Міністерство освіти і науки України
Рівненський державний гуманітарний університет
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота бакалаврського рівня
на тему:

Методика вивчення многокутників у курсі геометрії сучасної школи

Виконала:
студентка IV курсу групи МІ-41
спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)
Філіпчук Ірина Валеріївна

Керівник: канд. пед. наук, проф.
математики з МВ
Павелків Ольга Миколаївна

Рецензент: канд. пед. наук, доц. кафедри
вищої математики
Демчик С. П.

Рівне – 2022 р.

ЗМІСТ

Вступ

Сьогодні, діяльність вчителя дуже багатогранна. Кожного дня він має розв’язувати низку завдань з навчання, виховання і розвитку учнів. Складнощі, у свою чергу, полягають із зміною й неповторністю кожного уроку, і це не дає можливості обрати найкраще з розв’язань. Для того, щоб забезпечити найефективніше розв'язання завдань освіти в конкретних умовах, від учителя вимагається цілеспрямований вибір найкращого варіанта побудови освітнього процесу. Існує потреба так вивчати математику, щоб вона була одночасно корисна, захоплююча і цікава. Пріоритетним у навчальному процесі за новими Національними стандартами базової освіти є компетентнісний підхід.[18]

Відповідно до Рекомендацій Європейського Парламенту та Європейської Комісії щодо розвитку ключових компетенцій для навчання протягом усього життя, визначено 10 ключових компетенцій:

1. Спілкування рідною / державною мовою
2. Спілкування іноземними мовами
3. Математична компетентність
4. Основні компетентності в природничих науках і технологіях
5. Інформаційно-цифрова компетентність
6. Уміння вчитися впродовж життя
7.Соціальні та громадянські компетентності
8. Ініціативність і підприємливість
9. Загальнокультурна грамотність
10. Екологічна грамотність і здорове життя.[25]

Математичні компетентності складають основу для формування ключових компетентностей. За С. Раковим, під поняттям «математична компетентність» розуміють здатність особистості бачити та використовувати математику в реальному житті, усвідомлювати суть і методи математичного моделювання, будувати математичну модель, опрацьовувати її методами математики, пояснювати отримані результати, характеризувати похибку обчислень [15].

Актуальність проблеми. Геометрія виникла ще з глибокої давнини у зв'язку з практичними потребами людини: вимір відстаней, виготовлення знарядь праці певних розмірів, знаходження площі земельних ділянок і місткості судин, обчислення обсягів різних споруд тощо. Слово «геометрія» грецького походження («ге» – земля, «метрео» – мірю) і означає «землемірство». Відволікаючись від фізичних властивостей предметів, вивчаючи їх розміри, форму і становище, людина відкрила такі поняття, як геометричне тіло і геометрична фігура, а також, поверхня, лінія, точка, пряма, площина, відрізок тощо. Геометричні фігури зустрічаються в найдавніших до нас математичних документах: в «Папірусі Ахмеса» та в давньовавилонських клинописних текстах, написаних близько 4000 років тому. У цих документах містяться завдання, у яких виступає на першому плані обчислення площ та об’ємів окремих фігур. У стародавніх єгипетських та вавилонських математичних документах згадуються як трикутники, так і основні чотирикутники: паралелограми, прямокутники, квадрати, рівнобедрені та прямокутні трапеції.[1]

Зачатки геометричних знань, пов'язаних із виміром площ, губляться у глибині тисячоліть. Ще 4-5 тисяч років тому вавилоняни вміли визначати площу прямокутника та трапеції у квадратних одиницях. Квадрат здавна служить еталоном при вимірі площ завдяки багатьом своїм чудовим властивостям. Тобто згадки про «Многокутники» з’явились ще задовго до нашого часу, що підтверджує необхідність вивчення їх властивостей та площ більш детально.

Об’єкт дослідження: процес навчання стереометрії учнів старшої школи.

Предмет дослідження: зміст і методика вивчення многокутників у курсі геометрії.

Мета дослідження: розкрити методику вивчення многокутників у курсі геометрії, навчитися будувати правильні многокутники та розробити уроки з вивчення теми в умовах дистанційного навчання.

У відповідності до мети було поставлено наступні **завдання дослідження**:

1) опрацювати науково-методичні джерела та навчальну літературу за напрямками дослідження;

2) проаналізувати програму навчання геометрії в старшій школі;

3) порівняти та виділити особливості введення основних понять з теми «Многокутники» у шкільних підручниках;

4) сформулювати методичні вказівки до формування основних понять з теми дослідження;

5) виділити методичні особливості розв’язування задач з основних розділів теми;

6) розробити уроки з даної теми для дистанційного навчання.

Бакалаврська робота складається зі вступу, двох розділів, висновку, списку використаної літератури та додатків.

РОЗДІЛ І. НАУКОВО-ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМИ

1.1. Історичні відомості про многокутники та їх види

Многокутник - це геометрична фігура, зазвичай визначається як замкнута ламана, що має більше одного кута.

Існують три різні варіанти визначення многокутника:

- плоска замкнута ламана;
- плоска замкнута ламана без самоперетинів;
- частина площини обмежена замкненою ламаною.

Вершини цієї ламаної називають вершинами многокутника, а відрізки ламаної — сторонами многокутника.

Дві вершини, що сполучаються відрізком ламаної, називаються суміжними вершинами. Дві сторони, що мають спільну вершину, називаються суміжними. Якщо дві несуміжні сторони не мають спільних точок (тобто ламана, що обмежує многокутник, не перетинається), многокутник називається простим.

Многокутник із трьома вершинами називається трикутником, із чотирма — чотирикутником, із п'ятьма — п'ятикутником і так далі. Многокутник з n вершинами називається n-кутником.

Геометрія — термін грецького походження. Воно означає землемірство. Проте першими «землемірами» були стародавні єгиптяни. Сільське господарство могло розвиватись тільки неподалік річки Ніл. Щороку Ніл розливався, приносячи на землі, які були залиті водою, урожайний мул. Кожний господар мав наділ землі певної площі, проте розливи ріки не дозволяли раз і назавжди визначити кордон кожного наділу, тому після чергового розливу доводилось окреслювати земельну ділянку заново. Це виконували землеміри — люди, що за допомогою шнура відміряли кожному селянину ділянку з площею, яка була йому приписана. Прямий кут вони будували мотузкою, що має довжину 12 мір. За допомогою цієї мотузки можливо побудувати трикутник зі сторонами 3, 4 і 5 мір. Згаданий трикутник за теоремою Піфагора є прямокутним. Тому прямокутний трикутник у свою чергу називають єгипетським.[2]

Центральне місце поміж них займають складені близько III ст. до н. е. «Начала» Евкліда. Ця праця і понині залишається зразковим викладенням у дусі аксіоматичного методу: всі положення виводяться логічним шляхом з числа зазначених і припущень, які не доводяться — аксіом. Геометрія греків, звана на нинішній день евклідовою або елементарною, займалася вивченням простих форм: прямих, площин, відрізків, правильних многокутників і многогранників, конічних перерізів, а так само куль, циліндрів, призм, пірамід і конусів. Обчислюються їхні площі і об'єми. Перетворення в основному обмежувалися геометричною подібністю.

Термін **"квадрат"** утворився від латинського "quadrates", що означає – чотирикутник. Квадрат – перший чотирикутник, який вивчали в геометрії в давнину. Інших чотирикутників не знали, з часом їх класифікували на паралелограми, ромби, прямокутники.

У давнину люди вміли рахувати лише до 3, і всі інші числа, починаючи з 4, вони умовно називали як «багато». Саме тому першим накресленим многокутником став чотирикутник. Усі чотирикутники можна поділити на прямокутники, що мають прямі кути та прямосторонники, що мають лише прямі сторони. Квадрат використовується у класичному доказі теореми Піфагора.

Інтерес до квадрата пояснюється його властивостями, що широко використовуються в практиці: вимірювання площ земельних ділянок, визначення відстані до об'єкта, техніки архітектурних споруд тощо. Сучасні математики, продовжуючи традиції давніх часів, не відривають науку від практики, глибоко розробляють її прикладні сторони.

Квадрат був основою орнаментального декору багатьох давніх культур - Стародавньої Індії, Америки, Китаю, Греції; широко використовувався майстрами-мозаїками в Середньовіччі. Відповідно до стародавніх уявлень квадрат символізував основи світобудови, тобто чотири сторони світла. Усі кути квадрата (ромба) співвідносилися з територіальними уявленнями. Індіанці Північної Америки пуебло, коли «вказували» напрямок, використовували колірне значення і напрямок, апелюючи при цьому до квадратної форми. Квадрат (іноді прямокутник) служив також позначенням орної землі, будучи ключовою фігурою землеробського культу. Квадрат, заповнений усередині крапками чи лініями, позначав у слов'янських племен засіяне поле. У китайців прямокутний блок «цзун» з отвором усередині, як і візерунок з ромбів, що перехрещуються, символізував багату врожаєм землю. У греко-римській традиції квадрат був символом Афродіти, що втілювала жіночу родючу силу.

Квадрат, основний характер якого визначається двома горизонтальними і двома вертикальними лініями однакової довжини, що перетинаються, символізує матерію, тяжкість і суворе обмеження. У Єгипті квадрат служив ієрогліфом слова «поле». І зрозуміло, чому ми відчуваємо сильне напруження, якщо хочемо змусити прямі сторони та прямі кути квадрата висловити рух. Усі форми, побудовані на горизонталях і вертикалях, мають характер уквадратнених форм, включаючи сюди хрест, прямокутник, меандр та їх похідні.[27]

Слово **«ромб»** грецького походження, воно означало в давнину тіло, що обертається, веретено, дзига. Ромб зв'язували спочатку з перетином, проведеним у обмотаному веретені. У «Початках» Евкліда термін «ромб» зустрічається лише один раз у термінах І-ої книги, властивість ромба взагалі не вивчається. Ромб також мав сенс бубна, який у давнину був не круглим, а чотирикутним.

Ромбом називається паралелограм, у якого всі сторони рівні. З визначення квадрата як чотирикутника, у якого всі сторони і кути рівні, випливає, що квадрат — окремий випадок ромба. Іноді квадрат визначають як ромб, у якого всі кути рівні.

Однак іноді під ромбом може розумітися лише чотирикутник з непрямими кутами, тобто з парою гострих та парою тупих кутів [19].

1.2. Пропедевтика вивчення многокутників

Шкільний курс геометрії займає важливе місце у математичній освіті учнів. У результаті вивчення геометрії у школярів розвивається просторова уява, логічне мислення. Вони набувають навичок застосування лінійки, циркуля, прямого кута. Учні переконуються, що теоретичні становища, досліджувані ними, є відображенням реальної дійсності і знаходять відбиток у практичній діяльності людей.

В курсі геометрії 7-9 класів вивчаються геометричні фігури на площині, причому найбільше уваги приділяється вивченню многокутників та їх властивостей.

У результаті вивчення теми «Многокутники» вводиться багато нових понять, вивчаються теореми, вводяться поняття теореми зворотної даній, розв'язання задач вимагає від школяра актуалізації наявних теоретичних знань.

При вивченні геометрії у 5-11 класах многокутник виступає не тільки як вивчення арифметики та елементів алгебри, а й як об'єкт вивчення. Велика увага при цьому приділяється розвитку просторових уявлень учнів, роботі з зображенням відрізка, ламаної, кута, многокутника, многогранника (прямокутного паралелепіпеда, куба). Епізодично вводяться елементи дедукції: формулюються деякі визначення (довжина ламаної, додаткові промені, квадрат, куб тощо), окремі властивості (відрізок АВ коротший за будь-яку лінію, що з'єднує точки А і В, властивості вимірювання кутів та ін.), на які учні посилаються під час розв'язування задач.[5]

Цей розділ шкільного курсу геометрії виконує певні світоглядні функції. У процесі його розгляду учні знайомляться з історією окремих питань, дізнаються про їхнє місце та роль у практичній діяльності людини.

Також вводиться формування знань, умінь і навиків, вивчення суміжних дисциплін: фізики, креслення, трудового навчання та інших.

Вивчення в курсі планіметрії видів та ознак многокутників знаходить широке застосування в курсі стереометрії. [17].

В курсі геометрії 7-9 класів систематично вивчаються геометричні фігури на площині, увага зосереджується на многокутниках, вивченні їх властивостей, розгляду величин, що характеризують плоский многокутник.

Курс геометрії 7 класу – це, по суті, геометрія трикутника.

Трикутник – "найекономніший" вид многокутника. Для його задання достатньо вказати його вершини - три точки, що не лежать на одній прямій, або три прямі, що попарно перетинаються.

Класифікують трикутники також за ступенем їхньої симетричності або за кількістю рівних сторін.

У школі прийнято також класифікацію трикутників за кутами: гострокутні, прямокутні та тупокутні.

Вивчення трикутників відповідно до програми розподілено практично за всіма класами неповної середньої школи.

Трикутник - одна з основних фігур курсу планіметрії, що вивчається в школі. Головна мета вивчення ознак рівності трикутників – домогтися активного володіння ним, звернувши особливу увагу на відпрацювання навичок використання ознак рівності трикутників у розв’язанні завдань [7].

Основну увагу слід приділити формуванню умінь доводити рівність трикутників. Введення понять медіани, бісектриси та висоти трикутника, властивостей рівнобедреного трикутника розширює клас завдань на доведення.

Тема «Чотирикутники» вивчається у курсі геометрії 8 класу. Тут набувають подальшого розвитку вміння учнів проводити міркування для доведення. Основу для цього становить вивчення та застосування ознак та властивостей аналізованих у темі.

Чотирикутники – звичний для курсу планіметрії матеріал. Як і трикутник, чотирикутник трактується в одних підручниках як проста замкнута чотириланкова ламана, в інших – як частина площини, обмежена такою ламаною. З різних чотирикутників виділяють опуклі.

У всіх діючих в даний час посібниках здійснюється однаковий підхід у запровадженні видів паралелограмів: прямокутників та ромбів. Квадрат в одних підручниках вводиться як чотирикутник, який є прямокутником і ромбом. В інших квадрат визначається як окремий вид прямокутника. Трапеція розглядається після паралелограмів.[9]

При встановленні різних властивостей та ознак паралелограма широко використовуються властивості й ознаки рівних трикутників, властивості кутів, утворених при перетині двох паралельних прямих третьою, ознаки паралельності прямих.

Доведення більшості теорем даного розділу проводяться з опорою на ознаки рівності трикутників, які використовуються і при розв’язуванні задач.

Увага приділяється виробленню в школярів умінь застосовувати численні теоретичні відомості під час розв’язування задач. У 9 класі завершується вивчення теми «Многокутники». Відомості про многокутники узагальнюють відомі учням факти про трикутники та чотирикутники. Велике практичне значення мають теореми про правильні многокутники.

При узагальнюючому повторенні теми «Многокутники» відбувається зіставлення понять трикутник, паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція, з'ясовуються зв'язки між ними. Ці поняття входять у нові відносини, учні встановлюють ієрархію понять. Результатом узагальнення може бути схема.

Методи роботи з таблицями та схемами різні: учитель проводить бесіду, зобразивши її результати у вигляді схеми; знайомить учнів із планом бесіди та проводить її; знайомить учнів зі схемою, за якою вони самостійно проводять узагальнення, пропонує учням самостійно узагальнити матеріал та зобразити результати у вигляді схеми.

При вивченні нового матеріалу учні повинні ознайомитися з кількома новими поняттями, вміти дати кожному визначення, проілюструвати на малюнку. [5], [3]

1.3. Місце теми в програмі та виклад у шкільних підручниках

До підручника з математики висувається декілька вимог щодо структури викладу навчального матеріалу, зокрема, педагогічна доцільність теоретичної частини та системи завдань підручника, точності, стислості та ясності мови, жвавості, цікавості викладу, якості ілюстративного матеріалу.

Обов'язковими вимогами до наукової системи підручника є математична коректність викладу теоретичного матеріалу, доцільність вибору наукової схеми викладу, відповідність трактування поняття, термінології та символіки традиціям, прийнятим у математичній науці та школі [5].

У сучасній школі найбільше поширення одержали підручники наступних авторів: Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С., Істер О.С., Бурда М.І.

У методичній літературі є і позитивні, і негативні відгуки про них; автори одних статей вважають, що деякі підручники непридатні для сучасної школи, інші ж, навпаки, захоплюються тим або іншим підходом автора до викладу шкільного курсу геометрії. Одних захоплює суворий аксіоматичний підхід, інших більші можливості для організації розумової діяльності учнів.

Щоб порівнювати зміст різних підручників геометрії треба звернути увагу на те, які цілі навчання геометрії є основними останнім часом. Сьогодні основна мета навчання геометрії не закінчується розвитком тільки логічного мислення школярів. Виділяють загальнокультурні, наукові (властиво геометричні) і прикладні цілі навчання геометрії. Вважається, що при навчанні геометрії треба прагнути до розвитку в учнів інтуїції, образного (просторового) і логічного мислення, до формування в них конструктивно-геометричних умінь і навичок.

Автори Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С - акцентують свою увагу на розвиток вмінь і навичок учнів, на доступність викладу, вважаючи, що кожний елемент курсу геометрії повинен опиратися на більш просте і зрозуміле наочне подання. Тому у підручнику міститься багато малюнків і креслень.

У підручнику з геометрії для 8-го класу, авторів Бурда М.І. і Тарасенкова Н.А. також подано багато ілюстрацій і креслень, які допомагають учням у сприйнятті розглядуваного матеріалу.

Із самого початку простий многокутник вводиться як частина площини, обмежена простою замкненою ламаною. У чинних підручниках здійснено перший підхід, який узгоджений з трактуванням цих понять у підручниках математики 1-5 класів. [19]

У початковій школі і 5-6 класах на наочно-інтуїтивному рівні учні ознайомлюються з прямокутником, квадратом, трикутником, довільним многокутником, підраховують кількість сторін і вершин у них, розв'язують вправи на знаходження периметра, площі прямокутника.

У 7-9 класах ті самі многокутники вже є об'єктами вивчення. Передусім ґрунтовно вивчається на початку курсу в 7 класі трикутник як одна з основних фігур курсу планіметрії, властивості якого часто використовуються при вивченні многокутників та інших плоских фігур. Спочатку вивчаються ознаки рівності трикутників, які разом з ознаками паралельності є основним аргументом під час доведення теорем і розв'язування задач. Далі вивчення трикутників триває продовж усього курсу планіметрії (у 8 класі - теорема Піфагора і розв'язування прямокутних трикутників, в 9 класі - ознаки подібності трикутників, розв'язування інших трикутників, формула площі трикутника). [22]

У програмі 8 класу вивчається тема: «Многокутники. Площа многокутника», на яку виділено 12 годин. В даній темі вивчають:

- Многокутник та його елементи;
- Многокутник, вписаний у коло і многокутник, описаний навколо кола;
- Поняття площі многокутника;
- Площі прямокутника, паралелограма, ромба, трикутника, трапеції.

Після вивчення теми учні:

- наводять приклади геометричних фігур, указаних у змісті;

- пояснюють, що таке: многокутник та його елементи; площа многокутника; многокутник, вписаний у коло та описаний навколо кола;
- формулюють означення: многокутника, вписаного у коло; многокутника, описаного навколо кола, теореми про площу прямокутника, паралелограма, трикутника, трапеції;
- записують та пояснюють формули площі геометричних фігур;
- зображують та знаходять на малюнках: многокутник і його елементи; многокутник, вписаний у коло; многокутник, описаний навколо кола;
- обчислюють площі вказаних у змісті фігур;
- розв’язують задачі на: розбиття многокутника на рівновеликі; дослідження рівноскладеності многокутників тощо.[24]

Чотирикутники, їх окремі види - це велика перша тема курсу планіметрії 8 класу. Під час її вивчення є безліч можливостей для розвитку логічного мислення учнів, застосування вивченого навчального матеріалу до розв'язування різноманітних задач, у тому числі практичного змісту, оволодіння методами розв'язування задач і доведення теорем. [26], [27]

У чинних підручниках з геометрії по-різному вводяться означення многокутників. В деяких спершу вводяться допоміжні поняття (ламана, проста ламана, замкнена ламана), а потім означається многокутник: проста замкнена ламана називається многокутником, якщо її сусідні ланки не лежать на одній прямій.

Крім означення многокутника відразу ж вводиться означення плоского многокутника: плоским многокутником або многокутною областю називається скінченна частина площини, обмежена многокутником. Наостанок, вводиться означення опуклого многокутника як такого, який лежить в одній півплощині з будь-якою прямою, що містить його сторону.

Водночас вводять і допоміжні поняття: вершини, сторони, діагоналі многокутника, кут, зовнішній кут опуклого многокутника. Отже, введення поняття многокутника переобтяжене значною кількістю понять.

Поняття многокутника вводиться у 8 класі після вивчення чотирикутників. Означення ламаної та інших пов'язаних з цим понять тут не вводяться. Многокутник відразу пояснюється як фігура, складена з відрізків так, що суміжні відрізки не лежать на одній прямій, а несуміжні відрізки не мають спільних точок. Термін «плоский многокутник» не вводиться, хоча відповідне поняття розглядається: фігуру, що складається з многокутника і його внутрішньої області, також називають многокутником. Означення опуклого многокутника вводиться так само. Тут також вводиться поняття n-кутника і доводиться твердження про суму його кутів. [23]

У 9 класі вивчається тема «Правильні многокутники. Довжина кола. Площа круга», на яку виділено 9 годин. У цій темі вивчають:

- правильні многокутники;
- формули радіусів вписаних і описаних кіл правильних многокутників.

Після вивчення теми учні:

- наводять приклади геометричних фігур, указаних у змісті;
- пояснюють, що таке: дуга кола; довжина кола; площа круга; правильний многокутник (трикутник, чотирикутник, шестикутник), вписаний у коло та описаний навколо кола;
- обчислюють: радіус кола за стороною вписаного в нього правильного многокутника (трикутника, чотирикутника, шестикутника) і навпаки; радіус кола за стороною описаного навколо нього правильного многокутника (трикутника, чотирикутника, шестикутника) і навпаки; довжини кола і дуги кола; площі круга, сектора
- будують: правильний трикутник, чотирикутник, шестикутник;
- застосовують вивчені означення, властивості та формули до розв’язування задач.

Тема «Многокутники», в якій передбачено в основному розгляд правильних многокутників, завершує в курсі планіметрії вивчення різних видів многокутників.[23]

Отже, важливим завданням навчання математики є формування в учнів уміння працювати з підручником. Тому, кожному вчителю необхідно спеціально навчати учнів читанню підручника і науково-популярної літератури з математики.

РОЗДІЛ II. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ МНОГОКУТНИКІВ У КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ СУЧАСНОЇ ШКОЛИ

2.1. Особливості вивчення многокутників та їх площ у 8 класі

Тема «Многокутники» буквально пронизує весь курс планіметрії. Зміст поняття многокутник з курсу планіметрії в курсі стереометрії розширюється, з'являються нові поняття.

Трикутник – простий многокутник. Як об'єкт дослідження він виступає переважно в курсі геометрії 7 класу. Далі трикутник - засіб дослідження інших фігур.

Чотирикутники - одна з основних тем курсу планіметрії, де вивчені властивості трикутників (в основному - визначення та ознаки рівності) знаходять широке застосування. Також триває робота з розвитку логічного мислення учнів; розглядаються властивості та ознаки різних видів чотирикутників. Не чіпаючи поняття «еквівалентні визначення», можна запропонувати учням сформулювати визначення якогось окремого виду чотирикутників, змінивши родове поняття тощо. [2]

Досвідчений вчитель так організує роботу учнів, що вони самі висувають гіпотезу про властивості аналізованого чотирикутника, беруть активну участь у пошуку шляхів доведення цієї гіпотези. І якщо сильні учні, які виявляють підвищений інтерес до математики, творчо активні на перших уроках на тему, то особливої уваги вимагають учні другої категорії. Під час підготовки до уроку вчитель повинен враховувати особливості розумової діяльності учнів різних груп. Особливо різку різницю у рівнях засвоєння матеріалу можна помітити на етапі введення нової теми.

Серйозної уваги вимагає підбор різних засобів наочності щодо теми «Чотирикутники». Вчитель продумує, коли та як він використає той чи інший засіб. Поширена помилка учнів - недостатня увага до визначаючих той чи інший вид чотирикутників властивостей. Для цього випадку вчитель повинен вміти своєчасно навести контрприклад - показати чотирикутник (модель), що відповідає сформульованому учнем визначенню. «Живий огляд» моделей чотирикутників (створення цих моделей учнями своїми руками) має стати поштовхом виявлення їх властивостей.

Підвищеної уваги вимагає аналіз системи завдань у підручнику. Неоднакова дидактична цінність завдань переконує, що вчителю не потрібно прагнути розв’язати з учнями якнайбільше завдань на тему. Слід проаналізувати всі завдання, щоб обрати «опорні» завдання, завдання, які розв’язуються різними способами, завдання, при розв’язанні яких використовуються результат «опорної» задачі, завдання, спосіб розв’язання яких або результат служать для реалізації внутрішньо предметних та міжпредметних зв'язків. Ретельний попередній аналіз задачного матеріалу дозволить вчителю правильно спланувати роботу з ним, досягти необхідних результатів із меншими витратами праці та часу. Щоб результати такого аналізу були більш переконливими, слід взяти доступну для огляду систему, що містить порівняно невелику кількість вправ (наприклад, за темою «Трапеція»). [7]

Широкого поширення набули уроки узагальнення, загальні огляди знань на тему. Доцільно провести такий урок на тему «Чотирикутники». Основна робота проводиться на підготовчому етапі: учні можуть працювати групами. На шкільному сайті або на сайті вчителя, або на дощці в класі вивішуються питання та завдання до уроку. Вчитель організовує роботу класу, опитує групи, готує їх до проведення опитування.

Організація самостійної роботи школярів по темі «Многокутники» - одна з найважливіших ділянок, яка потребує постійної уваги вчителя. Практикуються виготовлення моделей, дослідницькі проекти, рішення та проектне оформлення завдань на тему та ін. Особливості класу, інтереси вчителя, оснащеність кабінету та багато іншого визначають характер цих робіт, ефективність їх використання у навчальному процесі.[28]

У 8 класі вивчають 4 теми з геометрії:

- ***Тема 1.*** ЧОТИРИКУТНИКИ.
- ***Тема 2.*** ПОДІБНІСТЬ ТРИКУТНИКІВ.
- ***Тема 3.*** РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ПРЯМОКУТНИХ ТРИКУТНИКІВ.

- *Тема 4.* МНОГОКУТНИКИ. ПЛОЩА МНОГОКУТНИКА.

Завершують вивчення курсу ПОВТОРЕННЯМ І СИСТЕМАТИЗАЦІЄЮ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ.

Тема 1. ЧОТИРИКУТНИКИ.

З темою «Чотирикутники» виникають певні труднощі:

- при розв'язуванні задач на побудову;
- при застосуванні визначень, властивостей та ознак чотирикутників до розв'язання практичних завдань, для доведень теорем тощо.

Відповідно виникає необхідність пошуку найефективніших форм і методів роботи з теоретичним і задачним матеріалом по даній темі.

Зміст цього розділу «Чотирикутники» можна умовно поділити на три великі смислові пункти:

1. Введення поняття чотирикутник, опуклі та неопуклі многокутники;
2. Дослідження видів чотирикутників;
3. Систематизація та значення теми «Чотирикутники».

Дамо характеристику кожному пункту:

1. Введення поняття чотирикутник, опуклі та неопуклі многокутники.

Тема «Чотирикутники» за змістом досить проста. Однак складність для учнів становить велика кількість нових понять, властивостей та ознак різних видів чотирикутників. Для усунення плутанини між властивостями та ознаками окремих видів чотирикутників, крім стандартної систематизації та узагальнення знань перед школярами, необхідно розкрити сутність понять «властивість» та «ознаки», їх структуру.

Ця тема є традиційною для шкільного курсу геометрії (8 клас), однак у різних підручниках, посібниках можна зустріти як різну послідовність вивчення елементів теми, так і трактування самого поняття чотирикутник.

Логіка викладу матеріалу цієї теми у різних підручниках може бути різною. У випадку з позиції будування єдиної лінії можна розпочати вивчення матеріалу з розгляду поняття многокутник, далі здійснити перехід до понять опуклого і неопуклого многокутників, потім звернутися до чотирикутника як одного з видів многокутника. Далі вивчаються конкретні види чотирикутників у наступній послідовності: паралелограм, трапеція, прямокутник, ромб, квадрат.

2. Вивчення видів чотирикутників.

Вивчення чотирикутників слід розпочати з актуалізації досвіду школярів (учні знають прямокутник і квадрат). Доведення більшості теорем даного розділу проводяться з опорою на ознаки рівності трикутників, які використовуються при розв'язуванні задач у сукупності із застосуванням нових теоретичних фактів. Вчитель повинен вимагати, щоб у кожному визначенні учень вказував рід та видову ознаку, тим самим домагаючись ясного розуміння підпорядкування понять.

Поняття паралелограма вводиться індуктивним шляхом. При відпрацюванні властивостей та ознак паралелограма необхідно дати учням повний їхній перелік. Введення поняття ромб та визначення ромба йде також індуктивним шляхом.

Робота з вивчення прямокутника і квадрата вибудовується аналогічно методиці, запропонованій у вивченні ромба. У підручнику квадрат визначається через прямокутник, а за допомогою завдання з'ясовується, що квадрат – окремий випадок ромба.

У 8-му класі трапеція вивчається поверхово, тому що ще не вивчена тема «Подібність». Тому при вивченні трапеції доводиться лише одна властивість: сума кутів, що належать до однієї сторони трапеції, дорівнює 180˚. Ще дві властивості трапеції не прописані у параграфі, а даються у завданнях.

3. Систематизація та значення теми «Чотирикутники».

Разом з учнями слід провести класифікацію чотирикутників, показавши, що залежно від основ класифікації можливі різні визначення квадрата – як ромба з прямими кутами чи як прямокутника з рівними сторонами. Обов'язково слід звернути увагу школярів на визначення різних видів паралелограма. Доцільно показати, що на підставі ознак можуть бути сформульовані інші визначення фігур, наприклад, паралелограма як опуклого чотирикутника, у якого рівні протилежні сторони. [5]

Тема 4. МНОГОКУТНИКИ. ПЛОЩА МНОГОКУТНИКА.

Найпоширенішими видами многокутників є трикутник, паралелограм, прямокутник, квадрат та трапеція. Для виведення їх площ використовуватимемо дві леми:

Лема 1. Які б не були додатні числа *a* і *b* існує прямокутник, суміжні сторони якого відповідно рівні *a* і *b*.

Лема 2. Якщо через точку, що лежить на стороні прямокутника, проведена пряма, перпендикулярна до цієї сторони, то ця пряма перетинає протилежну сторону прямокутника і розкладає прямокутник на два прямокутники. [5]

Площа квадрата

Нехай сторони AB і AD квадрата ABCD точками P1, P2, ..., Pn-1 і Q1, Q2, ... Qn-1 розділені на n рівних частин. Проведемо через точки P1, P2, ..., Pn-1 прямі, перпендикулярні до прямої AB, тоді, згідно з лемою 2, даний квадрат розкладається на n прямокутників. (Рис. 5а).

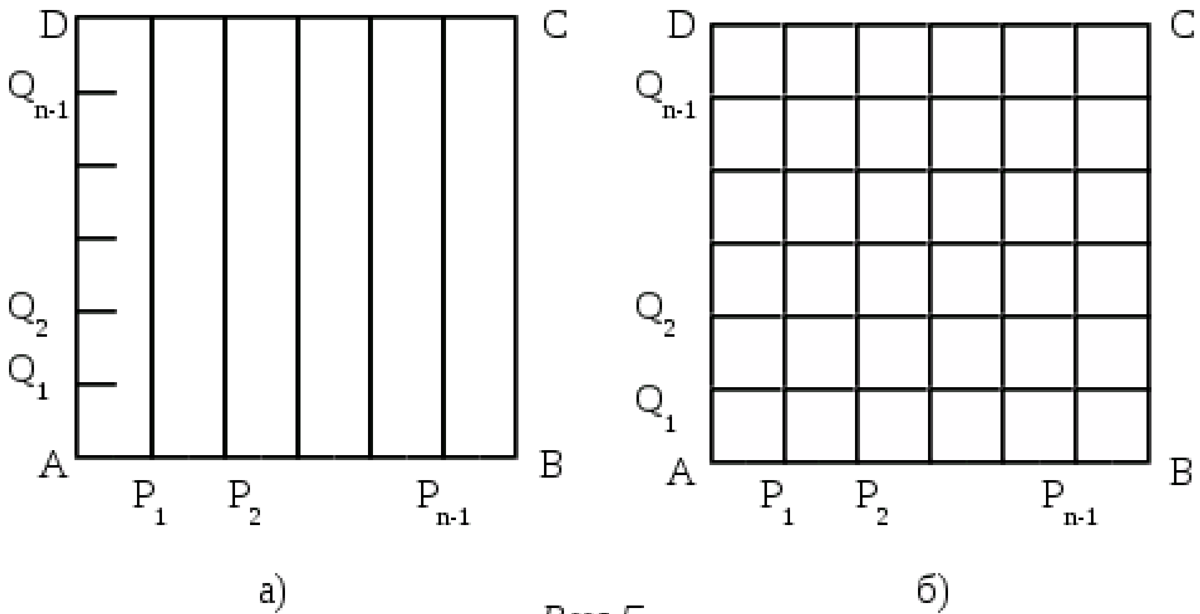


Рис.5

Далі проведемо через точки Q1, Q2, ... Qn-1 прямі, перпендикулярні до прямої AD. Тоді кожен із цих прямокутників розкладається на n квадратів. У результаті квадрат ABCD розкладається на n2, рівних один одному квадратів. (Рис. 5б). Якщо площа кожного із цих квадратів дорівнює s, а площа квадрата ABCD дорівнює S,

$$S=n^2s$$

то згідно з умовою А2 маємо:

$$S=n^2$$

Звідси, зокрема, випливає, якщо сторона квадрата дорівнює n, де n – натуральне число, n>1, то квадрати, на які розкладається цей квадрат, побудовані на одиничному відрізку, тому s=1 і, отже,

Теорема 2. Площа квадрата дорівнює квадрату його сторони.

$$S=a^2$$

Площа прямокутника

Домовимося одну зі сторін паралелограма, зокрема прямокутника, називати основою, а перпендикуляр, проведений з будь-якої точки протилежної сторони до прямої, що містить основу, висотою паралелограма.

Теорема 3. Площа прямокутника дорівнює добутку його основи на висоту.

Нехай S – площа прямокутника ABCD (мал. 7а). Приймемо сторону AB за основу, а AD – за висоту та доведемо, що S = ab, де a = AB, b = AD.

Розглянемо квадрат GHKL із стороною a+b. На стороні GH позначемо точку N так, щоб GH=*b* і проведемо через точки M та N прямі, перпендикулярні відповідно до сторін GH та GL (рис. 7б). По лемі 2 ці прямі ділять квадрат GHKL на чотири прямокутники, які на рисунку 7б позначені через F1, F2, F3, F4.

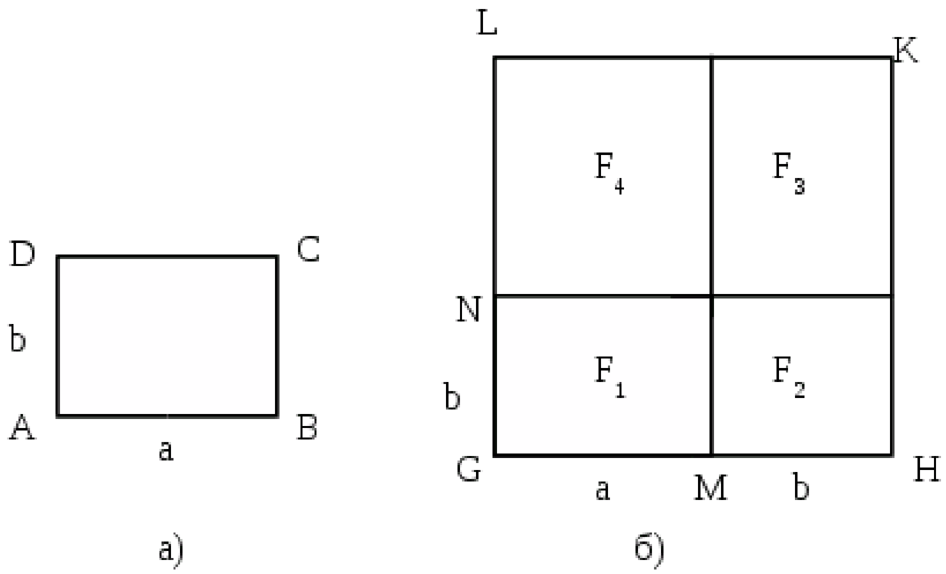


Рис. 7

Прямокутники F1, F3 дорівнюють прямокутнику ABCD, тому площа кожного з них дорівнює S. Чотирикутники F2 та F4 є квадратами зі сторонами b та a відповідно, тому за теоремою 2 їх площі дорівнюють b^2 та a^2. По тій же теоремі площа квадрата дорівнює $(a + b)^2$. За умовою A2 виміру площ площа квадрата GHKL дорівнює сумі площ прямокутників F1, F2, F3, F4. Звідси отримуємо $(a + b)^2 = S + b^2 + S + a^2$, тобто $S = ab$. [4]

Площа паралелограма

Теорема 6. Площа паралелограма дорівнює добутку його основи на висоту.

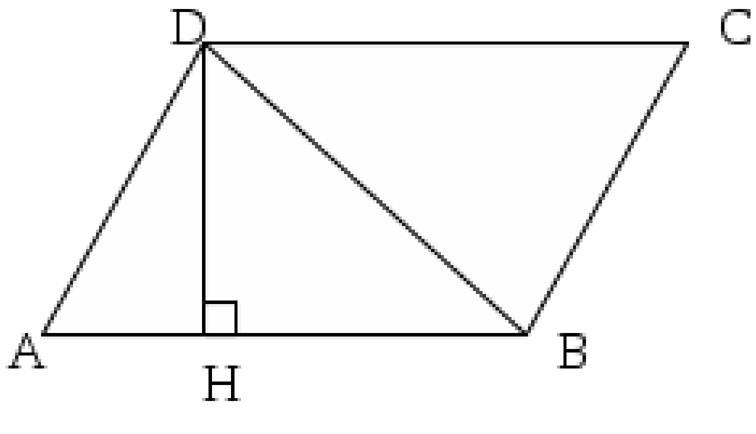


Рис. 9

Нехай S – площа паралелограма ABCD. Візьмемо AB за основу паралелограма та проведемо висоту DH. Доведемо, що S=AB*DH (рис. 9).

Діагональ BD ділить паралелограм на два рівні трикутники ABD і CDB. Ці трикутники рівні за третьою ознакою рівності трикутників.

$$S = S(ABD) + S(BCD) = 2S(ABD)$$

Отримуємо:

$$S = 2 \cdot \frac{1}{2} AB \cdot DH = AB \cdot DH$$

Площа трапеції

Домовимося висотою трапеції називати перпендикуляр, проведений з будь-якої точки однієї з основ до прямої, що містить іншу основу.

Теорема 8. Площа трапеції дорівнює добутку півсуми її основ на висоту.

Нехай S – площа трапеції ABCD з основами AD та DC та висотою BH. (Рис. 10). Доведемо, що

$$S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$$

Діагональ BD ділить трапецію на два трикутники. Візьмемо відрізки AD та BC за основи цих трикутників, тоді BH та DH_1 – їх висоти. Оскільки відрізки BH та DH_1 є висотами трапеції ABCD, то BH = DH_1.

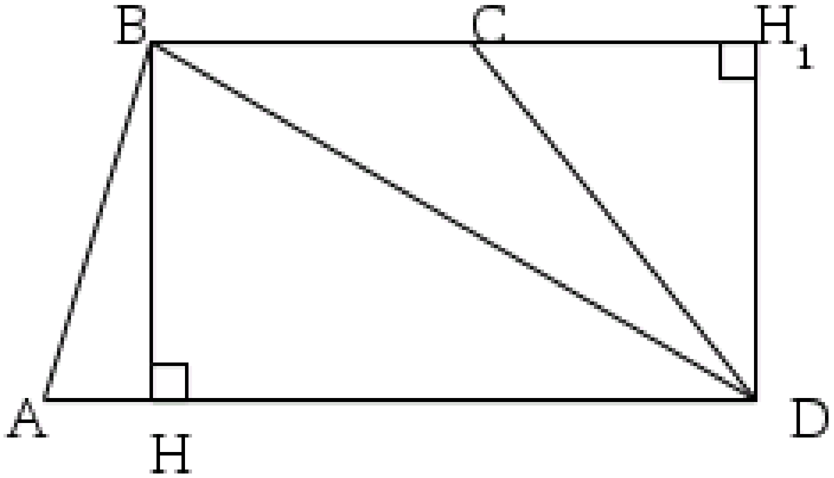


Рис. 10

$$S = S(ABD) + S(BCD) = \frac{1}{2} BH \cdot AD + \frac{1}{2} DH_1 \cdot BC = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BH$$

Площа довільного многокутника

Для обчислення площі довільного многокутника зазвичай ділять многокутник на трикутники і знаходять площу кожного трикутника. Сума площ цих трикутників дорівнює площі даного многокутника. [11]

2.2. Особливості вивчення правильних многокутників та їх властивостей (9 клас)

2.2.1. Вписане та описане кола правильного многокутника

Теорема. *Правильний многокутник є вписаним у коло й описаним навколо кола.*

Фігури, що мають рівні сторони та кути, здавна зачаровували людину досконалістю форми і таємничістю, яка завжди супроводжує досконалість. Такі фігури обожнювали, приписуючи їм магічні та навіть цілющі властивості.

Многокутники з рівними сторонами й кутами прикрашали фамільні герби середньовічних можновладців, обиралися символами таємних товариств, а дослідженню властивостей цих многокутників присвячували свої роботи найвидатніші математики минулих часів.

Вивчення правильних многокутників нерозривно пов'язане зі знаходженням довжини кола й площі круга. Недарма однією з класичних задач геометрії вважається задача про квадратуру круга — побудова квадрата, площа якого дорівнює площі даного круга. І хоча неможливість такої побудови за допомогою циркуля й лінійки вже давно доведено, вираз «квадратура круга» і сьогодні вживається для характеристики вкрай складних задач, що не мають розв'язку.

У процесі подальшого вивчення геометрії властивості правильних многокутників допоможуть розкрити секрети одного з найцікавіших геометричних перетворень — симетрії. А згодом, розглядаючи фігури в просторі, ви познайомитеся з тривимірним аналогом правильних многокутників — правильними многогранниками.

Серед розмаїття опуклих многокутників виділяють многокутники, у яких усі сторони рівні й усі кути рівні. Такі многокутники називають правильними.

Многокутник називається вписаним у коло, якщо всі його вершини лежать на цьому колі.

Многокутник називається описаним навколо кола, якщо всі його сторони дотикаються до цього кола.

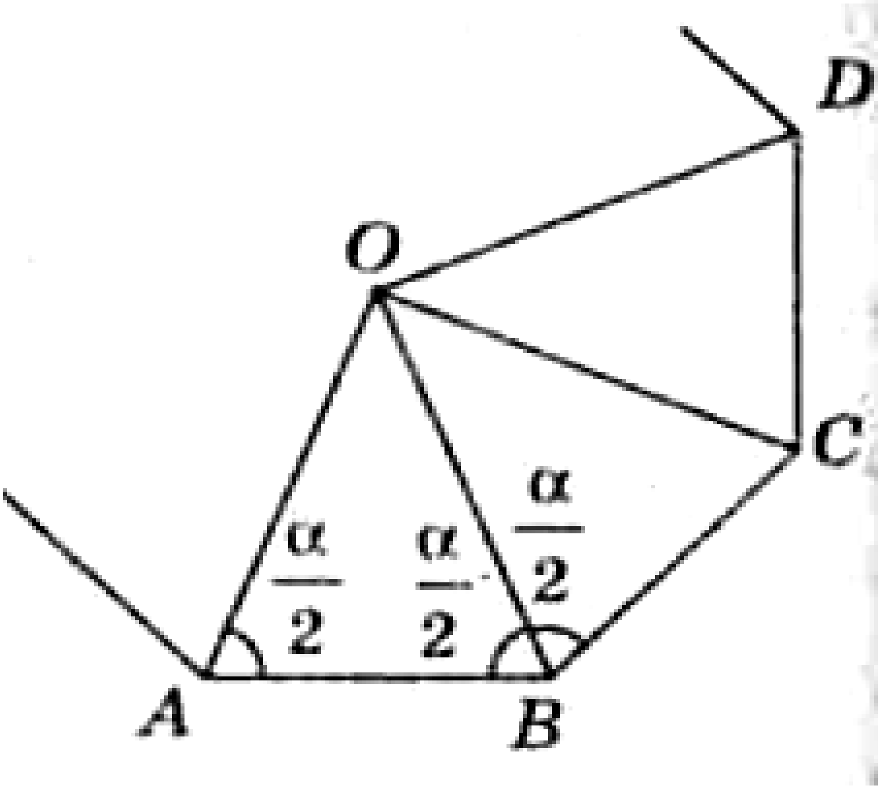
Величина кута дорівнює $\alpha_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180^0$.

Теорема. Навколо будь-якого правильного многокутника можна описати коло, і в будь-який правильний многокутник можна вписати коло, центри вписаного і описаного кіл при цьому збігаються.

Доведення Нехай *A і B* – дві сусідні вершини правильного многокутника (рис. 72). Проведемо бісектриси кутів *A і B,* які перетинаються в точці О. Трикутник *AOB* – рівнобедрений *(<OAB=<OBA*=α/2, де а – кут правильного многокутника). Сполучимо точку О з вершиною С, що є сусідньою з вершиною *B*. Δ*ABO*=Δ*CBO* (за першою ознакою рівності трикутників).

Із рівності трикутників випливає, що трикутник *OBC* – рівнобедрений з кутом <*C=α/2*, тобто *CO* – бісектриса кута *C.*

Потім сполучимо точку *O* із вершиною *D,* що є сусідньою з вершиною С, і доводимо, що трикутник *COD* – рівнобедрений і *DO* – бісектриса кута *D* і т.д. Отже, Δ*ABO*=Δ*BCO*=Δ*CDO*=.... Усі ці трикутники мають рівні бічні сторони і рівні висоти, проведені до їхніх основ. Звідси випливає, що всі вершини многокутника лежать на колі з центром *O* і радіусом, що дорівнює бічним сторонам трикутників, а всі сторони многокутника дотикаються до кола з центром О і радіусом, що дорівнює висотам трикутників, проведеним із вершини О.



Кут, під яким видно сторону правильного многокутника з його центра, називається центральним кутом многокутника. [2], [3]

2.2.2. Побудова правильних многокутників

На вмінні будувати бісектриси кутів та серединні перпендикуляри відрізків ґрунтується методика побудови правильних многокутників. Як побудувати серединний перпендикуляр відрізка.

Дано відрізок АВ (Рис. 2).

Потрібно побудувати його серединний перпендикуляр.

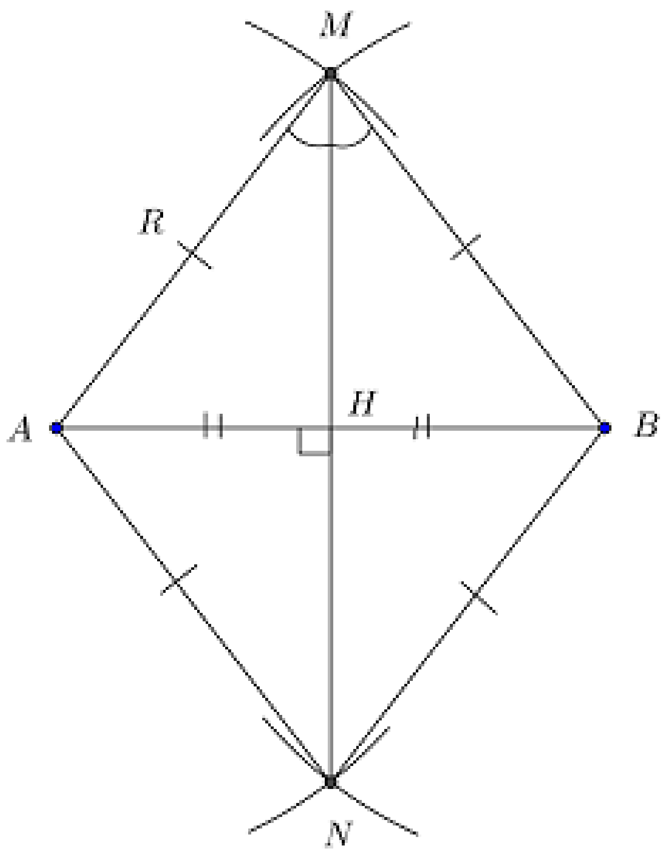


Рис. 2

1. Проведемо коло з центром у точці A довільного радіусу R (на рис 2. зображені лише фрагменти цього кола);

2. Аналогічно проведемо коло з центром у точці того ж радіусу (Рис. 2);

3. Точки M і N перетину побудованих кіл з'єднуємо відрізком;

4. Цей відрізок MN буде серединним перпендикуляром відрізка AB.

Доведемо це твердження.

Трикутники MNB і MNA рівні по трьох сторонах, звідки слідує рівність кутів при вершині M. Трикутники ANB і MBA також рівні по трьох сторонах, крім того, всі зазначені трикутники - рівнобедрені.

MH – бісектриса ΔMBA, а отже, вона є і висотою, і медіаною даного трикутника. Аналогічні міркування проводять і для відрізка NH. Таким чином, отримуємо, що MN^AB і ділить його навпіл.

Що й потрібно було довести.

Уміння будувати серединний перпендикуляр відрізка дозволяє розв’язувати багато задач.

Ось приклад одного з них: побудувати квадрат, якщо дано його діагональ d.

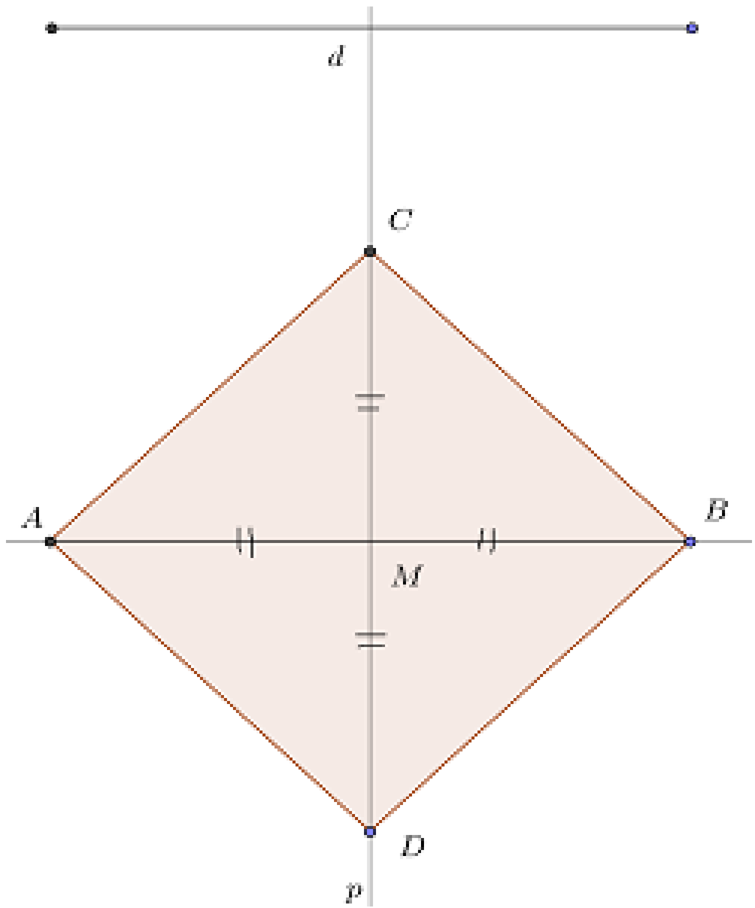


Рис.3

Побудова:

1. На довільній прямій відкладаємо відрізок AB, що дорівнює d.

2. За вказаним вище алгоритмом будуємо для відрізка AB серединний перпендикуляр (Рис. 3).

3. Знаходимо точку M перетину серединного перпендикуляра з відрізком. З цієї точки на прямий p відкладаємо відрізки MC = MD = MA.

4. З'єднуємо точки A, У, З, D відрізками, як показано на Рис. 3.

5. В результаті отримуємо квадрат з діагоналями AB та CD.

Задача розв’язана.

Ще одна важлива побудова – побудова бісектриси кута.

Нехай дано кут ÐO (Мал. 4). Необхідно побудувати його бісектрису.

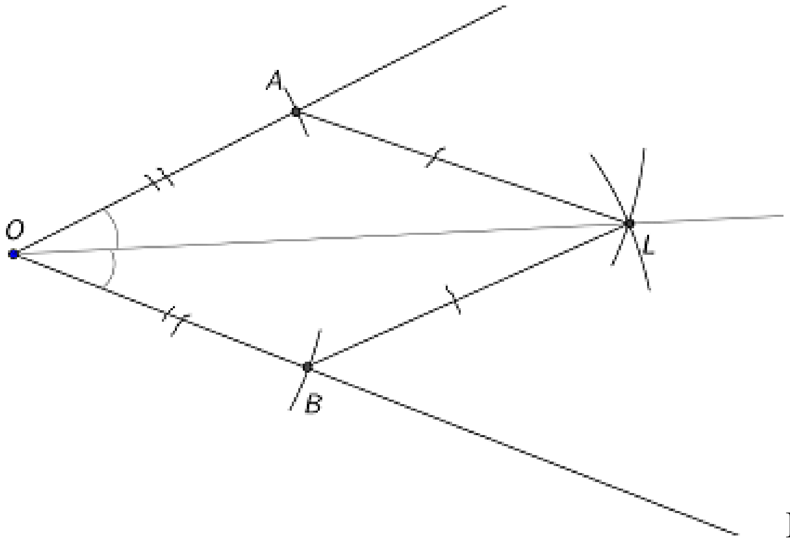


Рис.4

Побудова:

1. Будуємо коло з центром у точці O деякого радіусу R. На Рис. 4 це коло показано фрагментарно.

2. Знаходимо точки A і B перетину цього кола зі сторонами IO.

3. Будуємо коло з центром у точці A деякого радіусу (Мал. 4).

4. Аналогічно будуємо коло з центром у точці B і того ж радіуса.

5. Знаходимо точку L перетину цих кіл .

6. З'єднуємо точки L та O відрізком.

7. Отриманий відрізок LO – бісектриса кута (це твердження легко доводиться при врахуванні рівності трикутників OLA та OLB).

Побудова закінчена.

Найважливішим із правильних многокутників є рівносторонній трикутник.

Задача: побудувати правильний трикутник ABC, сторона якого дорівнює *a*.

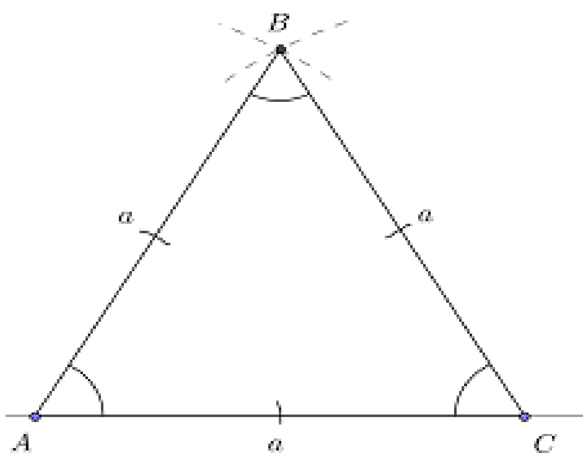


Рис. 5

Побудова:

1. На довільній прямій вибираємо точку А та за допомогою лінійки відкладаємо на цій прямій відрізок AC = *a*.

2. Будуємо два кола однакового радіусу а – з центром у точці А та з центром у точці С (на Мал. 5 фрагменти кіл показані пунктиром). Для цього ніжки циркуля за допомогою лінійки розводимо на потрібну відстань.

3. Знаходимо точку перетину цих кіл і з'єднуємо її з точками А і С.

4. Отримали правильний трикутник АВС.

Задача розв’язана.

Розглянемо алгоритм побудови правильного шестикутника.

Задача: побудувати правильний шестикутник зі стороною a_1.

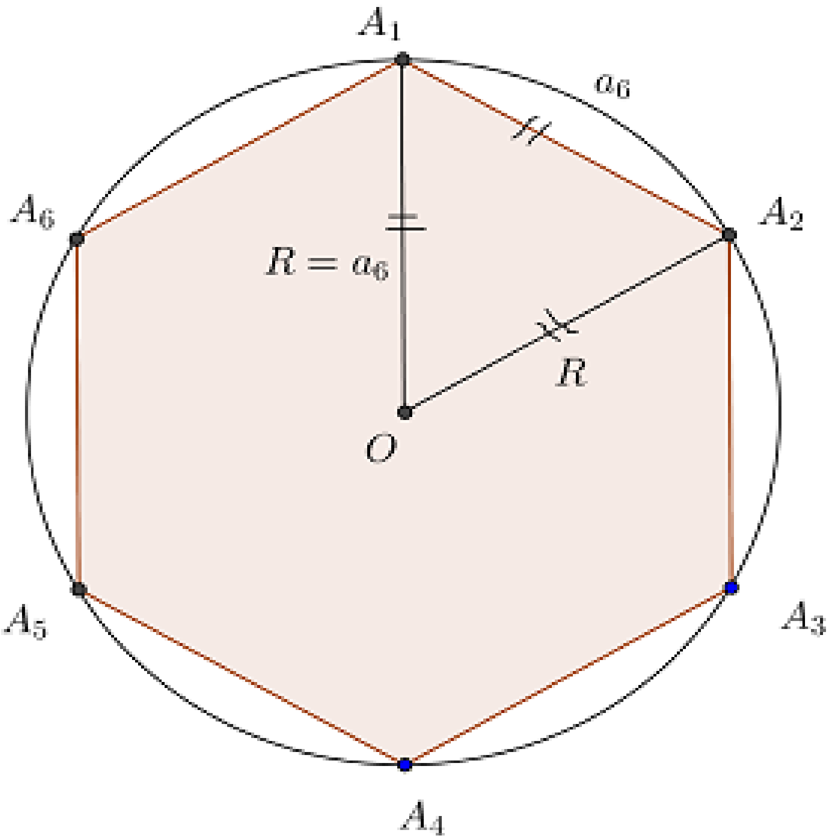


Рис. 6

1. Для початку згадаємо доведену на попередніх уроках властивість шестикутника: довжина його сторони дорівнює радіусу описаного кола:

$$a_6 = R.$$

2. Побудуємо коло з центром у довільній точці O та радіусом $R=a_1$.

Кут між ніжками циркуля не міняємо.

3. Помістивши одну ніжку циркуля в довільну точки A_1 на колі, за допомогою другої ніжки відзначимо на тому ж колі точку A_2 і з'єднаємо її з точкою A_1. Отримаємо першу сторону шестикутника.

4. Повторивши ті ж дії ще 4 рази, отримаємо решту вершин шуканої фігури.

5. В результаті отримаємо A1 … A6 – правильний шестикутник із центром у точці O.

Задача розв’язана.

Наступна задача демонструє важливий прийом, необхідний для побудови правильних многокутників.

Подвоєння числа сторін правильного многокутника.

Задача.

Дано правильний n-кутник A_1 … An (Мал. 7). Побудувати правильний 2n-кутник $A_1B_1A_2B_2$ … AnBn, тобто правильний многокутник з числом сторін удвічі більшим, ніж у вихідного.

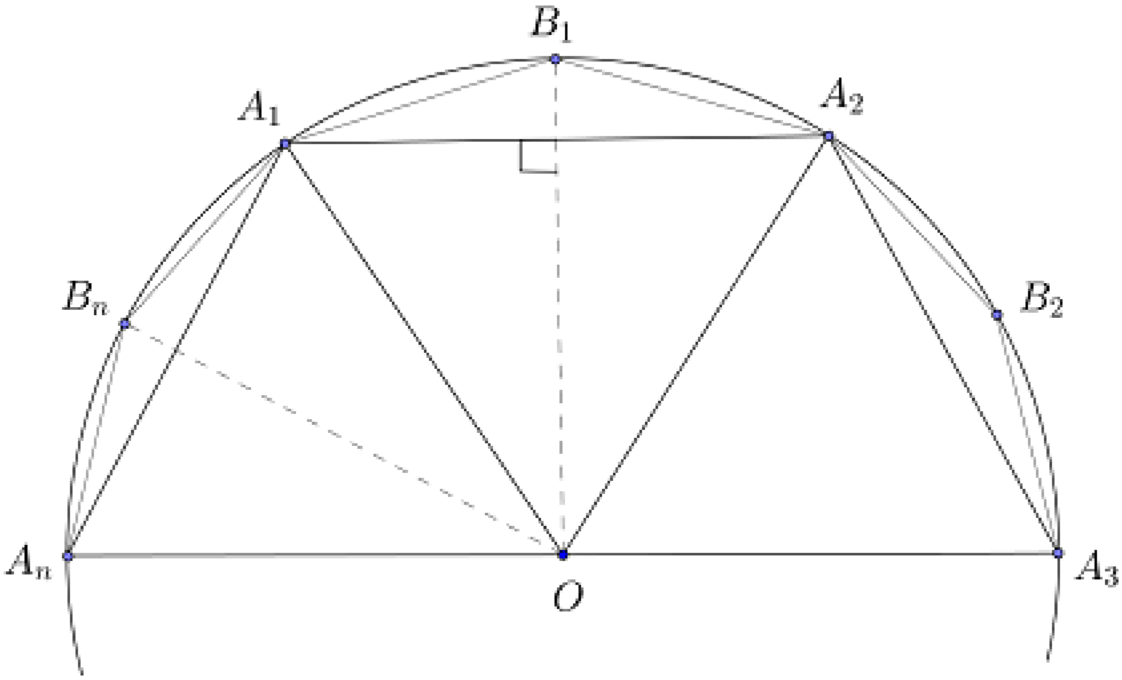


Рис. 7

Побудова:

1. Відновимо серединні перпендикуляри до двох сусідніх сторін вихідного многокутника та знайдемо точку О їх перетину (показані пунктиром на Рис. 7).

2. Проведемо коло з центром у точці О та радіусом, рівним OA_1. Це коло пройде через всі вершини многокутника, тому що є описаним біля нього.

3. За допомогою серединних перпендикулярів до сторін многокутника, опущених з точки О, розділимо всі його сторони та всі дуги кола, укладені між його сусідніми вершинами, навпіл. Для цього досить просто опустити перпендикуляри з центру кола на сторони та продовжити їх до перетину з колом.

4. Точки B_1, B_2, … B_n перетину серединних перпендикулярів з колом з'єднати з вершинами многокутника A_1 … A_n відрізками, як показано на Рис. 7.

5. Отримана фігура і буде шуканим правильним многокутником, число сторін якого вдвічі більше від кількості сторін вихідного многокутника.

Задача розв’язана.[8]

2.3. Використання ІКТ при вивченні теми «Многокутники»

У сучасних умовах, в освітній діяльності важлива орієнтація на розвиток пізнавальної самостійності учнів, їх самовдосконалення. Сьогодні залишається відкритим питання: «Як же найбільш ефективно використовувати потенційні можливості сучасних інформаційних та комунікаційних технологій при навчанні школярів, в тому числі, при навчанні математики?» ІКТ у навчанні допомагають посилити мотивацію навчання, урізноманітнити форми подання інформації, посилити співтворчість учителя та учня на уроці, розширити самостійність учня. Для вдосконалення навичок учнів під час уроків геометрії, а саме теми «Многокутники» доцільно використовувати наступні можливості комп'ютерних технологій:

- Зберігання та систематизація інформації (портфоліо вчителя);
- Підготовка дидактичного матеріалу;
- Використання ППЗ;
- Інтернет-ресурси. [13]

Портфоліо вчителя

Якщо всі матеріали зберігати в паперовому вигляді, то кількість паперів перебільшить кількість папок, полиць, стелажів. Інформація в електронному цифровому форматі займає малий матеріальний простір, полегшує пошук потрібної інформації, її опрацювання та використання. Тому для зберігання інформації в електронному вигляді, створюють інформаційно-методичну базу вчителя, так зване портфоліо.

Портфоліо зручно розділити на такі основні папки:

- Дидактичні матеріали;
- Педагогічні програмні засоби;
- Учнівські роботи;
- Методична робота.

Підготовка дидактичного матеріалу

Підготовка роздаткового матеріалу

Для виготовлення роздаткового матеріалу можна використовувати текстовий редактор Word (для виготовлення карток з завданнями), «Пакет динамічної геометрії DG» (побудова геометричних фігур).

Презентації

Презентації на сучасному етапі розвитку інформаційних технологій є одним з найефективніших методів представлення та вивчення будь-якого матеріалу. Комп'ютерні презентації дозволяють підійти до процесу навчання творчо, урізноманітнити способи подачі матеріалу, поєднувати різні організаційні форми проведення занять з метою отримання високого результату, при мінімальних витратах часу на навчання. Для створення презентацій використовую програму Power Point. [14]

Використання презентаційних матеріалів для теми «Многокутники» допомагає:

- раціоналізувати форми підношення інформації (економії часу на уроці);
- підвищити ступінь наочності;
- отримати швидкий зворотний зв'язок;
- відповідати науковим і культурним інтересам і запитам учнів;
- створити емоційне ставлення до навчальної інформації;
- активізувати пізнавальну діяльність та самовдосконалення учнів.
- реалізувати принципи індивідуалізації та диференціації навчального процесу

Мультимедійні презентації використовуються на різних етапах уроку

- Пояснення нового матеріалу (зображення многокутників на екрані, проектування основних визначень);
- Первинна перевірка розуміння, закріплення знань (покрокове зображення об’єктів фігур);
- Перевірка домашнього завдання. Актуалізація опорних знань (показ слайдів з покроковим виконанням завдання для перевірки);
- Розв’язування вправ (виведення умови задачі та покрокове розв’язання на екран);

Мультимедійна презентація є чудовим засобом виконання принципу наочності на уроках математики. Тому презентації використовуються для демонстрації портретів відомих математиків, різних фігур і тд.

Комп'ютерне тестування

Ефективною вважається перевірка знань учнів у формі комп'ютерного тестування. Для створення комп'ютерних тестів можна використовувати програми TestW та MyTest.

Тести є одним з найзручніших видів діяльності для перевірки знань учнів. Тому вони часто використовуються на уроках.

Використання ППЗ

В основній школі для вивчення многокутників можна використовувати програмно-методичні комплекси навчального призначення, які складаються з теоретичної частини (подання нового матеріалу), вправ з подальшими правильними відповідями та тестових контрольних робіт з кожної теми. ПМК використовують:

- для підготовки до уроку;
- для пояснення нового матеріалу;
- для створення власних уроків і редагування існуючих;
- для формування та закріплення навичок розв'язування вправ, передбачених програмою;
- для проведення тестового контролю знань;
- для проведення індивідуальних і факультативних занять.

Робота учнів з комп'ютерними програмами з математики дає можливість не тільки отримати нові форми комутативної роботи учнів, значно підвищити їхню пізнавальну активність та результативність навчального процесу, а й виховувати особистість, яка зможе комфортно відчувати себе в інформаційному суспільстві. [12]

Як демонстраційний матеріал доцільно використовувати «*Бібліотеку електронних наочностей «Геометрія, 7-9 класи»»*. Одну й ту саму наочність можна використовувати з різним цільовим призначенням. Наприклад, побудова трикутників за основними елементами (двома сторонами і кутом між ними, стороною і прилеглими до неї кутами, трьома сторонами) призначена для вироблення вмінь виконувати основні побудови; вона ж використовується для самостійного "відкриття" учнями ознак рівності трикутників, а також для застосування їх в типових ситуаціях.

Пакет «Динамічна геометрія» призначений для використання вчителями математики й учнями 7-11 класів на уроках геометрії. [6], [10]

Мета пакета – надати учням можливість самостійно відкривати геометрію шляхом експериментування на комп'ютері. Пакет також використовується для ілюстрації задач і теорем курсу планіметрії.

Використовуючи пакет DG в 9 класі на уроці геометрії з теми «Сума кутів опуклого многокутника», спочатку можна ознайомити учнів з новою темою та розв'язати задачі використовуючи формули S=1800(n-2), тобто теоретично, далі за допомогою програми учні будують довільні многокутники, вимірюють кути, знаходять суму кутів многокутника і перевіряють за допомогою формули правильність обчислень. Це дає змогу практично розв'язати задачі та активізувати самостійну діяльність учнів. [21]

Інтернет-ресурси

Серед джерел інформації слід особливо відзначити мережу Інтернет, варто рекомендувати учням сайти, де зібрано теоретичний матеріал, а також сайти, де учні можуть самостійно перевірити рівень своєї підготовки, тести за темою в режимі on-line. Учні можуть використовувати інтернет ресурси для підготовки доповідей на уроках («Правильні многокутники») та позакласних заходах. [16]

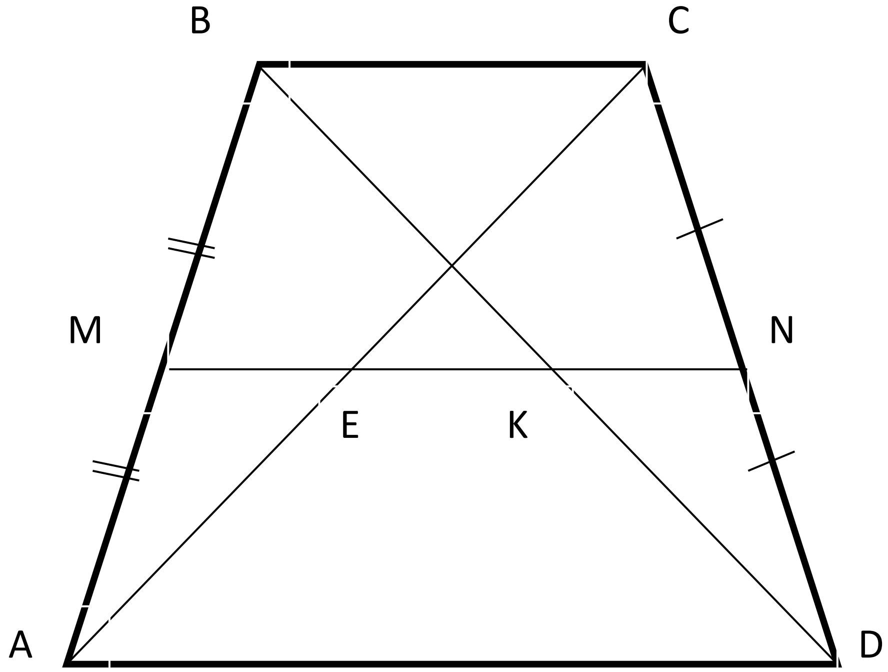
В умовах комп'ютеризації середньої освіти в навчальний процес неминуче впроваджуються комп'ютерні технології навчання. Використання засобів інформаційно-комунікаційних технологій при вивченні теми «Многокутники» дає можливість вдосконалювати організацію уроку, активізує пізнавальну діяльність учнів з метою отримання знань для їх подальшого використання у практичній діяльності. Я вважаю, що для впровадження ідеї інформаційно-комунікаційних технологій навчання можна використовувати величезну палітру методів і форм, що розроблені в сучасній педагогіці. [20]

2.4. Приклади задач по темі «Многокутники»

1. Основи трапеції дорівнюють 4 см і 10 см Знайдіть довжину відрізка середньої лінії, який лежить між діагоналями.[9]

Дано: ABCD – трапеція, MN – середня лінія, BC = 4 см, AD = 10 см, E, K – точки перетину MN і AC та BD.

Знайти: EK



Розв'язання

$$MN = \frac{AD + BC}{2}$$

$$MN = \frac{10 + 4}{2} = 7 \text{ см}$$

Розглянемо ▲ABC

ME – середня лінія,

$$ME = \frac{1}{2}BC$$

$ME = \frac{1}{2}BC$

$ME = \frac{1}{2} * 4 = 2$ см.

Розглянемо ▲BCD KN – середня лінія, KN= $\frac{1}{2}BC$, $KN = \frac{1}{2} * 4 = 2$ см.

MN = ME + EK + KN

EK = MN – (ME + KN)

EK = 7 – (2 + 2) = 3 (см).

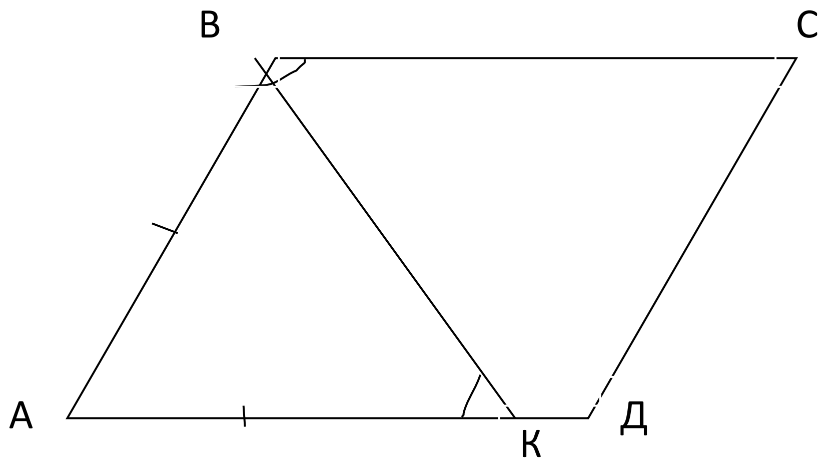
Відповідь: довжина відрізка середньої лінії, який лежить між діагоналями - 3 см.

2. Бісектриса тупого кута паралелограма ділить його сторону у відношенні 1:3, рахуючи від вершини тупого кута. Периметр паралелограма дорівнює 84 см. Знайдіть його сторони. [11]

Дано: АВСД – паралелограм, ВК – бісектриса кута В, АК:КД = 3:1, $P_{АВСД}$=84 см.

Знайти: АВ, ВС.

Розв'язання



Оскільки ВК – бісектриса, то ∟СВК = ∟ВКА, ∟СВК = ∟АКВ, як внутрішні різносторонні при паралельних ВС та АД та січній ВК;

Тоді ∟АВК = ∟АКВ, отже трикутник АВК – рівнобедрений з основою ВК, тобто АВ = АК.

Нехай *к* – коефіцієнт пропорційності, тоді КД = *к*, АВ = АК = 3*к*, отже АД = 4*к*.

Тоді периметр паралелограма:

*(4к + 3к)*2 = 14к*

14к = 84

к = 6 см.

АВ = 6*3 = 18

АД = 6*4 = 24

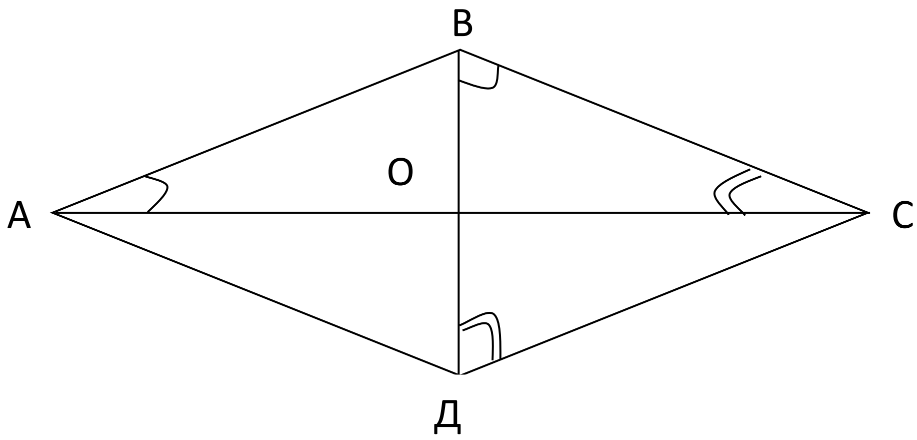
Відповідь: АВ = 18 см, АД = 24 см.

3. В опуклому чотирикутнику АВСД діагоналі перетинаються в точці О. Відомо, що ∟ВАС = ∟СВД, ∟ВСА = ∟СДВ. Доведіть, що СО*СА = ВО*ВД.[9]

Дано: АВСД – чотирикутник; АС і ВД – діагоналі; ∟ВАС=∟СВД, ∟ВСА=∟СДВ.

Довести: що СО*СА = ВО*ВД.

Доведення



1) ▲СВО ~▲САВ (за першою ознакою подібності трикутників). Із подібності випливає, що

$$\frac{\mathrm{OC}}{\mathrm{BC}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}$$

$$\mathrm{OC} * \mathrm{AC} = \mathrm{BC}^2$$

2) ▲СВО ~▲ДВС (за першою ознакою подібності трикутників). Із подібності випливає, що

$$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{BO}} = \frac{\mathrm{BД}}{\mathrm{BC}}$$

$$\mathrm{BO} * \mathrm{BД} = \mathrm{BC}^2$$

3) Маємо:

$\mathrm{CO} * \mathrm{AC} = \mathrm{BO} * \mathrm{BД} = \mathrm{BC}^2$, отже СО*СА = ВО*ВД, що і треба було довести.

4. Форму яких рівних правильних многокутників можуть мати дощечки паркету, щоб ними можна було вистелити підлогу?

Розв'язання

Трикутників, або квадратів, або шестикутників навколо однієї точки можна укласти стільки дощечок, у скільки разів, кут при вершині дощечки, який дорівнює $\frac{180°(n-2)}{n}$ менше від 360˚.

$360^\circ : \frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{360^\circ * n}{180^\circ(n-2)} = \frac{2n}{n-2}$ має бути натуральним числом, отже n=3 $\frac{6}{3-2} = 6$

n=4 $\frac{8}{4-2} = 4$

n=6=12/(6-2)=3

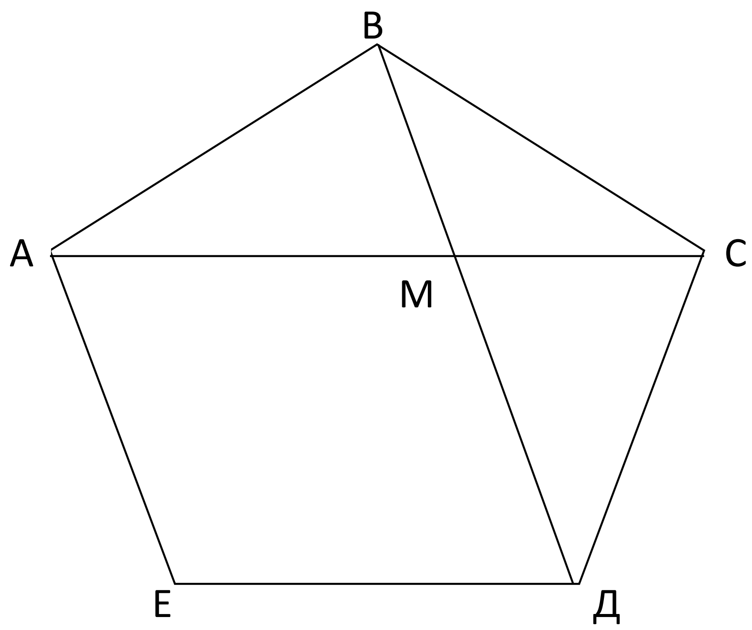
n=7 14/5 – не натуральне число.

5. Діагоналі АС і ВД правильного п’ятикутника АВСДЕ перетинаються в точці М. Доведіть, що АМ² = АС*МС.[17]

Дано: АВСДЕ – правильний п’ятикутник, АС і ВД – діагоналі.

Довести: що АМ² = АС*МС.

Доведення



Розглянемо ▲АВС і ▲СМВ, у них ∟ВАМ = ∟АВС (так як ▲АВС – рівнобедрений), ∟АВС = ∟ВМС, отже ▲АВС ~ ▲СМВ (за першою ознакою), тоді $\frac{AC}{BC} = \frac{AM}{MC}$.

АМ*ВС = АС*МС, отже АМ² = АС*МС, що і треба було довести.

ВИСНОВКИ

Вивчення в шкільному курсі многокутників є доцільним у зв’язку з тим, що це дає можливість забезпечити засвоєння учнями істотних властивостей і ознак окремих видів чотирикутників, правильних многокутників і навчити застосовувати здобуті знання до розв'язування різних видів задач.

Дослідження даної теми дало підстави зробити висновок, що у процесі вивчення многокутників розвивається:

- просторове мислення (вид розумової діяльності, що забезпечує створення просторових образів і оперування ними в процесі розв’язання різних теоретичних і практичних задач),
- логічне мислення (здатність мислити точно й послідовно, не допускаючи протиріч в своїх міркуваннях, та вміння викривати логічні помилки),
- формування вмінь проводити класифікацію понять, вказуючи структурні зв’язки між ними;
- вміння використовувати вивчений навчальний матеріал для розв'язування різних задач, зокрема практичних.

У ході написання роботи були вирішені всі поставлені завдання, тим самим мета дипломної роботи була досягнута.

Було здобуто такі результати:

1) опрацьовано науково-методичні джерела та навчальну літературу за напрямками дослідження;

2) проаналізовано програму навчання геометрії в старшій школі;

3) зроблено порівняльний аналіз та виділено особливості введення основних понять з теми «Многокутники» у шкільних підручниках;

4) сформульовано методичні вказівки до формування основних понять з теми дослідження;

5) виділено методичні особливості розв’язування задач з основних розділів теми «Многокутники».

Можна зробити наступні висновки:

1) Засоби навчання, такі як моделі фігур та наочні приладдя дозволяють

вчителю більш глибоко пояснити матеріал, тим самим краще формувати та розвивати предметну математичну компетентність.

2) Уміння виконувати зображення фігур необхідні фахівцям у багатьох сферах діяльності. Найбільша відповідальність за їх формування в нинішніх умовах покладена на шкільний курс геометрії. Тому потрібно працювати над формуванням і розвитком вмінь старшокласників будувати зображення фігур та використання цих навичок під час розв’язування задач, доведення теорем тощо.

3) Уміння будувати зображення фігур мають бути структуровані на елементарні вміння, з яких формуються більш складні, поки не сформуються узагальнені вміння, яких повинні набути учні на кінець вивчення. Така ієрархія вмінь має бути чітко прописана в програмі з геометрії для школи, у вигляді компетентностей, якими мають оволодіти старшокласники під час вивчення курсу.

4) Для досягнення позивних результатів у формуванні в учнів математичної компетентності доцільно використовувати таблиці, схеми, добірки орієнтованих усних задач, добірки орієнтованих базових задач, комп’ютерні, анімаційні динамічні моделі тощо.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Апостолова Г.В. Стереометрія в опорних схемах. Київ: Факт, 2000. 68 с.
2. Бевз Г. П. Геометрія 7-9 клас. Київ: «Відродження», 2015.
3. Бевз Г.П., Бевз В. Г. Вивчення елементів стереометрії в основній школі. Математика. 2012. № 13.
4. Безусова Т.А. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ И ИХ СВОЙСТВ И ПРИЗНАКОВ. Международный журнал экспериментального образования. 2019. № 3. С. 22-26.
5. Богачков Ю.М., Ухань П.С., Новіков Ю.Л. Дистанційне навчання школярів - можливості та проблеми. URL: https://lib.iitta.gov.ua/153/1
6. Боровик Г. В. Компетентнісний підхід до навчання учнів на уроках математики / Методичний посібник для вчителя. Полтава, 2012. 120 с.
7. Бузенко С. А., Лук'ященко В.І. Методичний посібник «Правильні многокутники». Золотоноша, 2015.
8. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія 7-9 клас. Київ: "Оріон", 2017.
9. Вивчення теми "Многокутники" в шкільному курсі геометрії. Методика викладання математики в середній школі. URL: http://4ua.co.ua/pedagogics/tb3bd78b4d43b88521216d37.html
10. ВИКОРИСТАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР. Освіта і наука. Зб. наукових праць. К: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2019. 877 с.
11. Геометрія: підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів / А. П.Єршова, В. В. Голобородько, О. Ф. Крижановський, С. В. Єршов. Харків: Ранок, 2017. 256 с.
12. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Математика з комп'ютером: посібник для вчителів. Київ: РННЦ "ДІНІТ", 2007. 217с.
13. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навчальний посібник / В.В. Корольськнй, Т.Г. Крамаренко, С. О. Семеріков,

С.В. Шокалюк; науковий редактор академік АПН України, д.пед.н., проф. М. І. Жалдак. Кривий Ріг: Книжкове видавництво Кирєєвського: 2009. 324 с.

14. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навч. посіб. / Т. Г. Крамаренко, В. В. Корольський, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк ; наук. ред. М. І. Жалдак. Вид. 2, перероб. і доп. Кривий Ріг: Криворізький держ. пед. ун-т, 2019. 444 с. URL: http://elibrary.kdpu.edu.ua/jspui/handle/0564/

15. Казначей І. В. Діяльнісний підхід та формування ключових компетентностей учнів на уроках математики / Методичний посібник для вчителів, 2013.

16. Кізь Л.В., Ревуцька Н.М. «Програма вступних випробувань з математики 2021». URL: https://www.pkng.pl.ua/images/pdf/program/mat9.pdf

17. Коберник І. Дистанційне навчання під час карантину: що робити школам, батькам і МОН. Смарт освіта. 2020. URL: https://nus.org.ua/view/dystantsijne-navchannya-pid-chas-karantynu-plan-dij-dlya-shkil-batkiv-i-mon/

18. Компетентнісна освіта: від теорії до практики. Збірка статей. К.: Плеяди, 2005. 120 с. (Відкритий урок. Основна школа. Вип. 3-4)

19. Крамаренко Т.Г. Уроки математики з комп'ютером. Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. 271с.

20. Креативність, або творчі здібності. Математика в школах України. 2014. №11.

21. Ляхова Т. П. Впровадження ІКТ на уроках математики як умова розвитку самовдосконалення учнів. URL: https://naurok.com.ua/vprovadzhennya-ikt-na-urokah-matematiki-yak-umova-rozvitku-samovdoskonalennya-uchniv-69948.html

22. Наказ. Науково-методичні вимоги до підручників 2018. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/uploads/public/5bd/c11/8e3/5bdc118e32ea9452929709.pdf

23. Плани-конспекти уроків по математиці. Правильні многокутники. URL: https://school.home-task.com/pravilni-mnogokutniki-2/

24. Прокопенко Н.С., Щекань Н.П.(відповідальні за випуск). Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Навчальні програми для профільного навчання. Програми факультативів, спецкурсів, гуртків. Математика. Київ: Навчальна книга, 2003. 302с.

25. Формування ключових компетентностей на уроках математики (основна школа). URL: https://naurok.com.ua/formuvannya-klyuchovih-kompetentnostey-na-urokah-matematiki-osnovna-shkola-27697.html

26. Чотирикутники — ліворуч, чотирикутники — праворуч. Урок-семінар з геометрії у 8 класі. Математика в школах України. 2013. № 30 (402).

27. Чотирикутники навколо нас. Історія геометрії. URL: https://valentina0202.blogspot.com/p/blog-page.html

28. Ювковецька Н. Г. Методичний посібник "МНОГОКУТНИКИ". URL: https://naurok.com.ua/metodichniy-posibnik-mnogokutniki-90815.html

ДОДАТОК А

План-конспект уроку

Тема «Чотирикутники. Види чотирикутників»

Мета:

формування предметних компетентностей: систематизувати, узагальнити знання про чотирикутники, їхні властивості, ознаки;

формування ключових компетентностей: формувати вміння оцінювати результати своєі навчальноі діяльності; сприяти формуванню культури мовлення;

сформувати уявлення про чотирикутник, його елементи: вершина, сторона, діагональ, сусідні сторони (вершини), протилежні сторони (вершини); ввести поняття периметра чотирикутника. уявлення про чотирикутник, його елементи: вершина, сторона, діагональ, сусідні сторони (вершини), протилежні сторони (вершини); ввести поняття периметра чотирикутника.

Сформувати первинні вміння:

- відтворювати означення чотирикутника, його елементів;
- знаходити на рисунку зображення чотирикутника та його елементів;
- виконувати рисунки за описом;
- розв'язувати найпростіші задачі на обчислення із використанням поняття периметра чотирикутника.

Тип уроку: засвоєння нових знань.

Наочність та обладнання: конспект «Чотирикутники».

Хід уроку

I. Організаційний етап

Вступне слово вчителя про:

- особливості вивчення геометрії у 8 класі;
- організацію навчального процесу у 8 класі;
- будову підручника.

II. Перевірка домашнього завдання

Вчитель перевіряє літнє домашнє завдання (якщо таке було задано).

III. Формулювання мети і завдань уроку

Усвідомленому сприйняттю учнями матеріалу уроку може сприяти робота з повторення та усвідомлення найважливіших понять, вивчених у 7 класі (цю роботу проводимо на етапі актуалізації знань та вмінь учнів), зокрема формується думка про те, що серед найважливіших понять курсу геометрії 7 класу можна виділити трикутник. Необхідно звернути увагу учнів на систему вивчення геометричної фігури «трикутник»: означення → елементи → властивості → поняття рівності → ознаки рівності → розв'язування задач із використанням теоретичних відомостей про трикутник.

Після проведеної роботи з повторення означення та основних властивостей трикутника пропонуємо учням виконати завдання.

На площині дано 4 точки; розгляньте всі можливі випадки їх взаємного розташування. Які фігури утворяться, якщо поєднати всі можливі випадки їх взаємного розташування? Які можливі варіанти взаємного розташування 4-х точок та фігур, що утворяться в результаті послідовного з'єднання точок відрізками.

Зосереджуємо увагу учнів на випадку, коли жодні три точки не лежать на одній прямій і жодні два відрізки не мають спільних внутрішніх точок, та таким чином формулюємо основну дидактичну мету уроку — вивчити згаданий випадок та його найпростіші властивості.

IV. Актуалізація опорних знань

Виконання усних вправ

1. Чи правильні наведені твердження?

1) Через точку площини можна провести не менш ніж 1000 прямих;

2) сполучивши попарно три точки на площині, завжди дістанемо три прямі;

3) на кожній прямій можна вибрати принаймні 100 точок.

2. Скільки трикутників зображено на *рисунку 1?* Назвіть їх.

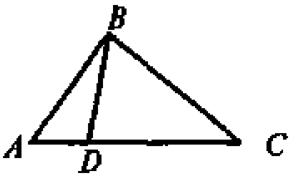


Рис. 1

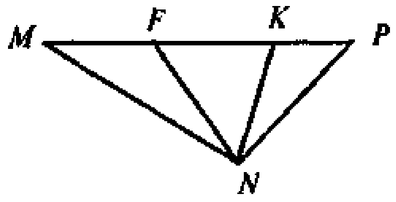


Рис. 2

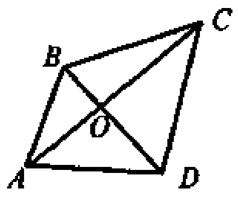


Рис. 3

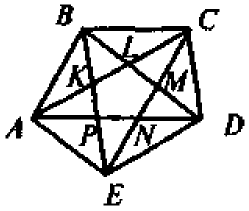


Рис. 4

3. Скільки трикутників зображено на *рисунку 2?* Назвіть їх.

4. Знайдіть усі трикутники *(рис. 3),* дві вершини яких знаходяться в точках *A* та *B*.

5. Знайдіть усі трикутники *(рис. 4),* дві вершини яких знаходяться в точках *A* та *B*.

V. Засвоєння знань

План вивчення нового матеріалу

1. Означення чотирикутника.

2. Елементи чотирикутника.

3. Периметр чотирикутника.

✍ Означення чотирикутника є одним із найважливіших означень курсу геометрії 8 класу. Саме тому усвідомленому сприйняттю цього означення допоможе робота, проведена на етапі формулювання мети уроку: учні мають зрозуміти, що для існування чотирикутника з вершинами в даних чотирьох точках необхідне одночасне виконання двох умов:

- жодні три з даних чотирьох точок не повинні лежати на одній прямій;
- жодні дві сторони (відрізки, що з'єднують ці точки) не повинні мати точок перетину (внутрішніх).

Завдання. Чи є чотирикутником фігура, утворена точками *A, B, C* і *D* та відрізками *AB, BC, CD* і *AD?*

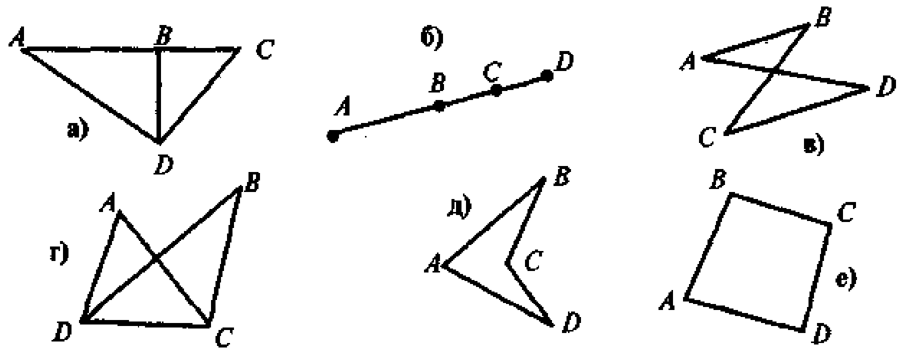


Рис. 5

Під час вивчення питання про елементи чотирикутника корисно було б зробити порівняння з елементами трикутника (дослідити, як впливає збільшення кількості вершин многокутника на його елементи). Тоді зрозуміло, що, на відміну від сторін та кутів трикутника, сторони і

Кути чотирикутника можуть бути по-різному розташовані один відносно іншого (таким чином, вводиться поняття протилежних, сусідніх, суміжних сторін або вершин чотирикутника). Також важливим є питання про правильне позначення чотирикутника (у цьому питанні учні часто припускаються помилок): важливо, щоб учнів усвідомили, що, на відміну від позначення трикутника (усі вершини якого називають у довільному порядку), позначаючи чотирикутник, його вершини треба

називати тільки послідовно (букви, що стоять поряд у позначенні

чотирикутника, визначають сусідні вершини або одну із сторін чотирикутника). Усвідомленому сприйняттю цього фрагменту матеріалу допоможе робота за готовими рисунками.

Завдання. Чи можна чотирикутники, що зображені на *рисунку 6,* позначити *MNKP*?

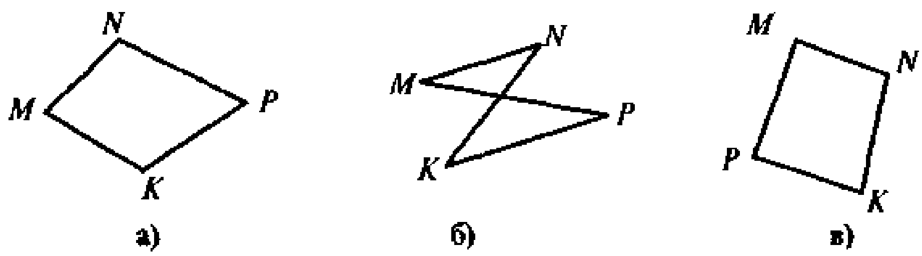


Рис. 6

Порівнюючи трикутник і чотирикутник, можна сформувати поняття діагоналі чотирикутника (для усвідомлення учнями змісту цього поняття можна запропонувати питання про неможливість існування діагоналі трикутника) та периметра чотирикутника.

Під час засвоєння нових знань доцільно складати з допомогою учнів опорний конспект, в якому теоретичні відомості подані в стислому вигляді.

VI. Формування первинних умінь

Виконання усних вправ

1. Скільки сусідніх вершин має вершина чотирикутника? Скільки протилежних?

2. Назвіть сусідні й протилежні вершини для вершини *B* чотирикутника *ABCD.*

3. Скільки сусідніх сторін має сторона чотирикутника? Скільки протилежних?

4. Назвіть сусідні й протилежні сторони для сторони *AD* чотирикутника *ABCD.*

5. Відрізок, який сполучає дві вершини чотирикутника, не є його діагоналлю. Чи можуть дані вершини бути протилежними?

6. Вершинами чотирикутника є точки *K, L, M, N.*

а) Відомо, що *KM* і *ML* — сторони чотирикутника. Назвіть його діагоналі.

б) Відомо, що *KL* — діагональ чотирикутника. Назвіть вершини, сусідні з вершиною *K.*

в) Даний чотирикутник можна назвати *KMLN.* Чи можна його назвати *MLAN?*

Виконання графічних вправ

Позначте точки *A, B, C* і *D,* які не лежать на одній прямій, і послідовно сполучіть їх відрізками так, щоб утворився чотирикутник. Дайте назву здобутому чотирикутнику і проведіть його діагоналі.

Виконання письмових вправ

1. Знайдіть периметр чотирикутника, якщо його найменша сторона дорівнює 5 см, а кожна наступна сторона на 2 см більша за попередню.

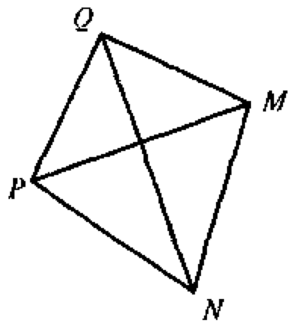
2. Знайдіть сторони чотирикутника, якщо його периметр дорівнює 3 дм, а одна сторона менша від кожної *з* трьох інших на 2 см, 3 *см* і 5 см відповідно.

3*. Периметр чотирикутника *ABCD* дорівнює 23 дм. Знайдіть довжину діагоналі *AC,* якщо периметр трикутника *ABC* дорівнює 15 дм, а периметр трикутника *ADC* дорівнює 22 дм.

VII. Підсумки уроку

Тестове завдання

Яке з тверджень неправильне? У чотирикутнику *PQMN (див. рис):*



1) вершини *M* і *N* сусідні з вершиною *Q;*
2) вершина N протилежна вершинії Q;
3) відрізки *QN* і *PM* — діагоналі;
4) *NP* і *NM* — сусідні сторони.

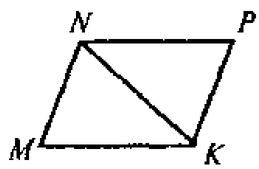
VIII. Домашнє завдання

Вивчити зміст основних понять уроку. Розв'язати задачі.

1. Чи існує чотирикутник *ABCD,* в якому *AB* = 9 см, *BC* = 12 см, *AC* = 21 см? Відповідь обґрунтуйте.

2. Периметр чотирикутника дорівнює 20 см. Знайдіть сторони чотирикутника, якщо одна з них складає 40 % периметра, а три інші рівні.

3. Сторони чотирикутника відносяться як 3 : 4 : 5 : 6. Знайдіть периметр чотирикутника, якщо сума його найбільшої і найменшої сторін дорівнює 18 см.



4. (На повторення). Відомо, що *AKMN=ANPK (див. рис).*

а) Доведіть, що *MK* || *NP*;

б) знайдіть $\angle P$, якщо $\angle M = 65°$.

ДОДАТОК В

План-конспект уроку

Тема. Правильні многокутники та їх властивості

Мета уроку:

Навчальна: сформувати поняття правильного многокутника, центрального кута правильного многокутника;

Розвивальна**:** розвивати вміння застосовувати вивчений матеріал до розв'язування задач, математичну мову, увагу, самостійність;

Виховна**:** виховувати культуру записів, побудови рисунків, толерантність, повагу до думки інших.

Обладнання: підручник Геометрія 9 клас, презентація, проектор, комп'ютер, екран.

Тип уроку: комбінований урок.

Використані джерела:

1. А.П. Ершова, В.В. Голобородько… «Геометрія-9» , «Гімназія», 2017.
2. Джерело: http://5fan.ru/wievjob.php?id=54395. Інтернет ресурс.

Девіз уроку: Геометрія - наше велике творіння, яке нас самих захоплює.

Ле Корбюзьє, французький архітектор

Хід уроку

І.Організаційний етап

Перевірити готовність учнів до уроку, налаштувати на роботу, перевірити наявність креслярських приладів, при потребі видати учням.

А щоб ви були успішними на уроці, дотримуйтесь правила:

Будьте

УВАЖНИМИ

ДИСЦИПЛІНОВАНИМИ

АКТИВНИМИ

ЧЕСНИМИ

АЗАРТНИМИ

ІІ. Актуалізація опорних знань.

Вправа «Мікрофон»

✓ Яку фігуру називають многокутником?

✓ Які многокутники вам відомі?

✓ Який многокутник є найпростішим?

✓ Чому дорівнює сума кутів трикутника?

✓ Який це опуклий многокутник? А не опуклий?

✓ Який з чотирикутників опуклий? Не опуклий?

✓ Чому дорівнює сума кутів опуклого n – кутника?

✓ Яке коло називають описаним навколо многокутника?

✓ Яке коло називають вписаним в многокутник?

1.Виконання усних вправ

1. Знайдіть суму внутрішніх кутів: 1) трикутника; 2) чотирикутника; 3) шестикутника; 4) десятикутника.

2. У многокутнику всі кути рівні. Знайдіть кількість кутів многокутника, якщо зовнішній кут дорівнює 30°.

3. Яка точка є центром кола, описаного навколо прямокутника?

4. Чи можна вписати коло в ромб? Якщо відповідь позитивна, то вкажіть, де знаходиться центр цього кола?

ІІІ.Мотивація навчальної діяльності.

- Фігури, що мають рівні сторони та кути, здавна зачаровували людину досконалістю форми і таємничістю, яка завжди супроводжує досконалість. Такі фігури обожнювали, приписуючи їм магічні та навіть цілющі властивості.

З такими фігурами ми зустрічаємося в повсякденному житті і навіть не задумуємося над досконалістю їх форм. Сьогодні на уроці ми розглянемо многокутники, які називають правильними. Яка мета вивчення і навіщо вони нам потрібні ви дізнаєтеся трішечки пізніше.

IV. Вивчення нового матеріалу.

Правильними називають такі опуклі многокутники, у яких всі сторони рівні і всі кути рівні.

Можливо ви вже можете назвати правильні многокутники, які ми з вами вивчали? Так, це рівносторонній трикутник та квадрат. Ці фігури опуклі, тому щоб знайти суму кутів опуклого многокутника ми можемо скористатися вже відомою формулою $180^0(n-2)$, а так як многокутник може мати n кутів, то щоб знайти градусну міру кута многокутника $\boldsymbol{\alpha_n = \frac{n-2}{n} 180^0}$. Центральний кут многокутника – це кут під яким сторона многокутника видна з його центра. $\boldsymbol{\alpha = \frac{360}{n}}$

Правильні многокутники відіграють важливу роль не лише геометрії, а і в кристалографії, хімії, мінералології тощо. Їх властивості часто використовують архітектори, дизайнери. Довжину кола і площу круга також визначають, використовуючи властивості правильних многокутників.

- Многокутники з рівними сторонами й кутами прикрашали фамільні герби середньо вічних можновладців, обиралися символами таємних товариств, а дослідженню властивостей цих многокутників присвячували свої роботи найвидатніші математики минулих часів.
- Недарма однією з класичних задач геометрії вважається задача про квадратуру круга — побудова квадрата, площа якого дорівнює площі данного круга. І хоча неможливість такої побудови за допомогою циркуля й лінійки вже давно доведено, вираз «квадратура круга» і сьогодні вживається для характеристики вкрай складних задач, що не мають розв'язку.
- У процесі подальшого вивчення геометрії властивості правильних многокутниківдопоможуть розкрити секрети одного з найцікавіших геометричних перетворень-симетрії.

Правильні многокутники — це абстрактні поняття, створені науковцями. У природі абсолютно правильних многокутників не існує. Трапляються об’єкти у формі майже правильних многокутників. Наприклад, бджоли роблять стільники у формі майже правильних шестикутників. Квіти багатьох рослин ростуть так, що кінчики їх пелюсток розташовані у вершинах правильних многокутників, а кінчики сніжинок розташовані у вершинах правильних шестикутників. Форми майже правильних многокутників мають грані деяких кристалів. Наприклад, грані кристалів кухонної солі — квадрати, грані кристалів алмаза — правильні трикутники.

Правильні многокутники зустрічаються і в багатьох виробах (голівках болтів і гайок, пельменницях).

- Скажіть "Чому можна дивуватися дивлячись на світ?"
- Чому бджоли "вибрали " собі для комірок на сотах форму правильного шестикутника?

(Маючи той же обсяг, що і правильна шестикутна призма, бджолиний осередок володіє поверхнею, яка менше поверхні правильної шестикутної призми на величину. Завдяки такій «математичній» роботі розважливі бджоли економлять близько 2% воску. Кількість воску, заощаджений при споруді 54 осередків, може бути використано ще для однієї такої ж.

- Скажіть, будь ласка, а де людина може використовуючи властивість правильних многокутників, покривати площину без просвітів ?

(Форма бджолиної соти (правильний шестикутник) - це ще одна підказка природи людині. Враховуючи економічну та геометричну складову даного питання, люди вже давно ефективно використовують цю форму в різних областях: у створенні нових дизайн - проектів, виробництві еко-матеріалів, нанотехнологіях, мобільної стільникової мережі при виробництві та укладання паркету, будівництві та ін.)

- Англійський математик і фізик Роджерс Пенроуз винайшов мозаїку в 1974 р., яка дозволяє з допомогою всього лише двох видів плиток доволі простої форми замостити безмежну площину узором, який ніколи не повторюється.

V. Закріплення й осмислення нового матеріалу.

1. Виконання усних вправ

№ 597 - 600

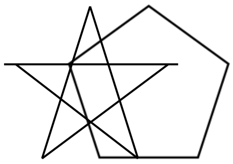
2. Виконання письмових вправ

№ 603 (на побудову)

№606 (колективно)

n = 5, тоді $180^0(5 – 2) = 540^0$. Аналогічно 2 1 3 задачі.2) 720^0; 3)1440^0.

№ 607



Додаткові вправи:

1. Знайдіть периметр правильного n-кутника зі стороною 4 см, якщо:

n = 5; 2) n = 8; 3) n = 10.

Робота в парі:

2. Обчисліть кут правильного n-кутника, якщо: 1) n = 5; 2) n = 12; 3) n = 18.

Кут правильного n-кутника знайдемо за формулою: $\alpha = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$.

1) якщо $n = 5$, то $\alpha = \frac{180^\circ \cdot 3}{5} = 36^\circ \cdot 3 = 108^\circ$;

2) якщо $n = 12$, то $\alpha = \frac{180^\circ \cdot 10}{12} = 15\alpha \cdot 10 = 150^\circ$;

3) якщо $n = 18$, то $\alpha = \frac{180^\circ \cdot 16}{18} = 10^\circ \cdot 16 = 160^\circ$.

Відповідь: 1) 108°; 2) 150°; 3) 160°.

Колективно:

3. Знайдіть центральний кут правильного n-кутника, якщо: 1) n = 20; 2) n = 24; 3) n = 10.

Центральний кут правильного многокутника знайдемо за формулою: $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$.

1) якщо $n = 20$, то $\alpha = \frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$; 2) якщо $n = 24$, то $\alpha = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$;

3) якщо $n = 10$, то $\alpha = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$.

Відповідь: 1) 18°; 2) 15°; 3) 36°.

4. Скільки сторін має правильний n-кутник, якщо його центральний кут дорівнює:

1) 36°; 2) 120°; 3) 30°?

Якщо центральн кут б правильного n-кутника α, то з формули $\alpha = \frac{360^\circ}{\alpha}$.
n

Маємо $n = \frac{360^\circ}{\alpha}$.

1) якщо $\alpha = 36^\circ$, то $n = \frac{360^\circ}{36^\circ} = 10$;

2) якщо $\alpha = 120^\circ$, то $n = \frac{360^\circ}{120^\circ} = 3$;

3) якщо $\alpha = 30^\circ$, то $n = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$.

Відповідь: 1) 10; 2) 3; 3) 12.

Самостійно

5. Знайдіть кут правильного n-кутника, якщо його зовнішній кут дорівнює:

1) 60°; 2) 26°; 3) 34°.

Якщо зовнішній кут правильного n-кутника α', то внутрішній кут $\alpha = 180^\circ - \alpha'$ (сума суміжних кутів 180°).

1) якщо $\alpha' = 60^\circ$, то $\alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$;

2) якщо $\alpha' = 26^\circ$, то $\alpha = 180^\circ - 26' = 154^\circ$;

3) якщо $\alpha' = 34^\circ$, то $\alpha = 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ$.

Відповідь: 1) 120°; 2) 154°; 3) 146°.

Робота в групі:

8. Знайдіть кількість сторін правильного n-кутника, якщо його кут дорівнює: 1) 135°; 2) 150°; 3) 140°.

Якщо кут правильного n-кутника α, то з формули $\alpha = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$ маємо:

$\alpha n = 180^\circ n - 360^\circ$, $180^\circ n - \alpha n = 360^\circ$, $n(180^\circ - \alpha) = 360^\circ$, $n = \frac{360^\circ}{180^\circ - \alpha}$.

1) якщо $\alpha = 135^\circ$, то $n = \frac{360^\circ}{180^\circ - 135^\circ} = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$;

2) якщо $\alpha = 150^\circ$, то $n = \frac{360^\circ}{180^\circ - 150^\circ} = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$;

3) якщо $\alpha = 140^\circ$, то $n - \frac{360^\circ}{180 - 140^\circ} = \frac{360^\circ}{40^\circ} = 9$.

Відповідь: 1) 8; 2) 12; 3) 9.

VI. Підсумок уроку

Інтерактивна вправа «Вірю – не вірю»

1. Будь-який правильний многокутник є випуклим? (Так).

2.Будь-який випуклий многокутник є правильним? (Ні)

3.Многокутник є правильним, якщо він випуклий і всі його сторони рівні.

(Ні).

4.Трикутник є правильним, якщо всі його кути рівні. (Так).

5.Будь-який рівносторонній трикутник є правильним. (Так).

6.Будь-який чотирикутник з рівними сторонами є правильним. (Ні).

7. Будь-який правильний чотирикутник є квадратом.(Так).

VII. Рефлексія

1. **Я дізнався…**
2. **Я зрозумів…**
3. **Мені сподобалось…**
4. **Мені не сподобалось…**
5. **Я навчився…**
6. **Мене зацікавило…**
7. **Я відчув труднощі…**
8. **Я не вмів, а тепер умію…**

VIII. Домашнє завдання

Розділ V, § 17 – опрацювати,

№ 609 і задача. Знайдіть кількість сторін правильного n-кутника, якщо його кут дорівнює: 1) 135°; 2) 150°; 3) 140°.