Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

Дипломна робота
магістра
на тему

Методика реалізації виховних функцій задач під час вивчення курсу планіметрії

Виконала: студентка 2 курсу магістратури,
групи МІ-61
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Федоришин Тамара Ярославівна

Керівник: к.п.н., доц., кафедри математики з МВ
Сяська Н.А.

____

Рецензенти:докт. технік. наук, проф.кафедри
вищої математики РДГУ
Петрівський Я.Б.

____

кандидат фізико-математичних наук, доцент
кафедри вищої математики НУВГП
Сяський В.О.

____

Рівне – 2018 року

ЗМІСТ

ВСТУП

Міністерство освіти і науки України проводить лінію на виховання і підготовку свідомих, високоосвічених людей, здатних як до фізичної, так і до розумової праці, до активної діяльності в різних галузях суспільного і державного життя, в сфері науки і культури.

У реалізацію цих завдань свій внесок мають зробити всі вчителі української школи. Важливі завдання постають і перед вчителями математики. Адже сучасна науково-технічна революція супроводжується бурхливою математизацією знань – математика проникає буквально в усі галузі людської діяльності, в тому числі й у такі, як організація виробництва, економіка, медицина та ін.

У зв’язку з таким зростанням ролі математики в житті суспільства є потреба на всіх етапах математизації освіти, зокрема шкільної, дбати не тільки про виклад фактичного матеріалу, а й про ґрунтовне розкриття методологічних питань математики, реалізацію виховного потенціалу шкільного її курсу.

Проектом Державного стандарту загальної середньої освіти передбачається диференційоване навчання учнів, а за мету курсу математики ставиться досягнення кожним учнем рівня навченості не нижче обов’язкового. Нові вимоги вимагають нових технологій навчання, які б забезпечили і високий рівень теоретичної та практичної підготовки з математики, і переорієнтацію навчально-виховного процесу на особистість учня, на сприятливі умови для досягнення кожним заданого рівня знань, умінь і навичок.

До проблеми розв’язування задач при вивченні математики тією чи іншою мірою зверталися відомі методисти. Особливу увагу розв’язуванню задач як засобу розвитку мислення, формування системи математичних понять, добору задач до підручників у середній школі приділяли Г.П.Бевз, Ю.М.Колягін, І.Ф.Тесленко, Л.М.Фрідман та ін. [5, 22, 23, 55, 56].

Психологічний та методичний аспект процесу розв’язування задач досліджували Г.О.Балл, Л.Л.Гурова, Н.О.Менчинська, З.І.Слєпкань, Л.М.Фрідман та ін. [3, 4, 16, 38, 39, 46, 47, 57, 58].

Питаннями виховних функцій задач у навчанні математики займались П.Р.Атутов, Л.О.Денищева, П.Я.Гальперін, М.П.Маланюк, І.М.Шапіро та ін. [2, 6, 9, 15, 41, 42, 54, 61].

Таким чином, **актуальним** на сьогодні є відшукання ефективних шляхів для реалізації виховних функцій задач у курсі геометрії 7-9 класів, що дозволить активізувати навчально-виховний процес, підвищити якість знань школярів, сприятиме їх інтелектуальному розвитку і активізації пізнавального інтересу до вивчення предмету.

Об’єкт дослідження – процес навчання геометрії учнів 7-9 класів.

Предметом дослідження є реалізація виховних функцій задач під час вивчення курсу планіметрії.

Мета дослідження – аналіз, теоретичне обґрунтування і експериментальна перевірка методичної системи реалізації виховних функцій задач у навчанні планіметрії.

Гіпотеза дослідження: якщо, навчаючи учнів розв’язувати планіметричні задачі, врахувати виховні функції, яку виконують ці задачі, то це підвищить ефективність навчання учнів, рівень математичного розвитку школярів, забезпечить свідоме оволодіння учнями системою знань, умінь і навичок, розвиток їх мислення, геометричної та інформаційної культури, виховання позитивних якостей особистості.

Мета, предмет і висунута гіпотеза дозволили визначити основні **завдання дослідження:**

1. На основі аналізу психолого-педагогічної і методичної літератури з проблеми дослідження, досвіду роботи вчителів уточнити функції задач, принципи побудови системи задач, які враховують дані функції.

2. Визначити структуру системи задач, які несуть в собі в якості провідних навчальні, розвивальні і виховні функції.
3. Забезпечити добір найбільш ефективних методів, засобів і форм реалізації виховних функцій задач в умовах особистісно-орієнтованого навчання.
4. Експериментально перевірити побудовану методичну систему реалізації виховних функцій задач у навчанні планіметрії і розробити методичні рекомендації для використання задач, які мають виховні функції, в практиці роботи вчителів математики.

Для розв’язання поставлених завдань використовувалися такі **методи дослідження:**

- **теоретичні:** аналіз науково-методичної і психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження, аналіз підручників і навчальних посібників з геометрії для середньої загальноосвітньої школи, моделювання педагогічних процесів, обробка результатів педагогічного експерименту методами математичної статистики;
- **емпіричні:** діагностичні (тестування, бесіди з вчителями і учнями), обсерваційні (спостереження навчального процесу в школі, аналіз уроків), експериментальні (організація і проведення педагогічного експерименту).

Наукова новизна дослідження полягає в теоретичному та експериментальному обґрунтуванні методики реалізації виховних функцій задач під час вивчення курсу планіметрії.

Теоретичне значення дослідження: з’ясування змісту системи геометричних задач з провідними виховними функціями та методика їх використання із врахуванням індивідуальних особливостей учнів.

Практичне значення дослідження визначається тим, що:

- виявлені напрями вдосконалення змісту систем задач у діючих підручниках з геометрії з метою надання їм виховного спрямування;

- запропоновані методичні рекомендації можуть бути використані вчителями, студентами педагогічних вузів для вдосконалення форм і змісту навчання геометрії.

РОЗДІЛ І. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Поняття задачі як основного дидактичного засобу навчання і виховання учнів математики

Згідно з теорією виховання навчання за своїм змістом і організацією – основний канал виховання, причому виховна його суть полягає насамперед у тому, щоб, розвиваючи розумові сили й здібності дітей, сформувати в них діалектико-матеріалістичний світогляд як основу практичного ставлення до світу [30].

Видатний педагог А.С. Макаренко [34] підкреслював, що виховна робота найефективнішою є тоді, коли учні не помічають, що їх виховують.

Задачі відіграють важливу роль у курсі математики середньої школи. Вони, з одного боку, складають специфічний розділ програми, зміст якого учні мають засвоїти, з другого – виступають як дидактичний засіб навчання, виховання і розвитку школярів.

Розв’язуючи задачі, учні навіть не помічають, яке велике значення має задача для **виховання** особистості.

Рівень математичної культури значною мірою залежить від уміння розв’язувати задачі. Сформувати такі уміння допомагає знання прийомів і методів розв’язування задач, засвоєння яких є найважливішою частиною математичної підготовки учнів, абітурієнтів, а також усіх, хто цікавиться математикою [28].

Розв’язування задач спрямоване на формування в учнів системи математичних знань, вироблення вмінь і навичок математичного моделювання, обчислення, розвитку прийомів розумової діяльності (планування, пошук раціональних шляхів, критичність мислення тощо). Задачі допомагають розкрити опосередковані зв’язки математики з навколишнім середовищем і практичною діяльністю людей, реалізувати пізнавальні й виховні функції навчання. Процес розв’язування задач сприяє формуванню таких розумових дій як аналіз і синтез, конкретизація і абстрагування, порівняння, узагальнення тощо. Від оволодіння вміннями розв'язувати задачі залежить не лише підготовка школярів з математики на даному етапі навчання, а й осмислене засвоєння систематичних курсів у подальшому.

У психолого-педагогічній літературі немає єдиного трактування поняття «задача». Залежно від підходу до зв'язку між суб'єктом і задачею автори тлумачать його по-різному. Кібернетика, дидактика і методика навчання математики розглядають задачу як ситуацію зовнішньої діяльності, що запропонована окремо від суб'єкта діяльності. Тому здебільшого задачу розуміють як будь-яку вимогу обчислити, перетворити, побудувати або довести що-небудь. Психологія розглядає задачу як мету, задану в певних умовах, як особливу характеристику діяльності суб'єкта. Задача тут тлумачиться як суб'єктивне психологічне відображення тієї зовнішньої ситуації, в якій розгортається цілеспрямована діяльність суб'єкта.

У шкільній практиці задачами у широкому розумінні вважають не лише текстові, сюжетні задачі, а й різні вправи, приклади.

Процес розв'язування задачі як розумову діяльність досліджує психологія й аналізує методика математики. Загалом здійснюються спроби дослідити задачі як такі, а не лише процес їх розв'язування [45].

Дослідження психологів, дидактів і методистів в останні роки показали, що вміння школярів розв'язувати задачі не знаходиться в прямій залежності від кількості розв'язаних задач. Учень може виконати велику кількість окремих завдань, але якщо у нього не буде сформований загальний підхід до їх аналізу, пошуку плану розв'язання, самостійно розв'язувати задачі він не навчиться. Отже, постановка системи задач значною мірою визначає ефективність навчання математики в сучасних умовах.

Задачі є невід'ємною складовою курсу геометрії, першою формою застосування знань, отриманих школярами в процесі вивчення теорії. Без них курс планіметрії являв би лише набір окремих теорем, фактів, понять. Задачі відіграють не лише допоміжну роль – закріплювати вивчений теоретичний матеріал, а й навчальну і розвивальну роль – ознайомлюють з методами математичних міркувань, розширюють світогляд, розвивають логічне мислення і просторову уяву. В шкільному курсі математики задачі завжди були і метою, і засобом навчання, оскільки за їх допомогою і на їх основі формуються поняття, розкриваються взаємозв’язки між ними, демонструється застосування математичних фактів у реальній ситуації [51].

Процес розв'язування задачі як розумову діяльність досліджує психологія й аналізує методика математики. Останнім часом здійснюються спроби дослідити задачі як такі, а не лише процес їх розв'язування. Звертається увага на потребу мати чітке уявлення про структуру задачі. Відомо, що кожна задача містить умову (умови) і вимогу (вимоги).

Задачі у навчанні математики є і об'єктом вивчення, і засобом навчання.

Залежно від того, яку вимогу поставлено в задачі, розрізняють задачі на обчислення, доведення, побудову і дослідження.

У *задачах на обчислення* потрібно знайти число (або множину чисел) за даними числами і умовами, якими вони пов'язані між собою та з невідомими числами. До таких задач належать текстові задачі й різні приклади(задачі на розв’язування рівнянь, нерівностей, їхніх систем тощо).

У *задачах на доведення* потрібно довести сформульоване в них твердження. Цим вони не відрізняються від теорем. Тому не дивно, що те саме твердження подається в різних підручниках або під рубрикою теорем, або під рубрикою задач. Теоремами зазвичай вважають найважливіші твердження, які широко використовують під час розв'язування різних задач і доведення інших теорем. Водночас на окремі задачі доводиться посилатися як на теореми.

До *задач на побудову* належать як геометричні задачі, в яких потрібно побудувати певну фігуру, що задовольняє умову задачі, так і задачі на побудову графіків функцій, діаграм, перерізів багатогранників та інших тіл.

На думку З.І.Слєпкань [46], одна із причин несформованості в учнів загальних умінь розв’язувати задачі – “недостатня увага виявлення функцій певних типів задач і кожної окремої задачі, їх місця в навчанні”. Для того, щоб задачі якнайповніше виконували свої методичні і дидактичні функції необхідно, щоб вони розв’язувалися не довільно, а складали б чітко визначену систему. Система задач до кожної теми повинна відповідати конкретній дидактичній меті і завданням. Вона повинна сприяти оволодінню вміннями, які необхідні для засвоєння нових дій, а також забезпечити розвиток пізнавальних інтересів учнів, виховання їх творчої особистості.

Розробляючи методичну систему реалізації функцій геометричних задач, необхідно враховувати всі вимоги навчально-виховного процесу: методистам варто встановити основні розумові вміння, які повинні бути досягнуті учнями у процесі розв’язування системи завдань; визначити її параметри, структуру, функції взагалі і кожної задачі зокрема ; виділити основні методи розв’язування задач; розробити методику навчання геометрії через дану систему. Проектуючи розглянуту методичну систему на зміст навчального матеріалу будь-якої теми курсу планіметрії, ми отримаємо конкретну систему задач до теми, яка реалізує всі функції задач [50].

Спинимося детальніше на деяких особливостях побудови системи геометричних задач.

Виділимо основні компоненти розумових умінь і навичок, які учні повинні досягти в процесі розв’язування системи планіметричних задач:

1) уміння виділяти та узагальнювати ознаки і властивості геометричних фігур:

а) здатність до оцінки форми, положення, величини; до встановлення співвідношення між елементами;

б) здатність до сприйняття окремих елементів з різних поглядів;

в) здатність до цілеспрямованого аналізу заданого геометричного об’єкта і планомірного синтезу його окремих елементів;

2) уміння проводити логічні, послідовні та обґрунтовані словесні міркування, робити висновки;

3) оволодіння геометричною мовою і символікою;

4) формування навичок аналізу, синтезу, узагальнення, порівняння, абстрагування, аналогії;

5) оволодіння вміннями і навичками практичного характеру, які будуть необхідні в суспільному виробництві;

6) виховання раціональної організації навчальної праці [51].

Для визначення структури системи задач найбільше підходить структурна систематичність в організації навчального матеріалу [49].

Між елементами використовують однакові логічні відношення, постійно здійснюється перехід до нового змісту, причому кожний попередній елемент є основою для наступного. Але крім основного ланцюжка взаємозалежних елементів основного змісту, утворюються додаткові ланцюжки, складені з похідного змісту. Така побудова утворює структуру, кістяком якої є основний зміст, навколо якого групується додатковий. При такій побудові зміст засвоюється не тільки широко і повно, а й глибоко. Побудована таким чином система геометричних задач матиме не лінійну, а двовимірну структуру.

Виділимо основні етапи навчання учнів планіметрії через систему задач і позначимо їх першими літерами ключових слів [59]:

1) постановка мети перед учнями й формування в них готовності до сприйняття нового матеріалу (М);
2) сприйняття, усвідомлення і закріплення навчальної інформації (І);
3) засвоєння засобів діяльності (умінь і навичок) відтворенням засвоєної інформації у варіативних умовах і виконання завдань тренувального характеру (З);
4) оволодіння навичками творчої діяльності, розв’язуванння проблемних і дослідницьких завдань, коли засвоєні знання,

вміння і навички застосовують творчо і водночас самостійно здобувають нові знання і вміння (Т);

5) цілеспрямоване виховання (самовиховання) спостережливості, математичної кмітливості, якостей особистості (В);

6) узагальнення засвоєних знань і включення їх до системи з раніше засвоєними (У);

7) контроль результатів навчальної діяльності учнів (К).

Відповідно до запропонованих етапів навчання можна виділити такі типи задач, які повинні бути включені до системи: ввідні (М), першозакріплюючі (І), тренувальні (З), поглиблюючі (Т), комбіновані (У), контролюючі (К) і в кожній задачі має бути присутній виховний аспект.

Побудована таким чином система задач допомагає вчителеві на всіх етапах навчання досягти конкретних дидактичних цілей. Вона надає змогу послідовно формувати поняття, навчати способам розв'язування задач, виробляти в учнів важливі навички і вміння, навчати математичній мові, розвивати логічне мислення.

Питання про те, скільки задач і які їх види варто включати до системи, потребує додаткового дослідження. У будь-якому разі в ній обов'язково потрібно помістити основні види задач з погляду поділу їх за цільовим призначенням.

Розв'язування задач є природним продовженням вивченого теоретичного курсу, важливим етапом в оволодінні предметом. Проблему розв'язування математичних задач, у тому числі й з геометрії, висвітлено в багатьох посібниках [3, 16, 38, 46, 58].

Потрібно враховувати, що психолого-педагогічні основи класифікації задач за їх дидактичними функціями, загальні методи навчання розв'язування задач, інші питання конкретної методичної техніки, пов'язані з задачами, мають універсальний характер. Наведемо найважливіші положення щодо ролі і функцій задач у навчанні математики, методики роботи педагога і учнів.

За способом використання в навчальному процесі розрізняють 2 групи математичних задач:

1. задачі, які використовують для формування понять, безпосереднього застосування вивчених тверджень, закріплення алгоритмів, розкриття і показу застосування математичних методів;
2. задачі, на основі яких організовується математична діяльність учнів, здійснюється розвиток мислення, формуються уміння практичного застосування математики.

Найважливішим у розв'язанні математичних задач I групи є підготовка до вивчення нових теоретичних відомостей (понять, теорем, методів); закріплення щойно набутих теоретичних знань; ілюстрація застосування вивченого матеріалу; формування навичок і вмінь; повторення раніше вивченого; контроль засвоєння математичних знань.

Під час розв'язування задач II групи реалізуються такі завдання: зацікавити учнів математикою; навчити орієнтуватися в нових задачних ситуаціях; нагромаджувати інформацію, корисну для розв'язування інших задач під час вивчення нових розділів математики; навчити учнів різноманітним методам пізнання реальної дійсності; виробити уміння критично осмислювати результати розв'язання.

Усі ці положення стосуються навчання розв'язування будь-яких математичних задач. Щодо геометричних задач, то методика їх розв'язання має певну специфіку.

Геометричні задачі поділяються на 4 типи:

1) **задачі на обчислення** (тут геометричними міркуваннями і за допомогою алгебраїчних та арифметичних співвідношень знаходять шуканий елемент у вигляді числа);
2) **задачі на доведення** (чисто геометричні міркування послідовно перетворюють умову задачі, наближаючи її до висновку, і

встановлюють справедливість цього висновку, або, навпаки, вважаючи висновок задачі правильним, наближають його до умови і стверджують її);

3) **задачі на побудову** (тут істотне значення має вказівка на засоби, за допомогою яких задача розв’язуватиметься, на інструменти, що ними виконуватиметься побудова шуканої фігури);
4) **задачі на дослідження** (споріднені з задачами на доведення, але відрізняються від них тим, що умови не містять готової відповіді) [18].

Використання задач у процесі навчання математики сьогодні ще далеке від ідеального.

Як пише А.Ф.Есаулов [63] у психології та педагогіці звертається увага переважно на те, як розв’язуються вже кимось знайдені та цілком чітко сформульовані задачі, а не на те, як вони виявляються і ставляться. В результаті виходить, що учень, який звик бачити перед собою чітко і коректно сформульовану задачу, просто губиться в незнайомій ситуації, будь то звичайна некоректна математична задача або довільна задача, яка виникає як наслідок з практики (прикладна).

У сучасному математичному навчанні вирізняється наступний актуальний аспект: вивчення математики на всіх етапах повинно мати розвивальний характер і прикладний напрямок. Школярам необхідно давати не просто конкретний обсяг знань, але й прививати їм навички творчості, інтерес до дослідження, формувати в них позитивну мотивацію.

Педагогічний досвід показує, що будь-яка задача, яку розв'язують на тому чи іншому етапі навчання, виконує різні виховні функції, які за певних конкретних умов виступають явно або приховано.

Всі функції задач взаємозв'язані. Проте основна функція, яка визначається основною метою її постановки перед учнями, має бути реалізована в першу чергу. Методично доцільно використовувати якомога більше задач, які виконують одночасно кілька функцій.

Розв'язування геометричних задач сприяє ознайомленню учнів з основними напрямами роботи тих чи інших підприємств або галузей народного господарства; викликає інтерес до них, що є неодмінною умовою ефективності орієнтації учнів на певні професії. У процесі розв'язування тої чи іншої задачі вчитель має можливість розповісти про певну професію та потребу в ній.

1.2 Функції задач у навчанні математики

Задачі відіграють велику роль у навчанні геометрії. Ця роль визначається тим, що кінцева мета цього навчання зводиться до оволодіння учнями методами розв'язування певної системи задач, а також тим, що повноцінне досягнення мети навчання геометрії можливе лише з допомогою розв'язування учнями системи навчальних задач. Таким чином, задачі виступають і як мета, і як засіб навчання геометрії [52].

Як відомо, розв'язування задач – важлива складова частина курсу геометрії. З одного боку, задачі є основною формою закріплення вивченого теоретичного матеріалу, застосуванням набутих знань на практиці. З другого боку, робота над задачами веде до глибшого розуміння геометрії, істотно розширює кругозір учнів [1].

Задачі у навчанні математики є і об'єктом вивчення, і засобом навчання. Зазвичай розрізняють чотири основні їхні функції:

- навчальна,
- розвивальна,
- виховна,
- контролююча [45].

Жодна із названих функцій не може виступати ізольовано від інших, але в кожній конкретній задачі вчитель має виділити провідну функцію і добиватись її реалізації в першу чергу.

Як відомо, будь-яка задача, що розв'язується на тому чи іншому етапі навчання, несе в собі різні функції, причому провідне положення однієї чи декількох функцій задач має динамічний характер. У зв'язку з цим існує можливість посилення однієї чи декількох функцій задач без послаблення інших [52].

Дамо певну характеристику основним функціям задач.

Навчальна функція полягає в формуванні в учнів системи математичних знань, навичок і вмінь на різних етапах навчання. За допомогою системи задач учні вчаться не лише застосовувати здобуті теоретичні знання, а й на етапі мотивації переконуються у потребі здобуття нових знань; у процесі розв'язування задач дістають додаткову теоретичну інформацію і відомості про методи їх розв'язування.

Розвивальна функція задач спрямовується на розвиток мислення школярів, на формування в них розумових дій і прийомів розумової діяльності, просторових уявлень і уяви, алгоритмічного мислення, вміння математизувати ситуацію тощо.

Виховна функція задач спрямовується на формування в учнів наукового світогляду, вона сприяє екологічному, економічному, естетичному вихованню, розвиває пізнавальний інтерес, позитивні риси особистості (наполегливість, волю, відповідальність за доручену справу та ін.).

Контролююча функція задач полягає у встановленні рівня навченості, рівня загального і математичного розвитку, стану засвоєння навчального матеріалу окремими учнями і класом загалом [45].

До структури системи задач, які реалізують навчальні, розвивальні і виховні функції, повинні входити:

1) **задачі із провідною навчальною функцією**, до яких віднесено:
   - пропедевтичні:
     - на спостереження ознак і властивостей фігур;
     - співставлення дослідних фактів;
   - репродуктивні:
     - на підведення фігури під поняття;
     - зображення фігур;
     - виведення наслідків і умов;
     - взаємне розміщення фігур;

- тренувальні:
  - на застосування виведених формул, теорем;
  - знаходження точкових множин;
  - визначення співвідношень між елементами фігур;

2) **задачі із провідною розвивальною функцією**, до яких віднесено:
   - на виділення характерних ознак і властивостей;
   - переосмислення фігур;
   - аналіз, синтез, узагальнення;
   - пошук алгоритму розв’язання;
   - з не сформульованою умовою і вимогою;
   - із суперечливою умовою і вимогою;
   - з кількома розв’язками;
   - з недоступними елементами;
   - з обмеженнями;
   - на відновлення фігур;

3) **задачі із провідною виховною функцією** містять в собі такі:
   - на формування пізнавального інтересу;
   - на політехнічне, естетичне, економічне, трудове виховання;
   - на виховання потреби доводити;
   - на формування навичок раціональної навчальної праці;
   - на виховання спостережливості, самостійності [50].

Звичайно, такий поділ має швидше логічний характер: конкретну задачу далеко не завжди можна віднести до того чи іншого виду. Скоріше навпаки – в досить змістовній задачі реалізуються всі її цілі, від чого вона, звичайно, тільки виграє. Дійсно, вимогу задачі завжди можна сформулювати так, що при тому самому змісті, функція задачі зміниться.

Наприклад, маємо таку задачу: Встановити взаємозв'язок між зовнішнім і внутрішніми кутами трикутника. Це задача з несформульованою вимогою, яку має визначити учень, спираючись на відомі йому відношення і залежності. В ній поєднались усі три функції (навчальна, розвивальна і виховна). Немає сумніву, що задача є дуже цінною для навчання і розвитку учня.

Отже, можна стверджувати, що при формуванні системи геометричних задач, методистам потрібно чітко визначити функції кожної задачі, які мають бути реалізовані на всіх етапах навчання, встановити зміст, кількість, місце і методику роботи над розв'язуванням задач побудованої системи [51].

1.3 Реалізація виховних функцій задач

Задачі з планіметрії дозволяють здійснювати **трудове виховання** учнів протягом навчання.

Формування в людини позитивного відношення до праці означає включення її в активну перетворюючу діяльність під час розв’язування задач, причому розвиток інтелектуальних компонентів цієї діяльності є необхідною ланкою цілісної системи трудового виховання, яка забезпечує загальний розвиток особистості учня. Показниками трудової культури є такі якості особистості, як уміння організовувати, планувати і оцінювати свою роботу в ході розв’язування задачі, діяти цілеспрямовано, настирливо й активно. Саме ці якості допомагають оволодіти геометричним матеріалом.

Якщо говорити про геометрію в цілому, то геометричні задачі допомагають визначати площі різних поверхонь, що важливо не лише для сільського господарства, а й для будівельних робіт, для розрахунків, пов’язаних з пошивом одягу та взуття, з обчисленням витрати палива тощо, знаходити об’єми тіл, які потрібні, наприклад, при розрахунках витрати матеріалів під час будівельних робіт. При будівництві гідротехнічних споруд, створенні системи зрошування земель доводиться визначати кількість води, яка проходить за одиницю часу в тому чи іншому місці каналу. І тут швидкість течії множать на площу поперечного перерізу потоку, тобто знову звертаються до геометрії.

Розрахунки роботи багатьох машин і приладів ґрунтуються на відповідних властивостях геометричних фігур.

Різні вироби як важкої (верстати, двигуни тощо), так і легкої (взуття, головні убори тощо) промисловості випускають кількома серіями. При визначенні розмірів в основу кладуть подібність фігур і властивості прогресій.

При будівництві шляхів заокруглення на поворотах здійснюють за допомогою спеціально дібраних кривих (не лише кола).

Учні, дістаючи на уроках геометрії таку інформацію, усвідомлюють значення розглядуваного матеріалу, можливості його використання в майбутній трудовій діяльності.

Важливу роль у курсі геометрії може відігравати математичний аналіз виробничих прийомів. Учитель розповідає (демонструючи в потрібних випадках схеми, малюнки, деталі або моделі) про те, як здійснюється та чи інша операція на заводі, будівельному майданчику, полі чи під час геодезичних робіт. Учням пропонується висловитися, на якій математичній закономірності ґрунтується виконання розглянутої операції, спробувати знайти інший спосіб виконання роботи тощо.

Розглядають, наприклад, роботу з креслярськими інструментами – з лінійкою, косинцем. Ставлять питання про перевірку якості виготовлення. Тут може йтися не тільки про прямизну сторін і величину найбільшого кута косинця, а й про величини гострих кутів (кути по 45°, або 30° і 60°).

Розглядають розмітку прямокутної рамки креслярником, способи поділу бруска (дошки) на частини однакової ширини, роботу рейсмуса, способи розкроювання матеріалу на виробництві.

Найпоширенішою формою роботи в плані трудового виховання на уроках геометрії є розв’язування задач практичного змісту.

Ці задачі істотно розширюють **політехнічний** кругозір учнів, виконують профорієнтаційну функцію. Розв’язуючи їх, учні дістають важливу інформацію про роботу механізмів і верстатів, деяких приладів і пристроїв, про ряд трудових прийомів.

Слід зауважити, що вчителі математики досить часто складають геометричні задачі практичного змісту самостійно.

У зв’язку з цим зауважимо, що такі задачі мають задовольняти ряд важливих умов. Насамперед реальними повинні бути описувані процеси, числові дані та запитання задачі. Крім того, задача має бути змістовною з математичного боку (недоцільно, наприклад, пропонувати учням задачі, все розв’язування яких зводиться до єдиної математичної дії або до підстановки числових даних у формулу), а метод її розв'язування мав якомога більшу практичну цінність. До свідомості учнів необхідно донести, що основою для оволодіння сучасними професіями має стати серйозна математична і зокрема геометрична підготовка.

Умови задач практичного змісту корисно пов'язувати з місцевим матеріалом (плани місцевості підприємств тощо).

Естетичне виховання є одним з важливих напрямів виховання, становлення гармонійно розвиненої особистості.

Естетичну цінність планіметричних задач давно взяла на озброєння педагогіка математики. Зокрема, планіметричні фігури полегшують сприймання і запам'ятовування відповідної інформації – споглядання їх може принести справжню естетичну насолоду. Краса фігур заявляє про себе відразу, вона доступна "неозброєному" оку. Але в математиці є й інші, глибші рівні естетичної цінності. Внутрішня логіка притаманна кожній планіметричній задачі. У геометрії вона виявляється з особливою виразністю і є одним з важливих компонентів математичної естетики.

Центральним в естетичному вихованні учнів на уроках геометрії є питання про красиве розв'язування задачі.

Те чи інше твердження про відношення між математичними об'єктами набуває чинності математичного факту тоді й тільки тоді, коли його доведено. У противному разі ніякі посилання на очевидність або авторитети не зроблять це висловлювання істинним.

Виховна функція задач учить чіткості й строгості міркувань, учить усвідомлювати всі застосовані в доведеннях посилання й розрізняти доведене і здогад, виховує вимогливість до повноцінної аргументації під час доведення планіметричних задач [30].

Опрацьовуючи нову інформацію в задачі учні мають виконувати значну аналітико-синтетичну роботу, виділяти вузлові моменти, зіставляти й порівнювати їх.

Потрібно відмітити, що включення учнів у діяльність з пошуку узагальнень математичних фактів відіграє велику роль у вихованні якостей творчої особистості. При цьому учні вчаться самостійно ставити і розв'язувати нові для них задачі, вчаться продуктивній розумовій праці. Крім того, така діяльність сприяє кращому засвоєнню знань, пошуку зв'язків між ними, вчить розглядати визначені факти, закономірності, що надзвичайно важливо при вивченні математики.

Там, де можна поставити і розв'язати більш загальну задачу, намагання учнів слід направити на аналіз методу розв'язування початкової задачі, на вивчення її формулювання з метою визначення напрямків зміни умови задачі, на визначення обмежень і можливостей їх зняття [60].

При цьому виявляються ефективними такі прийоми, як розв'язування однієї задачі різними способами, перенесення знань і навичок у нову ситуацію, знаходження раціонального методу розв'язування задачі або виконання практичних робіт.

Досить важливим для управління процесом розв'язування задачі є самоконтроль, який ґрунтується на умінні співвідносити здобуті результати з поставленою метою.

Педагогічна наука розглядає формування міцних знань у нерозривній єдності з розвитком ініціативи, самостійності та творчого мислення. Активність, цікавість, бажання самостійної діяльності властиві всім дітям. Більше того, самостійні розмірковування та пошуки, доведення та твердження є важливою умовою продуктивного засвоєння і запам'ятовування [48].

Однією з важливих функцій планіметричних задач є розвиток самостійності учнів. Вона полягає в умінні самостійно контролювати свою учбову діяльність, тобто умінні контролювати результати розв'язування окремих задач в цілому й основних етапів розв'язування, планувати навчальні дії, передбачувати труднощі й намічати шляхи їх вирішення [14].

Згідно існуючої практики навчання майже на кожному уроці геометрії учні отримують домашнє завдання, яке включає в себе декілька задач і вправ, котрі необхідно в обов'язковому порядку розв'язати до наступного уроку.

Успіхи школярів у розв'язуванні задач стають відомими всьому класу та вчителю, що передбачено принципом відкритості результатів навчання.

Стихійно виникає змагання між школярами. Цікаво, що при цьому клас довільно розбивається на пари приблизно рівних по силі учнів і кожний з них порівнює свої успіхи передусім з успіхами товариша, а потім з успіхами всього класу.

У медицині давно вже не викликає сумнівів величезна роль самонавіювання. В.Ф.Шаталов [62] одним з перших використовує самонавіювання в педагогіці. На питання: "Чому ти розв'язуєш задачі?", "Мені подобається", – заявляє учень, не знайшовши іншої відповіді. Але, сказавши це, він починає цьому вірити. Природі дитини чужі пориви неправди, брехні. Тепер він усім, а головне, самому собі старається довести, що йому дійсно подобається розв'язувати задачі. Він починає розв'язувати все більш і більш складні задачі, отримуючи при цьому все більше і більше задоволення від успіхів. У кінцевому результаті розв'язування задач насправді починає приносити йому задоволення, після чого необхідність в інших мотивах зникає.

Друга риса, яку набуває учень, – наполегливість. "Кто с детских лет занимается математикой, тот развивает внимание, тренирует свой мозг, свою волю, воспитывает в себе настойчивость и упорство в достижении цели", – казав А.І.Маркушевич [36]. Справді, виховання волі та наполегливості приходить при розв'язуванні складних задач, у тому числі й планіметричних [7].

Отже, головним завданням виховної функції задач є розширення і поглиблення знань, розвиток інтересу школярів до предмету, розвиток їх математичних здібностей, прищеплення учням інтересу до самостійних занять математикою, виховання та розвиток їх ініціативи і творчості [20].

1.4 Психолого-педагогічні основи процесу розв’язування задач у навчанні планіметрії

Інтерес до навчальної діяльності, який підкріплюється постійною активною участю у відкритті нових істин, перевірці гіпотез, пошуком способу дій у задачі, є основною психологічною умовою успішності цієї діяльності.

Шкільні уроки геометрії направлені на вивчення програми, а не на розвиток мислення у дітей. Учитель бачить своє завдання у тому, щоб школярі з його допомогою засвоїли ще одну порцію матеріалу. Проте основне його завдання – якнайкраще сприяти розвитку пізнавальних можливостей учнів [37].

Основну частину часу на уроці учень проводить, розв’язуючи задачі, і в більшості від їх особливостей (складності, багатогранності, сюжетної форми, послідовності та ін.) і залежить, наскільки успішним буде процес навчання геометрії. Але що ж ми маємо насправді? На практиці виходить, що найчастіше процес розв’язування задач на уроці володіє деякою рутинністю й залишає учню мало можливостей для творчості. З часом така специфіка задач виробляє в школяра деякий неправильний стереотип мислення відносно розв’язування задач. Учень просто шукає стандартну ситуацію, до якої можна було б примінити відомі формули і теореми, і губиться, коли запропонована задача потребує навіть нескладного нестандартного підходу.

На думку Л.Фрідмана [57], однією з основних функцій задач у навчанні математики є функція формування і розвитку в учнів загальних умінь розв’язувати будь-які математичні (в тому числі й прикладні) задачі.

Учні в наш час не отримують ніяких спеціальних знань, на базі яких можливе таке формування. Більше того, сьогодні ці загальні вміння формуються чисто стихійно, а не в результаті цілеспрямованого, систематичного навчання. Вважається, що ці вміння можуть виникнути тільки завдяки розв’язуванню великої кількості математичних задач.

Потрібно погодитися з тією думкою сучасних дидактів і психологів, що процес розв’язування задачі повинен складатися з наступних етапів:

1) аналіз умови задачі;
2) пошук плану розв’язування;
3) втілення знайденого плану, перевірка і доведення того, що отримане розв’язування задовольняє умовам задачі;
4) обдумування (аналіз) проведеного розв’язування.

Найважливішу роль при розв’язуванні задач відіграють аналіз і синтез. Навчання розв’язуванню задач повинне починатися з навчання аналізу умови задачі. Справді, недоречно приступати до розв’язування задачі, якщо учень не засвоїв її умови, не проник в її суть. Знання умови актуалізує дії учня по перетворенню її, що сприяє пошуку плану розв’язування. Засвоїти умову задачі – це означає провести її аналіз, відокремити дані та вимоги. Якщо в задачі декілька даних і вимог, то необхідно розділити їх на елементарні (тобто на такі, які далі не розділяються). При вивченні умови задачі співставляються дані і вимоги (синтез) для того, щоб вияснити, чи достатньо даних для відповіді на питання задачі, для виконання вимог задачі, чи немає зайвих даних. На кінець, вивчаючи умову задачі, важливо, якщо це можливо, встановити вид і тип задачі й тим самим з’ясувати, чи не належить задача до того типу, метод чи спосіб розв’язування якої вже відомий.

У шкільному курсі геометрії передбачено розв’язування багатьох типових стандартних задач, які входять в основу математичних знань і вмінь. Навчання учнів методам або способам розв’язування типових стандартних задач – важливе завдання вчителя. Знання способів розв’язування типових стандартних задач орієнтує учня на встановлення зв’язків між шуканими і даними об’єктами, позбавляє від повторних відкриттів, звільнює час та дає основу для пошуку розв’язування нестандартних задач.

Пошук плану розв’язування задачі здійснюється за допомогою аналізу й синтезу. В процесі пошуку плану розв’язування продовжується подальше співставлення даних і вимог задачі з метою з’ясування вагомих зв’язків між ними. При цьому елементи задачі виключаються з одних зв'язків і вступають у нові, проявляються в нових якостях (дія переосмислення елементів задачі). У більш складних задачах для пошуку плану проводиться аналіз Евкліда або ідеальний аналіз (мислення від вимог до умов).

Якщо план розв'язування задачі знайдений, то здійснення його зазвичай не викликає труднощів у учнів. Слабким місцем у шкільній практиці є перевірка і доведення того, що отриманий розв'язок задовольняє вимогам задачі. Практика показує, що навіть багато старшокласників не можуть перевірити розв'язок задачі. Перевірка та дослідження розв'язку потребують уміння виконувати аналіз і синтез (співставлення розв'язку вимогам задачі), виділяти та відкидати сторонні розв'язки, якщо вони отримались. Складності здійснення перевірки пов'язані з тим, що вона часто займає багато часу. Крім того, в методиці викладання математики, у підручниках та посібниках нема єдиної думки відносно того, якою повинна бути перевірка розв'язку, чи завжди вона потрібна. Тому школа повинна сформувати в учнів потребу та навички самоконтролю, в тому числі й при розв'язуванні задач.

У традиційній методиці викладання математики і шкільній практиці в структурі розв'язування задач четвертий етап, який передбачає осмислення проведеного розв'язування, спеціально не виділявся, хоча досвідчені вчителі завжди звертали увагу на цей момент у розв'язуванні з тією метою, щоб учні могли дістати з розв'язування кожної нової задачі позитивний досвід і перенести його в нові умови. Останнім часом у зв'язку з посиленням уваги психологів, дидактів, методистів до проблеми перенесення знань висловлюється думка про необхідність спеціального включення цього етапу до загальної структури розв'язування задач. Обговорення проведеного розв'язування потребує досконалого його аналізу з метою виділення головної ідеї розв'язування, важливих його моментів, узагальнення розв'язування для складення алгоритму розв'язування всіх задач даного типу. Водночас виявляються недоліки розв'язування, інші, можливо кращі, плани розв'язування. На цьому етапі, крім аналізу та синтезу, використовуються узагальнення і пов'язане з ним абстрагування від конкретних умов задачі, від незначних моментів у її розв'язуванні [47].

Аналіз шкільного підручника геометрії [43] показує, що він містить наче достатню (або навіть надлишкову) кількість задач, з яких учитель може складати набори задач, які орієнтовані на різні класи і на різних учнів. Але навчальний ефект виходить, на думку багатьох педагогів-дослідників, невисоким.

Більшість учнів, зустрівшись із задачею незнайомого або малознайомого виду, не знають, як до неї підступитися, з чого розпочати розв'язок, і при цьому зазвичай говорять сумно відомі слова: "А ми такі не розв'язували".

Які ж причини цього широко розповсюдженого явища?

Метельський Н.В. [40] вбачає основну причину в незадовільній постановці задач у навчанні математики. Він пише: "Проблема постановки задач у процесі навчання математики до цього часу не знайшла задовільного розв'язання ні з точки зору змісту навчальних задач, ні з точки зору їх цільового призначення, ні з точки зору числа обов'язкових чи необов'язкових задач або представленні їх у вигляді цілісної системи."

Сьогодні, коли учні не мають систематичних знань про задачі та їх розв'язки, головну увагу учнів (і вчителів) направлено на те, щоб знайти розв'язок задачі і при тому якнайшвидше. На заключний аналіз, на встановлення того, які висновки можна зробити з виконаного розв'язування, – на все це вже не залишається ні сил, ні часу, ні бажання, проте це головні аспекти розв'язування задач.

У школі неможливо, навіть і не потрібно, розглядати всі види математичних задач. Скільки б задач не розв'язували в школі, все одно учні у своїй майбутній роботі зустрінуться з новими видами задач. Тому школа повинна озброювати учнів загальними підходами до розв'язування будь-яких задач.

Однією з особливостей планіметрії є алгоритмічність розв'язування багатьох її задач. Алгоритмом, як відомо, називається визначена вказівка відносно того, які операції та в якій послідовності потрібно виконати, щоб розв'язати будь-яку задачу визначеного типу. В залежності від змісту навчального матеріалу вчитель повинен вирішити, в якому випадку доцільно організовувати колективний або самостійний пошук алгоритму розв'язування задач, а коли дати алгоритм в готовому виді [47].

Звичайно, велика кількість задач не алгоритмізується і розв'язується за допомогою спеціальних, особливих прийомів. Тому здатність знаходити шляхи розв'язування, які не підходять під стандартне правило, є однією з істотних особливостей математичного мислення, як про це пише у своїй книзі академік Колмогоров А.М. [21].

Необхідність спеціальних здібностей для вивчення і розуміння геометрії часто перебільшують. Враження виключної складності геометрії іноді створюється її поганим, надмірно формальним викладом на уроці.

Вміння послідовно, логічно мислити в незнайомій ситуації формуються з труднощами. На математичних олімпіадах непередбачувані проблеми виникають саме при розв'язуванні задач, у яких не пропонується ніяких попередніх знань із шкільного курсу, але вимагається правильно вловити суть питання і розмірковувати послідовно [21]. Саме в таких задачах реалізується виховна функція. Безперечно, учні повинні розв'язувати задачі самостійно, спрямовувати всі свої знання і вміння на швидке та правильне розв'язування.

Багато нарікань викликає і підготовка школярів як абітурієнтів, які вступають до ВУЗу на фізико-математичні спеціальності. Багатолітня практика вступних екзаменів показує, що виховані в традиційній школі абітурієнти володіють знаннями, достатніми для вступу до ВУЗу , проте інтелектуальний розвиток більшості з них і, головне, рівень абстрактного і логічного мислення недостатній для ефективного навчання на вибраній спеціальності [37].

Отже, як показує вищеподаний аналіз літератури, набори задач, які містяться в наявних шкільних підручниках, поки що не задовольняють вимогам, які висуваються до результативності математичного навчання. Найчастіше ці задачі відносяться до алгоритмічно розв'язуваних, які не розвивають в учнів варіативного мислення, не вчать багатьом навичкам, які так необхідні для розв'язування задач, як шкільних, так і побутових, виробничих, наукових і т.д.

Якщо подивитися на задачі, подані в шкільних підручниках геометрії, то всі задачі, що містяться в них, всередині однієї теми класифіковані за порядком складності та розташовані, як правило, в порядку її зростання.

Серед запропонованих задач подані задачі різних класифікацій (у будь-якому разі, цього прагнуть автори підручників): за їх призначенням – тренувальні й розвивальні, за наявністю алгоритму розв'язку – стандартні й нестандартні, за характером вимоги – доказові, обчислювальні та конструктивні. Існують й інші класифікації, які знаходять те чи інше відображення в шкільних підручниках.

Наприклад, **М.Крутецький** [27] наводить таку **класифікацію**:

1. ***Задачі з несформульованою умовою*** – задачі, в яких є всі дані, проте питання задачі лише мається на увазі.
2. ***Задачі з надлишковою умовою*** - задачі, в яких є зайві дані, непотрібні для розв'язування, що лише маскують необхідні для розв'язування дані.

№ 1. Знайдіть площу прямокутника по стороні a, діагоналі d та куту α між діагоналями.

№ 2. Знайдіть площу прямокутного трикутника з катетами 9, 40 і гіпотенузою 41.

№ 3. Знайдіть периметр прямокутника, якщо довжини його сторін дорівнюють 1,2 і 3,4, а площа рівна 4,08.

У першій задачі для обчислення площі достатньо будь-якої пари даних із наведених трьох. При розв’язуванні другої і третьої задачі не використовують значення довжини гіпотенузи та площі прямокутника, але для повноти розв’язання не зайве переконатися, що дані не суперечливі, тобто

$$9^2 + 40^2 = 41^2 \text{ і } 1{,}2*3{,}4 = 4{,}08.$$

3. ***Задачі з неповним складом умови*** – задачі, в яких відсутні деякі дані, необхідні для розв’язування задачі, внаслідок чого дати конкретну відповідь на питання задачі не завжди є можливим.

№ 1. В трикутнику одна сторона має довжину 8, а друга 10. Знайдіть довжину третьої сторони.

№ 2. Знайдіть площу трапеції, основи якої дорівнюють 8 і 10.

4. ***Задачі з суперечливою умовою*** – задачі, які містять в умові суперечність між даними.

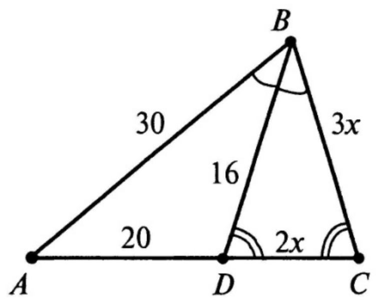
№ 1. Знайдіть периметр прямокутника, якщо довжини його сторін дорівнюють 1,2 і 3,4, а площа рівна 5,6.

№ 2. Знайдіть площу трикутника із сторонами 3, 4 і 8.

№ 3. Відрізок BD є бісектрисою трикутника ABC. Знайдіть DC, якщо AB=30, AD=20, BD=16 і $\angle$BDC=$\angle$C.

Перша задача суперечлива, оскільки площа прямокутника насправді дорівнює 4,08. Довжини сторін у другій задачі не задовольняють відомій нерівності трикутника: 8< 3+4 – хиба.

Суперечність між даними у третій задачі виявимо, обчисливши, наприклад, коефіцієнт пропорційності x двома різними способами, і отримавши при цьому різні відповіді.



DB=BC (за умовою $\angle$BDC=$\angle$C),

BC=3x, DC=2x (BC: DC=30:20).

Звідси 3x=16, x=5$\frac{1}{3}$.

Рис. 1.1

З другого боку, за формулою для квадрата бісектриси BD:

$$16^2=30\cdot 3x - 20\cdot 2x.$$

Отже, $50x=16^2$, $x=\frac{256}{50} = 5\frac{3}{25}$ – суперечність.

Зрозуміло, що й змоделювати дану конфігурацію неможливо. Зафіксувавши, наприклад, трикутник ABD, ми добудуємо потім трикутник BDC так, щоб або відрізок BC буде дорівнювати відрізку BD, або кут CBD буде дорівнювати куту DBA. Тепер і знайдемо довжину бісектриси, яка не суперечить даним.

Існує ще й п’ятий тип задач [19]:

5. ***<u>Варіантні задачі</u>*** – задачі, умови і дані яких не визначають геометричну конфігурацію однозначно.

№ 1. Сторони паралелограма дорівнюють 3 і 5, а висота 4. Знайдіть його площу.

№ 2. Сторони паралелограма дорівнюють 4 і 5, а висота 3. Знайдіть його площу.

№ 3. Довжина кола, описаного навколо рівнобедреного трикутника, дорівнює 5π, а довжина його основи дорівнює 3. Знайдіть площу трикутника.

У першій задачі паралелограм визначається однозначно, оскільки висота може бути проведена лише до меншої сторони, тому його площа дорівнює 12. У другій задачі можливі два варіанта і площа паралелограма дорівнює 12 і 15. У третій задачі знайдемо діаметр кола, який дорівнює 5, і побачимо, що існує два рівнобедрених трикутника, вписаних у дане коло і побудованих на його хорді, яка дорівнює 3, як на основі.

В.А.Крутецький описує дослідження, яке він з групою дослідників проводив у багатьох школах СССР на протязі 12 років. Дослідники використовували задачі різних типів, серед яких були і наведені в цій класифікації, в якості тестових завдань для виявлення психологічних аспектів математичних здібностей школярів. Згідно з результатами цього дослідження – сильні учні справляються із задачами вказаних типів практично самостійно, швидко, майже без допомоги дослідника. Учні середніх здібностей також непогано справляються з подібними завданнями, проте для їх розв’язання їм потрібно більше часу і іноді навідне запитання, яке підштовхує на розв’язок. Слабкі учні практично не могли самостійно провести розв’язування цих задач, не бачили зв’язку між об’єктами задачі, і навіть з підказкою дослідника не могли справитись із завданням.

РОЗДІЛ ІІ. МЕТОДИКА РЕАЛІЗАЦІЇ ВИХОВНИХ ФУНКЦІЙ ЗАДАЧ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ КУРСУ ПЛАНІМЕТРІЇ

Питання виховання учнів у навчанні математики розглядалися в роботах [2, 6, 9, 15, 41, 42, 54, 61]. Проте вони висвітлюють лише окремі аспекти цієї проблеми.

Якщо уважно подивитися, то навіть проста задача виявляється дуже повчальною, приводить до змістовних узагальнень і служить яскравим прикладом відповідної діяльності [11].

Задачі, які виконують виховні функції (виховні задачі), повинні підтримувати інтерес до предмету, активізувати творчі сили учня, здійснюючи тим самим вплив на його особистість. У практиці навчання виховні функції задач рідко виступають як провідні. Однак той чи інший елемент виховання повинен обов'язково мати місце в кожній задачі [51].

У процесі навчання математиці відбуваються два взаємозв'язаних процеси: засвоєння учнями готових, набутих суспільством наукових знань як основи їх свідомості і розвиток здатності учнів самостійно мислити та виробляти уміння цілеспрямованого використання знань і навичок у майбутній суспільній діяльності. Між обсягом предметних (зокрема, математичних) знань, що їх засвоює учень, і рівнем розвитку його самостійного мислення, як свідчить досвід, не має прямої залежності такого виду: «чим більше знаєш, тим краще мислиш». Можна організувати навчальну діяльність учня так, що він добре запам'ятає означення понять, формулювання теорем та їх доведення, оволодіє певними алгоритмами певних математичних операцій і навчиться за їх допомогою розв'язувати задачі, але самостійно мислити, думати не зможе. Такий учень, «наповнений» готовими знаннями, схемами інтелектуальних операцій і дій може використовувати свої математичні знання, як правило, тільки в певних стандартних умовах. Поєднати, взаємопов'язати процеси засвоєння знань і розвиток мислення – найголовніше завдання в формуванні світогляду учнів. Цього можна досягти тільки за суворого дотримання відомого логічного принципу, який вважають основою діалектики – розвивати мислення через подолання суперечностей, ставити в процесі оволодіння знаннями інтелект учня перед суперечностями й допомагати їх переборювати

У цьому розділі ми розглянемо методичні особливості задач курсу планіметрії, які дозволяють реалізувати їх виховні функції.

2.1 Задачі на формування пізнавального інтересу

У пізнанні людиною навколишнього світу, яке йде від розуміння, велику роль відіграє рівень розвитку пізнавальних процесів: уваги, сприйняття, спостереження, уяви, пам'яті та мислення. Розвиток таких процесів у шкільному віці йде постійно. Проте він буде більш ефективним при систематичній і цілеспрямованій роботі [10].

Пізнавальний інтерес – інтерес учнів до пізнавальної діяльності, у процесі якої вони оволодівають змістом навчального предмету і необхідними вміннями та навичками, є фактором не тільки успішного навчання; він необхідний і для розвитку, і для формування особистості школяра в цілому.

Розрізнятимемо основні рівні розвитку пізнавального інтересу:

1) безпосередній інтерес до нових фактів та явищ, пов'язаний з інформацією, яку учні дістають в ході розв'язування задачі (елементарний рівень);
2) інтерес до пізнання істотних властивостей фігур;
3) інтерес до причинно-наслідкових зв'язків, до виявлення закономірностей та встановлення загальних принципів, що стосуються різного роду явищ [59].

Задачі на формування пізнавального інтересу повинні нести якусь цікаву, нову для учнів інформацію. Такі задачі мають сприяти зацікавленості предметом, а саме вони повинні розвинути бажання учнів розв'язувати задачі, причому далі все більшу кількість.

Задачі на формування пізнавального інтересу вже самою умовою звертають увагу школярів, пробуджують в них інтерес до пізнання нового. Такі задачі пропонують учням зробити щось своїми руками, отримати задоволення в процесі роботи, а в результаті – приємне відкриття.

Задача 1 (785). ***Спіраль Архімеда.*** Уявіть собі, що по радіусу диска, який рівномірно обертається з постійною швидкістю, повзе муха. Шлях, описаний мухою, – це крива, яка називається спіраллю Архімеда. Накресліть будь-яку спіраль Архімеда.

Задача 2 (787). ***Конхоїда Нікомеда.*** Побудуйте криву лінію, яку називають конхоїдою Нікомеда. Зробити це можна так. На аркуші паперу проведіть пряму АВ і поза нею виберіть точку О (полюс). Потім виберіть відрізок a, довжина якого нехай буде менша відстані від О до АВ. Далі, через точку О проведіть прямі і від точки перетину кожної з цих прямих з АВ відкладайте на неї в обидві сторони від АВ відрізок a. Кожного разу ви будете отримувати дві точки шуканої кривої. Конхоїда Нікомеда складається з двох віток, які лежать по різні сторони від АВ.

Попробуйте здогадатися, який вигляд буде мати конхоїда Нікомеда, якщо довжина відрізка a буде: 1) дорівнювати відстані від точки О до прямої АВ; 2) більшою за цю відстань.

Такі ж побудови, як тільки що описані, можна виконати, взявши замість прямої АВ коло. в цьому випадку полюс О можна взяти по-різному. Розгляньте хоча б два випадки: 1) полюс О співпадає з центром кола; 2) лежить на колі й a дорівнює радіусу цього кола. Які лінії (їх називають равликами Паскаля) отримали?

Задача 3 (794). Чи можна з проволоки, довжина якої 20 см, зігнути трикутник, одна сторона якого дорівнювала б: 1) 8 см; 2) 10 см; 3) 12 см?

Задача 4 (825). Аркуш паперу потрібно розрізати на 8 частин, обмежених відрізками. Скільки розрізів потрібно для цього зробити? **(***7***)**

Задача 5 (827). Є 13 рівних квадратів. Як скласти з них два квадрата?

(*Перший квадрат – із 4 даних квадратів, другий – із 9.*)

Задача 6 (657). Маса цеглини 4 кг. Яку масу має іграшкова цеглина, зроблена з того ж матеріалу, якщо всі розміри її в 4 рази менша? (*62,5 г*)

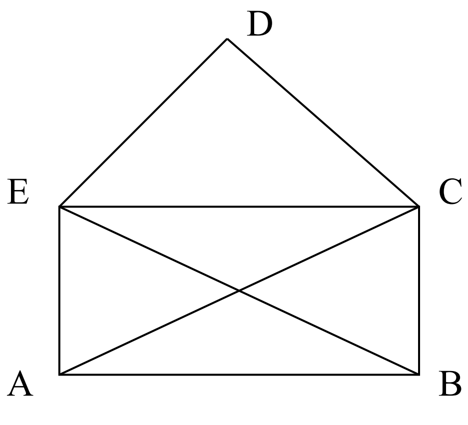
Задача 7 (681). Дано кут 54°. Як за допомогою циркуля та лінійки розділити його на три рівних кута?

(*Доповненням даного кута до 90° служить кут 36°. Це доповнення слід розділити на 2 рівних кута, кожний з яких є 1/3 даного кута.*)

Задача 8 (772). Який гвіздок міцніше тримається в дерев'яній стіні (складніше витягнути зі стіни) – круглий, квадратний чи трикутний, якщо забивати їх на одну глибину і площі їх поперечних перерізів однакові?

(*Трикутний, тому що він має більшу бокову поверхню.*)

Задача 9 (860). Не відриваючи олівця від паперу і не проходячи ні одного з відрізків двічі, зобразіть фігуру, як на рис.



2.2 Задачі на екологічне виховання

Екологічна криза, що виникла через непродумане господарювання людини, змушує змінити своє ставлення до довкілля. Цій меті покликані служити задачі на екологічне виховання.

Задачі на екологічне виховання спрямовані на розвиток у людини культури взаємодії з природою. Завдання таких задач полягає у нагромадженні, систематизації, використанні екологічних знань, вихованні любові до природи, бажання берегти і примножувати її, у формуванні вмінь діяльності в природі. Зміст їх полягає в усвідомленні того, що світ природи є середовищем існування людини, тому вона має бути зацікавлена в збереженні його цілісності, чистоти, гармонії.

Задачі на екологічне виховання формують в учнів уміння осмислювати екологічні явища, робити висновки щодо стану природи, виробляти способи розумної взаємодії з нею. Водночас естетична краса природи сприяє формуванню почуттів обов’язку і відповідальності за її збереження, спонукає до природоохоронної діяльності, запобігання нанесенню збитків природі.

Метою задач на екологічне виховання є формування в особистості екологічної свідомості і мислення. Екологічну свідомість потрібно виховувати через задачі ще у дітей шкільного віку.

Такі задачі передбачають зв'язок між набутими екологічними знаннями і життям, розкриття їх цінності не лише у виробництві, а й у повсякденному житті людини.

Задачі на екологічне виховання будуються на засадах: комплексного розкриття проблем охорони природи; взаємозв’язку теоретичних знань з практичною діяльністю учнів у цій сфері.

Задачі переконують у недопустимості варварського ставлення до природи, розкривають гармонію, неповторну красу природи, вплив її на людину. [pedag]

Останнім часом велике значення надається збереженню довкілля. Серед багатьох наукових методів використовується і метод математико-картографічного моделювання. Він полягає в тому, що за допомогою аерокосмічних апаратів з великих територій збирається різноманітна інформація про стан довкілля, як-от: стан продуктивності сільськогосподарських угідь, стан здоров'я лісового масиву, розміри ділянок суші чи моря, забруднених промисловими викидами тощо. Із зібраних даних складають математичні моделі, досліджують їх і відповідно до висновків пропонують заходи щодо покращення стану довкілля.

Перш за все, треба знати площі масивів, що досліджуються. Часто інформацію про форми ділянок подають у координатній формі. Тому треба вміти визначати площі фігур, заданих своїми координатами.

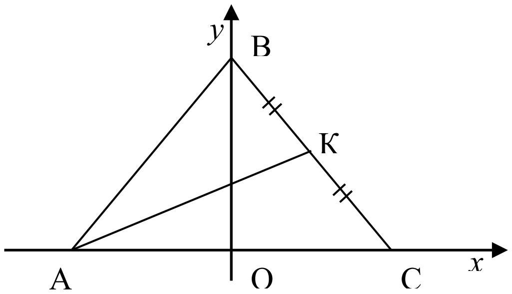
Задача 1. За допомогою космічного зондування визначили, що ділянка лісу, яка має координати (13;15), (14;17), (19;22), заражена шкідниками. На якій площі треба зробити санітарне оброблення лісу?

Задача 2. За допомогою аерокосмічних досліджень виявили, що чотирикутна ділянка з координатами (10;12), (12;14), (16;18), (22;16) покрилася шкідливими промисловими викидами місцевого заводу. Знайти площу зараженої ділянки.

Задача 3. Три сільськогосподарські фірми знаходяться у вершинах рівнобедреного трикутника ABC, (AB=BC). На серединах сторін цього трикутника знаходяться переробні підприємства фірм. Відстань від фірми B до підприємства O становить 80 км (т. O – середина AC). Знайти відстань від фірми A до підприємства K (т. K – середина BC), якщо відстань між фірмами A і C становить 40 км.

Розв'язання.

Уведемо систему координат, яку показано на малюнку. Маємо:



A(-20;0), B(0;80), C(20;0).

K – середина BC, K(10;40).

Знайдемо AK.

AK= $\sqrt{(10+20)^2+(40-(}$ = $\sqrt{900+16}$ =50 (км).

Відповідь: 50. [205]

Застосування методу координат в інженерній практиці тісно пов'язане з розв'язуванням геодезичних задач. Такі задачі виникають під час прокладання гірських тунелів, лісових доріг, чагарникових просік, тобто в тих випадках, де неможливо безпосередньо зробити усі необхідні вимірювання.

Задача 1. Треба посадити лісову просіку довжиною 6 км. За планом місцевості початок дороги знаходиться в точці A(18;12). Знайти координати кінцевої точки, якщо азимут становить 60°.

Розв'язання. Нехай B (x_2; y_2). Маємо:

$$x_2=x_1 + l\cos\alpha,\ \ x_2=18+6\cos 60°=21,$$

$$y_2=y_1 + l\sin\alpha,\ \ y_2=12+6\sin 60°=12+3 \approx 17.$$

Отже, B(21;17).

Відповідь: B(21;17).

Задача 2. Через гірський масив треба прокласти тунель. За планом місцевості його початкова точка A(40;15), а кінцева – B(80;45). Знайти довжину тунелю та азимут, під яким треба прокласти тунель.

2.3 Задачі на естетичне виховання

Гармонійний, всебічний розвиток особистості неможливий без її естетичної вихованості. До справи беруться задачі на естетичне виховання, спрямовані на формування здатності сприймати та перетворювати дійсність за законами краси.

“Краса – могутній засіб виховання чутливості душі. Це вершина, з якої ти можеш побачити те, чого без розуміння і почуття прекрасного, без захоплення і натхнення ніколи не побачиш. Краса – це яскраве світло, що осяває світ. При цьому світлі тобі відкривається істина, правда, добро і осяяний цим світлом, ти стаєш відданим і непримиренним. Краса вчить розпізнавати зло і боротися з ним. Я б назвав красу гімнастикою душі, вона виправляє наш дух, нашу совість, наші почуття і переконання. Краса – це дзеркало, в якому ти бачиш сам себе і завдяки йому так чи інакше ставишся сам до себе”. (Сухомлинський)

Метою задач на естетичне виховання є високий рівень естетичної культури особистості, її здатність до естетичного освоєння дійсності. Такі задачі вносять прекрасне в планіметрію, навчають оберігати природну красу.

Задачі відображають зовнішню і внутрішню красу предмета, явища, процесу і дозволяють відчути радість від побаченого, відкритого. Розв’язуючи задачі такого типу, в учнів виникають естетичні почуття, а саме почуття насолоди, які відчуває людина, сприймаючи прекрасне.

Отже, задачі на естетичне виховання покликані навчити учнів розуміти і сприймати красу, формувати емоційну сферу учнів, естетичні смаки та ідеали. [pedag]

Естетичну цінність планіметричних задач давно взяла на озброєння педагогіка математики. Зокрема, планіметричні фігури полегшують сприймання і запам’ятовування відповідної інформації – споглядання їх може принести справжню естетичну насолоду. Краса фігур заявляє про себе відразу, вона доступна “неозброєному” оку. Але в математиці є й інші, глибші рівні естетичної цінності. Внутрішня логіка притаманна кожній планіметричній задачі. У геометрії вона виявляється з особливою виразністю і є одним з важливих компонентів математичної естетики. Центральним в естетичному вихованні учнів на уроках геометрії є питання про красиве розв'язування задачі.

Задача 1. Дано монету. Скільки потрібно таких монет, щоб їх можна було розложити навколо даної монети так, щоб всі вони торкалися даної монети і попарно одна одну?

Задача 2. Розподіліть букви Г, П, Н, Р, Т, О, І, С, Х за числом осей симетрій на три групи.

2.4 Задачі на трудове виховання

Творча геометрична діяльність складається з умінь висувати гіпотези, обґрунтовувати їх, бачити альтернативні шляхи вирішення проблеми, розкладати умову на окремі елементи, синтезувати їх у різні моделі, співставляти і протиставляти отримані результати. Оволодіння цими компонентами сприяє вихованню культури мислення. Широкі можливості для розвитку і виховання культури мислення закладені в задачах на дослідження, із суперечливими умовою чи вимогою, з несформульованою умовою чи вимогою. Задача повинна сприяти не стільки закріпленню знань, їх практичному застосуванню, скільки формуванню певного стилю мислення, його операційних структур. Раціональність мислення характеризується здатністю порівнювати способи дій за різними параметрами, відшукувати економічне за затратами часу і засобів розв'язання задач. У процесі розв'язування задач учні повинні вчитися висувати гіпотези, їх перевіряти, обґрунтовувати, систематизувати отримані результати, тобто повинні використовувати творчі методи навчання. Учень впевнений не в тому, що йому повідомили, а в тому, що він сам піддав сумніву, зрозумів, прийшов до висновку. У результаті – більш глибоке розуміння. Розуміння робить знання і вміння осмисленими. Це відрізняє їх від знань, що спираються на механічне заучування.

<u>Задача 1. (8 кл.)</u> Чи існує трикутник, довжини двох висот якого менші від 1см, а площа дорівнює 4000 см^2?

Відповідь: існує безліч таких трикутників. Якщо, наприклад, в трикутнику ABC C=90°, BC=a<1 (катет BC є однією з висот трикутника) і

AC= $\frac{80}{\ }$, то S= AC·DC= 4000. Якщо CD – висота, то CD<BC<1.

<u>Задача2 .</u> Точка міститься всередині опуклого чотирикутника. Чи може сума відстаней від цієї точки до всіх вершин чотирикутника бути більшою від його периметра?

Відповідь: так.

<u>Задача 3.</u> Чи завжди можна побудувати трикутник, сторони якого відповідно дорівнюють висотам іншого трикутника?

Відповідь: не завжди. Якщо, наприклад, у прямокутному трикутнику відношення катетів a:b≥2, то сума меншого катета з висотою, проведеною до гіпотенузи, менша від другого катета, і з таких відрізків побудувати трикутник не можна.

Геометрія, як ніяка інша навчальна дисципліна, передбачає формування в учнів такого важливого апарату наукових міркувань, як **доведення**.

У курсі планіметрії на один із перших планів висувається задача логічної підготовки учнів, формування в них уміння логічно міркувати, аргументувати свої твердження, доводити.

<u>Задача 4.</u> Нехай точка К (рис. 2.2) належить стороні АВ трикутника АВС, причому відрізок СК перетинає його бісектрису BF в такій точці Q, що BQC = 2 BFA і BAF = 2 CQF. Довести, що KF=FC.

Доведення.

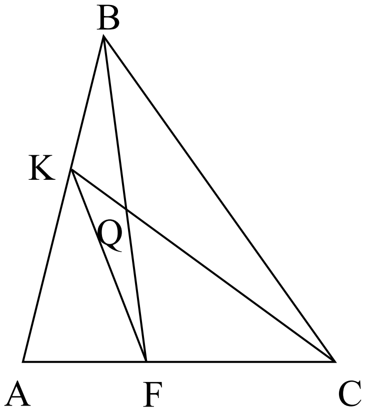


Рис. 2.2

Позначимо BAF= α, ABC=β, BFA= φ.

Тоді BQC=2φ, CQF= .

Із трикутника ABF маємо φ=180° - α - .

Також маємо BQC + FQC = 2φ + = 180°.

Звідси отримуємо φ= + .

Із трикутника BKQ маємо BKQ =180°- α - .

Також маємо BFC =180° - φ = 180°- α - .

Оскільки з точок K і F відрізок BC видно під одним кутом, то навколо чотирикутника BCFK можна описати коло.

Оскільки BF – бісектриса KBC, то KF=FC як хорди дуг, що відповідають рівним вписаним у це коло кутам.

Задача 5. Трапеція розбита діагоналями на чотири трикутника. Доведіть, що трикутники, які прилягають до бічних сторін трапецій, рівновеликі.

Доведення.

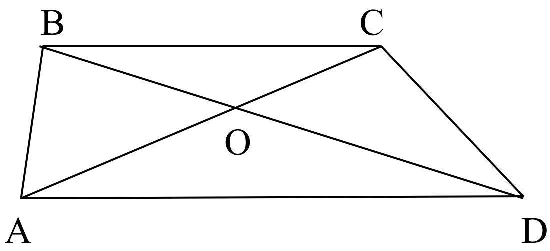


Рис. 2.3

CBD= BDA, а BCA= CAD як внутрішні різносторонні кути при паралельних прямих, BOA= COD як вертикальні. Звідси слідує, що BOC AOD і AO:OC=DO:OB, або

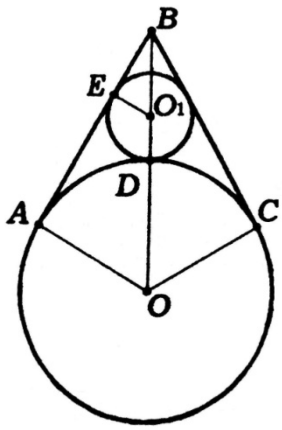
AO·OB=DO·OC.

S_{AOB} = AO·OB sirBOA (1), S_{DOC} = DO·OC· sirCOD (2).

Праві сторони (1) і (2) рівні. Отже, $S_{AOB} = S_{DOC}$.

Що й потрібно було довести.

Задача 6. Через кінці дуги кола, яка має 120°, проведені дотичні, і у фігуру, обмежену цими дотичними і даною дугою, вписане коло. Доведіть, що його довжина дорівнює довжині вихідної дуги.



Доведення.

Нехай AOC =120°, AO=OC=R, $EO_1=r$.

Тоді за формулою $l = \frac{\pi R}{18}$ довжина дуги ADC

$l = \frac{\pi R 1}{180} = \frac{2}{}$.

Рис. 2.4

У прямокутному ABO ABO=30°. Слідує, що OB=2AO=2R, а в прямокутному EBO_1 $O_1B=2EO_1=2r$.

Тоді $BO=BO_1+O_1D+OD=2r+r+R=3r+R$. Звідси $2R=3r+R$, або $r=R/3$. Довжина кола з радіусом $O_1E=r$ буде дорівнювати $l_1=2\pi r=2\pi \cdot = \frac{2}{}$.

Отже, довжина цього кола дорівнює довжині вихідної дуги. Що й потрібно було довести.

Корисно давати учням **задачі, які потрібно розв'язувати методом від супротивного**. Вони розвивають логічне мислення, чіткість і строгість міркувань.

Задача 7. На площині задано 17 точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій. Кожні дві точки сполучено відрізком одного з трьох кольорів. Довести, що існує трикутник з вершинами в даних точках, сторони якого зафарбовано в один і той самий колір.

Розв'язання.

Припустимо, що не існує такого трикутника. Доведемо, що таке припущення неправильне.

Нехай з деякої точки виходить 16 відрізків, які з'єднують її з іншими точками. Серед цих точок принаймні 6 зафарбовано однаково, наприклад, червоним кольором. Очевидно, що жодну пару з цих 6 точок вже не можна з'єднати червоним кольором, бо тоді утвориться трикутник, всі сторони якого зафарбовані в червоний колір. З'єднаємо деяку з цих точок з іншими точками. Серед п'яти утворених відрізків принаймні 3 зафарбовані одним кольором, наприклад, зеленим. Якби кінці цих трьох відрізків з'єднати червоним або зеленим кольором, то дістали б шуканий трикутник. Але, якщо їх з'єднати відрізками третього кольору, також утвориться такий трикутник.

Задача 8. Чи існує рівносторонній трикутник з вершинами у вузлах паперу в клітинку (у вершинах квадратів)?

Розв'язання.

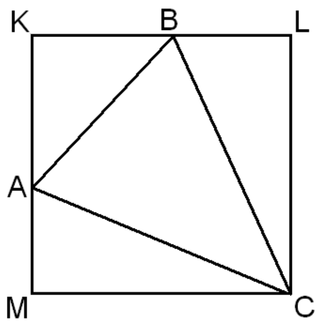


Рис. 2. 5

Припустимо, що такий трикутник існує. Оскільки x^2=AM^2 +MC^2, то x^2 – ціле число, а площа – ірраціональне число. Розглядаючи цю площу як різницю площ прямокутника MKLC і трикутників AKB, BLC і CMA, визначимо, що площа має бути раціональним числом. Суперечність, яку ми дістали, доводить, що такого трикутника не існує.

Звичайно, слід надавати увагу задачам, під час розв'язування яких, учні виявляють комбінаторні здібності, кмітливість, уміння нестандартно мислити.

Задача 9. На площині розміщено *n* зубчастих коліс так, що перше зчеплене з другим, друге з третім і т. д., а останнє з першим. У яких випадках можуть рухатися колеса такої системи?

Розв'язання.

Припустимо, що перше колесо обертається за годинниковою стрілкою. Тоді друге колесо обертається у протилежному напрямі. Для того, щоб колеса такої системи рухались, останнє колесо має рухатися проти годинникової стрілки. Але в цьому напрямі рухається кожне колесо з парним номером. Отже, кількість зубчастих коліс має бути парною.

З точки зору естетичного виховання засобами геометрії важливе значення має поняття гармонії. Найважливішим засобом ілюстрації гармонії є пропорції , які виражають правильність побудови геометричної форми, формують в учнів розуміння краси тіл навколишнього світу.

У планіметрії основою пропорційної гармонії є поняття подібності відрізків і фігур. Під час розв’язування задач на подібність фігур учні складають пропорції, які виражають відношення відповідних лінійних елементів фігур, їх співрозмірність. Подібність використовується у фотографії, астрономії, техніці.

<u>Задача 10</u> **(подібні фігури).** План земельної ділянки в масштабі 1:200 виконано на аркуші 407   288 мм. Чи поміститься на аркуші 288   203 мм цей план у масштабі 1:300? (**Відповідь:**так)

Основу різноманітності та досконалості краси оточуючого світу складає математична ідея симетрії. Осягнути красу і досконаліcть симетрії можна з допомогою творчих завдань художньо-естетичного напрямку. Мета таких завдань полягає в тому, щоб у нестандартних умовах виробити в учнів навички побудови симетричних фігур, навчити їх практично застосовувати симетрію в декоративно-прикладному мистецтві, архітектурі, засвоїти закони симетрії в оточуючому світі. Замість стандартно сформульованих завдань побудувати точки і фігури, симетричні відносно центра або осі, формулюємо завдання побудови орнаментів, ескізів, які володіють цими властивостями, або відновлення зображення на основі пред'явленої його частини.

<u>Задача 11</u> **(осьова симетрія).** Треба побудувати за допомогою лінійки і циркуля перпендикуляр до прямої *l*, який проходить через дану точку М. Звичайну побудову здійснити неможливо, бо точка М розміщена дуже близько до краю аркуша паперу, на якому треба виконати побудову. Як виконати завдання?

Вказівка. Візьмемо на прямій *l* довільні точки А і В. Кола (А, |AM|) і (B, |BM|) перетинаються в точці $N=S_l(M)$. Пряма MN – шукана.

<u>Задача 12</u> **(квадрат).** Відстань між кінцями А і В ламаної дорівнює *а*. Відрізок АВ перетинає ламану так, що з обох боків утворюються квадрати. Визначити довжину ламаної.

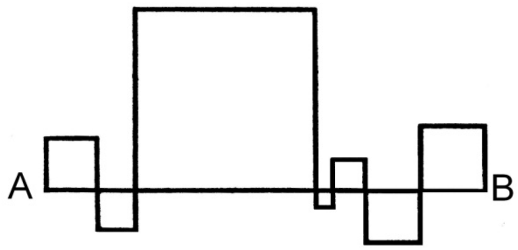


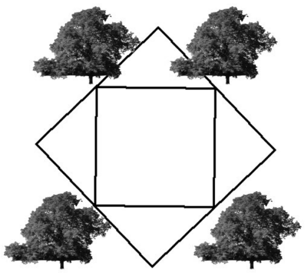
Рис. 2. 6 **Відповідь:** 3*а*.

Говорячи про економічне виховання у процесі розв'язування задач з практичним змістом, мається на увазі набуття учнями вмінь виявляти причинно-наслідкові зв'язки між економічними факторами та їх математичними інтерпретаціями. Це, з одного боку, розвиває математичне мислення на конкретному матеріалі, а з другого – закріплює і поглиблює економічні знання в процесі їх якісної і кількісної інтерпретацій. Виявлення причинно-наслідкових залежностей економічних факторів в повсякденній трудовій діяльності має велике виховне значення, сприяє формуванню в учнів економічної грамотності і усвідомлення ними принципів господарювання. Використання задач з економічним змістом створює умови для виховання в школярів бережливого відношення до багатств країни.

З допомогою задач виховуємо в учнів бережливе відношення до природних ресурсів, зокрема до землі, наголошуємо на її господарському використанні.

<u>Задача 13</u> **.** Поле має форму паралелограма, сторони якого 1200м і 300м, а гострий кут 60°. Через нього прокладена дорога прямокутної форми, розміри якої 600 м 5м. Яка посівна площа поля? Скільки урожаю втрачається на незасіяній площі, що її займає дорога, при середній врожайності 32ц з 1га?

<u>Задача 14</u> **(9 кл).** Ставок має форму квадрата, у вершинах якого ростуть дуби. Як збільшити площу ставка вдвічі, щоб його форма збереглася і дуби не опинилися у воді?

Відповідь:  .

Одним із важливих компонентів математичної естетики є логіка мислення. Центральним в естетичному вихованні учнів на уроках геометрії є питання про красиве розв’язування задачі. Сюди можна віднести **задачі, які допускають не єдиний хід розв’язування**. Учням необхідно знайти найпростіше, найвишуканіше розв’язання і аргументовано відкинути невдалі спроби. Хоча здебільшого говорять про навчання раціональним методам розв’язування задач, але важливо підкреслити також естетичний бік справи.

У процесі запису розв’язання задачі потрібно звертати увагу на досконалість математичної мови, естетику записів та думок.

<u>Задача 15.</u> Знайдіть довжини сторін AB і BC трикутника ABC, якщо BC=8см, а довжини висот, проведених до AC і BC, відповідно дорівнюють 6,4 і 4 см.

Розв’язання.

Позначимо основу висоти, проведеної до сторони AC, через B_1, а до сторони BC – A_1. Виразимо площу двома способами, отримаємо $AA_1 \cdot BC = BB_1 \cdot AC$. Звідси $4 \cdot 8 = 6{,}4 \cdot AC$, AC=5.

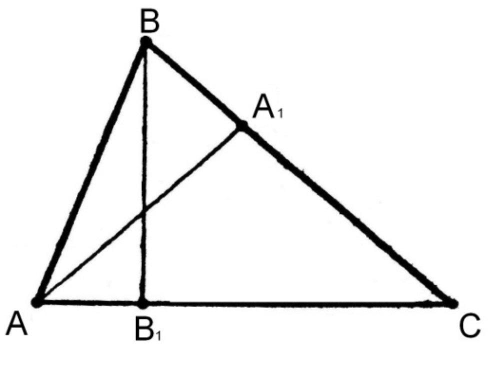
Звернемо увагу, що на даному етапі розв’язування задачі ми спеціально не робили ніяких посилань на малюнок. Положення точок A_1 і B_1 відносно відрізків BC і AC залежать від виду трикутника ABC. Проте в умові задачі не сказано, гострокутний він чи тупокутний. (Випадок прямокутного трикутника очевидно не реалізується).

Таким чином, для повноти розв’язання задачі потрібно розглянути 4 випадки: ABC – гострокутний, A – тупий, B – тупий, C – тупий. Разом з цим, більш глибокий аналіз показує, що ці випадки можна зменшити. Дійсно, так як AC=5 < BC=8, то кут B тупим бути не може.

1-ий випадок.

Трикутник гострокутний. З AA_1C: $A_1C = \sqrt{AC^2 - A} = 3$.

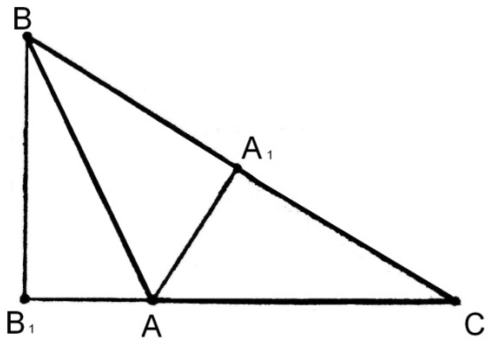
Тоді $A_1B = BC - A_1C = 5$.



З AA_1B знайдемо AB= $\sqrt{AA_1{}^2 + A_1} = \sqrt{}.$

Рис. 2. 7

2-ий випадок.



A – тупий. Із BB_1C знайдемо $B_1C = \sqrt{BC^2 - B} = 4{,}8$, тобто $B_1C < AC$, що не відповідає малюнку. Отже, цей випадок немає місця.

Рис. 2. 8

3-ий випадок.

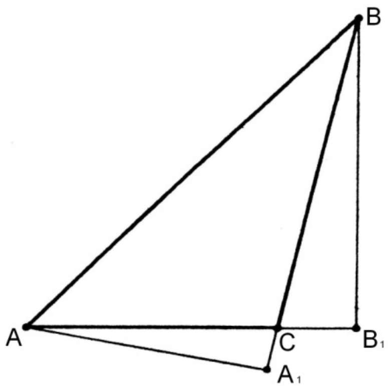


Рис. 2. 9

C – тупий. Відмітимо, що відрізок CB_1 залишається рівним 4,8. Але в даному випадку це не приводить до суперечності.

Із AB_1B знайдемо AB= $\sqrt{AB_1^2 + B} = \sqrt{1}.$

Відповідь: $\sqrt{}$ і 5 або $\sqrt{1}$ і 5.

Задача 16. На бісектрисі гострого кута BAC обрано довільну точку O. Пряма *l*, що проходить через точку O, відсікає на сторонах кута відрізки AM і AN. Доведіть, що значення виразу $\frac{1}{AM}+$ не залежить від положення прямої *l*.

Розв’язання.

І спосіб.

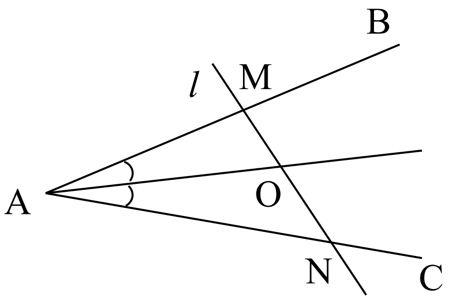


Рис. 2. 10

Нехай BAC=α. Оскільки AO – бісектриса кута BAC, то BAO= CAO= (рис.2.10).

$S_{MAO}+S_{NAO}=S_{MAN}$ $AM\cdot AO\cdot \sin\angle M$ + $AN\cdot AO\cdot \sin\angle N$ =

= $AM\cdot AN\cdot \sin\angle M$ $AM\cdot AO\cdot$ si + $AN\cdot AO\cdot$ si = $AM\cdot AN\cdot$ si

$(AM+AN)\cdot AO\cdot$ si =2 $AM\cdot AN\cdot \sin\frac{\alpha}{2}$ co .

Поділивши праву і ліву частини останньої рівності на $AM\cdot AN\cdot AO\cdot$ si

, одержимо: $\frac{AM+}{AM\cdot}=\frac{2\,c}{A}$, звідки $\frac{1}{AM}+=\frac{2\,c}{A}$.

Оскільки довжина відрізка AO і величина кута BAC не залежить від положення прямої *l,* то значення виразу $\frac{1}{AM}+$ також не залежить від положення цієї прямої. А це і треба було довести.

ІІ спосіб.

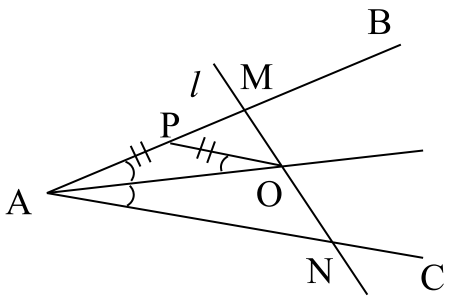


Рис. 2. 11

Нехай ОР АС, Р АВ і ОР=*а* (мал. 2). Тоді РОА= САО як внутрішні різносторонні кути при паралельних прямих ОР і АС та січній АО. Звідси, враховуючи, що САО= ВАО, маємо: РОА= ВАО. Отже, в трикутнику РАО два кути рівні. Тому він є рівнобедрений і АР=ОР=*а*.

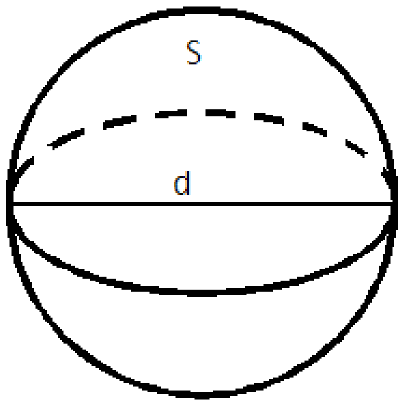
Оскільки для трикутників МОР і МАN кут М – спільний, а

 МРО= МАN, то ці трикутники подібні. З подібності цих трикутників випливає: = , звідки

$$\frac{AM}{A} = \quad 1- \quad = \quad 1= \quad + \quad = \frac{1}{AM} + .$$

Оскільки довжина відрізка ОР не залежить від положення прямої *l,* то значення виразу $\frac{1}{AM} +$ також не залежить від положення цієї прямої.

Зауважимо, що твердження цієї задачі правильне і для випадку тупого кута ВАС.



5. Скільки потрібно фарби, щоб пофарбувати кулю діаметром 2,4 м, якщо на пофарбування 1 м^2 витрачається 120 г фарби?

Покажемо як розв’язувати прикладні стереометричні задачі на прикладі задачі 5.

Розв'язання.

Для розв'язання даної задачі потрібно записати формулу площі кулі, $S = 4\pi R^2$, або через діаметр $S = \pi d^2$. Знайдемо площу нашої кулі: $S = 3{,}14 \cdot 2{,}4^2 = 18{,}08\ \left(\grave{\imath}^{\ 2}\right)$. Знаючи, що на 1 м^2 йде 120 г фарби, знайдемо скільки фарби потрібно, щоб пофарбувати кулю площею 18,08 м^2:
18,08 · 120 = 2169,6 (г).

Отже, для того, щоб пофарбувати кулю діаметром 2,4 м потрібно 2169,6 г фарби.

Перед розв'язуванням прикладних задач доцільно: 1) з'ясувати із учнями, що таке прикладна задача, визначити етапи її розв'язування (на прикладі текстової задачі); 2) познайомити учнів із таблицею застарілих мір; 3) започаткувати ведення словника для полегшення перекладу умови прикладної задачі на мову математики (наприклад, місткість – об'єм); 4) з'ясувати доцільність додержання правил наближених обчислень під час розв'язування прикладних задач, нагадати ці правила учням.

Сформулюємо основні положення методики розв'язування прикладних стереометричних задач:

1. На уроках стереометрії бажано більше навчати учнів розв'язувати задачі за зразками.

2. Вчити учнів розв'язувати прикладні задачі доцільно за типами.

4. Понад половини прикладних стереометричних задач доцільно розв'язувати з учнями усно.

5. Значну увагу потрібно приділити колективній формі розв'язування прикладних задач у класі.

6. Найвідповідальніші етапи в колективному розв'язуванні задачі — її вивчення і складання плану розв'язання. Не слід економити час за рахунок ущільнення цих етапів.

7. Бажано максимально заохочувати пошуки різних способів розв'язання задач, знаходити серед них найраціональніші.

Раціональна методика навчання розв’язуванню прикладних задач відіграє істотну роль у формуванні високого рівня геометричних знань, умінь і навичок учнів.

2.5 Прикладні задачі

У результаті аналізу теоретичного і практичного змісту підручників та посібників з геометрії було виділено загальні поняття і способи дій, якими повинні оволодіти учні в процесі розв’язування завдань з планіметрії з метою визначення шляхів реалізації виховної цілі навчально–виховного процесу, а також встановлено структурний склад системи задач, які несуть у собі в якості ведучих виховні функції.

З’ясовано та експериментально підтверджено, що для активізації пізнавальної діяльності учнів у процесі розв’язування прикладних планіметричних задач необхідно систематично використовувати задачі із ведучими виховними функціями. Розвивального спрямування задачам надає елемент дослідження або нестандартність постановки умови або вимоги. Їх мета – оволодіння методами наукового пізнання, вмінням висувати і перевіряти гіпотези, розпізнавати причинно – наслідкові зв’язки, зіставляти і протиставляти факти.

Використання прикладних задач, які мають виховні функції, передбачає виділення основних умінь і навичок, визначення основних типів задач, у процесі розв’язування яких учні оволодівають ними і досягають певного рівня навчальних досягнень, виділення відповідних орієнтовних основ діяльності по розв’язуванню цих задач. Задачі, які мають виховні функції, використовуються для спостереження ознак і властивостей фігур, формування понять, виведення наслідків, визначення співвідношення між елементами фігур, можливого розташування та зображення фігур. Вони застосовуються для первинного осмислення сутності понять, зв’язків і відношень, обгрунтування тверджень, підбору аргументів для доведення, відпрацювання навичок у стандартних ситуаціях, формування умінь застосовувати методи розв'язування прикладних задач. Передбачається виділення орієнтовних основ діяльності по розв'язуванню деяких класів задач і конструювання моделі способу діяльності учнів.

В якості одного із засобів вирішення проблеми виховання учнів у процесі вивчення курсу планіметрії пропонується використання прикладних задач із виховними функціями. Крім задач із загально методичними виховними функціями (естетичне, економічне, політехнічне, трудове, екологічне виховання), обґрунтовується використання задач з виховними функціями більш вузького спеціалізованого спрямування: виховання культури мислення, потреби доводити, пізнавального інтересу, формування навичок раціональної навчальної праці, виховання спостережливості і самостійності.

Характер викладу планіметричного матеріалу прикладного спрямування допомагає формуванню в учнів уявлень про те, що планіметрія описує абстрактні форми реальної дійсності. Проведене дослідження, аналіз підручників і методичних посібників дозволив виділити теми, під час вивчення яких доцільно використовувати задачі практичного змісту з метою виховання і профорієнтаційної роботи.

Виявлено, що ефективним засобом розвитку просторового мислення і уяви, конструктивних навичок, інтуїції є такі продуктивні форми геометричної діяльності, як конструювання і моделювання. Використання алгоритмічних приписів, евристичних схем, складання класифікаційних блок – схем сприяють узагальненню та систематизації методів розв'язування задач, формуванню інформаційної культури, розвивають логічне і алгоритмічне мислення.

У зв'язку з індивідуалізацією і диференціацією навчального процесу в умовах особистісно-орієнтованого навчання виховання в учнів самостійності в процесі розв'язування задач є не менш важливим, ніж здобуття нових знань, формування умінь і навичок. Самоконтроль геометричних знань, виходячи із природи предмету, неможливий без їх застосування в процесі розв'язування задач, адже саме тоді можлива адекватна оцінка учнями своєї діяльності, якості знань. Для виховання самостійності під час розв'язування геометричних задач проводилася така робота: перевірка і дослідження отриманих відповідей вже розв'язаних задач; розв'язування обернених до даної задач; самостійне складання задач аналогічних чи споріднених із раніше розглянутими; узагальнення, складання складнішої задачі.

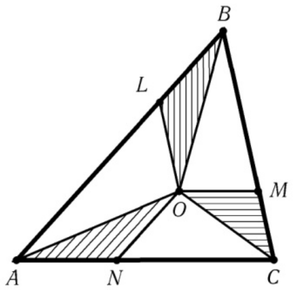
З метою формування навичок самостійної навчальної праці потрібно використовувати завдання для відпрацювання окремих прийомів розумової діяльності, пов'язаних із розв'язуванням прикладних задач. Відпрацьовувати орієнтовно в дії по аналізу умови, пошуку інформації для складання плану розв'язання, узагальнення способів розв'язання. Для вихованнянавичокраціональноїнавчальноїпрацівикористовуватитакийприйом розумовоїдіяльності, як узагальнення. Узагальнення задач здійснювати у двох напрямках – варіювання умови і висновку задачі.

Учитель планує і організовує діяльність учнів з розв'язування задач із урахуванням їх індивідуальних особливостей. З цією метою потрібно використовувати такий виховний фактор, як "стратегія досягнення успіху". Реалізовувати такий виховний момент за допомогою рівневих диференційованих завдань. В результаті такого підходу учень має можливість на доступному йому рівні отримати знання, відчути успіх пізнання. Чіткість і визначеність вимог, можливість вибору рівня засвоєння є основою для посилення вимогливості, вироблення відповідального відношення до навчальної праці, що є необхідною умовою для виховання у школярів відчуття обов'язку, відповідальності за доручену справу.

Особливу увагу потрібно приділити розв'язанню типових прикладних планіметричних задач. Наприклад,

1. Доведіть, що середини сторін довільного чотирикутника – вершини паралелограма. Для яких чотирикутників цей паралелограм є прямокутником, для яких – ромбом, для яких – квадратом?

Нехай K, L, M і N - середини сторін AB, BC, CD і DA відповідно в чотирикутнику ABCD. Тоді KL = MN = AC/2 і відрізок KL паралельно MN, тобто KLMN - паралелограм. Тепер ясно, що KLMN - прямокутник, якщо діагоналі AC і BD перпендикулярні; ромб, якщо AC = BD; квадрат, якщо діагоналі AC і BD рівні по довжині і перпендикулярні.



2. Усередині даного трикутника ABC знайдіть таку точку O, при якій площі трикутників BOL, COM і AON рівні (точки L, M і N лежать на сторонах AB, BC і CA, причому OL ││ BC, OM ││ AC і ON ││ AB).

Позначимо точку перетину прямої LO зі стороною AC через L_1. Так як, $S_{LOB} = S_{MOC}$ і $\Delta MOC = \Delta L_1OC$, то $S_{LOB} = S_{L1OC}$. Висоти трикутників LOB і L_1OC рівні, тому $LO = L_1O$, тобто точка O лежить на медіані, проведеної з вершини A. Аналогічно доводиться, що точка O лежить на медіанах, проведених з вершин B і C, тобто O – точка перетину медіан трикутника. Ці міркування показують також, що точка перетину медіан трикутника має необхідну властивість.

Проведені уроки з використанням прикладних планіметричних задач дозволяють краще уявити і зрозуміти матеріал

Характер викладу геометричного матеріалу, тісно пов’язаного з практичною діяльністю, допомагає формуванню в учнів уявлень про те, що геометрія описує абстрактні форми реальної дійсності. Учні, дістаючи на уроках геометрії таку інформацію, усвідомлюють значення розглянутого матеріалу, можливість його використання в майбутній трудовій діяльності. Найпоширенішою формою роботи в плані трудового виховання на уроках геометрії є розв’язування задач практичного змісту. Вони істотно розширюють політехнічний кругозір учнів, виконують профорієнтаційну функцію. У процесі їх розв’язування школярі отримують важливу інформацію про роботу механізмів, машин, приладів, пристроїв. Тому важливо правильно підібрати задачі, які відображають застосування геометричних фактів, ілюструють теоретичний матеріал різними прикладами з повсякденного життя, техніки, природознавства.

Такі задачі мають задовольняти ряд важливих вимог. Насамперед реальними повинні бути описувані процеси, числові дані та запитання задачі. Задачі мають бути змістовними з математичного боку, а методи їх розв'язування повинні мати якомога більшу практичну цінність. До свідомості учнів потрібно донести, що основою для оволодіння сучасними професіями має стати серйозна математична і зокрема геометрична підготовка.

Прикладні задачі активізують пізнавальну діяльність учнів, підвищують інтерес до предмету, розвивають розумові здібності, логіку мислення, математичну культуру учнів. Зміст прикладних задач в курсі геометрії беремо із суміжних дисциплін, а також на базі загальних питань техніки, природознавства, народного господарства. Принцип їх добору – нескладний зміст з явно вираженою математичною суттю.

Виділяють такі етапи розв'язування задач прикладного характеру:

1 етап – формалізації – відбувається перехід від реальної ситуації до побудови формальної математичної моделі;

2 етап – реалізації – задача розв'язується всередині математичної моделі;

3 етап – інтерпретації – відбувається перехід у зворотному напрямі від моделі до вихідної ситуації. На цьому етапі учні повинні оцінити отриманий результат абстрактної математичної моделі, перевести його з формальної в реальну ситуацію.

Розглянемо можливості використання прикладних задач під час вивчення різних тем шкільного курсу планіметрії.

Відстань між двома точками

<u>Задача I.</u> Як розміщені 4 перукарні A_1, A_2, A_3 і A_4, якщо відстань від першої до другої 1,5 км, від другої до третьої 9,2 км, від третьої до четвертої 3,6 км, від четвертої до першої 4,1 км?

Вказівка. Оскільки $|A_1A_2| + |A_1A_4| + |A_3A_4| \geq |A_2A_3|$, то $|A_2A_3| \leq 9{,}2$ км. Але (за умовою) $|A_2A_3| = 9{,}2$ км. Отже, всі ці перукарні – на одній прямій.

Вимірювання кутів

<u>Задача II.</u> У деяких випадках моряки виражають кут не в градусах, а в румбах, вважаючи, що розгорнутий кут ділиться на 16 румбів. Визначити в градусах величину кута, який становить 4 румби; 3 румби.

Відповідь: $45°$; $33°45'$.

Площа трикутника

<u>Задача III.</u> Через канал трикутного перерізу глибиною 1,4 м з нахилами 1:1 вода тече зі швидкістю 1,5 м/сек. Скільки води проходить через цей канал щосекунди?

Відповідь: 2,94 м^3.

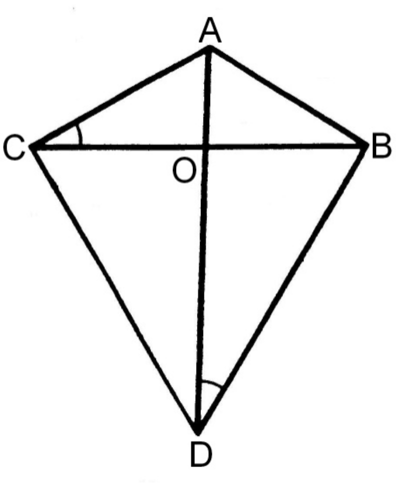
Площа трапеції

<u>Задача IV.</u> Ширина верху греблі 3 м, її схили 1:3 і 1:4. Знаючи, що висота над рівнем моря верху греблі 76,7 м, а основи 70,6 м, визначити площу поперечного перерізу греблі.

Відповідь: 148,5 м^2.

Теорема Піфагора

<u>Задача V.</u> Спостерігач бачив стіну з двох пунктів, відстань між якими 300 м, під кутами по 30°. Перший пункт лежав на південь від одного кінця стіни, а другий – на захід від іншого кінця стіни. Визначте довжину стіни.



Вказівка. Якщо позначити |AO|=x, |BO|=y, то довжини катетів трикутника COD x і y.

Отже, AOB ∼COD, причому коефіцієнт подібності . Тому |AB|=300: =100 $\sqrt{3}$173 (м).

Рис. 2. 12

Рис 2. 9

<u>Задача VI.</u> Щоб витесати з круглої колоди найміцніший брус, діаметр колоди ділять на 3 рівні частини і в точках поділу встановлюють перпендикуляри до діаметра в протилежні боки. Визначити розміри сторін прямокутника, що є основою бруса, якщо діаметр колоди 24 см.

Відповідь: 13,9 см; 19,6 см.

<u>Задача VII.</u> Знайти радіус аркового моста, у якого проліт 24 м, а висота арки 4 м.

Відповідь: 20 м.

Ознаки подібності трикутників

<u>Задача VIII.</u> Триповерховий будинок на фотографії має висоту 8 мм. Знаючи, що його справжня висота 13 м, а глибина камери фотоапарата 12 см, визначити, на якій відстані від будинку був розміщений фотоапарат?

Відповідь: 195 м.

Відношення площ подібних фігур

<u>Задача IX.</u> Для будівельного майданчика відведено площу 3,5 га. Яку площу займає майданчик на плані, виконаному у масштабі 1:250?

Відповідь: 0,56 $м^2$.

Деякі застосування теорії подібності

<u>Задача X.</u> У певний момент тінь двометрової віхи мала довжину 1,4 м, а тінь дерева (відлічуючи від стовбура) 9,3 м. знаючи, що діаметр стовбура біля землі 0,8 м, визначити висоту дерева.

Відповідь: 14 м.

Сторони і площі правильних многокутників

<u>Задача XI.</u> В обоймі шарикопідшипника міститься 12 кульок, діаметр кожної з яких 12 мм. Визначити діаметри внутрішнього і зовнішнього кругів кочення.

Відповідь: 12(+ +1).

Задача XII. На фланці треба розмістити 8 отворів для болтів на відстані 50 мм між центрами отворів і на однакових відстанях від центра фланця. Визначити діаметр кола, яке проходить через центри отворів.

Відповідь: 130,7 мм.

Довжина кола і площа круга

Задача XIII. Деталь обробляється при швидкості різання 250 м за хвилину. Діаметр фрези 180 мм. Визначити кількість обертів фрези за хвилину.

Вказівка. Швидкістю різання називається довжина стружки (металу або дерева), знятої за одиницю часу.

Відповідь: 442.

Задача XIV. Діаметр вала колодязя 32 см, глибина колодязя до води 6,5м. скільки разів треба повернути рукоятку вала, щоб витягти відро води?

Відповідь: 6,5.

Задача XV. Барабан лебідки має діаметр 300 мм і довжину 400 мм. За час роботи на барабан намотується 80 м троса діаметром 15 мм. У скільки шарів намотується трос?

Відповідь: 5.

Задача XVI. Діаметр заготовки дорівнює 23 мм. Поперечний переріз після обробки – квадрат із стороною 16 мм. Визначити, скільки процентів становлять відходи металу.

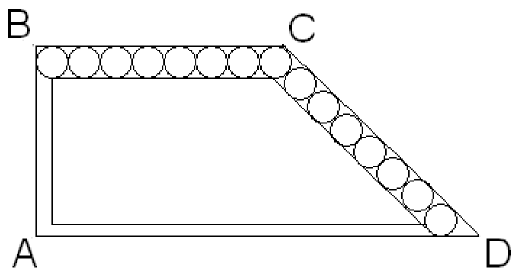
Відповідь: 38,4%.

<u>Задача XVII.</u> На будівництві застосовуються так звані бетоноводи. По трубі бетоноводу при діаметрі 282 мм за годину проходить 40 м^3 бетону. Визначити швидкість руху бетону по трубі бетоноводу.

Відповідь: 10,7 м/хв.

<u>Задача XVIII.</u> Зубчаста передача трактора має форму прямокутної трапеції з гострим кутом 60°. На проміжках ВС та CD розміщено по 8 ланок ланцюга. Скільки ланок може розміститися на проміжку AD?

Розв'язання.



Проведемо СК AD. Розглянемо CKD: CKD=90°, KCD= 90° - D = 90° - 60° = 30°.

Отже, KD= CD (за властивістю прямокутного трикутника з кутом 30°).

Рис. 2. 12

На відрізку KD – 4 ланки ланцюга. Розглянемо АВСК – прямокутник. АК=ВС. Тут можуть бути 8 ланок ланцюга. AD=AK+KD. Тут можуть бути 12 ланок ланцюга.

Відповідь: 12 ланок. [12]

<u>Задача XIX.</u> Села А і В розміщені по обидва боки річки. В якому місці доцільно було б побудувати дерев'яний перехід через річку, щоб відстань між селами була найкоротшою? (Вважаємо, що річка тече між селами прямолінійно і має однакову ширину).

Розв'язання.

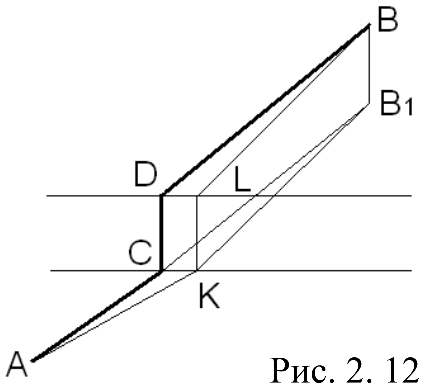


Рис. 2. 12

Відомо, що перехід будується перпендикулярно до берегів річки.

Припустимо, що AKLB – шуканий шлях. Ламана AKLB має таку ж довжину, що і ламана AKB_1B, де $|BB_1|=h$ (ширина річки), причому $|BB_1|$ (DL). Ламана AKB_1 матиме найкоротшу довжину, якщо вона вироди ться у відрізок прямої AB_1. Тому найкоротшою буде відстань – ACDB, де C – точка перетину прямої AB_1 з найближчим до села берегом.

Робота над такими задачами забезпечує реалізацію творчих методів навчання, глибину і різнобічне вивчення теми, розділу і т. д., сприяє формуванню в учнів самостійності та навичок дослідництва, вчить оцінювати логічні зв'язки між розв'язаними задачами, робити відповідні висновки, узагальнювати.

2.6 Організація, проведення та результати педагогічного експерименту

Будь-які теоретичні викладки повинні обґрунтовуватися. Тому з метою перевірки реалізації виховних функцій задач під час вивчення курсу планіметрії було проведено педагогічний експеримент при вивченні теми “Площі фігур” у 9-тих класах.

В експерименті брали участь учні двох дев’ятих класів Рівненського НВК “Колегіум”. Експериментальний 9 – А клас (24 учня) вивчав дану тему, де більшість задач виконували виховну функцію, а контрольний 9 – Б клас (27 учнів) вивчав тему, де задач із виховними функціями практично не було. Задачі, які використовувались у експерименті, попередньо були обговорені з учителями математики та методистом.

Мета експерименту:

- розробити методику реалізації виховних функцій задач під час вивчення курсу планіметрії;
- експериментально перевірити ефективність даної методики, її вплив на розвиток пізнавального інтересу учнів та якість їх знань.

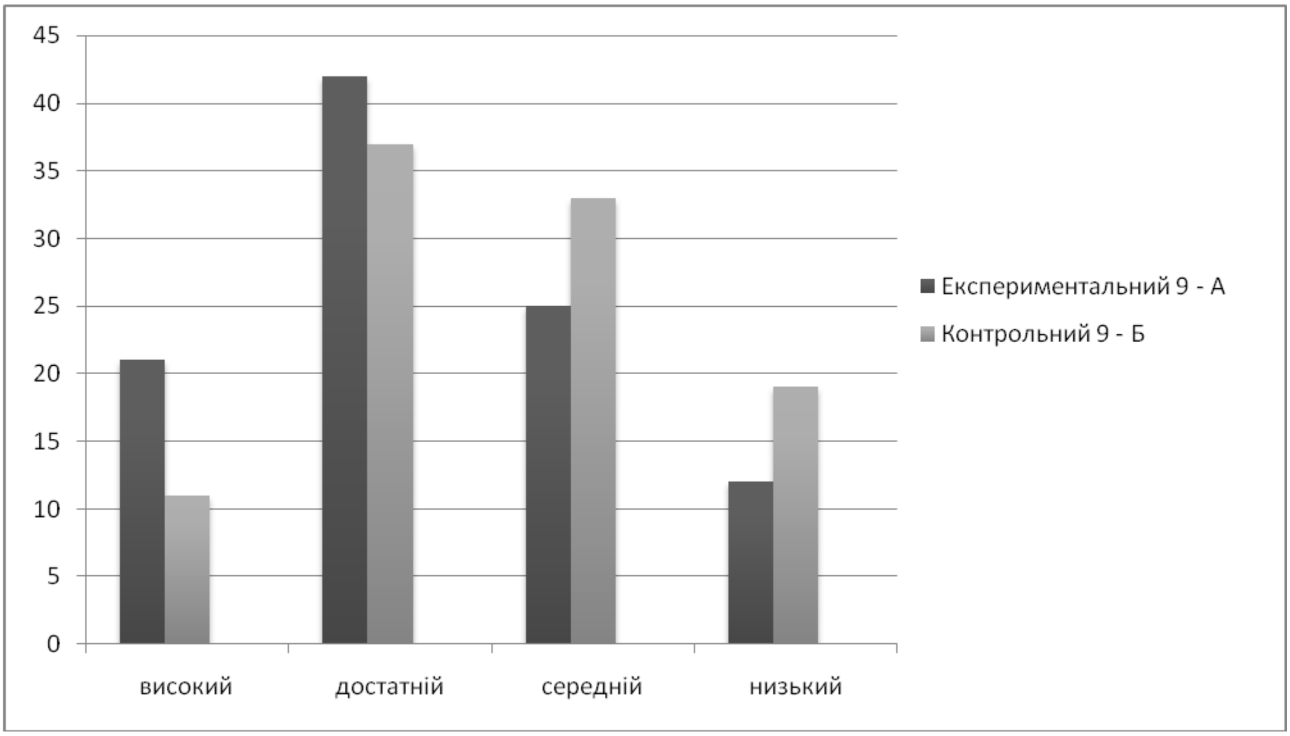
У ході першого етапу експерименту були намічені та досягнуті наступні завдання: проаналізовано й узагальнено стан досліджуваної проблеми в теорії та практиці навчання, розроблена методика проведення уроків з теми “Площі фігур” .

На другому етапі було апробовано розроблену методику під час проходження педагогічної практики та здійснено її експериментальну перевірку. Перевірка ефективності розробленої методики здійснювалась у вигляді підсумкової контрольної роботи з вивченої теми (див. додаток А).

Результати контрольної роботи подані в таблиці:

Класи	Рівні засвоєння знань			
	високий	достатній	середній	низький
Експериментальний 9 – А	21%	42%	25%	12%
Контрольний 9 – Б	11%	37%	33%	19%

Для кращої наочності побудуємо гістограму:



Якщо порівняти між собою результати контрольних робіт проведених у даних класах, то можна стверджувати, що якісна та загальна успішність у експериментальному класі виявилася вищою, ніж у контрольному. Оскільки умови викладання у цих класах, за виключенням використання розробленої методики, були приблизно однакові, то можна припустити, що саме запропонована методика вплинула на підвищення рівня загальної та якісної успішності.

Під час проведення педагогічного експерименту учні виявляли інтерес до матеріалу, намагались самостійно розв'язувати задачі, пропонували свої ідеї розв'язування задач.

Деякі учні робили для себе відкриття, що вони можуть самостійно досягнути успіхів у навчанні при наполегливій праці над собою і творчому підході до матеріалу.

До і після проведення педагогічного експерименту учням був запропонований один і той же тест.

Тест

1. Ваше відношення до вивчення курсу геометрії в школі:

а) позитивне;

б) негативне.

2. Ви любите геометрію?

а) так;

б) більше "так", чим "ні";

в) більше "ні", чим "так";

г) ні.

3. Ви надаєте перевагу:

а) розв'язуванню задач;

б) вивченню та доведенню теорем.

4. Які задачі з планіметрії вам найбільше подобаються:

а) на доведення;

б) на обчислення;

в) на побудову;

г) на дослідження.

5. Які планіметричні задачі вам не подобаються:

а) на доведення;

б) на обчислення;

в) на побудову;

г) на дослідження.

6. Чи допоможуть уміння розв'язувати задачі в майбутньому:

а) так;

б) ні.

7. Чи несуть планіметричні задачі якусь нову, корисну та цікаву інформацію?

а) так;

б) ні.

Опрацювавши відповіді, можна зробити висновок, що до проведення педагогічного експерименту учні були "вороже" настроєні на вивчення геометрії, більшість з них вважали, що геометрія в школі не потрібна. Проте після проведених уроків, де в практичній частині використовувались задачі з провідною виховною функцією, рівень пізнавального інтересу учнів зріс , вони стали більш активними, і на друге запитання тесту всі відповіли “так”.

Результати експерименту засвідчили, що:

- задачі з виховними функціями сприяють екологічному, економічному, естетичному вихованню, розвитку пізнавального інтересу;
- у процесі розв’язування таких задач учні мали можливість проявити самостійність, елементи творчого мислення, здійснити самоконтроль, самовираження і самовиховання.

Наведені статистичні дані переконливо доводять ефективність використання задач, у яких провідною є виховна функція. Це забезпечило не лише поліпшення засвоєння знань на високому та достатньому рівнях, а й сприяло формуванню навичок розв’язування більш складних задач, творчої діяльності учнів та вмінь працювати з додатковою літературою.

Здійснена експериментальна перевірка знань у формі підсумкової контрольної роботи з теми “Площі фігур”, спостереження за діяльністю учнів, бесіди з учителями та учнями дозволили зробити висновок про правильність висунутої гіпотези та ефективність розробленої методики при вивченні курсу планіметрії.

ВИСНОВКИ

Проблема ефективного використання задач у навчанні геометрії є однією із актуальних, недостатньо розроблених у методиці проблем. Її вирішення сприятиме удосконаленню процесу навчання геометрії, підвищенню якості навчання, розвитку і виховання учнів.

Встановлено, що пізнавальна діяльність учнів активізується, якщо виконавчі дії з розв’язування задач передбачають елемент дослідження, застосування інтуїції, образного і уявного мислення.

Вміння школярів розв’язувати задачі не знаходиться в прямій залежності від кількості розв’язаних задач. Учень може виконати велику кількість окремих завдань, але якщо у нього не буде сформований загальний підхід до їх аналізу, пошуку плану розв’язання, самостійно розв’язувати задачі він не навчиться. Отже, постановка системи задач значною мірою визначає ефективність навчання математики в сучасних умовах.

Задачі відіграють важливу роль у курсі математики середньої школи. Вони, з одного боку, складають специфічний розділ програми, зміст якого учні мають засвоїти, з другого – виступають як дидактичний засіб навчання, виховання і розвитку школярів.

Задачі є невід’ємною складовою курсу геометрії, першою формою застосування знань, отриманих школярами в процесі вивчення теорії. Без них курс планіметрії являв би лише набір окремих теорем, фактів, понять.

Зазвичай розрізняють чотири основні функції задач: навчальну, розвивальну, виховну, контролюючу.

Жодна із названих функцій не може виступати ізольовано від інших, але в кожній конкретній задачі вчитель має виділити провідну функцію і добиватись її реалізації в першу чергу.

При формуванні системи геометричних задач, методистам потрібно чітко визначити функції кожної задачі, які мають бути реалізовані на всіх етапах навчання, встановити зміст, кількість, місце і методику роботи над розв'язуванням задач побудованої системи.

Виховна функція задач спрямовується на формування в учнів наукового світогляду, вона сприяє екологічному, економічному, естетичному вихованню, розвиває пізнавальний інтерес, позитивні риси особистості (наполегливість, волю, відповідальність за доручену справу та ін.).

Задачі із провідною виховною функцією містять в собі такі: на формування пізнавального інтересу; на політехнічне, естетичне, економічне, трудове виховання; на виховання потреби доводити; на формування навичок раціональної навчальної праці; на виховання спостережливості, самостійності.

Виховна функція задач учить чіткості й строгості міркувань, учить усвідомлювати всі застосовані в доведеннях посилання й розрізняти доведене і здогад, виховує вимогливість до повноцінної аргументації під час доведення планіметричних задач.

Головним завданням виховної функції задач є розширення і поглиблення знань, розвиток інтересу школярів до предмету, розвиток їх математичних здібностей, прищеплення учням інтересу до самостійних занять математикою, виховання та розвиток їх ініціативи і творчості.

Основну частину часу на уроці учень проводить, розв'язуючи задачі, і в більшості від їх особливостей (складності, багатогранності, сюжетної форми, послідовності та ін.) і залежить, наскільки успішним буде процес навчання геометрії.

Включення учнів у діяльність з пошуку узагальнень математичних фактів відіграє велику роль у вихованні якостей творчої особистості. При цьому учні вчаться самостійно ставити і розв'язувати нові для них задачі, вчаться продуктивній розумовій праці. Крім того, така діяльність сприяє кращому засвоєнню знань, пошуку зв'язків між ними, вчить розглядати визначені факти, закономірності, що надзвичайно важливо при вивченні математики.

Правильна організація системи задач не лише сприяє засвоєнню, закріпленню та поглибленню знань, але й відкриває широкі можливості для розвитку самостійного мислення та правильного застосування отриманих знань на практиці.

Якщо, навчаючи учнів розв'язувати планіметричні задачі, врахувати виховну функцію, яку виконують ці задачі, то це справді підвищить ефективність навчання учнів, рівень математичного розвитку школярів, забезпечить свідоме оволодіння учнями системою знань, умінь і навичок, розвиток їх мислення і геометричної та інформаційної культури, виховання позитивних якостей особистості.

Проведений педагогічний експеримент підтвердив гіпотезу дослідження, а результати дослідження можуть бути використані вчителями математики, студентами педагогічних вузів під час викладання курсу планіметрії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александров А.Д. и др. Геометрия для 10-11 кл.: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / А.Д.Александров, А.Л. Вернер, В.И.Рыжик. – 3-е издание, передел. – М.: Просв., 1992. – 463 с.

2. Атутов П.Р. Политехнический принцип в обучении школьников. – М.: Педагогика, 1976. – 192с.

3. Балл Г.А. О психологическом содержании понятия задача // Вопросы психологии. – 1970. – №6. – С.75-85.

4. Балл Г.А. Понятия задачи в исследовании и проектировании педагогического процесса // Советская педагогика. – 1984. – №11. – С.54-59.

5. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.

6. Буловацкий М.П. О воспитательных возможностях свободного домашнего задания. // Воспитание учащихся при обучении математике. – М.: Просвещение, 1987. – 175 с.

7. Гайналь Н. Чотирикутники. Геометрія, 8 клас. // Математика. – 2005. – №35. – С.9-10

8. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий // Исследование мышления в советской психологии. – М., 1966. – С.11-43.

9. Гурова Л.Л. Психологический анализ решения задач. – Воронеж: изд. Воронежского университета, 1976. – 327 с.

10. Дерев'янко Н. Елементи прикладної математики, 9 клас.

// Математика. – 2005. – №13. – С.9-15

11. Гринева О.И. Развитие познавательных интересов учащихся. – Воронеж, 1966. – 24 с.

12. Зеленяк О.П. Решение планиметрических задач: практические советы // Математика в школах України. – 2007. – №8. – С.2-11

13. Иванова Н.Н. Развитие творческих способностей учащихся на факультативных занятиях по математике. // Воспитание учащихся при обучении математике. – М.: Просвещение, 1987. – 175 с.

14. Колмогоров А.Н. Математика (наука и профессия). – М.: Наука, 1988. – 294с.

15. Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. – М.: Просвещение, 1980. – 368 с.

16. Колягин Ю.М. Методические проблемы применения задач в обучении математике // Преподавание алгебры и геометрии в школе / Из опыта работы. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1982. – С.116-123.

17. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості. – К.: Радянська школа, 1989. – 608 с.

18. Крисинська І. Підготовка обдарованих дітей до олімпіад. 6-7 класи // Математика. – 2006. – №36. – С.10-16

19. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968. – 345с.

20. Кушнір І.А. Методи розв’язання задач з геометрії. Кн. Для вчителя. – К.: Абрис, 1994. – 464с.

21. Лейфура В.М. Математичні задачі евристичного характеру. – К.: Вища шк., 1992. – 91с.

22. Лоповок Л.М. Виховна робота на уроках геометрії в 6-8 класах. – К.: Рад. шк., 1985. – 112с.

23. Лоповок Л.М. Збірник вправ з геометрії для 6-7 класів. [Посібник для вчителів]. – К.: Рад. школа, 1977. – 143с.

24. Лоповок Л.М. Збірник математичних задач логічного характеру. – К.: Рад. школа, 1972. – 151с.

25. Мазур К.И. Решебник всех конкурсных задач по математике сборника под редакцией М.И. Сканави. – Выпуск 4, книга 1. – К.: Поисково-издательское агентство: Книга Памяти Украины. – 1998. – 726с.

26. Макаренко А.С. Книга для батьків. – Лекції про виховання дітей. – К.: Рад. школа, 1972. – 336с.

27. Маркушевич А.И. Избранные главы теории аналитических функций. – М.: Наука, 1976. – 191с.

28. Погорєлов А.В. Геометрія: Підруч. Для 7–11 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 1992. – 352с.

29. Якиманская И.С. Развивающее обучение. – М.: Педагогика, 1979. – 144 с.

30. Менчинская Н.А. Применение знаний в учебной практике школьников . – М., 1962. – 375 с.

31. Менчинская Н.А. Проблемы учения и умственного развития школьника. – М.: Педагогика, 1989. – 220 с.

32. Метельский Н.В. Дидактика математики. Общая методика и её проблемы. – Минск: Издательство БГУ, 1982. – 178с.

33. Осинская В.Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике. – К.: Рад. школа, 1989. – 120 с.

34. Пардала А. О системе задач для формирования пространственных представлений // Математика в школе. – 1993. – №5. – С.14-17

35. Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч: Навч. посібн. – К.: Видавництво А.С.К., 2004. – 344с.

36. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2006. – 582с.

37. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підр. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак – ЕКО, 2000. – 512с.

38. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике. – К.: Рад. школа, 1983. – 192 с.

39. Сяська Н.А. Методична система реалізації функцій задач в навчанні планіметрії. Автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 2005. – 20 с.

40. Сяська Н. Особливості формування системи планіметричних задач. // Математика в школі. – 2003. – №4. – С.38-40

41. Сяська Н.А. Реалізація розвиваючої функції задач в навчанні планіметрії // Теорія та методика вивчення природничо-математичних і технічних дисциплін. – Рівне: РДГУ, 2002. – Вип. 5. – С.33-37

42. Талызина Н.Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся. – М.: Знание, 1983. – 96 с.

43. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

44. Тесленко І.Ф. Формування діалектико-матеріалістичного світогляду учнів при вивченні математики: Посібник для вчителів. – К.: Радянська школа, 1982. – 160 с.

45. Фридман Л.М. Методы формирования ориентировочной основы умственных действий по решению задач // Вопросы психологии. – 1975. – №4. – С.51-61.

46. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983. – 314с.

47. Сосницкий К. Построение содержания учебника // Проблемы школьного учебника. Выпуск 3. – М.: Просвещение, 1975. – С.18-29.

48. Хабіб Р.А. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики: Метод. посібник. – К.: Рад. шк., 1985. – 152с.

49. Цукарь А.Я. Поучительные обобщения простой задачи. // Воспитание учащихся при обучении математике. – М.: Просвещение, 1987. – 175 с.

50. Шапиро И.М. Использование задач с практическим применением в преподавании математики. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

51. Шаталов В.Ф. За чертой привычного: Ответы учителя-новатора на заданные журналистом Н.Столяровым вопросы по проблемам перестройки общеобразоват. шк. – Донецк: Донбас, 1988. – 69с.

52. Эсаулов А.Ф. Проблемы решения задач в науке и технике. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1979. – 256 с.

53. Якиманская И.С. О разработке метода диагностики развития пространственного мышления. // Проблемы диагностики умственного развития учащихся. – М.: Педагогика, 1975. – С. 156-205.

54. Буловацкий М.П. О воспитательных возможностях свободного домашнего задания. // Воспитание учащихся при обучении математике. – М.: Просвещение, 1987. – 175 с.

55. Вельдбрехт Д.О., Токар Н.Г. Засідання круглого столу. Заняття гуртка. 8 клас // Математика в школах України. – 2007. – №8. – С.36-39

56. Возняк Г.М., Маланюк М.П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики. – К.: Радянська школа, 1989. – 128 с.

57. Волкова С.М., Столярова Н.Н. Развитие познавательных способностей детей на уроках математики в 1 классе: Пособие для учителя четырехлет. нач. шк. – М.: Просвещение, 1994. – 64с.

58. Гельфман Э.Г., Ковалева Т.М. О привитии учащимся навыков самоконтроля. // Воспитание учащихся при обучении математике. – М.: Просвещение, 1987. – 175 с.

59. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 1984. – 175 с.

60. Маланюк М.П., Лукавецький В.І. Олімпіади юних математиків. [Посібник для вчителів математики загальноосвітніх шкіл]. – К.: Рад. школа, 1977. – 103с.

61. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 1984. – 175 с.

62. Березина Л.Ю., Денищева Л.О., Никольская И.Л. О воспитательных возможностях обучения математике // Повышение эффективности обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1989. – С.38-50.

63. Смышляев В.К., Бородина М.В., Гусарова Г.П. Решение задач “дальнего прицела” на внеклассных занятиях. // Воспитание учащихся при обучении математике. – М.: Просвещение, 1987. – 175 с.

64. Дубинчук О.С., Слєпкань З.І., Філіпова С.Н. Методичні особливості навчання геометрії в середньому ПТУ. – К.: Вища шк., 1992. – 271 с.

65. Конет І.М., Паньков В.Г., Радченко В.М., Теплінський Ю.В. Обласні математичні олімпіади. – Кам’янець-Подільський: Абетка. – 2000. – 304с.

66. Воспитание учащихся при обучении математике: Кн. для учителя: Из опыта работы / Сост. Л.Ф.Пичурин. – М.: Просвещение, 1987 – 175с.

67. Математическое образование: современное состояние и перспективы (к 80-летию со дня рождения профессора А.А.Столяра): Тезисы докладов международной конференции. – Могилев: МГУ им. А.А.Кулешова, 1999. – 215 с.