміють зв'язок між параметрами, властивостями функції і розташуванням графіка функції.

Рис. 2.. Побудовано графік дробово-раціональної функції (GRAN1)

Детальніше зупинимося на переліку завдань для дослідження, які можна запропонувати школярам при вивченні квадратичної функції.

Для функції y=ax a≠0 необхідно створити об'єкт типу *«Явна» y=p1*x^2 (A= 10, B=10),* встановити світловий курсор на параметр Р1 і плавно рухати бігунок параметра, наприклад, з кроком 0.1 від значення - 5 до значення 5, спостерігаючи при цьому за зміною графіка функції. В результаті дослідження учні можуть відповісти на питання: Як коефіцієнт *a* впливає на напрям віток параболи? Для яких значень параметра функція досягає найбільшого (найменшого) значення? В якій точці досягається екстремальне значення?

Дослідити, як будують графік функції $y=ax^2$, $a\neq 0$, якщо побудовано графік функції $y=x^2$? Для дослідження створюють об'єкт *y=p1*x^2;* встановлюють значення параметра p1 рівним одиниці; використовуючи послугу Об'єкт \Нова функція з зафіксованими параметрами, будують графік функції *y=x2*. Змінюють значення параметра і фіксують нові функції для значень параметра –3, –2, –1, 2, 3. Заповнивши таблицю, учні зроблять висновки щодо перетворення графіка функції $y=ax^2$, $a\neq 0$ залежно від параметра *a*.

y=ax +n, a≠0. Дослідити за допомогою GRAN1, як впливає зна чення коефіцієнта n на зміну графіка функції $y=ax^2$, $a\neq 0$. Для цього створюють об'єкт *y=p1*x^2+p2* і змінюють значення параметра p2. Використовуючи послугу Об'єкт \Нова функція з зафіксованими параметрами, будують кілька графіків для різних значень параметра n. Роблять висновок щодо перетворення графіка.

$y=a(x–m)^2$. Дослідити, як впливає коефіцієнт m на зміну графіка функції $y=ax^2$, $a\neq 0$? Для дослідження необхідно створити об'єкт *y=p1*(x–p3)^2* і змінювати параметр p3.

$y=a(x–m)^2+n$. На основі попередніх досліджень пояснити вплив коефіцієнтів n та m на розташування параболи.

Для функції $y=ax^2+bx+c$ дослідити вплив параметрів на розташування параболи (об'єкт-функція за формулою *y=p1*x^2+p2*x+p3).*

Для квадратичної функції експериментально встановити формулу абсциси вершини параболи. З попереднього дослідження, учень має зробити висновок, що параметр Р3 не впливає на зміну абсциси вершини параболи. Тому можна зафіксувати параметр Р3, а параметр Р2 змінювати, наприклад, з кроком 2. Необхідно з'ясувати, як при цьому змінюється абсциса вершини. В подальшому змінюємо параметр Р1з кроком 2 при інших зафіксованих параметрах. Підсумовуючи результати дослідження, школяр встановлює, що абсцису вершини параболи можна знайти за формулою $x_0= -b/(2a)$.

З'ясувати, як залежить розташування параболи (перетинає вісь Ох, дотикається, не перетинає) від значення дискримінанта відповідного квадратного рівняння? $D=(p2)^2$*-4p1p2.* Змінивши значення коефіцієнтів p1, p2, p3, необхідно обчислити дискримінант, використовуючи при цьому послугу Калькулятор. Обговорення результатів дослідження доцільно провести у формі інтерактивної вправи «Незавершене речення»: парабола перетинає вісь Ох, якщо ... ; дотикається до осі Ох, якщо ... ; не перетинає вісь Ох, якщо ... ; якщо дискримінант ..., то... .

Попереднє дослідження можна поєднати з використанням послуги Операції \ Нерівність, щоб за допомогою ППЗ розв'язувати нерівності виду$f(x)>0$, $f(x)<0$ При цьому у вікно Відповіді заноситься результат розв'язування, а на осі абсцис розв'язки виділяються жирною лінією. Аналізуючи результати графічного експерименту, учень може самостійно заповнити таблицю розв'язування нерівностей другого степеня для функції $f(x)=ax^2+bx+c$.

Щоб відновити графік функції $f(x)=ax^2+bx+c$, необхідно на площині задати три точки, скласти систему із трьох рівнянь з трьома змінними та розв'язавши її, визначити невідомі коефіцієнти. Щоб виконати завдання за допомогою GRAN1, необхідно створити об'єкт Функція задана таблично. Точки можна вибрати, якщо вказати їх координати з екрана або з клавіатури. Для побудови параболи зазначають степінь многочлена 2. Потрібно з'ясувати, для якого розташування точок параболу не вдасться побудувати?

Доцільною для розвитку мислення школяра є вправа на визначення за графіком знака дискримінанта і знаків коефіцієнтів a, b, c. Розглянуті дослідження властивостей функції залежно від значень коефіцієнтів є пропедевтикою розв'язування задач з параметрами.

3. Зміна значення коефіцієнта c у функції $y=ax^2+bx+c$ спричинює переміщення параболи вздовж її осі $x= -b/(2a)$. Дослідити, вздовж якої кривої рухатиметься вершина параболи, якщо змінювати лише коефіцієнт a?

Для цього створюють об'єкт *y=p1*x^2+p2*x+p3* і змінюють параметр p1, надаючи йому різних значень. Щоб встановити лінію, вздовж якої рухається вершина, потрібно залишати слід параболи на площині, тобто створювати об'єкти типу «явна» для різних значень параметра p1. Значно спрощує дослідження використання послуги Об'єкт \ Нова функція з зафіксованими параметрами. Рекомендуємо в ході дослідження заносити координати вершини параболи в таблицю. їх можна отримати, підставивши значення параметрів у формули для координат вершини параболи. Простіше створити таблицю значень за допомогою GRAN1. Для цього обирають тип даних Таблично, створюють об'єкт-функцію, вказують з екрана вершини побудованих парабол та степінь многочлена, яким наближатимуть табличні дані. Оскільки крива нагадує пряму, то вибирають степінь многочлена 1 і будують цю пряму. Коли змінюється лише параметр a, траєкторія вершини описується лінійної функцією $y=bx/2+c$ (рис. 2. 3).

Якщо зафіксувати значення параметрів p1 і p3, а змінювати коефіці єнт b (p2), то встановимо, що вершина параболи буде рухатися вздовж іншої параболи, заданої рівнянням $y= -ax^2 +c$ (рис. 2.4).

4. Вивчаючи квадратичну функцію, доцільно запропонувати школярам дослідити траєкторії польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту.

Задаємо параметрично функцію, за допомогою якої можемо визн чити положення тіла над горизонтом у довільний момент часу: $x=(V_0 cosa)t$, $y=(V_0 sina)t-gt^2/2$, будуємо графік і досліджуємо, змінюючи кут чи початкову швидкість. Спочатку виконаємо дослідження за допо могою ППЗ GRAN1. При цьому для радіанної міри кута необхідно створити об'єкти типу «параметрично» за формулами *x(t)=P1*Cos(P2)*T, y(t)=P1*T*Sin(P2)-10*T^2/2.* Рухаючи бігунок параметра спочатку для P1, а потім для P2, досліджують залежність дальності польоту і висоти підйому від початкового кута і початкової швидкості. У процесі дослідження встановлюють світловий курсор на функцію з параметром та використовують для створення траєкторій польоту послугу Об'єкт Нова функція з зафіксованими параметрами. Графіки, побудовані за допомогою GRAN1, можна розрізняти за кольорами. В ході дослідження необхідно встановити, що найбільша дальність польоту досягається, ко ли початковий кут рівний 45°. Обґрунтовують результати дослідження влfстивостями квадратичної функції, заданої формулою $y=xtga-gx^2/(2v^2cos^2a)$.

Розглянемо добірку завдань для вивчення властивостей логарифмічної функції за допомогою GRAN1. До тематичного оцінювання учень повинен знати означення, властивості логарифмів, графік логарифмічної функції, будувати графіки за допомогою перетворень, застосовувати властивості функції до розв’язування рівнянь та нерівностей. На панелі введення даних виділено натуральні логарифми ln(x), десяткові lg(x) та логарифми з довільною допустимою основою *log(p1,x).* В дужках на першому місці вказується основа, через кому вираз під знаком логарифма.

На етапі мотивації доцільно навести школярам приклади залежностей, які виражаються через логарифмічну функцію. За формулами, що містять логарифмічні функції, визначають інтенсивність звуку, повну вартість продукції, виготовленої на фабриці; їх використовують при визначенні сили землетрусу (показники шкали Ріхтера), для встановлен ня об’єму легенів людини *V(x)* $\frac{110\left(\ln[x-2)\right]}{x}$, де x – вік людини в роках *x* *(xє[10;100]) [53].* Графік функції об’єму легенів людини представлений на рис. 2.39. Для його побудови за допомогою GRAN1 на панелі введення даних набирають вираз *У=110*(ln(x)-2)/x.*

Пропонуємо учням самостійно знайти функцію, обернену до показникової y=a^x, скориставшись відомим алгоритмом відшукання формули функції, оберненої до даної: встановити проміжки монотонності і з’ясувати, що показникова функція оборотна; розв’язати рівняння відносно змінної x; поміняти позначення незалежної і залежної змінних. За допомогою GRAN1 можна розглянути неявно задані функціональні залежності *y – P1^x = 0 і x – P1^y = 0* . Для параметра P1 зазначаємо межі зміни *[0.1;7]* та крок зміни 0,1. Змінюємо основу, рухаючи за допомогою миші чи клавіш управління курсором ←, → бігунок параметра, і досліджуємо зміну графіків функцій. Графіки даних функцій симетричні від носно прямої *y=x*. В результаті дослідження школярі зможуть зробити висновки про залежність властивостей логарифмічної функції від основи логарифма і порівняти властивості логарифмічної функції з властивостями показникової. Потрібно пояснити, що отримаємо при P1=1 чи P1<0.

Не розглядаючи детально всі теми, досліджуванні у курсі математики середньої загальноосвітньої школи, можна помітити, що комп'ютерна програма згаданого типу може бути використана практично на всіх уроках математики, починаючи вже з п'ятих - шостих класів, зокрема при вивченні системи координат на прямій і на площині, планіметрії, поняття функції, елементарних функцій й їх властивостей.

Зрозуміло, що крім програми відзначеного типу вчитель при необхідності може використати різного роду тренажери, програми для контролю знань, збір статистичних даних щодо навчального процесу і їхнього проароблення тощо. Використання таких програм дає можливість учителеві значно інтенсифікувати спілкування з учнями й учнів між собою, більше уваги приділити задачам на доказ, на постановку задач, побудова їхніх математичних моделей, розробку й дослідження методів розв'язання задач, дослідження рішень, логічний аналіз умов задач, пошук нестандартних підходів до розв'язання задач, виявленню закономірностей, яким підкоряються досліджувані процеси і явища, перевести на комп'ютер рутинні, чисто технічні й нецікаві операції, ручне виконання яких практично не розвиває інтелект дитини, а часто навіть, навпроти, гасить його, коли дитина вподібнюється роботу або комп'ютеру, виконуючи замість нього обчислювальні, графічні й інші технічні операції.

Зрозуміло, що заняття з математики, орієнтовані на використання засобів навчання згаданих типів, повинні проводитися відповідним чином оснащеному технічними й програмними засобами класі. У таких класах повинні вивчатися всі навчальні предмети, а не тільки основи інформатики й обчислювальної техніки. Це у свою чергу буде сприяти розширенню й поглибленню між предметних зв'язків, інтеграції окремих навчальних предметів, їхньому взаємопроникненню й взаємодії, що в остаточному підсумку дасть можливість в окремих навчальних закладах або класах опановувати елементами нових інформаційних технологій й інформаційної культури при вивченні різних навчальних дисциплін, а не лише окремого, майже ізольованого від інших, навчального курсу "Основи інформатики й обчислювальної техніки".

У **GRAN1** можна побудувати графіки восьми основних типів залежностей між змінними. Одночасно у вікні можна відобразити до п'яти графіків, усі вони автоматично малюються різними кольорами. Колір ліній кожного об'єкта відображається у вікні **Список об'єктів** біля рівняння функції.

Загальний алгоритм побудови графіка залежності між змінними:

1. Вибрати у вікні **Список об'єктів** тип залежності між змінними.
2. Вибрати у меню **Об'єкт** команду **Створити.**
3. Увести у поле діалогового вікна **Введення виразу залежності** відповідний вираз і вибрати кнопку **ОК**.
4. Вибрати у меню **Графік** команду **Побудувати графік**.

Розглянемо алгоритм побудови графіка функції на такому прикладі.

Задача 2. Побудувати графік функції $y = |x^2 - 8|x| + 7|$.

1. Розв'язування рівнянь і систем рівнянь графічним способом.

Розглянемо, як можна використати програмний засіб **GRAN1** для графічного розв'язування рівняння з однією змінною. Алгоритм розв'язування даного типу завдань складається з трьох етапів:

1. Побудувати графік залежності.
2. Відмітити на координатній площині точку перетину графіка функції з віссю Ox.
3. Визначити координати вказівника, які відображаються у верхньому рядку вікна **Графік**. Це і буде наближеним коренем рівняння. Отримані у такий спосіб значення є наближеними. Похибка виникає за

рахунок того, що переміщення вказівника на **Робочому полі** має свій крок. Розглянемо графічне розв'язування рівнянь з однією змінною.

Задача 3. Розв'язати рівняння $x^3 - 2x + 6 = 0$ графічним способом.

Для системи рівнянь алгоритм знаходження наближеного розв’язку виглядатиме так:

1. Побудувати графіки кожного з рівнянь системи.
2. Відмітити на координатній площині точки перетину побудованих графіків.
3. Визначити координати вказаних точок.

2.2 Графічне розв'язування рівнянь, систем рівнянь, нерівностей і систем нерівностей

Нехай необхідно розв'язати рівняння $f(x)=0$, тобто в області задання залежності $y=f(x)$ знайти всі значення аргументу x такі, що відповідні їм значення $f(x)$ дорівнюють нулю.

При графічному поданні залежності $y=f(x)$ знайти розв'язок рівняння $f(x)=0$ значить – знайти всі точки на графіку залежності $y=f(x)$, ординати яких дорівнюють нулю. Іншими словами, потрібно знайти точки, що належать одночасно графіку залежності $y=f(x)$ і осі абсцис Ox, рівняння якої $y=0$, тобто точки, що лежать як на лінії (прямій чи кривій), рівняння якої $y=f(x)$, так і на лінії, рівняння якої $y=0$.

Побудувавши графік залежності $y=f(x)$ (використовуючи послугу "Графік/Побудувати") і встановивши курсор у відповідну точку для отримання її координат, легко визначити абсциси всіх точок на графіку залежності $y=f(x)$, що лежать також і на осі Ox.

Приклади

1. Знайти розв'язки рівняння $x^2-3=0$.

Побудувавши графік залежності $y=x^2-3$ і встановивши курсор таким чином, щоб абсциса курсору співпала з точкою перетину графіка функції з віссю Ox, одержимо $x_1 \approx -1.73$, $x_2 \approx 1.73$ (рис.2.2.1).

Якщо потрібно уточнити значення коренів, можна збільшити частину графіка чи змінити відрізок, на якому визначена функція, і побудувати графік досліджуваної залежності в досить малих околах раніше визначених точок у значно збільшеному масштабі.

2. Знайти розв'язки рівняння $|x-1|+|x+1|-2=0$.

Побудувавши графік залежності $y=abs(x-1)+abs(x+1)-2$, можна переконатися, що будь-яка точка на осі Ox із проміжку $[-1,1]$ належить графіку (рис. 2.2.2). Таким чином рівняння має нескінченну множину розв'язків – будь-яке значення $x \in [-1,1]$ є розв'язком даного рівняння.

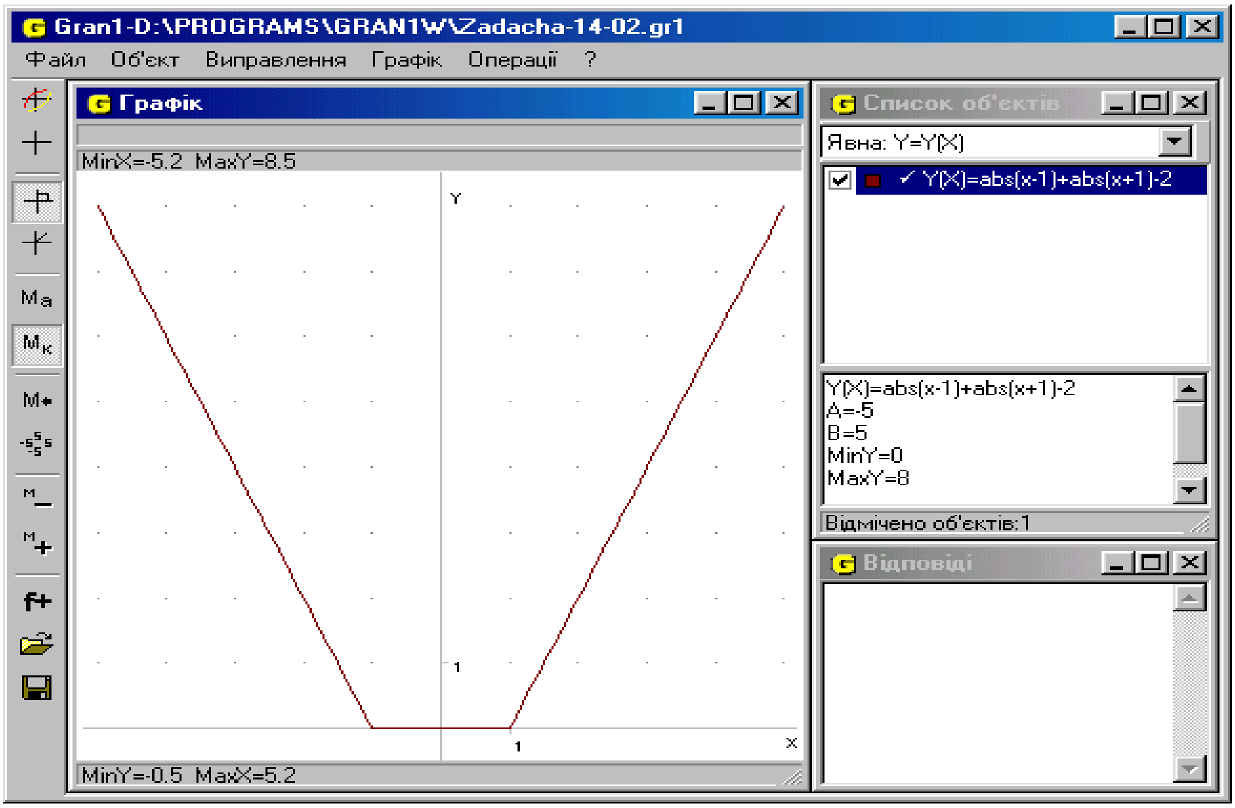


Рис. 2.2.1

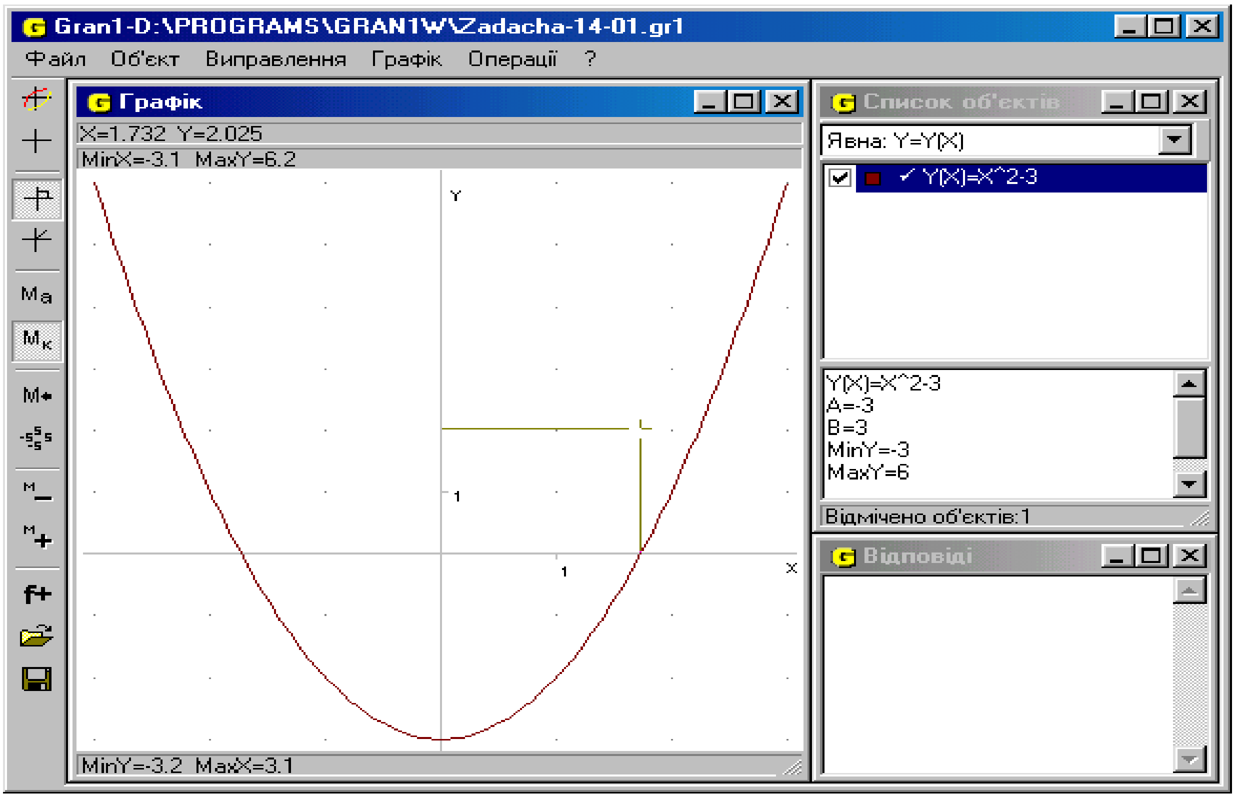


Рис 2.2.2

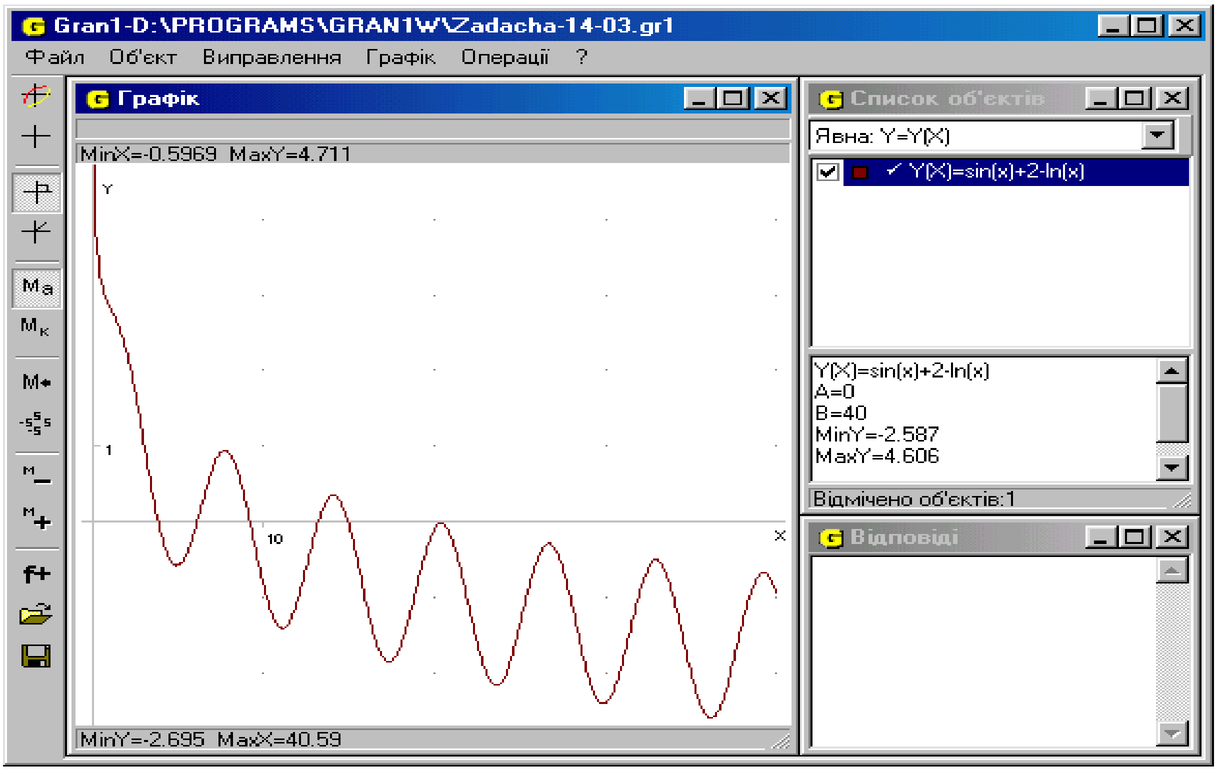


Рис 2.2.3

3. Знайти розв’язки рівняння $\sin x + 2 - \ln x = 0$.

Побудувавши графік залежності $y = \sin(x) + 2 - \ln(x)$ на проміжку $[-1, 40]$ (рис. 2.2.3), можна переконатися (враховуючи властивості функцій $\sin x$ і $\ln x$), що за межами проміжку $[-1, 40]$ немає коренів розглядуваного рівняння.

При розгляді графіка залежності $y = \sin(x) + 2 - \ln(x)$, поданого на рис. 2.2.3, може скластися враження, що рівняння $\sin x + 2 - \ln x = 0$ має 6 розв’язків: $x_1 \approx 3.9$; $x_2 \approx 6.1$; $x_3 \approx 9.2$; $x_4 \approx 13.2$; $x_5 \approx 14.9$; $x_6 \approx 20.25$.

Якщо велика точність обчислень не потрібна, то з такими висновками можна погодитися.

Однак якщо потрібна більш висока точність результатів, то збільшуючи масштаб графічних побудов у досить малих околах точок x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 (рис. 2.2.4, 2.2.5), можна переконатися, що дане рівняння має 5 розв’язків:

$x_1 = 3.851$; $x_2 = 6.088$; $x_3 = 9.203$; $x_4 = 13.184$; $x_5 = 14.928$.

Слід зауважити, що точний аналітичний розв’язок розглянутого рівняння знайти неможливо, а пошук наближених його розв’язків без використання графічних побудов вимагає досить трудомістких обчислень і ретельного аналізу їх результатів.

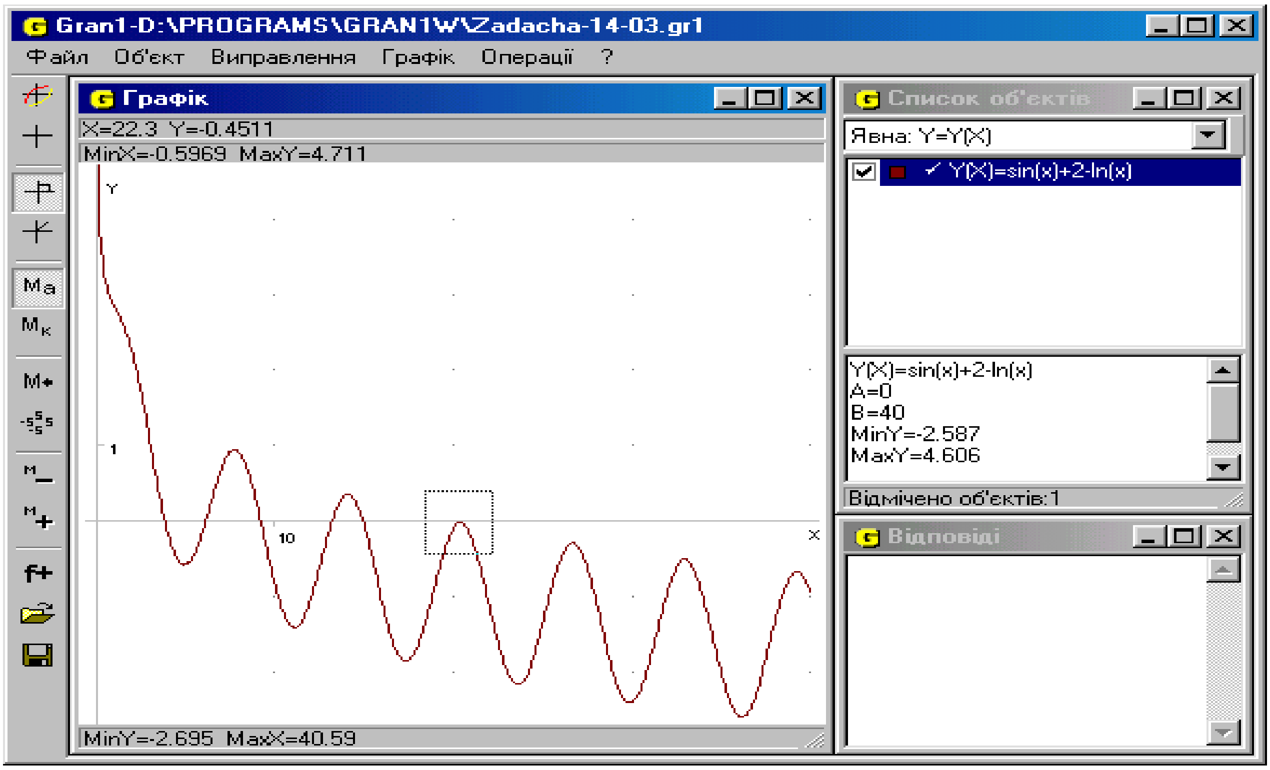


Рис. 2.2.4

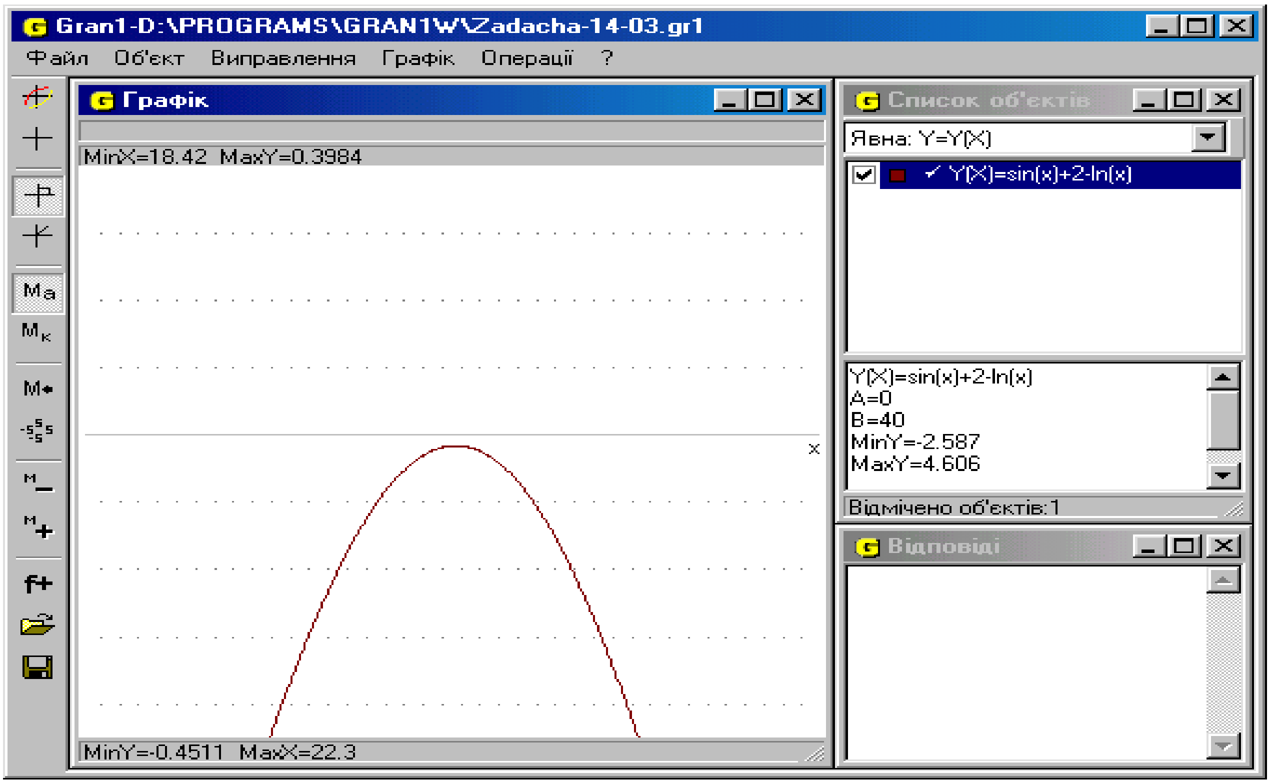


Рис 2.2.5

В обчислювальній математиці вивчаються спеціальні методи для відшукання наближених розв'язків рівнянь виду $f(x)=0$ на заданому проміжку $[a,b]$ (метод поділу відрізка пополам, метод хорд, метод дотичних, метод ітерацій і ін.).

Іноді рівняння $f(x)=0$ зручно подати у вигляді: $f_1(x)-f_2(x)=0$, де $f_1(x)-f_2(x)=f(x)$, чи деяка задача приводить до відшукання розв'язків рівняння виду $f_1(x)=f_2(x)$. У такому випадку зручно побудувати графіки залежностей $y=f_1(x)$ і $y=f_2(x)$, після чого по черзі встановити курсор у точках перетину графіків та визначити координати точок, що належать обом графікам. Абсциси x так знайдених точок і будуть розв'язками рівняння $f_1(x)=f_2(x)$. При так знайдених значеннях x значення $f_1(x)$ і $f_2(x)$ будуть рівні між собою.

4. Знайти розв'язки рівняння: $\sqrt[3]{x}+\frac{1}{8}\sin(10x)=\log_{\frac{1}{2}}(x+3.5).$

Побудувавши графіки залежностей $y=\sqrt[3]{x}+\frac{1}{8}\sin(10x)$ і $y=\log_{0.5}(x+3.5)$, легко переконатися, що дане рівняння має єдиний розв'язок. Встановивши курсор в точку перетину графіків функцій, одержимо $x\approx-1.294$ (рис. 2.2.6).

Нехай тепер потрібно розв'язати систему рівнянь виду

$$\begin{cases} G_1(x,y)=0, \\ G_2(x,y)=0, \end{cases}$$

де $G_1(x,y)$ і $G_2(x,y)$ деякі вирази від двох змінних x і y.

Встановивши тип задання залежності $G(x,y)=0$ і побудувавши графіки залежностей $G_1(x,y)=0$ і $G_2(x,y)=0$, після чого встановивши по черзі курсор в точках перетину графіків, легко визначити координати точок, що задовольняють обом рівнянням $G_1(x,y)=0$ і $G_2(x,y)=0$ одночасно, тобто координати точок перетину ліній, описуваних рівняннями $G_1(x,y)=0$ і $G_2(x,y)=0$

5. Розв’язати систему рівнянь $\begin{cases} x^2+y^2=16, \\ \lg(xy)=0.1. \end{cases}$

Подамо вказані рівняння у вигляді відповідно $0=x^2+y^2-16$, $0=\lg(xy)-0.1$ і побудуємо графіки вказаних залежностей (рис. 2.2.7).

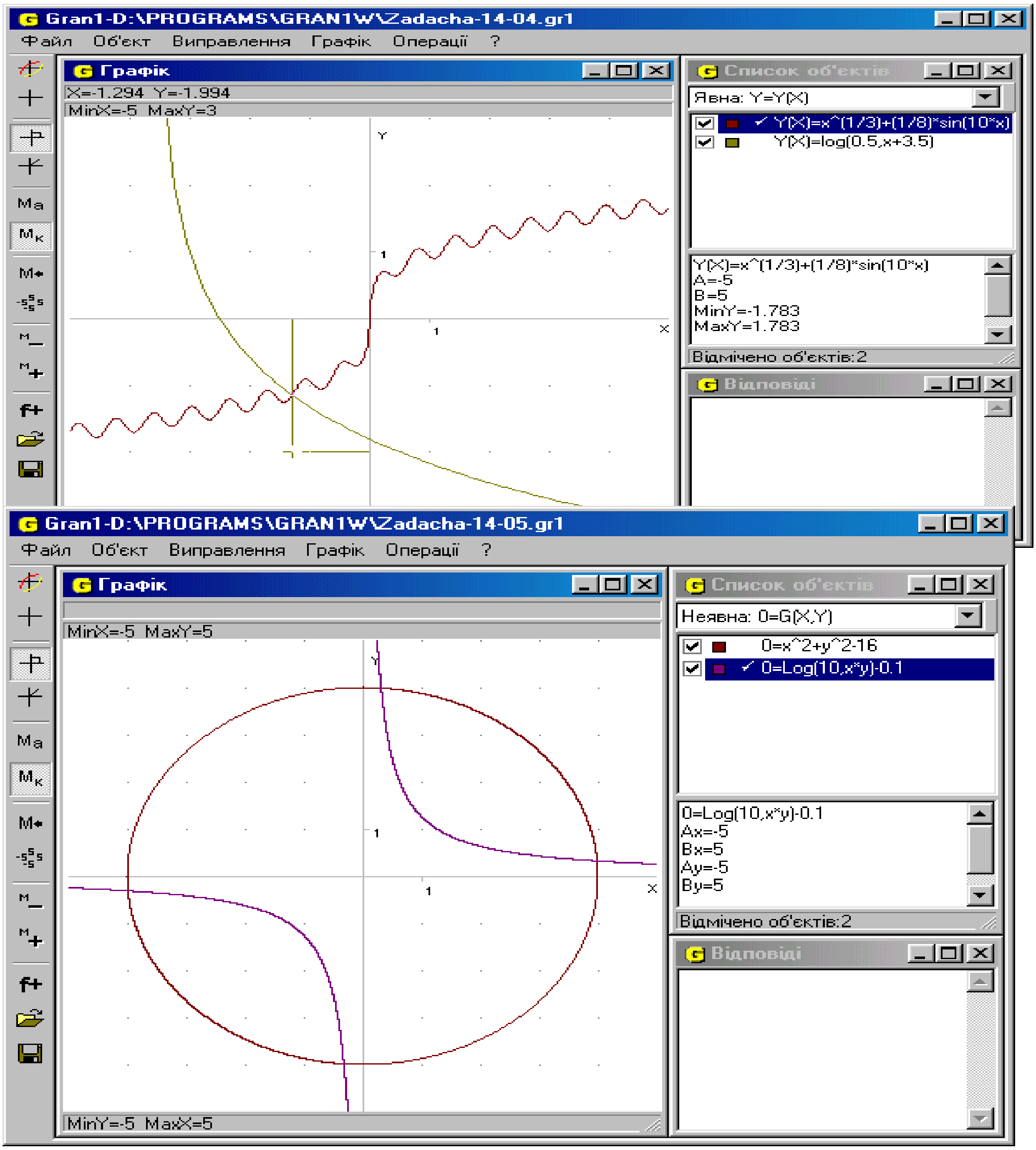


Рис. 2.2.6

Рис. 2.2.7

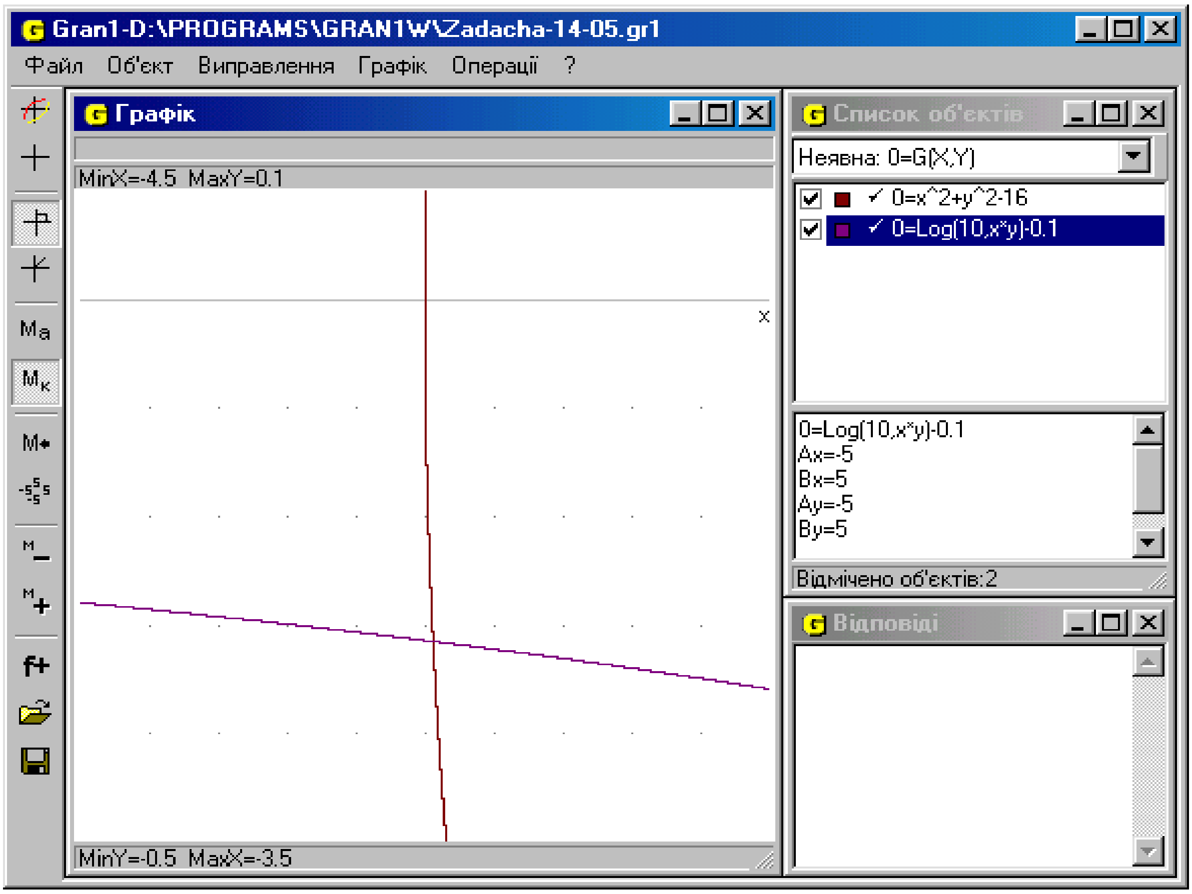


Рис. 2.2.8

Встановивши по черзі курсор в кожну з точок перетину графіків, одержимо:

1) $x \approx -4.03$, $y \approx -0.25$; 3) $x \approx 0.24$, $y \approx 4.04$;

2) $x \approx -0.28$, $y \approx 3.97$; 4) $x \approx 3.97$, $y \approx 0.28$.

Для більш точного визначення координат точок перетину графіків потрібно збільшити масштаб побудов, тобто використати послугу “Збільшити” чи змінити межі, у яких змінюються змінні x і y. Наприклад, якщо змінити масштаб, вказавши межі $MinX = -4.5$, $MaxX = 3.5$, $MinY = -0.5$, $MaxY = 0.1$, і побудувати відповідні графіки, одержимо зображення, подане на рис. 14.8. Використовуючи координатний курсор, цього разу одержимо $x \approx -3.99$, $y \approx -0.31$, причому при переміщенні курсору уточнюється (змінюється) третя після коми цифра.

Якщо покласти $MinX=-4.0$, $MaxX=-3.98$, $MinY=-0.32$, $MaxY=-0.3$ (використовуючи послугу “Графік/Масштаб/Масштаб користувача”), тоді одержимо $x\approx-3.987$, $y\approx-0.315$, причому при переміщенні курсору уточнюється (змінюється) четверта після коми цифра.

Слід зауважити, що задачу відшукання розв’язків рівняння $f(x)=0$ також можна розглядати як задачу про відшукання розв’язків системи рівнянь

$$\begin{cases}0=y-f(x),\\ 0=y,\end{cases}$$

а задачу відшукання розв’язків рівняння $f_1(x)=f_2(x)$ – як задачу відшукання розв’язків системи рівнянь

$$\begin{cases}0=y-f_1(x),\\ 0=y-f_2(x).\end{cases}$$

Досить часто відшукання розв’язків системи рівнянь виду $\{\,G_1(x,y)=0$, $G_2(x,y)=0\,\}$ за допомогою графічних побудов є мало не єдиним придатним для практичних застосувань методом, оскільки метод виключення змінних чи інші методи не завжди приводять до бажаних результатів або ж надто складні.

6. Розв’язати систему рівнянь (рис. 2.2.9):

$$\begin{cases}0=\sin(xy)+\cos(x-y),\\ 0=x/y-\lg(x+y).\end{cases}$$

Виключити одну із змінних x чи y у даному випадку не вдається і важко запропонувати який-небудь практично придатний підхід до розв’язування задачі, окрім графічного.

Очевидно, графічні побудови можуть бути використані для визначення точок перетину ліній незалежно від типу задання відповідних їм залежностей. Якщо, наприклад, потрібно визначити координати точок кола $x^2+y^2=9$, що лежать або на параболі $y=\dfrac{x^2}{7}-2$ або на п’ятипелюстковій троянді $\rho=5\sin(5\varphi)$ (рис. 2.2.10), то побудувавши графіки вказаних залежностей і використовуючи координатний курсор, одержимо координати шуканих точок (з точністю до сотих):

1) $x=-2.89$, $y=-0.81$; $x=-2.89$, $y=0.39$;

2) $x=2.89$, $y=-0.81$; $x=2.89$, $y=0.39$;

3) $x=-2.18$, $y=-2.06$; $x=-2.63$, $y=1.44$;

4) $x=2.18$, $y=-2.06$; $x=2.63$, $y=1.44$;

5) $x=-1.29$, $y=-2.71$; $x=-0.55$, $y=2.95$;

6) $x=1.29$, $y=-2.71$; $x=0.55$, $y=2.95$.

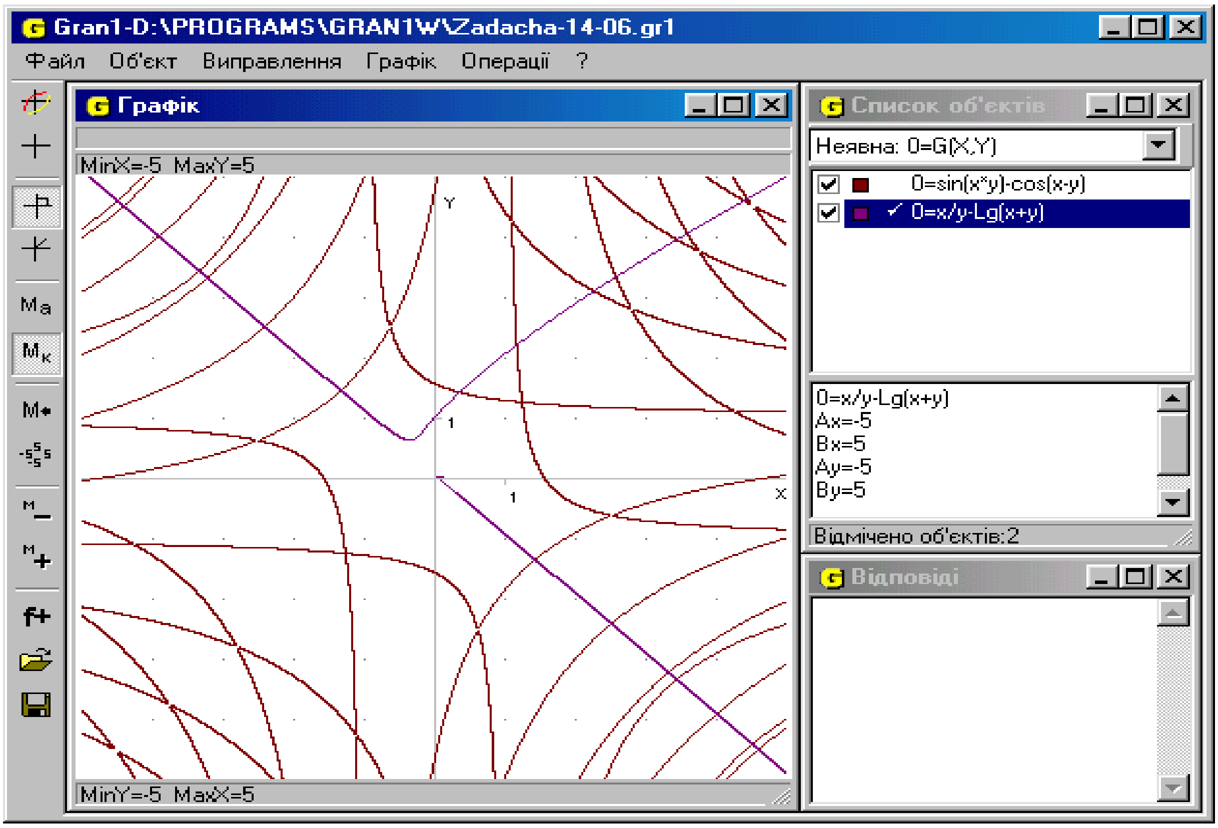


Рис. 2.2.9

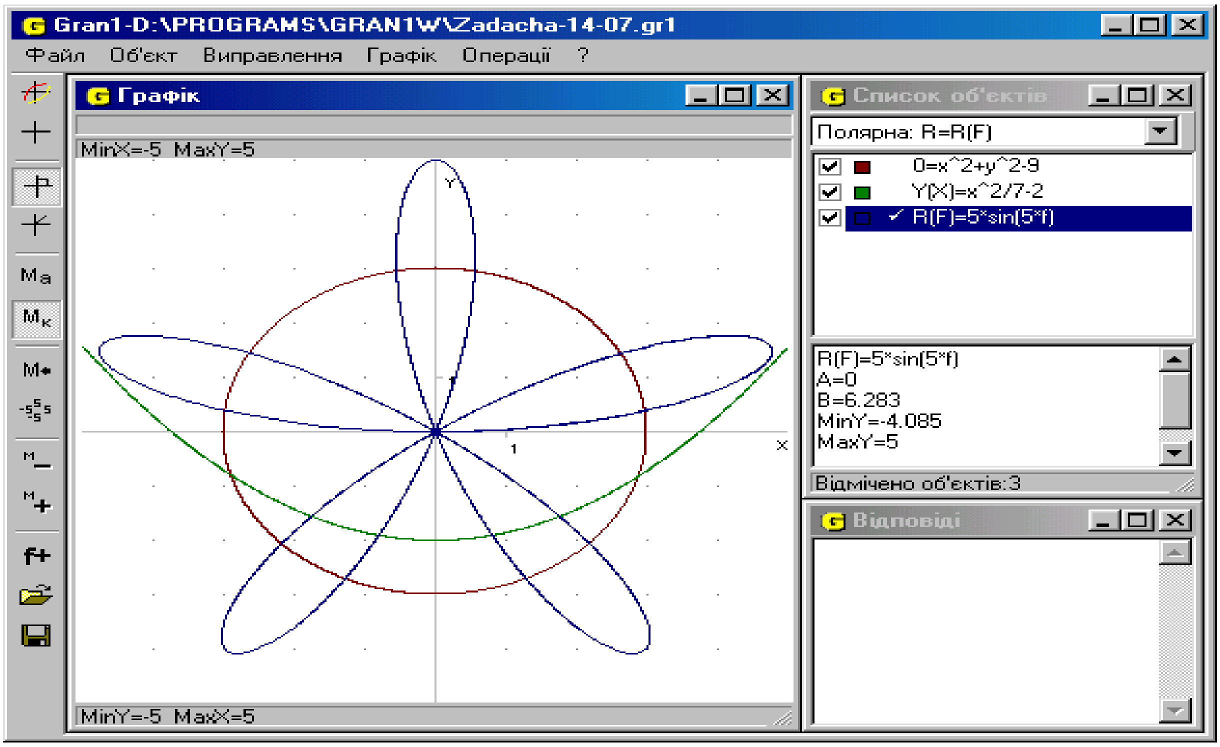


Рис 2.2.10

7. З точки (1,0) у момент t_1 з початковою швидкістю $V_1 = 5.5$ під кутом 0.6 (радіан) до горизонту кидається деяке тіло, а з точки (2, 0) у момент t_2 з початковою швидкістю $V_2 = 4.5$ під кутом 1.2 (радіан) до горизонту кидається інше тіло.

а) Чи можливе зіткнення цих тіл? Яким повинно бути t_2, щоб зіткнення не сталося?

Координати першого тіла з часом t змінюються за законом

$$x_1(t) = x_1 + V_1 \cos(\alpha_1)(t - t_1),$$

$$y_1(t) = y_1 + V_1 \sin(\alpha_1)(t - t_1) - \frac{g}{2}(t - t_1)^2,$$

де (x_1, y_1) точка старту, g – прискорення вільного падіння, а координати другого тіла – за законом

$$x_2(t) = x_2 + V_2 \cos(\alpha_2)(t - t_2),$$

$$y_2(t) = y_2 + V_2 \sin(\alpha_2)(t - t_2) - \frac{g}{2}(t - t_2)^2.$$

Вибравши t_1 і t_2 довільно, наприклад $t_1 = 1$, $t_2 = 2$, і враховуючи конкретні дані розглядуваного прикладу, побудуємо траєкторію польоту першого тіла

$x_1(t) = 1 + 5.5\cos(0.6)(t-1)$,

$y_1(t) = 0 + 5.5\sin(0.6)(t-1) - 4.9(t-1)^2$,

і другого тіла

$x_2(t) = 2 + 4.5\cos(1.2)(t-2)$,

$y_2(t) = 0 + 4.5\sin(1.2)(t-2) - 4.9(t-2)^2$.

Оскільки траєкторії перетинаються в точках $x^* \approx 2.22$, $y^* \approx 0.48$ і $x^{**} \approx 3.25$, $y^{**} \approx 0.34$, то якщо момент t_2 вибирати довільно, зіткнення тіл можливе (рис. 2.2.11).

Момент кидання другого тіла, при якому зіткнення тіл не відбудеться, можна визначити різними способами. Наприклад, визначити час польоту першого тіла від точки старту до точки (x^*, y^*) перетину траєкторій і в такий спосіб встановити момент часу, в який перше тіло буде знаходитися в точці (x^*, y^*). Потім встановити час, необхідний для досягнення другим тілом точки (x^*, y^*). Після цього легко визначити момент старту другого тіла так, щоб обидва тіла не виявилися в точці (x^*, y^*) одночасно. Час, необхідний для досягнення першим тілом точки (x^*, y^*), можна визначити графічно, добираючи відрізок задання $[1, \mathrm{t}_1]$ першої залежності так, щоб траєкторія польоту тіла закінчувалася в точці (x^*, y^*). Змінюючи t_1 відповідним чином, можна встановити момент досягнення першим тілом точки (x^*, y^*). Те ж стосується і траєкторії другого тіла.

На рис. 2.2.12 видно, що перше тіло досягає точки перетину траєкторій (x^*, y^*) у момент $t_1 \approx 1.27$, тобто перше тіло від точки старту до точки (x^*, y^*) долітає за час 0.27.

Друге тіло досягає точки (x^*, y^*) у момент $t_2 \approx 2.137$ (рис. 2.2.13), якщо стартує в момент $t_2 = 2$, тобто друге тіло досягає точки (x^*, y^*) через час 0.137 від моменту старту.

Оскільки перше тіло буде знаходитися в точці (x^*, y^*) в момент $t_1 \approx 1.27$, то щоб не відбулося зіткнення, друге тіло не повинне стартувати в момент $t_2 \approx 1.133$

Аналогічно можна визначити, що для того, щоб тіла не зіткнулися в точці $(x^{**}, y^{**}) \approx (3.25, 0.34)$, необхідно, щоб момент старту другого тіла був відмінним від 0.729.

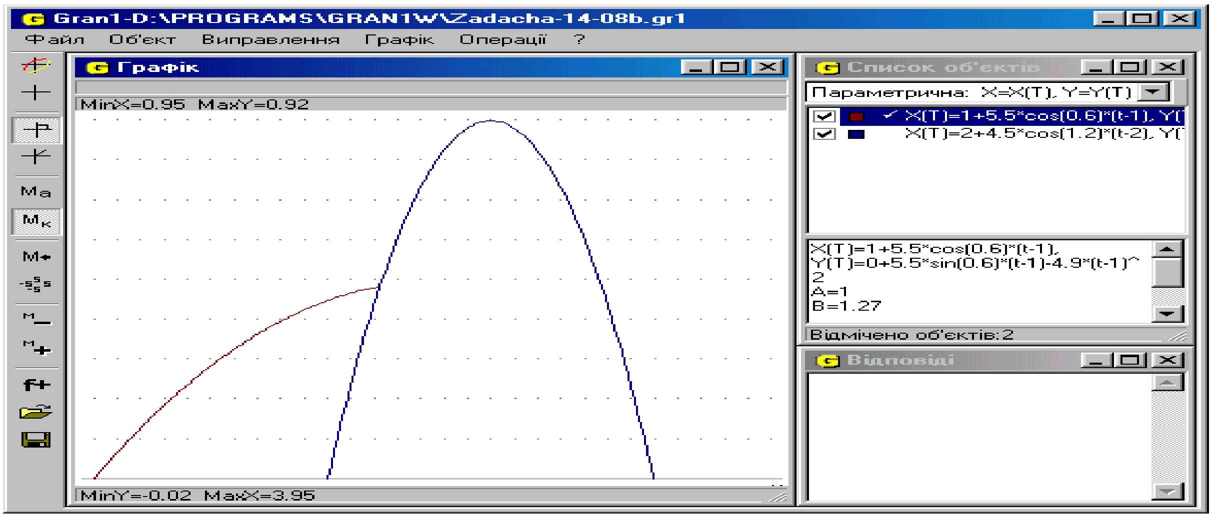


Рис 2.2.11

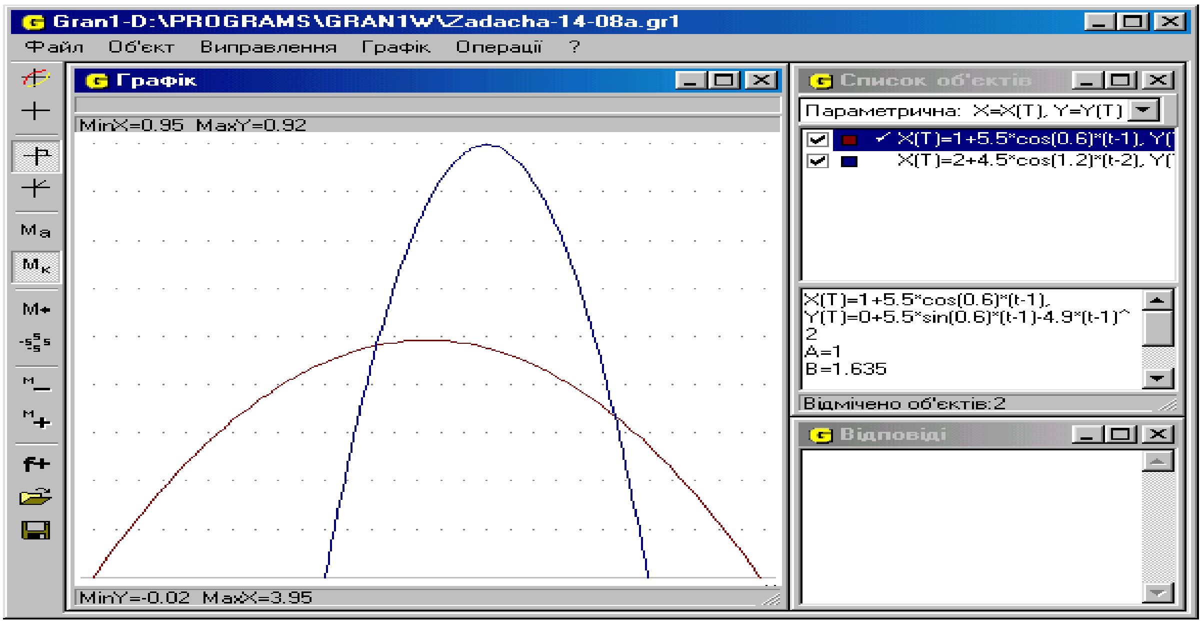


Рис. 2.2.12

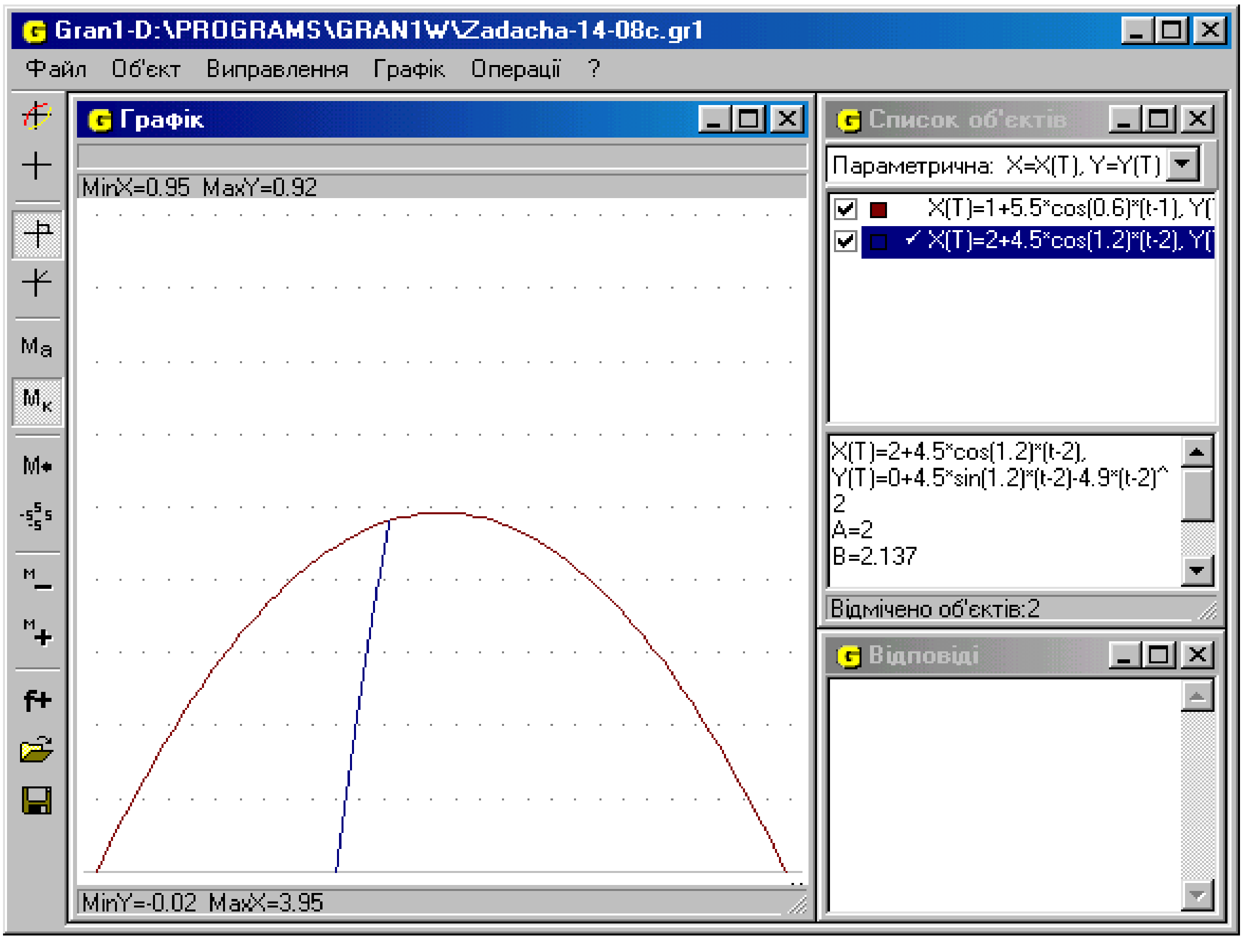


Рис. 2.2.13

Інший спосіб – прирівняти координати $x_1(t)$ і $x_2(t)$, $y_1(t)$ і $y_2(t)$ і визначити величини $(t-t_1)$ і $(t-t_2)$ з рівностей

$$0=(x_2-x_1)+V_2\cos\alpha_2(t-t_2)-V_1\cos\alpha_1(t-t_1),$$

$$0=(y_2-y_1)+V_2\sin\alpha_2(t-t_2)-\frac{g}{2}(t-t_2)^2-V_1\sin\alpha_1(t-t_1)+\frac{g}{2}(t-t_1)^2.$$

Позначивши $(t-t_1)$ через x і $(t-t_2)$ через y, побудуємо графіки так отриманих неявно заданих залежностей між змінними x і y (тобто між величинами $(t-t_1)$ і $(t-t_2)$), і знайдемо точки їх перетину (рис. 2.2.14), розв'язавши в такий спосіб вказану систему двох рівнянь з двома невідомими $(t-t_1)$ і $(t-t_2)$. Як видно з рис. 2.2.14, перше тіло досягає точки (x^*,y^*) за час 0.27, а друге за час 0.137. В такий спосіб можна встановити час, необхідний для досягнення кожним з тіл точки (x^*,y^*), а отже і момент старту t_2 другого тіла таким, щоб зіткнення не відбулося.

Що стосується точки (x^{**}, y^{**}), то аналогічно до попереднього можна встановити, що перше тіло досягає цієї точки за час 0.496, а друге за час 0.767.

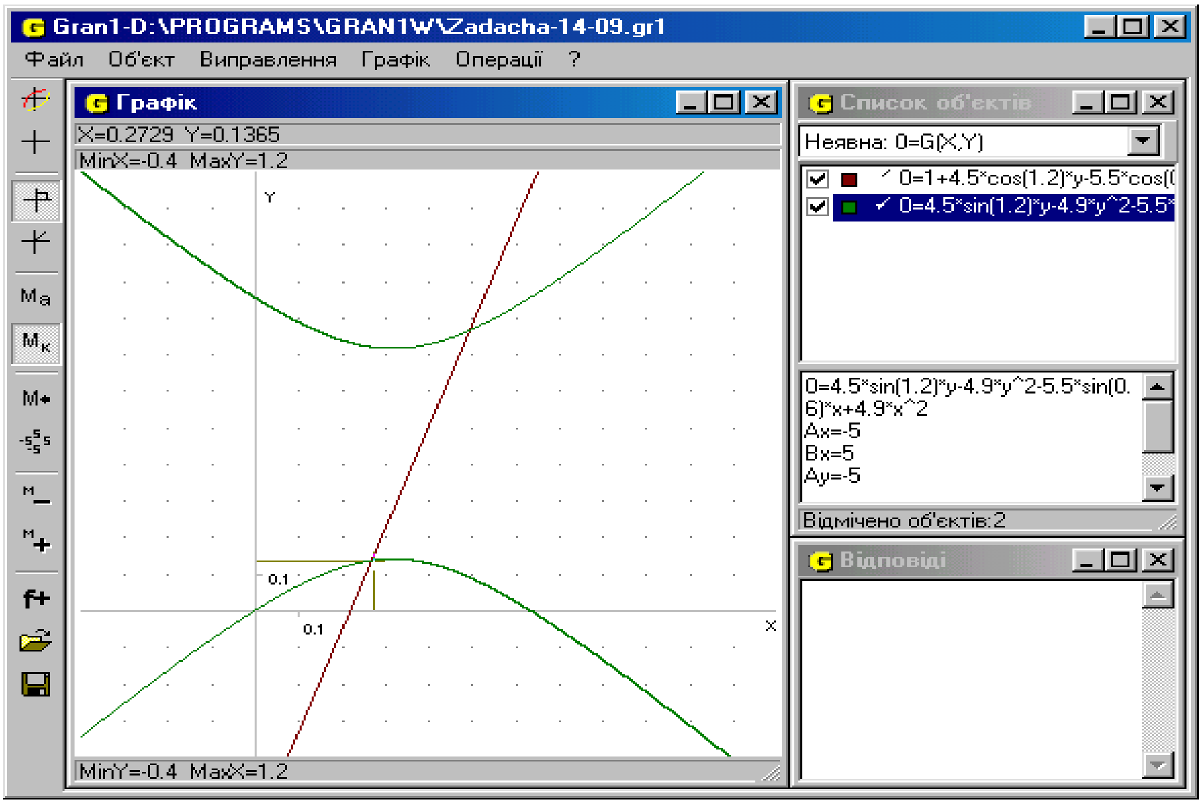


Рис. 2.2.14

Таким чином, щоб не відбулося зіткнення в точці (x^{**}, y^{**}), друге тіло не повинне стартувати в момент $t = 0.729$.

б) Якщо $x_1 = 1$, $y_1 = 0$, $t_1 = 1$, $V_1 = 5.5$, $\alpha_1 = 0.6$, $x_2 = 2$, $y_2 = 0$, $t_2 = 1.5$, $V_2 = 4.5$, $\alpha_2 = 0.9$, то якою буде найменша відстань між тілами під час польоту і в який момент часу?

Оскільки $D^2(t) = (x_2(t) - x_1(t))^2 + (y_2(t) - y_1(t))^2$, то перепозначивши змінну t через x, побудуємо графік функції $D^2(x)$, і потім (після відповідного збільшення), змінюючи масштаб побудови, знайдемо: найменша відстань між тілами буде $(1.71)^{0.5} \approx 1.31$ в момент $t \approx 1.485$ (рис. 2.2.15).

в) Якими повинні бути V_2 і α_2, щоб, стартуючи в момент перетину першим тілом прямої $y = tg\dfrac{3\pi}{4}(x-2)$, друге тіло одночасно з першим досягло точки, в якій перше тіло виходить за межі околу радіуса 0.2 з центром в точці перетину траєкторією першого тіла вказаної прямої? (рис. 2.2.16).

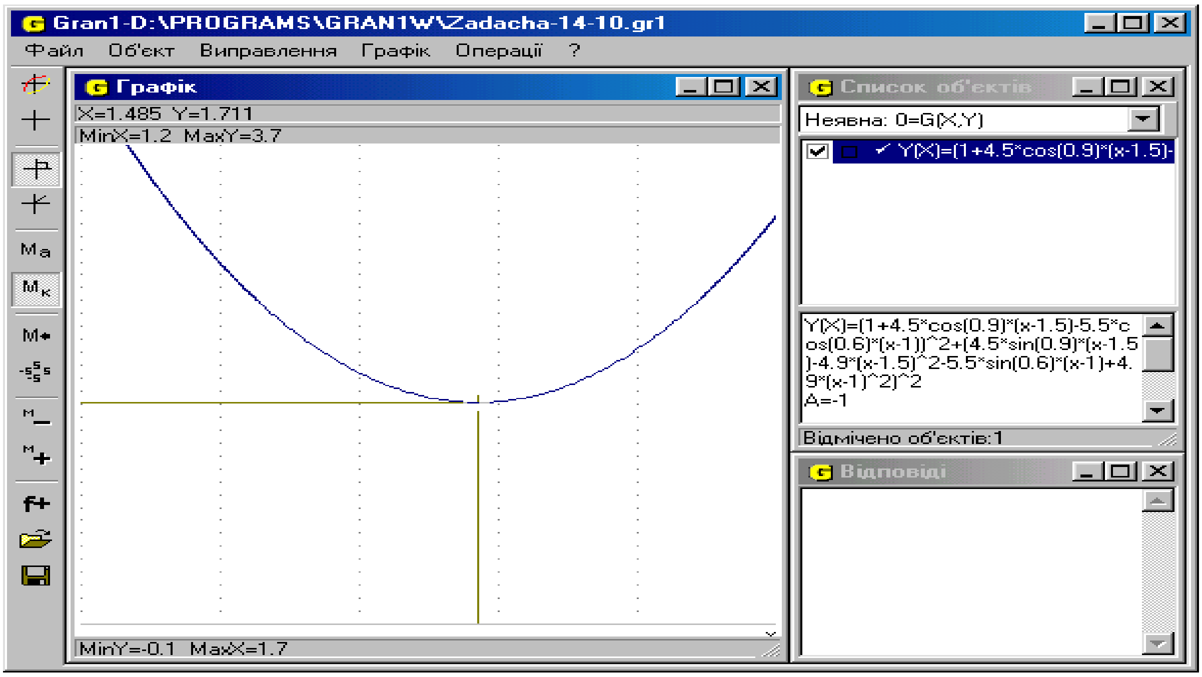


Рис. 2.2.15

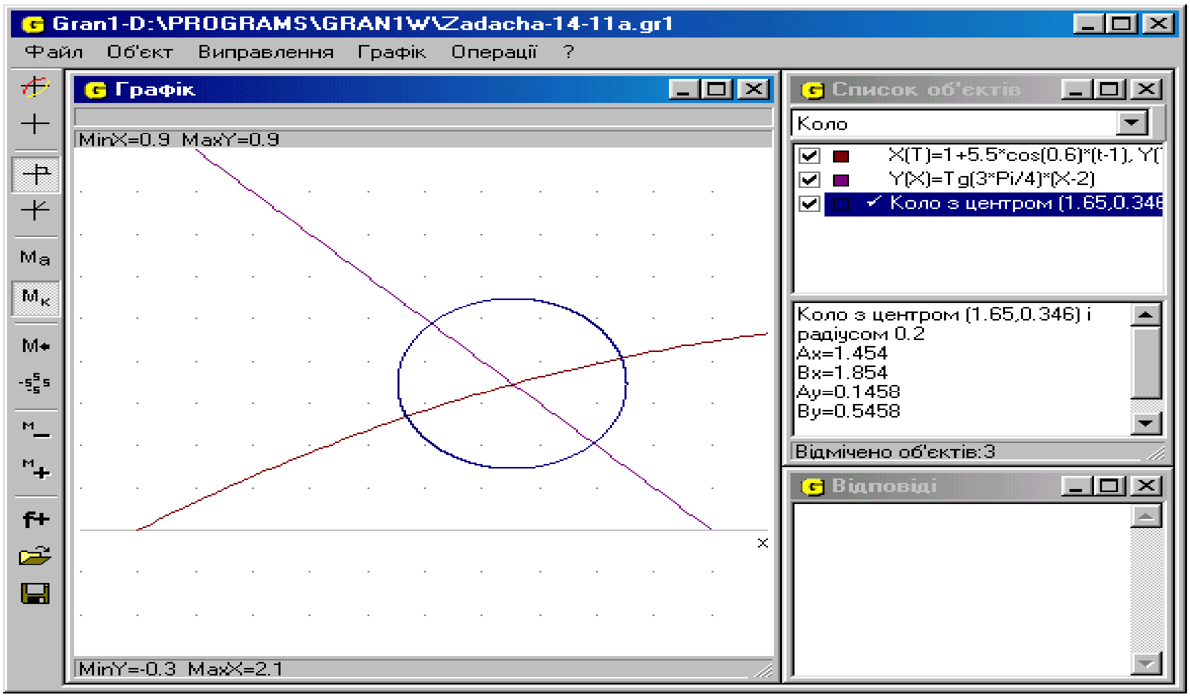


Рис. 2.2.16

Перше тіло досягає вказаної прямої в момент $t \approx 1.144$ у точці $x \approx 1.65$, $y \approx 0.35$ (рис. 2.2.17), а за межі околу $(x-1.65)^2 + (y-0.35)^2 = (0.2)^2$ виходить у момент $t \approx 1.185$ в точці $x \approx 1.84$, $y \approx 0.41$ (рис. 2.2.18). Таким чином друге тіло повинне стартувати в момент $t = 1.144$ і в момент $t = 1.185$ досягти точки $x = 1.84$, $y = 0.41$.

Отже, повинні виконуватися рівності

$$2 + V_2 \cos\alpha_2 (1.185 - 1.144) = 1.84\,,$$

$$V_2 \sin\alpha_2 (1.185 - 1.144) - 4.9(1.185 - 1.144)^2 = 0.41\,.$$

Перепозначивши невідомі V_2 через x, α_2 через y, знайдемо розв'язок системи рівнянь:

$$\begin{cases} 2 + x\cos(y)\,0.041 - 1.84 = 0, \\ x\sin(y)\,0.041 - 4.9\,(0.041)^2 - 0.41 = 0. \end{cases}$$

Як видно з рис. 2.2.19, наближеним розв'язком такої системи рівнянь буде $x = V_2 \approx 10.7$, $y = \alpha_2 \approx 1.95$.

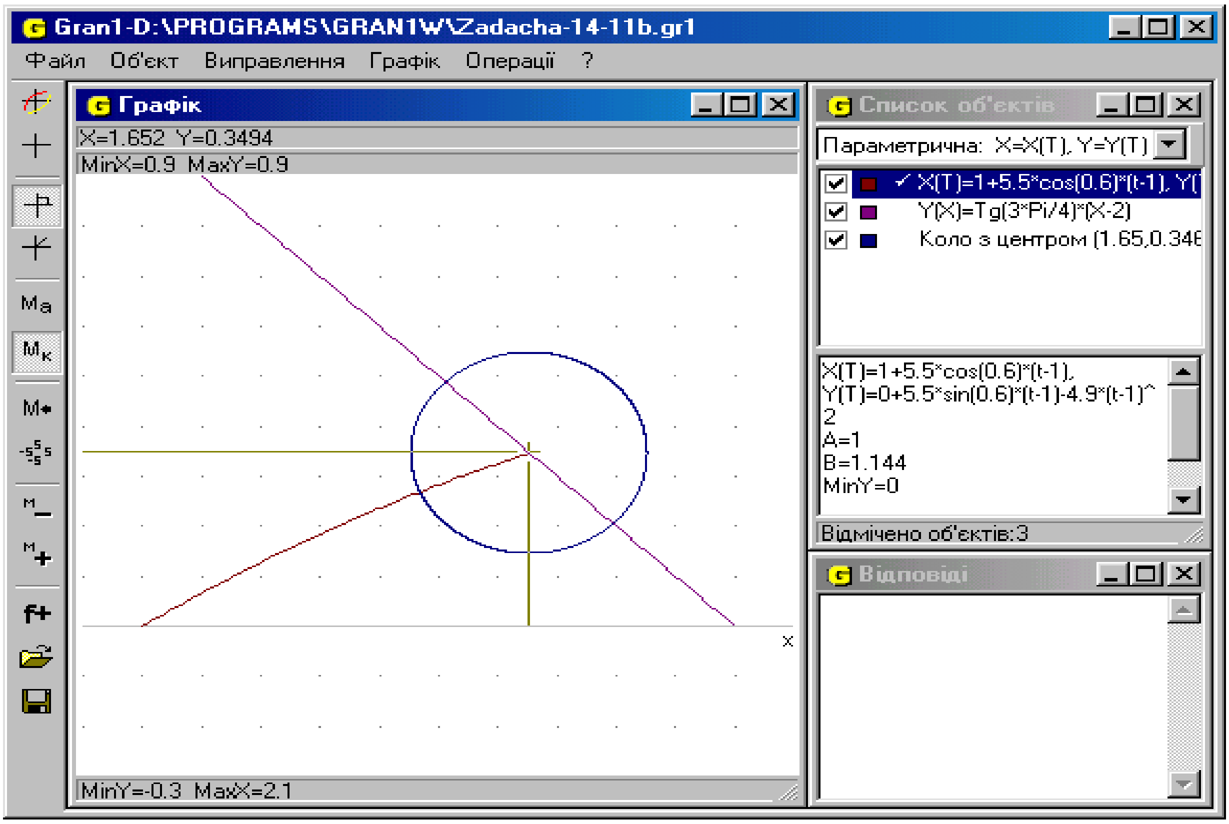


Рис. 2.2.17

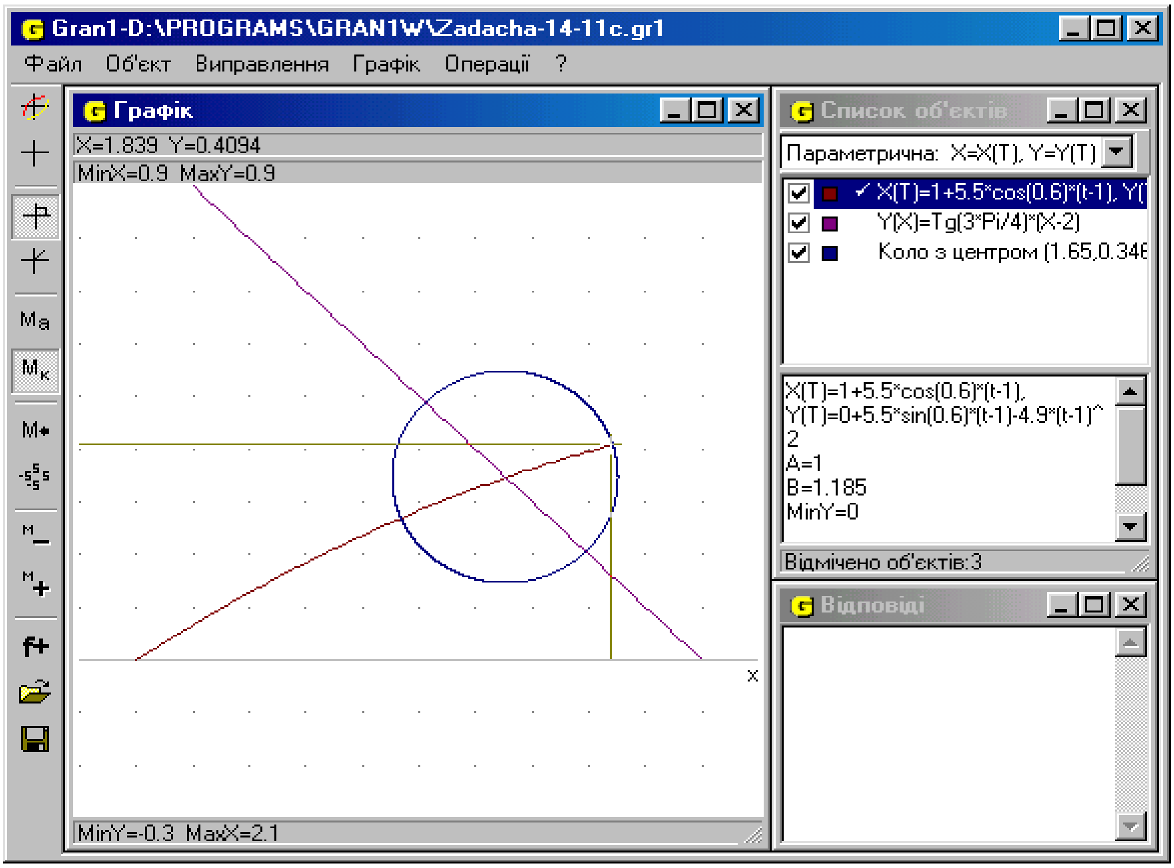


Рис. 2.2.18

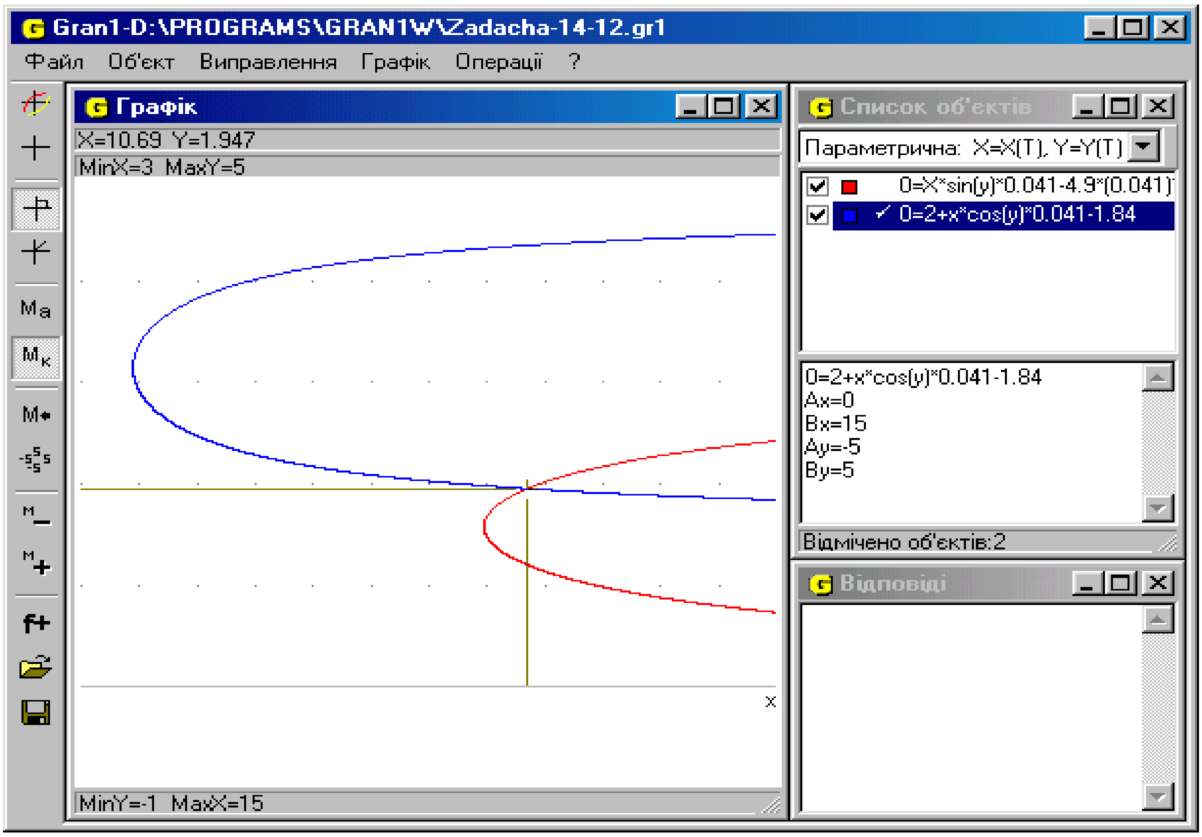


Рис. 2.2.19

Щоб за допомогою графічних побудов одержати множину розв'язків нерівності виду $f(x) \le c$, де $f(x)$ – деякий вираз, заданий на проміжку $[a, b]$, потрібно побудувати графіки залежностей $y = f(x)$ і $y = c$ (для значень x з $[a, b]$) і визначити (з використанням послуги "Координати"), при яких значеннях x графік залежності $y = f(x)$ лежить не вище, ніж графік залежності $y = c$. Множина таких значень x і буде множиною розв'язків нерівності $f(x) \le c$. Множина розв'язків нерівності виду $f_1(x) \le f_2(x)$ визначається цілком аналогічно. Крім того, цей випадок можна звести до попереднього, оскільки нерівність $f_1(x) \le f_2(x)$ еквівалентна нерівності $f_1(x) - f_2(x) \le 0$. Множина розв'язків нерівності виду $f(x) \ge c$ чи виду $f_1(x) \ge f_2(x)$ визначається цілком аналогічно до попереднього.

Якщо функція $y = f(x)$ опукла донизу, то яким би не було число c, множина розв'язків нерівності $f(x) \le c$ або порожня, або така, що якщо точки x_1 і x_2 належать цій множині, то і всі точки проміжка $[x_1, x_2]$ також належать цій множині. При цьому функцію $y = f(x)$ називають опуклою донизу, якщо для будь-яких двох точок, взятих на графіку $y = f(x)$ і з'єднаних відрізком прямої, графік функції $y = f(x)$ між зазначеними точками буде не вище графіка так побудованого відрізка (хорди). Прикладами опуклих донизу функцій можуть бути функції $y = x^2$, $y = 2^x$, $y = \log_{1/2} x$, $y = |x|$, $y = \cos x$ на проміжку $\left[\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}\right]$ та ін.

Розв'язки системи нерівностей виду $f_1(x) \ge c$, $f_2(x) \ge c$, …, $f_m(x) \ge c$ знаходять як множину точок M, що задовольняють всі нерівності одночасно: $M = M_1 \cap M_2 \cap ... \cap M_m$, де M_i множина розв'язків нерівності $f_i(x) \ge c$.

Для графічного розв'язування системи нерівностей зазначеного виду в програмі GRAN1 передбачена послуга "Операції/С-ма нерівностей y(x)<(>)c...” (рис. 2.2.20). При зверненні до цієї послуги з’являється вікно, в якому необхідно вказати знак нерівностей (> або <) та число c (рис. 2.2.21). Позначення залежностей (типу $y = f(x)$), для яких буде розглядатися система нерівностей $f_i(x) > c$ (або $f_i(x) < c$), перед зверненням до послуги повинні бути відмічені міткою ☑, а їх графіки побудовані у вікні “Графік”. Система може складатись і з однієї нерівності.

При розв’язуванні системи нерівностей виду $f_i(x) \ge c$ (чи $f_i(x) \le c$) на осі Ox відзначаються (червоним кольором) точки, що задовольняють усім зазначеним нерівностям одночасно. У вікні “Відповіді” дається список наближених значень координат кінців відрізків на осі Ox, точки яких є розв’язками усіх нерівностей системи (рис. 2.2.20). Значення коренів обчислюються на відрізку, спільному для усіх відрізків задання функцій, що визначають нерівності системи.

Приклад

Розв’язати нерівність $\frac{x^4}{150} - \frac{x^3}{52} - \frac{x^2}{3} - 1 > -2$ при $x \in [-10, 10]$.

Побудувавши графік залежності $y = \frac{x^4}{150} - \frac{x^3}{52} - \frac{x^2}{3} - 1$ на проміжку $[-10, 10]$,

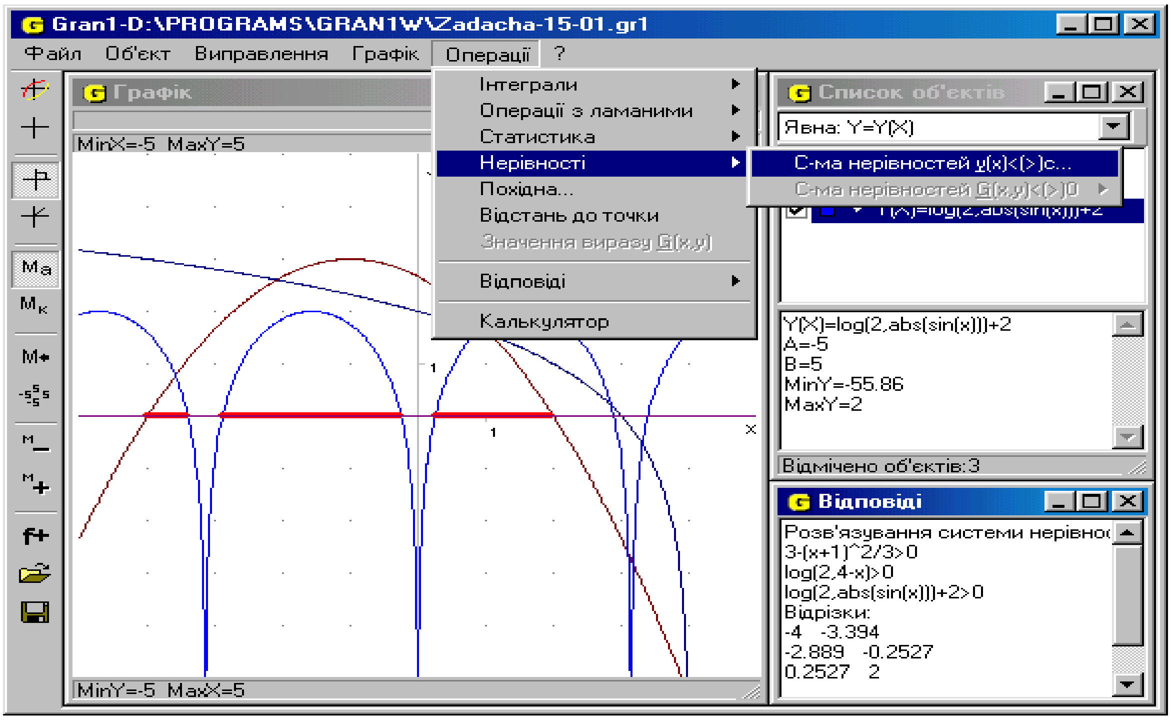


Рис .2.2.20

звернемося до послуги “Операції/Нерівності/ С-ма нерівностей y(x)<(>)c…”, вказавши знак “>” та значення $c=-2$. В результаті одержимо зображення, подане на рис. 2.2.20.

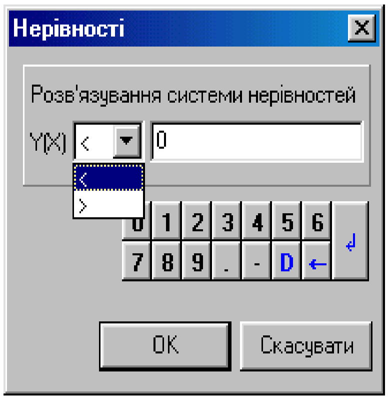


Рис. 2.2.21

Враховуючи список відрізків із вікна “Відповіді”, одержимо: множиною розв’язків розглядуваної нерівності є множина (-10, -5.41) $\cup$ (-1.92, 1.70) $\cup$ (8.51, 10).

Нехай тепер необхідно знайти множину розв’язків системи нерівностей виду

$$\begin{cases} G_1(x,y) \le 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ G_m(x,y) \le 0. \end{cases}$$

Ця задача значно складніша від попередньої. Однак в окремих досить багатьох випадках, зокрема в такому важливому, коли вирази $G_i(x,y)$ визначають опуклі донизу функції, задача також може бути розв’язана графічно.

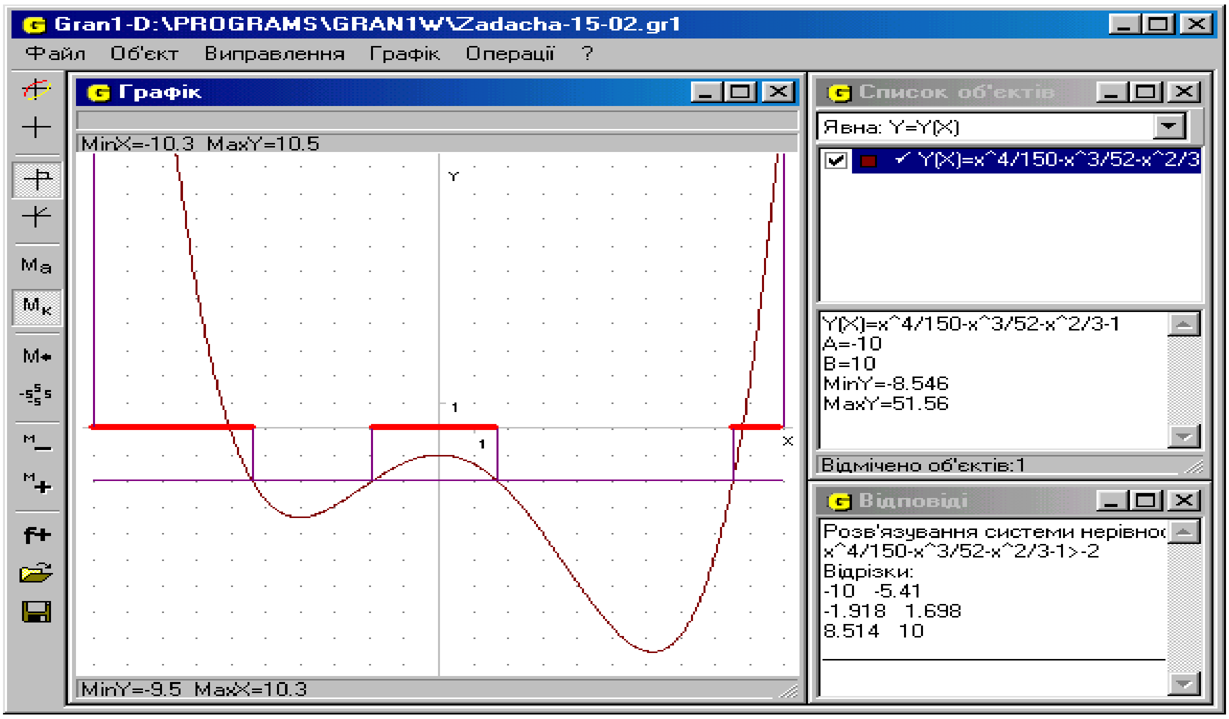


Рис. 2.2.22

В ході розв'язування задачі можуть знадобитися додаткові обчислення і побудови, аналіз особливостей виразів $G_i(x, y)$ для з'ясування питань, що стосуються поставленої задачі, зокрема питання про те, порожня чи ні множина розв'язків розглядуваної системи, тощо.

Множиною розв'язків розглядуваної системи нерівностей буде множина $M = M_1 \cap M_2 \cap ... \cap M_m$, де M_i – множина розв'язків нерівності $G_i(x, y) \le 0$. Зокрема, якщо функція $z = G_i(x, y)$ опукла донизу, то і множина M_i порожня або опукла, тобто така, що будь-які дві точки з множини M_i можна з'єднати відрізком прямої, усі точки якого належать множині M_i.

Побудувавши графіки залежностей $G_i(x, y) = 0$ і $G_i(x, y) = c$, де c – досить мале додатне число, можна встановити, в яких точках $G_i(x, y) > 0$, а також в яких точках $G_i(x, y) \le 0$. Множина точок, в яких одночасно $G_i(x, y) \le 0$ при всіх $i = 1, 2, \dots, m$, є множиною розв'язків розглядуваної системи нерівностей. Слід зауважити, що якщо функція $z = G_i(x, y)$ опукла донизу, то яким би не було число c, множина розв'язків нерівності $G_i(x, y) \le c$ або порожня, або опукла.

Прикладами опуклих донизу функцій можуть бути $z = x^2 + y^2$, $z = |x| + |y|$ і ін.

Додаткові побудови графіків залежностей $G_i(x, y) = c$ можуть бути вилучені після з'ясування питань щодо множини точок, в яких задовольняється нерівність $G_i(x, y) \le 0$, і не обов'язкові, якщо питання легко вирішити без таких побудов.

Для графічного розв'язування системи нерівностей виду $G_i(x, y) < 0$ (або $G_i(x, y) > 0$), $i = 1, 2, \dots, m$, у програмі GRAN1 передбачена послуга "Операції/Нерівності/С-ма нерівностей G(x, y)<(>)0". При зверненні до цієї послуги слід вказати знак нерівностей, що входять до системи (">" або "<"), після чого на площині xOy відмічається (заштриховується) множина точок, що задовольняють всі вказані нерівності одночасно.

Перед зверненням до послуги позначення залежностей (типу $G(x,y)=0$), що визначають систему нерівностей, повинні бути відмічені міткою ☑, а їхні графіки побудовані (рис. 2.2.23). Різниця у відповідях в розв'язках систем нерівностей $G_i(x,y)\le 0$ і $G_i(x,y)<0$ ($G_i(x,y)\ge 0$ і $G_i(x,y)>0$) буде полягати лише в тому, входять чи ні у множину розв'язків точки, що належать самим графікам $G_i(x,y)$.

Приклади

1. Знайти множину розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x+y-3>0, \\ 2x-3y+6>0, \\ -3x+2y+6>0. \end{cases}$$

Побудувавши графіки залежностей $x+y-3=0$, $2x-3y+6=0$, $-3x+2y+6=0$ і звернувшись до послуги “Операції/Нерівності/С-ма нерівностей G(x, y)<(>)0” (вказавши знак “>”), одержимо – будь-яка внутрішня точка заштрихованого на рис. 2.2.24 трикутника є розв'язком розглядуваної системи нерівностей.

2. Знайти множину розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2+y^2\ge 16, \\ |x|+|y|\le 5. \end{cases}$$

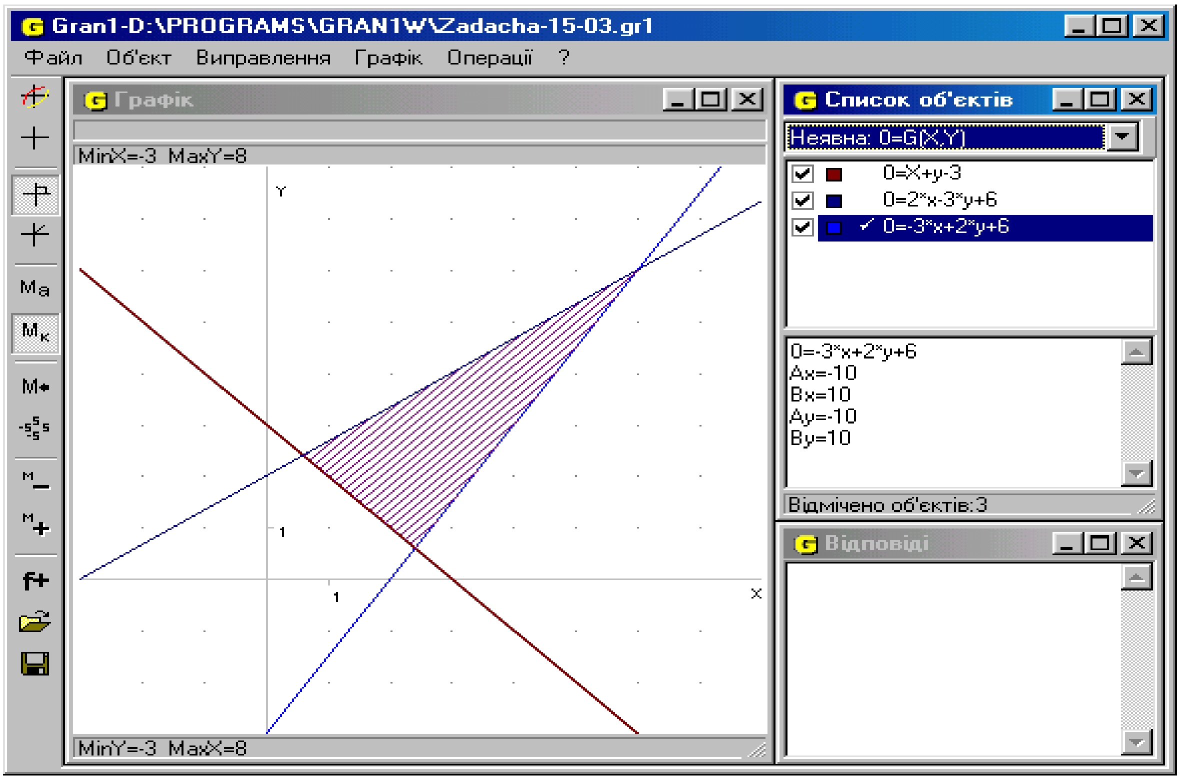


Рис. 2.2.23

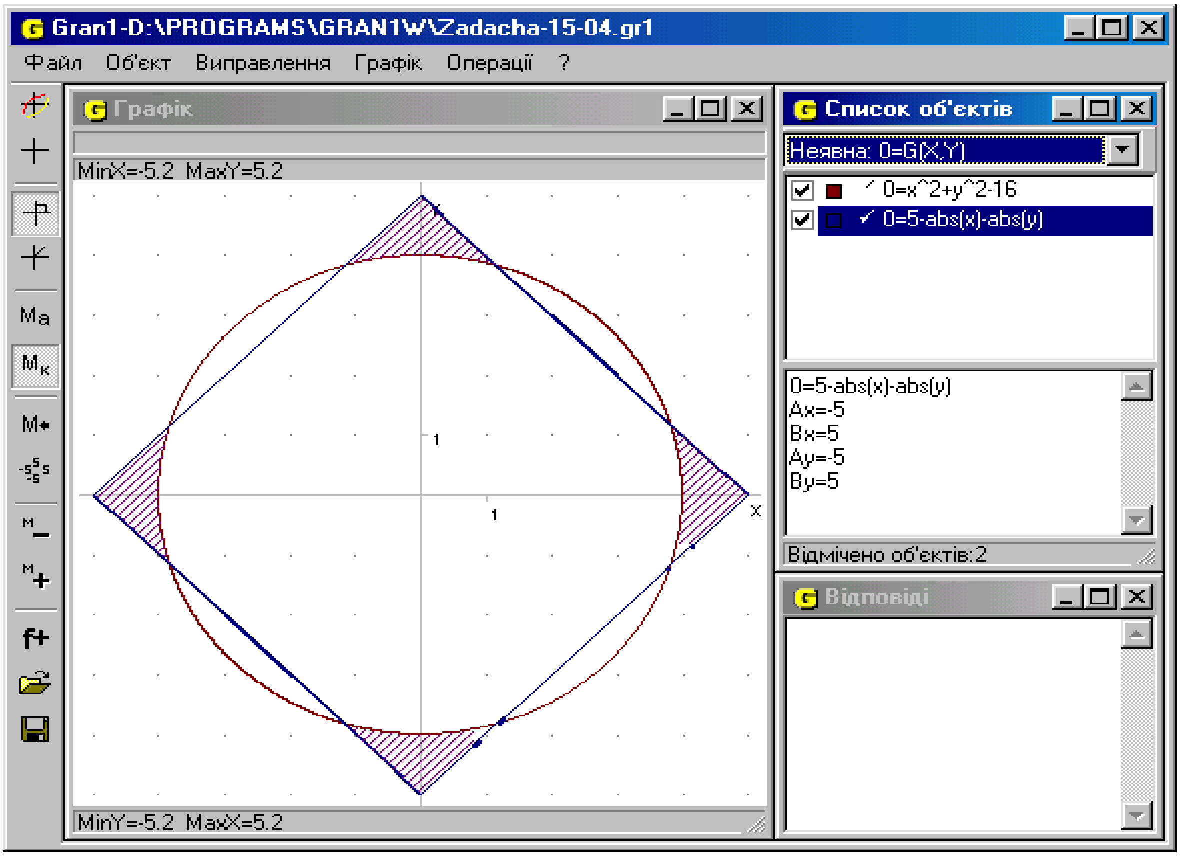


Рис. 2.2.24

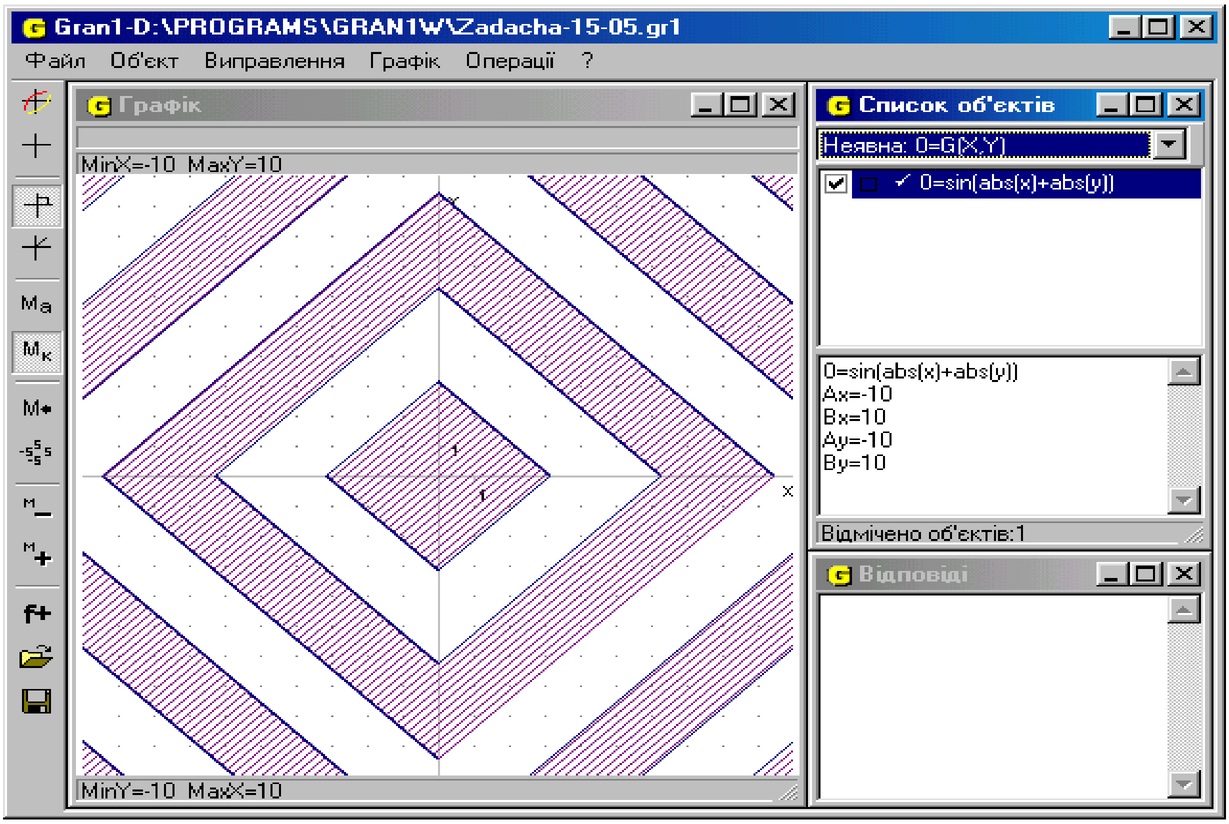


Рис. 2.2.25

Побудувавши графіки залежностей $x^2+y^2-16=0$, $5-abs(x)-abs(y)=0$ і звернувшись до послуги “Операції/ Нерівності/С-ма нерівностей G(x, y)<(>)0” (вказавши знак “>”), одержимо – зазначеній системі нерівностей задовольняють точки заштрихованої на рис. 2.2.25 множини.

3. Знайти множину розв’язків нерівності $\sin(|x|+|y|)\geq 0$.

Побудувавши графік залежності $0=\sin(abs(x)+abs(y))$ і звернувшись до послуги “Операції/Нерівності/С-ма нерівностей G(x, y)<(>)0” (вказавши знак “>”), одержимо – зазначеній нерівності задовольняють точки заштрихованої на рис. 2.2.26множини.

2.3 Побудова січних і дотичних до графіків функцій

При необхідності побудувати січну графіка залежності $y = f(x)$, яка проходить через точки $(x_0, f(x_0))$, $(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$, що лежать на графіку залежності $y = f(x)$, чи дотичну до графіка в деякій точці $(x_0, f(x_0))$, яка лежить на графіку, і обчислити кутовий коефіцієнт січної, який дорівнює відношенню приросту функції $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ до приросту аргументу Δx, чи кутовий коефіцієнт дотичної, який дорівнює значенню похідної $f'(x)$ в точці x_0, можна використати послугу “Операції/Похідна...”.

При цьому розглядається залежність, на позначення якої встановлений вказівник у вікні “Список об’єктів”. Після звернення до послуги “Операції/Похідна...”, з’являється допоміжне вікно “Похідна” (рис. 2.3.1).

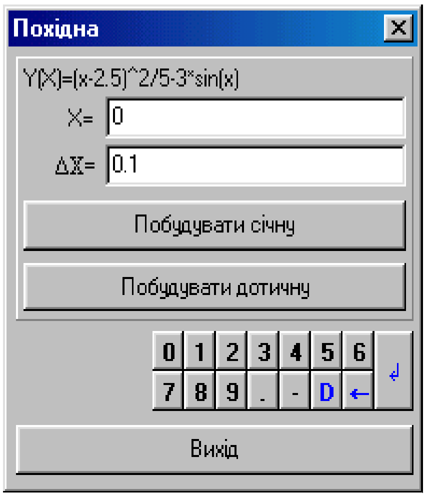


Рис. 2.3.1

У цьому вікні відображається формула, що задає об’єкт, і панель введення даних, за допомогою якої можна вводити необхідні дані. В рядку “X=” потрібно ввести абсцису точки, у якій необхідно побудувати січну або дотичну (за замовчуванням $x = 0$). В рядку “Δx=”, необхідно ввести приріст аргументу в даній точці (за замовчуванням $\Delta x = 0.1$).

Якщо вказана точка x лежить поза відрізком задання залежності чи залежність у цій точці не визначена, виводиться відповідне повідомлення.

Після введення значень x і Δx (чи тільки значення x) у вікні потрібно вибрати одну з пропонованих послуг (натиснути відповідну кнопку):

- “Побудувати січну” - означає побудувати січну, що проходить через точки $(x, f(x))$, $(x + \Delta x, f(x + \Delta x))$. При цьому у вікні “Графік” будується графік січної, що проходить через вказані точки, а у вікні “Відповіді” записуються значення абсциси x вказаної точки, значення Δx вказаного приросту аргументу x, значення Δy, що відповідає вказаному Δx, і значення $\Delta y / \Delta x$ кутового коефіцієнта січної, що проходить через вказані точки (рис. 2.3.2).

- “Побудувати дотичну” – означає побудувати дотичну до графіка функції у вказаній точці. При цьому у вікні “Графік” будується графік дотичної до графіка обраної функції у вказаній точці x, а у вікні “Відповіді” з’являється повідомлення, у якому показане числове значення похідної $y'(x)$ від обраної функції у вказаній точці (рис. 2.3.3).

Графік функції, до якого проводиться дотична чи січна, повинен бути попередньо побудований. У протилежному випадку послуга “Операції/Похідна…” недоступна. Оскільки операція обчислення значення приросту функції і значення похідної виконується для поточної функції, то при зверненні до розглянутої послуги поточна функція автоматично стає відміченою. Після завершення операції перемикач ☑ повертається в той же стан, у якому він був до звернення до послуги.

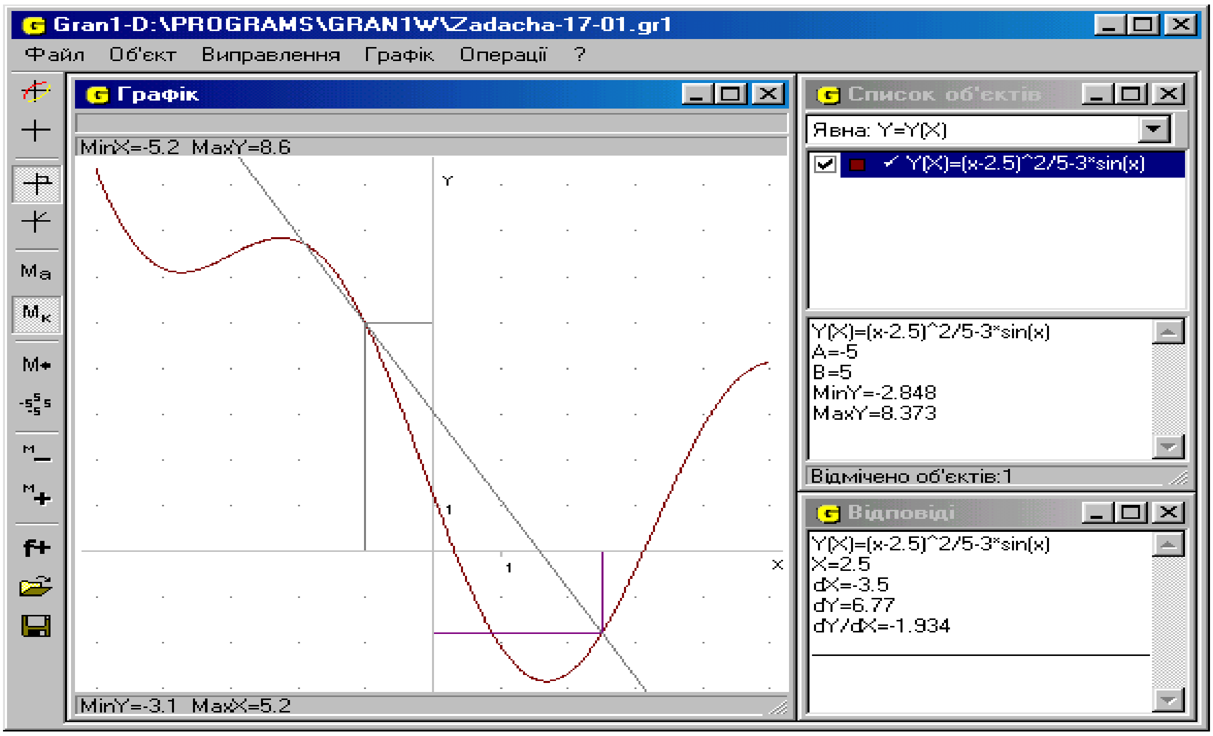


Рис. 2.3.2

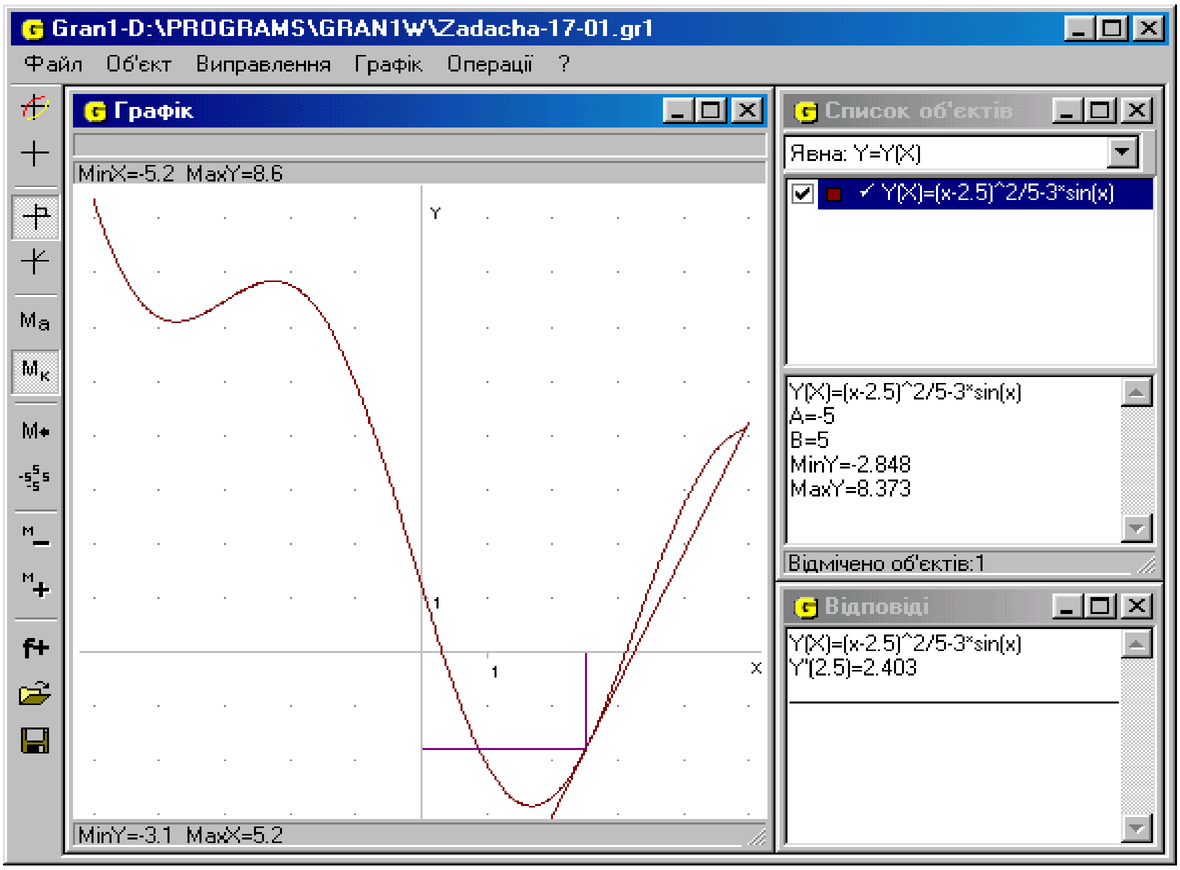


Рис. 2.3.3

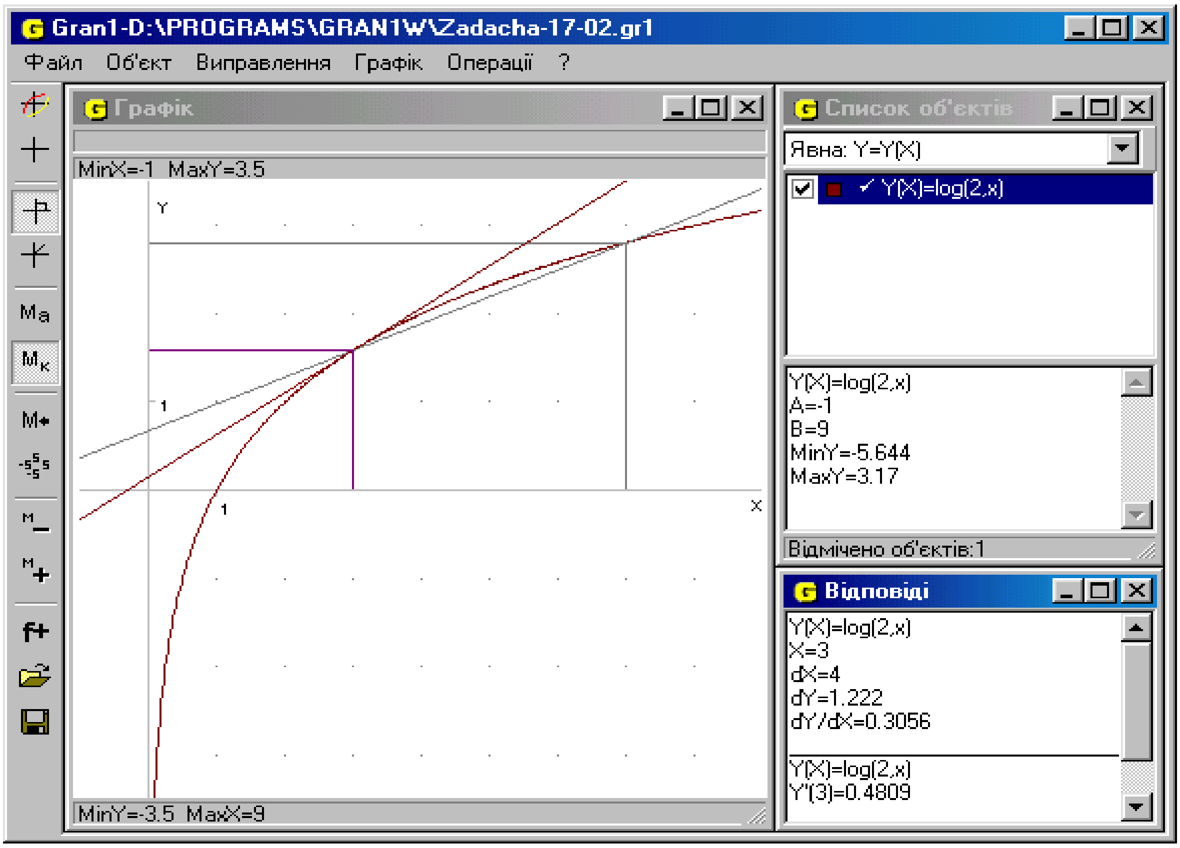


Рис. 2.3.4

Приклади

1. Знайти рівняння січної до графіка функції $y = \log_2 x$, яка проходить через точки (3, $\log_2 3$), (7, $\log_2 7$), і рівняння дотичної до зазначеного графіка в точці (3, $\log_2 3$).

Використовуючи послугу “Операції/Похідна...”, вказавши $x = 3$, $\Delta x = 4$, знайдемо кутовий коефіцієнт січної $k_1 = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} \approx 0.3$ і кутовий коефіцієнт дотичної $k_2 = f'(x) = 0.48$ (рис. 2.3.4). Враховуючи загальний вигляд рівняння прямої, що проходить через задану точку (x_0, y_0) і кутовий коефіцієнт якої k: $y - y_0 = k(x - x_0)$, одержимо шукане рівняння січної $y = \log_2 3 + 0.3(x-3) \approx 0.3x + 0.68$ і рівняння дотичної до графіка в заданій точці $y = \log_2 3 + 0.48(x-3) \approx 0.48x + 0.14$.

Якщо виникає необхідність встановити, у яких межах буде змінюватися значення функції, якщо значення аргументу змінюється в межах $(x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x)$, чи, навпаки, у яких межах буде змінюватися значення аргументу x, якщо значення функції змінюється в межах $(f(x_0) - \Delta y, f(x_0) + \Delta y)$, можна використати послугу зміни масштабу зображення у вікні “Графік”. Щоб визначити, в яких межах змінюється значення $f(x)$, якщо x змінюється від $x_0 - \Delta x$ до $x_0 + \Delta x$, достатньо встановити масштаб користувача так, щоб в прямокутнику, який обмежує частину графіка, було $MinX = x_0 - \Delta x$, $MaxX = x_0 + \Delta x$.

При цьому нижню і верхню сторони цього прямокутника ($MinY$ і $MaxY$) потрібно дібрати так, щоб вони по можливості менше були віддалені одна від одної, і в той же час всередині прямокутника знаходилися всі точки графіка залежності $y = f(x)$ на проміжку $[x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x]$. Ординати точок на нижній і верхній сторонах прямокутника і будуть визначати межі зміни функції $f(x)$ на проміжку $[x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x]$ (рис. 2.3.5, де $x_0 = 5$, $\Delta x = 2$).

Цю ж задачу можна розв'язати, використовуючи координатний курсор для визначення найменшого і найбільшого значень функції $f(x)$ на проміжку $[x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x]$.

Можна також вказати межі $x_0 - \Delta x$, $x_0 + \Delta x$ проміжка, на якому задається функція $y = f(x)$. Тоді $MinY$ і $MaxY$ на зазначеному проміжку $[x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x]$ за програмою визначаються автоматично.

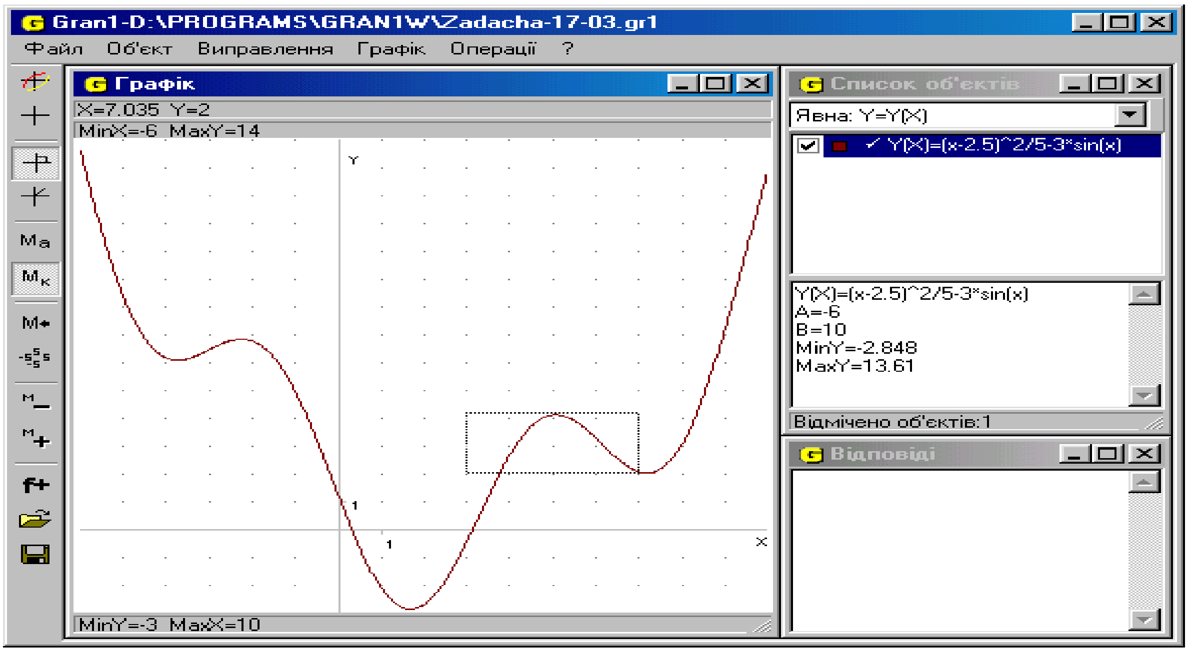


Рис. 2.3.5

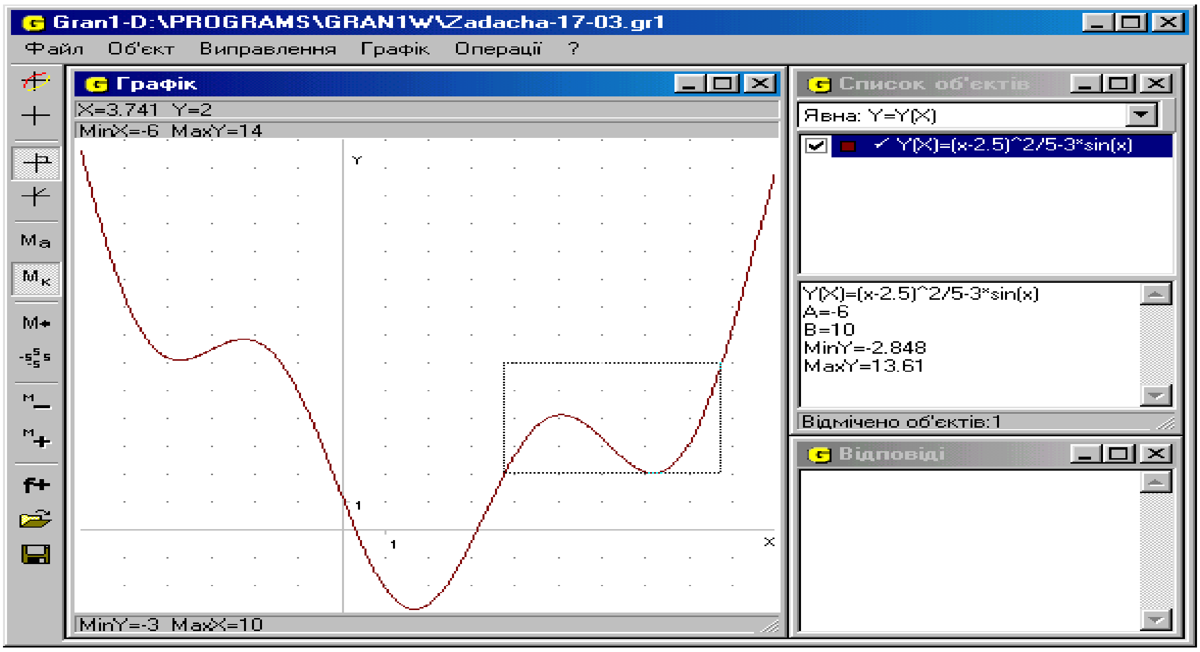


Рис. 2.3.6

Аналогічно визначаються межі зміни аргументу x в околі точки x_0 за умови, що значення функції $y = f(x)$ змінюється в межах $[f(x_0) - \Delta y, f(x_0) + \Delta y]$ (рис. 2.3.6, де $y_0 = f(x_0) = 4$, $\Delta y = 2$).

Інший спосіб – побудувати графіки залежностей $y = f(x)$, $y = f(x_0) - \Delta y$, $y = f(x_0) + \Delta y$ і встановити найдовший проміжок $[x_1, x_2]$, що містить x_0 і в точках якого значення $f(x)$ не виходять за межі $f(x_0) - \Delta y$, $f(x_0) + \Delta y$ (графік залежності $y = f(x)$ не виходить за прямі $y = f(x_0) - \Delta y$, $y = f(x_0) + \Delta y$).

Подібні задачі виникають зокрема в теорії похибок наближених обчислень та в багатьох інших випадках.

2. Знайти межі, у яких змінюються значення функції $y = f(x) = x - \sin(x)$, якщо аргумент x змінюється в межах $[-0.1, 0.2]$.

Побудувавши графік залежності $y = x - \sin(x)$ на проміжку $[-0.1, 0.2]$, легко бачити, що значення $f(x) = x - \sin(x)$ на зазначеному проміжку змінюються в межах [–0.00017, 0.0013] (рис. 2.3.7).

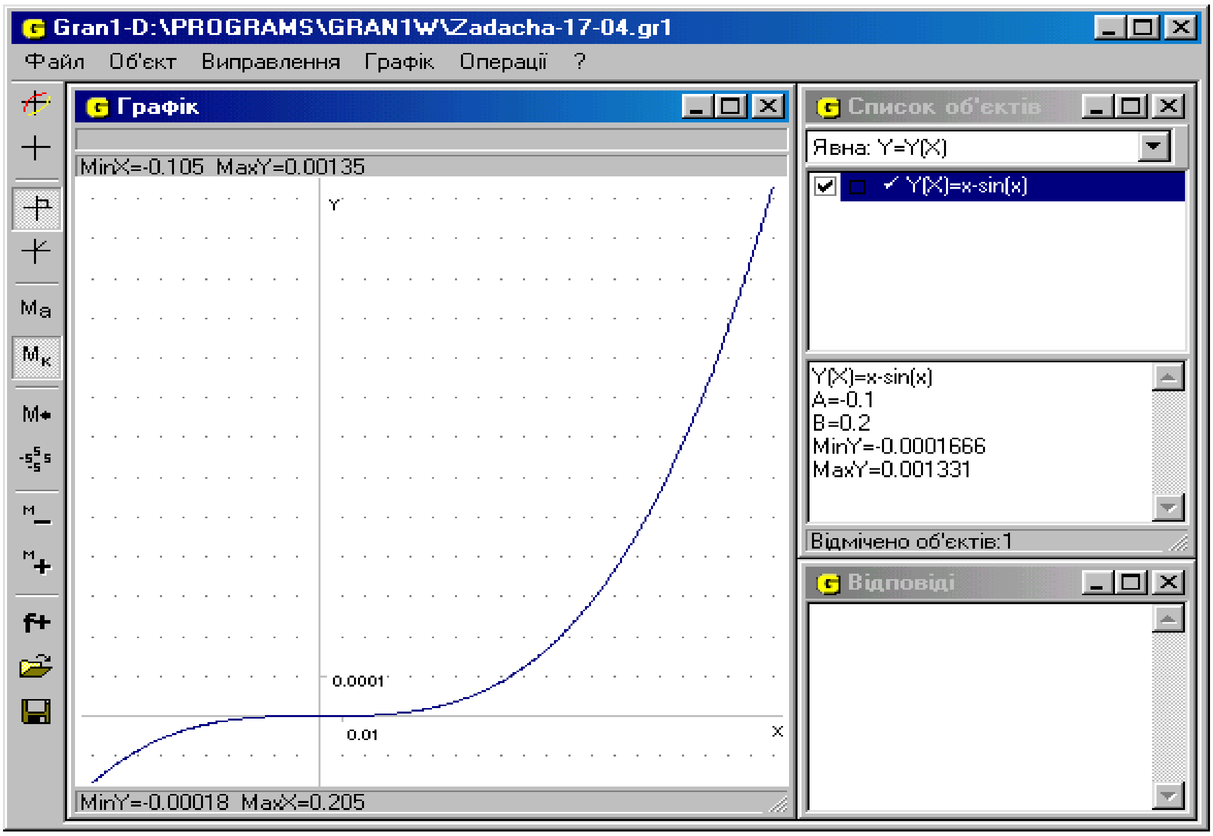


Рис. 2.3.7

Таким чином, якщо значення функції $y = \sin(x)$ замінити значенням аргументу x, то похибка такої заміни за абсолютною величиною не перевищить 0.00017, якщо значення аргументу функції $y = \sin(x)$ будуть знаходитися в межах від -0.1 до 0.1, і не перевищить 0.0013, якщо значення аргументу функції $y = \sin(x)$ будуть знаходитися в межах [-0.2, 0.2].

2.4 Методика розв'язування нестандартних задач при вивченні курсу алгебри та початків аналізу

Шкільний курс математики відіграє важливу роль в системі загальноосвітньої підготовки учнів, формування в них діалектико-матеріалістичного світогляду, готовності до активної участі в сфері матеріального виробництва. Поява персональних комп’ютерів та навчаючих програмно-методичних комплексів впливають на програму шкільного курсу математики та методику його викладання. Процес інформатизації освіти включає використання можливостей нових інформаційних технологій, методів та засобів інформатики для реалізації ідей розвиваючої освіти, інтенсифікації всіх рівнів учбово-виховного процесу, підвищення його ефективності і якості, підготовку підростаючого покоління до комфортного життя в умовах інформатизації суспільства.

Інформатизація освіти створює умови для широкого впровадження в практику психолого-педагогічних розробок, які забезпечують перехід від механічного засвоєння фактичних знань до оволодіння учнями умінням самостійно набувати нові знання, дозволяють підвисити рівень науковості шкільного експерименту, забезпечують інтелектуалізацію учбової діяльності, прилучення учнів до сучасних методів роботи з інформацією.

Зупинимося на деяких аспектах взаємодії інформатики з математикою і методикою її викладання в школі. На шляху оволодіння знаннями учні зіштовхуються з труднощами, які є невідворотними. Деяка частина учнів доволі легко долає ці труднощі, але деяким не допомагає навіть багаторазове повторення. Це трапляється, в основному, тому, що багато чого з мистецтва освіти ще не впізнано.

Ця проблема може бути розв’язана, якщо ми доб’ємося глибокого інтересу учнів до вивчення математики, свідомого засвоєння понять, якщо зуміємо показати молоді всю різноманітність застосування теорії, що вивчається, до повсякденної практики. Це давня, але завжди актуальна проблема шкільної педагогіки.

Одним із способів розв'язання цієї задачі – це використання нестандартних, цікавих задач на уроках математики. Такі задачі повинні бути пов'язані з матеріалом, що вивчається, їх умови корисно формулювати коротко, просто, супроводжувати кольоровими малюнками, які викликають позитивні емоції у учнів і економлять час для усунення даних. Цікаві задачі можна використовувати на уроках в якості допоміжного матеріалу для тренування мислення, формування елементів творчої діяльності.

При всій різноманітності цікавого матеріалу, його об'єднує загальні характеристики:

- спосіб розв'язування цікавих задач невідомий учням;
- цікаві задачі сприяють підтримці інтересу до предмета і відіграють роль мотиву до активізації навчально-пізнавальної діяльності;
- цікаві задачі враховують закономірності процесу мислення.

Таким чином, систематичне застосування цікавих нестандартних задач сприяє формуванню та розвитку прийомів розумової діяльності і формуванню логічного мислення учнів. Але слід мати на увазі, що поставлена мета буде досягнута лише у тому випадку, коли школа відмовиться від практики пропонувати цікаві задачі як засіб заповнення вільного часу чи як розвагу.

Проблема включення задач подібного виду в навчальний процес повинна розв'язуватись природним чином. Аналіз показує, що серед цікавих задач багато задач навчального призначення, але постановка проблеми в задачі подається в незвичайній формі. Це і може служити критерієм для вчителів при доборі задач. Крім цього, задачі обов'язково повинні відповідати темі уроку чи серії уроків. Розв’язувати їх можна як під час викладання нового матеріалу, так і при закріпленні отриманих знань. Як правило, цікаві задачі пропонують за 10-15 хвилин до кінця уроку. По даним психологів учні здатні повноцінно працювати на уроці приблизно 35 хвилин, а цікаві задачі, завдяки своїй оригінальності, самі по собі викликають інтерес у учнів.

При розв’язуванні різноманітних задач після побудови математичної моделі доводиться займатися чисто розрахунковими операціями. Наприклад, розв’язувати системи рівнянь і нерівностей, досліджувати функції на мінімум чи максимум, обчислювати визначені інтеграли тощо. При цьому використання НІТ дає можливість головну увагу зосередити на з’ясуванні проблеми, розробці математичної моделі, а технічні операції перекласти на комп’ютер. Головне - це навчити дітей різних методів розв’язування задач, побудови і аналізу математичних моделей найрізноманітніших процесів та явищ. Завдяки ж використанню засобів НІТ можна отримати додатковий час для розвитку творчих здібностей учнів, більше уваги приділяти індивідуальному підходу в навчанні.

На наш погляд найдоцільніше на уроках математики у середніх школах використовувати такі програмні засоби як GRAN1 і DERIVE. По-перше, ці програми не потребують потужних комп'ютерів, досить прості у використанні, мають зручний інтерфейс. По-друге, їх можна використовувати при вивчені курсу математики з шостого по одинадцятий клас на різних етапах уроку. Ці програмні середовища дозволяють розв’язувати деякі задачі, навіть не знаючи відповідного аналітичного апарату.

Розглянемо кілька прикладів використання засобів НІТ при вивченні алгебри і початків аналізу в старших класах загальноосвітньої середньої школи.

Найпростіші задачі оптимізації зустрічаються майже в усіх галузях діяльності людини (у медицині, кулінарії, хімії, економіці, на транспорті у сільському господарстві, у військовій справі), а основні поняття і методи їх розв’язування загальні. Тому такі задачі природно повинні бути присутні на уроках математики у середній школі. Розв’язування реальних задач оптимізації без застосування ЕОМ досить проблематичне, тому дані задачі є також одним із яскравих прикладів ефективного використання нових інформаційних технологій в практичній діяльності людини.

Математична модель для задач оптимізації, які пропонуються у середній школі, подається за допомогою лінійних залежностей, що є зрозумілими і доступними для старшокласників. При розв’язуванні цих задач учні також знайомляться і з графічним методам розв’язування.

При розв’язуванні задач оптимізації у середній школі пропонується використовувати графічні та розрахункові можливості програми GRAN1, при цьому учні будуть чітко і доволі легко розв’язувати задачі лінійного програмування, впевнено володіти сутністю відповідних понять та правил, які доцільно попередньо ввести на інтуїтивно-наочному рівні.

Використання програмного засобу GRAN1 дає цікаві можливості для проведення навчальних досліджень, які включають не тільки розв’язування проблем, а й їх постановку; допомагає в проведенні графічних та обчислювальних експериментів, на основі яких учень приходить до формулювання гіпотез відносно досліджуваних закономірностей.

Для розв’язування задач лінійного програмування за допомогою комп’ютера учні виконують такі етапи:

1. Постановка задачі та з’ясування її умови.
2. Побудова математичної моделі:

- визначення основних умов для задачі та нехтування деякими властивостями та ознаками;

- запис даних і умов у вигляді математичних співвідношень та задання залежностей між вхідними даними і результатом;
- обґрунтування саме цього методу розв'язування задачі;

перелік вимог до результату;

- перелік вимог до вихідних даних та встановлення послідовності виконання дій.

При графічному розв'язуванні задачі за допомогою програми GRAN1 такими вимогами є:

встановлення типу функціональної залежності за допомогою послуги програми GRAN1 *Опції\Установити тип G(x,y)=0*;

зведення нерівностей системи до виду *ax+bx=c≥0* та введення за допомогою послуги *Об'єкт\Нова функція* виразів для функцій, що стоять в лівих частинах нерівностей;

задання області визначення функції з обов'язковим встановленням значень лівих та правих границь для змінних (якщо ці межі виявляться не досить точними при аналізу розв'язку, можна змінити ці значення).

Розв'язування задачі за допомогою ППЗ GRAN1, яке вимагає:

графічне розв'язування системи нерівностей, що передбачає побудову графіків функцій за допомогою послуги *Графік\Побудувати* та встановлення многокутної області допустимих значень з використанням послуги *Операції\Система нерівностей G(x,y)≥ 0;*

задання цільової функції (послуга *Об'єкт\Нова функція*);

дослідження значень цільової функції за допомогою послуги *Операції\Значення G(x,y)* в різних точках області чи за допомогою побудови ліній різних рівнів для цільової функції.

Далі учні аналізують та інтерпретують отримані результати, формулюють висновки, роблять деякі відкриття.

Наведемо умови задач лінійного програмування.

Задача 1. Щоб сніданок був корисним, він повинен містити не менше 6 умовних одиниць (ум.од.) жирів, 16 ум. од. білків, 12 ум. од. вітамінів. Господарка переконалася, що із наявних в магазині продуктів тільки 2 види подобаються членам її сім'ї. Вона вирішила їх придбати, попередньо визначивши, що в 1 кг продуктів першого виду міститься 2 ум. од. жирів, 2 ум. од. білків, 3 ум. од. вітамінів, а в 1 кг продуктів другого виду – 2 ум. од. жирів, 4 ум. од. білків та 2 ум. од. вітамінів. скільки їй потрібно купити продуктів кожного виду, забезпечивши при цьому найбільшу кількість жирів, білків та вітамінів, щоб витримати на покупку найменше грошей, якщо 1 кг продуктів першого виду коштує 2 грошові одиниці, а 1 кг продуктів другого виду – 3 гр.од? Господиня має тільки 20 гр.од.

Розв'язування. Будуючи математичну модель учні отримують систему нерівностей:

$$\begin{cases} 2x+2y-6\geq 0 \\ 2x+4y-16\geq 0 \\ 3x+2y-12\geq 0 \end{cases}$$

$$-2x-3y=20\geq 0$$

Вибираємо тип функції $G(x,y)=0$. Потім вводимо по черзі всі функції, що стоять в лівих частинах системи нерівностей із вказівкою для кожної області визначення (XA=0, YB=0, а XB та YB беруться довільно). Після побудови графіків функцій учні отримують рисунок.

Висновок: З рисунка учні бачать, що мінімальне значення досягається в точці перетину прямих $2x+4y-16=0$ та $3x+2y-12=0$. В цій точці $x=2$, $y=3$.

Учні роблять висновок, що господарці потрібно купити 2 кг продуктів першого виду та 3 кг продуктів другого виду.

2.5 Організація, проведення та результати експерименту

Педагогічний експеримент проводився в Рожищенській загальноосвітній школі І-ІІІ ступенів №1 Рожищенського району Волинської області. В якості експериментальної групи було обрано 10 – А , в якості контрольної - 10 – Б клас.

Предметом педагогічного експерименту було вивчення ефективності застосування НІТ при вивченні теми «Числові функції та їх властивості» з курсу алгебри і початків аналізу у 10 класі.

Мета експерименту – перевірка ефективності розробленої методики, яка формує розвиток в учнів оригінального підходу до розв’язування завдань з алгебри, творчого мислення, алгебраїчної уяви, прагнення до здобуття нових знань, самостійності. Учні повинні були крім цього повністю оволодіти системою знань, умінь і навичок з теми «Числові функції та їх властивості».

На етапі констатувального експерименту було проведене спілкування з учнями та вчителями, в ході якого виявилось, що уроки з використанням НІТ проводяться не часто, хоча учні виявляють бажання відвідувати такі уроки. Вчителі зауважили, що навчальний матеріал на уроках з використанням НІТ сприймається та засвоюється краще, але не всі класи оснащені потрібним обладнання для проведення даних уроків.

Другим етапом дослідження стало впровадження експериментальної методики, яка застосовувалася під час вивчення учнями теми «Числові функції та їх властивості». Після її проведення була дана самостійна робота (Додаток А) та контрольна робота (Додаток В) для перевірки знань учнів.

Результати контрольної роботи подані в таблиці:

Табл.2.5.1

Класи	Рівень засвоєння знань			
	Високий	Достатній	Середній	Низький
Експериментальний 10 - А клас	20%	35%	30%	15%
Контрольний 10 - Б клас	17%	44%	28%	11%

Для наочної ілюстрації результатів контрольної роботи зобразимо діаграму:

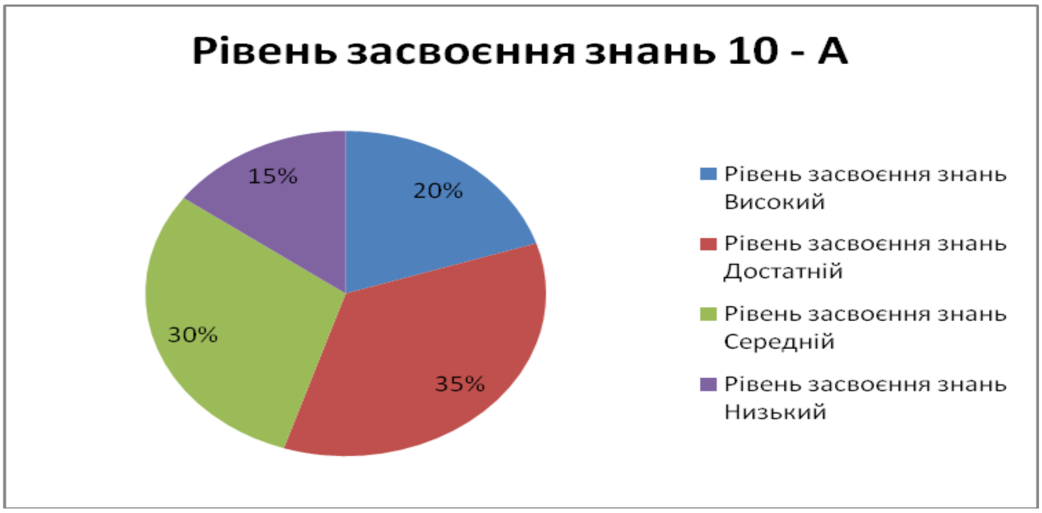


Рис.2.5.1

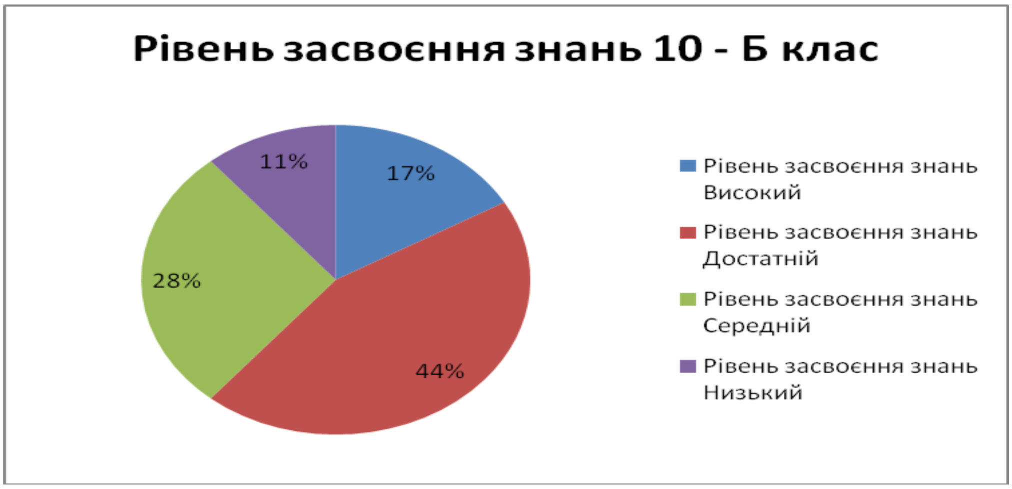


Рис. 2.5.2

Під час проведення уроків з використанням НІТ учні проявляли інтерес до матеріалу, самостійно розв’язували вправи, включали творчу складову особистості: намагалися самостійно складати завдання, досліджували розв’язки завдань, опрацьовували додаткову літературу та зверталися з додатковими запитаннями. Учні, які раніше були пасивними, брали участь у відшуканні розв’язків завдань та були активними до кінця уроку.

Рівень зацікавлення математикою учнів, які приймали участь в експерименті при проведенні уроків з використанням НІТ значно підвищився. Учням стало легше сприймати новий навчальний матеріал з допомогою комп’ютерних технологій. Також вони надають перевагу такій методиці проведення уроків. Цей висновок зроблено на основі опитування учнів.

Здійснена експериментальна перевірка запропонованого змісту і методики проведення уроків, спостереження за діяльністю учнів, бесіди з вчителями та учнями дозволили зробити висновок про правильність обрання форм і методів, використаних під час проведення уроків.

Висновки до 2 розділу

У другому розділі магістерської роботи висвітлено методику застосування дослідницьких методів під час вивчення курсу алгебри і початків аналізу з допомогою новітніх інформаційних технологій. У роботі описано методику використання пакету прикладних програм GRAN-1 при вивченні таких тем як «Властивості функцій», «Системи рівнянь та нерівностей» та «Побудова січних і дотичних до графіків функцій», а також відображено дослідження моделей різних типів задач лінійного програмування.

Описано організацію, проведення та результати проведеного педагогічного експерименту з впровадження розробленої методики у практику роботи школи, визначено її ефективність та вплив на активізацію навчально-пізнавальної діяльності.

ВИСНОВКИ

Дослідження педагогіки, психології і методики навчання математики засвідчили, що інноваційні технології впливають на процес навчання - від установлення задач до його організації й результатів, а тому інноваційні технології повинні бути спрямовані на досягнення всебічного розвитку особистості учня в умовах стійкої системи предметного навчання й сприяти посиленню взаємозв'язку навчання, розвитку й виховання відповідно до провідних загальнонаукових ідей.

Новітні інформаційні технології, які використовуються для розвитку творчого мислення, дозволяють будувати пізнавальну діяльність учнів на основі загальнонаукових ідей і методів. Кожен елемент інформаційної структури навчального предмета, як показують дослідження, може бути об'єктивною основою введення новітніх технологій у зміст навчання.

Підтведжено, що використання комп'ютера на уроках математики вже є необхідністю, тому що він є ефективним засобом активізації й підтримки навчально-пізнавальної діяльності. У цьому випадку саме навчальний процес набуває якісних змін, стає значно більше привабливим як для учнів, так і для вчителів, приносить їм задоволення від спілкування, праці й набутих знань. Комп'ютер вносить у навчання принципово нові пізнавальні засоби, сприяє переходу від пояснювально-узгоджувального типу навчального процесу до нового - активного, що сприяє використанню різноманітних комп'ютерно-орієнтованих систем навчання.

Найбільш зручним для підтримки вивчення курсу математики в середніх навчальних закладах видається комплект програми GRAN. Від користувача не потрібен значний об'єм спеціальних знань із інформатики, основ обчислювальної техніки, програмування тощо, за винятком найпростіших понять, повністю доступних для учнів загальноосвітніх шкіл.

Поєднання навчальних досліджень із застосування НІТ на уроках алгебри має цілу низку переваг перед традиційним навчанням. Такий підхід потребує від вчителя створення у процесі навчання алгебри і початків аналізу спеціальних навчально-дослідницьких ситуацій, які дадуть можливість школярам самостійно виявити очевидні об'єктивні закономірності, алгебраїчні факти, ідеї доведення тощо. Під час здійснення такої діяльності виникає та свобода у діях учнів і вчителя, якої часто не вистачає на уроках алгебри, причому ступінь цієї свободи вчитель може варіювати за своїм вибором. Разом з тим Gran-1 зручно застосовувати для формування навичок самоконтролю, перевірки отриманих результатів, наприклад графічним методом. Адже для учня важливо те, що відразу після виконання тесту (коли ця інформація ще не втратила свою актуальність) він отримує об'єктивний результат із зазначенням помилок, що неможливо, наприклад, при усному опитуванні. Недооцінювання можливостей діяльності школярів призводить до того, що в учнів не забезпечується фонд дійових знань, який є необхідною умовою організації самостійної пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення і продуктивної діяльності.

На уроках математики, інтегрованих з інформатикою, учні оволодівають комп'ютерною грамотністю і вчаться використовувати на уроках один з найбільш потужних сучасних універсальних інструментів - комп'ютер, з його допомогою вони розв'язують рівняння, будують графіки, креслення, розв'язують приклади, готують малюнки для своїх робіт.

Важко переоцінити програмний засіб GRAN1 і при поглибленому вивченні математики. Можливість провести необхідний чисельний експеримент, швидко виконати потрібні обчислення чи графічні побудови, перевірити ту чи іншу гіпотезу, випробувати той чи інший метод розв'язування задачі, вміти проаналізувати і пояснити результати, отримані за допомогою комп’ютера, з’ясувати межі можливостей використання комп’ютера чи обраного методу розв’язування задачі мають надзвичайне значення при вивченні методів математики.

У дослідженні підтверджено, що може змінюватися, причому в досить широкому діапазоні, зміст і структура навчальної діяльності учнів при вивченні математики залежно від специфіки обраної ними предметної галузі, спрямованості навчання, індивідуальних нахилів і здібностей.

Результати проведеного педагогічного експерименту дають можливість оцінити ефективність використання НІТ при контролі засвоєння пройдених тем математики в порівнянних значеннях (якість навчання, дані анкетування учнів і т.д.):

- підвищився інтерес учнів до вивчення математики — на 45%;
- збільшилася кількість учнів, що беруть участь у контролі знань, в 2 рази;
- якість навчання математики підвищилася на 10-15%;
- поряд із цим можливості НІТ використовуються для розвитку пам'яті учнів, розвитку вмінь організації навчальної праці, уміння знаходити необхідну інформацію за допомогою НІТ, формування логічного, абстрактного й системного мислення, формування розумових операцій — аналізу, узагальнення, доведення, класифікації тощо.

В умовах використання інтерактивної комп'ютерної графіки учні оперують не тільки описовим або аналітичним образом, але й графічним. Представлена в такому виді інформація сприймається учнями більш повно, адже в умовах шкільного навчання живе споглядання у відомій мірі здійснюється через наочність. Поєднуючи традиційну методику викладання матеріалу з інноваційною, що будується на нових інформаційних технологіях, отримано позитивні результати.

У ході експерименту підтведжено, що одним із самих вагомих аргументів в інтересах використання засобів в навчальному процесі є незаперечний педагогічний ефект, що був виявлений при впровадженні в навчальний процес програмно - прикладного засобу GRAN 1. Тому можна впевнено говорити, що розроблена методика підвищує рівень знань й інтерес до навчання, сприяє активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, їх творчому розвитку.

Впровадження НІТ в методику викладання математики є перспективним напрямком, що буде сприяти не тільки розвитку творчого мислення учнів, але й допоможе забезпечити належний рівень шкільної математичної освіти, формуванню ключових компетенцій школяра.

Таким чином, використання комп'ютера для супроводу навчального процесу при вивченні математики свідчить про незаперечні переваги раціонального поєднання традиційних методичних систем навчання з новими інформаційними технологіями й створення на основі такого сполучення нових інформаційних технологій навчання - комп’ютерно-орієнтовних систем.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ананьев Б. Г. Личность, субъект деятельности, индивидуальность / Ананьев Б. Г. – М. : Директ-Медиа, 2008. – 134 с.
2. Анисимова Н.С., Ниренбург Т.Л. Компьютерная среда DERIVE на факультативе по алгебре и геометрии в старших классах средней школы.// Информатика и образование. – 1997. – № 8. – с.60-63.
3. Бабанский Ю. К. Оптимизация процесса обучения / Ю.К. Бабанский. – М.: Педагогика,. 1977. – 257 с.
4. Башмаков М.И. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. сред. шк. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1992. – 351 с.
5. Бевз Г.П. Пробний підручник. Алгебра для 7 – 9 класів – К.: 2011.
6. Беспалько В.П. Образование и обучение с участием компьютеров (педагогика третьего тысячелетия) / В.П. Беспалько. – М. : Изд-во Моск. психол.-социал. ин-та ; Воронеж: МОДЭК, 2002. – 352 с.
7. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. – М.: Педагогика, 1989.
8. Биков В. Ю. Методологічні та методичні основи створення і використовування електронних засобів навчального призначення / В. Ю. Биков, В. В. Лапінський // Комп’ютер у школі та сім’ї. – № 2 (98), 2012. – С. 3–6.
9. Биков В. Ю. Моделі організаційних систем відкритої освіти / В. Ю. Биков. – Київ : Атіка, 2009. – 684 с.
10. Биков В. Ю. Хмарні технології, ІКТ-аутсорсинг і нові функції ІКТ підрозділів освітніх і наукових установ / В. Ю. Биков // Інформаційні технології в освіті. – № 10. – 2011. – С. 8–23
11. Бондаревская Е.В. Педагогика : Личность в гуманистических теориях и системах воспитания [Текст] / Е.В. Бондаревская, С.В. Кульневич. – Ростов-на-Дону : Творческий центр «Учитель», 1999.– 264 с.

12. Брушлинский А.В. Субъект: мышление, учение, воображение. –М.: Изд-во “Институт практической психологии”; Воронеж: НПО “Модэк”, 1996. – 392 с.

13. Бубнов В.А., Толстова Г.С., Клеманов О.Е. Информационные технологии на уроках алгебры. //Информатика и образование. – 2000. – №5. – с.76-86.

14. Верлань А.Ф., Тверезовська Л. О. Основні напрямки застосування інформаційних технологій у сучасній школі // Сучасні інформаційні технології в навчальному процесі. – К.: КПУ імені М. П. Драгоманова. – 1997. – с. 22 – 38.

15. Вирченко Н.А., Ляшко И. И., Швецов К. И. Графики функций – К.: Наукова думка, 1981.

16. Вишенський В.О., Перестюк М.О., Самійленко А.М. Задачі з математики. – К.: Вища школа, 1985.

17. Вільямс Р., Маклін К. Комп’ютери в школі. - К.: Радянська школа., 1988. – 295 с.

18. Вінниченко Є. Ф. Розвиток творчих здібностей старшокласників у процесі навчання інформаціних технологій розв'язування математичних задач [Текст] : дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Вінниченко Є. Ф. ; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. - К., 2006. - 234 с.

19. Волков И.П. Учим творчеству. М., Педагогика, 1982 – 126 с.

20. Вопросы психологии учебной деятельности младших школьников / Под ред. Д.Б. Эльконина, В.В. Давыдова. М., 1962 – 446 с.

21. Гальперин П.Я. Психология мышления и учения о поэтапном формировании умственных действий [Текст] / П.Я. Гальперин. – М. : Наука, 1966. – 261 с.

22. Гермунський Б.С. Компьютеризация в сфере образования: Проблемы и перспективы. – М.: Педагогика, 1987. – 264с.

23. Глушков В.М. Основы безбумажной информатики / В.М. Глушков. – М.: Наука, 1987 – 552 с.

24. Головань М.С. Розвиток пізнавальної активності учнів у процесі навчання алгебри і початків аналізу на основі НІТ. – Дисертація кандидата педагогічних наук./Український державний університет ім.. М.П.Драгоманова. – К.: 1997. – 177с.

25. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник / С.У. Гончаренко – К.: Либідь, 1997. – 376 с.

26. Горнштейн П.І., Полонський В.Б., Якір М.С. Задачі з параметрами. – К.: РІА “Текст”; МП “Око”, 1992.

27. Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Розв’язування задача з параметрами за допомогою програми GRAN1 // Математика в школі – 2006. – № 4.

28. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики [Текст]: кн. для учителя / Я.И. Груденов. – М. : Просвещение, 1990. – 223 с.

29. Давыдов Д.Б. Теория развивающего обучения / Д.Б. Давыдов. – М.: "Интор", 1996 – 560 с.

30. Дементієва Н.П., Морзе. Н.В. Як можна комп’ютерні технології викладати для учнів та вчителів //Актуальні проблеми психології: Психологічна теорія. Під ред. С.Д.Максименка, М.Л.Смульсон. – К.Міленіум, 2005.

31. Скаткина М.И. Дидактика средней школы: некоторые проблемы современной дидактики: Учеб. пособ. / Под ред. М.И. Скаткина. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1982. – 319 с.

32. Полат Е.С. Дистанционное обучение: Учеб. Пособие / Под ред. Е.С. Полат.- М.: Гуманит. Изд. Центр ВЛАДОС, 1998. – 192 с.

33. Ершов А.П. Компьютеризация школы и математическое образование / А.П. Ершов // Информатика и образование. – 1992 – № 5-6. – С. 3-12.

34. Жалдак М.І та інші. Математика з комп’ютером. – К. 2004 – с.77 – 114.

35. Жалдак М.І. Використання комп’ютера в навчальному процесі має бути педагогічно виваженим // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2013. – №1. С.10-18.

36. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках математики. – К.: Техніка. – 1997. – 304с.

37. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.

38. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Математика з комп’ютером. Посібник для вчителів. К.: РННЦ “ДНІТ”. – 2004.

39. Жалдак М.І., О.В. Вітюк Комп’ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителя. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2000. – 168 с.

40. Жалдак М.І., Ю.В. Горошко, Є.Ф. Вінниченко Математика з комп’ютером. Посібник для вчителів. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2009. – 282 с.

41. Жалдак М.І. Gran1 – математика для всех. //Компьютеры + программы. – 1995. – №5(20). – с.72-76.

42. Зайцева Т. Використання сучасних інформаційних технологій при вивченні теми “Похідна і її застосування” у курсі алгебри та початків аналізу у 10 класі середньої школи: Методичні рекомендації. – Херсон : Айлант. – 2000. – 68с.

43. Зайцева Т. Роль цікавих задач при вивченні курсу алгебри та початків аналізу / Інформаційна інфраструктура вищих закладів освіти: Зб. наук. пр. Том 2 / Херсонський державний педагогічний університет. – Херсон, 2000. – С. 116-122.

44. Зайцева Т.В. Використання комп'ютерних моделей при вивченні шкільного курсу алгебри та початків аналізу / Вестник Херсонского государственного технического университета. Вып.2(8). – Херсон: ХГТУ, 2000. – С.114-118.

45. Зайцева Т.В. Використання комп'ютерних програм на уроках алгебри

та початків аналізу //Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. пр. - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. – Вип.3. - 2001. – С.101-112.

46.Зайцева Т.В. Комп'ютерні технології на уроках алгебри та початків аналізу // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 1999. - №4. – С. 34-37.

47. Запорожец, А.В. Избранные психологические труды [Текст]: в 2-х т. /А.В. Запорожец; под ред. В.В. Давыдова и В.П. Зинченко. – М.: Педагогика, 1986. – Т. 1: Психологическое развитие ребенка. – 316 с.

48. Зинченко В.П. О целях и ценностях образования [Текст] / В.П. Зинченко // Педагогика. – 1997. – № 5. – С. 3-16.

49. Зинченко В.П. Психологические основы педагогики: (Психолого-педагогическая основа построения развивающего обучения Д.Б. Эльконина-В.В. Давыдова) [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов / В.П. Зинченко. – М. : Гардарики, 2002. – 431с. 17

50. Ігнатенко М.Я. Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02 / Микола Якович Ігнатенко. – К., 1997. – 299 с.

51. Інформатизація освіти України: стан, проблеми, перспективи // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2001. – №5.

52. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников В. А. Крутецкий. – М. :Просвещение, 1968. – 431 с.

53. Колин К.К. Социальная информатика: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект, 2003. – 432с.

54. Коменский Я. А. Великая дидактика : Избр. пед. соч. / Я.А. Каменский. – М.: Учпедгиз, 1955 – С. 409.

55. Краевский В.В. Основы обучения. Дидактика и методика: учеб. пособие / В.В. Краевский, А.В. Хуторской. – М. : Академия, 2007. – 352 с.

56. Крамаренко Т. Г. Уроки математики з комп’ютером. Посібник з диском/ під ред.. М.І.Жалдака. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008.

57. Лапчик М. П. Информатика и информационные технологии в системе общего и педагогического образования : Монография / М. П. Лапчик – Омск : изд-во ОмГПУ, 1999. – 294 с.

58. Лебедев О.Е. Управление образовательными системами: Учеб-метод. пособие для вузов. – М.: Литературное агентство «Университетская книга», 2004. – 136 с.

59. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов по специальности «Психология» / А. Н. Леонтьев. – М. : Смысл, 2004. – 345 с.

60. Леонтьев А.Н. Лекции по общей психологии [Текст] / А.Н. Леонтьев. – М. : Смысл, 2001. – 527 с.

61. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения / И.Я. Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.

62. Лернер И.Я. Качества знаний учащихся. Какими они должны быть? / И.Я. Лернер. – М.: Знание, 1978. – 48 с.

63. Лисенко Т.І. Використання комп’ютерів на уроках алгебри і початків аналізу // Математика в школі – 2006. – № 4.

64. Лотюк Ю.Г. Застосування математичних пакетів у викладанні математики у середньому навчальному закладі // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2001. – №3.

65. Лупан І.В. Комп’ютерні лабораторні роботи з алгебри та початків аналізу. 10-11 клас: Методичні рекомендації. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В.Винниченка, 2001. – 88 с.

66. Макаренко В.Д. Зошит з алгебри і початків аналізу. 10 клас. - Х., Країна мрій, 2011.

67. Махмутов М. И. Современный урок [Текст] / М. И. Махмутов. – М. : Педагогика, 1985. – 184 с.

68. Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью. – Киев: Высшая школа, 1987. – 223 с.

69. Моисеев Н.Н. Время определять национальные цели. – М.: Изд-во МНЭПУ, 1997, – С.172- 173.

70. Монахов В.М. Методология проектирования, описания и экспертизы педагогической технологии в едином образовательном пространстве России [Текст]: (Аксиомат. подход)/ В.М. Монахов // Педагогическая технология академика В.М. Монахова. Методология. Внедрение. Развитие. – М.; Новокузнецк, 1997. – С. 37-48

71. Морзе Н. В. Основи інформаційно-комунікаційних технологій. – К. : Видавнича група BHV, 2008. – 352 с

72. Низамов Р.А. Активизация учебной деятельности учащихся / Р.А. Низамов. – Казань: Татар. кн. изд-во, 1989. – 62 с.

73. Новик И. А. Формирование методической культуры учителя математики в педвузе: монографія / Новик И. А. – Минск: БГПУ, 2003. – 178 с.

74. Новик И.А. Современные тенденции в проведении исследований по теории и методике обучения естественным наукам (математике, физике, информатике): пособие / И.А. Новик. – 2-е изд., доп. – Мн.: БГПУ, 2005. – 52 с.

75. Педагогика : учеб. пособие для студ. пед. вузов / под ред. Ю.К. Бабанского. – М.: Просвещение, 1983. – 608 с.

76. Пейперт С. Переворот в сознании: дети, компьютеры и плодотворные идеи / С. Пейперт. – М. : Педагогика, 1989. – 224 с.

77. Пеньков А.В., Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики // Використання нової інформаційної технології в навчальному процесі: Збірник наукових праць. – К.: РНМК, 1990.

78. Петровский В.А. Личность в психологии: Парадигма субъективности. Ростов-н/Д.: Феникс, 1996. – 512 с.

79. Підручна М.В., Янченко Г.М. Позакласна робота з математики у неповній середній школі. – Тернопіль.: Підручники і посібники, 1997.

80. Полат Е.С. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования: учебное пособие для вузов / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина. – Москва: Академия, 2007. – 368 с.

81. Полянський В.Б., Рабинович Ю.М., Якір М.С. Геометрія 7 – 11. Вчимося розв’язувати задачі: навчально-методичний посібник. – Тернопіль.: Підручники і посібники, 2002.

82. Поментун О.І, Пироженко Л.В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод.посіб./ О.І.Пометун, Л.В.Пироженко,.; за ред. О.І.Пометун. – К.: А.С.К, 2004.

83. ППЗ “Алгебра, 10”.

84. ППЗ GRAN-1.

85. Програма для створення презентацій Microsoft Power Point.

86. Прокопенко І.Ф., Биков В.Ю., Раков С.А. До питання інформатизації середніх загальноосвітніх навчальних закладів // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2002. – №4.

87. Психологический словарь / Под ред. В. П. Зинченко, Б. Г. Мещерякова. – М.: ПедагогикаПресс, 1997. – 440 с.

88. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.: Факт, 2005.

89. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: Дис… д-ра пед. наук: 13.00.02 / Харківський нац. пед. ун-т. – Харків, 2005. – 526 с. 18

90. Раков С.А., Горох В.П., Осенков К.О., Думчикова О.В., Костіна О.В., Ларін О.Р., Лисиця В.Т., Пікалова В.В. Відкриття геометрії через комп’ютерні експерименти в пакеті DG. – Харків: ХДПУ, 2002.

91. Рамський Ю. С. Про роль математики і деякі тенденції розвитку математичної освіти в інформаційному суспільстві // Математика в школі. – 2007. – № 7.– С. 36–40.

92. Роберт И. В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты) / И. В. Роберт. – М. : ИИО РАО, 2008. – 274 с.

93. Роберт И.В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования / И.В. Роберт. – М.: Школа-Пресс, 1994. – 205 с.

94. Роджерс К. Р. Взгляд на психотерапию. Становление человека. – М.: Издательская группа «Прогресс», «Универс», 1994. — 480 с.

95. Рубинштейн С.Л. Основы обшей психологии. – СПб.: Питер Ком, 1998. – 420 с.

96. Сериков В. В. Личностный подход в образовании: концепции и технологи / В. В. Сериков. – Волгоград : Перемена, 1994. – 152 с

97. Скафа О.І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики [Текст] : навч.-метод. посіб. / О.І. Скафа, О.В. Тутова. - Донецьк : Вебер. Донец. від-ня, 2009. – 320 с.

98. Сластенин В. А. Педагогика: инновационная деятельность / В. А. Сластенин, Л. С. Подымова – М. : изд-во Магистр, 1997. – 223 с.

99. Смульсон М. Л. Психологія розвитку інтелекту. – К. : Нора-друк, 2003. – 298 с.

100. Столяр А. А. Педагогика математики : Учеб. пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических вузов / А. А. Столяр. – Минск : «Вышэйшая школа», 1986. – 414 с.

101. Талызина Н. Ф. Педагогическая психология : Учеб. пособие / Н. Ф. Талызина. – М. : Академия, 1998. – 288 с.

102. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний (психологические основы) / Н.Ф. Талызина. – 2-е изд. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 345 с.

103. Теоретические основы процесса обучения в советской школе; под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. – М. : Педагогика, 1989. – 320 с.

104. Триус Ю.В. Комп’ютерно-орієнтовані методичні системи навчання: Монографія. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

105. Фридман Л. М. Наглядность и моделирование в обучении / Л. М. Фридман. – М. : Знание, 1984. – 80 с.

106. Хуторской А. В. Современная дидактика / А. В. Хуторской. – СПб. : Питер, 2001. – 326 с.

107. Ченцов Н. Н., Шклярский Д. О., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики: Арифметика и алгебра. 1976. 384 с.

108. Шадриков В. Д. Психология деятельности и способности человека : Учебное пособие / В. Д. Шадриков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательская корпорация «Логос», 1996. – 320 с.

109. Шамова Т.И. Активизация учения школьников / Т.И. Шамова. – М.: Педагогика, 1982. – 208 с.

110. Шарко В. Д. Сучасний урок. – К., 2006.

111. Шкіль М. І. Математичний аналіз : Підручник для студ. педагогічних навчальних закладів : У 2 ч. – 2-ге вид., перероб. і допов. / М. І. Шкіль. – К. : Вища школа. – Ч. І. – 1994. – 423 с.; Ч. 2.– 1995. – 509 с.

112. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе : Учеб. пособие / Г. И. Щукина. – М. : Просвещение, 1979. – 160 с.

113. Эльконин Д. Б. Детская психология : Пособие для студентов высш. учеб. заведений / Д. Б. Эльконин ; ред.-сост. Б. Д. Эльконин. – М. : Издательский центр «Академия», 2007. – 384 с.

114. Эсаулов А. Ф. Психология решения задач. – М. : Высшая школа, 1972 – 214 с.

115. Якісна освіта – запорука самореалізації особистості // Освіта України. – 2007. – № 59.

116. Янченко Г., Кравчук В. Математика. Підручник для 6 класу. – Т.: Підручники і посібники, 2006.

ДОДАТКИ

Додаток А

Тема уроку: ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЇ

Мета: Закріпити вміння будувати графіки функцій за допомогою геометричних перетворень; відпрацювати навички побудови графіків засобами прикладного програмного забезпечення GRAN-1.

Обладнання: персональний комп'ютер, програмне забезпечення GRAN-1, велика таблиця та міні-таблиця "Найпростіші перетворення графіків", інструктивні картки для виконання практикуму, індивідуальні картки-таблиці № 1 та № 2, довідники "Програмне забезпечення навчального призначення GRAN-1", індивідуальні різнорівневі завдання з функціями, картки-пам'ятки "Призначення функцій та операцій", "Правила введення виразів".

Тип уроку: навчальне дослідження

Клас: 10

ХІД УРОКУ

І. Актуалізація опорних знань учнів

Повторити за допомогою таблиці "Найпростіші перетворення графіків" основні перетворення графіків функцій (додаток 1).

На кожній парті розкладено картки-пам'ятки "Позначення функцій та операцій", "Правила введення виразів". Повторити за допомогою карток-пам'яток правила роботи з програмою GRAN-1 для побудови графіків функцій.

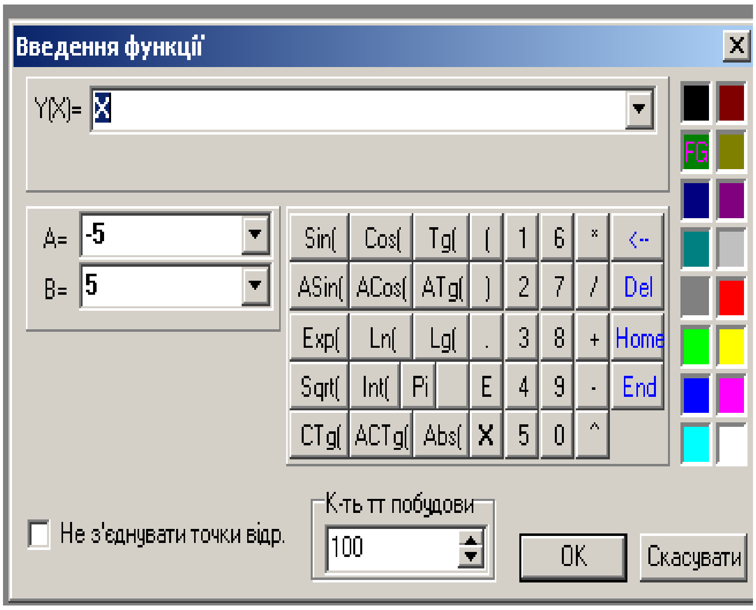
Правила введення виразів

Введення нової інформації може здійснюватися за допомогою миші в діалоговому вікні "Введення виразу залежності", яке викликається:

Об'єкт – Створити …

1. Вирази записуються в один рядок (дробові вирази записуються з допомогою дужок та знаку ділення "/").

2. Всі аргументи функцій (тригонометричних, обернених тригонометричних, показникових, логарифмічних, цілої частини числа, корінь квадратний) записуються в дужках.



3. Замість числа π використовується кнопка **Pi**.

4. Дробова частина числа відокремлюється від цілої крапкою **(не комою!)**

Позначення функцій

Sin - sin (синус),

Cos **- cos (косинус),**

Tg **- tg (тангенс),**

Ctg **- ctg (котангенс),**

Asin **- arcsin (арксинус),**

Acos **- arccos (арккосинус),**

Atg **- arctg (арктангенс),**

Actg **- arcctg (арккотангенс),**

Exp **-** e^x **(експонента),**

Ln **-** $\log_e x$ **логарифм натуральний (за основою е),**

Lg **-** $\log_{10} x$**; логарифм десятковий (за основою 10),**

Log – **логарифм за довільною основою (при введенні основа вказується відразу після символу Log)**

Sqrt **- корінь квадратний,**

Int **- ціла частина аргументу,**

Abs **- абсолютне значення (модуль),**

Pi **- число** π **(=3.141592654).**

Арифметичні операції позначаються знаками:

+ додавання,

- віднімання,

*** множення,**

/ ділення,

^ піднесення до степеня.

ІІІ. Розв'язування вправ.

Кожен учень отримує індивідуальне завдання за обраним рівнем складності:

С – середній, **Д** – достатній, **В** – високий.

Варіанти різнорівневих завдань

С – 1 $y = \sin x$	**С – 2** $y = \cos x$	**С – 3** $y = tgx$	**С – 4** $y = \frac{1}{x}$	**С – 5** $y = \sqrt{x}$	**С – 6** $y = x^2$
Д – 1 $y = \sin x - 2$	**Д – 2** $y = \cos x + 1$	**Д – 3** $y = tgx + 2$	**Д – 4** $y = \frac{1}{x} + 1$	**Д – 5** $y = \sqrt{x} + 2$	**Д – 6** $y = x^2 - 3$
В – 1 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$	**В – 2** $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$	**В – 3** $y = tg\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$	**В – 4** $y = \frac{1}{x - 3}$	**В – 5** $y = \sqrt{x - 2}$	**В – 6** $y = (x + 3)^2$

В індивідуальних картках-таблицях № 1 учні схематично будують графіки основних та перетворених функцій, складаючи до кожного графіка покроковий план побудови (додаток 2).

IV. Практикум.

Учні, які виконали завдання в картці-таблиці № 1, займають робочі місця за комп'ютерами та виконують завдання згідно з інструктивною карткою (додаток 3), використовуючи ППЗ GRAN-1; отримані результати вносять до карток-таблиць № 2; здають звіт учителю (додаток 4).

V. Підсумок уроку.

1. Оголосити оцінки.

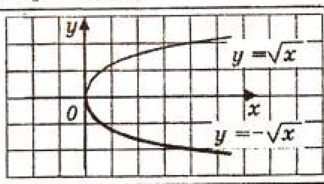
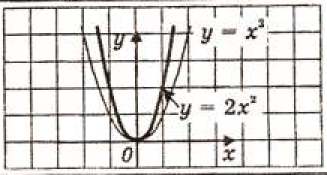
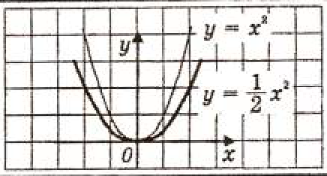
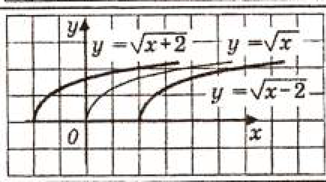
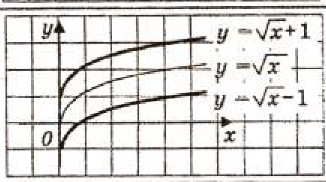
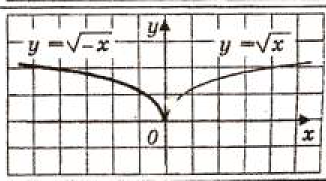
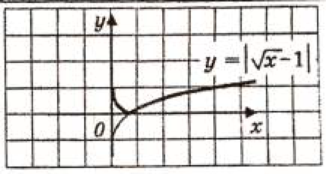
2. Вказати на основні недоліки (якщо такі є) при виконанні завдань.

3. Вислухати враження учнів про програмне забезпечення, з яким вони ознайомились і попрацювати.

4. Відповісти на додаткові запитання учнів.

Додаток 1

НАЙПРОСТІШІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІКІВ

Побудова графіка функції $y = mf(x)$	
1. $m = -1: y = -f(x)$ виконується за допомогою симетрії графіка $y = f(x)$ відносно осі Ox	
2. $m > 1: y = mf(x)$ виконується за допомогою графіка функції $y = f(x)$ розтягненням вздовж осі Oy	
3. $0 < m < 1$: $y = mf(x)$ виконується з графіка функції $y = f(x)$ стягненням вздовж осі Oy	
Побудова графіка $y = f(x - a)$: виконується з графіка $y = f(x)$ паралельним перенесенням вздовж осі Ox на a одиниць	
Побудова графіка $y = f(x) + c$: виконується з графіка $y = f(x)$ паралельним перенесенням вздовж осі Oy на c одиниць	
Корисно запам'ятати. Графік $y = f(-x)$: виконується з графіка $y = f(x)$ симетрією відносно осі Oy	
Графік $y = \lvert f(x)\rvert$: виконується побудовою графіка $y = f(x)$, тобто частина графіка, яка знаходиться вище осі Ox і на самій осі, будується без змін, а частина графіка, яка знаходиться нижче осі Ox, відображається симетрично осі Ox	

Додаток 2

Індивідуальні картки-таблиці

Дата ______________________ Клас ________________

Прізвище, ім’я____

Таблиця 1

	$f(x)$	$-f(x)$	$f(-x)$	$\lvert f(x)\rvert$	$f(\lvert x\rvert)$
Схематичне зображення графіка функції					

Таблиця 2

	$f(x)$	$-f(x)$	$f(-x)$	$\lvert f(x)\rvert$	$f(\lvert x\rvert)$
Схематичне зображення графіка функції					

Додаток 3

Інструктивна картка

1. Побудувати основну функцію $y = f(x)$.
2. **Об'єкт** – **Створити** – у діалоговому вікні **Введення виразу залежності** ввести вираз, що задає функцію $f(x)$ за правилами введення виразів в GRAN-1, натисканням на відповідні кнопки у діалоговому вікні **Введення виразу залежності**.

(Встановити зручний для спостережень масштаб)

Схематично зобразити отриманий графік функції в таблиці № 2 (у відповідній комірці)

3. Побудувати графіки функцій вигляду:

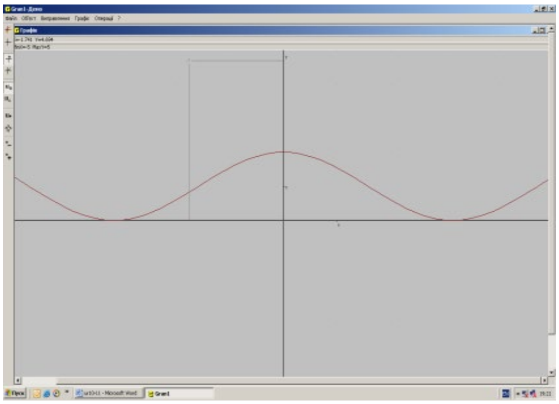
$$y = -f(x) \qquad y = f(-x \qquad y = |f(x)| \qquad y = f(|x|)$$

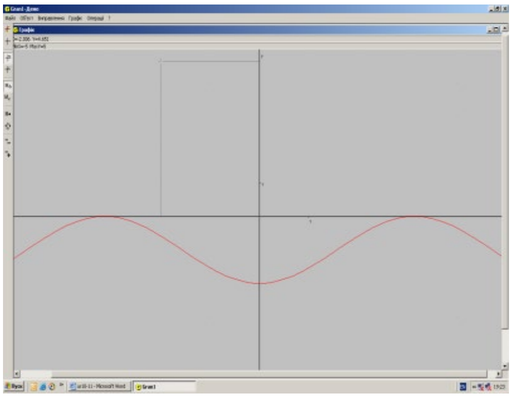
Графік – **Побудувати**

Додаток 4

ЗРАЗОК ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

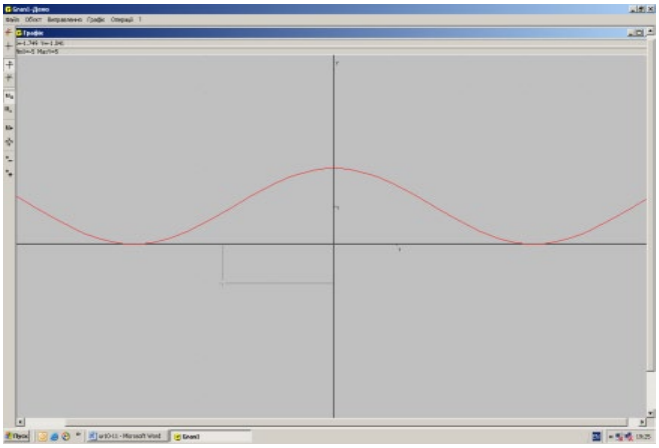
Побудуємо графік функції $y = \cos x + 1$ та виконаємо вказані перетворення.





1) $y = \cos x + 1$

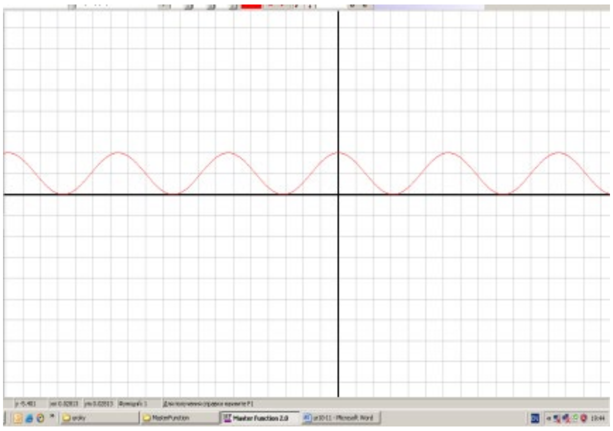
2) $y = -(\cos x + 1)$

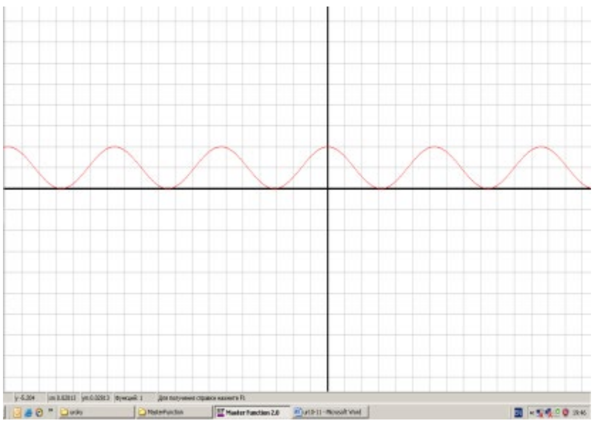


3) $y = \cos(-x) + 1$

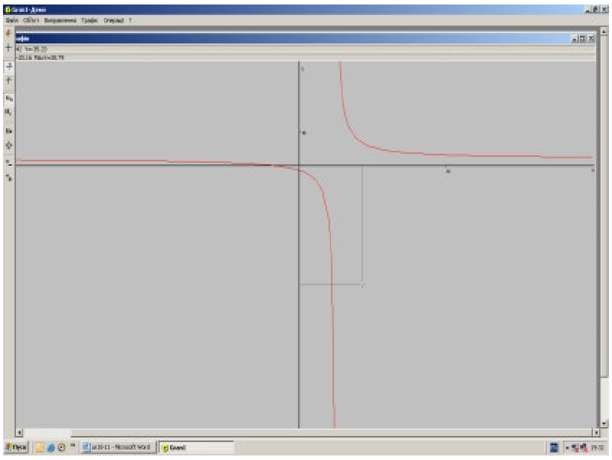
4) $y = |\cos x + 1|$

5) $y = \cos|x| + 1$

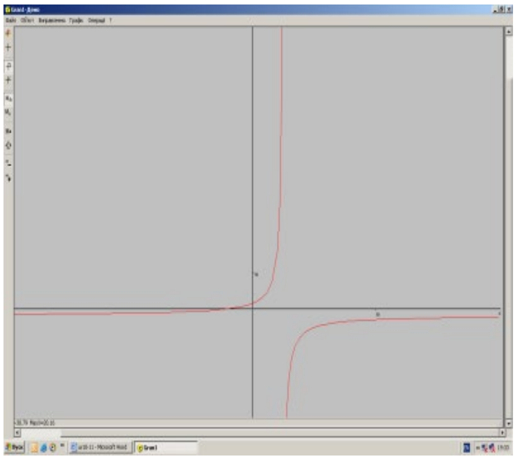




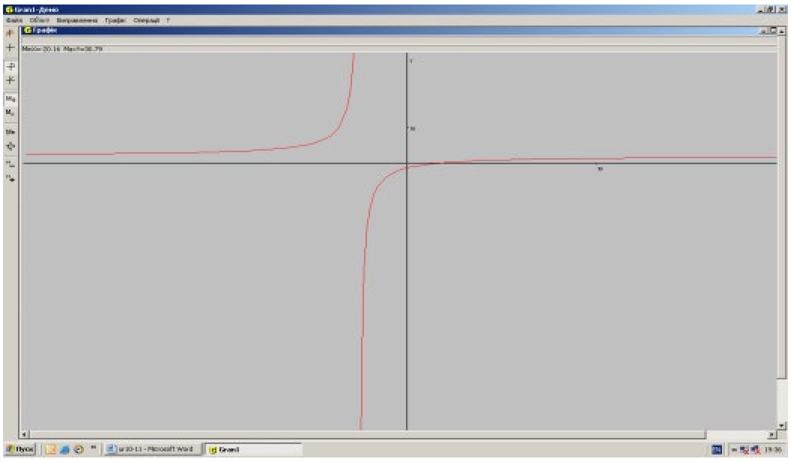
Побудуємо графік функції $y = \dfrac{4x+7}{2x-5}$ та виконаємо вказані перетворення.



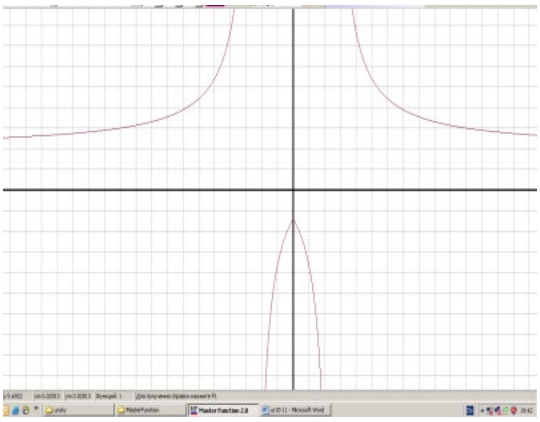
1) $y = \dfrac{4x+7}{2x-5}$



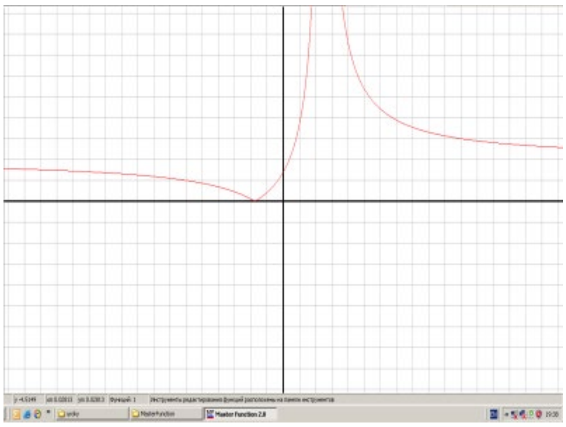
2) $y = -\dfrac{4x+7}{2x-5}$



3) $y = \dfrac{4(-x)+7}{2(-x)-5}$



4) $y = \left|\dfrac{4x+7}{2x-5}\right|$



5) $y = \dfrac{4|x|+7}{2|x|-5}$

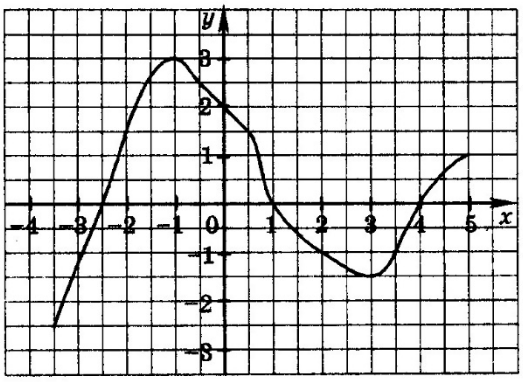
Додаток В

Тематична контрольна робота

по темі: ***«Числові функції та їх властивості»***

Варіант – 1

1. Використовуючи малюнок, знайдіть:



1) область визначення функції;

2) проміжки зростання функції;

3) найбільше значення функції;

4) *f(-2);*

5) проміжки, на яких функція набуває додатніх значень;

6) значення *x*, при якому *f(x)=3*.

2. Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:

$$f(x) = \frac{x-1}{6x^2 + 11x - 2}$$

3. Дослідіть функцію на парність:

а) $f(x) = 3x^5 + 4x^2$; ***б)*** $f(x) = \frac{x^2}{9 - x^2}$.

4. Побудуйте графік функції, використовуючи основні геометричні перетворення:

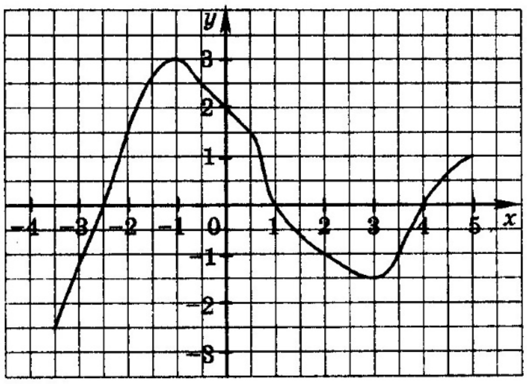
а) $y = \sqrt{x+3} - 2$; ***б)*** $y = x^2 - 6x + 12$.

Тематична контрольна робота

*по темі: **«Числові функції та їх властивості»***

Варіант – 2

1. Використовуючи малюнок, знайдіть:



1) область значень функції;

2) проміжки спадання функції;

3) найменше значення функції;

4) *f(3);*

5) проміжки, на яких функція набуває від’ємних значень;

6) значення *x*, при яких *f(x)= -1,5.*

2. Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:

$$f(x)=\frac{x-2}{x^2+x-20}$$

3. Дослідіть функцію на парність:

а) $f(x)=2x^6-7x^4$; ***б)*** $f(x)=\frac{3x}{x^2-6}$.

4. Побудуйте графік функції, використовуючи основні геометричні перетворення:

а) $y=\sqrt{x-2}+3$; ***б)*** $y=x^2+8x+12$.