

Рівненський державний гуманітарний університет

Факультет математики та інформатики

Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота магістерського рівня

на тему:

Формування ключових компетентностей при вивченні рівнянь та нерівностей в курсі математики загальноосвітньої школи

Виконала: студентка 2 курсу магістратури
групи М-М-21

Спеціальності 014 Середня освіта (Математика)

Капран Юлія Василівна

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доц., зав. кафедри
математики з МВ

Крайчук Олександр Васильович

Рецензенти:

канд. фіз.-мат. наук, доц., проф. кафедри вищої
математики

Петрівський Борис Петрович

канд. пед. наук, доц., т.в.о. зав. кафедри
інформаційних систем та обчислювальних
методів

Лотюк Юрій Георгійович

Рівне -2022

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ	6
1.1 Сутність компетентнісного підходу	6
1.2 Поняття “компетентність” та “компетенція”	9
1.3 Ключові компетентності при вивченні математики	11
1.4 Поняття математичної компетентності	15
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПРИ ВИВЧЕННІ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ	18
2.1 Шляхи формування математичної компетентності в учнів: кроссенс, софізм, сторітеллінг, фішбоун	18
2.2 Компетентнісно-орієнтовані задачі як засіб формування ключових компетентностей	28
2.3 Реалізація компетентнісного підходу за допомогою інформаційно-комунікаційних технологій при вивченні математики	34
РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО САЙТУ З МАТЕМАТИКИ У СУЧАСНОМУ ОСВІТНЬОМУ СЕРЕДОВИЩІ	45
3.1 Навчальний сайт як інструмент для організації ефективного освітнього процесу	45
3.2 Загальна характеристика розробленого навчального вебсайту	48
3.3 Аналіз та оцінка якості вебсайту з математики	53
ВИСНОВКИ	55
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	56
ДОДАТОК А.....	60
ДОДАТОК Б	67

ВСТУП

Сьогодні у освіті, зокрема в навчанні математики, набуває дедалі більшого поширення компетентний підхід, який передбачає насамперед формування здатності особистості використовувати отримані знання на практиці. Навчальна діяльність до цієї реформи була спрямована на засвоєння якомога більшого обсягу інформації. У зв'язку з цим навчальна підготовка учнів була зосереджена на оволодіння предметними знаннями та вміннями, а це, в свою чергу, є лише частиною мети освітньої діяльності. Водночас сьогодні виникає необхідність у формуванні вмінь використовувати ці знання у практичних, життєвих ситуаціях.

Міністерство освіти, науки молоді і спорту України задекларували реалізацію компетентного підходу як необхідну умову до виконання. У той же час, якщо протиставити наявність теоретичних доробок основ компетентного підходу та шляхи його реалізації у шкільній практиці, то можна прийти до висновку, що не існує конкретних рекомендацій щодо використання засобів для виконання поставленого завдання.

Серед важливих компетентностей, якими повинні володіти учні, важливе місце посідає математична компетентність. Вона є тим джерелом, що слугує для дослідження сучасної реальності. Для такого дослідження використовуються математичні моделі у вигляді рівнянь, нерівностей та їх систем.

Отже, все викладене вище підтверджує актуальність теми роботи «Формування ключових компетентностей при вивченні рівнянь та нерівностей в курсі математики загальноосвітньої школи».

Об'єкт дослідження – навчання математики, яке спрямоване на реалізацію компетентного підходу.

Предмет дослідження – методичні основи спрямовані на формування компетентностей в учнів основної школи при вивченні рівнянь та нерівностей.

Мета дослідження – теоретичний аналіз й розробка навчально-методичного комплексу спрямованого на реалізацію компетентісного підходу в курсі математики основної школи при вивченні рівнянь та нерівностей.

Завдання дипломної роботи:

- 1) Дослідження і аналіз науково-методичної літератури, виділення основних підходів до визначення ключових понять.
- 2) Виокремлення ключових та предметних компетентностей, яких здобувачі освіти повинні набути в процесі навчання математики.
- 3) Аналіз та систематизація методів та технологій, які необхідно використовувати при компетентісному навчанні під час вивчення рівнянь та нерівностей в курсі математики основної школи.
- 4) Розробка навчально-методичної бази для наповнення створеного сайту з математики в контексті компетентісного навчання.
- 5) Аналіз розробленого навчального сайту з математики.

Практичне значення. Розроблено компоненти навчально-методичної системи навчання, з метою формування в здобувачів освіти відповідних компетентностей під час вивчення рівнянь та нерівностей в курсі математики основної школи:

- 1) проаналізовано технології, які доцільно використовувати для формування математичної компетентності;
- 2) розглянуто методичні підходи використання ІКТ при вивченні математики; наведено приклади компетентісно-орієнтованих задач;
- 3) розроблено навчально-методичне Інтернет-середовище за допомогою сервісу Google Sites.

Апробація досліджень. Основні результати магістерської роботи були представлені на звітних наукових конференціях викладачів, співробітників, докторантів, аспірантів та студентів Рівненського державного гуманітарного університету в 2021 та 2022 роках. За матеріалами доповіді були опубліковані тези.

Структура роботи. Дипломна робота складається з вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ

1.1 Сутність компетентнісного підходу

У зв'язку із процесом реформування освітньої системи, який спрямований на реалізацію особистісно-орієнтованої концепції нової української школи, необхідно, насамперед, теоретично обґрунтувати змістове наповнення категорії компетентнісного підходу.

Передумовами виникнення цієї нової категорії В.Кремень вважає глобалізацію та перехід людства від індустріальних до науково-інформаційних технологій, у контексті яких конкурентність, суперництво держав набуває глобального, загальнопланетарного характеру, а розвиток особистості стає показником рівня прогресу кожної країни [15, с. 3].

У зв'язку з трансформаційними процесами у сучасному світі, перед освітою постає важливе завдання – формувати в молоді вміння оперувати новими технологіями та знаннями, бути готовим змінюватися та пристосовуватися до нових потреб ринку праці, оперувати й управляти інформацією, активно діяти, швидко приймати рішення, навчатися впродовж життя. Україну, як європейську країну, не можуть оминати всі вищезазначені процеси [22, с. 6]. Кожна держава формує свою освітню політику за допомогою міжнародних співтовариств, які є пріоритетними орієнтирами, не виключенням є і Україна.

В.Сухомлинський, який є одним з фундаторів компетентнісного підходу в Україні, вважав необхідним поєднання навчання з працею, практичною повсякденною діяльністю школярів. Також активне включення учнів у виробничу діяльність з метою застосування шкільних знань та виховання ціннісного ставлення до людської праці є засадничою ідеєю педагогічного досвіду А. Макаренка. Т. Дмитренко, О. Крамарева [7, с. 227].

Оскільки погляди українських та зарубіжних вчених щодо поняття «компетентнісного підходу» відрізняються, необхідно їх розглянути в повній мірі.

Такі дослідники, як А. Андреев, О. Заблоцька, Т. Кобильник, А. Присяжна, вважають, що компетентнісний підхід означає поступову переорієнтацію провідної освітньої парадигми з переважною трансляцією знань на створення умов для опанування комплексом ключових, загальногалузевих та предметних компетенцій, тобто у зміщенні кінцевої мети освіти зі знань на компетентність [9].

Зарубіжні вчені пов'язують зміст компетентнісного підходу в освіті з формуванням здатності або готовності особистості мобілізувати всі свої ресурси (системно-організовані знання й уміння, навички, здібності та психічні якості), які необхідні для виконання певного завдання на високому рівні, а також адекватній конкретній ситуації, тобто відповідно до мети й умов перебігу конкретної дії [23, с. 32-37].

Проте чітко і зрозуміло концепцію компетентнісного підходу обґрунтували вчені Н. Бібік, О. Овчарук, О. Пометун, О. Локшина, О. Савченко, С. Трубачева, Л. Тарашенко та ін. Саме їх проєкт «Освітня політика та освіта, „рівний – рівному”» допоміг розмежувати поняття “компетенція” та “компетентнісний підхід”.

Під терміном «компетенція» автори проєкту пропонують розуміти передусім коло повноважень якої-небудь організації, установи або особи. У межах своєї компетенції особа може бути компетентною або некомпетентною в певних питаннях, тобто мати/набути компетентність (компетентності) у певній сфері діяльності. Оскільки йдеться про процес навчання й розвитку особистості, що відбувається в системі освіти, то одним з результатів освіти й буде набуття людиною набору компетентностей, необхідних для діяльності в різних сферах суспільного життя [25, с. 65].

Проте хоч і компетентнісний підхід виконує ключову роль, але він реалізується лише завдяки раціональному поєднанні з традиційними та інноваційними підходами. Останні, як уже зазначалось, тісно пов'язані між собою завдяки особистісній спрямованості та активному діяльнісному компоненту інноваційного навчання. З цього приводу Л. Величко відзначає, що "компетен-

тність особистості нерозривно пов'язана не лише з продуктивною діяльністю з метою розв'язування теоретичних і прикладних завдань, а й з відповідальністю за свої дії [26, с. 75]. Однак, поряд з рисами подібності, зазначені підходи мають й суттєві відмінності. Результат співставлення наведено в таблиці (див. табл.1.1).

Таблиця 1.1

Порівняльна характеристика підходів до навчання

<i>Риси порівняння</i>	<i>Підходи до навчання</i>			
	Традиційний	Особистісно-орієнтований	Діяльнісний	Компетентнісний
Суб'єкти навчання	Вчитель	Вчитель-учень	Вчитель-учень	Вчитель-учень
Об'єкт навчання	Досвід пізнання й перетворення предметів навколишньої дійсності, нагромаджений людством	Досвід пізнання й перетворення предметів навколишньої дійсності, нагромаджений людством	Досвід пізнання й перетворення предметів навколишньої дійсності, нагромаджений людством	Досвід пізнання й перетворення предметів навколишньої дійсності, нагромаджений людством
Функції вчителя в процесі навчання	Передача навальної інформації учню	Створення умов для самореалізації особистості кожного учня	Організація активної навчальної діяльності учнів	Організація процесу навчання спрямованого на формування в учнів компетенцій
Функція учня в процесі навчання	Відтворення навчальної інформації	Формування власних знань, умінь та навичок	Формування власних знань, умінь та навичок	Формування компетенцій
Рівень активності студентів як суб'єктів навчання	Переважає репродуктивно-наслідувальний і пошуково-виконавчий	Пошуково-виконавчий та творчий	Пошуково-виконавчий та творчий	Пошуково-виконавчий та творчий
Мета навчальної діяльності	Виконання навчальних програм	Оволодіння змістом освіти з урахуванням особистісних можливостей учнів	Оволодіння змістом освіти в процесі діяльності	Формування компетенцій
Результати навчання	Знання, уміння, навички	Знання, уміння, навички, особистісні якості студентів	Знання, уміння, навички, особистісні якості студентів	Система компетенцій

На основі проведеного аналізу літературних джерел зроблено висновки:

1. Компетентнісний підхід – це спрямованість навчального процесу на формування та розвиток в особистості системи ключових і предметних компетенцій [29].

2. Особливостями компетентнісного підходу є:

- визнання компетенцій в якості кінцевого результату навчання та їх цілеспрямоване формування;
- перенесення акцентів з поінформованості суб'єктів навчання на їх вміння використовувати інформацію для вирішення практичних проблем;
- оцінювання рівня сформованості в учнів компетенцій як результату навчального процесу;
- спрямованість навчання на учня;
- націленість фахової підготовки на майбутнє працевлаштування випускників [29].

1.2 Поняття “компетентність” та “компетенція”

Ключовими категоріями компетентнісного підходу є поняття “компетентність” та “компетенція”. У зв'язку з цим, необхідно дедалініше розглянути ці поняття в контексті реалізації даного підходу в освіті.

У великому тлумачному словнику сучасної української мови наведено тлумачення досліджуваних понять, а саме:

- компетенція – гарна обізнаність із чим-небудь; коло повноважень певної організації або особи;
- компетентний – який має достатній рівень знань в якій-небудь галузі; кваліфікований, ґрунтується на знанні, з чим-небудь гарно обізнаний, тямущий [3].

Існують думки, про те, що терміни компетенція і компетентність – це синоніми, таку позицію підтримує англійський психолог Дж. Равен. Інші ж науковці чітко розмежовують ці поняття. Тому розглядають різні підходи стосовно визначення даних понять (*див. табл. 1.2*).

Таблиця 1.2

Співвідношення понять “компетентність” та “компетенція”

	<i>Зміст</i>	<i>Представники</i>
<i>I підхід</i>	«Компетенція» – коло повноважень, соціальна вимога. «Компетентність» – здатність.	О. Пометун, О. Проворов, А. Хуторський, Ч. Вудруф та ін.
<i>II підхід</i>	Поняття «компетенція» і «компетентність» є синонімами.	А. Мироліубов, Дж. Равен та ін.
<i>III підхід</i>	«Компетенція» – складова компетентності. «Компетентність» – інтегрована якість особистості.	Г. Руденко, В. Плохій, А. Казановський та ін.

У вітчизняній науці займалися вивченням розглянутих понять такі вчені як Г. Голуб, С. Раков, А. Баранників, О. Чуркова, О. Пометун, А. Хуторський та ін. Вони як і інші науковці розглядали різні трактування досліджуваних понять (див. табл. 1.3).

Таблиця 1.3

Порівняльна характеристика різних підходів тлумачення понять “компетентність” та “компетенція”

<i>Науковці</i>	<i>Компетентність</i>	<i>Компетенція</i>
О.В. Кучай	«...володіння людиною відповідною компетенцією, що охоплює його особисте ставлення до неї та предмета діяльності»	«...сукупність взаємозалежних якостей особистості (знання, уміння, навички, способи діяльності), що задаються до певного кола предметів і процесів та необхідних для якісної, продуктивної діяльності щодо них»
С.Е. Шишов	«...вміння мобілізувати в конкретній ситуації отримані знання та досвід, з врахуванням зовнішніх обставин»	«...загальна здатність, яка ґрунтується на знаннях, досвіді, цінностях, нахилах, які набуваються завдяки навчанню»
А. Хуторський	«...володіння людиною відповідною компетенцією, що включає її особове відношення до неї і предмету діяльності»	«...сукупність взаємозв'язаних якостей особи (знань, умінь, навиків, способів діяльності), що задаються по відношенню до певного кола предметів і процесів, і необхідних для якісної продуктивної діяльності по відношенню

		до них»
І.О. Зимня	«...актуальну особистісну якість, що формується; інтелектуально й особистісно обумовлену соціально-професійну характеристику людини, що ґрунтується на знаннях»	«...деякі внутрішні, потенційні, приховані психологічні новоутворення: знання, уявлення, алгоритми дій, систем цінностей і відносин, які потім виявляються в компетентності людини»
С.П. Бондар	«...здатність особистості діяти»	«...здатність розв'язувати проблеми, що забезпечуються не лише володінням готовою інформацією, а й інтенсивною участю розуму, досвіду, творчих здібностей учнів»
М. Пентиліук	«...здатність ефективно і творчо володіти цими знаннями у міжособистісних стосунках, тобто компетенція реалізується в компетентності»	«...це комплекс відповідних знань»

В педагогіці доцільно вживати термін «компетентність», оскільки під поняттям "компетенція" розуміють "коло повноважень", а "компетентність" – обізнаність, авторитетність, кваліфікованість.

Таким чином, теоретичний аналіз різних підходів до розуміння сутності понять «компетентності» та «компетенції» у сучасній психолого-педагогічній літературі дозволяє зробити висновок, що:

1) «компетентність» – прояв, якість і рівень засвоєння компетенції певної професійної діяльності; загальна здатність і готовність до продуктивної діяльності, інтегрована характеристика якості особистості, сформована через знання, уміння, ставлення, поведінкові реакції;

2) «компетенція» – це наперед задана вимога до фахівця (властивості або якості, потенційні здатності особи), обсяг його професійних функцій, умови професійної діяльності.

1.3 Ключові компетентності при вивченні математики

Реалізація компетентнісного підходу вимагає оновлення змісту освіти та використання інноваційних методів та технологій навчання. Але зміст та методика викладання будь-якого предмета мають певні специфічні риси стосовно формування компетентностей учнів [11, с. 55]. Не виключенням є і математика.

Аналіз науково-методичного матеріалу показав, що існує достатньо велика кількість різного представлення характеристики ключових компетентностей при вивченні математики, які мають здебільшого однакові особливості. Проте найбільш повно, систематизовано та лаконічно характеристику ключових компетентностей запропонувала Зверєва Г. Ф. (див. табл. 1.4) [13].

Таблиця 1.4

Предметний арсенал вчителя математики

№	Назва компетентності	Характеристика
1.	Соціальна компетентність	<ul style="list-style-type: none"> • Вибір учителем завдань, які передбачають для учнів самостійний пошук розв'язку. • Надання учням можливості обрання варіанту завдання чи шляху розв'язання задач. • Використання самооцінки та взаємооцінки учнів. • Розв'язування задач різними способами та визначення раціонального шляху розв'язування. • Залучення дітей до роботи в групах.Обов'язкова умова врахування індивідуальних можливостей школярів. Завдання мають бути якщо не індивідуальними, то хоча б різнорівневими. • Надання учням можливості виявлення ініціативи. • Практикування доручень учням (наприклад : „ відповідальний за наочність” , „ консультант ” тощо) . • Планування виховних заходів та заходів предметних тижнів, у яких передбачається самостійна активна діяльність учнів. • Залучення дітей до самоврядування.
2.	Полікультурна компетентність	<ul style="list-style-type: none"> • Використання інформації з історії математичних відкриттів. • Використання художньої літератури в процесі викладання математики. • Розв'язання задач історико-культурного змісту. • Розв'язання задач екологічного змісту . • Характеристика внеску в науку вчених різних національностей. • Наголошення на внеску в розвиток науки українських математиків. • Виховання учнів на прикладі життєвого та творчого шляху видатних математиків. Комунікативна компетентність. • Стимулювання вміння учнів висловлювати власну точку зору. • Сприяння удосконаленню вмінь вести навчальний діалог. • Використання усних та письмових рецензій на відповідь, доповнень та зауважень до неї . • Удосконалення вмінь дітей формулювати цілі власної діяльності та робити висновки за її результатами.

		<ul style="list-style-type: none"> • Застосування взаємоопитування та взаємоперевірки з можливим подальшим коментуванням. • Організація групової роботи . • Проведення нестандартних уроків, уроків-змагань, КВК. • Підготовка учнями нестандартних запитань однокласникам. • Стимулювання спілкування учнів з ровесниками та дорослими з метою підвищення рівня навчальних досягнень та ерудиції учнів.
3.	Інформаційна компетентність	<ul style="list-style-type: none"> • Залучення вчителем додаткової інформації в процесі викладання математики. • Стимулювання учнів до використання додаткової інформації. • Активна співпраця з кабінетом інформатики щодо використання навчальних програм з математики. • Використання малюнків, таблиць, схем, як джерел інформації, та передбачення складання схем, таблиць, планів, опорних конспектів, як результату роботи учнів з інформацією. • Випуск шкільних газет, створення інформаційних сторінок у класних куточках. Компетентність самоосвіти і саморозвитку. • Написання учнями повідомлень, рефератів , самостійних творчих робіт. • Використання випереджальних завдань , що передбачають активну самостійну та самоосвітню діяльність учнів. • Залучення учнів до творчих виставок . • Залучення учнів до роботи в МАН. • Консультування учнів з питань самоосвіти. • Організація інтелектуальних конкурсів, ігор, предметних тижнів, які передбачають самостійне опанування учнями певних питань та їх самоосвітню діяльність. • Використання інтенсивних завдань з предмету , які передбачають пояснення учнями певних питань. • Використання навчальних програм з метою самоосвіти учнів. • Залучення учнів до роботи консультантами , що підтримує їх самоосвітній тонус.
4.	Компетентність продуктивної творчої діяльності	<ul style="list-style-type: none"> • Забезпечення високого наукового рівня викладання математики . • Створення проблемних ситуацій на основі сучасного життя. • Розв'язування задач та прикладів різними способами, використання задач підвищеної складності. • Складання та розв'язування учнями тестів, задач, кросвордів тощо. • Залучення учнів до участі в конкурсах „Кенгуру” , „Золотий ключик” тощо. • Залучення учнів до участі в олімпіадах, МАН, у роботі заочних фізико-математичних шкіл.

5.	Комунікативна компетентність	<ul style="list-style-type: none"> • Стимулювання вміння учнів висловлювати власну точку зору. • Сприяння удосконаленню вмінь вести навчальний діалог. • Використання усних та письмових рецензій на відповідь, доповнень та зауважень до неї . • Удосконалення вмінь дітей формулювати цілі власної діяльності та робити висновки за її результатами. • Застосування взаємоопитування та взаємоперевірки з можливим подальшим коментуванням. • Організація групової роботи. • Проведення нестандартних уроків , уроків-змагань , КВК. • Підготовка учнями нестандартних запитань • однокласникам. • Стимулювання спілкування учнів з ровесниками та дорослими з метою підвищення рівня навчальних досягнень та ерудиції учнів.
6.	Компетентність самоосвіти і саморозвитку	<ul style="list-style-type: none"> • Написання учнями повідомлень, рефератів, самостійних творчих робіт. • Використання випереджальних завдань, що передбачають активну самостійну та самоосвітню діяльність учнів. • Залучення учнів до творчих виставок . • Залучення учнів до роботи в МАН. • Консультування учнів з питань самоосвіти . • Організація інтелектуальних конкурсів, ігор, предметних тижнів, які передбачають самостійне опанування учнями певних питань та їх самоосвітню діяльність. • Використання інтенсивних завдань з предмету, які передбачають пояснення учнями певних питань. • Використання навчальних програм з метою самоосвіти учнів. • Залучення учнів до роботи консультантами , що підтримує їх самоосвітній тонус.

При цьому у законі України «Про освіту» зазначено, що «спільними для всіх компетентностей» є такі вміння: читання з розумінням, уміння висловлювати власну думку усно і письмово, критичне та системне мислення, здатність логічно обґрунтовувати позицію, творчість, ініціативність, вміння конструктивно керувати емоціями, оцінювати ризики, приймати рішення, розв'язувати проблеми, здатність співпрацювати з іншими людьми» [10].

Тож, зважаючи на викладене вище, варто зауважити, що в процесі реалізації компетентнісного підходу при вивченні математики, наведені вміння послідовно і систематично формуються.

1.4 Поняття математичної компетентності

Математична компетентність – це безсумнівно одна з найбільш важливих компетентностей. Оскільки саме вона складає основу для формування інших життєвих компетентностей.

У науково-методичній літературі представлено різні підходи до тлумачення поняття «математична компетентність». Найбільш відомі подано в таблиці (див. табл. 1.5).

Таблиця 1.5

Основні підходи до визначення поняття «математична компетентність»

Науковці	Тлумачення
Зіненко І. М.	Математична компетентність – це якість особистості, яка поєднує в собі математичну грамотність та досвід самостійної математичної діяльності.
Кудрявцев Л. Д.	Математична компетентність – це інтегративна особистісна якість, заснована на сукупності фундаментальних математичних знань, практичних умінь і навичок, що свідчать про готовність і здатність учня здійснювати математичну діяльність.
Раков С. А.	Математична компетентність – це вміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень.

До предметно-галузевих математичних компетентностей відносять такі компетентності:

1) процедурну – уміння розв'язувати типові математичні задачі:

- використовувати на практиці алгоритм розв'язання типових задач;
- уміти систематизувати типові задачі, знаходити критерії зведення задач до типових;
- уміти використовувати різні інформаційні джерела для пошуку алгоритму розв'язування типових задач;

2) логічну – володіння дедуктивним методом доведення та спростувань тверджень:

- здійснювати дедуктивне обґрунтування правильності розв'язання задач та шукати логічні помилки у неправильних дедуктивних міркуваннях;
- використовувати математичну та логічну символіку на практиці;

3) технологічну – володіння сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями підтримки математичної діяльності:

- оцінювати похибки при використанні наближених обчислень;
- будувати комп'ютерні моделі для предметної області задачі з метою їх евристичного, наближеного або точного розв'язання;

4) дослідницьку – володіння методами дослідження практичних та прикладних задач математичними методами:

- формулювати математичні задачі;
- будувати аналітичні моделі задач;

5) методологічну – уміння оцінювати доцільність використання:

- математичних методів для розв'язання практичних та прикладних задач;
- аналізувати ефективність розв'язання задач математичними методами;

- рефлексія власного досвіду розв'язання задач та подолання перешкод з метою постійного вдосконалення власної методології проведення досліджень [6].

Реалізація даної компетентності в учнів загальноосвітньої школи включає різні аспекти навчально-виховного процесу (див. табл. 1.6).

Таблиця. 1.6

Методичний супровід викладання математики

<i>Мотиваційний компонент</i>	<i>Дійовий компонент</i>	<i>Змістовий компонент</i>
Заохочування, навчально-пізнавальна гра, створення ситуації новизни, проблемної ситуації, ситуації успіху, вільний вибір завдань, опора на життєвий досвід, виконання творчих завдань, історичний приклад, кластерний аналіз.	Уміння працювати за алгоритмом, самостійно складати алгоритм; уміння працювати в колективі, самоконтроль і самоосвіта; уміння використовувати Інтернет, комп'ютерні програми.	Тестування, спостереження проблемна бесіда, диспут, дискусія, створення конспектів, презентацій, підручників, метод проєктів, використання софізмів, кроссенсів.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПРИ ВИВЧЕННІ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

2.1 Шляхи формування математичної компетентності в учнів: кроссенс, софізм, сторітеллінг, фішбоун

Існує багато методів спрямованих на формування логічного, критичного мислення та креативності в учнів. Проте у зв'язку зі створенням нових освітніх стандартів є нагальною потреба застосовувати у навчанні інноваційні технології та прийоми, які будуть орієнтовані на особистісно-діяльнісний підхід. Однією з таких технологій є кроссенс. Під даним методом розуміють технологію візуалізації інформації, що дозволяє подавати інформацію у графічному вигляді (рисунки, фотографії, графіки, діаграми, схеми, таблиці).

Кроссенс (від англ. cross – перехрестя, sens – смисл) – це візуальний асоціативний ланцюжок, який складається з 9 зображень, кожне з яких пов'язане з попереднім і наступним зображенням, що в результаті по-різному розкриває сутнісні характеристики певного поняття, явища або факта [29, с. 45].

Етапи створення кроссенсів:

- 1) Визначення ідеї, загальної теми.
- 2) Виокремлення 9 ключових елементів.
- 3) Знаходження зв'язків між елементами, визначення їх послідовності розташування.
- 4) Концентрування в центральному квадраті основний зміст завдання.
- 5) Знаходження особливості кожного елемента кроссенса, підбирання відповідних їм зображень.
- 6) Замінення прямих образів й асоціацій символічними.
- 7) Побудова асоціативних зв'язків між образами елементів.

Для того, щоб розв'язати кроссенс, потрібно встановити асоціативні зв'язки між сусідніми зображеннями спочатку по периметру (1-2, 2-3, 3-6, 6-

9, 9-8, 8-7, 7-4, 4-5), а потім навхрест (2-5, 6-5, 8-5, 4-5). Центральним є зображення 5, яке визначає тему кроссенса [24, с.101] (див. рис. 2.1).



Рис. 2.1 Способи розгадування кроссенсів

Кроссенси використовують у навчанні з метою розвитку логічного, образного мислення та самовдосконалення. Ця технологія дає можливість з'ясувати рівень та глибину знань з математики та підвищує мотивацію до вивчення предмету. Завдяки кроссенсу можна розглянути тему уроку або поставлену проблему з різних аспектів.

Вагомою перевагою кроссенсів є, насамперед, активна навчально-пізнавальна діяльність здобувачів освіти, що супроводжується пошуком додаткового матеріалу, виявленням нестандартного мислення та підвищенням ерудиції. Застосування на уроці цієї технології сприяє розвитку таких якостей як ініціативності, креативності, активності.

Робота учнів має бути обов'язково оцінена. Формою оцінювання може бути навіть схвалювання найменших успіхів або намагань. Міркування учнів, які мають деякі зауваження, вчитель повинен корегувати, використовуючи позитивні висловлювання.

Для демонстрації розглянуто приклад кроссенса з математики на тему «Квадратне рівняння» (див. рис. 2.2). Його можна використовувати на етапах актуалізації опорних знань, узагальнення і систематизації умінь, знань і навичок, а також для проведення нестандартних уроків.



Рис. 2.2 Приклад кроссенса з математики на тему «Квадратне рівняння»

Моделі явищ та процесів: квадратне рівняння – це модель прикладних задач.

Жінка, яка мешкає в Індії: перші згадки про квадратні рівняння зустрічаються в Індії.

Французький математик Франсуа Вієт: виведенням формули загального розв'язку квадратних рівнянь займався Франсуа Вієт.

Мости мають вигляд парабол: графічний спосіб розв'язування квадратного рівняння полягає у дослідженні графіка квадратичної функції(параболи).

Коріння дерева: квадратне рівняння може мати один корінь, два або не мати жодного.

Задача знаменитого індійського математика Бхаскари: для того, щоб її розв'язати потрібно скласти квадратне рівняння.

Метод розв'язування квадратного рівняння у Стародавній Греції.

Методи розв'язування рівнянь.

Відповідь: квадратне рівняння.

Одним із засобів впливу на формування знань учнів з математики та рівень розвитку їх пізнавальної активності є застосування математичних *софізмів на уроках*.

Софізмом є навмисне помилкове твердження, яке має видимість правильного.

Математичний софізм – це хибне математичне твердження з прихованою помилкою в математичних міркуваннях. Спростування софізму є маленьким відкриттям і прекрасною школою культури міркувань і формування критичного мислення. Розглянено приклади математичних софізмів.

1. Софізм «Вага слона дорівнює вазі комара»

Нехай x – вага слона, y – вага комара. Позначимо їх суму через $2a$: $x + y = 2a$. З цієї рівності можна дістати ще дві: $x - 2a = -y$ і $x = -y + 2a$. Перемножимо почленно останні дві рівності: $x^2 - 2ax = y^2 - 2ay$. Додавши до обох частин цієї рівності по a^2 , дістанемо: $x^2 - 2ax + a^2 = y^2 - 2ay + a^2$, або $(x - a)^2 = (y - a)^2$. Добуваючи з обох частин рівності квадратний корінь, матимемо: $x - a = y - a$, або $x = y$, тобто вага слона дорівнює вазі комара.

Помилка: беручи квадратний корінь з виразів, отримуємо модулі цих виразів. Розкриваючи модуль, отримуємо, що $ax = y - b$. Отже маса слона і мухи не рівні.

2. Софізм «Дивні рівняння»

Завдання полягає у тому, що потрібно розв'язати рівняння:

$$15x - 30 = 12x - 24.$$

В обох частинах рівняння винесемо спільний множник за дужки:

$$15(x - 2) = 12(x - 2).$$

Розділивши обидві частини рівняння на $(x - 2)$, одержимо: $15 = 12$.

Помилка: праву і ліву частини рівняння поділили на нуль, тому, що корінь даного рівняння $x = 2$.

3. Софізм «Рівність $x - a = 0$ не має коренів»

Дано рівність $x - a = 0$. якщо поділити обидві частини рівності на $x - a$, отримаємо, що $1 = 0$. Оскільки така рівність неправильна, то це означає, що отримана рівність не має коренів.

Помилка: оскільки $x = a$ – корінь рівності, то, поділивши на вираз $x - a$ обидві його частини, ми втратили цей корінь і тому отримали невірну рівність $1 = 0$.

4. Софізм «Два неоднакових натуральних числа рівні між собою»

Розв'яжемо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} x + 2y = 6, \\ y = 4 - \frac{x}{2}. \end{cases}$$

Підстановкою y з 2-го рівняння в 1-ше отримуємо $x + 8 - x = 6$, звідки $8 = 6$.

Помилка. Друге рівняння можна записати як $x + 2y = 8$, так що вихідна система запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} x + 2y = 6, \\ x + 2y = 8. \end{cases}$$

У цій системі рівнянь коефіцієнти при змінних однакові, а праві частини не рівні між собою, з цього випливає, що система несумісна, тобто не має жодного розв'язку. Графічно це означає, що прямі $y = 3 - \frac{x}{2}$ і $y = 4 - \frac{x}{2}$ паралельні і не збігаються.

Перед тим, як розв'язувати систему лінійних рівнянь, корисно проаналізувати, чи має система єдиний розв'язок, безліч або не має розв'язків взагалі.

4. Софізм «2=4».

Рівняння $x^{x^x} = 2$ (1) можна переписати у вигляді $x^2 = 2$, звідки $x = \sqrt{2}$ і тому $\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}} = 2$ (2). Розв'яжемо рівняння $\sqrt{y}^{\sqrt{y}^{\sqrt{y}}} = 4$ (3), яке можна подати у вигляді $y^4 = 4$, звідки $y = \sqrt{2}$ і тому $\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}} = 4$ (4). З рівностей (2) і (4) випливає, що $2=4$. Чому?

Хибний висновок ($2=4$) дістали з рівностей (2) і (4) на основі властивості: якщо $a=b$ і $a=c$ – істинні рівності, то й $b=c$ – істинна рівність. Оскільки цю властивість не піддаємо сумніву, то парадокс виник тому, що неправильна принаймні одна з рівностей (2), (4). Першу дістали в результаті підстановки в рівняння (1) значення $x = 2$, знайденого при розв’язуванні рівняння (1). Рівняння $x^2 = 2$ є наслідком рівняння (1), і тому необхідно перевірити: чи є $\sqrt{2}$ коренем рівняння (1). Вираз $\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\dots}}}$ можна тлумачити як границю послідовності $\sqrt{2}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}, \dots$ (5), яка збігається до 2. Тому границя послідовності (5) дорівнює 2. Якщо виразу (2) надати цього змісту, то справджується рівність (4).

6. Софізм «Хибний метод розв’язування системи рівнянь»

Учень розв’язував систему рівнянь:

$$\begin{cases} x^4 - 1321x - 23 = 0 \\ x^4 - 1310x - 144 = 0 \end{cases}$$

Від першого рівняння він відняв почленно друге, вийшло: $-11x + 121 = 0$, звідки $x = 11$. Але, підставивши значення $x = 11$, учень переконався, що воно не є коренем жодного з даних рівнянь. Чому?

Помилка полягає в тому, що рівняння $-11x + 121 = 0$ є тільки наслідком системи, але воно не еквівалентне їй: будь-який розв’язок системи є розв’язком рівняння, але не навпаки. Тому поки що можна зробити лише такий висновок: якщо система має розв’язок, то він єдиний і є розв’язком рівняння. Підставивши значення $x = 11$ в систему, робимо остаточний висновок: розв’язків вона не має.

7. Софізм «Сторонній корінь»

Учень розв’язував рівняння $x - 1 = 2$ таким нераціональним шляхом:
 $(x - 1)(x - 5) = 2(x - 5), x^2 - 6x + 5 = 2x - 10, x^2 - 7x + 12 = x - 3,$
 $(x - 4)(x - 3) = x - 3, x - 4 = 1, x = 5.$

Але $x = 5$ не є коренем рівняння. З’являється сторонній корінь.

Потім учень вдруге взявся за рівняння $x - 1 = 2$, але поспішав і додав тільки до лівої частини число 10, дістав $x + 9 = 2$, потім виконав такі перетворення: $(x + 9)(x - 3) = 2(x - 3)$, $x^2 + 6x - 27 = 2x - 6$, $x^2 + 4x - 21 = 0$, $(x + 7)(x - 3) = 0$, $x - 3 = 0$, $x = 3$.

Учень отримав правильну відповідь. Чому?

Корінь рівняння $x = 3$ втрачено при «незаконному» діленні обох частин рівняння на $x - 3 = 0$, сторонній корінь $x = 5$, з'явився при множенні обох частин рівняння на $x - 5$.

В другому варіанті розв'язання неправильну дію (додавання тільки до лівої частини числа 10) учень компенсував тим, що помножив обидві частини на $x - 3$ – корінь даного рівняння. В результаті «незаконної» дії з'явився сторонній корінь $x = -7$, але учень позбувся його, коли поділив (це теж неправильна дія) обидві частини рівняння $(x + 7)(x - 3) = 0$ на $x + 7$.

Використання софізмів дає можливість зосередити увагу учнів на глибокому осмисленні навчального матеріалу, що безпосередньо впливає на результативність подальшої роботи над темою.

Сторітеллінг (story – історія; telling – розповідати) – це ефективний метод донесення інформації до аудиторії шляхом розповідання смішних, зворушливих або повчальних історій з реальними або вигаданими персонажами. Він поєднує в собі психологічні, управлінські та інші аспекти і дозволяє не лише ефективно донести інформацію до аудиторії, а й мотивувати її на певні вчинки і отримати максимально високі результати. Ця методика була розроблена та успішно випробувана на особистому досвіді Девідом Армстронгом, головою міжнародної компанії Armstrong International. Використання методу storytelling розкрито на конкретному прикладі [24, с. 162].

Історія про рівняння може бути такою: *«У дрімучому лісі жило Маленьке Рівняння. Воно завжди носило табличку, на якій було написано: «Розв'яжи!». Хоч рівняння було і невелике, але його ніхто не міг розв'язати. Воно пишалось своєю чарівною силою і думало: той, хто його зможе розв'язати, буде вміти розв'язувати усі рівняння. Одного сонячного дня,*

блукаючи лісом, Маленьке Рівняння вийшло на дорогу, що вела в село. Воно дуже зраділо і побігло по ній. У селі була школа, куди і потрапило Маленьке Рівняння. Дочекавшись кінця уроку, воно заховалося у підручник з математики і чекало своєї черги. Коли учні дійшли до нього, то довго не могли розв'язати. Маленькому Рівнянню дуже хотілося застосувати свою чарівну силу. І ось нарешті школярі здогадалися як знайти його розв'язок. Не підозрюючи ні про що, вони розв'язували одне рівняння за іншим, відчуючи від цього задоволення і впевненість. Усі рівняння для них були простими і зрозумілими» (І. Євменко) [12].

Позитивними моментами використання даного прийому при вивченні математики є підвищення ініціативності в учнів, легкий спосіб донесення інформації, розвиток уяви та креативності, реалізація індивідуального підходу.

«Фішбоун» (з англійської «риб'яча кістка») – прийом критичного мислення, сенс якого полягає у встановленні причинно-наслідкових зв'язків між об'єктом аналізу і факторами, які на нього впливають [30].

Основу даного прийому складає схема у формі риби. Завдяки їй можна стисло і лаконічно продемонструвати причини та наслідки конкретних подій, явищ і проблем, та зробити узагальнення і відповідні висновки (див. рис. 2.3). Перевагою даного прийому є те, що його можна використовувати під час вивчення будь-якої навчальної дисципліни.

Прийом «Фішбоун» має такі особливості :

- візуалізація причинно-наслідкових зв'язків;
- послідовно розміщувати фактори за ступенем їх значущості;
- розвиток критичного мислення;
- організація роботи в парах або групах.

Голова – проблема, питання чи тема, які підлягають аналізу. Верхні кісточки (розташовані під кутом 45 градусів) – на них фіксуються основні поняття теми, причини, що призвели до проблеми. Нижні кісточки – факти, що підтверджують наявність сформульованих причин або суть понять, вказа-

них на схемі. Хвіст – відповідь на поставлене питання, висновки, узагальнення [30].

Усі записи повинні бути короткі, точні, лаконічні та відображати лише суть понять. Демонстрація отриманих результатів заповнення – це важливий етап застосування даної технології. Інколи трапляється така ситуація, коли причин обговорюваної проблеми значно більше, ніж аргументів, що підтверджують її наявність. Це відбувається тому, що у житті припущень більше, ніж фактів, які підтверджують. А тому деякі кісточки в нижній частині схеми можуть залишитися незаповненими.

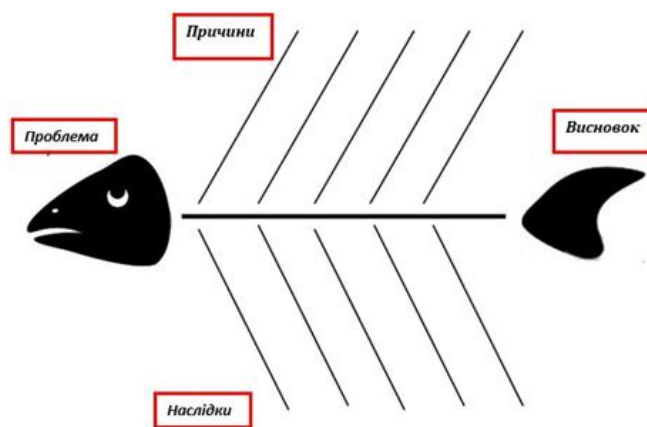


Рис. 2.3 Схема прийому «Фішбоун»

Застосування прийому має більшу ефективність під час уроків узагальнення та систематизації, оскільки засвоєний навчальний матеріал, необхідно звести в єдину систему.

Реалізація даного прийому наступна.

Ознайомлення дітей з правилами: обґрунтування змісту складових «риб'ячого скелету», наголошення на тому, що важливі фактори розташовуються ближче до голови.

Об'єднання дітей за певним принципом: реалізація прийому для індивідуальної, парної, так і групової роботи. Останній формат – найцікавіший, адже супроводжується поєднанням декількох точок зору в процесі аналізу проблемного питання. Максимальна ефективність прийому досягається коли у групі не більше 5 осіб.

Заповнення відповідного бланку. Відповідний бланк із зображенням риб'ячого скелету необхідно роздрукувати або ж запропонувати накреслити таку схему учням власноруч. На даному бланку учні будуть записувати власні судження щодо питання, яке розглядається.

Далі наведено зразки застосування даного прийому при вивченні рівнянь та нерівностей в курсі основної школи (див. рис. 2.4, 2.5).

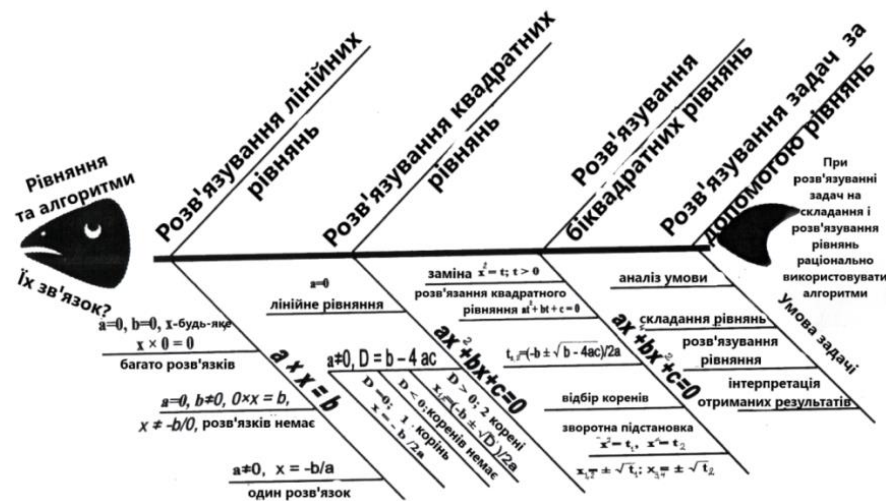


Рис.2.4 Приклад застосування прийому «Фішбоун» на уроці алгебри при вивченні рівнянь

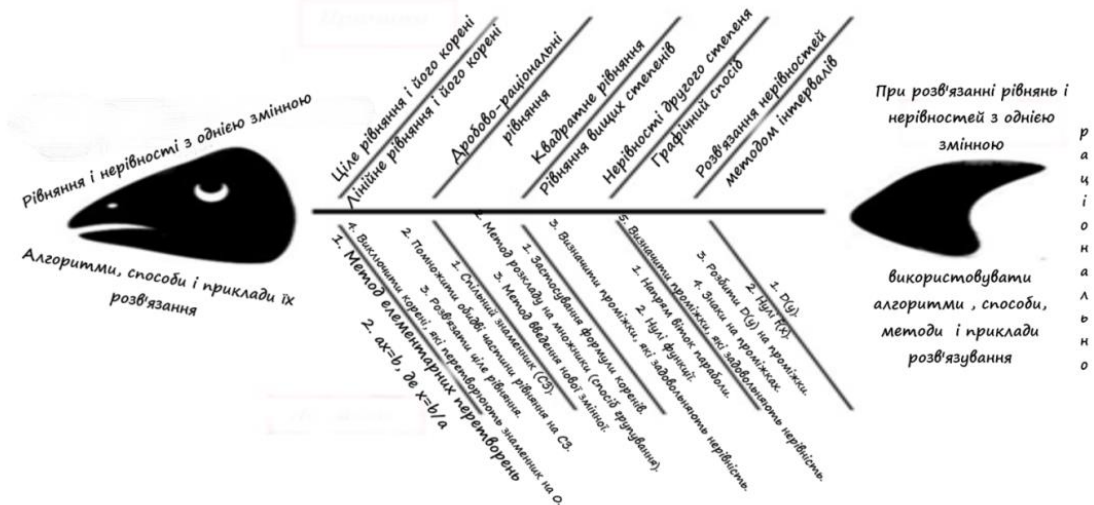


Рис.2.5 Приклад застосування прийому «Фішбоун» на уроці алгебри при вивченні рівнянь і нерівностей з однією змінною

Дані інноваційні технології у поєднанні з традиційними методами та прийомами дозволяють забезпечити формування математичної компетентності на високому рівні у здобувачів освіти.

2.2 Компетентнісно-орієнтовані задачі як засіб формування ключових компетентностей

Впровадження компетентнісного підходу означає передусім перенесення уваги з накопичення знань на формування і розвиток в учнів здатності використовувати їх в практичній діяльності.

Існує багато різноманітних видів діяльності, які зорієнтовані безпосередньо на реалізацію компетентнісного підходу. Проте варто зазначити, що важливе місце серед них посідає розв'язування задач.

Компетентнісно-орієнтована задача - це інноваційний компонент навчального процесу, який з'явився, власне, у зв'язку з розвитком ідей компетентнісного навчання. Таку задачу трактують як «форму організації навчального матеріалу, змодельовану у вигляді життєвої ситуації з метою формування предметних, надпредметних, ключових компетентностей».

Такі задачі дозволяють моделювати різноманітні як освітні так і практичні ситуації, виробляти вміння оперувати як предметним матеріалом так і з суміжних дисциплін, вивчати новий програмний матеріал.

Щоб розв'язати компетентнісно-орієнтовану задачу, необхідно описану в умові проблему «перевести» на математичну мову, тобто інтерпретувати її як задачу, яку вже можливо розв'язати засобами математики і розробити відповідну їй математичну модель. Потім розв'язати цю задачу, використовуючи математичні міркування та узагальнення, й інтерпретувати розв'язання з урахуванням особливостей ситуації, що розглядається. При цьому зрозуміло, що в ході розв'язання компетентнісно-орієнтованої задачі учні будуть вирішувати і суто математичну задачу або завдання.

При розв'язанні компетентнісно-орієнтованої задачі необхідно інакше організувати сам процес розв'язання: потрібен більш детальний аналіз тексту

задачі, аналіз даних на надлишок чи нестачу, виявлення взаємозв'язків з іншими розділами математики, з іншими предметами і сферами діяльності, складання математичної моделі, інтерпретація отриманого результату (див. рис. 2.6).

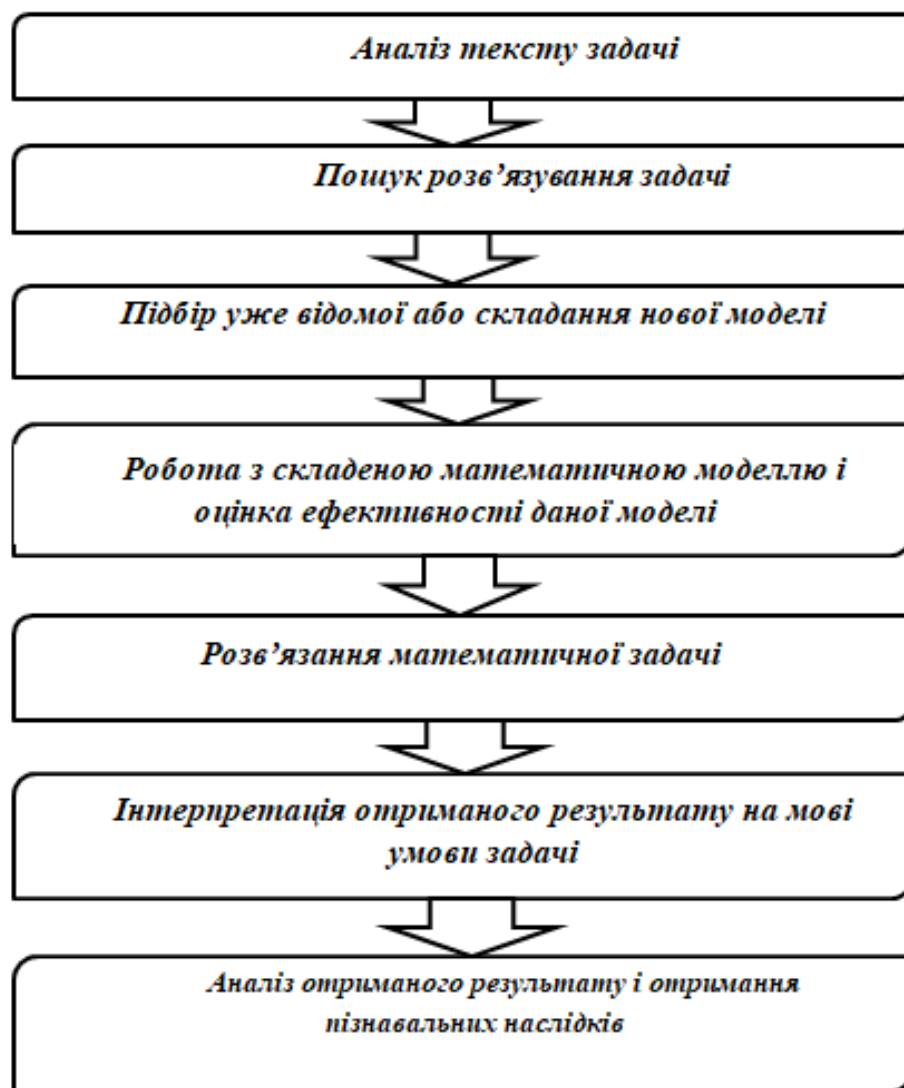


Рис. 2.6 Етапи розв'язування компетентнісних задач

Зазвичай у школі найбільша увага приділяється пошуку раціонального методу розв'язування задачі, а переходу від реальної ситуації до побудови математичної моделі та поверненню до вихідної ситуації не приділяють належної уваги. Тому при реалізації компетентнісного навчання важливою є, насамперед, робота учнів та вчителів над задачами практичного спрямування.

Але оскільки прикладні задачі майже відсутні в шкільних підручниках є нагальна потреба у розробці системи задач, які сприятимуть формуванню в учнів наукового світогляду та системи природничо-математичних знань, навичок і умінь, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності.

Приклад 1. Завод в Україні випускає БПЛА Ваурактар та Лелека - 100, які мають масу 2700 кг. Конструктори після модернізації знизили масу кожного БПЛА типу Ваурактар на 7%, а типу Лелека -100 на 5%, і вони разом стали мати масу 2535 кг. Знайти: а) масу БПЛА старої конструкції; б) зниження матеріаломісткості БПЛА Ваурактар та Лелека; в) річну економію металу, якщо замість старих БПЛА завод в рік буде випускати по 5000 БПЛА типу Ваурактар, Лелека-100 нової конструкції.

Розв'язання. Нехай x кг – маса БПЛА типу Ваурактар, тоді $(2700 - x)$ кг – маса БПЛА типу Лелека — 100.

Зниження матеріаломісткості БПЛА типу Ваурактар та Лелека — 100 дорівнює відповідно $\frac{x \cdot 7}{100}$ (кг) і $\frac{(2700-x) \cdot 5}{100}$ (кг).

Складаємо рівняння:

$$\frac{7x}{100} + \frac{(2700 - x) \cdot 5}{100} = 2700 - 2535.$$

Розв'язавши його, знайдемо:

$$7x + 13500 - 5x = 16500, 2x = 3000, x = 1500.$$

Отже:

- 1) БПЛА типу Ваурактар має масу 1500 кг, а типу Лелека-100 – $2700-1500=1200$ (кг);
- 2) масу БПЛА типу Ваурактар знизили на $\frac{1500 \cdot 7}{100} = 105$ (кг), а типу Лелека - 100 на $\frac{1200 \cdot 5}{100} = 60$ (кг);
- 3) річна економія від випуску 5000 БПЛА в рік дорівнює $(105 + 60) \cdot 5000 = 825000$ (кг) = 825(т).

Приклад 2. У бригаді було 5 робітників та 7 учнів. За 5 робочих днів бригада виготовила 850 деталей. Вступивши в передсвяткове змагання, робітники підвищили продуктивність праці на 20%, а учні на 10%, і тому за наступні 5 робочих днів бригада виготовила 985 деталей. Знайти денну продуктивність праці до змагання та в період змагання.

Розв'язання. Нехай x деталей – середня денна продуктивність праці робітника до змагання, а y деталей – учня; тоді за 5 днів 5 робітників виготовили $25x$ деталей, а 7 учнів – $35y$ деталей.

З умови задачі слідує, що $25x + 35y = 850$.

Оскільки в період змагання робітники підвищили продуктивність праці на 20%, а учні – на 10%, то за 5 днів робітники виготовили $\left(25x + \frac{25x}{100} \cdot 20\right)$ деталей, а учнів – $\left(35y + \frac{35y}{100} \cdot 10\right)$ деталей. Звідси слідує, що

$$\left(25x + \frac{25x}{100} \cdot 20\right) + \left(35y + \frac{35y}{100} \cdot 10\right) = 985.$$

Спростивши це рівняння, отримаємо:

$$30x + 38,5y = 985.$$

Маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 25x + 35y = 850, \\ 30x + 38,5y = 985. \end{cases}$$

З першого і другого рівняння виразимо x через y : $x = \frac{170-7y}{5}$. Підставивши значення x , в друге рівняння, знайдемо y :

$$30 \cdot \frac{170 - 7y}{5} + 38,5y = 985,$$

$$1020 - 42y + 38,5y = 985, 3,5y = 35, y = 10.$$

Так як $x = \frac{170-7y}{5}$, то $x = \frac{170-7 \cdot 10}{5} = 20$.

Таким чином, до змагання продуктивність праці робітників і учнів дорівнювала відповідно 20 і 10 деталей, а в період змагання

$$20 + \frac{20}{100} \cdot 20 = 24(\text{дет.}),$$

$$10 + \frac{10}{100} \cdot 10 = 11(\text{дет.}).$$

Приклад 3. Агрофірма «Перемога» 2023 р. отримали середній врожай пшениці на 21ц з гектара більше, ніж зібрали селяни до війни, причому у 2023 р, отримали 30 ц з площі, на 8,75 га меншою за ту, з якої до війни теж збирали 30 ц. Знайти середній урожай пшениці, зібраний з одного гектара до війни та в 2023 р.

Розв'язання. Нехай x ц/га – середній врожай пшениці з 1 га, зібраний до війни. Тоді $(x + 21)$ ц га – врожай пшениці з одного гектара, зібраний з одного гектара в 2023 р.

$\frac{30}{x}$ га – площа посіву, з якої до війни селяни зібрали врожай.

$(30 + \frac{30}{x+21})$ га – площа посіву, з якої зібрали працівники агрофірми 30 ц/га в 2023 р. За умовою задачі ця площа на 8,75 га менша.

Складемо рівняння:

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+21} = 8\frac{3}{4}$$

Розв'яжемо його:

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+21} = \frac{35}{4},$$

$$4(x+21) \cdot 30 - 4 \cdot x \cdot 30 = 35x(x+21),$$

$$24x + 504 - 24x = 7x^2 + 147x,$$

$$7x^2 + 147x - 504 = 0.$$

$$D = 147^2 - 4 \cdot 7(-504) = 21609 + 14112 = 35721,$$

$$x_{1,2} = \frac{-147 \pm \sqrt{35721}}{14} = \frac{-147 \pm 189}{14}, x_1 = 3, x_2 = -84.$$

Останнє значення не задовольняє умову завдання. Отже, середній урожай пшениці становив до війни 3 ц/га, а 2023 р. 24 ц/га.

Приклад 4. Сторона земельної ділянки прямокутної форми 600 м. Якою має бути інша сторона ділянки, щоб його периметр був менший за периметр квадратної земельної ділянки зі стороною 400 м?

Розв'язання. Нехай x – невідомий бік земельної ділянки. Оскільки протилежні сторони прямокутника рівні, то отримаємо нерівність

$$600 \cdot 2 + 2x < 400.$$

Розв'язавши нерівність, знайдемо $1200 + 2x < 400, 2x < 400$, звідки $x < 200$.

Приклад 5. Ціну на паливо знизили спочатку у серпні, потім у вересні. При чому зменшили на одне й те саме число відсотків. В результаті у листопаді вона становила 64% від початкової. Визначте на скільки відсотків знизилася ціна.

Розв'язання. Нехай на x – відсотків знижувалася ціна щомісяця. Тоді у серпні вона становила – $(100 - x)\%$, а у вересні $\frac{(100-x)(100-x)}{100\%}$, а це за умовою задачі дорівнює 64%. Тоді отримаємо рівняння:

$$\frac{(100 - x)(100 - x)}{100} = 64;$$

$$(100 - x)^2 = 6400;$$

$$100 - x = \pm 80.$$

Випадок 1. $100 - x = 80, x = 20$.

Випадок 2. $100 - x = -80, x = 180$.

Оскільки другий корінь не задовольняє умову задачі, то $x = 20$.

Відповідь: ціна знизилася на 20%.

Приклад 6. Дві програми Access 2010 і Access 2007, працюючи разом, обробляють дані за 8 секунд. Перший, працюючи сам, виконує всю роботу на 12 с швидше, ніж другий. Визначити за скільки часу опрацює всі дані другий процесор, який працюватиме сам.

Розв'язання. Як відомо, вся робота дорівнює 1. Нехай друга програма опрацює дані за x с, тоді перша – $(x - 12)$ с. Access 2007 за одну секунду виконує $\frac{1}{x}$ частину роботи, а Access 2010 – $\frac{1}{(x-12)}$. Складемо рівняння:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 12}\right) \cdot 8 = 1;$$

$$\frac{(x - 12 + x) \cdot 8}{x(x - 12)} = 1;$$

$$(2x - 12) \cdot 8 = x(x - 12);$$

$$16x - 96 = x^2 - 12x;$$

$$x^2 - 28x + 96 = 0.$$

Розв'язавши квадратне рівняння, отримуємо $x_1 = 4, x_2 = 24$. Перший корінь не задовільняє умову задачі, тому Access 2007 виконає роботу за 24 с.

Дані задачі моделюють практичні життєві ситуації, цим самим сприяють формуванню відповідних компетентностей у здобувачів освіти. Вони побудовані на актуальному для учнів матеріалі, що забезпечує формування і тематичної компетентності.

2.3 Реалізація компетентнісного підходу за допомогою інформаційно-комунікаційних технологій при вивченні математики

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у освітньому процесі розкриває професійний та творчий потенціал вчителя, оскільки стимулом до постійного розвитку є постійна інформатизація суспільства. Якщо говорити про учнів, то ці технології сприяють модернізації освіти, яка включає в себе покращення якості навчання, збільшення доступності та забезпечення розвитку особистості. Саме такий підхід покладений в основу компетентнісно-орієнтованого навчання. Досягнення цілей такого навчання здійснюється завдяки комплексу методів та прийомів, серед яких виділяють активні методи навчання (методи конкретних ситуацій, мозкового штурму, дослідницький, інциденту), інтерактивні завдання, прикладні задачі, інноваційні технології, нестандартні уроки, інформаційно-комунікаційні технології.

Інформаційно-комунікаційні технології охоплюють великий спектр можливостей, які дозволяють покращити якість навчання, зробити його доступнішим та зрозумілим. Серед них виокремлюють мультимедійні презентації, відео-уроки, математичні програми, тренажери, інтерактивні вправи тощо.

Одним з таких інструментів, реалізації мети компетентнісного навчання, є педагогічний програмний засіб – Gran-1. Він дає можливість більшу увагу приділяти аналізу різноманітних завдань з математики, переклавши на комп'ютер технічні операції. Таке представлення навчального матеріалу зосереджує увагу учнів, сприяє кращому сприйняттю та засвоєнню інформації з математики.

Як приклад, у даній програмі продемонстровано розв'язування систем нерівностей (див. рис. 2.7, 2.8).

Приклад 7. Знайти множину розв'язків систем нерівностей:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ |x| + |y| \leq 5. \end{cases}$$

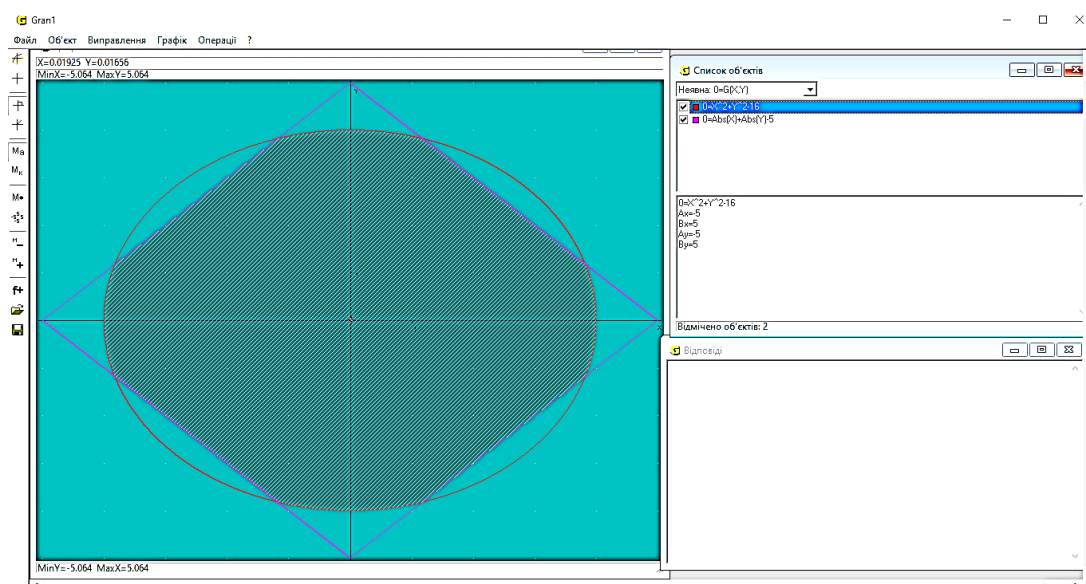


Рис. 2.7 Представлення розв'язання системи нерівностей $x^2 + y^2 \leq 16$ та $|x| + |y| \leq 5$ за допомогою програми GRAN-1

Приклад 8. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 3x - 7y = 9, \\ 5x + 13y = 7; \end{cases}$$

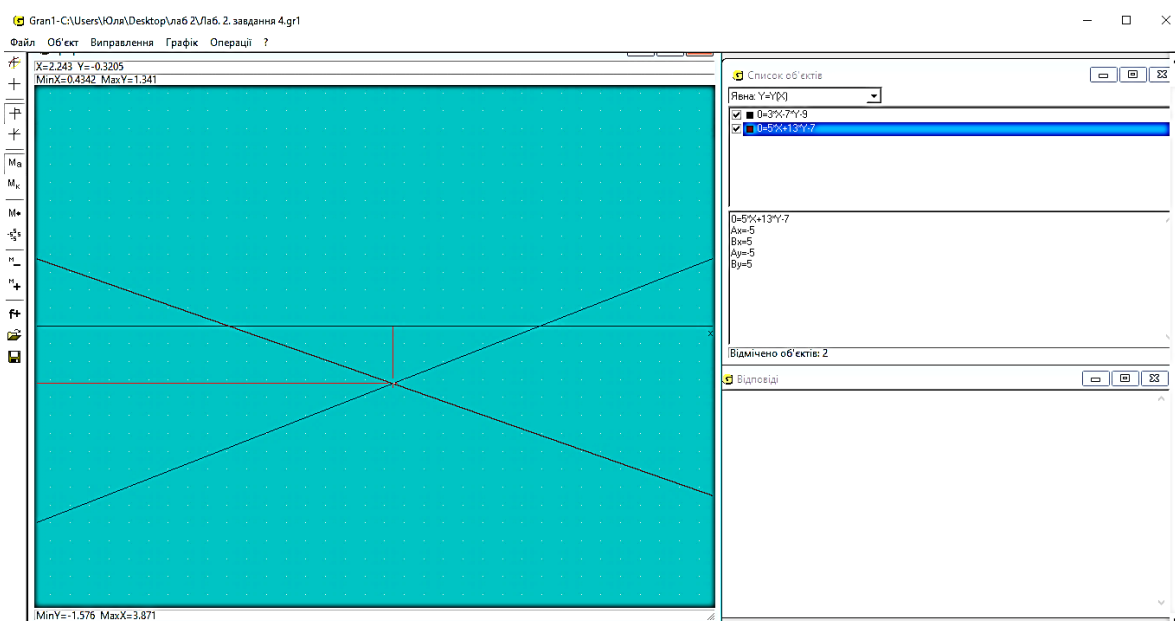


Рис. 2.8 Представлення розв'язання системи рівнянь за допомогою програми GRAN-1

Відповідь: (2,243; 0,3205)

Також у математиці зручно використовувати для яскравого представлення навчального матеріалу прикладну комп'ютерну програму – GeoGebra (<https://www.geogebra.org/t/algebra?lang=uk>). Вона дає можливість застосовувати на уроці диференційований підхід, анімації та новизни (див. рис. 2.9). У зв'язку з чим навчально-пізнавальна діяльність стає більш осмисленою та продуктивнішою.

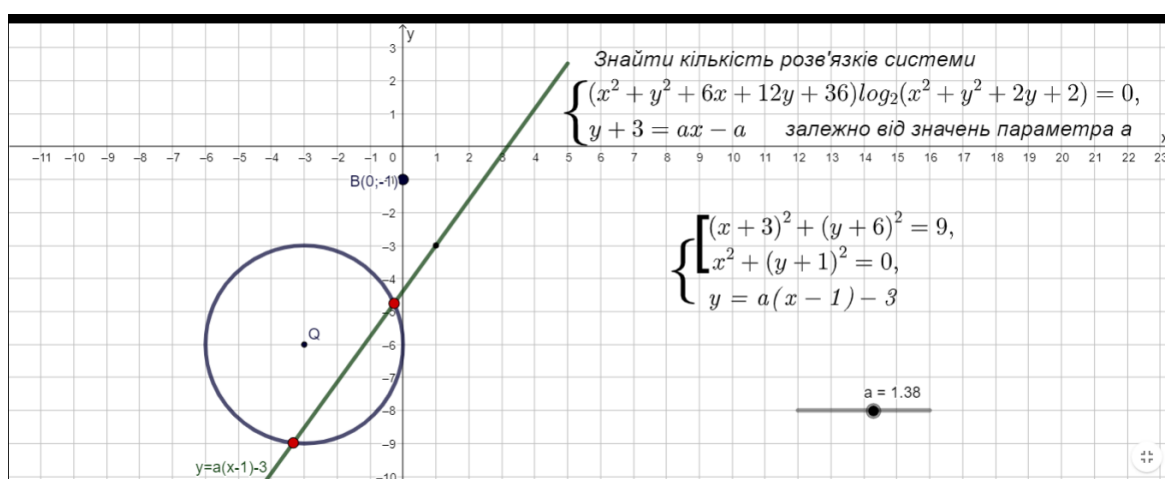


Рис. 2.9 Розробка завдання у програмі GeoGebra

Система динамічної математики GeoGebra дає можливість підвищити рівень якості розв'язування задач та покращити інформаційну компетентність учнів. Нижче наведено приклади використання програми для розв'язування рівнянь та нерівностей (див. рис. 2.10, 2.11, 2.12).

Приклад 9. Знайти множину розв'язків системи

$$\begin{cases} 2(x-3) \leq 3x+4(x+1); \\ (x-3)(x+6) \geq (x+5)(x-4). \end{cases}$$

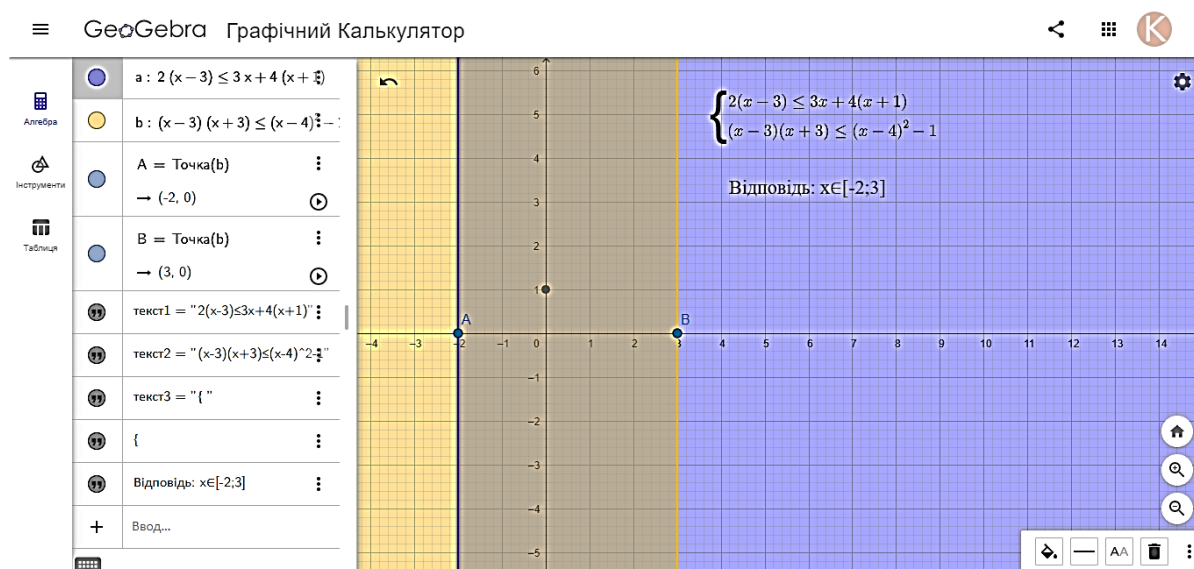


Рис. 2.10 Застосування програми GeoGebra до розв'язування системи нерівностей

Відповідь: $x \in [-2; 3]$.

Приклад 10. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} |x| - y = 0 \\ x - y = -4 \end{cases}$$

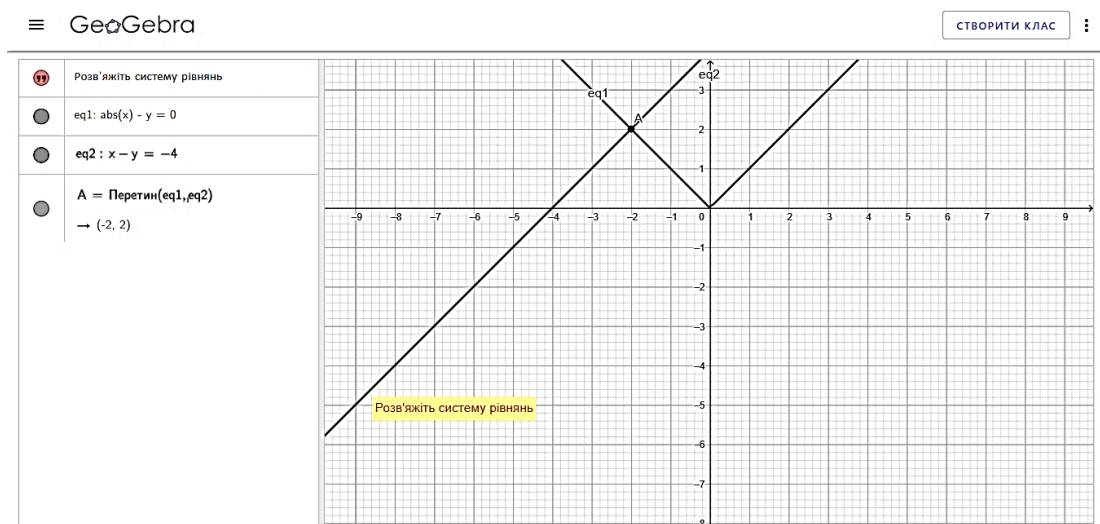


Рис. 2.11 Застосування програми GeoGebra до розв'язування системи рівнянь

Відповідь: $(-2; 2)$.

Приклад 11. При якому значенні a число 2 є коренем рівняння

$$x^2 - 0,5ax - 3a^2 = 0?$$

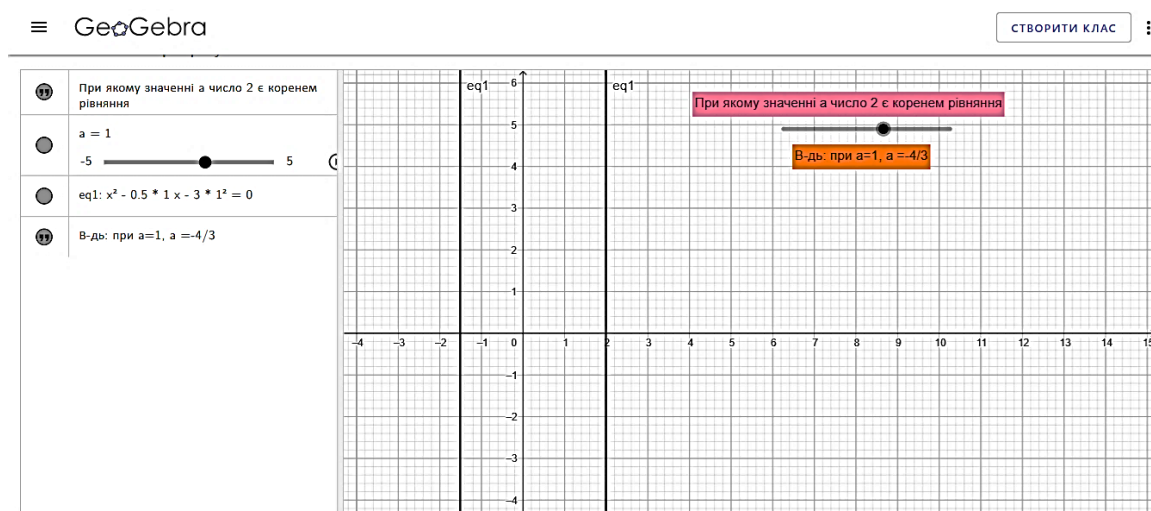


Рис. 2.12 Застосування програми GeoGebra до розв'язування математичного завдання

Відповідь: число 2 є коренем даного рівняння при $a = 1$ та при $a = \frac{4}{3}$.

Варто зауважити, що важливим і доцільним при плануванні та організації навчального процесу в умовах компетентнісно-орієнтованого підходу є застосування тестових методик. Тести можна використовувати на різних етапах уроку для повторення, систематизації, узагальнення та перевірки знань. Тестовий контроль є найбільш ефективним засобом формування компетент-

ностей, якщо його здійснювати за допомогою різноманітних інноваційних мультимедійних технологій. Розглянемо деякі з них.

У Microsoft PowerPoint можна створювати не лише презентації, але й розробляти діагностичні тести з різних предметів. За допомогою даного застосунку можна швидко, просто створити тести, анкети, опитування, тренажери. Детальніше про розробку тесту в Microsoft PowerPoint можна дізнатися, просканувавши QR-код (див. рис. 2.13).

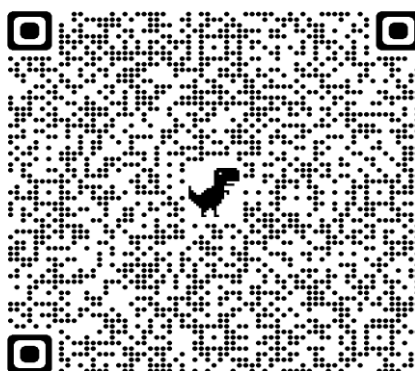


Рис. 2.13 QR-код доступу до відомостей про роботу Microsoft PowerPoint

Для візуальної демонстрації можливостей програми Microsoft PowerPoint розроблено тест з теми «Лінійні рівняння з однією змінною» (див.рис. 2.14).

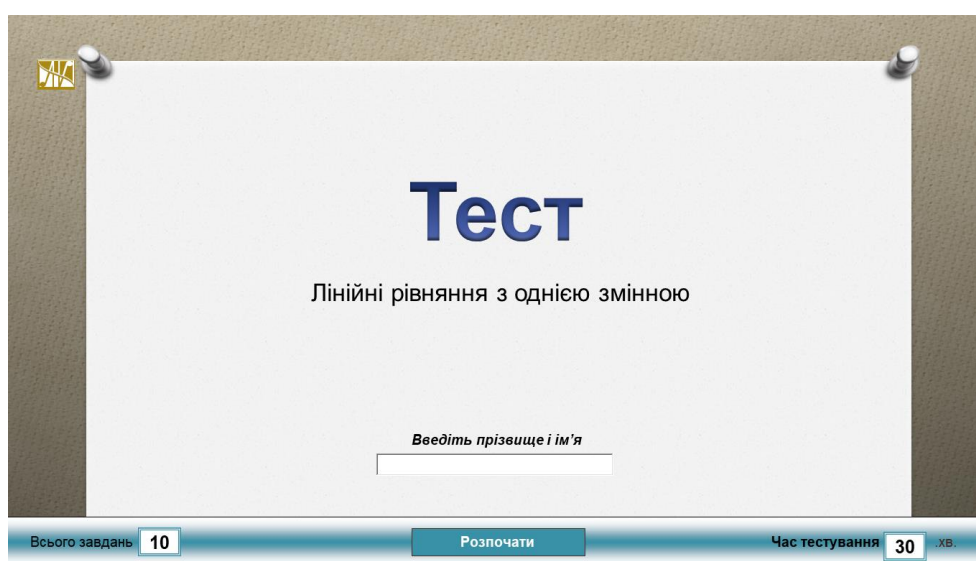


Рис. 2.14 Вікно у Microsoft PowerPoint розробленого тесту з теми «Лінійні рівняння з однією змінною»

Даний тест містить завдання з однією правильною відповіддю, з кількома, з короткою відповіддю та завдання на встановлення відповідності (див. рис 2.15).

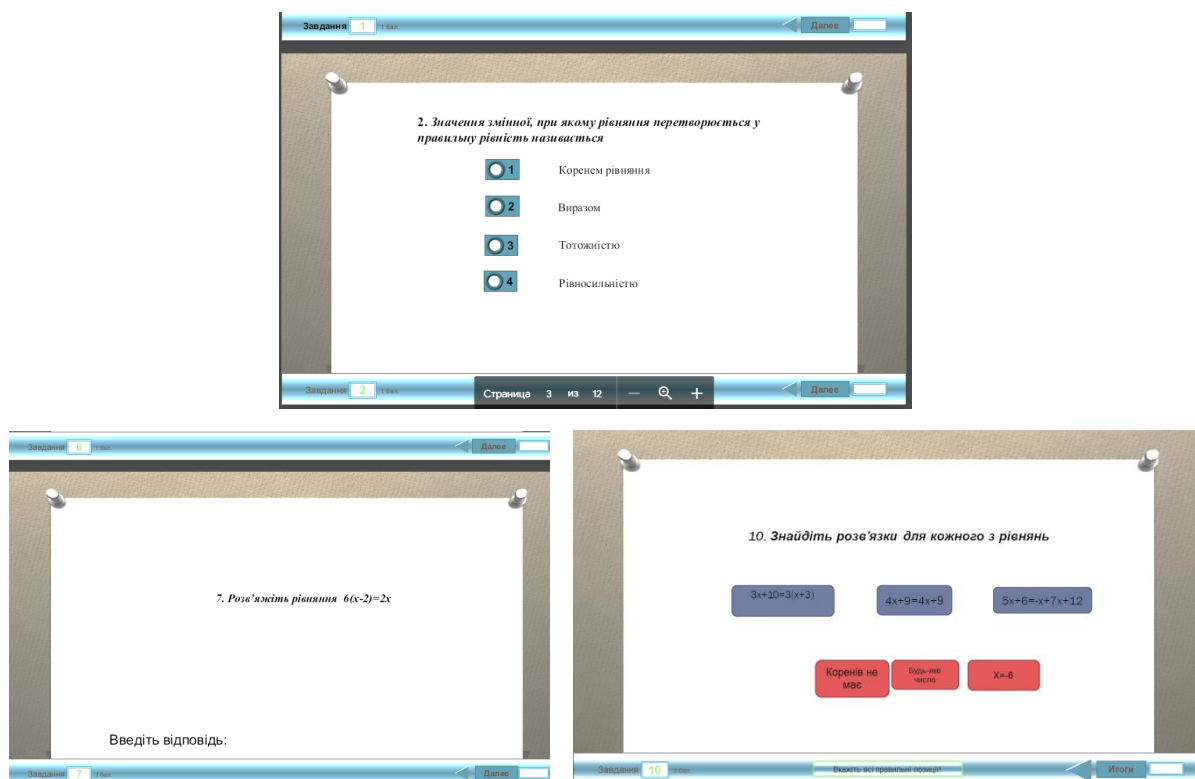


Рис. 2.15 Фрагменти завдань розробленого тесту в Microsoft PowerPoint з теми «Лінійні рівняння з однією змінною»

Після пройденого тестування програмне забезпечення демонструє правильні відповіді, набрані бали, оцінку, а також допущені помилки (див. рис. 2.16).

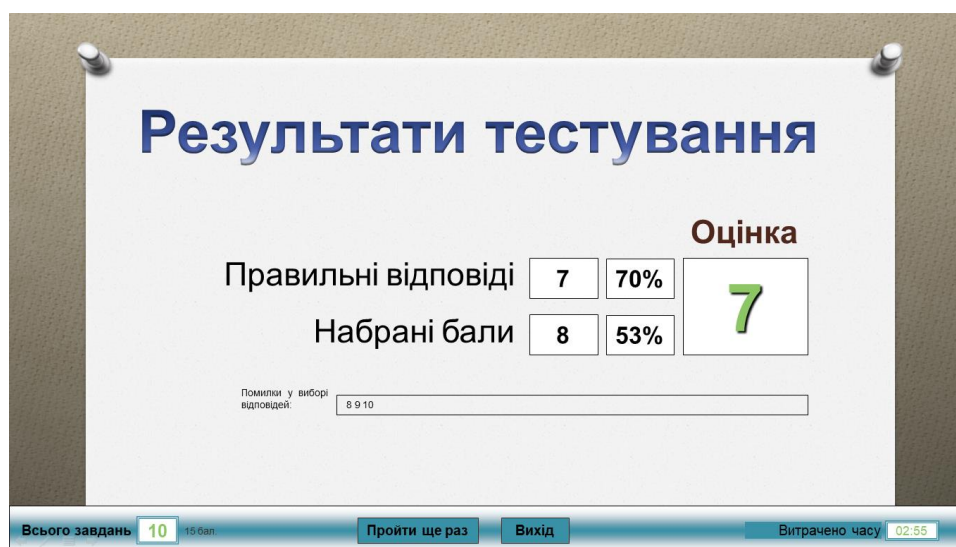


Рис. 2.16 Вікно результатів пройденого тесту у Microsoft PowerPoint

Досить зручними у роботі вчителя є Google Forms. Даний сервіс дозволяє планувати опитування, здійснювати анкетування, проводити самостійні та контрольні роботи, розробляти різного плану тренажери.

Серед переваг даної платформи можна виділити можливість розробки різного виду завдань, а також додавання до тесту відео-роликів, фотографій. Відповіді респондентів розміщуються в автоматично створеній таблиці Google, а їх статистику у вигляді діаграми можна знайти в самій формі. Більше інформації про сервіс Google Forms можна отримати, якщо просканувати QR-код (див. рис. 2.17).

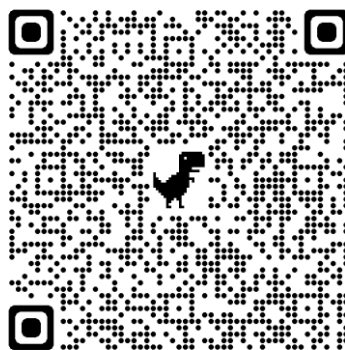


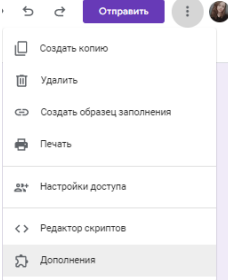
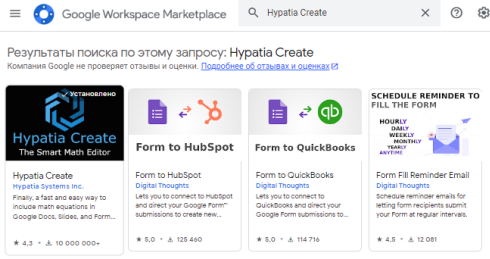
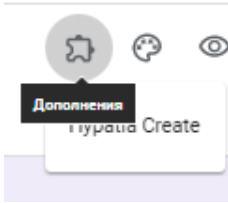
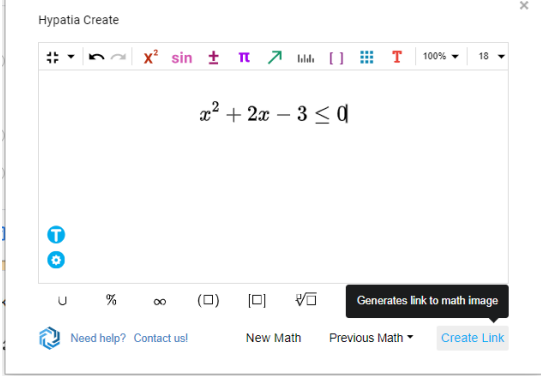
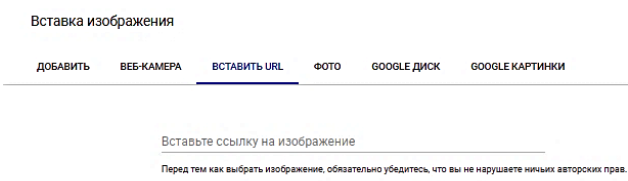
Рис 2.17 QR-код доступу до відомостей про сервіс Google Forms

Оскільки для розробки завдань з математики у даній формі потрібно використовувати математичні символи, тому виникає питання яким чином це зробити. Звісно можна просто вставляти картинку відповідного завдання у форму, але це затрачає багато часу. Рекомендації щодо використання математичних формул наведені в наступній таблиці (див. табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Використання математичних формул в Google Forms

<i>№</i>	<i>Етапи</i>	<i>Візуальне представлення</i>
1.	Відкрити Google форми.	A screenshot of the Google Forms interface showing a 'Нова форма' (New form) dialog box. The dialog box has a title bar, a text input field, and a 'Варіанти' (Options) section with a radio button and the text 'Новий'. The background shows a blurred view of the Google Forms editor.

2.	Натиснути на «Додаткові»⇒ «Доповнення»	
3.	В магазині всіх налаштувань для Google в пошуку вводимо «Hypatia» і встановлюємо.	
4.	Потрібно перезапустити створену форму.	
5.	Тоді знову натискаємо «Доповнення» ⇒ «Hypatia Create».	
6.	У вікні ми вводимо потрібну формулу, далі зберігаємо та копіюємо відповідне посилання на розроблену форму.	
7.	У формі де надано можливість вставити картинку вибираємо «Вставити URL», вставляємо наше посилання і підтверджуємо.	

Прикладом застосування Google Forms у навчанні математики є розроблений тестовий контроль для учнів 9 класу з теми «Квадратні нерівності» (див. рис.2.18). Для перегляду потрібно відсканувати QR-код.

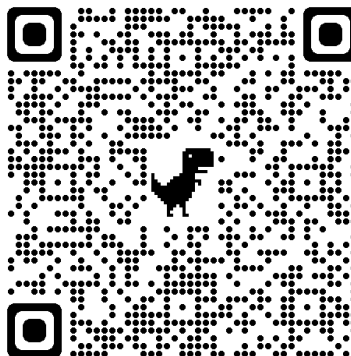


Рис. 2.18 QR-код для доступу до тестового контролю для учнів 9 класу з теми «Квадратні нерівності» у Google Forms

Online Test Pad – це безкоштовний сервіс для проведення тестування та навчання [5]. Серед можливостей, які представлені на даній платформі можна виокремити створення тестів, опитувань, кросвордів, діалогових тренажерів. Даний сервіс є простим та доступним у використанні. Він надає різні способи доступу до розробленого тесту, наприклад через посилання, віджет для сайту, публікацію у загальний доступ, QR-код. Як працювати з даним сервісом можна ознайомитися за посиланням <https://onlinetestpad.com/ru/testmaker>.

Для прикладу застосування Online Test Pad при вивченні рівнянь та нерівностей продемонстровано тест для учнів 8 класу з теми «Квадратні рівняння. Неповні квадратні рівняння. Формула коренів квадратного рівняння», який можна переглянути, просканувавши QR-код (див. рис. 2.19).

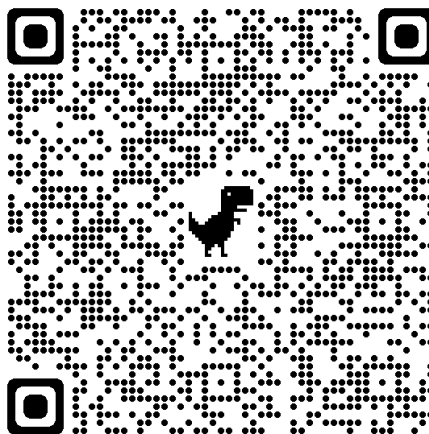


Рис. 2.19 QR-код доступу до тестового контролю для учнів 8 класу з теми «Квадратні рівняння. Неповні квадратні рівняння. Формула коренів квадратного рівняння» у Online Test Pad

Отже, зважаючи на викладене вище, варто зауважити, що таке представлення матеріалу дає змогу покращити рівень візуального сприйняття та запам'ятовування навчальної інформації пов'язаної з вивченням рівнянь, нерівностей та їх систем. Проте, використання інформаційно-комунікативних технологій у навчанні найкраще все ж поєднувати із традиційними методами, оскільки, таким чином, вдається значно ефективніше досягати навчальних цілей.

РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО САЙТУ З МАТЕМАТИКИ У СУЧАСНОМУ ОСВІТНЬОМУ СЕРЕДОВИЩІ

3.1 Навчальний сайт як інструмент для організації ефективного освітнього процесу

Організація сучасного навчально-виховного процесу, який зосереджений на реалізацію компетентнісного підходу, полягає, насамперед, у використанні засобів інформаційно-комунікаційних технологій. Серед цих засобів базовими у навчальній діяльності є сервіси мережі Інтернет. Які дають змогу оперативно отримувати інформацію з будь - якої точки земної кулі, а також проводити віртуальні навчальні заняття в реальному режимі часу.

Навчальний вебсайт – це сукупність весторінок, які розміщені в мережі Інтернет, на якому висвітлюються питання пов’язані з освітою, навчанням.

Головною перевагою навчального вебсайту є підвищення рівня компетентності усіх учасників навчально-виховного процесу в опануванні ІКТ.

Серед основних характеристик навчальних сайтів виділяють:

- змістове наповнення вебсторінки: текстова інформація, відео-уроки, аудіо-уроки, зображення, анімації та інше;
- форматування та структурування контенту, оформлення сторінки;
- вибір компонентів, інтегрування технологій, програмних продуктів і технічних засобів для донесення освітньої інформації до користувача.

Розробка вебсайту включає в себе наступні етапи (див. табл. 3.1).

Таблиця 3.1

Етапи розробки навчального вебсайту

Навчальний сайт	
1. Постановка завдання.	1. Визначення мети, тематики сайту, перелік необхідних для використання сервісів тощо.
2. Визначення структури сай-	2. Формування системи навігації,

<i>ту.</i>	список сторінок та зв'язок між ними.
3. Розробка структури веб-сторінок сайту.	3. Визначення схеми розташування на сторінках основних блоків: як буде розташовано основний матеріал, додаткові інформаційні та рекламні блоки, анонси, тощо.
4. Розробка дизайн-макета сторінок сайту.	Визначення стилю сайту: кольорової гама сторінок, елементів графічного оздоблення, набору шрифтів та іншого.
5. Верстка та програмування	Створюються сторінки, як правило, з використанням тегів мови HTML. У процесі створення відбувається верстка сторінок. Верстка — це процес розміщення на сторінці під час її створення текстових, графічних та інших об'єктів так, щоб сторінка отримала вигляд згідно з розробленим дизайн-макетом.
6. Наповнення контентом	Заповнення текстовими та графічними матеріалами сторінок веб-сайту.
7. Розміщення (публікація) сайту в Інтернеті	На цьому етапі сайт отримує доменне ім'я та розміщується на сервері. Після цього сайт стає доступним для перегляду користувачами Інтернету, якщо він або його частина не мають обмежень на доступ.

Мережа Інтернет містить багато сервісів за допомогою яких можна створити власний сайт . Проте багато з них є платними або зараз недоступними.

Платформою, яка може слугувати для виконання поставленого завдання є Google Sites.

Google Sites – це онлайн-платформа для створення вебсайтів. Вона дає змогу швидко і просто створити власний сайт, не маючи при цьому необхідних знань програмістів.

Перевагами даної платформи для розробки навчального сайту є:

- простий та зрозумілий інтерфейс;
- відсутність реклам;
- безоплатна можливість використовувати дану платформу;
- можливість використання як і хмарних технологій, так і матеріалів з віддаленого сервера(Google Sites, YouTube, iGoogle).

Про те як створити сайт на **Google Sites**, його розміщення у мережі Інтернет та інші деталі можна дізнатися, просканувавши QR-код (див. рис. 3.1).

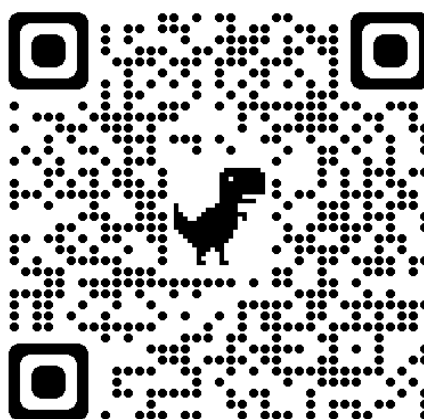


Рис. 3.1 QR-код доступу до відомостей про Google Sites

Взагалі кажучи, вебсайт як інструмент для організацій освітнього процесу дає можливість навчатися в будь-якій формі і будь-який час. При очному навчанні даний засіб дає змогу поглиблювати, систематизувати та узагальнювати знання отримані на уроці, а також корегувати ту інформацію, яку учень не зміг зрозуміти при поясненні матеріалу вчителем.

Організувати дистанційне навчання учнів можна за допомогою навчальних сайтів. За допомогою них активізується навчально-пізнавальна та самостійна діяльність учнів.

За допомогою навчального сайту можна створити базу дидактичних матеріалів розміщених на одному електронному ресурсі. Що дає змогу зосере-

дити увагу на кращому сприйнятті та усвідомленні даної інформації, не трачаючи багато часу. Навчальний сайт дає змогу вирішити завдання, які постають перед вчителем:

- пошук та підбір навчального матеріалу;
- створення мультимедійної бази – відео, аудіоматеріалу, текстового наповнення;
- створення бази контролю та оцінювання якості знань учнів новими інтерактивними методами та прийомами;
- за допомогою аналізу літератури розміщеної в Інтернеті та вивчення сучасних досягнень вчитель підвищує власну кваліфікацію.

Важливим аспектом також виступає активна взаємодія усіх учасників навчально-виховного процесу. Вона полягає в тому, що за допомогою сайту може здійснюватися активне спілкування між вчителями, учнями та їхніми батьками.

Тож навчальні сайти слугують для інтерактивної і самостійної роботи учнів з необхідними для їх навчання матеріалами, електронними ресурсами. Правильне наповнення сайту впливає на ефективність засвоєння, формування та поглиблення знань. Такий сайт має назву електронно-методичного комплексу.

3.2 Загальна характеристика розробленого навчального вебсайту

Розроблений вебсайт «Математика для ВСІХ...» (<https://sites.google.com/view/juli24>) – це навчальний сайт з математики для електронної підтримки всіх учасників навчального процесу, де згруповано та розміщено розроблені навчально-методичні ресурси для вивчення рівнянь, нерівностей та їх систем у курсі алгебри основної школи (див.рис. 3.2).

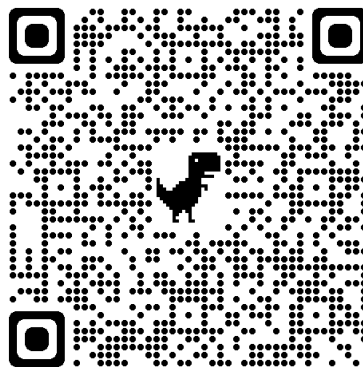


Рис. 3.2 QR-код доступу до навчального сайту «Математика для ВСІХ...»

Відповідно до змісту навчальної програми з математики розроблено навчально-методичне Інтернет-середовище за допомогою форм GOOGLE SITES.

Головна сторінка відображає контекстне меню, стислу інформацію про сайт, актуальні новини у математичній освіті (див. рис. 3.3).

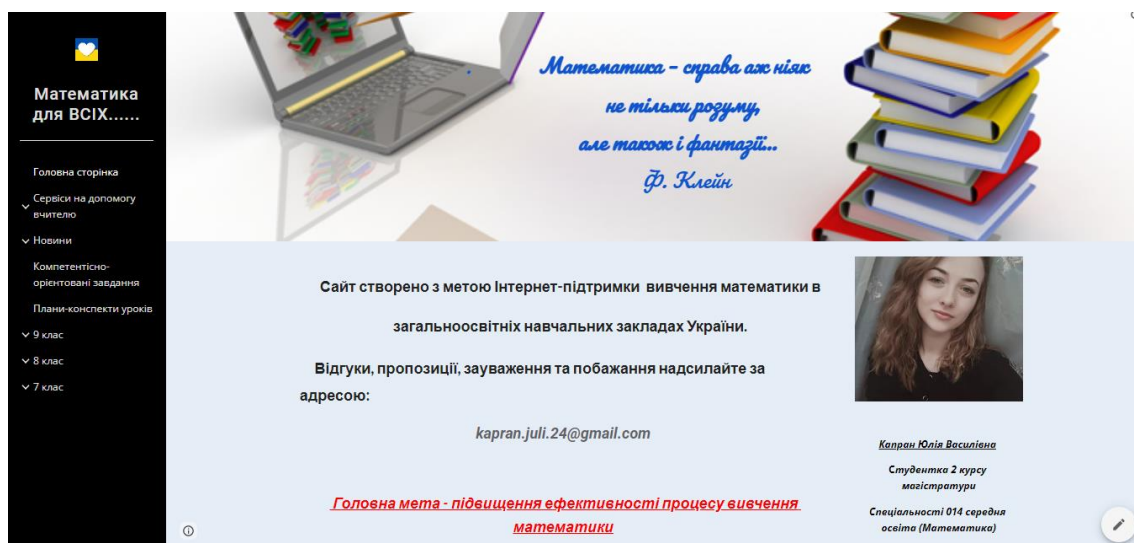


Рис 3.3 Вікно головної сторінки сайту «Математика для ВСІХ»

Сторінки під назвою «7 клас», «8 клас», «9 клас» вміщують в собі базу дидактичних матеріалів для 7, 8, 9 класів, які можуть бути використані як вчителями при підготовці до уроку, так і учнями для самостійної навчально-пізнавальної діяльності (див. рис. 3.4).



Рис. 3.4 Контекстне меню сторінок «7 клас», «8 клас», «9 клас»

Вкладка «*Дидактичні матеріали*» являє собою набір інформації необхідної для вивчення тої чи іншої теми у 7,8,9 класах з алгебри. Даний матеріал є систематизований і узагальнений, що дає можливість для кращого сприйняття та усвідомлення математики (див. рис. 3.5).

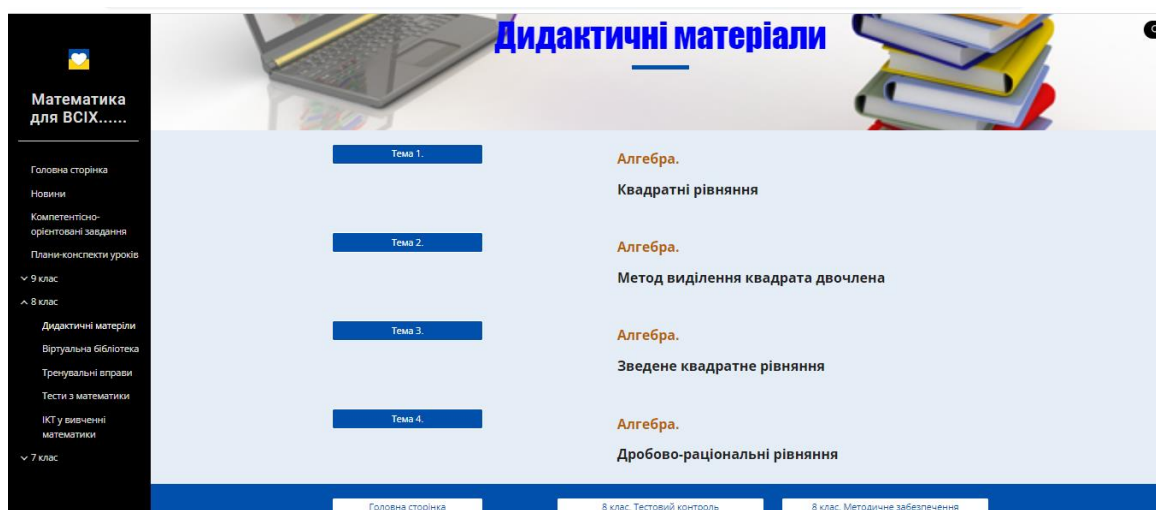


Рис. 3.5 Вікно вкладки «Дидактичні матеріали» для 8 класу

Вкладка «*Віртуальна бібліотека*» допоможе швидко і якісно знайти необхідний матеріал у просторах Інтернету, оскільки на вебсторінці розміщені

прямі посилання на конкретні посібники, підручники, журнали з математики, методики навчання математики, що дає змогу економити свій час (див. рис 3.6).

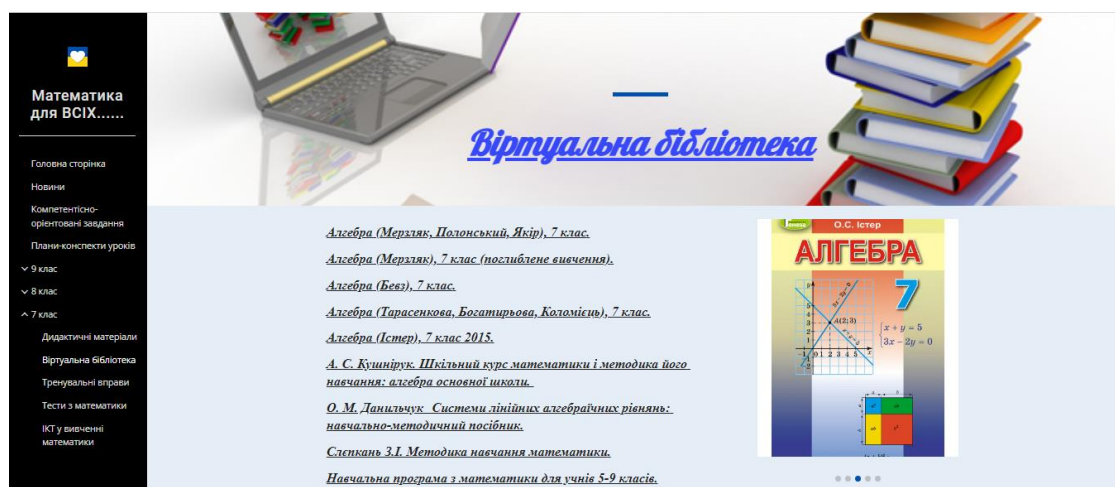


Рис. 3.6 Вікно вкладки «Віртуальна бібліотека» для 7 класу

У вкладці «Тренувальні вправи» розміщено інтерактивні завдання з LearningApps.org. Їх можна використовувати для повторення, узагальнення та закріплення знань з тем пов'язаних з вивченням рівнянь, нерівностей та систем або їх застосуванням, а також для самостійної навчальної діяльності учнів (див. рис. 3.7).



Рис. 3.7 Вікно вкладки «Тренувальні вправи» для 9 класу

«Тести з математики» – це відповідні підсторінки, які відображають завдання для перевірки знань у формі тестів, які розроблені у Google Forms, Microsoft PowerPoint, Майстер-Тест (див. рис. 3.8).



Рис. 3.8 Вікно вкладки «Тести з математики» для 7 класу

Інформаційно-комунікаційні технології включають в себе розробки завдань у навчальних програмах з математики. Саме такі завдання розроблені та розміщені для кожного класу у вкладці «ІКТ у математиці». Для цього були використані такі платформи як Gran1 та Geogebra (див. рис. 3.9).



Рис. 3.9 Вікно вкладки «ІКТ у математиці» для 8 класу

На сторінках «Плани-конспекти уроків» розміщені розроблені уроки для 7, 8, 9 класів, теми яких пов'язані з вивченням рівнянь, нерівностей та їх систем. У даних розробках враховано основні принципи реалізації компетентнісного підходу при вивченні математики та застосовані інноваційні технології та інтерактивні завдання (див. рис. 3.10).



Рис. 3.10 Вікно сторінки «Плани-конспекти уроків»

Сторінка «Компетентнісно-орієнтовані завдання» відображає базу завдань, що спрямовані на формування предметних та ключових компетентностей. Дані задачі безпосередньо пов'язані зі змістовною лінією рівнянь та нерівностей (див. рис. 3.11).

Приклад 1. Завод в Україні випускає БПЛА Bayraktar та Liseka — 100, які мають масу 2700 кг. Конструктори після модернізації знизили масу кожного БПЛА типу Bayraktar на 7%, а типу Liseka — 100 на 5%, і вони разом стали мати масу 2535 кг. Знайти: а) масу БПЛА старої конструкції; б) зниження матеріаломісткості БПЛА Bayraktar та Liseka; в) річну економію металу, якщо замість старих БПЛА завод в рік буде випускати по 5000 БПЛА типу Bayraktar, Liseka-100 нової конструкції.

Розв'язання. Нехай x кг — маса БПЛА типу Bayraktar, тоді $(2700 - x)$ кг — маса БПЛА типу Liseka — 100.

Зниження матеріаломісткості БПЛА типу Bayraktar та Liseka — 100 дорівнює відповідно $\frac{7x}{100}$ (кг) і $\frac{(2700-x) \cdot 5}{100}$ (кг).

Складемо рівняння:

$$\frac{7x}{100} + \frac{(2700 - x) \cdot 5}{100} = 2700 - 2535.$$

Розв'язавши його, знайдемо:

$$7x + 13500 - 5x = 16500, 2x = 3000, x = 1500.$$

Отже...

Рис. 3.11 Вікно сторінки «компетентнісно-орієнтовані завдання»

3.3 Аналіз та оцінка якості вебсайту з математики

Сайт «Математика для ВСІХ...» містить матеріали, які можуть бути корисними для вчителів математики, студентів педагогічних спеціальностей, учнів та інших.

На створеному вебсайті можна знайти:

- останні новини як математичної освіти так і освіти в цілому;

- компетентнісно-орієнтовані завдання з розв'язками, які допоможуть урізноманітнити уроки;
- розробки уроків з компетентнісним спрямуванням і використанням інтерактивних завдань та динамічних програм з математики;
- навчальні матеріали для 7, 8, 9 класів;
- навчально-методичне забезпечення для опрацювання інформації у Інтернет-просторах;
- базу тренувальних вправ, створених у LearningApps.org для вивчення рівнянь, нерівностей та їх систем;
- тести для перевірки, узагальнення, корекції знань про рівняння, нерівності та їх системи;
- систему прикладів розроблених у динамічних програмах Gran1 та Geogebra.

Зручність навігації полягає в тому, що з будь-якої сторінки є можливість перейти до перегляду головної вебсторінки. Сайт має не більше ніж два рівні вкладеності вебсторінок, оформлений єдиним стилем, кольори фону сторінок та тексту контрасні. Навчальний сайт наповнений змістовно та інформативно.

ВИСНОВКИ

В рамках магістерської роботи було проведено теоретичний аналіз та розроблено навчально-методичну систему реалізації компетентісного підходу при вивченні рівнянь, нерівностей та їх систем в курсі алгебри основної школи.

У результаті виконання роботи повністю реалізовані поставлені завдання, а саме: досліджено і проаналізовано науково-методичну літературу, виділено основні підходи до визначення ключових понять; виокремлено ключові та предметні компетентності, яких здобувачі освіти повинні набути в процесі навчання математики; розроблено методичні рекомендації для реалізації компетентісного підходу під час вивчення рівнянь та нерівностей в курсі математики основної школи; розроблено навчально-методичну базу для наповнення сайту з математики; здійснено аналіз розробленого навчального математичного сайту.

В даній роботі розглянуто:

- теоретичні основи компетентісного підходу;
- методичні особливості формування компетентностей при вивченні рівнянь та нерівностей в курсі математики основної школи;
- практичне застосування навчального сайту з математики у сучасному освітньому середовищі.

А також розроблено вебсайт у вигляді інформаційної системи, де розміщені розробки уроків компетентісного спрямування, інтерактивні завдання, тести, задачі, розробки математичних завдань у динамічних програмах з тем пов'язаних з вивченням рівнянь, нерівностей та їх систем. Головною метою якого є підвищення інформаційної та математичної компетентності учасників навчально-виховного процесу.

Матеріал даної дипломної роботи може бути використаний вчителями математики, студентами, учнями, а також може використовуватися у вищих навчальних закладах при читанні курсу «Методика навчання математики».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ачкан В. В. Прикладні задачі як засіб формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення рівнянь і нерівностей в курсі алгебри та початків аналізу. *Математика в школі*. 2009. № 1, 2. С. 31 – 34
2. Бантова М. А., Бельтюкова Т. В. *Методика викладання математики*. Київ: Генеза, 2008. 335 с.
3. Великий тлумачний словник сучасної української мови / уклад. і голов. ред. В.Т. Бусел. Київ : ВТФ «Перун», 2002. 1440 с.
4. Використання електронних сервісів для проведення тестування учнів на уроках математики. *Наурок* : вебсайт. URL: <https://naurok.com.ua/vikoristannya-elektronnih-servisiv-dlya-provedennya-testuvannya-uchniv-na-urokah-matematiki-184962.html> (дата звернення 31.10.2022)
5. Використання онлайн-платформ для створення тестів та опитувань. URL: <http://ict.ippo.edu.te.ua/files/files/rekomendacii/vikoristannya-onlajn-platform-dlya-stvorennya-testiv-ta-opituvan.pdf>(дата звернення 22.10.2022)
6. Впровадження Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти в навчальний процес з математики. *Житомирський обласний ІІПО* : вебсайт. URL: https://www.zippo.net.ua/index.php?page_id=107(дата звернення 05.11.2022)
7. Дмитренко Т. Г. Педагогічна спадщина А. С. Макаренка у виховній системі приватної школи (з досвіду роботи ПНВК "Паросток") . *Витоки педагогічної майстерності. Педагогічні науки*. Полтава, 2008. Вип. 4. С. 227–234.
8. Екскурс в історію. Алгебраїчні софізми. *Історія* : вебсайт. URL: <https://www.istoriya.in.ua/ekskurs-v-istoriyu-algebrayichni-sofizmi.html> (дата звернення 15.10.2022)
9. Заблоцька О. С. Компетентністний підхід як освітня інновація: порівняльний аналіз. *Електронна бібліотека Житомирського державного університету* : вебсайт. URL: eprints.zu.edu.ua/2473/1/63-68.pdf (дата звернення 10.09.2022)

10. Закон України «Про освіту». URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (дата звернення 07.08.2022)

11. Зверєва Г. Ф. Компетентнісний підхід до навчання учнів на уроках математики. Методичний посібник для вчителів. Харків, 2008. 81с.

12. Казкова математика. *Шкільний світ* : вебсайт. URL: <https://laraaloshkina.jimdofree.com/>

13. Кадемія М. Ю., Шахіна І. Ю. Інформаційно-комунікаційні технології в навчальному процесі: навч. посіб. Вінниця : ТОВ «Планер», 2011. 220 с.

14. Кобильник Т. П. Компетентнісний підхід при вивченні «математичної інформатики» у педагогічному університеті. URL: <https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/download/273/259> (дата звернення 08.09.2022)

15. Кремень В. Освіта і наука в Україні – інноваційні аспекти. Київ : Грамота, 2005. 431 с.

16. Кухар Л. О. Конструювання тестів. Курс лекцій : навч. посіб. Луцьк. 2010. 182 с.

17. Метод Storytelling : як зацікавити дітей, розповідаючи історії. *Наурок* : вебсайт. URL: <https://naurok.com.ua/post/metod-storytelling-yak-zacikaviti-ditey-rozprovidayuchi-istori> (дата звернення 05.06.2022)

18. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Херсон : Гімназія, 2017. 272 с.

19. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Херсон : Гімназія, 2016. 240 с.

20. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Херсон : Гімназія, 2020. 227 с.

21. Навчальна програма з математики для учнів 5-9 класів. *Міністерство освіти і науки* : вебсайт. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednyaosvita/navchalniprogrami/nav-chal-ni-programi-5-9-klas> (дата звернення 17.09.2022)

22. Овчарук О. В. Розвиток компетентнісного підходу: стратегічні орієнтири міжнародної спільноти. *Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи* / під заг. ред. О. В. Овчарук. Київ, 2004. 111 с.
23. Онопрієнко О. В. Концептуальні засади компетентнісного підходу в сучасній освіті. *Шлях освіти*. 2007. № 4. С. 32 – 37.
24. Орликіана-2021: проблеми та перспективи сучасної освіти : матеріали наук.-практ. симп. (13 жовтня 2021 р.). Миколаїв, 2021. 438 с.
25. Пометун О. І. Дискусія українських педагогів навколо питань запровадження компетентнісного підходу в українській освіті. *Компетентнісний підхід у сучасній освіті. Світовий підхід та українські перспективи* / під заг. ред. О. В. Овчарук. Київ, 2004. 111 с.
26. Пометун О. І. Енциклопедія інтерактивного навчання. Київ : А. С. К., 2007. 144 с.
27. Паращенко Л. І. Технологія формування ключових компетентностей у старшокласників: практичні підходи // *Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека з освітньої політики* / Під заг. ред. О.В. Овчарук. Київ : "К.І.С.", 2004. С. 73-85.
28. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. Херсон : Факт, 2005. 360 с.
29. Сверчевська І. Г. Окремі питання методики реалізації компетентнісного підходу до навчання математики в основній школі. *Частина 1: Навчально-методичний посібник* / А. В. Прус, О. В. Фонарюк. Житомир : Вид-во ЖДУ імені Івана Франка, 2022. 94 с
30. Сучасний урок у контексті компетентнісного підходу. *Всеосвіта* : вебсайт. URL: <https://vseosvita.ua/library/embed/0100a3xj-7b7f.docx.html> (дата звернення 29.10.2022)
31. Сучасні підходи до формування компетентнісного підходу. *Наурок* : вебсайт. URL: <https://naurok.com.ua/suchasni-pidhodi-do-formuvannya->

kompetentnisonogo-pidhodu-na-urokah-zarubizhno-literaturi-295578.html (дата звернення 01.11.2022)

32. Фетісов В. С. Комп'ютерні технології в тестуванні: навч.-метод. посіб. Ніжин: Видавець ПП Лисенко М. М., 2011. 58с.

33. Фішбоун – інтерактивний прийом. *Всеосвіта* : вебсайт. URL: <https://vseosvita.ua/olympiad/s32> (дата звернення 28.10.2022)

ДОДАТОК А

Тема: розв'язування систем лінійних нерівностей з однією змінною.

Мета:

➤ **формувати предметні компетентності:**

формувати практичні навички розв'язування систем нерівностей з однією змінною, нерівності, що містять модулі, доведення нерівностей та знаходження області допустимих значень змінної у виразах.

➤ **формувати ключові компетентності:**

- *математична компетентність:* застосовувати обчислювальні навички та вміння у практичних завданнях;
- *комунікативна компетентність:* виробляти в учнів правильну вимову математичних термінів;
- *інформаційна компетентність:* використання інтерактивних методів, інформаційно-комунікаційні технології;
- *уміння вчитися впродовж життя:* аналізувати та оцінювати результати своєї освітньої діяльності.

Тип уроку: узагальнення і систематизація знань.

Обладнання: конспект уроку, підручник (Алгебра 9 клас, Мерзляк А.Г., Х. : Гімназія, 2017), проектор, програма Geogebra.

Хід уроку

I. Організаційний етап

Перевірка готовності класу до уроку, налаштування на роботу.

II. Перевірка домашнього завдання

Приєм «Заповніть пропуски»

У зразку оформлення домашнього завдання, що заздалегідь відтворені на дошці (екрані), наявні пропуски. В процесі їх заповнення здійснюється перевірка виконаного домашнього завдання.

III. Мотивація навчальної діяльності. Повідомлення теми і мети уроку

Обговорення типових помилок, допущених учнями під час виконання домашнього завдання та самостійних вправ на початку уроку дають можливість учням усвідомити необхідність продовження роботи, щодо відпрацювання навичок застосування вивчених на попередніх уроках алгоритмів. Окрім того наголошую, що розв'язання систем з однією змінною є засобом розв'язання деяких видів нерівностей, про деякі з таких нерівностей мова буде йти на цьому уроці.

IV. Актуалізація опорних знань

Метод «Бліц-опитування по ланцюжку»

1. Що таке система нерівностей?
2. Розв'язати систему нерівностей означає ...
3. Що таке розв'язок системи нерівностей?
4. Обгрунтуйте схему розв'язування систем лінійних нерівностей з однією змінною.
5. Яким чином можна записати відповідь розв'язаної системи нерівностей?

V. Застосування знань, вмінь та навичок

1. Інтерактивна вправа «Обери правильну відповідь»

Учням пропонується пройти онлайн-тестування. Для цього потрібно перейти за посиланням - <https://learningapps.org/view4062043> , або просканувати QR-код (див. рис. 1).



Рис. 1 QR-код доступу до тестування

2. Виконання вправ письмово.

№ 6.23 Розв'яжіть систему нерівностей.

$$\text{a) } \begin{cases} 8(2-x) - 2x > 3; \\ -3(6x-1) - x < 2x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 - 8x - 2x > 3 \\ -18x + 3 - x < 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8x - 2x > 3 - 16 \\ -18x - x - 2x < -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10x > -13 \\ -21x < -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1,3 \\ x > \frac{1}{7} \end{cases}.$$

Відповідь: $(\frac{1}{7}; 1,3)$.

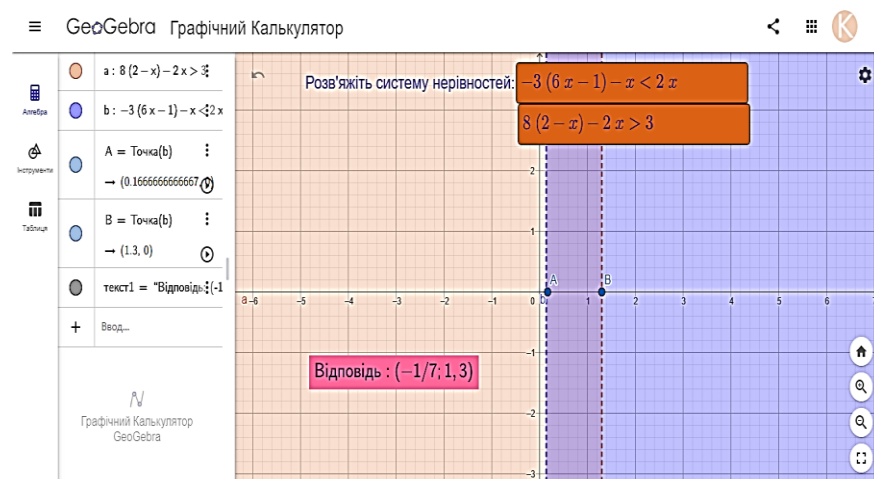


Рис. 2 Демонстраційне вікно розв'язання системи нерівностей у середовищі Geogebra

$$б) \begin{cases} 2x - \frac{x+1}{2} \leq \frac{x+1}{3}; \\ (x+5)(x-3) + 41 \geq (x-6)^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x - 3(x+1) \leq 2(x+1) \\ x^2 - 3x + 5x - 15 + 41 \geq x^2 - 12x + 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x - 3x - 3 \leq 2x + 2 \\ -3x + 17x \geq 36 - 41 + 15 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12x - 3x - 2x \leq 2 + 3 \\ 14x \geq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x \leq 15 \\ x \geq \frac{10}{14} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{7} \\ x \geq \frac{5}{7} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{5}{7}.$$

Відповідь: $\left(\frac{5}{7}\right)$.

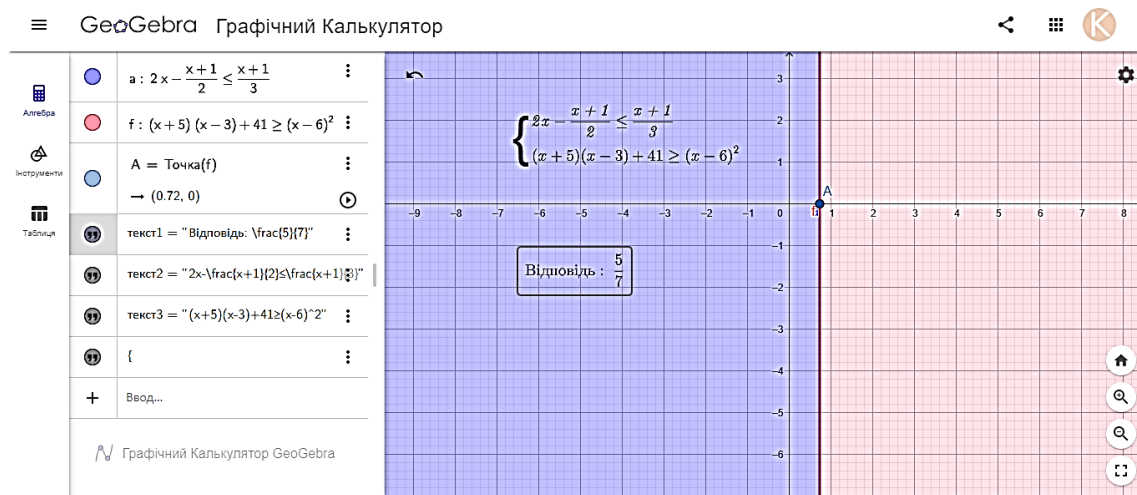


Рис. 3 Демонстраційне вікно розв'язання системи нерівностей у середовищі Geogebra

$$в) \begin{cases} 2(x-3) \leq 3x + 4(x+1); \\ (x-3)(x+3) \geq (x-4)^2 - 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 6 \leq 3x + 4x + 4 \\ x^2 - 9 \leq x^2 - 8x + 16 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3x - 4x \leq 4 + 6 \\ 8x \leq 16 - 1 + 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x \leq 16 \\ 8x \leq 24 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases}.$$

Відповідь: $x \in [-2; 3]$.

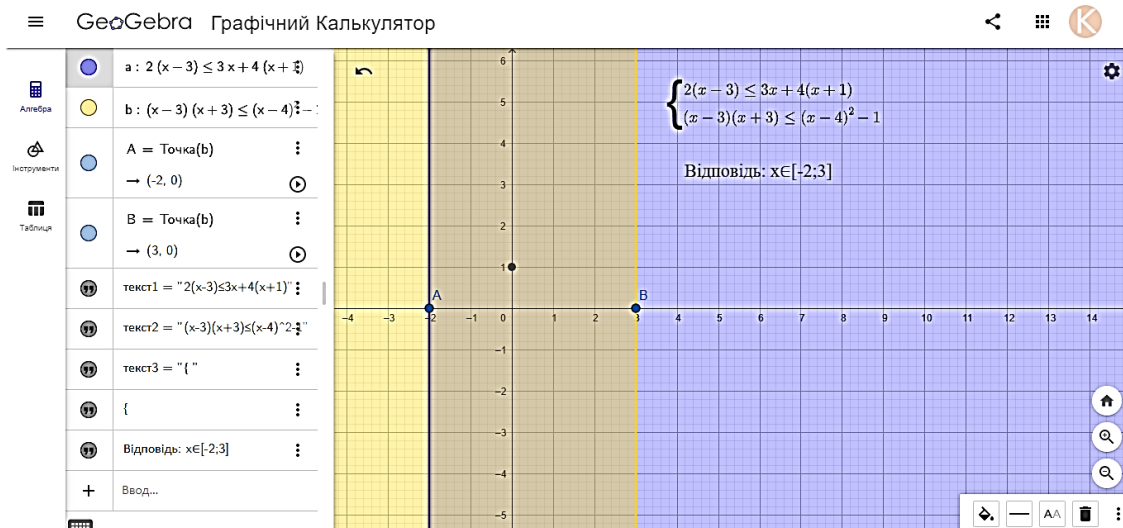


Рис. 4 Демонстраційне вікно розв'язання системи нерівностей у середовищі GeoGebra

№ 6.36 Розв'яжіть нерівності:

$$\begin{aligned} \text{a) } |x - 2| &\leq 3,6 \\ -3,6 &\leq x \leq 3,6; \\ -1,6 &\leq x \leq 5,6. \end{aligned}$$

Відповідь: $x \in [-1,6; 5,6]$.

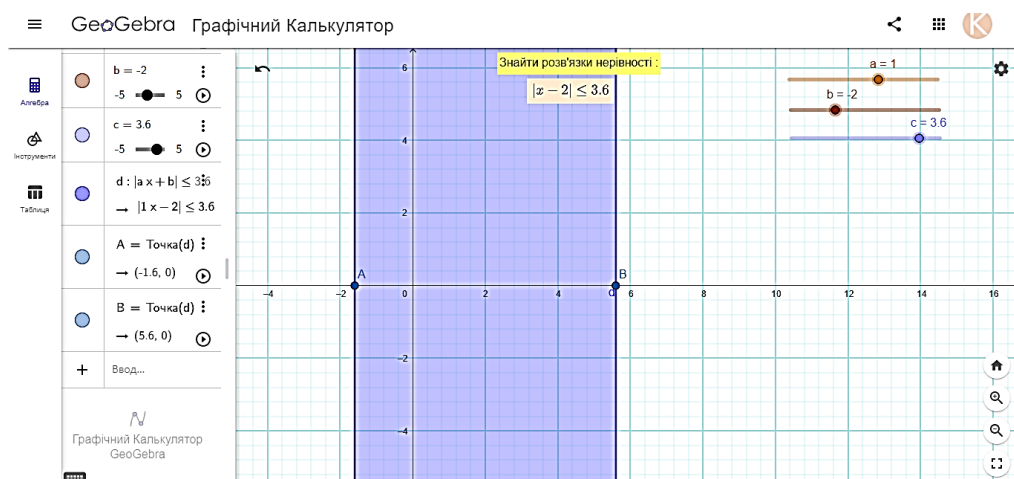


Рис. 4 Демонстраційне вікно розв'язання нерівності у середовищі GeoGebra

$$\begin{aligned} \text{b) } |2x + 5| &< 5 \\ -5 &< 2x + 5 < 5; \end{aligned}$$

$$-8 < 2x < 2;$$

$$-4 < x < 1.$$

Відповідь: $x \in (-4; 1)$.

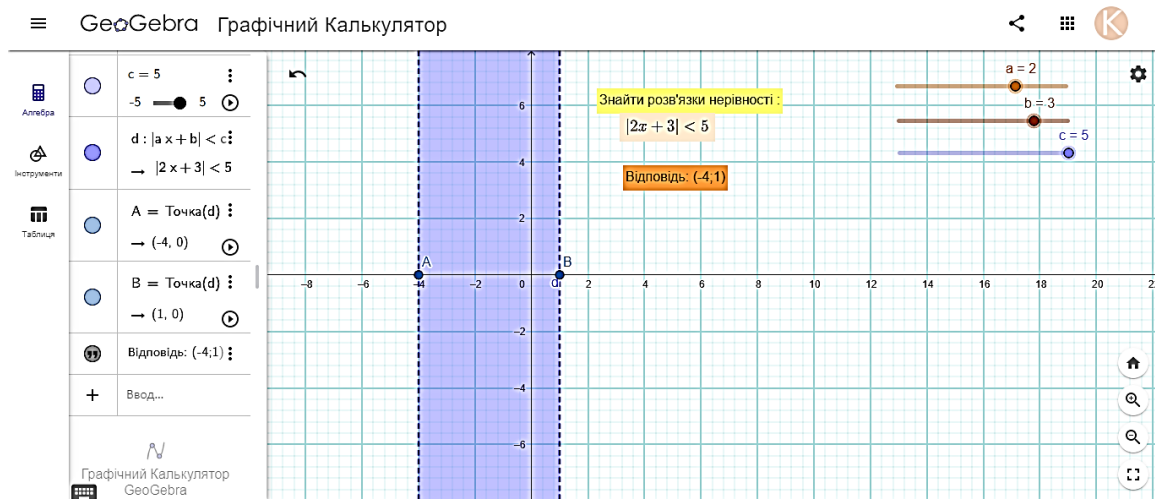


Рис. 5 Демонстраційне вікно розв'язання нерівності у середовищі Geogebra

№ 6.43 При яких значеннях a множина розв'язків системи нерівностей $\begin{cases} x \geq 7 \\ x < a \end{cases}$ містить рівно чотири цілих числа?

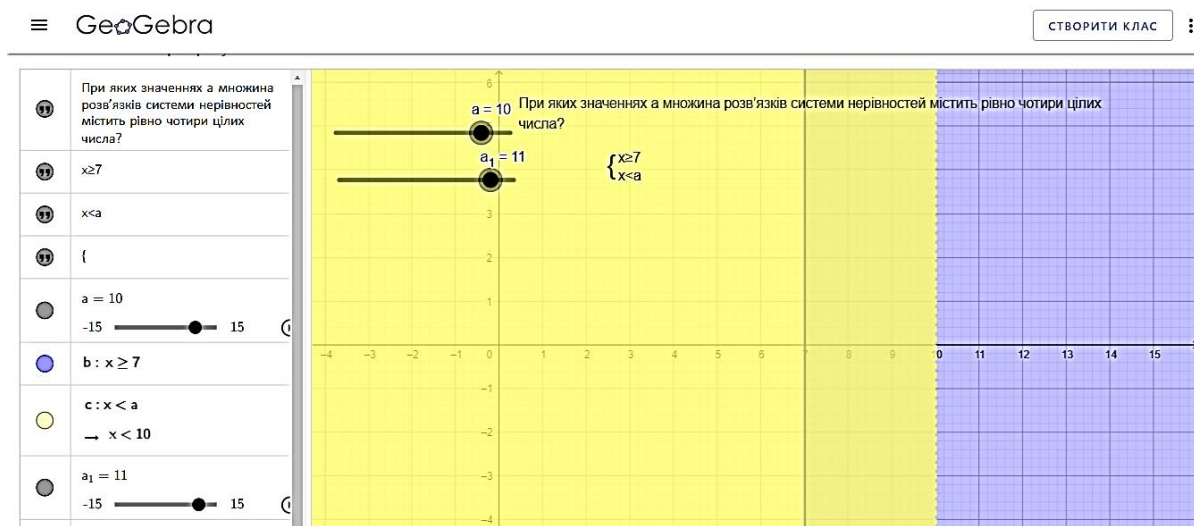


Рис. 6 Демонстраційне вікно розв'язання математичного завдання у середовищі Geogebra

VI. Підсумок уроку

Контрольні запитання

1. Що означає «розв'язати систему нерівностей»? Опишіть дії, які треба виконати, щоб отримати розв'язок системи нерівностей.

2. Дано систему При яких a розв'язком системи є проміжок: $\begin{cases} x > a \\ x > 3 \end{cases}$

1) $(3; +\infty)$; 2) $(4; +\infty)$; 3) $(3; 4)$?

3. Дано систему: $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq 3 \end{cases}$. При яких a система має розв'язок:

1) $[2; 3]$; 2) розв'язків немає; 3) $x = 5$?

VII. Домашнє завдання

Повторити матеріал §1, п. 6.

Виконати вправи № 6,24; 6,37.

ДОДАТОК Б

Тема : квадратні нерівності. Розв'язування квадратних нерівностей.

Мета:

➤ **формувати предметні компетентності:**

сформувати знання про зміст поняття «квадратна нерівність», домогтися розуміння та засвоєння учнями схеми розв'язування квадратних нерівностей із використанням побудови графіка квадратичної функції. Сформувати первинні вміння вирізняти квадратні нерівності серед інших нерівностей з однією змінною; за готовими графіками квадратичної функції знаходити розв'язки відповідних квадратних нерівностей, а також виконувати послідовні дії відповідно до вивченої схеми для відшукування розв'язків квадратних нерівностей різного виду.

➤ **формувати ключові компетентності:**

- *математична компетентність:* застосовувати обчислювальні навички та вміння у практичних завданнях;
- *комунікативна компетентність:* виробляти в учнів правильну вимову математичних термінів;
- *інформаційна компетентність:* використання інтерактивних методів, інформаційно-комунікаційні технології;
- *соціальна і громадська компетентності:* розв'язання практичної задачі, яка збагачує життєвий досвід;
- *уміння вчитися впродовж життя:* аналізувати та оцінювати результати своєї освітньої діяльності.

Тип уроку: засвоєння нових знань та вмінь.

Обладнання: інтерактивне мультимедійне обладнання, підручник(Алгебра 9 клас, Мерзляк А.Г., Х. : Гімназія, 2017), проектор,.

Хід уроку

I. Організаційний момент.

Перевірка готовності класу до уроку. Налаштування на роботу.

II. Перевірка домашнього завдання.

Правильний варіант виконання домашнього завдання виводиться учителем на екран проєктора (або записується на дошці). Учні звіряються з ним, виправляють допущені помилки, отримуючи по ходу необхідні коментарі від вчителя або однокласників.

III. Актуалізація опорних знань.

Інтерактивна вправа «Математичний кросворд»

Запропонувати учням розгадати кросворд для повторення раніше вивченого матеріалу, який можна знайти на відповідному онлайн-сервісі, просканувавши QR-код (див.рис. 1).



Рис. 1 QR-код доступу до інтерактивної вправи

IV. Мотивація навчальної діяльності. Повідомлення теми і мети уроку

Учитель зазначає, що учні вже вміють розв'язувати лінійні нерівності та їх системи, і повідомляє, що на цьому уроці вони познайомляться з означенням квадратичної нерівності (або нерівностей другого степеня) та одним із способів розв'язування квадратних нерівностей із використанням побудови графіка квадратичної функції. Мета даного уроку — вивчення означення

квадратних нерівностей, схеми їх розв'язування, а також формування вмінь застосовувати вивчене означення та схему для того, щоб відрізнити квадратні нерівності від інших нерівностей з однією змінною та знаходити розв'язки квадратних нерівностей.

V. Формування знань

Означення. Квадратними нерівностями називаються нерівності вигляду $f(x) > 0, f(x) < 0, f(x) \geq 0, f(x) \leq 0$, де $f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$.

Варто розглянути три способи розв'язування, наприклад нерівності $x^2 < 4$.

Графічний спосіб. Дану нерівність задають функції $y = x^2, y = 4$. В одній системі координат побудуємо графіки функцій (див. рис. 2) і знаходимо множину значень x , при яких графік функції $y = x^2$ лежить нижче, ніж графік функції $y = 4$.

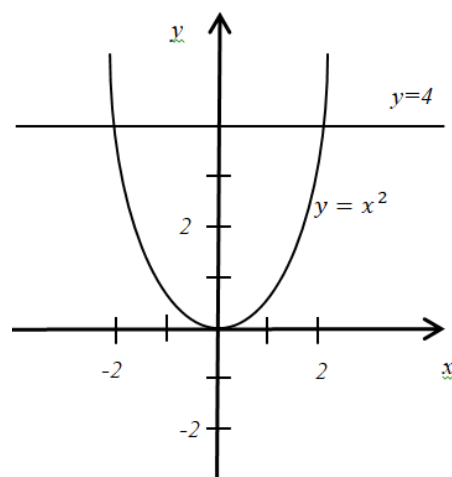


Рис.2

Як бачимо, цією множиною є проміжок

$(-2; 2)$, тобто $-2 < x < 2$.

Інший спосіб полягає в тому, щоб побудувати графік функції $y = x^2 - 4$ і визначити ті значення x , при яких графік знаходиться під віссю x .

Метод розкладання на множники

Перенесемо число 4 в ліву частину нерівності і розкладемо її на множники .

Ми отримаємо

$$x^2 - 4 < 0,$$

$$(x - 2)(x + 2) < 0.$$

Оскільки, добуток двох співмножників від'ємний тоді і тільки тоді, коли їх знаки протилежні, то враховуючи це, маємо дві системи нерівностей.

$$1) \begin{cases} x - 2 > 0, \\ x + 2 < 0, \end{cases} \text{ або } \begin{cases} x > 2, \\ x < -2. \end{cases}$$

Як бачимо, ця система не має спільних розв'язків.

$$2) \begin{cases} x - 2 < 0, \\ x + 2 > 0, \end{cases} \text{ або } \begin{cases} x < 2, \\ x > -2. \end{cases}$$

Розв'язками системи є всі x , які належать проміжку $(-2; 2)$, або $-2 < x < 2$.

Метод добування арифметичного кореня з обох частин нерівності

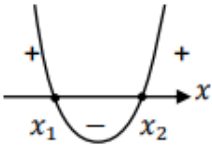
У нашому випадку права частина нерівності – додатне число. Тому добувши корінь з обох частин нерівності, матимемо $|x| < 2$. Числа, у яких модуль менший від числа 2, належить проміжку $(-2; 2)$.

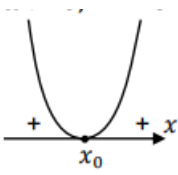
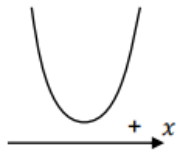
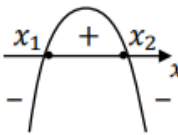
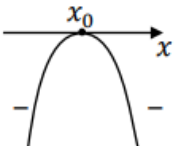
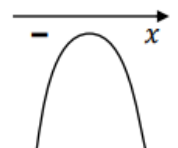
З аналізу розглянутих способів видно, що найкоротший з них – останній. Практика свідчить, що учні забувають, послуговуючись ним, застосовують тотожність $\sqrt{a^2} = |a|$ і припускаються помилок на зразок $\pm x < 2$.

Розглянувши конкретні приклади доцільно запропонувати учням схему, в якій наведені конкретні випадки розташування графіка квадратичної функції відносно осі Ox та розв'язки відповідних квадратних нерівностей. Подана таблиця допомагає краще засвоїти та закріпити знання з теми, яка вивчається (див. табл. 1).

Таблиця 1.

Випадки розташування графіка квадратичної функції відносно осі Ox та розв'язки відповідних квадратних нерівностей

Схема	Квадратна нерівність ($f(x) = ax^2 + bx + c$)			
	$f(x) > 0$	$f(x) < 0$	$f(x) \geq 0$	$f(x) \leq 0$
$a > 0, D > 0$ 	$(-\infty; x_1)$ $\cup (x_2; +\infty)$	$(x_1; x_2)$	$(-\infty; x_1]$ $\cup [x_2; +\infty)$	$[x_1; x_2]$

$a > 0, D = 0$ 	$(-\infty; x_0)$ $\cup (x_0; +\infty)$	\emptyset	$(-\infty; +\infty)$	x_0
$a > 0, D < 0$ 	$(-\infty; +\infty)$	\emptyset	$(-\infty; +\infty)$	\emptyset
$a < 0, D > 0$ 	$(x_1; x_2)$	$(-\infty; x_1)$ $\cup (x_2; +\infty)$	$[x_1; x_2]$	$(-\infty; x_1]$ $\cup [x_2; +\infty)$
$a < 0, D = 0$ 	\emptyset	$(-\infty; x_0)$ $\cup (x_0; +\infty)$	x_0	$(-\infty; +\infty)$
$a < 0, D < 0$ 	\emptyset	$(-\infty; +\infty)$	\emptyset	$(-\infty; +\infty)$

Нерівності виду $ax^2 + bx + c < 0$ і $ax^2 + bx + c > 0$, $a \neq 0$, найдоцільніше розв'язувати графічно. Поділимо дані рівняння на a , (при $a > 0$):

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 \text{ і } x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} > 0.$$

Застосувавши теорему Вієта, знайдемо корені квадратного тричлена. Запишемо відповідні нерівності $(x - x_1)(x - x_2) < 0$ і $(x - x_1)(x - x_2) > 0$. Їх можна розв'язати одним із трьох способів:

- 1) зобразити графіка квадратного тричлена і визначити ті значення x , при яких виконується задана нерівність;
- 2) застосувати метод інтервалів;
- 3) застосувати умови від'ємності або додатності добутку двох співмножників.

VI. Застосування знань, формування вмінь

Виконання вправ

- Усно

№ 12,2; 12,3.

- Письмово

№ 12,6 Розв'яжіть нерівності:

$$1) x^2 + 6x - 7 < 0.$$

Визначимо напрямок віток параболи. Оскільки $a = 1$, то вітки параболи направлені вгору. Знайдемо точки перетину графіка $y = x^2 + 6x - 7$ з OX :

$$D = 6^2 - 4 \cdot (-7) = 64;$$

$$x_1 = \frac{-6 + \sqrt{64}}{2} = 1, x_2 = \frac{-6 - \sqrt{64}}{2} = -7.$$

Тоді за таблицею розташування графіка квадратичної функції, маємо $x \in (-7; 1)$.

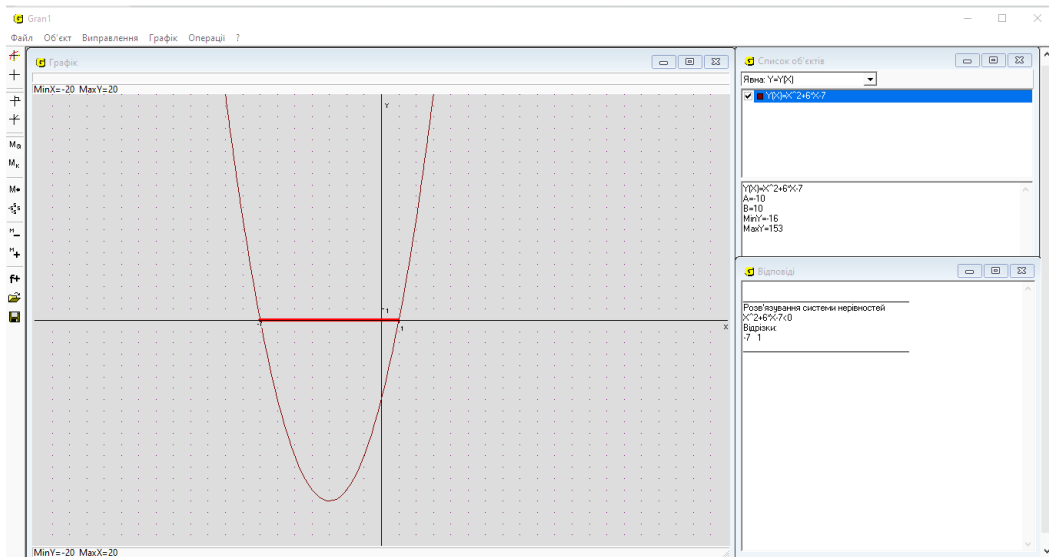


Рис.3 Демонстрація розв'язку нерівності у програмі GRAN1

$$2) x^2 - 2x - 48 \geq 0.$$

Визначимо напрямок віток параболи. Оскільки $a = 1$, то вітки параболи направлені вгору. Знайдемо точки перетину графіка $y = x^2 - 2x - 48$ з Ox :

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-48) = 196;$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{196}}{2} = 8, x_2 = \frac{2 - \sqrt{196}}{2} = -6.$$

Тоді за таблицею розташування графіка квадратичної функції, маємо $x \in (-\infty; -6] \cup [8; +\infty)$.

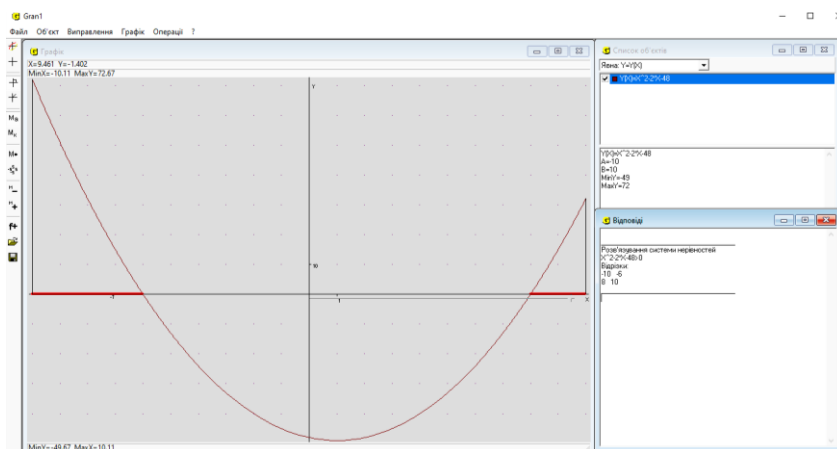


Рис.4 Демонстрація розв'язку нерівності у програмі GRAN1

$$3) -x^2 - 6x - 5 > 0.$$

Визначимо напрямок віток параболи. Оскільки $a = -1$, то вітки параболи направлені вниз. Знайдемо точки перетину графіка $y = -x^2 - 6x - 5$ з OX :

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-1) = 16;$$

$$x_1 = \frac{6 + \sqrt{16}}{-2} = -5, x_2 = \frac{6 - \sqrt{16}}{-2} = -1.$$

Тоді за таблицею розташування графіка квадратичної функції, маємо $x \in (-1; -5)$.

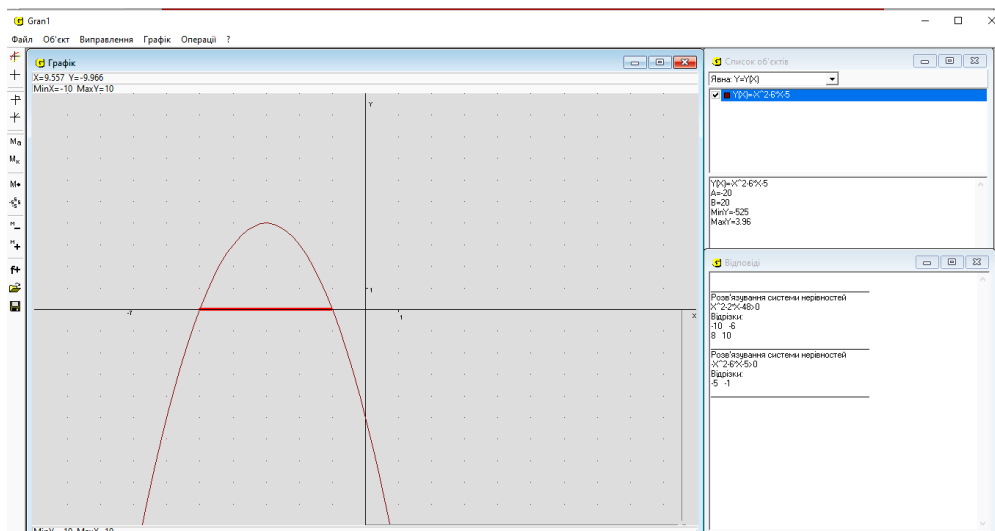


Рис.5 Демонстрація розв'язку нерівності у програмі GRAN1

$$4) -x^2 + 4x - 3 < 0.$$

Визначимо напрямок віток параболи. Оскільки $a = -1$, то вітки параболи направлені вниз. Знайдемо точки перетину графіка $y = -x^2 + 4x - 3$ з OX :

$$D = (4)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-1) = 4;$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{4}}{-2} = 1, x_2 = \frac{-4 - \sqrt{4}}{-2} = 3.$$

Тоді за таблицею розташування графіка квадратичної функції, маємо $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

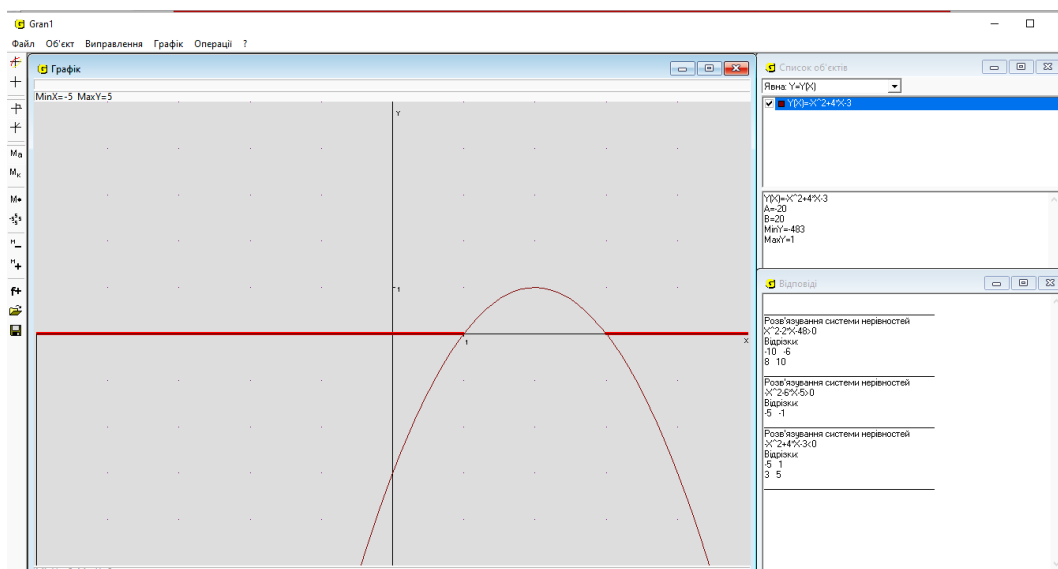


Рис.6 Демонстрація розв'язку нерівності у програмі GRAN1

№12,8 Знайдіть розв'язки нерівностей:

$$1) x^2 \leq 49.$$

$$x^2 - 49 \leq 0; (x - 7)(x + 7) \leq 0.$$

Відповідь: $[-7; 7]$.

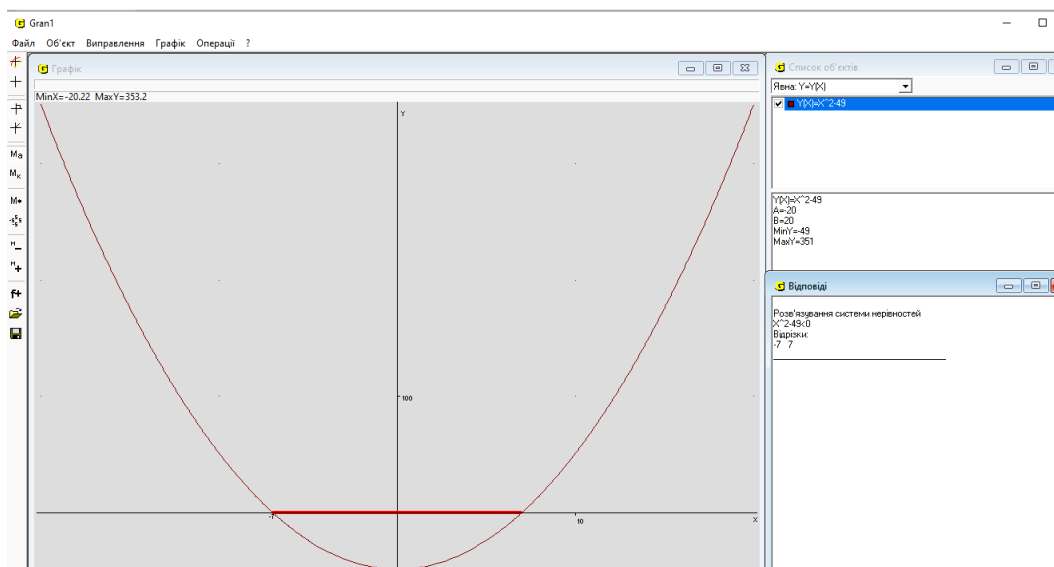


Рис.7 Демонстрація розв'язку нерівності у програмі GRAN1

$$2) x^2 > 5.$$

$$x^2 - 5 > 0, (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) > 0.$$

Відповідь: $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$.

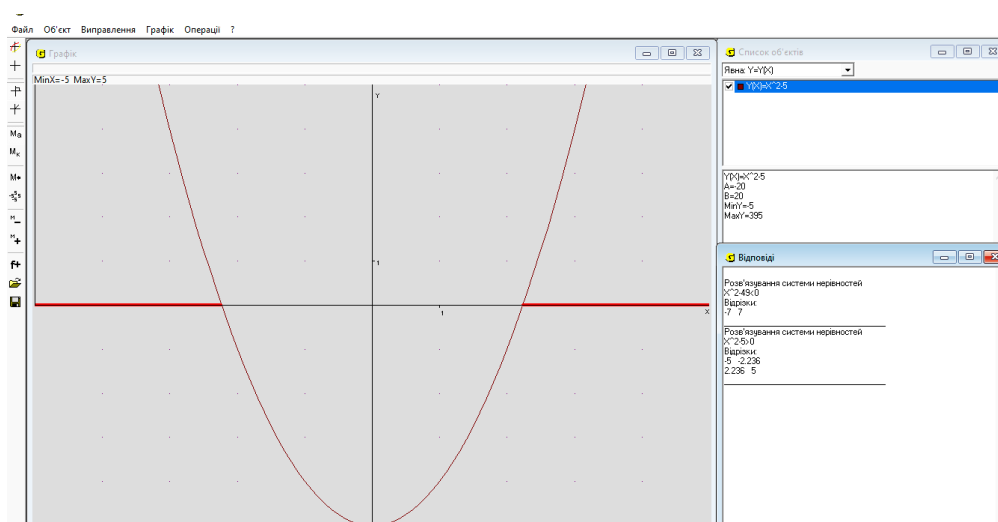


Рис.8 Демонстрація розв'язку нерівності у програмі GRAN1

VII. Підсумок уроку

Рефлексія. Учням пропонується закінчити речення:

1.	На уроці я працював	активно / пасивно
2.	Своєю роботою на уроці я	задоволений / не задоволений
3.	Урок мені здався	коротким / довгим
4.	За урок я	не втомився / втомився
5.	Матеріал уроку мені був	зрозумілим / не зрозумілим цікавим / не цікавим

VIII. Домашнє завдання

1. Вивчити означення квадратної нерівності, схему її розв'язування (§2 п.12).
2. Виконати № 12,7; 12,9.