

Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота
магістерського рівня
на тему:

**Методичні основи підготовки випускників загальноосвітніх шкіл
до зовнішнього незалежного оцінювання з математики**

Виконав студент 2 курсу магістратури,
групи М – М – 21
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Стельмах Сергій Миколайович

Керівник кандидат фізико–математичних наук,
професор кафедри математики з методикою
викладання Крайчук Олександр Васильович

Рецензенти:

Рівне–2021 року

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ I Теоретико-методичні основи дослідження	7
1.1. Досвід та історія проведення зовнішнього незалежного оцінювання з математики в Україні	7
1.2. Програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики	20
1.3. Характеристика сертифікаційної роботи з математики	34
1.4. Критерії оцінювання завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю з математики	43
РОЗДІЛ II Методичні основи підготовки випускників загальноосвітніх шкіл до зовнішнього незалежного оцінювання з математики	48
2.1. Організація роботи по підготовці учнів 10-11 класів до зовнішнього незалежного оцінювання з математики	48
2.2. Використання тестових технологій при проведенні уроків математики	59
ВИСНОВКИ	75
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	77
ДОДАТКИ	81

ВСТУП

Головне завдання, що потребує вирішення в процесі вивчення математики в сучасній українській школі полягає не тільки в тому, щоб дати учням певну суму математичних знань, а й також і в тому, щоб виробити в них відповідні фахові компетентності і, зокрема, розвинути творче мислення, зацікавити їх математикою як навчальним предметом, прищепити навички самостійно шукати шляхи для розв'язування складних математичних задач.

Для оцінки ступеня вирішення питання формування в учнів – випускників загальноосвітніх шкіл математичних компетентностей виникає потреба в існуванні єдиного універсального критерію перевірки якості знань, який можна застосувати у загальнодержавному масштабі. Таким засобом перевірки якості знань випускників шкіл на даний час виступає зовнішнє незалежне оцінювання із основних навчальних предметів, в тому числі і з математики.

Однією із особливостей сучасної української освіти є проведення підсумкового (завершального) оцінювання результатів навчальних досягнень школярів з основних навчальних предметів, зокрема, і з математики у тестовій формі. Завданням такого тестування є створення однакових умов для визначення найбільш об'єктивних результатів навчання з метою якісного відбору абітурієнтів для закладів вищої освіти.

На даний час для перевірки знань з математики для випускників шкіл застосовується єдина форма підсумкового оцінювання навчальних досягнень – зовнішнє незалежне оцінювання (далі скорочено – ЗНО) та державна підсумкова атестація (далі скорочено – ДПА). ЗНО та ДПА покликані виконати дві різні цілі. Головним завданням ЗНО є відбір та «калібрація» абітурієнтів для подальшого продовження навчання, а ДПА покликане максимально об'єктивно оцінити результатів навчальних досягнень школярів. В останні роки вказані форми тестування знань застосовуються також і для студентів вищих навчальних закладів 1-2 рівня акредитації, що

набагато розширює поле їх застосування. Історія проведення ЗНО та ДПА вказує на те, що вивчення значення та ролі цих тестувань знань з математики в системі оцінювання навчальних досягнень випускників шкіл є актуальним, дієвим і тому потребує подальшого вдосконалення та розвитку [38].

Актуальність дослідження. Загальна проблема педагогічного оцінювання та вимірювання результатів навчання досить ґрунтовно вивчалася як зарубіжними (N. E. Gronlund, R. L. Linn, D. Miller, J. Wilmut та ін.), так і вітчизняними (І. Є. Булах, М.І. Бурда, М. Р. Мруга, Я. Я. Болубаш, І. М. Філончук та ін.) фахівцями. Питання загальної теорії та методика розробки тестів як інструменту педагогічного вимірювання детально описана, наприклад, у роботах В. С. Аванесова, О. В. Авраменка, Дж. Алгіної, І. Є. Булах, В. І. Звоннікова, В. С. Кіма, Л. Крокера, О. М. Майорова, М. Р. Мруги, В. П. Сергієнка, М. Б. Челишкової та ін.

Проте у вказаних дослідженнях розглянуто в основному лише загальні підходи до педагогічного оцінювання та освітніх вимірювань, без урахування специфіки навчального предмету. Оцінювання рівня навчальних досягнень з математики випускників загальноосвітніх шкіл розглядаються там як правило в якості конкретних прикладів реалізації загальних принципів та підходів. Такі наведені конкретні приклади повною мірою не відображають всієї специфіки організації та проведення оцінювання навчальних досягнень випускників саме з математики. Таким чином, тематика магістерського дослідження «Методичні основи підготовки випускників загальноосвітніх шкіл до зовнішнього незалежного оцінювання з математики» є актуальною і перспективною. У сучасних умовах, у час пандемії COVID - 19 відкриваються нові можливості й перспективи для дослідження цієї тематики з метою покращення підготовки школярів до тестування.

Мета роботи: розробити методичну систему підготовки випускників загальноосвітніх шкіл до зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Об'єкт роботи: процес викладання математики в 10-11 класах загальноосвітніх шкіл. .

Предмет роботи: організація підготовки учнів 10-11 класів загальноосвітніх шкіл до зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

У процесі дослідження була висунута **гіпотеза:** розробка методичних основ підготовки випускників загальноосвітніх шкіл до зовнішнього незалежного оцінювання з математики на основі аналізу специфічних особливостей зовнішнього незалежного оцінювання попередніх років дозволить учням досягти достатнього рівня математичної підготовки, математичних знань, умінь і навичок, необхідних для успішного складання підсумкового тестування.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- ознайомитись із теоретико-методичними основами дослідження, провести їх аналіз;
- розглянути досвід проведення ЗНО з математики останніх років;
- проаналізувати методичне забезпечення для підготовки учнів до ЗНО з математики;
- конкретизувати вимоги до знань, умінь і навичок учнів, необхідних для складання ЗНО;
- підібрати диференційовану систему вправ;
- розробити певні методичні рекомендації для учнів 10-11 класів до ЗНО з математики.

Для досягнення мети та розв'язання поставлених завдань були використані **теоретичні** (аналіз психолого-педагогічної, навчальної та методичної літератури з проблеми дослідження, змісту програм і підручників для різних типів шкіл) та **емпіричні** (вивчення вітчизняного та зарубіжного педагогічного досвіду, аналіз уроків, спостереження, бесіди з вчителями, батьками та учнями) методи досліджень.

Практичне значення дослідження полягає в тому, що розроблений зміст і методика можуть бути використані вчителями закладів загальної середньої освіти при організації навчання математики на уроках і

факультативних та індивідуальних заняттях, для підвищення якості знань учнів, активізації їх пізнавальної діяльності, підготовки їх до успішного складання ЗНО та ДПА.

Структура роботи: робота побудована за логічним принципом і складається зі вступу, основної частини, яка включає два розділи, висновків, списку використаних джерел та додатків. У першому розділі роботи проаналізовано досвід проведення ДПА і ЗНО за останні роки, наведені програма, критерії та характеристика ЗНО з математики за 2020-2021 навчальний рік. Другий розділ присвячений організації підготовки учнів до ЗНО з використанням тестових технологій при проведенні уроків математики.

Апробація результатів дослідження: основні результати магістерської роботи були представлені на звітних наукових конференціях викладачів, співробітників, докторантів, аспірантів та студентів Рівненського державного гуманітарного університету в 2020 та 2021 роках.

РОЗДІЛ I Теоретико-методичні основи дослідження

1.1. Досвід та історія проведення зовнішнього незалежного оцінювання з математики в Україні

Становлення підсумкового тестування знань в українській загальноосвітній школі, а саме, зовнішнього незалежного оцінювання з навчальних предметів має свою історію, що складається із декількох етапів. Так у 1993 році вперше було заплановано провести тестування безпосередньо у школах з використанням місцевих тестів, але така виявилася невдалою.

У 2002 році Центр тестових технологій Міжнародного фонду «Відродження» спільно з Міністерством освіти і науки України провели кілька пробних тестувань, у яких взяли участь студенти перших курсів деяких вищих навчальних закладів. Метою такої акції була апробація тестових завдань і розробка технології адміністрування тестів.

У наступному 2003 році Центр тестових технологій Міжнародного фонду «Відродження» спільно з Міністерством освіти і науки України провели тестування з математики та історії. Таким тестуванням були охоплені випускники 670 загальноосвітніх шкіл України. Окрім цього в якості експерименту чотири вищі навчальні заклади держави розпочали зараховувати результати тестування як вступні випробовування для абітурієнтів. Також у загальноосвітніх навчальних закладах за бажанням учнів результати тестування починають зараховувати як державну підсумкову атестацію з навчального предмета.

У 2004 році було проведено тестування з математики, української мови, історії та економіки для 4485 випускників шкіл міст Києва, Донецька, Львова, Харкова та Одеси. 31 вищий навчальний заклад України зарахував абітурієнтів на навчання за результатами тестування в якості вступних випробовувань. У цьому ж році була прийнята постанова Кабінету Міністрів

України, за якою передбачалося провести в 2006 році масштабне випробовування технологій ЗНО навчальних досягнень випускників навчальних закладів системи загальної середньої освіти, а в 2007–2008 роках здійснити запровадження ЗНО навчальних досягнень для випускників, які виявили бажання вступити до українських вишів.[11].

За дорученням Президента України Міністерство освіти і науки України впродовж 2005–2006 років здійснює перехід до проведення вступних випробовувань до вищих навчальних закладів через ЗНО. Постановою Кабінету Міністрів України було створено Український центр оцінювання якості освіти (УЦОЯО) та встановлено, що ЗНО навчальних досягнень випускників навчальних закладів системи загальної середньої освіти, які виявили бажання вступати до ВНЗ, є державною підсумковою атестацією та вступним випробовуванням до цих закладів. Проводиться тестування 10030 учнів із 1567 шкіл України.

У Державному бюджеті України на 2006 рік уперше передбачено кошти на проведення ЗНО та моніторингу якості навчання випускників загальноосвітніх шкіл. Розпочинає свою діяльність УЦОЯО. Створюється вісім регіональних центрів оцінювання якості освіти. Проводиться тестування 41818 випускників загальноосвітніх шкіл, до якого залучаються 6300 інструкторів та 700 екзаменаторів. Наведемо типовий приклад тестового завдання.

Приклад. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком

нерівності $\frac{x^2 + 2x - 3}{|x + 2|} < 0$. [13, с. 53-56]

Розв'язання. Розкладемо чисельник на множники

$$\frac{(x + 3)(x - 1)}{|x + 2|} < 0$$

У знаменнику маємо вираз під модулем тому знаменник завжди додатній. Потрібно лише виключити з області визначення точку, у якій знаменник перетворюється в нуль. Тому розв'язком нерівності є інтервал

$$x \in (-3; -2) \cup (-2; 1).$$

Оскільки нерівність строга, то дужки в інтервалах круглі, за цим слід добре стежити при обчисленнях. Круглі дужки також вказують на те, що крайні точки інтервалу не є розв'язками. Таким чином, найменшим цілим числом є $x=-1$, а не $x=-2$. Помилку в обчисленнях зробили 75% абітурієнтів, які проходили ЗНО з математики 2006 року.

У 2007 році всі освітні заклади, підпорядковані Міністерству освіти України, зараховували абітурієнтів за сертифікатами ЗНО. Тестування проводилося лише з української мови, математики, історії (української та всесвітньої). ЗНО з хімії, біології, фізики проводилося лише для випускників шкіл Харківської області.

Участь у ЗНО взяло 116327 абітурієнти, що становило 26% від їхньої загальної кількості. У Києві, Харківській та Львівській областях ЗНО склали від 64% до 94% від усіх випускників. Середня вартість тестування для одного учасника з розрахунку на один предмет становила 38,5 гривень.

Після приходу Івана Вакарчука на посаду міністра освіти українська мова стала єдиною мовою, якою можна було складати ЗНО. Тим, хто навчався мовами інших національних меншин (російська, польська, угорська, молдавська, румунська), були видані словники з перекладами термінів українською мовою. Це викликало обурення в учнів нацменшин, зокрема, угорців і росіян. У Криму пройшли масові протести за право складати тести російською мовою. Голова Верховної Ради Криму Анатолій Гриценко відправив листа до Міністерства освіти України з вимогою задовольнити бажання протестуючих, адже 95,6% кримських школярів навчалися російською мовою. Рішення було прийняте у 2008 році тести, переклали на мови національних меншин України. У 2008 році було складено 997897 тестів. Для учасників ЗНО працювало 4600 пунктів тестування, у яких налічувалося 81000 аудиторій. Середня явка на тестуванні склала 76%.

Проходження зовнішнього незалежного оцінювання є обов'язковою умовою вступу до вищого навчального закладу.[11].

Приклад. Розв'яжіть нерівність $\log_{0.5} 5 < \log_{0.5} x$. (ЗНО, завдання №14)

А	Б	В	Г	Д
$(-5; 0)$	$(0; 5)$	$(5; \infty)$	$(0.5; 5)$	$(-\infty; 5)$

Розв'язання:

ОДЗ: $x > 0$, $\log_{0.5} x$ — спадна функція, так як основа логарифма $0 < 0.5 < 1$.

$$\log_{0.5} 5 < \log_{0.5} x \Rightarrow 5 > x$$

З урахуванням ОДЗ отримали: $0 < x < 5$

Відповідь: Б.

У 2008 році скоротили кількість предметів до восьми, скасувавши тест зі всесвітньої історії, зарубіжної літератури, основ економіки й основ правознавства. Це зумовлено тим, що вступні випробування із зарубіжної літератури та всесвітньої історії в 2008р. проводилися лише кількома вищими навчальними закладами, а основи правознавства не вивчаються в загальноосвітній школі як систематичний курс.

Натомість було введено тести на складання іноземних мов: англійської, німецької, іспанської та французької. Випускники могли вибрати для складання не три, а п'ять предметів. Тестування з української мови та літератури залишалося обов'язковим для вступу на всі напрями. У 2009р. використовувалася традиційна інформаційна схема супроводу учасника в пункті тестування:

- 1)персональне запрошення;
- 2)алфавітні списки учасників зовнішнього оцінювання, що розміщувалися на вході до пункту тестування;
- 3)аудиторний список учасників, що розміщувався на вході до аудиторії тестування;
- 4)аудиторний протокол проведення зовнішнього оцінювання;
- 5)індивідуальна паперова інформаційна наліпка на робочому місці учасника, де були зазначені номер, його місце в аудиторії (протоколі),

прізвище, ім'я, по батькові, номер запрошення для участі в зовнішньому оцінюванні та мова тестування).

З цього року результати тестування можна було відслідковувати онлайн на www.vstup.info. Пробне ЗНО проводилося за кошти фізичних осіб. Вартість одного пробного тестування була пов'язана зі специфічними особливостями кожного регіону та становила від 47 до 62 грн. Середня вартість тестування однієї особи для держави у 2009р. — 52,63грн. Усього для складання тестів у 2009 році зареєструвалася 461981 особа.

Приклад. До складу української Прем'єр-ліги з футболу входять 16 команд. Упродовж сезону кожні дві команди грають між собою 2 матчі. Скільки всього матчів буде зіграно за сезон? (ЗНО, завдання №18)

А	Б	В	Г	Д
120	128	200	240	256

Розв'язання: задача на розміщення.

$A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$ — кількість розміщень із n по k .

$$A_{16}^2 = \frac{16!}{(16-2)!} = \frac{16!}{14!} = \frac{16! \cdot 15! \cdot 14!}{14!} = 16 \cdot 15 = 240.$$

Відповідь: Г.

Закінчується період, коли тест можна було скласти на семи мовах нацменшин. Видано укази, які стосувалися покращення системи навчання української мови у школах нацменшин, тому ЗНО проводиться лише українською мовою. Знову використовуються словники для перекладу термінів для національних меншин. Верховна Рада Криму надсилає лист Міністерству освіти у Київ, але рішення залишається незмінним. ЗНО проводилося з 2 червня до 3 липня. Воно мало деякі відмінності від попереднього. Його результати зараховувалися лише для участі в конкурсі на право навчатися у вищому начальному закладі країни. Відбулося й

запровадження обов'язкових предметів для складання: української мови та літератури і математики або історії на вибір.

Абітурієнти 2010 року першими могли зареєструватися на ЗНО через інтернет самостійно обирати пункт тестування. Проведення тестування з української мови та літератури, математики, історії України вперше відбувалося впродовж декількох сесій.

У 2010 році збільшилася кількість абітурієнтів, які проживають в сільській місцевості (34,9% від загальної кількості зареєстрованих). Серед предметів за вибором найбільшою популярністю користувалися історія України та математика.[11]

Пробне тестування проводилося за кошти фізичних осіб. Вартість одного тестування становила від 59 до 65грн. залежно від специфічних особливостей кожного регіону. Усього в 2010 році для проведення зовнішнього незалежного оцінювання навчальних досягнень абітурієнтів було створено 5685 пунктів тестування, що функціонували на базі 1179 закладів освіти.

Порівнюючи з попередніми роками, у 2010 р. зафіксовано збільшення кількості абітурієнтів, які зареєструвалися для участі в зовнішньому оцінюванні, але участь у ньому не взяли. Таких було 47059 осіб, що складає 10,85% від загальної кількості зареєстрованих (у 2009р.— 5,59%).

Однією з причин збільшення кількості абітурієнтів, які не з'явилися на тестування в 2010р., є зміни, внесені до Умов прийому до вищих навчальних закладів України. Зокрема, вступникам, які отримали повну загальну середню освіту в 2007 році і раніше, надано право брати участь у конкурсі за результатами зовнішнього незалежного оцінювання або за результатами вступних випробувань з конкурсних предметів у вищому навчальному закладі при вступі на навчання без відриву від виробництва.

Починаючи з цього року, результати ЗНО вже не зараховуються як результати ДПА, а сесія ЗНО проводиться після проведення ДПА. Із тесту з математики вилучено завдання з повним поясненням. Вони замінені на

завдання на встановлення відповідностей. Із цих пір екзаменатори перевіряють лише творчу частину тесту з української мови та літератури, решта тестів перевіряється виключно машинним способом. Почав діяти сайт УЦОЯО: www.tesportal.gov.ua.

Приклад. Установіть відповідність між числом (1-4) та множиною, до якої воно належить (А-Д). (ЗНО, завдання №26)

1	-8	А	множина парних натуральних чисел
2	23	Б	множина цілих чисел, що не є натуральними числами
3	$\sqrt{16}$	В	множина раціональних чисел, що не є цілими числами
4	1.7	Г	множина ірраціональних чисел
		Д	множина простих чисел

Розв'язання:

-8 — ціле, але не натуральне, 23 — просте число, $\sqrt{16} = 4$ — парне натуральне число, 1,7 — раціональне дробове число.

Відповідь: 1-Б, 2-Д, 3-А, 4-В.

Тест складали з 2 червня по 5 липня. З історії, математики, фізики, хімії, географії, біології абітурієнти мали змогу тестуватися російською, молдовською, угорською, польською, кримськотатарською. У процесі вдосконалення процедури реєстрації використано елементи технологій, що були успішно апробовані в продовж 2008—2010рр.

Серед новацій тогорічної реєстраційної кампанії—надання можливості кожному бажаючому самостійно сформулювати заяву-реєстраційну картку за допомогою спеціальної комп'ютерної програми, створеної фахівцями Українського центру оцінювання якості освіти. Враховуючи бажання абітурієнтів, час на складання історії та географії було збільшено до 150 хв. замість 140.

Серед предметів найбільшою популярністю користувалися українська мова і література, історія України, математика. Тест з української мови і

літератури виявили бажання складати 252843 осіб, що становить 97,5% від загальної кількості зареєстрованих, історії України — 186858 осіб (72,4%), математики — 165884 осіб (64,3%).

Під час реєстрації абітурієнти мали змогу здійснювати вибір мови для складання тестів (кримськотатарська, молдовська, польська, російська, румунська, угорська). У поточному році пробне ЗНО проводилося за кошти фізичних осіб. Згідно з кошторисом, затвердженим директором Українського центру оцінювання якості освіти, вартість тестування в усіх регіонах України становила 84грн. Усього в 2011р. у різних регіонах України було сформовано 4045 пунктів тестування (у 2010р.—5787), їхня середня наповнюваність складала 241,59 (у 2010р.—255,05).[11]

Приклад. Матеріальна точка рухається за законом $s(t)=2t^2+3t$, де S вимірюється в метрах, а t у секундах. Знайдіть значення t (у секундах), при якому миттєва швидкість матеріальної точки дорівнює 76 м/с. (ЗНО, завдання №30)

Розв'язання: s' — миттєва швидкість матеріальної точки.

$$s'(t)=4t+3 \Rightarrow 4t+3=76 \Rightarrow 4t=73 \Rightarrow t=18,25$$

Відповідь: 18,25.

У 2012 році для участі в зовнішньому незалежному оцінюванні, яке тривало з 15 травня до 22 червня, зареєструвалася 328941 особа, що на 71619 осіб більше, ніж у попередньому році. Саме цим було зумовлено проведення тестувань із найбільш масових предметів—української мови і літератури, математики та історії України —у дві сесії.

Збільшення кількості пунктів тестування, створених на базі вищих навчальних закладів (2012 рік — 1111 пунктів тестування, що становить 22,05% від їхньої загальної кількості; 2011 рік — 807 пунктів тестування, що відповідно становить 19,22%) надало змогу дотриматися більшості вимог щодо організації та проведення процедур зовнішнього незалежного оцінювання, що сприяло об'єктивному та неупередженому оцінюванню знань випускників.

Організовано державний контроль за процесом тестування для більшої прозорості тесту. У зв'язку з активним використанням сучасних інформаційних технологій, нагальною потребою під час проведення зовнішнього незалежного оцінювання 2012 року стало застосування в пунктах тестування метало детекторів та відеоспостереження.

Реєстрація відбувалася за системою, розробленою 2011 року. У 2012 році кожному абітурієнтові було надано право скласти тести не більше, як із чотирьох предметів. Усього для участі в пробному зовнішньому незалежному оцінюванні зареєструвалося 123795 осіб, що становить 39,8% від загальної кількості випускників загальноосвітніх навчальних закладів 2012 року.[11].

Приклад. Розв'яжіть систему $\begin{cases} y + x = 3 \\ x^2 + 4 = 8y \end{cases}$. Якщо пара $(x_0; y_0)$ є єдиним розв'язком цієї системи, то запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$. Якщо пари $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$ є розв'язками цієї системи рівнянь, то запишіть у відповідь найменший із добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$. (ЗНО, завдання №27)

Розв'язання:

$$y = 3 - x$$

$$x^2 + 4 = 8(3 - x)$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

Корені квадратного рівняння знайдемо за теоремою Вієта: $x_1 \cdot x_2 = -20$; $x_1 + x_2 = -8 \Rightarrow x_1 = -10$; $x_2 = 2$

$$\text{Тоді: } y_1 = 13; y_2 = 1$$

$$\text{Знайдемо добуток коренів: } x_1 \cdot y_1 = -130; x_2 \cdot y_2 = 2$$

$$\text{Найменшим добутком є: } x_1 \cdot y_1 = -130$$

Відповідь: -130.

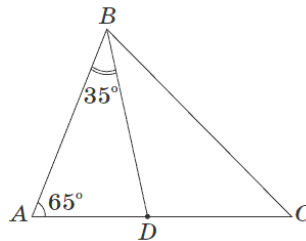
Тестування проводилися так: основна сесія — з 3 до 27 червня, додаткова сесія — з 4 до 11 липня 2013 року. Було введено додатковий предмет — світову літературу.

Усього для проходження зовнішнього незалежного оцінювання було зареєстровано 322088 абітурієнтів (основна сесія), серед них

238090—випускники загальноосвітніх навчальних закладів поточного навчального року, що становить 85% від їхньої загальної кількості. Порівняно з минулим роком, кількість зареєстрованих зменшилася на 6452 особи (1,9%).

У 2013 році абітурієнти мали право скласти тести не більше, ніж із чотирьох предметів. Найбільшою популярністю серед предметів (окрім української мови і літератури) користувалися математика, історія України. Відбулися деякі зміни у програмі з різних предметів. Скласти тест зі світової літератури виявили бажання 10392 особи (3,2%). Усього в 2013 році для проведення зовнішнього незалежного оцінювання було створено 4729 пунктів тестування (у 2012р.—4753). Вартість пробного тестування з одного предмета в усіх регіонах України становила 89 гривень.[11].

Приклад. У трикутнику ABC : $\angle A = 65^\circ$, BD - бісектриса кута B (на рис.). Знайдіть градусну міру кута BCA , якщо $\angle ABD = 35^\circ$. (ЗНО, завдання № 6).



Варіанти відповідей:

А) 35° ; Б) 45° ; В) 50° ; Г) 55° ; Д) 80° .

Розв'язання: За властивістю бісектриса BD ділить кут $\angle ABC$ пополам, тобто $\angle ABC = 2 \cdot \angle ABD = 2 \cdot 35^\circ = 70^\circ$.

Оскільки сума внутрішніх кутів трикутника рівна 180 градусів, то знаходимо потрібний кут $\angle BCA = 180^\circ - 65^\circ - 70^\circ = 45^\circ$.

Відповідь: Б.

У 2014 році з метою зменшення впливу різниці рівня викладання та вимог у різних школах вагу шкільного атестата при ступі до ВНЗ знижено з 200 до 60 балів. ЗНО у Донецькій та Луганській областях через військові дії на території цих областей перенесено на додаткову сесію.

У 2015 році для вступу до вищого навчального закладу (ВНЗ) абітурієнти подають сертифікати ЗНО лише 2015 року. Кожен учасник ЗНО має право скласти тести не більш як із чотирьох навчальних предметів з переліку. Абітурієнти складатимуть тести ЗНО з математики двох рівнів складності — базового і поглибленого, обрати який слід буде під час реєстрації. Рівень складності тесту, необхідний для вступу на навчання, визначатиметься Правилами прийому до вищого навчального закладу.[11].

Для усіх випускників загальноосвітніх навчальних закладів 2015 року результати ЗНО з української мови і літератури зараховуватимуться як результати ДПА. Вони визначатимуться на основі кількості балів, набраних за виконання завдань лише з української мови.

Для визначення результатів ЗНО-2015 з кожного предмета встановлено «пороговий бал», тобто та кількість тестових балів, яку може набрати мінімально підготовлений абітурієнт. Учасники тестування, які не подолали «поріг», не змогли використати результат ЗНО з цього предмета для вступу до ВНЗ. Усі абітурієнти, результати яких були нижчими від «порогового балу», отримали оцінку за шкалою 100–200 балів та мали право брати участь в конкурсному відборі при вступі на навчання.

Приклад. При яких значеннях параметра a рівняння

$$\frac{(x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3)(\operatorname{tg} \pi x - 1)}{\sqrt[4]{49x^2 - 84xa + 36a^2}} = 0$$

має на проміжку $[0;1]$ рівно два різні корені.

По-перше, перед тим, як приступити до аналізу коренів даного рівняння встановимо область допустимих значень (ОДЗ). В чисельнику присутня функція «тангенс», а аргумент тангенса не може дорівнювати $\frac{\pi}{2} + \pi n$, де n — ціле число. Знаменник не може перетворюватися в нуль. Легко бачити, що знаменник можна подати у вигляді повного квадрату:

$$\frac{(x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3)(\operatorname{tg} \pi x - 1)}{\sqrt[4]{(7x - 6a)^2}} = 0$$

ОДЗ: $7x - 6a \neq 0$; $\pi x \neq \frac{1}{2}\pi + \pi n$; $x \neq \frac{1}{2} + n$, $n \in \mathbb{Z}$ (належить множині цілих чисел); $x \neq \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$

Тепер власне до основного питання цього завдання, тобто коли ми будемо мати рівно два корені. Сама конструкція виразу являє собою дріб, яких дорівнює нулю. Взагалі, дріб може дорівнювати нулю, якщо хоча б один із множників в чисельнику дорівнює нулю.

Для початку проаналізуємо функцію $\operatorname{tg}\pi x - 1$. Дана функція дорівнює нулю $\operatorname{tg}\pi x - 1 = 0$ при $x = \frac{1}{4} + n$; корінь $x = \frac{1}{4}$ задовольняє умову задачі, щоб корені належали проміжку від нуля до одиниці включно. Отже, один корінь уже є.

Так як тангенс дає нам один корінь на потрібному проміжку, то вираз у першій дужці $x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3$ повинен давати точно один корінь, який належить проміжку від нуля до одиниці включно. Розглянемо функцію $y = x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3$.

Видно, що це парабола. Знайдемо її нулі, тобто розв'яжемо рівняння $x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3 = 0$ відносно x , вважаючи параметр a константою. Це саме звичайне квадратне рівняння, яке розв'язується через дискримінант.

$$x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3 = 0$$

$$D = (2(a+1))^2 - 4(6a-3) = 4(a^2+2a+1-6a+3) = 4(a^2-4a+4) = 4(a-2)^2$$

$$x_1 = \frac{2(a+1) - 2\sqrt{(a-2)^2}}{2} = 3x_2 = \frac{2(a+1) + 2\sqrt{(a-2)^2}}{2} = 2a - 1$$

Отже, наша парабола завжди буде перетинати вісь Ox в точці 3, а друга точка перетину осі Ox , тобто корінь рівняння, залежить від значення параметра a .

Так як нас цікавить випадок, щоб корінь рівняння x був в межах від нуля до одиниці включно, тобто то це можливо при значеннях параметра a від 0,5 до 1 включно.

Але можливий випадок, коли корінь, який дає тангенс (це $1/4$) і корінь який дає функція $x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3$ будуть співпадати. Тобто виключимо значення параметра a , при якому розв'язком рівняння (нулем функції) буде

значення $x = \frac{1}{4}$. Для цього підставляємо $x = \frac{1}{4}$ у $x^2 - 2(a + 1)x + 6a - 3 = 0$; отримуємо значення параметра $a \neq \frac{5}{8}$, який необхідно виключити, так як у даному випадку у нас будуть два однакові корені, а необхідно два різні корені.

Залишилося виключити значення параметра a , які не задовольняють область допустимих значень тангенса і знаменника. Тобто необхідно виключити значення параметра a , при яких $x = \frac{1}{2}$ та $x = \frac{6a}{7}$. Підставляємо $x = \frac{1}{2}$ у $x^2 - 2(a + 1)x + 6a - 3 = 0$ отримуємо $a \neq \frac{3}{4}$. Підставляємо $x = \frac{6a}{7}$ у $x^2 - 2(a + 1)x + 6a - 3 = 0$ отримуємо $a \neq \frac{7}{8}$. Таким чином, розв'язком даного рівняння є значення параметра a від 0,5 до 1 включно, за виключенням точок $5/8$ (однакові корені, а потрібно два різні); $3/4$ (ОДЗ тангенса); $7/8$ (знаменник перетворюється в нуль).[11].

Випускники закладів загальної середньої освіти, а також учні (слухачі, студенти) закладів професійної (професійно-технічної), вищої освіти, які в 2022 році здобудуть повну загальну середню освіту, вивчають математику на профільному рівні та/або планують вступати до закладів освіти, мають вибрати математику для проходження державної підсумкової атестації у формі зовнішнього незалежного оцінювання. Зміст сертифікаційної роботи з математики визначено Програмою зовнішнього незалежного оцінювання з математики, затвердженою Міністерством освіти і науки України. Програму розроблено на основі чинних навчальних програм з математики для закладів загальної середньої освіти.

Сертифікаційна робота з математики налічує 32 завдання різних форм: з вибором однієї правильної відповіді (16 завдань), на встановлення відповідності (4 завдання), відкритої форми з короткою (9 завдань) та розгорнутою (3 завдання) відповіддю.

Під час визначення результату зовнішнього незалежного оцінювання з математики за шкалою 100–200 балів ураховують тестовий бал, отриманий учасником за виконання всіх завдань сертифікаційної роботи. Визначення

тестового бала здійснюється на основі схем нарахування балів за виконання завдань сертифікаційної роботи (подано в характеристиці сертифікаційної роботи) та критеріїв оцінювання завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю.

У процесі визначення результатів зовнішнього незалежного оцінювання за шкалою 100–200 балів буде встановлено поріг «склав/не склав» – мінімальний тестовий бал, який за виконання сертифікаційної роботи може отримати випускник із мінімальним рівнем знань. На основі тестового бала кожного учасника, який подолав поріг «склав/не склав», буде визначено рейтингову оцінку за шкалою 100–200 балів. Учасники, які подолають поріг «склав/не склав», зможуть узяти участь у конкурсному відборі до закладів вищої освіти.

Здобувачі повної загальної середньої освіти поточного року отримають оцінку державної підсумкової атестації з математики за шкалою 1–12 балів. Для випускників, які вивчали математику на профільному рівні, у процесі визначення результату буде використано тестовий бал, отриманий учасником чи учасницею за виконання всіх завдань сертифікаційної роботи з математики. Для тих, хто вивчав математику на рівні стандарту, у процесі визначення результату буде використано тестовий бал, отриманий учасником за виконання завдань №1-26.

1.2 Програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики

На даний час діє програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики затверджена наказом Міністерства освіти і науки України №1513 від 14 грудня 2019 року.[28]. Програма містить вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учасників з цього навчального предмета, а також конкретизує, що повинен знати та вміти випускник навчального закладу в межах визначених тематичних розділів.

Мета зовнішнього незалежного оцінювання з математики:

- оцінити результати навчання математики, здобуті на основі повної загальної середньої освіти рівня стандарту чи профільного рівня, відповідним державним вимогам та ступінь підготовленості учасників тестування з математики, щоб здійснити конкурсний відбір для навчання у закладах вищої освіти

Завдання зовнішнього незалежного оцінювання з математики полягає в тому, щоб оцінити рівень володіння учасників компетентностями, зокрема, оцінити здатності:

- будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики;
- виконувати математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, та дії з відсотками, складати й розв'язувати задачі на наближені обчислення, пропорції тощо);
- перетворювати числові та буквені вирази (розуміти змістовне значення кожного елемента виразу, спрощувати вирази та обчислювати значення числових виразів, знаходити числові значення виразів за заданих значень змінних тощо);
- будувати й аналізувати графіки функціональних залежностей, рівнянь (для профільного рівня – і нерівностей), досліджувати їхні властивості;
- застосовувати похідну та інтеграл до розв'язування задач практичного змісту;
- застосовувати загальні методи та прийоми в процесі розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем (для профільного рівня – і завдань з параметрами), аналізувати отримані розв'язки та їх кількість;
- розв'язувати текстові задачі та задачі практичного змісту з алгебри і початків аналізу, геометрії;
- знаходити на рисунках геометричні фігури та встановлювати їх властивості;

- визначати кількісні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об'єми);
- розв'язувати комбінаторні задачі та обчислювати властивості випадкових подій;
- аналізувати інформацію, що подана в графічній, табличній, текстовій та інших формах.

Об'єктом контролю є рівень сформованості математичних компетентностей, зокрема, рівень наведених здатностей .

Алгебра і початки аналізу		
Розділ: Числа і вирази		
Назва розділу, теми	Зміст навчального матеріалу	Компетентності (здатності)
Дійсні числа (натуральні, раціональні та ірраціональні), порівняння чисел та дії з ними	<ul style="list-style-type: none"> - властивості дій з дійсними числами, * - правила порівняння дійсних чисел, - ознаки подільності чисел на 2,3,5,9,10, - правила знаходження найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного чисел, - правила округлення цілих чисел і десяткових дробів, - означення кореня n-го степеня та арифметичного кореня n-го степеня, властивості коренів, - означення степеня з натуральним, цілим та раціональним показниками, їх властивості, - числові проміжки, - модуль дійсного числа та його властивості. 	<ul style="list-style-type: none"> - розрізняти види чисел та числових проміжків, - порівнювати дійсні числа, виконувати дії з дійсними числами, - використовувати ознаки подільності, - знаходити найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне двох чисел, - знаходити неповну частку та остачу від ділення одного натурального числа на інше, - перетворювати звичайний дріб у десятковий, - округлювати цілі числа і десяткові дроби, - використовувати властивості модуля до розв'язування задач, - знаходити

		<p>найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне кількох чисел,</p> <p>- перетворювати нескінчений періодичний дріб у звичайний.</p>
<p>Відношення та пропорції. Відсотки. Основні задачі на відсотки. Текстові задачі</p>	<p>- відношення, пропорції, - основна властивість пропорції, - означення відсотка, правила виконання відсоткових розрахунків.</p>	<p>- знаходити відношення чисел у вигляді відсотка, відсоток від числа, число за значенням його відсотка, - розв'язувати основні задачі на відсотки, на пропорційні величини й пропорційний поділ, - розв'язувати текстові задачі арифметичним способом.</p>
<p>Раціональні, ірраціональні. Степенові, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їх перетворення</p>	<p>- означення тотожно рівних виразів, тотожного перетворення виразу, тотожності, - означення одночлена та многочлена, - правила додавання, віднімання й множення многочленів, - формули скороченого множення, - розклад многочлена на множники, - означення дробового раціонального виразу, - правила виконання дій з дробовими раціональними</p>	<p>- виконувати тотожні перетворення раціональних, ірраціональних, степеневих, показникових, логарифмічних, тригонометричних виразів та знаходити їх числове значення за заданих значень змінних, - доводити тотожності.</p>

	<p>виразами,</p> <ul style="list-style-type: none"> - означення та властивості логарифма, основна логарифмічна тотожність, - означення синуса, косинуса, тангенса числового аргументу, - основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу, - формули зведення, формули додавання та наслідки з них - означення області ^{**} допустимих значень змінних виразу зі змінними, - означення котангенса числового аргументу, 	
Розділ: Рівняння, нерівності та їх системи		
<p>Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння і нерівності.</p> <p>Системи лінійних рівнянь і нерівностей.</p> <p>Системи рівнянь, з яких хоча б одне рівняння другого степеня.</p> <p>Розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь та їх систем</p>	<ul style="list-style-type: none"> - рівняння з однією змінною, означення кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною, - нерівність з однією змінною, означення розв'язку нерівності з однією змінною, - означення розв'язку системи рівнянь, основні методи розв'язування систем, - методи розв'язування найпростіших раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь та нескладних рівнянь, що зводяться до найпростіших, - методи розв'язування найпростіших лінійних, квадратних, раціональних, показникових, логарифмічних нерівностей та нескладних нерівностей, які зводяться до найпростіших. - методи розв'язування 	<ul style="list-style-type: none"> - розв'язувати рівняння і нерівності першого і другого степеня, а також рівняння і нерівності, що зводяться до них, - розв'язувати системи лінійних рівнянь і нерівностей, а також ті, що зводяться до них, - розв'язувати найпростіші рівняння, що містять дробові раціональні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні вирази, - розв'язувати найпростіші нерівності, що степеневі, показникові, логарифмічні вирази, - розв'язувати рівняння і нерівності,

	<p>раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь, нерівностей та їх систем</p>	<p>використовуючи визначення та властивості модуля,</p> <ul style="list-style-type: none"> - застосовувати загальні методи та прийоми (розкладання на множники, заміна змінної, застосування властивостей і графіків функцій) у процесі розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем, - аналізувати та досліджувати рівняння, їх системи та нерівності залежно від коефіцієнтів, - застосовуватим рівняння, нерівності та їх системи до розв'язування текстових задач. - розв'язувати рівняння і нерівності, що містять , степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні вирази, - розв'язувати ірраціональні рівняння і нерівності, а також їх системи, - користуватися графічним методом розв'язування й дослідження рівнянь, нерівностей та їх систем, - розв'язувати рівняння і нерівності та їх системи з параметрами.
--	---	--

Розділ: Функції		
Числові послідовності	<ul style="list-style-type: none"> - означення арифметичної та геометричної прогресій, - формули n-го члена арифметичної та геометричної прогресій, - формула суми n перших членів арифметичної та геометричної прогресій, 	<ul style="list-style-type: none"> - розв'язування задач на арифметичну та геометричну прогресії,
Функціональна залежність. Лінійні, квадратні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості.	<ul style="list-style-type: none"> - означення функції, області визначення, області значень функції, графік функції, - способи задання функцій, основні властивості та графіки функції, указаних у назві теми. - означення функції, оберненої до заданої, - властивості періодичних функцій 	<ul style="list-style-type: none"> - знаходити область визначення, область значень функції, - досліджувати на парність (непарність) функцію, - будувати графіки лінійних, квадратичних, степеневих, показникових, логарифмічних та тригонометричних функцій, - установлювати властивості числових функцій, заданих формулою або графіком, - використовувати перетворення графіків функцій. - досліджувати на періодичність функцію, - використовувати періодичність функцій для розв'язування задач, - використовувати означення функції, оберненої до даної, для розв'язування задач
Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Таблиця	<ul style="list-style-type: none"> - означення похідної функції в точці, - геометричний та фізичний зміст похідної 	<ul style="list-style-type: none"> - знаходити похідні функцій, - знаходити числове значення похідної

<p>похідних та правила диференціювання</p>	<ul style="list-style-type: none"> - таблиці похідних, - правила знаходження похідної суми, добутку, частки двох функцій - правила знаходження похідної складеної функції, - рівняння дотичної до графіка функції в точці. 	<ul style="list-style-type: none"> функції в точці для заданого аргументу, - знаходити похідну суми, добутку, частки двох функцій - знаходити кутовий коефіцієнт і кут нахилу дотичної до графіка функції в даній точці, - розв'язувати задачі з використанням геометричного та фізичного змісту похідної - знаходити похідну складеної функції - складати рівняння дотичної до графіка функції в точці
<p>Дослідження функцій за допомогою похідної. Побудова графіків функцій</p>	<ul style="list-style-type: none"> - достатня умова зростання (спадання) функції на проміжку, - екстремуми функції, - означення найбільшого і найменшого значень функції 	<ul style="list-style-type: none"> - знаходити проміжки монотонності функції - знаходити екстремуми функції за допомогою похідної, найбільше і найменше значення функції, - досліджувати функції за допомогою похідної та будувати їх графіки, - розв'язувати прикладні задачі на знаходження , найбільших і найменших значень функції,
<p>Первісна та визначений інтеграл. Застосування визначеного інтеграла для обчислення площ плоских фігур</p>	<ul style="list-style-type: none"> - означення первісної функції, визначеного інтеграла, криволінійної трапеції, - таблиця первісних функцій, - правила знаходження первісних - формула Ньютона-Лейбніца 	<ul style="list-style-type: none"> - знаходити первісну, використовувати її основні властивості, - обчислювати площу плоских фігур за допомогою інтеграла. - застосовувати формулу Ньютона-Лейбніца для

		обчислення визначеного інтеграла, - розв'язувати нескладні задачі, що зводяться до знаходження інтеграла
Розділ: Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи математичної статистики		
Перестановки, комбінації, розміщення (без повторень). Комбінаторні правила суми та добутку. Імовірність випадкової події. Вибіркові характеристики	- означення перестановки, комбінації, розміщення (без повторень). - комбінаторні правила суми та добутку. - класичне означення ймовірності події, - означення вибіркових характеристик рядів даних (розмаху, вибірки, моди, медіани, середнього значення), - графічна, таблична, текстова та інші форми подання статистичних даних.	- розв'язувати задачі, використовуючи перестановки, комбінації, розміщення (без повторень), комбінаторні правила суми та добутку, - обчислювати ймовірності випадкових подій, користуючись означенням і комбінаторними схемами, - обчислювати та аналізувати вибіркові характеристики рядів даних (розмаху, вибірки, моди, медіани, середнього значення),
Геометрія		
Розділ: Планіметрія		
Елементарні геометричні фігури на площині та їх властивості	- поняття точки та прямої, променя, відрізка, ламаної, кута, - аксіоми планіметрії, - суміжні та вертикальні кути, бісектриса кута, - властивості суміжних та вертикальних кутів, - паралельні та перпендикулярні прямі, - відстань між паралельними прямими, - перпендикуляр і похила, серединний перпендикуляр, відстань від точки до прямої,	- застосовувати означення, ознаки та властивості елементарних геометричних фігур для розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

	- теорема Фалеса, узагальнена теорема Фалеса	
Коло та круг	- коло, круг та їх елементи, - центральні, вписані кути та їх властивості, - дотична до кола та її властивості. - властивості двох хорд, що перетинаються	- застосовувати набуті знання для розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.
Трикутники	- види трикутників та їх основні властивості, - ознаки рівності трикутників, - медіана, висота, бісектриса трикутника та їх властивості, - теорема про суму кутів трикутника, - нерівність трикутника, - середня лінія трикутника та її властивості, - коло, описане навколо трикутника, і коло, вписане в трикутник, - теорема Піфагора, - співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника, - теорема синусів, теорема косинусів, - подібні трикутники, ознаки подібності трикутників. - пропорційні відрізки прямокутного трикутника, - відношення площ подібних фігур.	- класифікувати трикутники за сторонами та кутами, - розв'язувати трикутники, - застосовувати означення, ознаки та властивості різних видів трикутників до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту. - визначати елементи кола, описаного навколо трикутника, і кола, вписаного в трикутник,
Чотирикутники	- чотирикутник та його елементи, - паралелограм, його властивості і ознаки, - прямокутник, ромб, квадрата їх властивості, - трапеція, середня лінія трапеції та її властивості, - вписані в коло та описані навколо кола чотирикутники.	- застосовувати означення, ознаки та властивості різних видів чотирикутників до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.

Многокутники	<ul style="list-style-type: none"> - многокутник та його елементи, - периметр многокутника, - правильний многокутник та його властивості, - вписані в коло та описані навколо кола многокутники. - опуклий многокутник, - сума кутів опуклого многокутника. 	<ul style="list-style-type: none"> - застосовувати означення та властивості многокутників до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.
Геометричні величини та вимірювання їх	<ul style="list-style-type: none"> - довжина відрізка, кола та його дуги, - величина кута, вимірювання кутів, Формули для обчислення площ трикутника, паралелограма, ромба, квадрата, трапеції, правильного многокутника, круга, сектора. - площа сегмента. 	<ul style="list-style-type: none"> - знаходити довжини відрізків, градусні та радіанні міри кутів, площі геометричних фігур, - обчислювати довжину кола та його дуг, площу круга та сектора, - використовувати формули площ геометричних фігур для розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту.
Координати та вектори на площині	<ul style="list-style-type: none"> - прямокутна система координат на площині, координати точок, - формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка, - рівняння прямої та кола, - поняття вектора, нульового вектора, модуля вектора, - колінеарні вектори, протилежні вектори, рівні вектори, - координати вектора, - додавання і віднімання векторів, множення вектора на число, - кут між векторами, - скалярний добуток векторів. 	<ul style="list-style-type: none"> - знаходити координати середини відрізка та відстань між двома точками, - складати рівняння прямої та рівняння кола, - виконувати дії з векторами, - знаходити скалярний добуток векторів - застосовувати вивчені формули й рівняння фігур для розв'язування задач - застосовувати координати й вектори для розв'язування планіметричних задач і задач практичного

	<ul style="list-style-type: none"> - розклад вектора за двома не колінеарними векторами, - властивості скалярного добутку векторів, - формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами, - умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами, 	змісту.
Геометричні переміщення	<ul style="list-style-type: none"> - основні види та зміст геометричних переміщень на площині (рух, симетрія відносно точки та відносно прямої, поворот, паралельне перенесення) - рівність фігур. 	- використовувати властивості основних видів геометричних переміщень для розв'язування планіметричних задач та задач практичного
Розділ: Стереометрія		
Прямі та площини у просторі	<ul style="list-style-type: none"> - аксіоми та теореми стереометрії, - взаємне розміщення прямих у просторі, прямої та площини в просторі, площин у просторі, - паралельність прямих, прямої та площини, площин, - паралельне проектування, - перпендикулярність паралельність прямих, прямої та площини, двох площин, - теорема про три перпендикуляри - відстань від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, - кут між прямими, прямою та площиною, площинами, - двогранний кут, лінійний кут двогранного кута, - ознака мимобіжних прямих, - ортогональна проекція, - відстань між мимобіжними прямими. 	<ul style="list-style-type: none"> - застосовувати означення, ознаки та властивості паралельних і перпендикулярних прямих та площин для розв'язування стереометричних задач та задач практичного змісту, - знаходити зазначені відстані та величини кутів у просторі..

<p>Многогранники, тіла обертання</p>	<ul style="list-style-type: none"> - многогранники та їх елементи, основні види многогранників: призма, паралелепіпед, піраміда, розгортка призми і піраміди, - тіла обертання, основні види тіл і поверхонь обертання: циліндр, конус, куля, сфера, - перерізи многогранників, - перерізи циліндра і конуса: осьові перерізи, перерізи площинами, паралельними їх основам, - переріз кулі площиною, - формули для обчислення площ поверхонь та об'ємів призми та піраміди, - формули для обчислення об'ємів циліндра, конуса, кулі, - формули для обчислення площі сфери. - зрізана піраміда, - зрізаний конус. 	<ul style="list-style-type: none"> - розв'язувати задачі, зокрема, практичного змісту на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл, - розрізняти, розгортки основних видів многогранників (призм і пірамід), та розрізняти на розгортках елементи многогранників.
<p>Координати та вектори у просторі</p>	<ul style="list-style-type: none"> - прямокутна система координат у просторі, координати точок, - формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка, - поняття: вектор, рівні вектори, координати вектора, - додавання і віднімання векторів, множення вектора на число, - скалярний добуток векторів. - кут між векторами, - симетрія відносно початку координат та координатних площин. - рівняння сфери, - властивості скалярного добутку векторів, - формула для знаходження 	<ul style="list-style-type: none"> - знаходити координати середини відрізка та відстань між двома точками, - виконувати дії з векторами, - знаходити скалярний добуток векторів, - використовувати аналогію між векторами й координатами на площині та в просторі для розв'язування стереометричних задач та задач практичного змісту, - застосовувати координати й вектори для розв'язування стереометричних задач, зокрема, задач

	кута між векторами, що задані координатами, - умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами,	практичного змісту.
--	--	---------------------

** – Для рівня стандарту і профільного рівня.

** – Тільки для профільного рівня.

Результати зовнішнього оцінювання використовуються:

- для визначення конкурсного бала під час відбору осіб, які вступають на навчання до закладів вищої освіти для отримання ступеня молодшого бакалавра, бакалавра (магістра і спеціаліста медичного, фармацевтичного або ветеринарного спрямувань) на основі повної загальної освіти;
- як оцінки за державну підсумкову атестацію за освітній рівень повної загальної середньої освіти;
- для визначення стану функціонування системи загальної середньої освіти та прогнозування її подальшого розвитку.

Результати з певного навчального предмета визначаються за:

- **рейтинговою шкалою 100-200 балів** – для усіх учасників, які подолали поріг «склав / не склав»
- **критеріальною шкалою 1-12 балів** – для учасників з числа випускників системи середньої освіти поточного навчального року, які обрали цей навчальний предмет для проходження державної підсумкової атестації у формі зовнішнього оцінювання.

Визначення тестового бала здійснюється на основі схем нарахування балів за виконання завдань сертифікаційної роботи, розроблених Українським центром для відповідного предмета, та схем оцінювання завдань відкритою форми з розгорнутою відповіддю. Рішення про встановлення порога «склав / не склав» ухвалює експертна комісія з визначення рейтингової оцінки. З урахуванням установленого порога «склав / не склав» здійснюється генерування таблиці за шкалою 100-200 балів.

1.3. Характеристика сертифікаційної роботи з математики

У характеристиці сертифікаційної роботи з математики визначено структуру тесту, час, відведений на його виконання, конкретизовано кількість та типи завдань, уміщених до сертифікаційної роботи, наведено схему нарахування тестових балів. Зміст сертифікаційної роботи на даний час визначається на основі Програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики для осіб, які бажають здобувати вищу освіту на основі повної загальної середньої освіти (затверджено Міністерством освіти і науки України, наказ від 14.12.2019 р. № 1513).[28].

Сертифікаційна робота з математики у 2021-2022 навчальному році налічує 32 завдання різних форм: з вибором однієї правильної відповіді (16 завдань), на встановлення відповідності (4 завдання), відкритої форми з короткою (9 завдань) та розгорнутою (3 завдання) відповіддю. Максимальна кількість балів, яку можна набрати, правильно виконавши всі завдання, – 62. На виконання роботи відведено 180 хвилин. [28].

Типи завдань сертифікаційної роботи та схеми нарахування балів за виконання завдань

Форма / опис завдання	Схема нарахування балів
<p>Завдання з вибором однієї правильної відповіді (№1–16*).</p> <p>Завдання має основу та чотири або п'ять варіантів відповідей, з яких лише один правильний.</p> <p>Завдання вважають</p>	<p>0 або 1 бал:</p> <p>1 бал, якщо вказано правильну відповідь;</p> <p>0 балів, якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді на завдання не надано.</p>

<p>виконаним, якщо учасник/ця зовнішнього незалежного оцінювання вибрав і позначив відповідь у бланку відповідей А.</p>	
<p>Завдання на встановлення відповідності («логічні пари») (№17–20*).</p> <p>Завдання має основу та два стовпчики інформації, позначених цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч).</p> <p>Виконання завдання передбачає встановлення відповідності (утворення «логічних пар») між інформацією, позначеною цифрами та буквами. Завдання вважаються виконаним, якщо учасник/ця</p>	<p>0, 1, 2 або 3 бали:</p> <p>1 бал – за кожен правильно встановлену відповідність («логічну пару»);</p> <p>0 балів – за будь-яку «логічну пару», якщо зроблено більше однієї позначки в рядку та/або колонці; 0 балів – за завдання, якщо не вказано жодної правильної відповідності («логічної пари») або відповіді на завдання не надано.</p>

<p>зовнішнього незалежного оцінювання зробив позначки на перетинах рядків (цифри від 1 до 3) і колонок (букви від А до Д) у таблиці бланка відповідей А.</p>	
<p>Завдання відкритої форми з короткою відповіддю (№21– 29): – структуроване завдання (№21–24*) має основу та дві частини й передбачає розв’язування задачі. Завдання вважають виконаним, якщо учасник/ця зовнішнього незалежного оцінювання, здійснивши відповідні числові розрахунки, записав/ла, дотримуючись вимог</p>	<p>– структуроване завдання 0, 1 або 2 бали: 1 бал – за кожен правильно вказану відповідь; 0 балів, якщо вказано обидві неправильні відповіді або відповіді на завдання не надано;</p> <p>– неструктуроване завдання 0 або 2 бали: 2 бали, якщо вказано правильну відповідь; 0 балів, якщо вказано неправильну відповідь або відповіді на завдання не надано.</p>

<p>і правил, відповіді до кожної з частин завдання в бланку відповідей А;</p> <p>– неструктуроване завдання (№25*, №26* №27–29)</p> <p>має основу та передбачає розв’язування задачі. Завдання вважають виконаним, якщо учасник/ця зовнішнього незалежного оцінювання, здійснивши відповідні числові розрахунки, записав, дотримуючись вимог і правил, кінцеву відповідь у бланку відповідей А.</p>	
<p>Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю (№30–32).</p> <p>Завдання (30, 31, 32)</p>	<p>№ 30, 32 оцінюють у 0, 1, 2, 3, 4, 5 або 6 балів;</p> <p>№ 31 оцінюють у 0, 1, 2, 3 або 4 бали.</p>

<p>має основу та передбачає розв'язування задачі. Завдання вважають виконаним, якщо учасник зовнішнього незалежного оцінювання в бланку відповідей Б навів усі етапи розв'язання й обґрунтував їх, зробив посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження, проілюстрував розв'язання задачі рисунками, графіками тощо.</p>	
---	--

* – завдання, результат виконання яких буде зараховано як результат державної підсумкової атестації для випускників, які вивчали математику на рівні стандарту

I. Завдання з вибором однієї правильної відповіді (1-16). До кожного із завдань з вибором однієї правильної відповіді наведено п'ять варіантів відповідей, з яких лише один правильний. Завдання вважається виконаним, якщо учасник зовнішнього незалежного оцінювання вибрав та позначив відповідь у бланку відповідей А.

Приклад 1. Обчисліть: $\sqrt[3]{64 \cdot 0,008}$.

А	Б	В	Г	Д
0,8	0,2	0,008	4	0,08

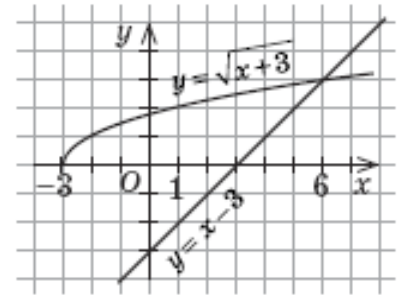
Розв'язання. Оскільки $64 = 3^3$ і $0,008 = 0,2^3$, то $\sqrt[3]{64 \cdot 0,008} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{0,008} = 4 \cdot 0,2 = 0,8$.

Отже, правильна відповідь А.

Зразок позначення відповіді в бланку А:

1 А Б В Г Д

Приклад 2. На рисунку зображено графіки функцій $y = \sqrt{x+3}$ і $y = x - 3$. Укажіть проміжок, на якому виконується нерівність $\sqrt{x+3} \leq x - 3$.



А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 6)$	$[-3; 6)$	$[-3; 6]$	$(6; +\infty)$	$[6; +\infty)$

Розв'язання. Для функцій $f(x) = \sqrt{x+3}$ і $g(x) = x-3$, що задані графіками, нерівність $f(x) < g(x)$ виконуватиметься для тих і тільки для тих значень аргументу, для яких графік функції $f(x)$ розташований нижче, ніж графік функції $g(x)$. Аналізуючи задані графіки, бачимо, що це буде при $x \in (6; +\infty)$. Але задана нерівність не є строгою, тому її задовольнятимуть і ті значення аргументу, при яких $f(x) = g(x)$, тобто $x = 6$. Таким чином, нерівність $\sqrt{x+3} \leq x-3$ виконуватиметься для всіх $x \in [6; +\infty)$. Отже, правильна відповідь Д.

Зразок позначення відповіді в бланку А:

2 А Б В Г Д

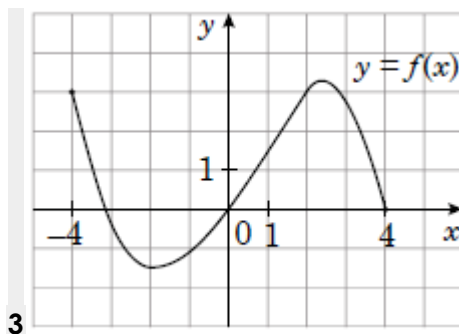
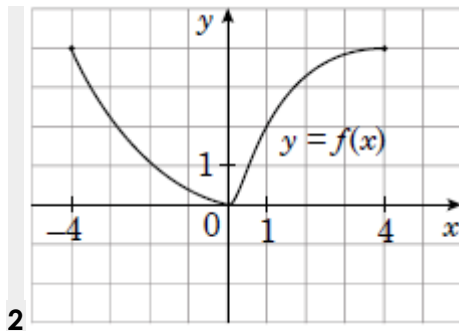
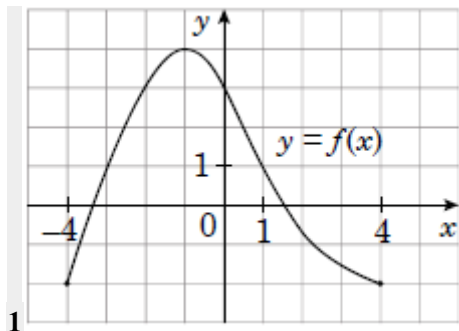
II. Завдання на встановлення відповідності («логічні пари») (17-20).

До кожного завдання цієї форми у двох колонках наведено інформацію, яку позначено цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч).

Щоб виконати завдання, необхідно встановити відповідність інформації, позначеної цифрами та буквами (утворити «логічні пари»). Завдання вважається виконаним, якщо учасник зовнішнього незалежного оцінювання правильно зробив позначки на перетинах рядків (цифри від 1 до 3) і колонок (букви від А до Д) у таблиці бланку відповідей А.

Приклад 3. Установіть відповідність між графіком (1-3) функції, визначеної на проміжку $[-4; 4]$, та її властивістю (А – Д).

Графік функції



Властивість функції

- А. функція є непарною
- Б. найменше значення функції на проміжку $[1; 3]$ дорівнює 2
- В. функція є парною
- Г. графік функції не має спільних точок із графіком рівняння $(x-3)^2+(y-4)^2=4$

Д. графік функції тричі перетинає пряму $y=1$

Впишіть відповіді.

Зразок позначення відповіді в бланку А:

	А	Б	В	Г	Д
1				+	
2		+			
3					+

Установіть відповідність між заданими виразами (1–3) та виразами, що їм тотожно дорівнюють (А–Д).

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. $(3a - b)^2$ | А $9a^2 - b^2$ |
| 2. $(3a - b)(b + 3a)$ | Б $9b^2 - 2ab + a^2$ |
| 3. $(a - 3b)^2$ | В $3a^2 + 8ab - 3b^2$ |
| | Г $9a^2 - 6ab + b^2$ |
| | Д $9b^2 - 6ab + a^2$ |

Розв'язання. Перетворюючи вираз, який позначено цифрою 1:

$(3a - b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$, — одержуємо вираз, який позначено буквою

Г. Отже, цифрі 1 у лівій колонці відповідає буква Г у правій колонці, тобто позначку слід поставити на перетині відповідних рядків – цифри 1 і колонки з буквою Г (див. зразок позначення відповіді в бланку А нижче).

Аналогічно, використовуючи відповідні формули, одержуємо:

2. $(3a - b)(b + 3a) = 9a^2 - b^2$, отже, цифрі 2 відповідає буква А;
3. $(a - 3b)^2 = a^2 - 6ab + 9b^2 = 9b^2 - 6ab + a^2$, отже, цифрі 3 відповідає

буква Д;

Зразок позначення відповіді в бланку А:

	А	Б	В	Г	Д
1				+	
2	+				
3					+

Приклад 4. На куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. відповідність між (1–3) та їхніми

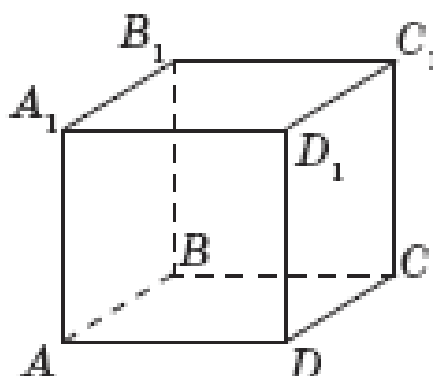
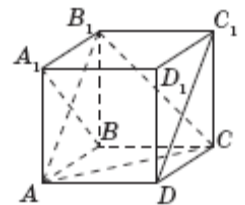


рисунок зображено Установіть заданими кутами градусними мірами

(А–Д).

1	Кут між прямими DD_1 і AB_1	А 0° Б 30°
2	Кут між прямими DC_1 і CB_1	В 45° Г 60°
3	Кут між прямими AD і B_1C_1	Д 90°

Розв'язання. 1. У заданому кубі $DD_1 \parallel AA_1$, тому $\angle(DD_1; AB_1) = \angle(AA_1; AB_1) = \angle A_1AB_1 = 45^\circ$ (як кут між стороною квадрата ABB_1A_1 та його діагоналлю) (див. рисунок нижче). Отже, цифри 1 у лівій колонці відповідає буква В у правій колонці.



2. Оскільки в заданому кубі $AB_1 \parallel DC_1$, то $\angle(DC_1; CB_1) = \angle(AB_1; CB_1) = \angle AB_1C = 60^\circ$ (як кут рівностороннього трикутника AB_1C), отже, цифри 2 відповідає буква Г.

3. Оскільки $AD \parallel B_1C_1$, то $\angle(AD; B_1C_1) = 0^\circ$ (кут між паралельними прямими вважається рівним 0°), отже, цифри 3 відповідає буква А.

Зразок позначення відповіді в бланку А:

	А	Б	В	Г	Д
1			+		
2				+	
3	+				

III. Завдання відкритої форми з короткою відповіддю (21-29). Під час виконання цих завдань учасник має вписати числовий результат у тих одиницях величини, які вказані в умові завдання, до бланка відповідей А.

Приклад 5. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x^2 - 25} = x$. Якщо рівняння має декілька коренів, запишіть їхню суму.

Розв'язання. Після піднесення обох частин заданого рівняння до квадрата одержуємо:

$$2x^2 - 25 = x^2; x^2 = 25; x = \pm 5.$$

Підставляючи одержані корені в задане рівняння, отримуємо, що $x = 5$ — корінь рівняння (одержуємо правильну рівність $5=5$), а $x = -5$ є стороннім коренем (одержуємо неправильну рівність $5 = -5$). Отже, до відповіді слід записати тільки число 5. *Відповідь: 5.*

Зразок запису відповіді в бланку А:

5 5,

Приклад 6. Знайдіть площу трапеції, якщо її діагоналі дорівнюють 6 см і 7 см, а кут між ними становить 30° .

Розв'язання. Оскільки площа довільного чотирикутника дорівнює півдобутку його діагоналей на синус кута між ними, то отримуємо:

$$S_{\text{трапеції}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$$

Отже, до відповіді слід записати число 10,5.

Відповідь: 10,5.

Зразок запису відповіді в бланку А:

6 10,5

IV. Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю (30-32). Під час виконання цих завдань до кожного з них учасник зовнішнього незалежного оцінювання має розробити спосіб розв'язання, використовуючи в новій нестандартній ситуації знання з різних розділів курсу геометрії або алгебри і початків аналізу, правильно виконати рисунок (якщо цього потребує процес розв'язання), розв'язати завдання й обґрунтувати етапи розв'язання. Усе вищезазначене та відповіді на завдання 31-33 необхідно чітко записати до бланка відповідей Б.

Приклад 7. Задано функції $f(x) = x^2 + 1$ і $g(x) = 7 - x$.

1. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій (x) і $g(x)$. У прямокутній системі координат зобразіть фігуру, обмежену цими графіками.
2. Обчисліть площу фігури, обмеженими графіками функцій $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад 8. У трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$) діагональ AC є бісектрисою гострого кута A . Ця діагональ перетинає середню лінію трапеції в точці P .

1. Доведіть що $\sphericalangle APB = 90^\circ$.
2. Обчисліть площу трапеції $ABCD$, якщо $BC = 5$ см, $AD = 13$ см, площа трикутника $APB = 5$ см²

Приклад 9. При яких значеннях параметра a рівняння

на проміжку $[0; 1]$ має рівно два різні корені?

Розв'язання завдань у чернетці не перевіряються і до уваги не беруться. Максимально можлива кількість балів ЗНО з математики – 62, максимальна кількість балів, яку можна набрати, правильно розв'язавши всі завдання, що будуть зараховуватися як державна підсумкова атестація, – 40. [28].

1.4. Критерії оцінювання завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю з математики

Наведемо критерії оцінювання завдань з розгорнутою відповіддю з математики сертифікаційної роботи з математики зовнішнього незалежного оцінювання 2022 року [28]

Кількість балів, отриманих за виконання завдань **30** (з алгебри і початків аналізу), **31** (з геометрії), **32** (з алгебри і початків аналізу), залежить від повноти розв'язання і правильності відповіді.

Загальні вимоги (рекомендації) до виконання завдань із розгорнутою відповіддю:

- розв’язання має бути математично грамотним і повним;
- методи розв’язання, форми його запису й форми запису відповіді можуть бути різними; якщо завдання можна розв’язати кількома способами, то достатньо навести розв’язання лише одним способом;
- за розв’язання завдання, у якому обґрунтовано отриману правильну відповідь, виставляють максимальну кількість балів;
- під час виконання завдання можна використовувати без доведення і посилок будь-які математичні факти та твердження, які є в підручниках і навчальних посібниках, із переліку підручників, рекомендованих (допущених) Міністерством освіти і науки України.

Завдання **30** відкритої форми з розгорнутою відповіддю з алгебри і початків аналізу оцінюють за критеріями, як наведено в таблиці 1.

Таблиця 1.

Зміст оцінювання	Бали
Отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв’язування	6
Наведено логічно правильну послідовність розв’язування. Деякі з ключових моментів розв’язування можуть бути обґрунтовано недостатньо / Можливі описки в обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на правильність відповіді / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною	5
Наведено логічно правильну послідовність розв’язування. Деякі з ключових моментів розв’язування обґрунтовано недостатньо / Можливі 1–2 негрубі помилки або описки в обчисленнях, перетвореннях, що не впливають на правильність подальшого розв’язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною	4
Наведено логічно правильну послідовність розв’язування. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо або не	3

обґрунтовано. Можливі 1–2 помилки або описки в обчисленнях або перетвореннях, що незначно впливають на правильність подальшого розв’язування. Отримана відповідь може бути неправильною, або неповною, або розв’язано правильно лише частину завдання	
У правильній послідовності розв’язування пропущено деякі етапи. У правильній послідовності розв’язування пропущено деякі етапи. Ключові моменти розв’язування не обґрунтовано. Можливі помилки в обчисленнях або перетвореннях, що впливають на подальше розв’язування. Отримана відповідь неповна або неправильна	2
У послідовності розв’язування є лише деякі етапи розв’язування. Ключові моменти розв’язування не обґрунтовано. Отримана відповідь неправильна або завдання розв’язано не повністю	1
Учасник/ця не приступив до розв’язування завдання, або записи не відповідають зазначеним вище критеріям	0

Завдання **31** відкритої форми з розгорнутою відповіддю з геометрії оцінюють за критеріями, як наведено в таблиці 2.

Таблиця 2.

Зміст оцінювання	Бали
Отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв’язування та зазначено всі необхідні для доведення теореми, аксіоми тощо. Наведено рисунок, який відповідає розв’язанню завдання	4
Наведено логічно правильну послідовність розв’язування.	

Деякі з ключових моментів розв'язування обґрунтовано недостатньо / Рисунок немає / Можливі 1–2 негрубі помилки або описки в обчисленнях, перетвореннях, що не впливають на правильність подальшого розв'язування / Отримана відповідь може бути неправильною	3
Наведено логічно правильну послідовність розв'язування. Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо або не обґрунтовано. Рисунок немає / Можливі 1–2 помилки в обчисленнях або перетвореннях, що впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною (розв'язано правильно лише частину завдання)	2
У правильній послідовності розв'язування є лише деякі етапи розв'язування. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Отримана відповідь неправильна або завдання розв'язано не повністю	1
Учасник/ця не приступив до розв'язування завдання, або записи не відповідають зазначеним вище критеріям	0

Завдання **32** відкритої форми з розгорнутою відповіддю з алгебри і початків аналізу оцінюють за критеріями, як наведено в таблиці 3.

Таблиця 3.

Зміст оцінювання	Бали
Отримано правильну відповідь. Обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування	6

<p>Наведено логічно правильну послідовність розв'язування.</p> <p>Деякі з ключових моментів розв'язування можуть бути обґрунтовано недостатньо / Можливі описки в обчисленнях або перетвореннях, що не впливають на правильність відповіді / Отримана відповідь може бути неправильною або неповною</p>	5
<p>Наведено логічно правильну послідовність розв'язування.</p> <p>Деякі з ключових моментів розв'язування обґрунтовано недостатньо / Можливі 1–2 негрубі помилки або описки в обчисленнях, перетвореннях, що не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною</p>	4
<p>Наведено логічно правильну послідовність розв'язування.</p> <p>Деякі з ключових моментів обґрунтовано недостатньо або не обґрунтовано. Можливі 1–2 помилки, або описки в обчисленнях, або перетвореннях, що незначно впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною, або розв'язано правильно лише частину завдання</p>	3
<p>У правильній послідовності розв'язування пропущено деякі етапи.</p> <p>Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано.</p> <p>Можливі помилки в обчисленнях або перетвореннях, що впливають на подальше розв'язування. Отримана відповідь неповна або неправильна</p>	2
<p>У послідовності розв'язування є лише деякі етапи розв'язування.</p> <p>Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано.</p> <p>Отримана відповідь неправильна, або завдання розв'язано не</p>	1

повністю	
Учасник/ця не приступив до розв'язування завдання, або записи не відповідають зазначеним вище критеріям	0

Згідно з критерієм оцінювання завдань з розгорнутою відповіддю з математики сертифікаційної роботи з математики зовнішнього незалежного оцінювання 2022 року [28]:

1. Завдання, на яке надано правильну відповідь, але розв'язання **не наведено**, оцінюють у **0** балів.
2. Завдання, розв'язання якого **не відповідає умові**, оцінюють у **0** балів.

2.1. Організація роботи по підготовці учнів 10-11 класів до зовнішнього незалежного оцінювання з математики

На даний час у навчальних закладах України для перевірки якості знань і ступеня формування необхідних компетентностей проводиться, здебільшого, у формі тестування. Тестування є повноцінним як з точки зору оперативної перевірки й інформування про результати навчання, так і з точки зору ліквідації всіх механізмів необ'єктивності людського фактора. Використання тестових технологій також дозволяє не тільки визначити рівень знань, умінь і навичок різного роду здобувачів, але і якісно оцінити структуру їхніх знань.

Успішне виконання школярами завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики ґрунтується на успішному засвоєнні ними як теоретичного матеріалу курсу математики, так і методів розв'язування задач, передбачених програмою з математики для загальноосвітньої школи, і розглянутих у шкільних підручниках.

Розпочинати підготовку учнів до роботи з тестами необхідно ще в основній школі. Окрім того, для більш якісної підготовки учнів з математики доцільно використовувати варіативну складову робочого начального плану. Так, наприклад, програми факультативів та курсів за вибором «Розв'язуємо текстові задачі» (для учнів 5-6 класу), «Розв'язуємо прикладні задачі» (для учнів 6 класу), «Модуль числа» (для учнів 8-11 класу), «Розв'язування задач з параметрами» (для учнів 8-11 класу), «Готуємось до ЗНО» (для учнів 10-11 класу), «Методи розв'язування задач з математики» (для учнів 10-11 класу), «Факультативний курс з геометрії» (для учнів 11 класу) дозволять поглибити знання школярів з математики. [39].

Для кращої підготовки учнів до виконання завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики доцільно провести систематизацію та узагальнення теоретичного матеріалу, передбаченого програмою з математики для ЗНО, та методів розв'язування основних типів завдань.

Зауважимо, що і теоретичний матеріал, і методи розв'язування математичних задач є спільними, як для тих завдань, які пропонуються в ЗНО, так і для завдань державної підсумкової атестації (ДПА) з математики. Тому підготовка до розв'язування завдань ЗНО і ДПА з математики повинна бути єдиною.

Доцільно проводити систематизацію та узагальнення теоретичного матеріалу та методів розв'язування задач за такими змістовими лініями шкільного курсу математики: числа і вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики; геометрія (планіметрія, стереометрія).

Особливу увагу необхідно приділяти бланковому тестуванню. Учитель повинен перевіряти не лише правильність виконання учнями тестових завдань, а й правильність заповнення бланків відповідей. Зразки таких бланків можна знайти в літературі з питань підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання з математики, поданої нижче.

Корисно було б протягом останнього місяця навчання в якості домашнього завдання пропонувати тести формату зовнішнього незалежного оцінювання. Особливу увагу при цьому слід звернути на добір завдань, у яких необхідно встановити відповідність, оскільки тести цього формату з'явилися вперше цього року.

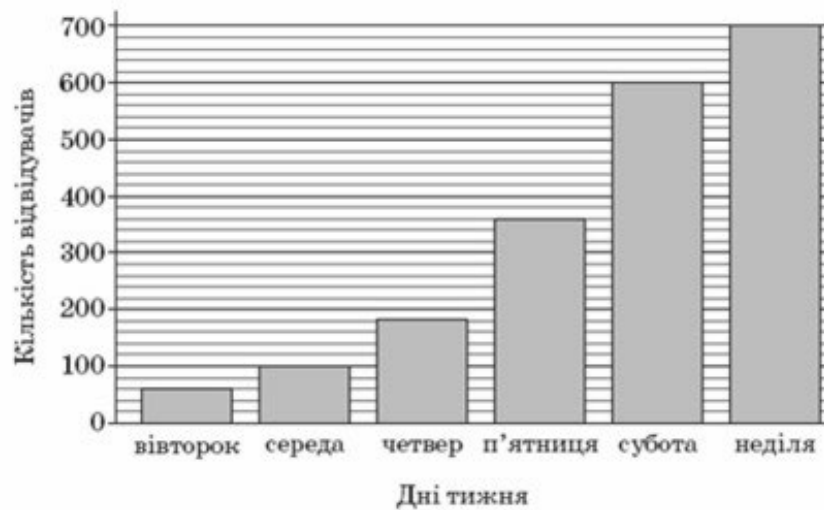
Окрім того, учням можна запропонувати виконання завдань у форматі real-time, які розміщено на деяких сайтах у Internet-мережі. Так, наприклад, <https://zno.osvita.ua/mathematics/>, lvtest.org.ua, test.svitosvit.ua тощо.

Що стосується змісту тестів, то до кінця навчального року, при повторенні матеріалу шкільного курсу та підготовки учнів до ЗНО, доцільно давати завдання не тільки з тем, які вивчались у 10-11 класах, а й у основній школі, особливо в 5-6 класах, завдання на обчислення без мікрокалькулятора найбільш раціональним способом, особливо таких важливих понять, як дріб, відсотки; задачі, що потребують застосування знань та умінь до реальних ситуацій, характерних для повсякденного життя; інтерпретацією кількісної

інформації, поданої в різних формах (графіки, таблиці, діаграми) тощо. Деякі приклади таких завдань наведені нижче.

ПРИКЛАДИ ЗАВДАНЬ

Приклад 1. На діаграмі відображено кількість відвідувачів Музею Води протягом одного робочого тижня (з вівторка до неділі). У який день тижня кількість відвідувачів була вдвічі більшою, ніж у попередній день? [40].



А	Б	В	Г	Д
середа	четвер	п'ятниця	субота	неділя

Розв'язання. Визначити для кожного стовпця (дня тижня) його числове значення й порівняти ці значення між собою. У вівторок було 60 відвідувачів, у середу – 100, у четвер – 180, у п'ятницю – 360, у суботу – 600, у неділю – 700. Таким чином, кількість відвідувачів була вдвічі більшою у п'ятницю, ніж у четвер.

Відповідь: В.

Приклад 2. Батьки разом із двома дітьми: Марійкою (4 роки) та Богданом (7 років) - збираються провести вихідний день у парку атракціонів. Батьки дозволяють кожній дитині відвідати не більше трьох атракціонів і кожний атракціон - лише по одному разу. Відомо, що на атракціони «Електричні машинки» і «Веселі гірки» допускають лише дітей старше 6 років. На «Паровозик» Богдан не піде. Для відвідування будь-якого

атракціону необхідно купити квиток для кожної дитини. Скориставшись таблицею, визначте максимальну суму коштів (у грн.), що витратять батьки на придбання квитків для дітей.

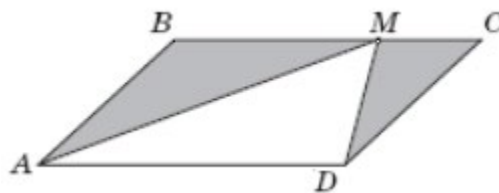
Назва атракціону	Вартість 1 квитка для 1 дитини, грн
Веселі гірки	17
Паровозик	16
Електричні машинки	20
Карусель	12
Батут	15
Дитяча рибалка	8
Лебеді	13

Розв'язання. Максимальну суму коштів витратять батьки, якщо кожна дитина обере по 3 атракціони, на яких вартість квитків дорожча, ніж на інших атракціонах. Якщо Марійка піде на атракціони «Паровозик», «Батут» та «Лебеді», на які ціна квитків дорожча, ніж на інші, то максимальна сума витрачених грошей буде дорівнювати 44 грн. Для Богдана сума витрачених коштів буде максимальна, якщо він піде на атракціони «Електричні машинки», «Веселі гірки» та «Батут», що складе 52 грн. Таким чином, батьки витратять максимальну суму на придбання квитків для дітей – 96 грн.

Відповідь: 96.

Значну увагу слід приділити завданням з параметрами, модулями, завданням практичного змісту, якісним задачам та завданням, виконання яких потребує використання нестандартних прийомів, застосування знань у нестандартних ситуаціях.

Приклад 3. На рисунку зображено паралелограм ABCD, площа якого дорівнює 60 см^2 . Точка M належить стороні BC. Визначте площу фігури, що складається з двох зафарбованих трикутників.



А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

45см ²	40см ²	35см ²	30см ²	20см ²
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Розв'язання. Площа паралелограма $S_{ABCD} = h \cdot BC$, де h – висота паралелограма. Висота паралелограма є також загальною висотою для зафарбованих трикутників. Площі зафарбованих трикутників обчислюються

за формулами $S_{ABM} = \frac{1}{2}h \cdot BM$ і $S_{MCD} = \frac{1}{2}h \cdot MC$. Площа фігури, що складається з двох зафарбованих трикутників, обчислюється як сума площ відповідних трикутників, тобто

$$S = S_{ABM} + S_{MCD} = \frac{1}{2}h \cdot BM + \frac{1}{2}h \cdot MC = \frac{1}{2}h(BM + MC) = \frac{1}{2}h \cdot BC = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30\text{см}^2.$$

Відповідь: Г.

Приклад 4. Два фахівці розробили макет рекламного оголошення. За роботу вони отримали 5000 грн, розподіливши гроші таким чином: перший отримав четверту частину зароблених грошей, а другий — решту. Скільки гривень отримав за цю роботу другий фахівець?

А	Б	В	Г	Д
1000 грн.	1250 грн.	3000 грн.	3750 грн.	4000 грн.

Розв'язання. Для обчислення заробітної плати першого фахівця необхідно помножити загальну суму 5000 грн. на частину зароблених грошей, яку заробив перший фахівець: $5000 \cdot \frac{1}{4} = 1225$ грн. Для знаходження суми, яку отримав за роботу другий фахівець, потрібно із загальної суми грошей відняти суму заробітної плати першого фахівця: $5000 - 1225 = 3750$ грн.

Відповідь: Г.

Приклад 5. У залі кінотеатру 18 рядів. У першому ряду знаходяться 7 місць, а в кожному наступному ряду на 2 місця більше, ніж у попередньому. Скільки всього місць у цьому залі?

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

432	438	369	450	864
-----	-----	-----	-----	-----

Розв'язання. Для визначення кількості місць у залі кінотеатру доцільно використовувати формулу суми перших 18 членів арифметичної прогресії, де перший член прогресії – 7 (місця у першому ряду зали кінотеатру), різниця арифметичної прогресії – 2 (настільки місць більше в наступному ряду, ніж у попередньому): $S_{18} = \frac{2 \cdot 7 + 2 \cdot (18-1)}{2} \cdot 18 = 432$ (місць).

Відповідь: А.

Приклад 6. Укажіть множину всіх значень a , при яких виконується рівність $|a^3 - a^2| = a^3 - a^2$. [78, с. 120-126]

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$	$[1; +\infty)$	$(-\infty; -1] \cup \{0\}$	$[0; 1]$	$\{0\} \cup [1; \infty)$

Розв'язання. Оскільки ліва частина рівності завжди невід'ємна, тоді права частина теж повинна бути невід'ємною, тобто $a^3 - a^2 \geq 0$. Розклавши на множники ліву частину $a^2(a-1) \geq 0$, можна використати метод інтервалів для розв'язання. Таким чином, a може приймати значення з проміжку $\{0\} \cup [1; +\infty)$.

Відповідь: Б.

Приклад 7. При якому найменшому цілому значенні параметра a рівняння $\sqrt{2x+15}(\sqrt{x^2+18x+81} - \sqrt{x^2-10x+25}) = a\sqrt{2x+15}$ має лише два різні корені? [78, с. 86-89]

Розв'язання. Область допустимих значень (ОДЗ) для даного рівняння $2x+15 \geq 0$, $x \geq -7,5$. Підкореневі вирази можна представити як квадрат суми $x^2+18x+81 = (x+9)^2$ та квадрат різниці $x^2-10x+25 = (x-5)^2$. Тоді рівняння приймає вигляд: $\sqrt{2x+15}(|x+9| - |x-5|) = a\sqrt{2x+15}$. Розв'язком рівняння є $x = 7,5$. За умовою необхідно, щоб два корені рівняння були різні, тоді, розв'язавши рівняння $|x+9| - |x-5| = a$, отримаємо другий корінь.



З урахуванням ОДЗ розв'язки рівняння знаходяться на II та III інтервалах.

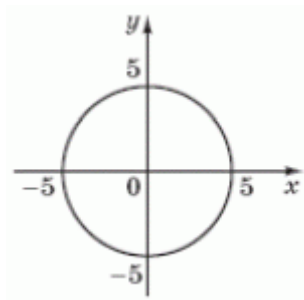
$$\text{II інтервал: } x + 9 - (-(x - 5)) = a; x = 0,5a - 2.$$

$$\text{III інтервал: } x + 9 - x + 5 = a; a = 14, \text{ тобто } x \in [5; +\infty).$$

Значення параметра, яке задовольняє умові задачі, знаходимо з нерівності $0,5a - 2 > -7,5; a > -11$. Таким чином, найменше ціле значення параметра $a = -10$.

Відповідь: -10 .

Приклад 8. Обчисліть $\int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx$, використовуючи рівняння кола $x^2 + y^2 = 25$, зображеного на рисунку. [80, с. 156-159]



Розв'язання. Нехай $I = \int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx$. Тоді, використовуючи інтегрування

по частинах, отримаємо

$$I = \int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx = \left. \begin{array}{l} u = \sqrt{25 - x^2} \\ dv = dx \\ du = -\frac{xdx}{\sqrt{25 - x^2}} \\ v = x \end{array} \right| = x\sqrt{25 - x^2} \Big|_{-5}^0 - \int_{-5}^0 \frac{-x^2}{\sqrt{25 - x^2}} dx = (0 - 0) - \int_{-5}^0 \frac{(25 - x^2) - 25}{\sqrt{25 - x^2}} dx =$$

$$= -\int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx + 25 \int_{-5}^0 \frac{dx}{\sqrt{25 - x^2}} = -I + 25 \cdot \left(-\arccos \frac{x}{5} \right) \Big|_{-5}^0 = -I + 25 \cdot \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Тоді } I = \frac{25\pi}{4} = 6,25\pi. \text{ Таким чином, } \frac{1}{\pi} \int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx = \frac{6,25\pi}{\pi} = 6,25.$$

Відповідь: 6,25.

Приклад 9. Знайдіть найменше ціле значення параметра a , при якому рівняння $\sqrt{x^2 - 5x} + \sqrt{x^2 - 9x + 20} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{x - 5}$ має два різні корені. [78, с. 125]

Розв'язання. Перетворимо рівняння $\sqrt{x - 5}(\sqrt{x} + \sqrt{x - 4}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{x - 5}$. Звідси маємо, що один з коренів рівняння дорівнює 5. З урахуванням ОДЗ ($x \geq 5, a \geq 0$) рівняння рівносильне $\sqrt{x} + \sqrt{x - 4} = \sqrt{a}$. Розглянемо окремо ліву та праву частини рівняння. Функція $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x - 4}$ є зростаючою, тому на області визначення має лише одну точку перетину з функцією $f(x) = \text{const}$.

У такому випадку найменше значення параметра \sqrt{a} , при якому рівняння має $\sqrt{x} + \sqrt{x - 4} = \sqrt{a}$ корені відповідає найменшому значенню функції $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x - 4}$, тобто $f(5) = \sqrt{5} + \sqrt{5 - 4} = \sqrt{5} + 1$.

Знайдемо при якому значенні параметра виконується рівність $\sqrt{a} = \sqrt{5} + 1: (\sqrt{a})^2 = (\sqrt{5} + 1)^2$; $a = 5 - 2\sqrt{5} + 1$; $a = 6 + 2\sqrt{5} \approx 6 + 2 \cdot 2,2 = 10,4$. Таким чином найменше ціле значення параметра a дорівнює 11.

Підстановкою необхідно переконатись, що при цьому значенні параметра два кореня рівняння різні.

Відповідь: 11.

На жаль, на ЗНО в більшості випадків учнів виявляють слабке знання шкільного курсу математики, і саме це є основною причиною «провалів».

На підтвердження наведемо приклади під час підготовки з математики типових помилок, яких припускаються учні.

Неправильно виконані перетворення	Правильно виконані перетворення
$\frac{x}{2x^2 + 3x} = 2x + 3$	$\frac{x}{2x^2 + 3x} = \frac{1}{2x + 3}$
$[(x)^{\sqrt{5}}]^2 = x^5$	$[(x)^{\sqrt{5}}]^2 = x^{2\sqrt{5}}$
$(1 - x)^3 = (1 - x)(1 + x + x^2)$	$(1 - x)^3 = 1 - 3x + 3x^2 - x^3$

$\llbracket(9)^{\sqrt{x}}\rrbracket^2 = 9^{2+\sqrt{x}}$	$\llbracket(9)^{\sqrt{x}}\rrbracket^2 = 9^{2\sqrt{x}}$
$2^x + 4^x = 6^x$	$2^x + 4^x = 2^x + 2^{2x} = 2^x(1 + 2^x)$
$4 \cdot 2^x = 8^x$	$4 \cdot 2^x = 2^2 \cdot 2^x = 2^{2+x}$
$\sqrt{x^6} = x^3$	$\sqrt{x^6} = x^3 $
$\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$	$\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(a - b)(a + b)}$
$\left(\llbracket \lg x^3 \rrbracket\right)^2 = \lg x^6$	$\left(\llbracket \lg x^3 \rrbracket\right)^2 = \lg^2 x^3$
$\lg x^2 = 2 \lg x$	$\lg x^2 = 2 \lg x $
$\lg x + \lg y = \lg(x + y)$	$\lg x + \lg y = \lg xy$
$-\lg x = \lg(-x)$	$-\lg x = \lg x^{-1}$
$\lg^2 2x = \lg^2 2 + \lg^2 x$	$\lg^2 2x = (\lg 2 + \lg x)^2$
$\lg^2 x^2 = 2 \lg^2 x$	$\lg^2 x^2 = 4 \lg^2 x $
$10^{-\lg 5} = -5$	$10^{-\lg 5} = 10^{\lg 5^{-1}} = \frac{1}{5}$

$\frac{\arcsin \pi}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{\arcsin 1}{2} = \frac{\pi}{6}$
---------------------------------------	---------------------------------------

Перш ніж перейти до розбирання конкретних помилок, необхідно зазначити проблеми, що виникають в учнів через недостатність загально-математичної культури.

По-перше, багато хто зазнає труднощів у ході перекладання словесної умови завдання на мову математичних формул, рівнянь або нерівностей.

Наприклад:

- вираз «довести, що функція $f(x)$ невід'ємна» записується $f(x) > 0$ замість $f(x) \geq 0$;
- вираз «при яких значеннях x значення функції $f(x)$ дорівнює 2,5 не асоціюється з рівнянням $f(x)=2,5$ »;
- вираз «знайдіть радіус кулі, об'єм якої дорівнює об'єму куба з ребром a » не записується співвідношенням, хоча кожна із формул учням відома;
- вираз «трикутник, утворений осями координат і прямою, що їх перетинає» не викликає потреби знайти точку перетину цієї прямої з осями координат.

По-друге, деякі учні плутаються в елементарних поняттях, наприклад не можуть чітко розділити поняття цілого та натурального, додатного та від'ємного чисел. У результаті, вибираючи із множини розв'язків ті розв'язки, які задовольняють умову (наприклад, при виборі найменшого цілого числа з проміжку (a, b)), припускаються помилки.

По-третє, часто при виборі коренів не враховується область допустимих значень змінної (або не виконується перевірка коренів) тощо.

Серед типових помилок, що зустрічаються в роботах учнів, є помилки, де зустрічаються спрощення, хибні до спрощень за формулами скороченого множення, а також порушуються правила виконання тотожних перетворень з використанням властивостей степенів.

Розглянемо таблицю.

Неправильно	Правильно
$\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^{-3} = \frac{1}{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}$	$\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^3}$
$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 - b^2$	$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2$
$(a - b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$	$(a - b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a - b}$
$a^{-1} + b^{-1} = \frac{1}{a+b}$	$a^{-1} + b^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
$16^x - 4^x = (16-4)^x$	$16^x - 4^x = 4^x(4^x - 1)$
$9^{2-x} = 9^2 - 9$	$9^{2-x} = 9^2 : 9^x$

Приклад. Спростити вираз $1 - \frac{\sqrt{x}}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x}$.

Неправильне розв'язання: спочатку $1 - \frac{\sqrt{x}}{x-1} = \frac{x - \sqrt{x} - 1}{x-1}$, потім $\frac{x - \sqrt{x} - 1}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ і т.д.

Правильне розв'язання: спочатку слід виконати множення: $\frac{\sqrt{x}}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}^2} = \frac{1}{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}}$; потім виконати віднімання: $1 - \frac{1}{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}} = \frac{x + \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}}$.

Останні уроки математики, на яких заплановано повторення, узагальнення та систематизацію вивченого, можна повністю присвятити роботі з тестовими технологіями, урахувавши індивідуальні особливості учнів класу, з'ясувавши, які існують прогалини в їхніх знаннях, уміннях і навичках.

Підготовку школярів до виконання тестових завдань з математики слід здійснювати насамперед за моделями, запропонованими Українським

центром оцінювання якості освіти. Ці моделі розроблено відповідно до вимог Державного стандарту базової і повної середньої освіти, вони охоплюють основні напрями математичної освіти школярів та репрезентують усі розділи чинної програми, передбачають виконання звичних для них різнотипних завдань.

Цілком можливим є й використання в 11 класах протягом квітня-травня готових зразків тестових завдань, які друкуються в методичній літературі, фаховій пресі, спеціальних збірниках. Такі матеріали слід добирати уважно, аналізуючи їхню відповідність дидактичним вимогам до структури та змісту навчальних і контрольних завдань такого типу.

Для ефективного використання у навчальному процесі пропонуються схвалені Міністерством освіти і науки України і вже апробовані в шкільній практиці збірники тестових завдань, які готують учнів до тематичних контрольних робіт і зовнішнього незалежного оцінювання.

2.2. Використання тестових технологій при проведенні уроків математики

Урок №1. Тема: Квадратні корені. Властивості арифметичного кореня (8 клас).

Мета уроку: закріпити знання учнів з питання квадратні корені, властивості арифметичного кореня; розвивати уміння розв'язувати приклади з використанням властивостей квадратного кореня; формувати вміння застосовувати набуті знання на практиці.

Тип уроку: урок узагальнення знань

Хід уроку

I. Організаційний момент.

Повідомити тему уроку, окреслити перелік питань, які необхідно розв'язати протягом уроку (усні питання):

- що називають арифметичним квадратним коренем із числа a ;

- що означає обчислити квадратний корінь;
- квадратний корінь з добутку, частки;
- тотожність $\sqrt{a^2} = |a|$;
- тотожність $\sqrt{a^{2k}} = |a^k|$
- тотожні перетворення виразів, що містять квадратні корені.

II. Актуалізація опорних знань

Усна робота з класом; слід чітко прокоментувати етапи розв'язання і властивості, які необхідно застосовувати для отримання правильної відповіді. Для цього використовуються завдання, подані нижче.

- Який з зазначених виразів не має змісту?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{25a}$, якщо $a > 0$	$\sqrt{125}$;	$\sqrt{-100(-1)}$	$\sqrt{-a}$, якщо $a > 0$	$\sqrt{36a^2}$

А	Б	В	Г	Д
			X	

- Знайдіть значення числового виразу: $\sqrt{36 \cdot 25}$

А	Б	В	Г	Д
125	30	150	900	11

А	Б	В	Г	Д
	X			

- Серед виразів значення якого найменше?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{25 \cdot 100}$	$\sqrt{36 \cdot 49}$	$\sqrt{64 \cdot 16}$	$\sqrt{81 \cdot 36}$	$\sqrt{-36(-100)}$

А	Б	В	Г	Д
		X		

- Спростіть вираз : $\sqrt{25x^2} - \sqrt{49x^2} + \sqrt{100x^2}$, якщо $x < 0$

А	Б	В	Г	Д
$8x$	$-2x$	$76x$	$-2x^2$	$-8x;$

А	Б	В	Г	Д
				X

- Яке число коренем рівняння $\sqrt{x-1} = 2$?

А	Б	В	Г	Д
2	3	5	-3	-2

А	Б	В	Г	Д
		X		

- Значення виразу $\sqrt{x-y}$, якщо $x = 25$, $y = 15$ дорівнює:

А	Б	В	Г	Д
20	-10	-20	10	$\sqrt{10}$

А	Б	В	Г	Д
				X

III. Розв'язання вправ

1. Знайди помилку і запиши правильну відповідь (усний коментар)

А) $2\sqrt{3} = 3\sqrt{2}$

Б) $\sqrt{99} = 3 \cdot \sqrt{11}$

В) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$

Г) $\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{12}$

Д) $\sqrt{2400} = 20 \cdot \sqrt{6}$

2. Заповнити пропуски (робота біля дошки з коментування етапів розв'язання)

А) $\sqrt{72} = \dots \cdot \sqrt{2}$

Б) $2 \cdot \sqrt{7} = \sqrt{\dots}$

В) $\sqrt{50} = 5 \cdot \sqrt{\dots}$

Г) $2 \cdot \dots \cdot \sqrt{2} = \sqrt{32}$

Д) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{\dots} = 6$

Е) $\sqrt{3} \cdot \dots = 3$

Є) $\sqrt{5} \cdot \dots = \sqrt{45}$

3. Знайдіть значення виразу: $0,25 - \sqrt{100} \cdot \sqrt{49} + \sqrt{25} - 0,85$ (запропонувати для самостійного розв'язання)

А	Б	В	Г	Д
76,1	10	0,35	65,6	- 65,6

А	Б	В	Г	Д
				X

4. Розв'яжіть рівняння(робота з класом; коментування етапів розв'язання, властивостей квадратного кореня, властивостей розв'язання рівнянь. Після усного обговорення алгоритму розв'язання того чи іншого рівняння, деяким учням можна запропонувати самостійно розв'язувати рівняння, не чекаючи їх розв'язання біля дошки)

1. $\sqrt{x+4} = 5$

2. $3\sqrt{2x-1} = 9$

3. $\sqrt{5x+1} = \sqrt{x+2}$

4. $\sqrt{3x+6} - 4 = 0$

5. $\sqrt{x+5} + 10 = 2$

6. $\sqrt{x} + 2\sqrt{x} = 12$

Таблиця відповідей

1	2	3	4	5	6
21	5	0,25	$3\frac{1}{3}$	Розв'язків немає	16

5. Порівняйте числа (приклади записати в зошиті, коментуючи розв'язання):

1. 5 і $\sqrt{24}$;	4. $\sqrt{36} + 2\sqrt{81}$ і $\sqrt{576}$
2. 25 і $2\sqrt{169}$;	5. $4\sqrt{26}$ і $\sqrt{425}$;
3. $11\sqrt{2}$ і $\sqrt{625}$;	6. $\sqrt{24} + \sqrt{96}$ і $\sqrt{216}$

IV. Самостійна робота учнів (кожне завдання оцінюється 2 балами)

Тематика завдань	А	Б	В	Г	Д
Знайдіть значення виразу $49 + \sqrt{100} \cdot \sqrt{36} - 2\sqrt{121}$	-132	87	528	124	131
Порівняйте числа $3\sqrt{225}$ і $2\sqrt{289}$	$3\sqrt{225} > 2\sqrt{289}$	$47 > 34$	$3\sqrt{225} \geq 2\sqrt{289}$	$3\sqrt{225} < 2\sqrt{289}$	Визначити неможливо
Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x+11} = 4$	-2,5	12,5	Розв'язків немає	13,5	2,5
Розв'яжіть рівняння $\sqrt{\sqrt{x-2}} = 1$	Розв'язків немає	2	4	3	6
Розв'яжіть рівняння $\sqrt{5-2y} = \sqrt{y+9}$	0	$1\frac{1}{3}$	2	Розв'язків немає	-2
Спростіть вираз $\sqrt{72} + \sqrt{36} - \sqrt{50} - 6$	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{22}$	$-\sqrt{2}$

V. Підведення підсумків уроку

(Усна бесіда; коротке обговорення всіх етапів уроку і прикладів, які були розв'язані на уроці)

Під час роботи на уроці було повторено:

яке число називається квадратним коренем; умова існування квадратного кореня; властивості квадратного кореня; що таке арифметичний квадратний корінь.

VI Домашнє завдання

О.І. Істер. Алгебра 8. §14 (повторити) № 504; №506; № 511; № 513 (1,4)

*№ 516 (не обов'язковий для всіх учнів класу).

Урок №2. Тема уроку: Розв'язування задач на обчислення похідних функцій (11 клас)

Мета : працювати над закріпленням означення похідної функції в точці, геометричного та механічного змісту похідної, формул та правил диференціювання.

Удосконалювати навички розв'язування задач, що передбачають застосування вивчених формул та правил диференціювання.

Тип уроку: набуття компетенцій, пов'язаних з обчисленням похідних функцій.

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Перевірка готовності учнів до уроку, налаштування на роботу.

II. Перевірка домашнього завдання.

Вибірково перевіряємо зошити в учнів, які потребують додаткової педагогічної уваги.

III. Формулювання мети й завдань уроку.

Учитель спонукає учнів до роздумів над питаннями.

Питання

1. Які елементарні функції відомі вам із курсу алгебри 7- 9 класів?

2. Чи можна знайти похідні цих функцій, скориставшись матеріалом, який було вивчено на попередніх уроках?

Оскільки відповідь на останнє запитання є ствердною, можна зробити висновок: учні мають достатньо знань для вивчення питання про знаходження похідних усіх поки що відомих їм функцій. Тож основним завданням уроку є навчитись упевнено й безпомилково користуватися набутими знаннями для розв'язування програмних задач.

IV. *Актуалізація опорних знань та вмінь.*

Виконання усних вправ

Знайдіть похідну функції:

1. а) $f(x) = 6x + 3$; б) $f(x) = 9x^2 - x + 7$; в) $f(x) = -5x^3 + 4x^2 - 2x + 8$;

г) $f(x) = x^3 + x + \sqrt{3}$; д) $f(x) = 5x^4 - 6x^3 + 4x^2 - x + 3$.

2. а) $f(x) = \sin 2x$; б) $f(x) = \cos 5x + 3x$; в) $f(x) = 2 \sin 4x - \cos 2x$;

г) $f(x) = 7 + x^2$ д) $f(x) = \operatorname{ctg} 3x \cdot \operatorname{tg} 3x$.

3. а) $f(x) = 5 \operatorname{ctg} 4x \cdot \operatorname{tg} 4x \cdot x^3$; б) $f(x) = \sin 5x \cos x + \cos 5x \sin x$;

в) $f(x) = \cos 2x \cos 5x - \sin 2x \sin 5x$; г) $f(x) = 4 \sin 3x \cos 3x$.

V. *Відпрацювання вмінь і навичок.*

Виконання письмових вправ

1. Знайдіть похідну функції $y = x^4 + 3 \cos x$ (ЗНО, 2009)

А	Б	В	Г	Д
$y' = 3 \sin x$	$y' = 4x^3 - 3 \sin x$	$y' = x^3 - 3 \sin x$	$y' = 4x^3 + 3 \sin x$	$y' = 4x - 3 \sin x$

2. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = 4 \cos x + 5$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{2}$ (ЗНО, 2010)

А	Б	В	Г	Д
5	4	1	-1	-4

3. Функція $f(x)$ має в точці x_0 похідну $f'(x_0) = -4$. Визначте значення похідної функції $g(x) = 2 \cdot f(x) + 7x - 3$ в точці x_0 . (ЗНО, 2012)

А	Б	В	Г	Д

-1	-4	-8	15	12
----	----	----	----	----

4. Знайдіть значення x , для яких похідна функції $f(x)$ дорівнює нулю:

a) $f(x) = 4 - \cos x$; б) $f(x) = (2 \sin 2x)^2$.

5. Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою x_0 , якщо $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

6. Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 2t^2 + 5t$, де s вимірюється в метрах, а t у секундах. Знайдіть значення t (у секундах), при якому миттєва швидкість матеріальної точки дорівнює 64 м/с. (ЗНО, 2011)

Самостійна робота

Варіант 1

1. Знайдіть похідну функції $y = 3x^4 - 4$.

А	Б	В	Г	Д
$y' = 12x^3$	$y' = 12x^3 - 12$	$y' = 3x^3 - 4$	$y' = 12x^3 + 12$	$y' = 12x + 12$

2. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = -2 + 8x$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{8}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	8	-8	2	0

3. Функція $f(x)$ має в точці x_0 похідну $f'(x_0) = 5$. Визначте значення похідної функції $g(x) = 3 \cdot f(x) - 8x + 4$ в точці x_0 .

А	Б	В	Г	Д
7	11	-8	23	-7

4. Знайдіть значення x , для яких похідна функції $f(x)$ дорівнює нулю:

$f(x) = \cos x - x$.

5. Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою x_0 , якщо $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

6. Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 3t^2 - 2t$, де s вимірюється в метрах, а t у секундах. Знайдіть значення t (у секундах), при якому миттєва швидкість матеріальної точки дорівнює 46 м/с.

Варіант 2

1. Знайдіть похідну функції $y = 5x^4 - 5$.

А	Б	В	Г	Д
$y' = 5x^4 - 5$	$y' = 20x^3 - 2$	$y' = 5x^3$	$y' = 20x^3$	$y' = 20x^3 + 2$

2. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = -3 + 2x$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	-9	7	9	0

3. Функція $f(x)$ має в точці x_0 похідну $f'(x_0) = -2$. Визначте значення похідної функції $g(x) = 4 \cdot f(x) + 5x + 4$ в точці x_0 .

А	Б	В	Г	Д
-3	1	-13	7	-9

4. Знайдіть значення x , для яких похідна функції $f(x)$ дорівнює нулю:

$$f(x) = \sin x - x.$$

5. Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою x_0 , якщо $f(x) = \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

6. Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 4t^2 - 5t$, де s вимірюється в метрах, а t у секундах. Знайдіть значення t (у секундах), при якому миттєва швидкість матеріальної точки дорівнює 51 м/с .

VII. Підсумки уроку.

Перевірка результатів самостійної роботи за готовими відповідями.

VIII. Домашнє завдання.

Повторити зміст теоретичного матеріалу.

Виконати вправи за картками.

1. Знайдіть похідну функції :

а) $f(x) = 7x^3 + 5x^2 - x + 8$, б) $f(x) = -6x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x + 2$,

в) $f(x) = 2 \sin 5x - \cos 4x - 5x^2 + 4$, г) $f(x) = \sin 3x \cos x - \cos 3x \sin x - 4x^2 - 7$.

2. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = 2 - 3x$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{16}$.

А	Б	В	Г	Д
-19	-1	-16	13	16

3. Функція $f(x)$ має в точці x_0 похідну $f'(x_0) = -2$. Визначте значення похідної функції $g(x) = -6 \cdot f(x) - 5x + \sqrt{7}$ в точці x_0 .

А	Б	В	Г	Д
-7	17	-13	7	-9

4. Запишіть рівняння дотичної до графіка функції $y = x^2 - 3x + 2$, яка паралельна прямій $x - y = 5$.

5. Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 2t^2 - 17t$, де s вимірюється в метрах, а t у секундах. Знайдіть значення t (у секундах), при якому миттєва швидкість матеріальної точки дорівнює 33 м/с.

Урок №3. Тема. Елементи прикладної математики (9 клас)

Мета уроку:

дидактична: узагальнити та систематизувати знання та вміння учнів щодо змісту вивчених у темі «Елементи прикладної математики» понять.

розвиваюча: розвивати логічне, творче та самостійне мислення учнів

виховна: виховувати культуру математичного мовлення.

Тип уроку: урок узагальнення та систематизації.

Наочність та обладнання: роздатковий матеріал, підручник (Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосв. навч. закл. / Г.П.Бевз, В.Г.Бевз. - К. Зодіак - ЕКО, 2009.-288 с.: іл.), мультимедійна презентація.

Хід уроку

I. Організаційний етап

Учитель перевіряє готовність учнів до уроку, налаштовує їх на роботу, звертає увагу на зібраність, організованість, стриманість школярів. Учитель роздає учням картку самооцінювання «Банк знань» (додаток), проводить інструктаж.

II. Перевірка домашнього завдання

(тестові завдання №3 (с.208). Відповіді подано на слайді. Учитель звертає увагу на кількість отриманих балів за домашнє завдання (1 бал за кожна правильну відповідь).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А		X							X	
Б	X						X	X		
В			X	X	X	X				
Г										X

III. Мотивація навчальної діяльності учнів. Формулювання мети і завдань уроку.

Основна дидактична мета уроку та завдання на урок цілком логічно випливають із його місця в темі — оскільки урок є передостаннім, підсумковим, то на порядку денному постає питання про повторення, узагальнення та систематизацію знань і вмінь, набутих учнями в ході вивчення теми «Елементи прикладної математики».

IV. Формування вмінь та навичок учнів

1. Бліц - опитування

Учитель звертає увагу на кількість отриманих балів за бліц - опитування (0,5 бали за кожна правильну відповідь).

1. Наведіть приклади математичної моделі.
2. Назвіть основні етапи розв'язування прикладних задач.
3. Дайте означення відсотків.
4. Поясніть, як знайти:
 - 1) відсоток від числа;
 - 2) число за значенням його відсотка;
 - 3) скільки відсотків становить одне число від іншого.
5. Прокоментуйте формулу простих та складних відсотків.
6. Дайте означення абсолютної та відносної похибки.

7. Що називається десятковими знаками? Значущими знаками?
8. Поясніть правила підрахунку цифр?
9. Яка різниця між ймовірнісним експериментом та подією?
10. Яка подія називається випадковою? достовірною? неможливою?

Наведіть приклади.

11. Що називають ймовірністю випадкової події? Чому дорівнює ймовірність достовірної події? Чому дорівнює ймовірність неможливої події?
12. Дайте означення математичної статистики.
13. Як називаються стовпчасті діаграми у статистиці?
14. Поясніть поняття вибірки. Назвіть центральні тенденції.

2. Математичний диктант з наступною самоперевіркою.

Учитель звертає увагу на кількість отриманих балів за математичний диктант (1 бал за кожен правильну відповідь).

1. Побудуйте математичну модель задачі.

Визначити довжину огорожі, якою можна огородити ділянку прямокутної форми, довжина й ширина якої відповідно дорівнюють 20м і 10 м (Знайти периметр прямокутника зі сторонами 20м і 10 м)

2. Запишіть 30% у вигляді десяткового та звичайного дробів. ()

3. У скільки разів збільшиться величина, якщо її збільшити на 300%? (у 4 рази)

4. Знайдіть 2% від 400. ($0,02 \times 400 = 8$)

5. Знайдіть число, якщо 5% від нього становить 25. ($25 : 0,05 = 500$)

6. Знайдіть відсоткове відношення чисел 3 і 6. (50%)

7. З ящика, що містить 3 білі і 4 чорні кулі, навмання виймають

одну кулю. Яка ймовірність того, що вона є білою? ()

8. Яка ймовірність того, що після середи наступить субота? (0)

9. Яка ймовірність того, що після літа наступить осінь? (1)

<table border="1"> <caption>Загальна сума заробітної плати, тис. грн.</caption> <thead> <tr> <th>місяць</th> <th>сума (тис. грн.)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>січень</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>лютий</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>березень</td> <td>25</td> </tr> </tbody> </table>				місяць	сума (тис. грн.)	січень	15	лютий	18	березень	25
місяць	сума (тис. грн.)										
січень	15										
лютий	18										
березень	25										
А) зменшилась більше ніж на 1000грн	Б) зменшилась менше ніж на 1000грн	В) збільшилась менше ніж на 1000грн	Г) збільшилася більше ніж на 1000грн								
6.	Округліть число 2,995 до сотих:										
	А)2,99	Б)2,996	В)3	Г)2,98							
7.	Чому дорівнює у відсотках?										
	А)40%	Б)4%	В)25%	Г)20%							

	А	Б	В	Г
1.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Встановити відповідність

Учитель звертає увагу на кількість отриманих балів за завдання (1 бал за кожен правильну відповідь).

З ящика, що містить 4 білі, 3 чорні та 7 червоних куль, навмання виймають одну кулю. Доберіть до кожного питання правильну відповідь.

1.	Яка ймовірність того, що вийнята куля буде червоною?
2.	Яка ймовірність того, що вийнята куля буде чорною або червоною?
3.	Яка ймовірність того, що вийнята куля буде не чорною?
4.	Яка ймовірність того, що вийнята куля буде білою?
5.	Яка ймовірність того, що вийнята куля буде чорною?
6.	Яка ймовірність того, що вийнята куля буде зеленою?

А. $\frac{3}{14}$

Б. 0

В. $\frac{2}{7}$

Г. $\frac{1}{2}$

Г. $\frac{11}{14}$

Д. $\frac{5}{7}$

Е. 1

	А	Б	В	Г	Г	Д	Е
1.				<input checked="" type="checkbox"/>			
2.						<input checked="" type="checkbox"/>	
3.					<input checked="" type="checkbox"/>		
4.			<input checked="" type="checkbox"/>				
5.	<input checked="" type="checkbox"/>						
6.		<input checked="" type="checkbox"/>					

5.Розв'язування вправ

5.1. Типові завдання №1, №3, №5 до контрольної роботи (с.209, підручник).

№1. В коробці 20 цукерок у синіх обгортках і 80 - у червоних. Яка ймовірність того, що взята навмання цукерка в синій обгортці? (Робота біля дошки) (Звернути увагу на кількість отриманих балів за завдання -2 бали).

№3. Вкладник вніс до банку 5000грн. під складних 14%. Скільки грошей буде у вкладника через 3 роки, якщо він не забиратиме відсоткові гроші? *** (I варіант обчислює прості відсотки, а II варіант - складні). Двоє учнів працює на закритих дошках з наступними поясненнями. (Звернути увагу на кількість отриманих балів за завдання - 4 бали)

№5. Знайдіть моду, медіану і середнє значення вибірки: 7,5,3,7,6,7,4,6,8,5. Додаткове завдання: складіть частотну таблицю та побудуйте відповідну гістограму. (Робота біля дошки) (Звернути увагу на кількість отриманих балів за завдання-2 бали).

5.2. Задача 2, варіант III, завдання для самостійної роботи, (с.204, підручник) .

Скільки потрібно змішати 10-відсоткового і 30-відсоткового розчинів кислоти, щоб одержати 8 кг 15-відсоткового розчину? («Мозковий штурм») (Звернути увагу на кількість отриманих балів за завдання -10 балів)

V. Домашнє завдання.

Повторити §§15-19, підготуватися до контрольної роботи.

Виконати типові завдання до контрольної роботи №2,4,6,7, 8* (с.209)

VI. Підведення підсумків уроку, оцінювання учнів.

«Незакінчене речення...»

1. Науку, в якій досліджуються характеристики масових явищ, називають... (математичною статистикою).

2. Усі цифри числа, крім нулів ліворуч, які стоять перед першою цифрою, відмінною від нуля, і нулів праворуч, що стоять на місцях цифр, замінені при округленні називають... (значущими).

3. Значення вибірки, яке трапляється найчастіше... (мода вибірки).

4. Події, які можуть відбуватися або не відбуватися... (випадкові).

5. Скінчена сукупність незалежних результатів спостережень... (вибірка).

6. Що потрібно створити для розв'язування прикладної задачі математичними методами... (математичну модель).
7. Укажіть ймовірність неможливої події...(0).
8. Соту частина числа називають... (відсотком).
9. Подія, що обов'язково має відбутися за даних умов...(достовірною).
10. Укажіть ймовірність достовірної події...(1).
11. Усі цифри, що стоять праворуч від десяткової коми, називаються... (десятковими знаками).
12. Стовпчасті діаграми у статистиці називають... (гістограмами).

ВИСНОВКИ

Враховуючи результати організації і проведення зовнішнього незалежного оцінювання випускників загальноосвітніх навчальних закладів, можна вважати що система проведення ЗНО в Україні є стабільною і, фактично, повністю сформованою. Наслідуючи світові традиції, незалежне стандартизоване тестування має виконувати виключно діагностичну функцію, тобто слугувати інструментом відбору студентів до вищих навчальних закладів.

Тест ЗНО з математики за тематичним покриттям та іншими специфікаціями (за рівнем складності, за когнітивним рівнем (знання, розуміння, застосування, аналіз, оцінка), за наявністю завдань творчого характеру та завдань на перевірку здібностей тощо) задовольняє всі вимоги

до підсумкового контролюючого стандартизованого тестування, яким в Україні є державна підсумкова атестація.

Наказом Міністерства освіти і науки України від 2 листопада 2021 року № 1166 затверджено календарний план підготовки та проведення зовнішнього незалежного оцінювання 2022 року, яким визначено дату пробного тестування з математики (реєстрація 05–22.01.22 р., пробне 26.03.22 р.), проведення тестування з математики (03.06.22 р., реєстрація 01.02 – 09.03.22 р.), а також дату оголошення результату ЗНО (до 27.06.22 р.) та додаткову сесію (23.06. – 15.07.22 р.).

На перший погляд, така ситуація є не дуже природною, оскільки світовий досвід (США, Великобританія, Швеція та інші країни) показує, що тести на перевірку знань, умінь та навичок учнів, які є аналогами української ДПА, традиційно доповнюються тестом на перевірку здібностей, який аналогом ЗНО не є, оскільки переслідує децю інші цілі.

З іншого боку, тест здібностей перевіряє не стільки сформованість компетентностей, якість знань, умінь та навичок учнів, скільки їх здатність застосовувати ці знання та вміння на практиці. Очевидно, що ЗНО з математики не реалізує подібну мету, а швидше є аналогом ДПА з математики, але проводиться окремою незалежною структурою – Українським центром оцінювання якості освіти (УЦОЯО) Міністерства освіти і науки України.

Таким чином, можна зробити такі висновки:

- зовнішнє незалежне оцінювання з математики необхідно проводити, оскільки на сьогодні воно є чи не єдиним видом дійсно незалежного оцінювання навчальних досягнень учнів старшої школи;
- програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики апробована на практиці протягом більше як десяти років успішного проведення тестування і відображає основні компетентності, знання, вміння та навички випускників загальноосвітніх навчальних закладів;
- дублювання зовнішнім незалежним оцінюванням окремих його функцій

державної підсумкової атестації з математики є не лише корисним, а й конче необхідним для модернізації ДПА з математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Закон України «Про освіту» Прийняття від 05. 09. 2017. (Набрання чинності 28. 09. 2017) URL: <http://ru.osvita.ua/legislation/law/2231>.
2. Проект Національної стратегії розвитку освіти в Україні на 2015-2025 роки[Електронний ресурс] / Міністерство освіти і науки України. – URL: <http://www.mon.gov.ua/images/files/news/12/05/4455.pdf>
3. Концепція розвитку дистанційної освіти в Україні(затверджено Постановою МОН України В.Г. Кременем 20 грудня 2000 р.) URL: <http://www.osvita.org.ua/distance/pravo/00.html>.
4. Апостолова Г. В. Планіметрія в опорних схемах / Передм. В. Ясінського.

К.: Поліграфсервіс, 2001. – 124 с.

5. Бабенко С.П. Усі уроки алгебри і початків аналізу. 11 клас. II семестр. Академічний рівень. – Харків : Основа, 2011. – 253 с.
6. Бардушкін В. Прокоф'єв О. Тригонометричні рівняння. Відбір коріння / Математика. – 2005. – №12. – С. 23–27.
7. Бевз Г.П. та ін. Геометрія: підруч. для 7 кл. серед. загальноосвіт. закл.– К.:Вежа, 2007. – 208 с.:іл.
8. Гальперіна А.Р., Золотарьова І.О. Алгебра і початки аналізу. 10 клас. Профільний рівень: Збірник завдань для контролю знань. – Харків : Вид-во «Ранок», 2010. – 176 с.
9. Городніченко В.Д. Тригонометрія. Конкурсні задачі / Математика в школах України. – 2011. – № 1–2. – С. 34–39.
10. Істер О.С., Глобін О.І., Панкратова І.Є.. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики – 11 клас.– Київ : Центр навч.-метод. літератури, 2011. – 112с.
11. Історія ЗНО в Україні / Режим доступу: <http://studway.com.ua/zno>.
12. Каплун О. І. Алгебра і початки аналізу + геометрія. 10 клас: навчально-методичний посібник. – Харків : ФОП Співак В. Л., 2010. – 320 с.
13. Липчевський Л.В. Готуємось до незалежного тестування. Математика. Збірник тренувальних вправ. – К.: Школяр, 2006. – 108 с.
14. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С.. Алгебра і початки аналізу. 10 клас. Підручник для класів з поглибленим вивченням математики. – Харків : Гімназія, 2010. – 415 с.
15. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра. 11 клас. Підручник для класів з поглибленим вивченням математики.– Харків: Гімназія, 2009. – 379с.
16. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Рабінович Ю.М., Якір М.С.. Тригонометрія. Вчимося розв'язувати задачі .– Київ : Генеза, 2008. – 312 с.

17. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів : академ. Рівень. – Харків : Гімназія, 2010. – 416 с.
18. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу: Дворівневий підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів [2-ге вид., виправ. і доп.]. – Харків : Світ дитинства, 2006. – 416 с.
19. Нелін Є.П., Долгова О.Є. Алгебра: підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, проф. рівень.–Х.: Гімназія, 2011. – 448 с.:іл.
20. Нелін Є.П. Геометрія в таблицях. Навчальний посібник для учнів 7–11 класів. – Харків : Гімназія, 2010, 2011. – 80 с.
21. Нелін Є.П. Геометрія: дворів. підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл.: академ. і профільн. рівні/ Є.П. Нелін. –Х.: Гімназія, 2010. – 240 с.:іл.
22. Нелін Є.П., Роганіна О.М. Математика. Комплексна підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання .– Харків : Гімназія, 2011. – 248 с.
23. Перебийніс С.М. Тригонометрія у таблицях, схемах та розв'язках. – Тернопіль: Мандрівець, 2014. – 80 с.
24. Про Державну національну програму «Освіта» (Україна ХХІ століття). Електронний ресурс. Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/laws/show/896-93-%D0%BF>
25. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ : [монографія] . – Харків : Факт, 2005. – 360с.
26. Резуненко В.О., Ярмач В.О.. Тригонометричні рівняння і нерівності для старшокласників і абітурієнтів.– Харків : Вид. група «Основа», 2011. – 94 с.
27. Тематична атестація. Математика. 10 клас. – Тернопіль : СМП Астон, 2000. –80 с.
28. Український центр якості освіти / Режим доступу: <http://testportal.gov.ua/>
29. Роганін О.М., Каплун О.І. Математика: Практичний довідник. – Харків: ФОП Співак Т. К., 2009. – 416 с
30. Слепкань З.І. Збірник завдань для ДПА з математики. Алгебра і початки аналізу. 11 клас. – Харків, «Гімназія», 2002. – 160 с.
31. Сипченко Т.М. Календарно-тематичний план з математики. 5–11 класи.

- 2-ге вид., перероб. і доп. – Харків: Видавництво «Ранок», 2011. – 128 с.
32. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Коломієць О.М., Сердюк З.О. Засоби перевірки математичної компетентності в основній школі. Science and education a new dimension. – III (26), Issue: 71. – Budapest: SCASPEE, 2015. – P. 21-25.
33. Фурман М. С. Збірник задач з алгебри і початків аналізу. 11 клас. – Харків : Вид. група «Основа», 2010. – 159 с. 90
34. Чепіга Ю.В. Словник шкільної термінології. Математика. – Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2010. – 384 с.
35. Шкіль М.І., Слепкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл.– К.: Зодіак – ЕКО, 2003.
36. Шкіль М.І., Слепкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Зодіак – ЕКО, 2002. – 204 с.
37. Шкільний О.В. Оцінювання навчальних досягнень з математики учнів старшої школи: актуальність розробки теоретико-методичних засад і термінологічний аспект проблеми // Математика в сучасній школі. – 2013. – № 12. – С. 12–16.
38. Шкільний О.В., Захарійченко Ю.О. Про дворівневу модель проведення ЗНО з математики в Україні // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія № 5. Педагогічні науки: реалії та перспективи. – Вип. 43 : зб. наук. пр. – К.: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2013. – С. 237–245.
39. Шкільний О. В. Оцінювання навчальних досягнень з математики учнів старшої школи: актуальність розробки теоретико-методичних засад і термінологічний аспект проблеми // Математика в сучасній школі. – 2013. – № 12. – С. 12–16.
40. <https://zno.osvita.ua/mathematics/>

ДОДАТОК

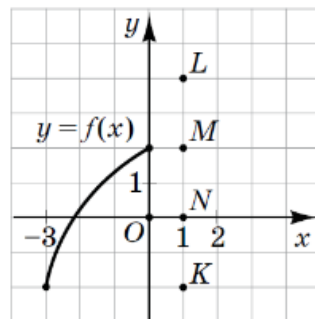
Тест для проведення перевірки підготовки до ЗНО з математики

1. Скоротіть дріб $\frac{10ab^3}{5a^2b}$

а) $\frac{2b^2}{a}$ б) $\frac{b^4}{2a^3}$ в) $50a^3b^4$ г) $\frac{2b^4}{a^3}$ д) $\frac{b^2}{2a}$

2. Розв'яжіть рівняння $x^2 - 10 = 5x + 14$

а) $-8; 3$ б) $-4; -1$ в) $-3; 8$ г) $1; 4$ д) $0; 5$



3. Функція $y = f(x)$ визначена і зростає на проміжку $[-3; 2]$. На рисунку зображено графік цієї функції на проміжку $[-3; 0]$. Яка з наведених точок може належати графіку цієї функції?

а) K б) L в) O г) M д) N

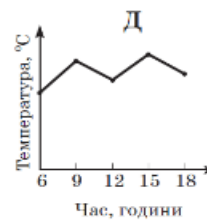
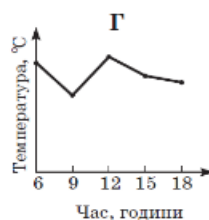
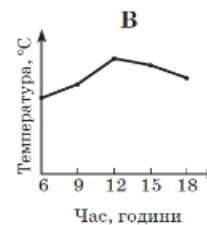
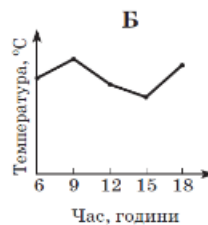
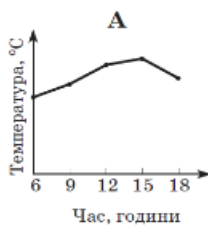
4. Точка B належить відрізку AC . Визначте відстань між серединами відрізків AB і BC , якщо $AB = 10$ см, $BC = 5,2$ см

А	Б	В	Г	Д
2,4 см	2,6 см	5,0 см	7,6 см	10,2 см

5. У таблиці наведено дані про температуру повітря в різний час того самого дня.

Час, години	6	9	12	15	18
Температура, °C	12	17	14	18	15

На графіках немає шкали (градації) температури повітря. На якому графіку правильно відображено дані, наведені в таблиці?



6. Розташуйте в порядку зростання числа $\frac{5}{17}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{6}{17}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{17}; \frac{5}{18}; \frac{6}{17}$	$\frac{5}{18}; \frac{5}{17}; \frac{6}{17}$	$\frac{6}{17}; \frac{5}{17}; \frac{5}{18}$	$\frac{5}{18}; \frac{6}{17}; \frac{5}{17}$	$\frac{5}{17}; \frac{6}{17}; \frac{5}{18}$

7. У прямокутній системі координат у просторі задано сферу з центром у точці M . Відрізок AB – діаметр цієї сфери. Визначте координати точки M , якщо $A(2; -1; 0)$, $B(8; 3; 2)$

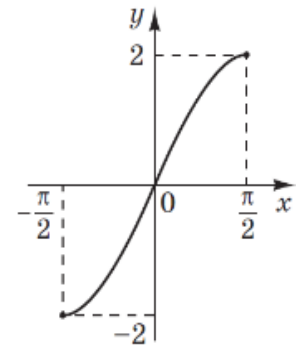
А	Б	В	Г	Д
(10; 2; 2)	(6; 4; 2)	(3; 2; 1)	(5; 1; 2)	(5; 1; 1)

8. Яке з наведених чисел є розв'язком подвійної нерівності $5 \leq 3^x \leq 15$?

а) 5 б) 4 в) 3 г) 2 д) 1

9. На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку

$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Укажіть цю функцію.



а) $y=2\sin x$ б) $y=\frac{1}{2}\sin x$ в) $y=-2\sin x$ г) $y=\frac{1}{2}\cos x$
 д) $y=2\cos x$

10. Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $x^2 + 4$

а) $(x+2)(x-2)$ б) $x(x+4)$ в) $(x+2)^2 + 4x$ г) $(x+2)^2$ д) $(x-2)^2 + 4x$

11. Довжина сторони ромба дорівнює 12 см. Визначте довжину більшої діагоналі цього ромба, якщо його тупий кут дорівнює 120° .

а) $6\sqrt{3}$ см б) $8\sqrt{3}$ см в) 12 см г) $12\sqrt{3}$ см д) 24 см

12. Площина α \perp β паралельні. Які з наведених тверджень є правильними?

I. Існує пряма, що лежить і в площині α , і в площині β .

II. Якщо пряма перпендикулярна до площини α , то вона перпендикулярна до площині β .

III. Якщо пряма лежить у площині α , то вона паралельна будь-якій прямій у площині β .

а) лише I б) лише I та II в) лише II г) лише II та III д) лише III

13. Розв'яжіть нерівність $\frac{2x-4}{x+1} < 0$

а) $(-\infty; 2)$ б) $(-\infty; -1) \cup (-1; 2)$ в) $(-1; 2)$ г) $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ д) $(-\infty; -1)$

14. Підлога кімнати має форму квадрата. На ній лежить квадратний килим, кожна сторона якого віддалена від найближчої стіни кімнати на 20 см. (див. рисунок). Визначте периметр килима, якщо периметр підлоги дорівнює 18 м. Наявністю плінтусів на підлозі знехтуйте.

а) 10 м б) 13,6 м в) 15,8 м г) 16,4 м д) 17,2 м

15. Якщо $2 \sin \alpha = \cos \alpha$, то $\operatorname{tg} \alpha =$

а) -2 б) $-0,5$ в) $0,2$ г) $0,5$ д) 2

16. В арифметичній прогресії (a_n) перший член $a_1 = 21$, різниця $d = 1,5$. Скільки всього від'ємних членів має ця прогресія?

а) 13 б) 14 в) 15 г) 16 д) 18

17. Якщо $a < 1$, то $|a-1| + |-7| =$

а) $a - 8$ б) $a + 6$ в) $-a + 6$ г) $-a - 6$ д) $-a + 8$

18. Обчисліть інтеграл $\int_0^2 (f(x)+6) dx$, якщо $\int_0^2 f(x) dx = 8$

- а) 20 б) 14 в) 2 г) 28 д) 48

19. Визначте площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, довжина сторони основи якої дорівнює 10 см, а довжина бічного ребра – 13 см.

- а) 180 см² б) $15\sqrt{69}$ см² в) $30\sqrt{69}$ см² г) 360 см² д) 390 см²

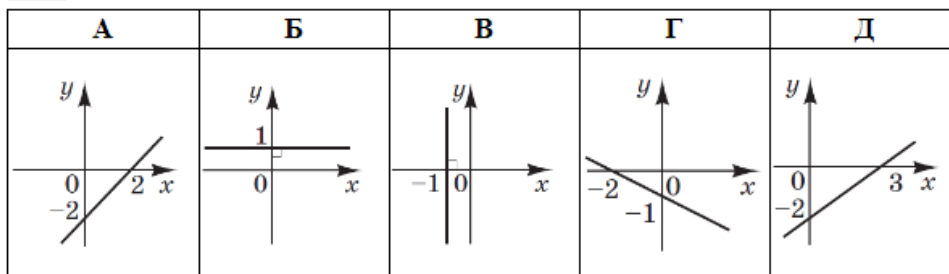
20. Якому проміжку належить корінь рівняння $\log_2 x = 2\log_2 3$?

- а) (0;2] б) (2;4] в) (4;6] г) (6;8] д) (8;10]

21. Установіть відповідність між функцією (1–4) та прямою, зображеною на рисунку (А–Д), яка не має з графіком цієї функції жодної спільної точки.

Функція

- 1) $y = x$ 2) $y = \sqrt{x-2}$ 3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 4) $y = -\pi$



22.

Установіть

відповідність між виразом (1–4) та твердженням про його значення (А–Д) при $a = 15$

Вираз

Твердження про значення виразу

1. $\frac{7}{3}a$

А. менше за 20

2. $2a - 1$

Б. є простим числом

3. $a^2 + 12a + 36$

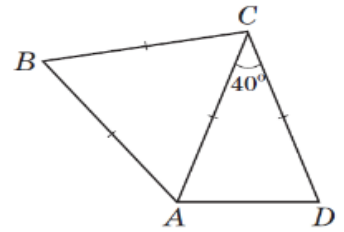
В. є парним

4. $a^2 + 13^2$

Г. ділиться націло на 3

Д. ділиться націло на 5

23. Рівносторонній трикутник ABC та рівнобедрений трикутник ACD , у якому $AC=DC$ і $\angle ACD=40^\circ$, лежить в одній площині (див. рисунок). Установіть відповідність між кутом (1–4) та його градусною мірою ($A - \ddot{A}$).



Кут

Градусна міра кута

1. $\angle ABC$

А. 45?

2. $\angle ADC$

Б. 50?

3. кут між прямими AB і AD

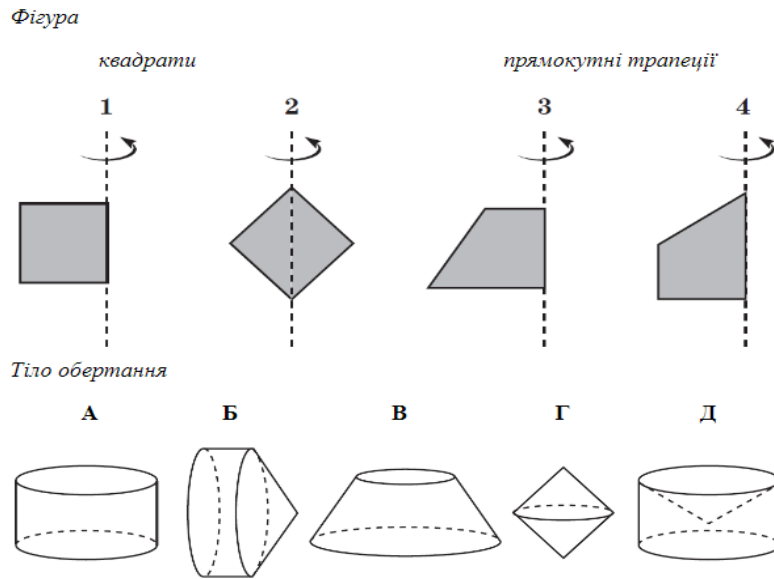
В. 60?

4. кут між бісектрисами кутів BAC і CAD

Г. 65?

Д. 70?

24. Установіть відповідність між фігурою (1–4) і тілом обертання ($A - \ddot{A}$), утвореним унаслідок обертання цієї фігури навколо прямої, зображеної пунктиром.



25. Для приготування чайної суміші змішали індійський та цейлонський чай у відношенні

10: 13, причому індійського чаю взяли 180 г.

1. Скільки грамів чайної суміші отримали?

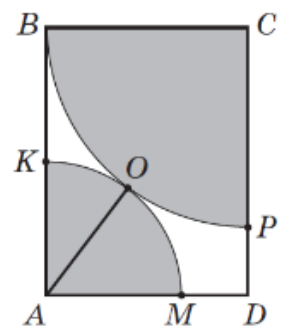
2. На скільки відсотків у суміші цейлонського чаю більше, ніж індійського?

26. На рисунку зображено прямокутник $ABCD$ і кругові сектори KAM та BSP , що мають одну спільну точку O .

Площа сектора BSP дорівнює 9π см^2 , $AO = 4$ см

1. Визначте радіус сектора BSP (у см).

2. Обчисліть площу прямокутника $ABCD$ (у см^2).



27. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt[4]{50 - 3x}$. У відповіді запишіть найбільше ціле двоцифрове число, що належить області визначення цієї функції.

28. Човен проходить 24 км за течією ріки за 5 годин і 12 км проти течії за 3 годин. Визначте швидкість течії ріки (у км/ год). Уважайте, що власна швидкість човна та швидкість течії незмінні.

29. Спортсмен робить один постріл у мішень. Імовірність того, що він улучить у мішень, у 7 разів більша за ймовірність того, що він у неї не влучить. Обчисліть імовірність того, що спортсмен улучить у мішень.

30. У прямокутній системі координат на площині задано вектори $\vec{a}(-1; 1)$ та $\vec{b}(-1; 2)$. Визначте значення m , за якого вектори $\vec{a} + m\vec{b}$ та \vec{b} перпендикулярні.

31. Задано функцію $f(x) = x^2 + 3x - 10$.

1. Визначте координати точок перетину графіка функції f з осями координат.

2. Побудуйте графік функції f .

3. Знайдіть похідну функції f .

4. Визначте кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції f у точці з абсцисою $x_0 = -1$.

32. Основою правильної призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є прямокутник $ABCD$, у якому діагональ $AC = \alpha$, $\angle BAC = \beta$. Площина, що проходить через вершину верхньої основи та діагональ нижньої основи призми, утворює з площиною основи гострий кут α . Визначте об'єм заданої призми.

33. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} |x - y| = |x - a|, \\ \lg(y - a) = \lg(4a^2 + x - x^2) \end{cases}$$
 залежно від значень

параметра a .

