Міністерство освіти і науки України
Рівненський державний гуманітарний університет
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота бакалаврського рівня
на тему:
Методика розв’язування нерівностей в основній школі

Виконала:
студентка IV курсу групи МІ-41
спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)
Білецька Мар'яна Анатоліївна

Керівник: канд. пед. наук, проф. кафедри
математики з МВ Павелків О. М.

Рецензент: канд. пед. наук, доц. кафедри
вищої математики Демчик С. П.

Рівне – 2022 р.

ЗМІСТ

Вступ

Відомо, що математика має великі можливості для інтелектуального розвитку особистості, передусім розвитку логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгебраїчної та інформаційної культури, формує уміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, обґрунтовувати твердження, моделювати ситуації. Основним завданням вивчення математики в освітньому закладі загальноосвітньої середньої школи є забезпечення міцного і свідомого оволодіння учнями системою математичних знань і умінь, формування ключових та предметних компетентностей, що є необхідним у продовженні освіти та майбутній трудовій діяльності. Важливе місце у цій системі відіграє вивчення теми «Нерівності» в шкільному курсі математики основної школи.

Актуальність теми зумовлена тим, що вивчення нерівностей викликає у багатьох учнів певні труднощі. Розв'язування більшості нерівностей вимагає знань різноманітних теоретичних відомостей, застосування теорем та формул. Отримати навички розв'язування нерівностей можна лише при розв'язуванні достатньо великої їх кількості, ознайомленні з різними методами та прийомами розв'язання. Все це обумовило вибір теми: «Методика розв'язування нерівностей в основній школі».

Змістова лінія нерівностей пронизує весь шкільний курс математики. Вправи з нерівностями закріплюють обчислювальні навички, удосконалюють уміння розв'язувати задачі, а також допомагають засвоєнню арифметичних знань. Змістова лінія нерівностей багата за змістом, за способами та прийомами розв'язування нерівностей, за можливостями її застосування при вивченні ряду інших тем шкільного курсу алгебри. Це пояснюється тим, що рівняння і нерівності широко використовуються в різних розділах математики, у розв'язанні важливих прикладних задач.

Мета бакалаврської роботи полягає в тому, щоб розглянути особливості методики та прийоми розв'язування нерівностей в основній школі.

Проаналізувавши літературу, присвячену методиці вивчення теми «Нерівності» в основній школі, очевидним є те, що на сьогоднішній день є ціла низка досліджень, що розкривають різні її аспекти. Проте, незважаючи на значний позитивний досвід у розробці методики вивчення нерівностей, як показує практика, учні середньої школи не в повній мірі володіють основними знаннями та уміннями розв'язування нерівностей та їх систем. Тому перед вчителем стоїть завдання – формувати в учнів вміння розв'язувати нерівності кожного виду та їх системи.

Отже, можна констатувати той факт, що окремі питання методики вивчення нерівностей та розв'язування конкретних нерівностей в шкільному курсі математики розкриті досить повно.

Об'єкт дослідження – процес навчання учнів розв'язувати нерівності.

Предмет дослідження – зміст і методика розв'язування нерівностей в основній школі.

Для досягнення мети було поставлено наступні **завдання:**

- ✓ проаналізувати методичну літературу з теми дослідження, шкільні підручники;
- ✓ ознайомитись з теоретичними відомостями, розглянути основні теореми та методичні факти, що стосуються даної теми;
- ✓ розкрити особливості методики вивчення нерівностей;
- ✓ навести низку прикладів розв'язування нерівностей різними методами;
- ✓ розробити урок алгебри з теми «Нерівності».

Бакалаврська робота складається зі вступу, двох основних розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків.

РОЗДІЛ 1. Науково-теоретичні основи теми дослідження

1.1. Теоретичні відомості про нерівності

Поняття «більше» і «менше» поряд із поняттям рівності виникли у зв’язку з переліком предметів і необхідністю порівнювати різні величини. Поняттям «нерівність» користувалися давні греки. Архімед (3 сторіччя до н. е.), обчислюючи довжину кола, встановив, що «Периметр будь-якого кола дорівнює потроєному діаметру з надлишком, який менший за сьому частину діаметра, але більший ніж десять сімдесят перших». Саме він встановив межі числа «пі», зокрема $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. Уваги заслуговує і відомий давньогрецький математик Евклід, у своєму трактаті «Начала» він наводить ряд нерівностей. [36]

Важливо на уроках математики ознайомити учнів з відомим англійським астрономом, математиком, етнографом і перекладачем Томасом Херріотом (в російських джерелах може згадуватися як Харріот або Гарріот). Саме він удосконалив алгебраїчну символіку, у тому числі придумав загальноприйняті значки для операцій порівняння: «>» (більше) та «<» (менше). За однією із версій, Херріот ніколи не використовував введені ним символи, оскільки його праця, де застосовувалися ці знаки, була надрукована тільки після його смерті.

Символи нестрогого порівняння запропонував англійський математик Джон Валліс у 1670 році. Спочатку риска була вище знака нерівності, а не під ним, як зараз. Загального поширення ці символи набули після підтримки французького математика П’єра Бугера (1734), який надав їм сучасного вигляду «≥» та «≤». [27]

Щодо тлумачення числової нерівності можливі різні підходи. Тривалий час в шкільних підручниках обмежувались геометричним тлумаченням числової нерівності: число *a* називається більшим за число *b*, якщо точка, що зображує число *a* на координатній прямій, міститься праворуч від точки, що зображує число *b*.

Для будь-яких різних дійсних чисел *a* та *b* можна визначити, яке з них більше, а яке менше.

Говорять, що число *a* більше за число *b,* і записують $a > b$, якщо різниця

$a–b$ – додатне число; якщо ж різниця $a–b$ – від’ємне число, то говорять, що число a менше від числа b, і записують $a<b$. Відповідно до цього означення будь-яке додатне число більше від нуля, будь-яке від’ємне число менше від нуля і менше довільного додатного числа. Для довільно заданих чисел a і b справедливе одне і тільки одне з відношень: $a>b$, $a<b$, $a=b$.

Знаки >, < називаються знаками строгих нерівностей. Іноді використовують знаки ≥, ≤ - знаки нестрогих нерівностей; запис $a \le b$ означає, що справедливе одне з двох: або число a менше числа b, або число a дорівнює числу b. Наприклад, 3≤5, 5≥5 – справедливі нерівності. Нерівності $a>b$ та $c>d$ називаються нерівностями одного знаку; нерівності $a>b$ та $c<d$ називаються нерівностями протилежних знаків. Якщо числа a, b, c такі, що $a<b$ та $b<c$, то використовують запис $a<b<c$ (подвійна нерівність). [43]

Подвійну нерівність $a<b<c$ записують також як систему нерівностей $\begin{cases} a > b, \\ b > c. \end{cases}$.

Система нерівностей $\begin{cases} a > b, \\ \tilde{n} > d. \end{cases}$ правильна, якщо правильні обидві її нерівності. Більш загально - система нерівностей є правильною тоді і тільки тоді, коли правильні всі її нерівності. Такий вигляд:

$$\begin{cases} a_1 < b_1, \\ a_2 < b_2, \\ \dots \\ a_n < b_n \end{cases}$$

Так, система

$$\begin{cases} 3 > 1 \\ 5 > 4 \\ 0 > 2 \end{cases}$$

неправильна, бо містить неправильну нерівність 0>2. Аналогічний зміст має система, що містить нестрогі нерівності.

Крім наведених вище знаків нерівності ($\geq$, $\leq$, $<$, $>$) часто використовують ще знак $\neq$ (не дорівнює). Якщо, наприклад, співвідношення «не більше» ($a \leq b$) означає $a<b$ або $a=b$, то співвідношення «не дорівнює» ($a \neq b$) означає $a<b$ або $a>b$.

Відношення «не дорівнює» принципово відрізняється від «не більше». Для всіх відношень рівності і нерівності, які позначаються знаками $=$, $<$, $>$, $\geq$, $\leq$, справджується властивість транзитивності, тобто із $a \leq b$ і $b \leq c$ випливає, що $a \leq c$. А для відношення «не дорівнює» така властивість може не справджуватись: із $a \neq b$ і $b \neq c$ не завжди випливає $a \neq c$. Наприклад, $2 \neq 3$ і $3 \neq 2$, але відношення $2 \neq 2$ хибне, неправильне. Тому далі, говорячи про нерівності, матимемо на увазі два числа або вирази, сполучені будь-яким із знаків $<$, $>$, $\geq$, $\leq$, але не знаком $\neq$.
Приклади розв'язування вправ на доведення нерівностей.

<u>Приклад 1</u>

Доведіть, що при будь-яких значеннях a є правильною нерівність

$(a + 1)(a + 2) > a(a + 3)$.

Розв'язання

Для розв'язання достатньо показати, що при будь-якому значенні a різниця лівої і правої частин даної нерівності є додатною. Маємо:

$(a + 1)(a + 2) - a(a + 3) = a^2 + 2a + a + 2 - a^2 - 3a = 2$. У таких випадках говорять, що доведено нерівність $(a + 1)(a + 2) > a(a + 3)$.

<u>Приклад 2</u>

Доведіть нерівність $(a - 3)^2 < 2a^2 - 6a + 10$, де a — будь-яке дійсне число.

Розв'язання

Розглянемо різницю лівої і правої частин даної нерівності:

$(a - 3)^2 - (2a^2 - 6a + 10) = a^2 - 6a + 9 - 2a^2 + 6a - 10 = -a^2 - 1 = -a^2 + (-1)$.

При будь-якому значенні a маємо, що $-a^2 \leq 0$. Сума не додатного і від'ємного чисел є число від'ємне. Отже, $-a^2 + (-1) < 0$. Звідси випливає, що
$(a-3)^2 < 2a^2 - 6a + 10$ при будь-якому значенні a.

<u>Приклад 3</u>

Доведіть нерівність $\frac{\grave{a} + b}{2} \geq \sqrt{ab}$, де $a > 0$, $b > 0$.

Розв'язання

Розглянемо різницю лівої і правої частин даної нерівності. Маємо:

$$\frac{\grave{a}+b}{2}-\sqrt{ab}=\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}.$$

Вираз $\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}.$ набуває невід'ємних значень при будь-яких невід'ємних значеннях змінних *a* і *b*. Отже, нерівність, що доводиться, є правильною.

Зауважимо, що вираз $\sqrt{ab}$ називають середнім геометричним чисел *a* і *b*.

Приклад 4

Доведіть, що a^2 - ab + b^2>0 при будь-яких значеннях *a* і *b*.

Розв'язання

Маємо:

$$a^2-ab+b^2=a^2-2\cdot a\cdot\frac{1}{2}b+\frac{1}{4}b^2+\frac{3}{4}b^2=\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2+\frac{3}{4}b^2.$$

Оскільки $\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2\geq 0$ і $\frac{3}{4}b^2\geq 0$ при будь-яких значеннях *a* і *b*, то $\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2+\frac{3}{4}b^2\geq 0$ при будь-яких значеннях *a* і *b*. Отже, a^2 - *a b* + b^2>0 при будь-яких значеннях *a* і *b*.

Приклад 5

Яка з різниць більша і в скільки разів:

2009^{2010} - 2009^{2009} чи 2009^{2009} - 2009^{2008} ?

Розв’язання

$2009^{2010} – 2009^{2009} = 2009^{2009}$ (2009-1) = $2008\cdot2009^{2009}$;

$2009^{2009} – 2009^{2008} = 2009^{2008}$ (2009-1) = $2008\cdot2009^{2008}$;

$(2008\cdot2009^{2009}) : (2008\cdot2009^{2008}) = 2009$.

Відповідь. Перша різниця більша від другої в 2009 разів. [43]

1.2. Місце теми в програмі з математики та шкільних підручниках з алгебри

Нерівності в шкільному курсі алгебри займають провідне місце. На їх вивчення разом із рівняннями відводиться часу більше, ніж на будь-яку іншу тему шкільного курсу математики. При вивченні будь-якої теми нерівності можуть бути використанні як ефективний засіб закріплення, поглиблення, повторення і розширення теоретичних знань, для розвитку творчої математичної діяльності учнів.

Курс математики основної школи логічно продовжує реалізацію завдань математичної освіти учнів, розпочату в початкових класах, розширюючи і доповнюючи ці завдання відповідно до вікових і пізнавальних можливостей школярів.

Поняття про рівності, нерівності і рівняння розкривають у взаємозв'язку. Роботу над ними починають з 1 класу, органічно поєднуючи з вивченням арифметичного матеріалу.

Елементарні відомості про числові нерівності доповнюються і розширюються за рахунок вивчення властивостей числових нерівностей, розгляду лінійних нерівностей з однією змінною та квадратних нерівностей та їх розв'язування.

Пропедевтика вивчення теми «Числові нерівності» починається ще в початковій школі, коли учні вчаться порівнювати кількість предметів тощо. [43]

В програмі з математики одним із завдань є навчити дітей порівнювати числа, а також вирази, щоб установити відношення «більше», «менше», «дорівнює»; навчити записувати результати порівняння за допомогою знаків «>», «<», « = » і читати утворені рівності та нерівності.

В 5 класі в темі «Натуральні числа», після того як вивчають, що називається натуральними числами, числом нуль, координатним променем, учні порівнюють натуральні числа. В темі «Дробові числа» спочатку порівнюють звичайні дроби з однаковими знаменниками, а вже потім – десяткові дроби. А вже в 6 класі у темі «Звичайні дроби» діти описують правила порівняння звичайних дробів та розв’язують вправи, що передбачають порівняння дробів. В цьому ж класі під час вивчення теми «Раціональні числа» учні порівнюють даний вид чисел.

Левова частка вивчення числових нерівностей припадає на 9 клас. За навчальною програмою 16 годин присвячено вивченню теми «Нерівності». В даній темі 8 годин відведено на вивчення числових нерівностей, їх властивостей та дій над ними. [14]

Друга тема курсу алгебри у 9–му класі «Доведення нерівностей» є продовженням і розширенням відповідної теми 8 класу. Проте у 8 класі на меті було набуття навичок розв’язувати нерівності, а в 9 класі – їх доведення. Треба розглянути кілька основних методів доведення нерівностей. Робота над цією темою формує в учнів евристичне мислення, навички аналізу і математичну інтуїцію.

Із поняттям нерівності учні більш детально знайомляться у 9-му класі. Зміст даної теми включає: числові нерівності; основні властивості числових нерівностей, нерівності зі змінними; лінійні нерівності з однією змінною.

Учні наводять приклади числових нерівностей, нерівностей зі змінними, лінійних нерівностей з однією змінною, подвійних нерівностей.

Пояснюють зміст понять: $a > b$; $a < b$, $a \geq b$, $a \leq b$. Застосовують зазначені поняття для доведення нерівностей.

Формулюють:

властивості числових нерівностей; властивості нерівностей зі змінною;

означення: розв'язку лінійної нерівності з однією змінною; рівносильних нерівностей.

Обґрунтовують властивості числових нерівностей, зображують на координатній прямій задані нерівностями числові проміжки, виконують обернені завдання. Розв'язують лінійні нерівності з однією змінною. [37]

Найбільше годин відведено на вивчення теми «Нерівності» у 9 класі. Під час вивчення теми "Квадратична функція" учні знайомляться із розв’язуванням квадратної нерівності. Спочатку вводиться поняття квадратичної функції, вивчається її графік та властивості, а вже після цього вивчається розв'язування квадратних нерівностей графічним способом та методом інтервалів.

Учні повинні вміти будувати квадратичну функцію, розуміти суть методу інтервалів та розв'язувати квадратні нерівності на основі попередньо отриманих знань.

Отже, вивчаючи тему «Нерівності» в основній школі, учні повинні знати і вміти:

· знати означення числової нерівності, мати уявлення про нерівності першого та другого степеня з однією змінною, систему нерівностей з однією змінною;

· вміти розв’язувати нерівності першого та другого степеня з однією змінною та системи нерівностей першого степеня з однією змінною. [14]

Вище було сказано, що найбільше годин на вивчення теми «Нерівності» відведено у 9-му класі, проте у інших класах учні теж мають можливість вичати дану тему. Проаналізуємо підручники основної школи, де вивчаються нервіності.

У 5 класі за підручником автора О. С. Істера учні у першому розділі порівнюють натуральні числа. Матеріал школярам вже є відомим із початкової школи, лише завдання дещо ускладнюються. У параграфі вказано, що під час порівняння багатоцифрових натуральних чисел, використовують такі правила.

Правило 1

Якщо два натуральних числа мають різну кількість знаків (цифр), то більшим буде те, у якого більше знаків.

Правило 2

Якщо два натуральних числа мають однакову кількість знаків, то більшим числом є те, яке має більше одиниць у найвищому розряді. Якщо кількість одиниць у цьому розряді однакова, то порівнюють число одиниць у наступному нижчому розряді і т. д. [8, с. 15]

На основі цих правил учні роз’язують запропоновані у підручнику вправи. Наведемо приклади таких завдань.

Приклад 1 (достатній рівень навчальних досягнень)

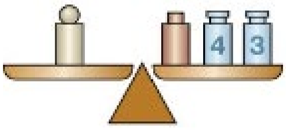
У числі стерли кілька цифр і замість них поставили зірочки. Порівняй ці числа:

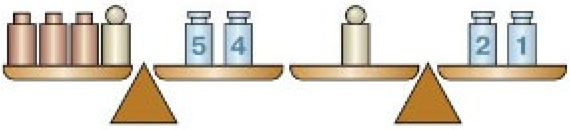
1) 37*** і 32***;
2) 4*8** і 499**;
3) **1** і 9***;
4) 91*** і *02**.

Учні розуміють, що, наприклад, у другому пункті 4*8** < 499**, бо якщо замість першої зірочки в першому числі поставити 9, то воно буде все одно меншим від другого.

Приклад 2 (високий рівень навчальних досягнень)

Порівняй маси важків  і . Який важок важчий? На скільки?

1) 

2) 

У цьому ж підручнику в другому розділі учні порівнюють звичайні дроби з однаковими знаменниками та десяткові дроби. Для пояснення даного матеріалу можна використати наочно-практичний метод із поділок аркушу паперу. Пропонується єдине правило, яке учні будуть використовувати під час розв'язування вправ.

Правило 1

Із двох дробів з однаковими знаменниками той дріб більший, чисельник якого більший, і той дріб менший, чисельник якого менший.

Розглянемо приклади вправ, що подані у підручнику.

Приклад 1 (середній рівень навчальних досягнень)

Поясни за допомогою малюнка, чому $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

Приклад 2 (середній рівень навчальних досягнень)

Запиши дріб:

1) більший за $\frac{4}{17}$;

2) менший від $\frac{12}{43}$.

Приклад 3 (достатній рівень навчальних досягнень)

При яких натуральних значеннях b дріб $\frac{b}{13}$ більший за дріб $\frac{4}{13}$, але менший від дробу $\frac{9}{13}$? Запиши всі ці дроби. [8, ст. 168]

У параграфі, де учні знайомляться із порівнянням десяткових дробів пропонується учням два правила.

Правило 1

Якщо справа до десяткового дробу приписати один чи кілька нулів або відкинути один чи кілька нулів, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.

Правило 2

З двох десяткових дробів більший той, у якого більша ціла частина; якщо десяткові дроби мають рівні цілі частини, то більшим буде той дріб, у якого білтше число десятих; якщо число десятих однакове, то більшим буде той дріб, у якого більше число сотих, і т. д.

Також у підручнику наведено приклад порівняння дробів на основі координатної прямої, що допоможе учням наочно побачити розміщення чисел. Наведемо приклади завдань.

Приклад 1 (достатній рівень навчальних досягнень)

Між якими сусідніми натуральними числами міститься дріб:

1) 8,42;

2) 4, 791;

3) 8,0093?

Приклад 2 (високий рівень навчальних досягнень)

Вирази величини в однакових одиницях вимірювання і порівняй:

1) 2,37 кг і 2375,3 г;

2) 5,8 ц і 572, 4 кг;

3) 29,4 мм і 2, 94 см;

4) 0,9 км і 2954,8 м.

Приклад 3 (завдання підвищеної складності)

Закресли в числі 80,0090708 три нулі так, щоб утворилося найбільше число. [8, с. 201]

У підручнику з математики для 6 класу (О. С. Істер) нерівності вивчають у другому розділі, а саме порівняння дробів з різними знаменниками. У параграфі наголошується на тому, що порівнювати два дроби з різними знаменниками ми можемо лише тоді, коли зведемо їх до спільного знаменника, наводиться конкретний приклад і виводиться правило.

Правило 1

Щоб порівняти дроби з різними знаменникам, достатньо звести їх до спіьного знаменника і порівняти одержані дроби.

Наведемо приклади завдань.

Приклад 1 (достатній рівень навчальних досягнень)

Порівняй:

1) 0, 675 і $\frac{16}{25}$;

2) 0,84 і $\frac{13}{15}$.

Приклад 2 (високий рівень навчальних досягнень)

Знайди будь-яких два дроби, кожний з яких більший за $\frac{1}{5}$, але менший від $\frac{1}{3}$. [9, с. 36]

У цьому ж підручнику в четвертому розділі учні порівнюють раціональні числа. Тут автор актуалізує знання учнів із теми порівняння додатніх чисел і числа 0, і вводить проблемне питання, а як же порівняти числа, якщо серед них є від’ємні?

Весь матеріал пояснюється на основі зображення чисел на координатній прямій. Виводяться правила.

Правило 1

З двох чисел меншим є те, яке на координатній прямій розміщено лівіше, а більшим – те, яке на координатній прямій розміщено правіше.

Правило 2

Будь-яке від'ємне число менше за нуль і меншк за будь-яке додатне число.

Правило 3

З двох від'ємних чисел більшим є те, модуль якого менший, і меншим є те, модуль якого більший.

На основі цих правил учні розв'язують завдання. Наведемо приклади вправ.

Приклад 1 (середній рівень навчальних досягнень)

1) -63 і -64;

2) -5,4 і -5,7;

3) -7, 16 і -7,61;

4) -4,02 і -4,002;

5) $-\frac{2}{7}$ і $-\frac{5}{14}$;

6) $-\frac{9}{20}$ і $\frac{7}{16}$.

Приклад 2 (високий рівень навчальних досягнень)

Запиши три дроби, які задовольняють нерівність

$-\frac{4}{5} < x < -\frac{3}{5}$. [9, с. 37]

У 7- му та 8-му класах не зустрічається матеріал з теми «Нерівності». Учні більш детально вивчають дану тему у 9-му класі, зокрема у підручнику автора О. С. Істер цій темі присвячений цілий розділ. У 1 розділі вони вивчають числові нерівності, основні властивості числових нерівностей, почленне додавання і множення нерівностей, нерівності зі змінними та їх розв'язок, числові проміжки, переріз та об'єднання множин, лінійні нерівності з однією змінною,рівносильні нерівності, системи лінійних нерівностей з однією змінною та їх розв'язування. Також у другому розділі в темі «Квадратична функція» учні вивчають квадратну нерівність та їх системи.

Наведемо приклад орієнтовного календарного планування на тему «Числові нерівності та їх властивості» у 9 класі. [7]

№ уроку	Дата прове-дення	Тема уроку	Тип уроку	Мета уроку	При-мітки
Тема 1. НЕРІВНОСТІ (16 год)					
Тема 1.1 Числові нерівності та їх властивості (8 год)					
1		Числові нерівності. Доведення числових нерівностей	Засвоєння знань, вироблення вмінь	Домогтися засвоєння учнями змісту поняття числові нерівності, означення, що виражає залежність між співвідношеннями >, <, = і знаком різниці лівої та правої частин нерівності, а також виробити вміння доводити нерівності з використанням цього означення.	
2		Числові нерівності. Доведення числових нерівностей	Закріплення знань, вироблення вмінь	Домогтися засвоєння учнями змісту: додаткових нерівностей для суми взаємно обернених додатних чисел та середнього арифметичного двох невід'ємних чисел (у порівнянні з їх середнім геометричним) та доведення цих	

				нерівностей; способу застосування доведених нерівностей при доведенні інших числових нерівностей.	
3		Основні властивості числових нерівностей.	Засвоєння знань, вироблення первинних вмінь.	Домогтися засвоєння учнями змісту основних властивостей числових нерівностей та їхніх наслідків, а також способу доведення цих властивостей. Виробити вміння застосовувати набуті знання при розв’язуванні вправ на порівняння буквених виразів та на доведення відповідних нерівностей.	
4		Основні властивості числових нерівностей.	Доповнення знань, вироблення вмінь, відпрацювання навичок.	Домогтися засвоєння учнями змісту поняття «оцінити значення виразу»; закріпити знання учнів про зміст властивостей числових нерівностей та їхніх наслідків.	

5		Почленне додавання множення нерівностей. Застосування властивостей числових нерівностей для оцінювання значення виразу.	Засвоєння знань, вироблення первинних умінь.	Домогтися засвоєння учнями змісту поняття «додати нерівності почленно» та «перемножити нерівності почленно», а також продовжити роботу з відпрацюванням навичок доведення нерівностей, порівняння виразів із використанням означення та властивостей числових нерівностей.	
6		Почленне додавання множення нерівностей. Застосування властивостей числових нерівностей для оцінювання значення виразу.	Закріплення знань, вироблення вмінь.	Домогтися закріплення учнями змісту: властивостей числових нерівностей і теорем про по членне додавання та множення нерівностей; наслідків іх властивостей числових нерівностей. Відпрацювати навички застосовувати набуті знання для розв’язування вправ.	

7		Розв'язування вправ. Підсумковий урок.	Систематизація й узагальнення знань та вмінь.	Повторити, систематизувати та узагальнити знання за розділом «Числові нерівності та їх властивості».	
8		Тематична контрольна робота	Контроль знань та вмінь.	Перевірити рівень знань та вмінь учнів, набутих ними під час вивчення розділу «Числові нерівності та їх властивості».	

Сила теорії нерівностей в тому, що вона не тільки має теоретичне значення для пізнання природних законів, але і служить конкретним практичним цілям. Більшість задач на просторові форми і кількісні відносини реального світу зводяться до розв'язування різних видів нерівностей. Навчившись їх розв'язувати, люди знаходять відповіді на різні питання з науки і техніки (транспорт, сільське господарство, промисловість, зв'язок і т.д.). [43]

РОЗДІЛ 2. Методичні особливості вивчення нерівностей в основній школі

2.1. Методика формування умінь і навичок розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною

Після докладного вивчення означення, властивостей числових нерівностей, уявлення про числові проміжки учні переходять до вивчення нового виду нерівностей в темі «Лінійні нерівності з однією змінною».

В процесі вивчення лінійних нерівностей учні мають навчитись наводити приклади виразів нерівності. Також важливою навичкою є вміння розв'язувати вправи, що передбачають: почленне додавання і множення нерівностей; розв'язування нерівностей зі змінною; рівносильні перетворення; розв'язування лінійних нерівностей. [38]

На етапі формування первинних умінь і навичок учнів вчитель може запропонувати такі вправи:

1. Яке із чисел: -2; 3 — є розв'язком нерівності:

1) $(x-1)(x+2)>0$; 2) $2x-3<0$?

2. Чи належить проміжку [-3; 5,2) число:

1) -3; 2) 0; 3) 5; 4) 5,2; 5) 6?

3. Відомо, що $5<a<7$. Оцініть значення виразу:

1) $a+1$; 2) $3a$; 3) $a-3$; 4) $-3a$; б) $\frac{a}{2}-1$; 6) $\frac{1}{a}$.

4. Нехай $\alpha<b$. Порівняйте числа:

1) $\alpha+b$ і $b+x$; 2) $\alpha-5$ і $b-5$; 3) $\alpha-\alpha^2$ і $b-b^2$; 4) $\alpha+x^2$ і $b+x^2$.

Для закріплення теоретичного матеріалу з теми «Числові нерівності» вчитель може запропонувати учням тест на вибір правильної відповіді, який може створити на різних платформах, наприклад, Kahoot, Quizizz, Всеосвіта, На урок тощо. [31-34]

Наведемо приклад тестування, який створений на сайті vseosvita.ua: [32]

ЗАПИТАННЯ №1 з однією правильною відповіддю Балів: 17%

Відомо, що $a > b$. Яке з наведених тверджень правильне?

- $a - 7 < b - 7$
- $a - 7 > b - 7$
- $a - 7 \leq b - 7$
- $a - 7 = b - 7$

ЗАПИТАННЯ №2 з однією правильною відповіддю Балів: 17%

Відомо, що $a < b$. Яка з нерівностей хибна?

- $0{,}8a < 0{,}8b$;
- $-0{,}8a > -0{,}8b$
- $a + 0{,}8 < b + 0{,}8$
- $a - 0{,}8 > b - 0{,}8$

ЗАПИТАННЯ №3 з однією правильною відповіддю Балів: 17%

Відомо, що $x > y$. Яке з наведених тверджень правильне?

- $-3{,}4x > -3{,}4y$
- $-3{,}4x \geq -3{,}4y$
- $-3{,}4x = -3{,}4y$
- $-3{,}4x < -3{,}4y$

ЗАПИТАННЯ №4 з однією правильною відповіддю Балів: 17%

Відомо, що $c < d$. Яке з наведених тверджень хибне?

- $c + 5 < d + 5$
- $c - 5 < d - 5$
- $-5c < -5d$
- $5c < 5d$

ЗАПИТАННЯ №5 з однією правильною відповіддю Балів: 17%

Яка з наведених нерівностей обов'язково виконується, якщо $a < b$ і $c > 0$?

- $ac < b$
- $a < bc$
- $a + c < b$
- $a < b + c$.

ЗАПИТАННЯ №6 з однією правильною відповіддю Балів: 17%

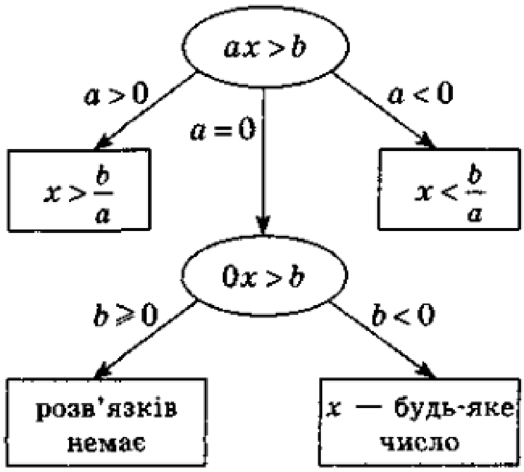
Числа a і b такі, що $a + b > a$. Яка з наведених нерівностей правильна?

- $b > 0$
- $b < 0$
- $b = 0$
- $b \geq 0$

Вивчення теми «Лінійні нерівності з однією змінною» розпочинається з вивчення означення рівносильних нерівностей з однією змінною, розгляду схеми їх розв'язування і продовжується вивченням формулювань основних теорем рівносильності (які даються без доведення та пояснюються на прикладах).

Учитель повідомляє, що нерівності, які мають одні й ті самі розв'язки, називають рівносильними. Нерівності, що не мають розв'язків, також є рівносильними.

Лінійною називається нерівність виду $\alpha x + b > 0 \iff \alpha x > -b$ (x>- $\frac{b}{a}$ при a >0 або x <- $\frac{b}{a}$ при a<0).

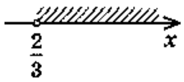


Досить часто в учнів виникають труднощі у тому, що вони не враховують, якщо a>0, то знак нерівності залишаємо без змін; якщо ж a<0, то знак нерівності змінюємо на протилежний, тому на це слід приділити найбільше уваги.

На етапі вивчення теми «Нерівності» у 9 класі учні вже мають досвід розв'язування лінійних та квадратних рівнянь, тому доцільним буде проводити аналогію у розв'язуванні нерівностей із розв'язуванням рівнянь. Для нерівностей зі змінними справджуються властивості, подібні до тих, що справджуються і для рівнянь:

1) якщо в будь-якій частині нерівності розкрити дужки або звести подібні доданки, то отримаємо нерівність, рівносильну даній;
2) якщо в нерівності перенести доданок з однієї її частини в іншу, змінивши його знак на протилежний, то отримаємо нерівність, рівносильну даній;
3) якщо обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме додатне число, то отримаємо нерівність, рівносильну даній; якщо ж обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме від'ємне число, змінивши при цьому знак нерівності на протилежний, то отримаємо нерівність, рівносильну даній. [35]

Вчитель повідомляє, щоб розв'язати рівняння ми зводимо його до рівносильного йому простішого рівняння. Аналогічно, користуючись властивостями нерівностей, можна розв'язувати й нерівності, замінюючи їх простішими нерівностями, їм рівносильними.

Приклад розв'язування нерівності, що зводиться до лінійної:	
Розв'язати нерівність $9(x - 1) + 5x < 17x - 11$	Коментар
$9x - 9 + 5x < 17x - 11$ $14x - 9 < 17x - 11$	1. Виконаємо тотожні перетворення лівої (і правої) частин нерівності.
$14x - 17x < -11 + 9$ $-3x < -2$	2. Перенесемо відомі доданки в одну частину нерівності, а невідомі — в іншу. Тотожно перетворимо обидві частини.
$x > \frac{2}{3}$  $x \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ Відповідь: $x \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$	3. Оскільки коефіцієнт при x у лівій частині утвореної нерівності не дорівнює нулю, поділимо на нього обидві частини нерівності, змінивши її знак на протилежний (бо -3<0). Запишемо відповідний числовий проміжок — це і є відповідь — розв'язок даної нерівності.

Під час розв'язування лінійних нерівностей вчитель слідкує за тим, щоб учні розуміли залежність між знаком нерівності та виглядом точки на координатній прямій і дужок в записі інтервалу для відповіді, для цього найзручніше на перших етапах використовувати наочний матеріал у вигляді таблиці.

Знак нерівності	**Вигляд точки на координатній прямій**	**Вигляд дужки в записі інтервалу**
> <	Виколота точка ○	(,)
≥ ≤	Зафарбована точка ●	[,]

Завершальний етап вивчення нового матеріалу є практичною частиною (яка може бути подана як відповідь на запитання, поставлене на початку уроку): на прикладі нерівності з однією змінною під час коментування складається орієнтовна схема дій при розв'язуванні нерівності з однією змінною, що зводиться до лінійної. Під час коментування також доречним буде проведення паралелей з розв'язуванням відповідного рівняння з однією змінною.

Для реалізації дидактичної мети уроку слід розв'язати вправи такого змісту:

перевірити чи є дані дві нерівності рівносильними (використавши властивості рівносильності нерівностей);

розв'язати нерівності з однією змінною, що зводяться до лінійних нерівностей з однією змінною шляхом застосування одного з вивчених рівносильних перетворень;

розв'язати нерівності з однією змінною, що зводяться до лінійних нерівностей з однією змінною шляхом застосування кількох (або всіх) вивчених рівносильних перетворень;

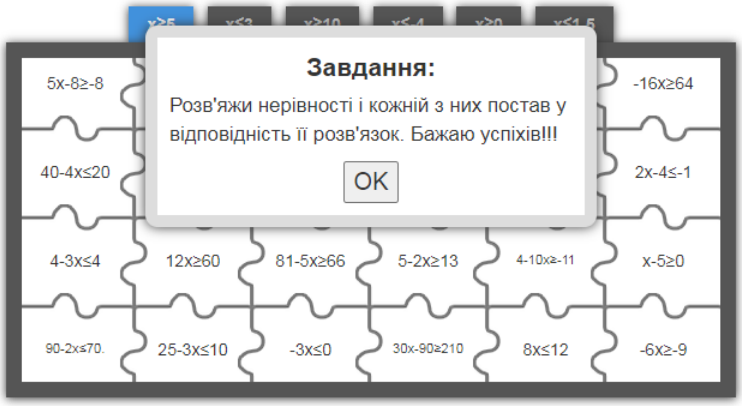
на повторення: рівняння з однією змінною, що зводяться до лінійних рівнянь з однією змінною шляхом попереднього множення (або ділення) обох частин рівняння на те саме число — найменший спільний знаменник усіх дробів (або найбільший спільний дільник усіх коефіцієнтів).

Розв'язання вправ на першому уроці слід розпочати з вправ, що сприяють закріпленню учнями змісту понять «рівносильні нерівності» та «рівносильні перетворення нерівностей». При цьому в процесі розв'язування таких вправ слід вимагати від учнів свідомого коментування своїх дій з використанням вивченої термінології.

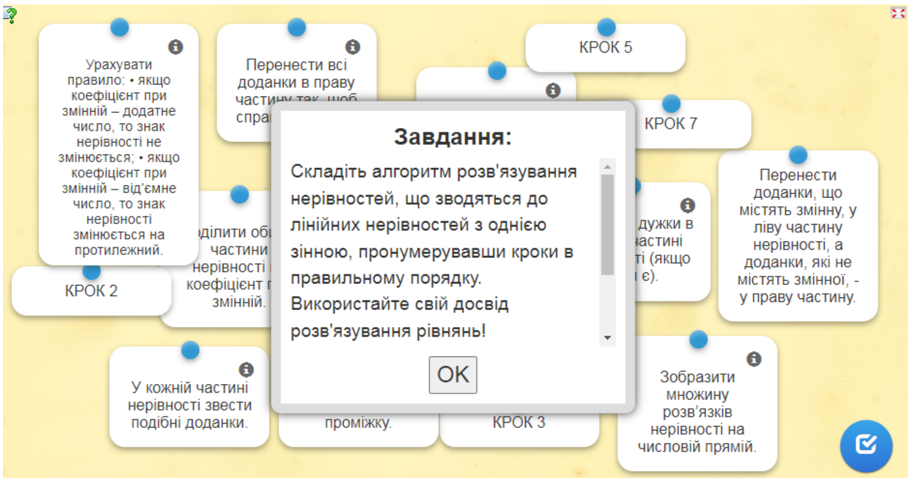
Наступна група завдань має на меті сприяти закріпленню в учнів знань щодо схеми розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною та виробленню в учнів сталих умінь як розв'язувати лінійні нерівності з однією змінною, так і виконувати рівносильні перетворення нерівностей з однією змінною.

Також вчитель може запропонувати вправи на порівняння чисел в Інтернет-сервісі мультимедійних дидактичних вправ LearningApps. Наведемо приклади таких завдань. [29]

1. Пазл «Розв'яжи нерівність». Під час проходження вправи учням із правильним розв'язком відкривається частинка пазлу, в даному випадку учні відкриють зображення підсніжників.



2. Алгоритм розв'язування нерівностей, що зводяться до лінійних.



Тільки переконавшись у тому, що основні навички розв'язування найпростіших нерівностей з однією змінною в учнів вироблено, можна переходити до більш складних прикладів, які сприяють вдосконаленню навичок тотожних перетворень. [44]

Приклад контрольної роботи з алгебри для школярів 9 класу на тему «Нерівності» для перевірки та узагальнення знань учнів розміщений у Додатку В.

2.2. Методика розв’язування квадратних нерівностей

Після тематичного оцінювання учнів з теми «Квадратична функція і її графік» учні розпочинають вивчати новий вид нерівностей, зокрема квадратні нерівності.

На етапі актуалізації опорних знань і вмінь вчитель може запропонувати учням розв’язати усні вправи, які можна вивести на екран мультимедійної дошки, продемонструвати надрукований наочний матеріал чи відкрити слайд презентації. Наведемо приклад таких завдань.

1. Серед наведених рівнянь укажіть рівняння, що задають квадратичну функцію:

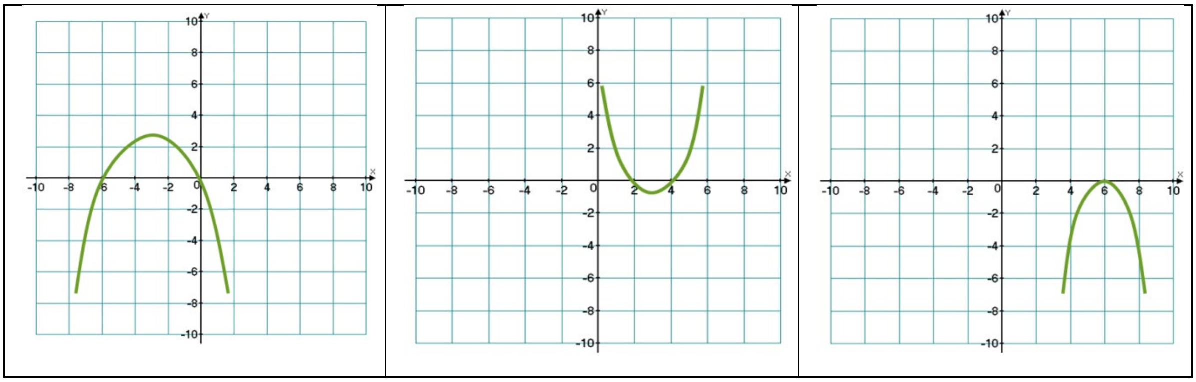
1) $y = 2x^2 + x – 1$; 2) $y^2 = x + 1$; 3) $y^2 = x^2 – 1$;

4) $y = -x – x^2$; 5) $y^2 = x^2$; 6) $y = -x^2$.

Для вказаних функцій назвіть коефіцієнти квадратного тричлена (у формулі $y = ax^2 + bx + c$).

Клас працює фронтально. Кожний приклад пояснює новий учень.

2. Назвати проміжки знакосталості функції, користуючись графіком.



Кожний малюнок пояснює новий учень. Пошук відповіді – міркування вголос. Клас слідкує за відповіддю товариша, погоджується або висловлює іншу думку. Далі учитель підводить підсумки усної роботи, звертає увагу на допущені помилки, коректує відповіді учнів.

Формування знань учнів з теми «Квадратна нерівність» можна проводити за таким планом:

1. Означення квадратної нерівності. Приклади квадратних нерівностей з різними коефіцієнтами.

2. Схема розв'язування квадратних нерівностей за допомогою побудови графіка відповідної квадратичної функції.

3. Кількість розв’язків квадратної нерівності. [40]

Введення поняття «квадратна нерівність» та формування вмінь їх розв’язувати можна розпочати з використання проблемного методу навчання, тобто запропонувати учням розв’язати лінійну нерівність з однією змінною, наприклад, $3x–x+1>0$, а потім дописати в одній із змін другий степінь і запропонувати розв’язати. Таким чином, перед учнями поставлено навчальну проблему, яку вчитель разом з ними допоможе розв’язати.

Учитель повідомляє, що нерівності виду $\alpha x^2 + bx + c \geq 0$, $\alpha x^2 + bx + c \leq 0$, $\alpha x^2 + bx + c > 0$, $\alpha x^2 + bx + c < 0$, де x – змінна, α, b, c - деякі числа, причому $\alpha \neq 0$, називають квадратними нерівностями (або нерівностями другого степеня з однією змінною). Наприклад, $2x^2 – 3x + 1>0$, $3x^2 − 5<0$, $−x^2 + 9 \leq 0$ – квадратні нерівності.

Для того, щоб розв’язати квадратну нерівність, достатньо знайти відповідні проміжки знакосталості функції, на яких квадратична функція $y=\alpha x^2+bx+c$ набуває додатних, недодатних, від’ємних або невід’ємних значень. Такий метод розв’язування нерівностей $ff(x^2) \geq 0$, $ff(x^2) \leq 0$, $ff(x^2)<0$, $ff(x^2)>0$ за допомогою графіка функції називають графічним. Окрім цього вчитель може показати спосіб виділення повного квадрату.

Учням пропонується в парах спробувати вивести алгоритм розв’язування квадратних нерівностей за допомогою побудови графіка відповідної квадратної функції.

Після обговорення учні записують у зошити схему розв’язування квадратних нерівностей графічним способом.

Кроки розв’язання квадратної нерівності

1. Розглянути функцію $y=ax^2+bx+c$.

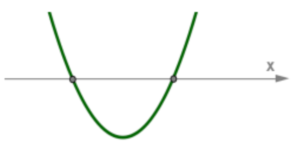
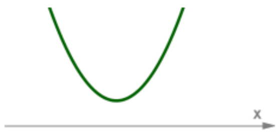
2. Визначити напрямок віток параболи.

3. Визначити точки перетину параболи і осі x за допомогою розв'язання рівняння $ax^2+bx+c=0$. Для цього вчитель пропонує згадати формули коренів квадратного рівняння.

Згадаємо формули коренів квадратного рівняння:

$D = b^2 - 4ac$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$

Якщо $D > 0$, у рівняння два різних кореня, парабола перетинає вісь x у двох точках	
Якщо $D = 0$, у рівняння два однакових кореня, вершина параболи знаходиться на осі x	
Якщо $D < 0$, у рівняння немає коренів, парабола не перетинає вісь x	

4. Враховуючи кількість коренів і знак коефіцієнта a, креслиться графік параболи. Вчитель наголошує на правилі:

Якщо $a > 0$, гілки параболи спрямовані вгору, якщо $a < 0$, тоді вниз.

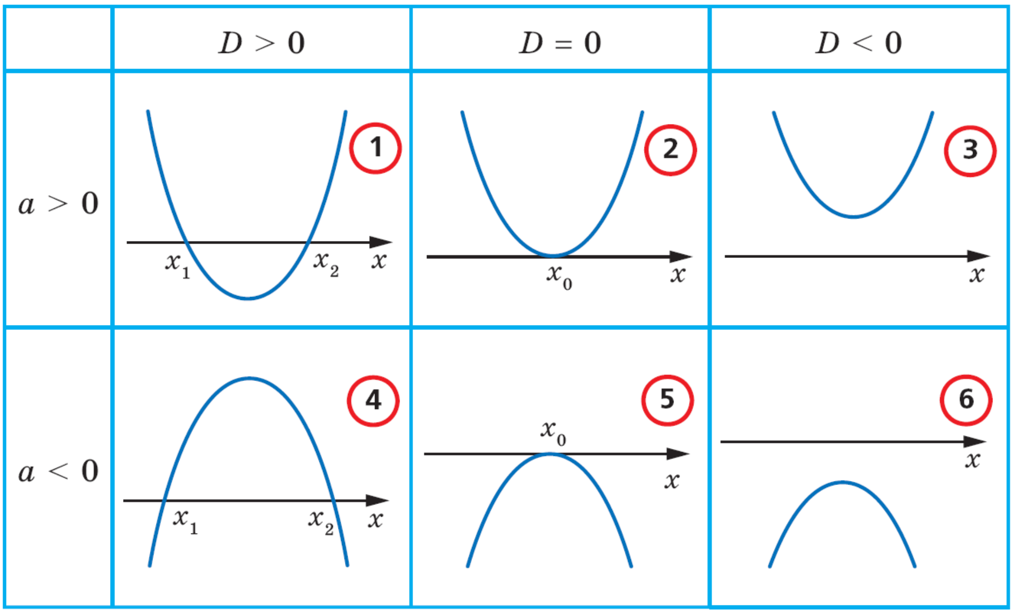
Порада: якщо хочеш, щоб гілки параболи завжди були спрямовані вгору, у випадках, коли $a<0$, треба спочатку обидві частини нерівності помножити на (-1). Не забудь, що на протилежний поміняється знак нерівності.

5. Обираються порожні або зафарбовані точки, в залежності від вигляду знака нерівності: якщо стоїть знак нестрогої нерівності $\leq$ або $\geq$, якщо стоїть знак строгої нерівності $<$ або $<$.

6. Зафарбовується правильний інтервал.

7. Записується відповідь.

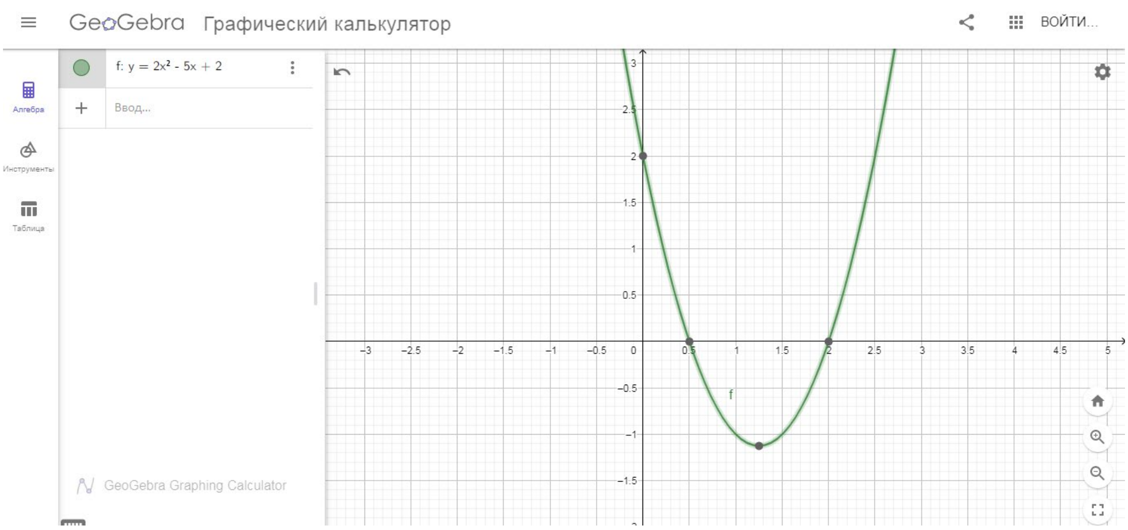
За таблицею розглядається розв’язування квадратної нерівності залежно від *D*.



На таких уроках вчителю буде зручно використовувати онлайн-середовище GeoGebra. Наведемо приклад застосування:

Розв’язати нерівність $2x^2 – 5x + 2<0$.

В даному випадку вчитель може ввести квадратну нерівність у рядок задання функції і учні наочно аналізують дану параболу. [30]



Учні розуміють, що нулі функції $\frac{1}{2}$ та 2, а квадратна нерівність має бути строго менша нуля, тому $x \in (\frac{1}{2}; 2)$. Таким чином, це дасть можливість розв’язати на уроці якнайбільше завдань, удосконалювати вміння розв’язувати квадратні нерівності.

Доречно запропонувати учням розв’язати декілька квадратних нерівностей, щоб побачити різницю в розв’язках в залежності від знака квадратної нерівності. У процесі подальшого вивчення встановлюється також, що немає потреби в точно накресленому графіку квадратного тричлена, досить намітити тільки положення коренів, якщо вони є, і врахувати на ескізі потрібні особливості графіка (напрям віток параболи).

Приклад розв’язку квадратної нерівності:

$-2x^2 + 4x - 5 \leq 0$ [39]

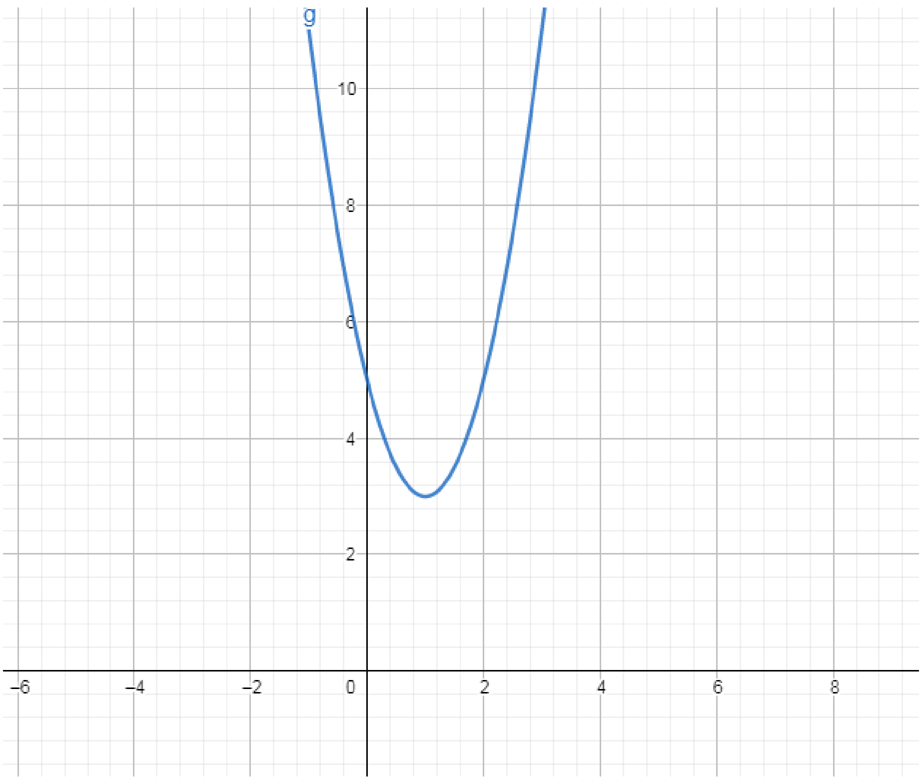
Розв’язання

$-2x^2 + 4x - 5 \leq 0 \mid \cdot(-1)$

$2x^2 - 4x + 5 \geq 0$

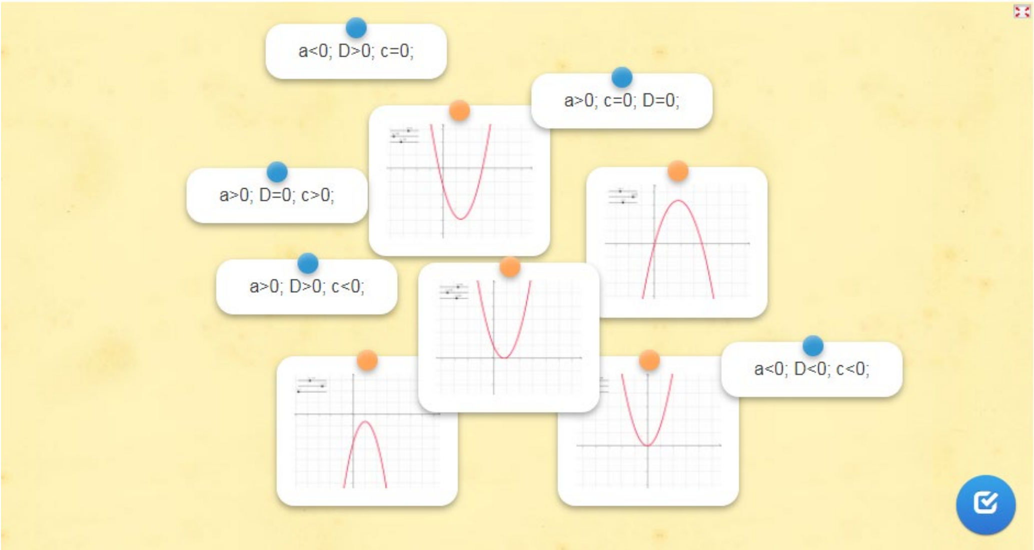
$D = b^2 - 4\alpha c = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 16 - 40 = -24$ – парабола не перетинає вісь *Ox*.

За графіком видно, що функція набуває додатніх значень при будь-якому значенні *x*.



Відповідь: $x \in (-\infty; +\infty)$ або $x \in$ R.

Перевірити розуміння учнями залежності розташування графіка квадратичної функції відносно осі *Ox* від знаків старшого коефіцієнта та дискримінанта відповідного квадратного тричлена вчитель може за допомогою вправи на знаходження пари у LearningApps. [28]



Приклад

Знайти область визначення функції $y = \sqrt{3x - x^2}$.

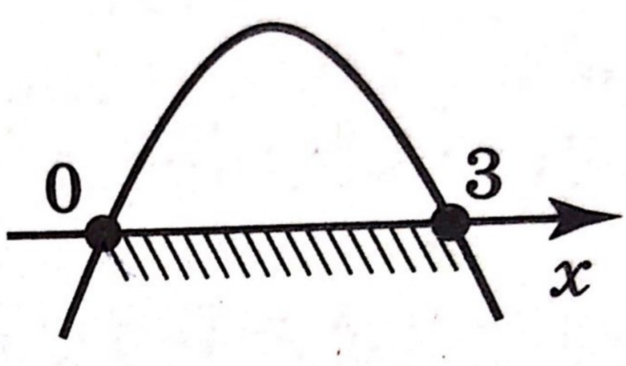
Розв'язання

Областю визначення цієї функції є розв'язки нерівності $3x - x^2 \geq 0$.

1) Коренями квадратного тричлена $3x - x^2$ є числа 0 і 3.

2) Зображуємо корені на осі x зафарбованими точками , оскільки знак нерівності є нестрогим.

3) Схематично зображуємо графік функції $y = 3x - x^2$. Це парабола, що перетинає вісь x у точках 0 і 3, гілки якої прямують униз.



4) Нерівність справджується при $x \in [0; 3]$.

Відповідь: $x \in [0; 3]$.

Розглянемо приклад використання ще одного методу розв'язування квадратних нерівностей, зокрема метод інтервалів.

План

1. Знайти ОДЗ.
2. Знайти нулі функції: $f(x) = 0$.
3. Позначити нулі на ОДЗ і знайти знак $f(x)$ у кожному проміжку, на які розбивається ОДЗ.
4. Записати відповідь, враховуючи знак заданої нерівності.

Приклад

Розв'яжіть нерівність $\frac{x^2-1}{(x+3)^2} \geq 0$. [23]

Розв'язання

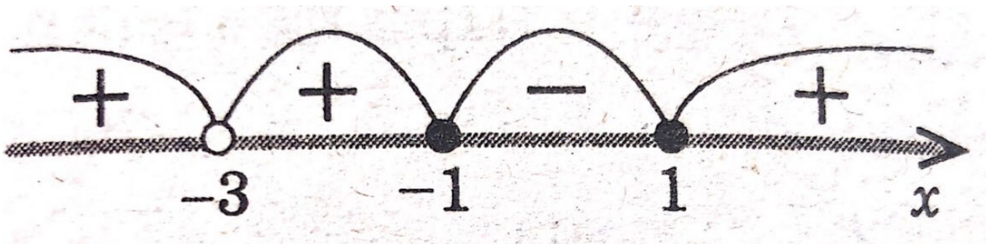
Нехай $f(x) = \frac{x^2-1}{(x+3)^2}$.

1. ОДЗ: $(x+3)^2 \neq 0$, отже, $x \neq -3$.
2. Нулі функції: $f(x) = 0$.

$\frac{x^2-1}{(x+3)^2} = 0$; $x^2 - 1 = 0$;

$x_1 = -1$, $x_2 = 1$ (входять до ОДЗ).

3.



Відповідь: $(-\infty; -3) \cup (-3; -1] \cup [1; +\infty)$.

Розглянемо ще один спосіб розв'язування квадратних нерівностей, зокрема метод виділення повного квадрату на конкретному прикладі.

$3x^2 + 4x - 7 > 0$ [18, ст. 24]

Розв’язання

$3x^2 + 4x - 7 > 0$ - поділимо обидві частини нерівності на 3, щоб старший коефіцієнт дорівнював 1, тоді дана нерівність буде рівносильна такій нерівності:

$x^2 + \frac{4x}{3} - \frac{7}{3} > 0$ – даний тричлен $x^2 + \frac{4x}{3} - \frac{7}{3}$ у вигляді суми квадрата двочлена і певного числа, для цього скористаємося формулою квадрата різниці двох виразів.

Нехай $f(x) = (1 - 2x - 3x^2)(2x^2 - x)$

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$\left(0; \frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{3}$	$\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}; \infty\right)$
$1 - 2x - 3x^2$	$-$	0	$+$	1	$+$	0	$-$	$-\frac{3}{4}$	$-$
$2x^2 - x$	$+$	3	$+$	0	$-$	$-\frac{1}{3}$	$-$	1	$+$
$f(x)$	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Відповідь: $x \in [-1;0] \cup [\frac{1}{3}; \frac{1}{2}]$.

По закінченню вивчення квадратних нерівностей учні мають: формулювати означення квадратної нерівності; знати, що означає розв’язати нерівність та що є розв’язком квадратної нерівності; розуміти скільки розв’язків може мати квадратна нерівність; наводити приклади квадратних нерівностей, які: не мають жодного розв’язку; мають тільки один розв’язок; задовольняють усі дійсні числа; знати різні способи розв’язування квадратних нерівностей. [38]

У даній роботі наведений приклад конспекту уроку на тему «Розв’язування квадратних нерівностей». [Дод. А]

2.3. Особливості розв’язування систем нерівностей

Із алгоритмом розв’язування систем рівнянь з двома змінними учні ознайомилися у 7 класі. Тому досвід розв’язування та уявлення про системи вони уже мають. Перед поясненням нового матеріалу вчитель на етапі актуалізації знань учнів може повторити матеріал із теми «Системи рівнянь з двома змінними» та повторити розв'язування квадратних нерівностей.

На практиці часто постає питання про знаходження спільних розв'язків нерівностей з однією змінною або всіх значень змінних, при яких хоча б одна з нерівностей перетворювалася на правильну. [38]

Важливою складовою алгебраїчної культури учнів є вміння розв'язувати як раціональні нерівності, так і їх системи. Розв'язування систем нерівностей заслуговує особливої уваги, оскільки це комплексна освітня діяльність.

Створити відповідні умови для мотивації навчальної діяльності учнів учитель може, як завжди, запропонувавши учням розв'язати конкретне практичне завдання.

Знайти область допустимих значень змінної у виразі $\sqrt{2x-2}+\sqrt{9-3x}$.

Проаналізувавши запропоновану ситуацію, учні мають дійти висновку, що на практиці часто постає питання про знаходження спільних розв'язків нерівностей з однією змінною (розв'язання системи нерівностей).

$$\begin{cases} 2x-2 \geq 0, \\ 9-3x \geq 0. \end{cases}$$

Тому метою даного уроку є вивчення способів розв'язування систем нерівностей з однією змінною.

Перед вивченням нового матеріалу доречно актуалізувати основні необхідні знання та вміння, набуті учнями протягом попередніх уроків, запропонувавши їм вправи:

1. При яких значеннях x дріб $\frac{x^2-2x}{x-2}$:

   1) визначений; 2) дорівнює нулю?

2. Розв'яжіть нерівність:

   1) $2x > 4$; 2) $-x \geq 3$; 3) $-x \leq 0$; 4) $\frac{1}{3}x \leq 5$; 5) $\frac{x}{5} < -2$; 6) $-\frac{x}{2} > 10$.

3. Знайдіть переріз та об'єднання проміжків, що відповідають парі нерівностей:

1) $x \geq 3$ *і* ≥ 5; 2) $x \geq 3$ *і* $x \leq 5$; 3) $x \geq 5$ *і* $x \leq 3$.

На етапі формування знань учитель може використати такий план дій:

1. Поняття системи нерівностей з однією змінною та її розв’язку.
2. Схема розв'язування систем нерівностей з однією змінною.
3. Розв'язування систем лінійних нерівностей з однією змінною.

Якщо доводиться знаходити спільні розв'язки двох або більшої кількості нерівностей з однією і тією самою змінною, то кажуть, що ці нерівності утворюють систему нерівностей.

Систему нерівностей позначають фігурною дужкою. Розв'язок системи нерівностей – це значення змінної, яке задовольняє кожну нерівність системи. Розв'язати систему нерівностей – означає знайти всі її розв'язки або показати, що вона їх немає.

Вчитель пропонує учням проаналізувати схему розв'язання систем нерівностей.

Основні кроки розв’язування системи нерівностей з однією змінною

1. Розв’язати кожну нерівність системи.

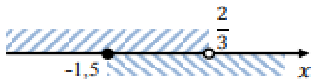
2. Зобразити множину розв’язків кожної нерівності на одній координатній прямій.

3. Знайти переріз числових проміжків, записати відповідь.

Приклад. Розв’язати систему нерівностей $\begin{cases} 3x+4<6, \\ 2x+7 \geq 4. \end{cases}$

Розв’язання

$\begin{cases} 3x+4<6, \\ 2x+7 \geq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x<6-4, \\ 2x \geq 4-7; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x<2, \\ 2x \geq -3; \end{cases}$ $\begin{cases} x<\frac{2}{3}, \\ x \geq -1{,}5, \end{cases}$



Відповідь: $x \in \left[-1{,}5; \frac{2}{3}\right)$.

Основні кроки розв’язування сукупності нерівностей з однією змінною

1. Розв’язати кожну нерівність сукупності.

2. Зобразитит множину розв’язків кожної нерівності на одній координатній прямій.

3. Знайти об’єднання числових проміжків, записати відповідь.

Приклад. Знайти розв’язок сукупності нерівностей $\left[\begin{array}{l} 3x-5>7, \\ 2x+3<3. \end{array}\right.$

Розв’язання

$\left[\begin{array}{l} 3x-5>7, \\ 2x+3<3; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 3x>7+5, \\ 2x<3-3; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 3x>12, \\ 2x<0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x>4, \\ x<0. \end{array}\right.$

Відповідь: $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Приклад

Розв’язати систему нерівностей:

$$\begin{cases} x^2 + 2x > 0, \\ x^2 + x - 12 \le 0. \end{cases}$$

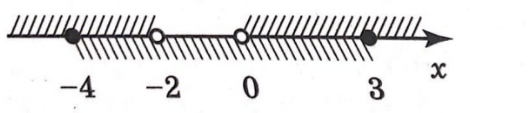
Розв’язання

Розв’язком системи нерівностей є спільні розв’язки нерівностей системи. Отже, щоб знайти розв’язки системи, треба розв’язати кожну нерівність окремо і знайти їх спільні розв’язки.

Множиною розв’язків нерівності $x^2 + 2x > 0$ є (-∞; - 2) U (0; +∞).

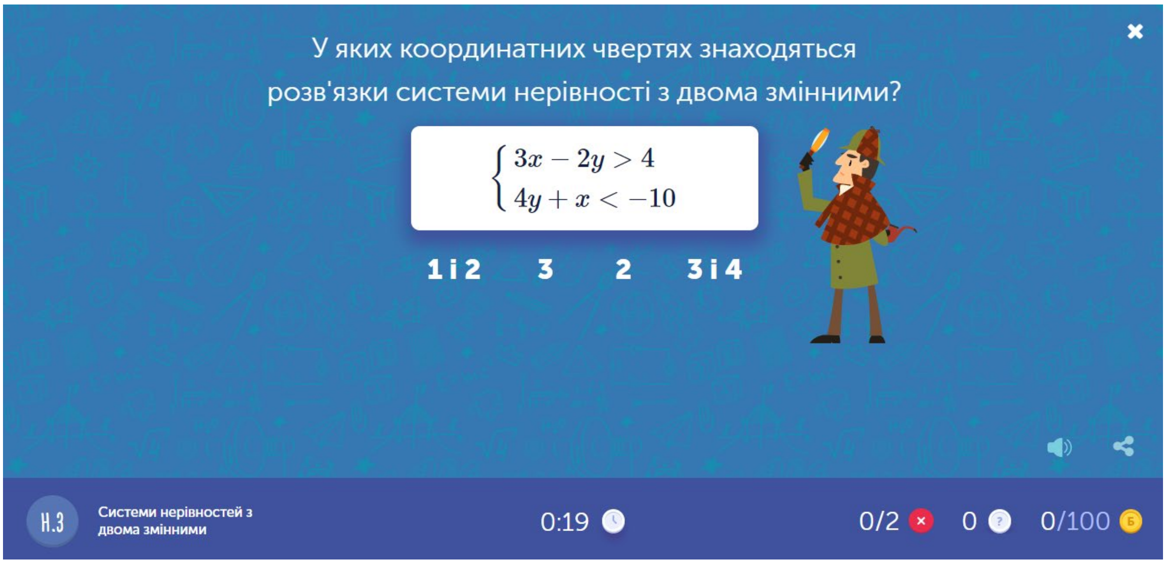
Множиною розв’язків нерівності $x^2 + x – 12 \le 0$ є [-4; -2].

Зобразимо на координатній прямій отримані множини розв’язків нерівностей. Множиною розв’язків системи буде переріз множин розв’язків нерівностей, тобто [-4; -2] U (0; 3].



Відповідь: $x \in$ [-4; -2] U (0; 3].

На етапі формування вмінь і навичок розв’язувати системи нерівностей вчитель може використати велику кількість інтерактивних вправ у онлайн-середовищі або створити тестові завдання на різноманітних платформах, які згадувалися вище у роботі. Наведемо приклад застосування вправи у середовищі Learning. ua. [29]



Приклад

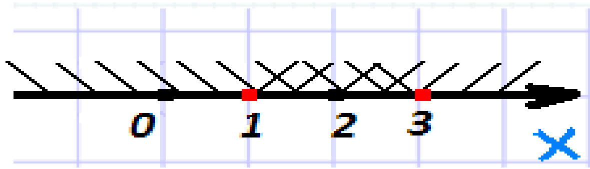
Знайти область допустимих значень змінної у виразі $\sqrt{2x-2}+\sqrt{9-3x}$.

Розв'язання

Аби даний вираз мав смисл потрібно, щоб підкореневі вирази були невід'ємними: $2x-2 \geq 0$ і $9 - 3x \geq 0$.

Оскільки ця умова повинна виконуватися одночасно, то маємо систему:

$$\begin{cases} 2x-2 \geq 0, \\ 9-3x \geq 0. \end{cases}$$



Розв'яжемо її.

$$\begin{cases} 2x \geq 2, \\ -3x \geq -9; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 3. \end{cases}$$

Бачимо, що спільні розв'язки нерівностей системи належать числовому проміжку [1; 3], який можна записати у вигляді подвійної нерівності $1 \leq x \leq 3$.

Опишемо методичний прийом, яким може скористатись вчитель, добираючи повноцінну систему задач. Спочатку вчителю слід розглянути можливі випадки співвідношень між числовими проміжками, що зображатимуть розв’язки окремих нерівностей. На основі запропонованих рисунків вчитель складає відповідну систему двох елементарних нерівностей.

Наведемо приклад такого прийому.

Приклад

За даним випадком співвідношень між числовими проміжками складіть систему нерівностей.

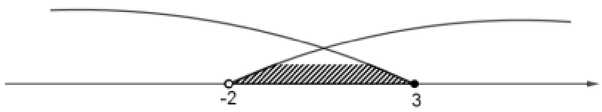


Рис.1

Учні розуміють, що розв’язком даної системи має бути проміжок (-2; 3].

Результатом розв’язування має бути кінцева система $\begin{cases} x > -2, \\ x \leq 3 \end{cases}$.

«Ускладнити» систему елементарних нерівностей можна, помноживши першу нерівність на 3, а другу – на (–2) отримаємо:

$$\begin{cases} 3x > -6, \\ -2x \geq -6 \end{cases}$$

В кожній нерівності перенесемо (–6) у ліву частину і одержимо:

$$\begin{cases} 3x + 6 > 0, \\ 6 - 2x \geq 0 \end{cases}$$

В першій нерівності винесемо 3 за дужки, а в другій (–2). Одержимо систему у вигляді:

$$\begin{cases} 3(x + 2) > 0, \\ -2(x - 3) \geq 0 \end{cases}$$

В результаті розв’язування учні одержують рисунок, знаходять переріз проміжків (-2; +∞)U(-∞; 3]. Таким чином розв’язком заданої системи нерівностей буде проміжок (-2; 3].

На етапі застосування набутих знань учням слід давати якнайбільше різноманітніших вправ на дану тему, звертати увагу на їх типові помилки, наголошувати на особливостях зміни знака, правильності формування малюнка перерізу тощо. Від оволодіння вміннями розв'язувати нерівності та їх системи, залежить не лише підготовка школярів з алгебри на даному етапі навчання, а й осмислене засвоєння знань в подальшому вивченні математики. [42]

2.4. Застосування програмних засобів при вивченні нерівностей та їх систем

На сьогодні розроблено значну кількість програмних засобів, що дозволяють розв’язувати за допомогою комп’ютера досить широке коло математичних задач різних рівнів складності. Це такі програми як GRAN1, ЕНМК «Алгебра», GeoGebra та ін. Використання таких програм забезпечує активну дослідницьку діяльність, в процесі якої формується дослідницька компетентність. Уроки, проведені з використанням програмних засобів, сприяють набуттю учнями технологічної компетентності, дозволяють ефективніше застосовувати вивчені ними методи розв'язування нерівностей та їх систем, перевіряти правильність побудованих графіків та отриманих розв'язків, розвивати логічне мислення та дослідницькі вміння. [38]

Покажемо, як можна застосовувати дані ППЗ на уроці алгебри при вивченні нерівностей та їх систем за допомогою платформи GeoGebra. Саме вона найзручніша у використанні та багатофункціональна.

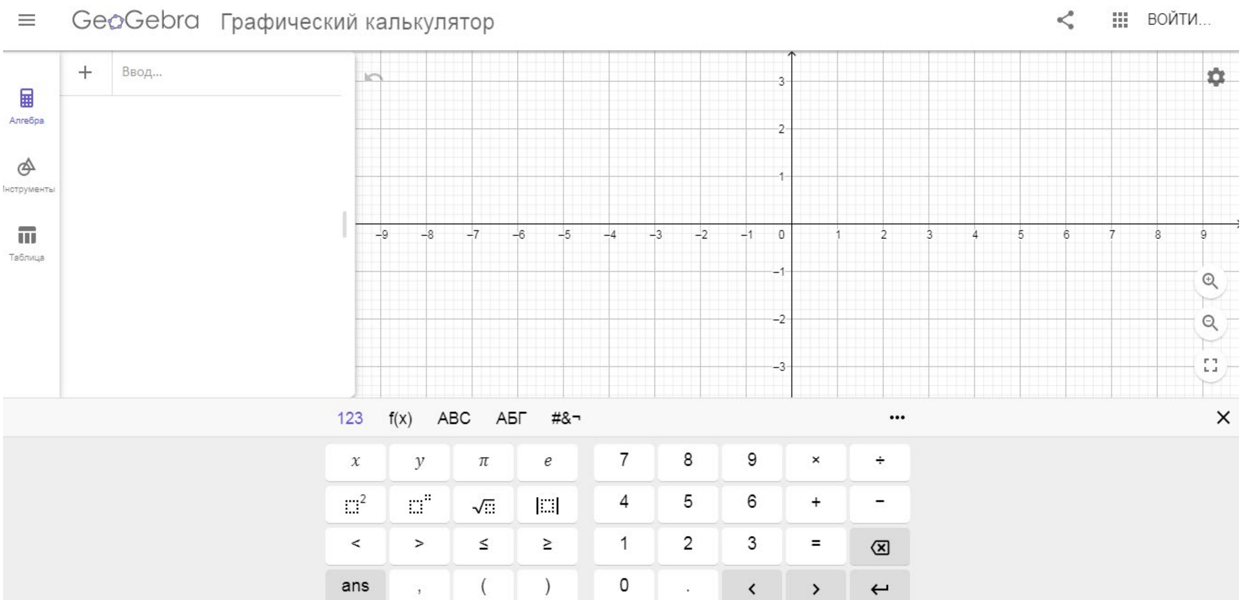
GeoGebra - вільно-поширюване (GPL) динамічне геометричне середовище, яке дає можливість створювати «живі креслення» для використання в геометрії, алгебрі, планіметрії, зокрема, для побудов за допомогою циркуля і лінійки.

Крім того, програма володіє багатими можливостями для роботи з функціями (побудова графіків, обчислення коренів, екстремумів, інтегралів тощо) за рахунок команд вбудованої мови (яка, до речі, дає змогу керувати і геометричними побудовами).

Програма написана Маркусом Хохенвартером мовою Java. Перекладена на 39 мов. На сьогодні активно розробляється.

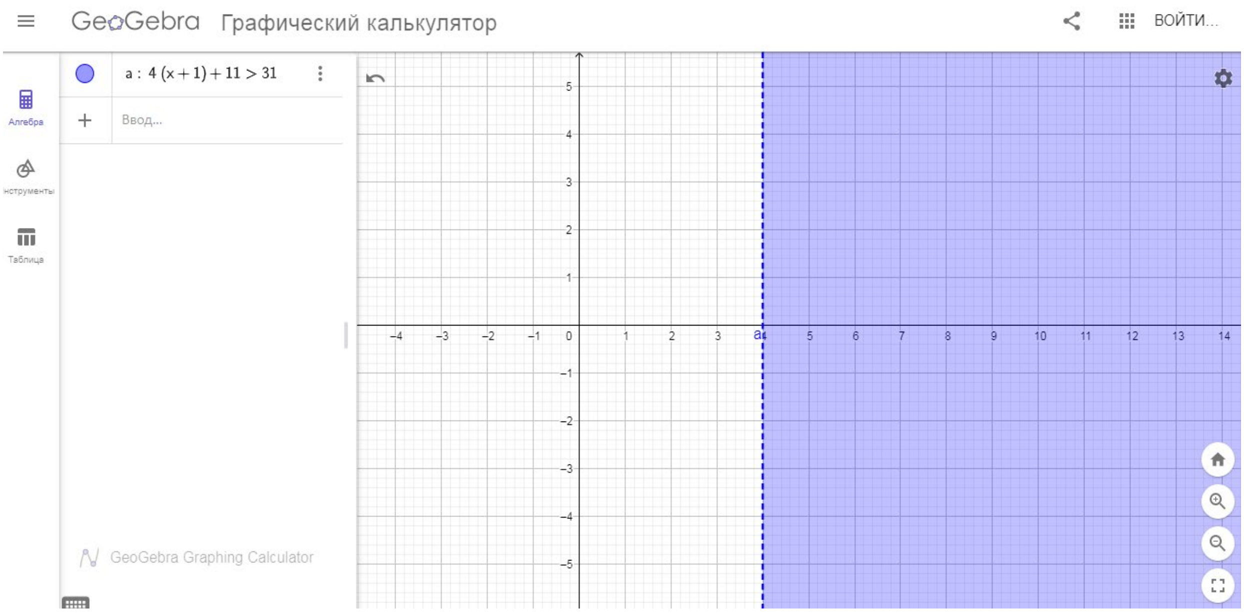
Платформу можна використовувати в онлайн-режимі, перейшовши за посиланням https://www.geogebra.org/graphing?lang=ru. [30]

Інтерфейс середовища GeoGebra



Для того, щоб розв’язати нерівність чи систему нерівностей слід у полі введення внести завдання та натиснути клавішу Enter. Після цього програма автоматично виділить кольором проміжок, який є розв’язком нерівності. Наведемо приклади розв’язування нерівностей, які вивчаються в основній школі.

Розв’яжемо лінійну нерівність $4\,(x + 1) + 11 > 31$.



Учні наочно мають змогу перевірити правильність їх обчислень. У даному випадку розв’язком нерівності буде проміжок $x \in (4; +\infty)$.

Розглянемо розв’язок квадратної нерівності $(2x + 3)^2 \geq (x - 3)(x + 3)$.

При введені нерівності у середовище учні розуміють, що x є R, оскільки кольором заповнені всі дійсні числа.

Розглянемо розв'язок систем нерівностей.

Приклад алгебраїчного завдання 9 класу з високого рівня.

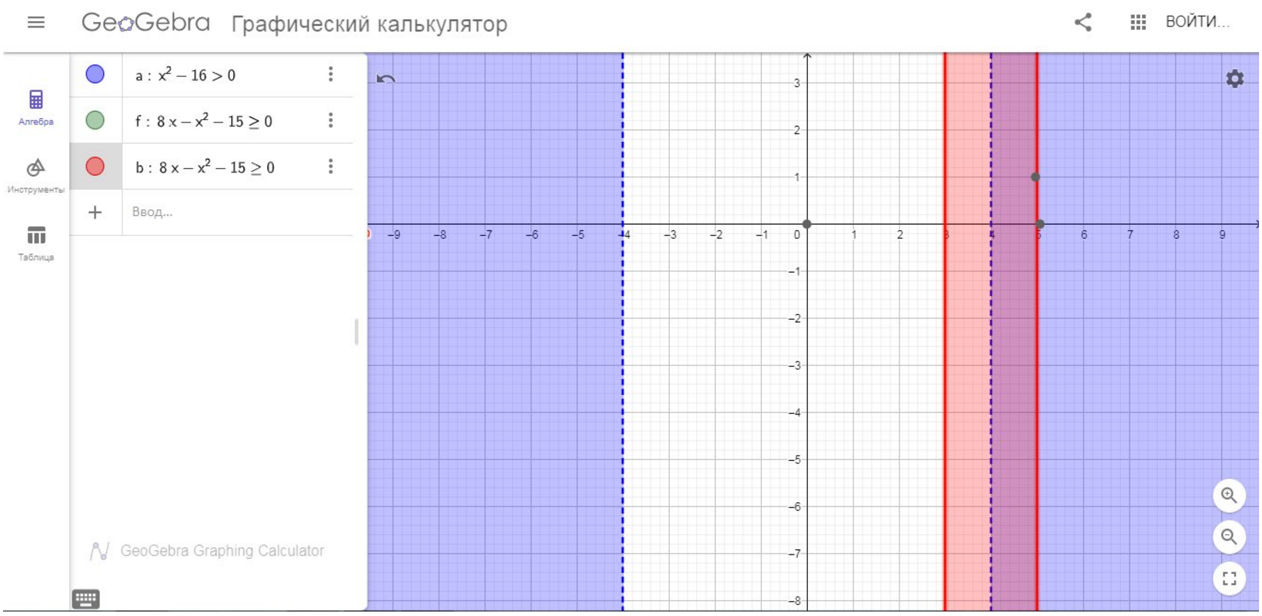
Знайдіть область визначення функції:

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 16}} + \sqrt{8x - x^2 - 15}$$

Учні знають, що підкореневий вираз $\sqrt{x}$ має бути лише $x \geq 0$, але в першому доданку у знаменнику підкориневий вираз набуває лише додатніх значень, тобто $x^2 - 16 > 0$. Можемо скласти систему нерівностей:

$x^2 - 16 > 0$

$8x - x^2 - 15 \geq 0$



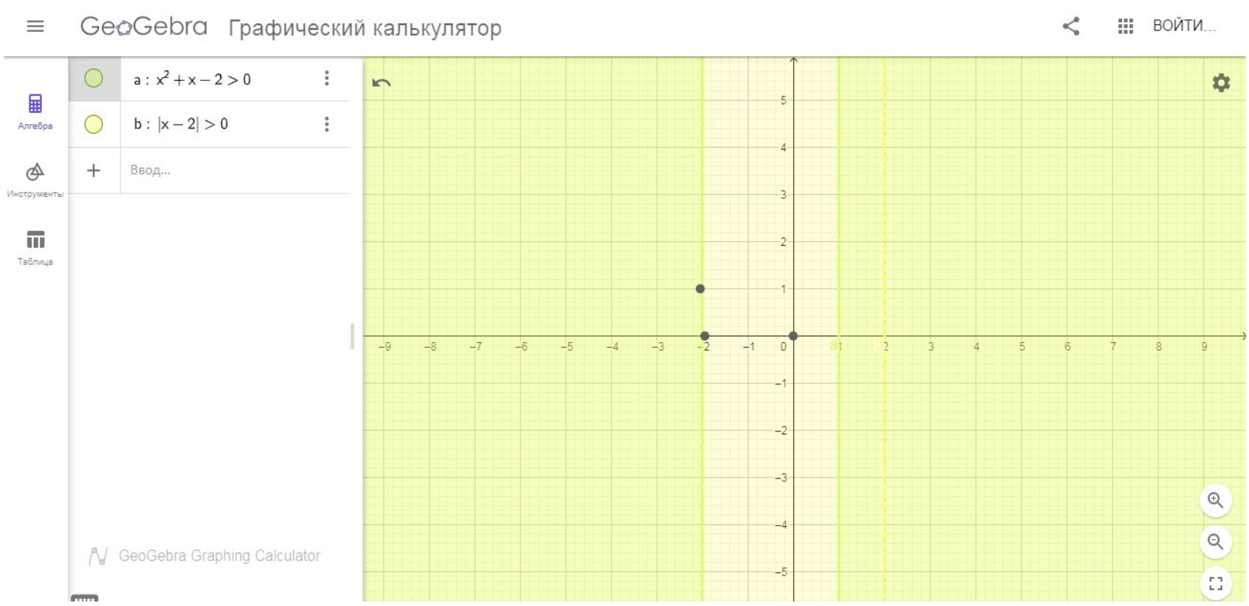
Вчитель вводить дані у середовище і учні розуміють, що розв’язком системи є проміжок *x ϵ* (4; 5].

Також у **GeoGebra** вчитель має можливість показати розв’язок дробово-раціональної нерівності.

Приклад.

Розв’яжіть нерівність:

$$\frac{x^2 + x - 2}{|x - 2|} > 0.$$



Розв’язком нерівності є проміжок *x ϵ* (-∞; -2) U (1;2) U (2; +∞).

Таким чином, процес розв’язування нерівності за допомогою ППЗ є послідовністю кроків, на кожному з яких користувач виконує деякі перетворення математичної моделі задачі. До найважливіших аспектів підтримки роботи учня можна віднести перевірку правильності ходу розв’язування нерівності, автоматизацію рутинних дій учня, пов'язаних з обчисленнями [13, с. 75]. У ході діяльності учитель може оперативно здійснювати перевірку правильності ходу розв’язування нерівності, автоматизоване тестування знань учнів. ПМК може використовуватися на уроці у процесі пояснення методів розв’язування нерівностей, для проведення самостійних і контрольних робіт.

Висновки

В результаті аналізу психолого-педагогічної, навчальної та науково-методичної літератури з теми дослідження вдалося систематизувати теоретичні відомості, пов'язані з особливостями вивчення нерівностей та їх систем в контексті компетентнісно-орієнтованого підходу. Було проведено логіко-дидактичний аналіз теми «Нерівності» та логіко-математичний аналіз тем «Квадратні нерівності» з точки зору реалізації компетентнісного підходу. Виконано порівняння різних методичних прийомів вивчення теми, досліджено теоретико-множинні аспекти розв'язування нерівностей та їх систем, проаналізовано складові алгебраїчної культури учнів при вивченні нерівностей.

У бакалаврській роботі розкрито методику розв'язування нерівностей, розглянуто приклади, які допоможуть засвоїти основи математичного апарату розв'язування нерівностей, використовуючи різні способи. Зокрема, під час вивчення даної теми було виявлено, що розв'язування нерівностей спрямоване на формування в учнів системи математичних знань, вироблення вмінь і навичок математичного моделювання, обчислення, розвитку прийомів розумової діяльності.

Вчителю математики сьогодні необхідно демонструвати усі можливі способи розв'язування математичних задач. Це стосується не лише аналітичних чи геометричних підходів, а й використання спеціалізованих програмних засобів. Чим ширшим буде перелік способів знаходження відповіді, тим більшою буде вірогідність правильного розв'язання задачі (хоча б через можливість перевірки відповіді).

Математично компетентний учень – це учень, який:

- володіє знаннями в межах програми, уміє розв'язувати типові задачі;
- усвідомлює зв'язок математики з іншими предметами;
- має розвинене мислення;
- уміє опрацьовувати інформацію, самостійно оволодівати знаннями;
- уміє працювати на комп'ютері. [12, с. 58]

На уроках математики необхідно створити умови для відпрацювання взаємозв'язків між навичками, уміннями, ситуативною діяльністю та особистістю, що сприятиме формуванню компетентної людини. [41]

Впровадження і застосування в навчальному процесі інформаційних технологій сприяє поглибленню і розширенню теоретичних знань, формуванню практичних умінь і навичок, підвищенню активізації пізнавальної діяльності учнів.

Застосування інформаційних пристроїв (планшетів, смартфонів, комп'ютерів тощо) формує позитивне ставлення до навчального процесу та вивчення математики як науки.

Можна зробити висновок, що розв'язування нерівностей в основній школі сприяє розумовому розвитку учнів, підвищує рівень знань, умінь і навичок, сприяє інтересу до математики.

Список використаної літератури

1. Бевз Г.П. Методика навчання математики: Навчальний посібник для інститутів. Київ: Вища школа, 1989. 367 с.
2. Бурда М. І. Збірник завдань для підсумкової атестації з алгебри. 9 клас. Харків: Гімназія, 2007. 224 с.
3. Залевська Г. П. Розв'язування квадратних і раціональних нерівностей графічним способом та методом інтервалів. 9 клас. Математика в школах України. 2019. №31-33 (619-621). С. 45-49.
4. Залівіна І. С. Методичні особливості вивчення нерівностей. Математика в школах України. 2020. №28-30 (652-654). С. 2-9.
5. Зимова І. В. Формування елементарної математичної компетентності. Київ: МП «Око», 2005. 215 с.
6. Іванченко Л. М. Нерівності. Розв'язування нерівностей. 9 клас. Математика в школах України. 2019. № 25-27 (613-615). С. 49-52.
7. Істер О. С. Алгебра: підручник для 9 класу загальноосвіт. Навч. закладів. Київ: Генеза, 2017. 264 с.
8. Істер О. С. Математика: підруч. для 5-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ: Генеза, 2018. 288 с.
9. Істер О. С. Математика: підруч. для 6-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ: Генеза, 2014. 296 с.
10. Капіносов А. Алгебра: збірник задач і вправ для 9 класу. Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. 222 с.
11. Кушнір В.А., Кушнір Г. А., Петюренко А. Формування творчого мислення учнів при розв'язуванні рівнянь та нерівностей. Математика в школі. 2005. №5. С. 35-40.
12. Лискова С. М. Числові нерівності. Основні властивості числових нерівностей. 9 клас. Математика в школах України. 2020. № 22-24 (646 – 648). С. 58-62.

13. Маркова І. С. Урок математики в сучасних технологіях: теорія і практика: метод проектів. Комп'ютерні технології. Розвивальне навчання. Харків: Тріада, 2007. 171 с.
14. Математика. Навчальна програма. Рівень стандарту. Профільний рівень. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas.
15. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра. 9 клас. Підручник для класів з поглибленим вивченням математики. Харків: Гімназія, 2017. 416 с.
16. Назаренко Л. Д. Тисяча і один приклад. Рівності і нерівності. Суми: Слобожанщина, 1994. 488 с.
17. Нелін Є. П. Математики. Експрес-підготовка (Зовнішнє незалежне оцінювання). Київ: Літера ЛТД, 2014. 240 с.
18. Перехейда О.М., Ушаков Р.П. Розв’язування нерівностей. Харків: Вид. група «Основа», 2003. 112 с.
19. Пометун О.І. Інтерактивні технології навчання: теорія, практика. Київ: Вид-во А.С.К., 2002. 113 с.
20. Пометун О.І. Компетентнісний підхід – найважливіший орієнтир розвитку сучасної освіти. Рідна школа. 2005. № 1. С. 65–69.
21. Пометун О. І., Пироженко Л. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання. Київ: А. С. К., 2004.
22. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб вивчення математики. Інформаційні технології і засоби навчання. 2012. №4. С. 30-35.
23. Слєпкань З. І. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з алгебри. 9 клас. Харків: Гімназія, 2004. 160 с.
24. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підручник. 2-ге вид., доповн. і переробл. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.
25. Соколенко Л.О. Теоретико-множинні аспекти шкільного курсу математики. Матеріали міжнародної науковометодичної конференції «Проблеми

математичної освіти» (ПМО-2015), м. Черкаси, 4-5 червня. Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького. 2015. С. 211– 212.

26. Ципкін О.Г. Довідник з математики для середніх навчальних закладів. Київ: Вища школа, 1988. 416 с.

27. Юшкевич А. П. Історія математики. Москва: Наука, 1970.

Інтернет-джерела

28. https://learningapps.org/ (посилання на сервіс із інтерактивними вправами).

29. https://learning.ua/ru/ (посилання на сервіс із інтерактивними вправами).

30. https://www.geogebra.org/graphing?lang=ru (онлайн - платформа для роботи з функціями, рівняннями, нерівностями та планіметричним і стереометричним матеріалом).

31. https://naurok.com.ua/ (сайт освітнього проекту із розробками для уроків та сервіс для проходження онлайн – тестування).

32. https://vseosvita.ua/ (сайт освітнього проекту із розробками для уроків та сервіс для проходження онлайн – тестування).

33. https://kahoot.it/ (сервіс для онлайн-тестування).

34. https://quizizz.com/admin/quiz/5e386850d3675e001b1bb3cb/vchitelyam (сервіс для онлайн-тестування).

35. Васильєв К. І. Розв’язування систем лінійних нерівностей з однією змінною. URL: https://naurok.com.ua/urok-9-klas-algebra-rozv-yazuvannya-sistem-liniynih-nerivnostey-z-odnieyu-zminnoyu-75343.html

36. Витичак І. І. Нерівності. URL: https://naurok.com.ua/prezentaciya-nerivnosti-91465.html

37. Властивості нерівностей з однією змінною. URL: https://subject.com.ua/mathematics/zno/164.html

38. Кваліфікаційна робота студентки Криворізького державного педагогічного університету Безхлібної Олександи Сергіївної: http://elibrary.kdpu.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/2829/1/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BB%D1%96%D1%84%D1%96%D0%BA%D0%B0%D1%86%D1%96%D0%B9%D0%BD%D0%B0%20%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0

%BE%D1%82%D0%B0%20%D0%91%D0%B5%D1%81%D1%85%D0%BB%D1%96%D0%B1%D0%BD%D0%BE%D1%97%20%D0%9E.%D0%A1..pdf

39. Кононенко Л. В. Тестування з алгебри у 9 класі на тему «Квадратні нерівності». URL: https://naurok.com.ua/test/algebra-9-klas-739729.html
40. Кордіс А. О. Розв'язування квадратних нерівностей графічним способом. URL: https://naurok.com.ua/urok-algebri-u-9-kl-rozv-yazuvannya-kvadratnih-nerivnostey-grafichnim-sposobom-143069.html
41. Методика вивчення нерівностей. URL: https://ua-referat.com/?red=65521
42. Рівняння та нерівності в основній школі. URL: https://knowledge.allbest.ru/pedagogics/2c0b65635b2bd79a4c53b88421316d37_0.html#text
43. Ткаченко О. Д. Методика вивчення числових нерівностей і їх властивостей у шкільному курсі математики. URL: https://naurok.com.ua/metodika-vivchennya-chislovih-nerivnostey-i-h-vlastivostey-u-shkilnomu-kursi-matematiki-42157.html
44. Швець М. О. Лінійні нерівності з однією змінною. URL: https://naurok.com.ua/liniyni-nerivnosti-z-odnieyu-zminnoyu-136370.html
45. Шумова М. М. Розв'язування квадратних нерівностей. URL: https://urok-ua.com/rozrobka-uroku-z-alhebry-9-klas-rozvyazannya-kvadratnyh-nerivnostej/

Додатки

Додаток А

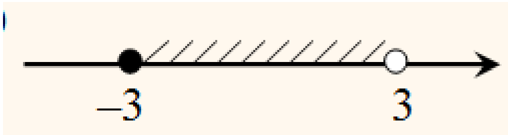
Контрольна робота з алгебри для учнів 9 класу на тему «Нерівності»

Початковий рівень навчальних досягнень.

1. Яке із чисел є розв'язком нерівності $-2x>10$?

А. -2; Б. 0; В. -5; Г. -6.

1. Укажіть проміжок, зображений на малюнку.



А. [-3; 3]; Б. (-3; 3]; В. [-3; 3); Г. (-3; 3).

3. Яка з нерівностей є лінійною з однією змінною?

А. $4x > 8$; Б. $3 + 5 > 0$; В. $\frac{1}{2x+8} \leq 3$;

Середній рівень навчальних досягнень.

4. Відомо, що а > в. Укажіть правильну нерівність.

А. $\frac{a}{7} < \frac{в}{7}$; Б. $a + 3 < в + 3$; В. $-a > -в$ Г. $-2a < -2в$

5. Розв'яжіть нерівність $-3x \leq -18$.

6. Розв'яжіть систему нерівностей

$$\begin{cases} x - 2 \leq 7 \\ 2x > -4 \end{cases}$$

Достатній рівень навчальних досягнень.

7. Відомо, що $2 < a < 5$ і $1 < в < 3$. Оцініть значення виразу $4a – в$.

8. Укажіть число, що не належить проміжку [2,5; 3,6).

А. $\sqrt{7}$ Б. $\sqrt{14}$ В. $2\frac{1}{2}$ Г. $\sqrt{11}$

Високий рівень навчальних досягнень.

9. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{x-2} + \frac{1}{\sqrt{8-x}} + \frac{1}{x^2-9}$

10. При яких значеннях c рівняння $2x^2 + 4x - c = 0$ не має розв'язків?

Додаток В

Конспект уроку алгебри у 9 класі

Тема: Розв'язування квадратних нерівностей.

Цілі уроку:

Формування предметних компетентностей: розвиток математичної компетентності; удосконалити та закріпити навички розв'язування квадратних і раціональних нерівностей графічним способом, методом інтервалів.

Формування ключових компетентностей: удосконалювати вміння вчитися впродовж життя; формувати вміння правильно використовувати математичну термінологію; розвивати математичну грамотність; удосконалювати вміння спілкуватися державною мовою.

Обладнання: мультимедійний проектор, індивідуальні картки, таблиці, підручник.

Хід уроку

I. Організаційний момент.

Привітання. Психологічне налаштування класу за допомогою інтерактивної вправи «Комплімент».

II. Повідомлення теми уроку. Мотивація навчальної діяльності.

- Діти, сьогодні ми удосконалимо свої вміння розв'язувати квадратні нерівності, а також зрозуміємо наскільки тісно пов'язаний їх розв'язок із декартовою системою координат.
- Тому епіграфом нашого уроку буде вислів Рене Декарта «Недостатньо лише мати добрий розум, головне раціонально його використовувати»
- А як саме ви розумієте цей вислів?

III. Актуалізація опорних знань.

- Діти, на цьому уроці ви об'єднались в домашні групи «Дискримінант», «Парабола», «Інтервал». Оберіть спікера та його помічника.

Оцінювання роботи груп проводитиме спікер, помічник буде заповнювати лист оцінювання.

Вчитель пояснює правила заповнювання листа оцінювання.(бали в колонку «активність» виставляють в кінці уроку).

Далі вчитель нагадує учням правила роботи в групах.(учні вголос зачитують правила)

ЛИСТ ОЦІНЮВАННЯ

Прізвище учня	«Вільний мікрофон» 2б	«Тест-драйв» 3б	«Чарівна скринька» 4б	Групова робота 3б	Самостійна робота 2б	Активність 2б	Сума балів

- Кожна група підготувала запитання Давайте перевіримо домашнє завдання за допомогою інтерактивного методу «Вільний мікрофон». На запитання відповідає тільки той, хто отримує мікрофон. [45]

Проводиться інтерактивна вправа, метод «Вільний мікрофон».

Група «Дискримінант»

1. Дати означення квадратної нерівності? (нерівність вигляду $ax^2+bx+c>0$ (<0, ≤ 0, ≥ 0)називається квадратною, якщо $a\neq 0$).
2. Що є графіком квадратичної функції? (парабола)

Група «Парабола»

1. Сформулюйте алгоритм розв'язання квадратної нерівності графічним способом
2. Як визначити напрямок віток параболи(звернути увагу на знак коефіцієнта a, якщо $a>0$ вітки направлені вгору, $a<0$ вітки направлені вниз.)

Група «Інтервал»

1. Сформулюйте алгоритм розв'язання квадратної нерівності методом інтервалів.
3. Як розкласти квадратний тричлен на множники? (спочатку знайти корені квадратного рівняння і скористуватися формулою $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, де x_1 і x_2 корені квадратного рівняння.)

IV.Застосування знань

Інтерактивна вправа «Тест-драйв»

Вчитель. А зараз перевіримо ваші знання на практиці.

До дошки виходять по одному представники груп

1. Дано умови:

група «Дискримінант»: a>0; D >0; c <0;

група «Інтервал»: a<0; D <0; c <0;

Група «Парабола»: a>0; c> 0; D = 0.

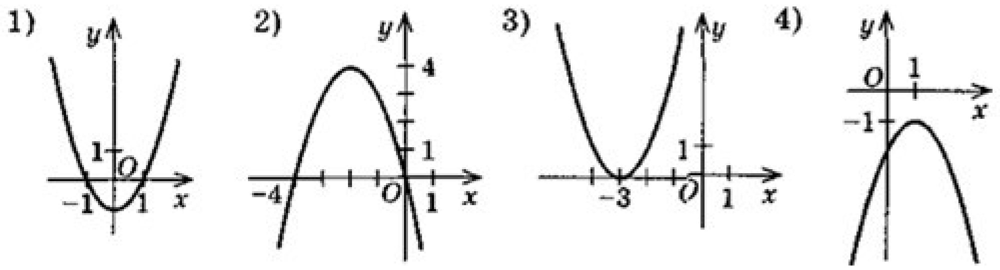
Із запропонованих малюнків графіків функції $y = ax^2 + bx + c$ оберіть той, що задовольняє кожну з даних умов:

- Ми продовжуємо працювати за готовими малюнками. До дошки запрошуються по одному представники груп.

2. Дано нерівності:

- група «Дискримінант»: $ax^2 + bx + c > 0;$
- група «Інтервал»: $ax^2 + bx + c < 0$;
- група «Парабола»: $ax^2 + bx + c \geq 0$;

Знайдіть розв'язок кожної з даних нерівностей за графіком функції $y = ax^2 + bx + c$, і запишіть відповідь на дошці:



V. Робота з класом. Прийом «Математична скринька»

1. До дошки виходять представники груп, тягнуть із скриньки картки із завданням.

Картка 1. Розв'язати нерівність графічним способом (Збірник завдань для ДПА -2014 Варіант 28 №2.3)

(відповідь [-4;6])

$(x-1)(x-3) \leq 27-2x$

Картка 2. Розв'язати нерівність методом інтервалів (Збірник завдань для ДПА -2014 Варіант 68 №2.3)

(відповідь (-∞;-7]U[5;+∞)

(x+6)(x-3) ≥ x+17

Картка 3. Розв'язати квадратну нерівність зручним для вас способом.(Збірник завдань ДПА -2014 вар 36 №2.3) (відповідь (-∞;-9]U[2;+∞))

$(3x-2)(x+3)\geq 2x^2+12$

Учні одночасно розв'язують завдання біля дошки. Потім пояснюють розв'язання.

Робота в групах

Далі вчитель пропонує провести роботу в групах. Кожна група отримує картку з однаковими завданнями.

Після виконання групи звіряють свої відповіді, потім з відповіддями, записаними заздалегідь вчителем на дошці. (Обговорення розв'язків.) Спікер заповнює лист оцінювання.

Завдання для груп

1. Знайти область визначення функції $y=\sqrt{x^2+8x+16}$
2. Розв'язати квадратну нерівність графічним способом $x^2 - x - 2 \leq 0$
3. Розв'язати квадратну нерівність методом інтервалів

$(x^2 + 8x - 9)(x^2 - 4) \geq 0$

VI. Хвилинка відпочинку. (Показ презентації «Парабола навколо нас».)

Вчитель. Діти, я хочу звернути вашу увагу на те, що з математикою ми зустрічаємось не тільки в школі на уроці алгебри та геометрії… Якщо уважніше оглянути навколишній світ, можна побачити багато цікавого. Увага на екран.

Додаткове завдання:

Вчитель. Квадратні нерівності застосовуються при розв'язуванні завдань. Розв'яжемо завдання №417 (2) ст 126 підручника. [7]

При яких значеннях *а* рівняння $x^2 + (a-2)x + 25 = 0$ не має коренів

Відповідь обґрунтуйте.

(Квадратне рівняння не має коренів, якщо дискримінант менше нуля. Відповідь:$-8<a<12$)

Слова вчителя. Діти, я пропоную вам написати незвичну самостійну роботу. (діти тягнуть навмання завдання під номером N.)

Ваша задача замість N вписати номер свого завдання і розв’язати квадратну нерівність.

Самостійна робота

$3x^2 – (1+3N)x + N \le 0$

(Через декілька хвилин учні оголошують відповіді, які повинні бути у всіх однакові, окрім значення N)

Відповідь: [-1/3;N]

V. Хвилинка відпочинку. (Показ презентації «Парабола навколо нас».)

Вчитель. Діти, я хочу звернути вашу увагу на те, що з математикою ми зустрічаємось не тільки в школі на уроці алгебри та геометрії… Якщо уважніше оглянути навколишній світ, можна побачити багато цікавого. Увага на екран.

Додаткове завдання:

Вчитель. Квадратні нерівності застосовуються при розв’язуванні завдань. Розв’яжемо завдання №417 (2) ст. 126 підручника.

При яких значеннях *а* рівняння $x^2 + (a-2)x+ 25=0$ не має коренів

Відповідь обґрунтуйте.

(Квадратне рівняння не має коренів, якщо дискримінант менше нуля. Відповідь:$-8<a<12$)

VII. Домашнє завдання.

Розв’язати завдання зі збірника ДПА варіант 9 частина ІІІ, завдання 3.1 (Побудувати графік функції $y=x^2 –6x+5$ і знайти множину розв’язків нерівності $x^2 – 6x + 5\le 0$)

Додаткове завдання:

Розв’язати квадратну нерівність зручним для вас способом, де N дата вашого дня народження

$x^2 – (1+N)x + N \le 0$

Вчитель. Спікер кожної групи збирає самостійні роботи, лист оцінювання і приносить вчителю. Вчитель озвучує оцінки за урок.

VIII. Підведення підсумків. Рефлексія.

Діти, що ми робили на уроці?

Які форми роботи сподобались найбільше?

Які завдання викликали труднощі?

Чи досягли ми мети уроку?

А зараз за допомогою параболи намалюйте свої враження від уроку на стікерах Якщо вам сподобалось – парабола посміхається $a>0$ і навпаки парабола сумна $a < 0$ (Спікери, будь ласка, зберіть стікери та причепіть їх на траєкторію польоту м’яча).

Отже, слова Рене Декарта «Недостатньо лише мати добрий розум, головне раціонально його використовувати» можуть стати вам вірним супутником у вашому житті.

Дякую за увагу.