

Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота магістерського рівня
на тему:

**Методика розв'язування задач з математики в процесі
інтегрованого навчання**

Виконала: студентка 2 курсу магістратури
групи М-М-21
спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)

Кізім Світлана Володимирівна

Керівник: канд. пед. наук, проф. кафедри
математики з МВ

Павелків Ольга Миколаївна

Рецензент:

Рівне – 2021 року

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ І. ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМИ	6
1.1.Зміст поняття задачі. Роль задач в математичній освіті	6
1.2. Методи та способи розв’язування математичних задач	15
1.3.Історичний аспект проблеми інтегрованого навчання.....	18
РОЗДІЛ ІІ. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕСІ ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ	26
2.1. Інтегрований урок як одна із форм організації навчального процесу	26
2.2. Особливості методики проведення інтегрованих уроків з математики	34
2.3. Різні способи розв’язування математичних задач як один із засобів для інтеграції навчального матеріалу	40
2.4. Використання прикладних задач в інтегрованому навчанні.....	49
РОЗДІЛ ІІІ. РОЗРОБКА ДИДАКТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ З ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ	58
3.1.Математичні задачі в інтегрованому навчанні	58
3.2.Практична перевірка використання інтегрованого навчання на уроках математики.....	69
ВИСНОВКИ	71
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	73
ДОДАТКИ	78

ВСТУП

За останній час система освіти в Україні дуже змінилася. На даний момент всі методи, способи та засоби навчання і виховання учнів спрямовані саме на розвиток особистості. Тобто в центрі всіх педагогічних проблем є учень, а не школа, вчитель чи програма. Весь об'єм як навчальної так і виховної роботи направлений на те, щоб виявити та розвинути творчий потенціал учня, індивідуальні якості та особливості, надати можливість для самоствердження.

Одним із основних завдань процесу освіти 21 століття є відшукування прийомів чи методів навчання та виховання за допомогою яких учні зможуть отримати найкращі результати та здобути навички, які будуть необхідними у повсякденному житті. Головним завданням освіти виступає формування основного ядра знань, на які будуть накладатись уміння цими знаннями користуватися, а також вироблення цінностей та навичок, що знадобляться випускникам школи в реальному житті [14]. На даному етапі розвитку освіти спостерігається зростання складності навчального матеріалу, а також значне збільшення об'єму необхідної інформації та скорочення кількості годин, що відведені на її освоєння. Через це сучасній системі освіти потрібні нові, оптимальні, рішення для розв'язання цієї проблеми.

Одним із шляхів для вирішення даного завдання, НУШ пропонує застосовувати в освітньому процесі інтегроване навчання, яке поступово набуває все більшої популярності, через можливість формувати у школярів якісні, нові знання. У сучасній школі саме інтеграція предметів є одним із важливих напрямків пошуку нових педагогічних рішень для ефективного впливу педагогів на школярів. Це сприяє тому, що школярі зможуть одержати цілісні знання та формувати повне бачення світу з різної точки зору, адже вони будуть вивчати об'єкти, явища з декількох сторін та навчатися розв'язувати реальні задачі, використовуючи знання з різних навчальних дисциплін [14].

Сучасна педагогічна наука вважає принцип інтеграції одним із головних

принципів реформування освітнього процесу в Україні. Правильна реалізація принципу інтеграції в навчальному процесі сприяє досягненню поставлених життєвих цілей, отриманню якісної, конкурентоспроможної освіти.

Найпершими хто почав практичні спроби утворення системної освіти на проблемно-комплексній інтегрованій основі були С. Шацький та Д. Дьюї, а Я. А. Коменський у XVII столітті першим ввів дане поняття в своїй роботі «Велика дидактика». Також Я. А. Коменський вважав, що «завжди і всюди потрібно брати разом те, що пов'язане одне з одним» і «всі знання виростають з одного коріння - навколишньої діяльності, мають між собою зв'язки, а тому повинні вивчатися у зв'язках»[14].

На сьогоднішній день ідея інтеграції змісту та форм навчання до вподоби великій кількості вчителів. Дослідження дидактичних особливостей та змісту інтегрованого навчання на педагогічному та науковому рівні здійснювали знамениті педагоги: Б. Кедров, О. Біляєв, О. Савенко, Л. Варзацька, С. Гончаренко, Т. Донченко, Н. Светловська, В. Тюхтін, Ю. Колягін, Б. Новик, В. Паламарчук, О. Спіркін та інші. Незважаючи на те, що процес інтеграції є досить поширеним в освіті та існує досить значна кількість досліджень в даному напрямку, все таки проблема інтеграції як однієї із форм організації освітнього процесу, на даний момент, є ще не досить вивченою, а отже потребує більш широкого розгляду та детального дослідження.

Об'єкт дослідження - формування інтегрованої системи знань учнів в процесі розв'язування математичних задач на уроках математики.

Предмет дослідження – математичні задачі як засіб здобуття інтегрованих знань в процесі вивчення математики в школі.

Мета дослідження: теоретичне обґрунтування та практичне дослідження процесу інтеграції на уроках математики при розв'язуванні математичних задач та дослідження особливостей інтегрованого навчання в шкільному курсі математики.

Завдання дослідження:

- дослідити теоретичний та практичний аспекти проблеми;
- розглянути особливості інтегрованого навчання та його сутність;
- проаналізувати методику проведення інтегрованих уроків;
- охарактеризувати етапи, форми, засоби та умови їх проведення;
- розглянути фрагменти інтегрованих уроків математики з іншими навчальними дисциплінами.
- розробити дидактичний матеріал для проведення інтегрованих уроків.

Методи дослідження. Для розв'язування поставлених завдань були застосовані різні методи дослідження. Це аналіз і синтез (при визначенні мети, предмета та завдань дослідження); узагальнення і порівняння (опрацювання літератури та інших джерел, порівняння отриманих даних дослідження) та проводилась практична перевірка дослідження.

Гіпотеза дослідження – при використанні інтегрованих уроків математики з іншими навчальними дисциплінами можна:

- підвищити ефективність навчання математики;
- покращити загальну культуру розумової діяльності;
- ефективніше організувати роботу учнів з розв'язування математичних задач.

Практичне значення роботи полягає у обґрунтуванні форм і методів формування у школярів знань при вивченні математики.

Матеріали теми дослідження можна використовувати при подальшому дослідженні даної проблеми та для підготовки і проведення інтегрованих уроків.

Структура роботи. Дана робота складається з таких частин: вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел.

РОЗДІЛ І. ПРЕДМЕТ І ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМИ

1.1. Зміст поняття задачі. Роль задач в математичній освіті

Існує велика кількість тлумачень поняття «задача». В кожному із навчальних предметів дане твердження означають по-різному, в залежності від зв'язків між суб'єктами та самим завданням, адже одного єдиного визначення даного поняття просто немає.

З.І. Слєпкань вказує, що «кібернетика, дидактика і методика навчання математики розглядають задачу як ситуацію зовнішньої діяльності, що запропонована окремо від суб'єкта діяльності. Психологія розглядає задачу як мету, задану в певних умовах, як особливу характеристику діяльності суб'єкта. Задачу тут розглядають як суб'єктивне психологічне відображення тієї зовнішньої ситуації, в якій розгортається цілеспрямована діяльність суб'єкта» [44, с. 93].

В підручнику Г.П. Бєвз зазначено, що «*математична задача* - це будь-яка вимога обчислити, побудувати, довести, або дослідити що-небудь, що стосується просторових форм чи кількісних відношень, або запитання рівносильне такій вимозі» [3, с. 53].

«*Арифметичною задачею* називають вимогу знайти числове значення деякої величини, якщо дано числові значення інших величин та існує залежність, що пов'язує ці величини як між собою, так і з шуканою величиною» – означення, що дає З.І. Слєпкань [44, с. 93].

В школі, на уроках математики під задачами розуміють не лише текстові або задачі сюжетного типу, але й всі вправи, будь-які приклади чи завдання, в яких потрібно знайти розв'язок або відшукати невідомі функції, величини.

«Розв'язати задачу» - це значить відшукати її розв'язок (якщо задача має один розв'язок), або розв'язки (якщо існує декілька розв'язків), тобто виконати вимогу задачі або ж довести що розв'язків не існує.

Якщо маємо задачу на доведення, то в цьому випадку дістаємо підтвердження або ж, в протилежному випадку, спростування даного твердження. У всіх інших видах задач, на обчислення, задачах на побудову чи дослідження в результаті її розв'язування отримаємо розв'язок даної задачі.

Для того, щоб навчитися розв'язувати задачі потрібно розібратися з визначеннями та розумінням таких понять як «розв'язок», «розв'язання» та «розв'язування». Ці поняття потрібно добре розрізняти, адже це взагалі різні за змістом поняття.

«Розв'язок – це кінцевий результат процесу розв'язування задачі. Опис процесу розв'язування у вигляді послідовності всіх міркувань, зокрема подане в символічній формі, називають *розв'язуванням задачі*» [44, с. 95].

«Розв'язання – це така певна логічна структура, система всіх послідовних міркувань, які приводять до шуканого висновку» [3, с. 57].

Розв'язати задачу – це означає відповісти на висунуте в умові питання, використовуючи при цьому вірний алгоритм дій та операції над даними величинами та залежностями між ними.

Сам процес розв'язування задачі, як один з етапів розумової діяльності досліджує психологія, а аналіз сукупності всіх міркувань – методика навчання математики.

Для того, щоб навчитися знаходити найбільш оптимальний план, метод чи спосіб розв'язування кожної задачі треба добре знати на які структурні елементи поділяється задача та розбиратися в самих задачах, їх видах і типах.

Всяка задача має свою умову, дано (відомі величини чи об'єкти) та вимогу. Вимога - це питання, на яке потрібно знайти відповідь, яка задовольнить умову задачі. Знайти розв'язок задачі – це означає відшукати невідомі величини, знайти відповідь, що підходить умові задачі або довести, що задача не має розв'язків.

В методиці навчання математики задачі є безпосередньо як об'єктом вивчення предмету математика, так і виступають їх засобом навчання.

З.І. Слєпкань в методиці навчання математики виділяє головних «чотири функції задач – навчальна, розвивальна, виховна і контролююча:

➤ **навчальна функція** спрямована на те, щоб формувати в школярів цілісну систему математичних знань, умінь, а також навичок на кожному з етапів навчання. Завдяки системі задач школярі вчаться не тільки використовувати отримані теоретичні знання, а й переконуються у потребі отримання нових знань; під час розв'язування задач учні зможуть отримати додатковий теоретичний матеріал і знання про самі методи розв'язування задач.

➤ **розвивальна функція** задач націлена на розвиток мислення учнів, а також сприяє формуванню в них мисленнєвих дій і прийомів розумової діяльності, розширенню просторової уяви, послідовного мислення, вміння аналізувати ситуацію та інше. Під час розв'язування задач учні здійснюють різноманітні розумові операції, такі як: аналіз, синтез, конкретизація й абстрагування, порівняння, узагальнення, а також вчаться висловлювати власні судження і міркування.

➤ **виховна функція** задач сприяє формуванню у школярів наукового світогляду, а також екологічному, економічному, естетичному вихованню учнів, націлена на розвиток пізнавального інтересу, виховує позитивні риси характеру (цілеспрямованість, наполегливість, силу волі, відповідальність). Саме виховні функції задач допомагають показати зв'язок навчання з життям, практикою, виховують у школярів відповідальне відношення до навчання, любов до Батьківщини, потребу здійснити власний вклад у спільну справу. Краса задач, а також самої математики, цікавість та оригінальність прийомів та методів розв'язування задач виховують у дітей естетичні почуття.

➤ **контролююча функція** задач здійснює контроль у встановленні рівня навченості, етапу загального розвитку і математичних вмінь, стану оволодіння навчальним матеріалом деякими учнями і класом разом» [44, с. 93].

У кожній із задач можна виділити основну з цих функцій, але жодну з них не можна реалізувати окремо одну від одної. В основному, на уроках математики, на нашому етапі розвитку освіти, більшу увагу надають розвивальній функції, але, звичайно ж, усі ці функції при вивченні задач є досить важливими.

Багато видатних вчених вважали, що задачі сприяють не лише закріпленню отриманих знань, розвитку вміння використовувати їх на практиці, але й вони можуть допомогти сформувати дослідницький стиль навчальної діяльності, та метод підходу до явищ, які учні вивчають[44, с. 93].

Досліджено, що розв'язання значної кількості задач не є основною вимогою того, що школяр буде вміти розв'язувати будь-які види задач. Для того, щоб сформувати вміння розв'язувати задачі потрібно, щоб був сформований загальний метод чи конкретний підхід до кожного з видів задач. Також необхідно знати структуру, елементи, етапи задачі, вміння зробити її аналіз, знайти вимогу, з'ясувати план її розв'язання. Лише за таких умов учень буде в змозі сам розв'язати різні види задач.

Види задач з математики. В залежності від того, що потребує розв'язок задачі або, яка саме поставлена задача З.І. Слєпкань розділяє їх на:

- задачі, де вказані дані, які потребують обчислення (задачі на обчислення);
- де треба довести чи спростувати дане твердження(на доведення);
- задачі на побудову;
- на дослідження.

В *задачах, де вказані дані, які потребують обчислення (задачах на обчислення)* поставлена умова відшукати число або множину чисел за вже наперед отриманими даними та відношенням за допомогою яких вони зв'язані між собою та з тими числами, які потрібно знайти. Прикладами даних задач є всі приклади, задачі на знаходження розв'язку рівнянь та нерівностей, розв'язування систем рівнянь та нерівностей, текстові задачі.

В основному *задачі на побудову* - це є геометричні задачі, де за заданими умовами треба побудувати якийсь матеріальний чи фізичний об'єкт. До такого виду задач також належать задачі на побудову графіка вказаної функції, залежності між величинами, діаграму, переріз многогранників чи інших тіл, площину.

У *задачах на доведення* є твердження, яке потрібно довести, або, в протилежному випадку, спростувати. Такі задачі цим самим не різняться з теоремами, а тому у різних варіантах підручників даний вид задач можна відшукати при вивченні різних тем, як при розгляді теми про доведення теорем, так і в задачах, де потрібно довести подане твердження. Самі теореми – це і є важливі твердження, що широко використовуються під час розв'язування задач, а також при доведенні інших теорем. А тому на деякі доведені задачі можна так само опиратися, як на теореми.

Задачі на дослідження характерні тим, що в них треба досліджувати певний заданий процес чи явище.

У методиці навчання математики З.І. Слєпкань вказана класифікація задач в залежності від кількості розв'язків, які має задача. За таким критерієм задачі бувають *визначені та невизначені*. *Визначені задачі* – це задачі, в яких існує і при тому скінченна кількість розв'язків. *Невизначеними* називають такі задачі, які мають нескінченну кількість розв'язків. А в залежності від характеру типу даних виділяють задачі із зайвими і суперечливими даними [44, с. 95].

В методиці навчання математики З.І. Слєпкань вказано, що процес розв'язування задачі повинен складатися з таких етапів:

- 1) аналіз умови задачі, тобто відділення елементів задачі, того, що в ній дано і того, яку відповідь потрібно знайти чи довести або дослідити;
- 2) складання та осмислення плану розв'язування задачі;
- 3) виконання поставленого плану, перевірка, а потім дослідження отриманого розв'язку, а саме доведення того, що одержаний розв'язок задовольняє поставлені в задачі вимоги;

4) аналіз здійсненого способу розв'язування задачі для того, щоб з'ясувати чи це був найліпший і найпростіший спосіб розв'язування, чи, можливо, потрібно буде знайти більш раціональний спосіб»[44, с. 95].

До кожної задачі існує свій підхід, свої оптимальні методи та способи розв'язання. Тому не в кожній задачі потрібно використовувати даний алгоритм розв'язування в повній мірі. Наприклад, для текстової задачі непотрібна перевірка в кінці процесу розв'язування, тому що це займе значну кількість часу та зусиль, проте іноді перевірку потрібно буде виконати, щоб продемонструвати школярам, що задача виконана вірно і знайдений розв'язок правильний. Етап дослідження можна упустити під час розв'язування геометричних задач, а також при застосуванні тригонометрії та задачах на побудову.

Математичні задачі посідають в освітньому процесі досить важливе місце і відіграють провідну роль при вивченні шкільного курсу математики.

Р.С. Черкасов в своєму підручнику з методики викладання математики зазначав, що саме навчальні математичні задачі є досить ефективним, і досить часто практично незамінним, засобом для вивчення учнями основних понять і методів шкільного курсу математики, а також і математичних теорій в цілому. Задачі виступають одним із основних чинників розвитку математичного мислення школярів, також головним засобом у формуванні практичних умінь та навичок використання математики. Розв'язання задачі допомагає досягти поставленої мети, що ставить перед собою навчання математики. Ось саме чому половина навчального часу при вивченні математики витрачається на розв'язування задач. Вірно вибрана методика навчання розв'язуванню математичних задач посідає важливе місце у виробленні високого рівня математичних знань, умінь і навичок школярів[31, с.133].

Задачі були головною ланкою у виникненні математики як науки в цілому, і виступали як об'єкт в її в подальшому науковому розвитку. Одну з основних ролей посідали прикладні задачі, задачі, які виникали перед людиною на її життєвому шляху. Завдяки цим задачам вчені та дослідники

намагалися відшукати нові, оптимальні алгоритми, методи та способи для розв'язання цих задач. Для прикладу можна навести виникнення інтегрального та диференціального числення, з чим і зіштовхнулися дослідники та вчені в XVII ст. Це були задачі на обчислення площ криволінійних фігур та дослідження все можливих процесів. Ці задачі стали початком становлення диференціального та інтегрального числення. А ось основою створення теорії ймовірностей Б. Паскаля і П. Ферм стали задачі, в яких були представлені елементи азартних ігор, тобто підкидання грального кубика, рулетка, карти. Звичайно ж, можна навести безліч таких прикладів, де можливе застосування практичних задач в реальному житті.

Неможливо не погодитися з твердженням Г.П. Бевза, що задачі в освітньому процесі посідають досить важливе місце. *По-перше*, задачі вчать учнів використовувати отримані теоретичні знання для своїх практичних потреб. Якщо учні на уроках математики будуть розглядати лише математичні означення, теореми та аксіоми а не з'ясовувати, навіщо вони потрібні та де їх можна в подальшому використати, то користі від цього навчання було б небагато. Лише розв'язуючи різноманітні задачі, вони знайомляться з тим, де саме та яким чином застосовується математика в різних предметах та науках.

По-друге, процес та знання методів та способів розв'язування математичних задач дає можливість школярам розвивати їх мислення та просторову уяву. Адже в процесі розв'язання іноді доводиться аналізувати, співставляти, будувати досить довгі ланцюги взаємозв'язків для того, щоб отримати розв'язок. Важко відшукати кращий матеріал, який би був більш придатним для розвитку мислення та уяви, ніж процес розв'язування задач. *По-третьє*, правильне організування процесу розв'язування задач допомагає у вихованні учнів, особливо вихованню волі, старанності, наполегливості, а також інших не менш корисних особистісних якостей» [3, с. 53].

Математичні задачі виступають твірним елементом в розвитку інтелектуальної культури та в формуванні розумової діяльності учнів на уроках математики. Так і значна кількість вчених також звернула увагу на те,

що в математиці саме задачі займають одне з найважливіших місць. Завдяки задачам, в більшості випадків, учні починають цікавитися математикою. В математиці навіть існує такий метод навчання як «метод дослідницьких задач», який дослідив С. І. Шохор-Троцький, основою його є саме задачі та їх розв'язання.

Як зауважив Г.П. Бевз: «не треба дуже відокремлювати вивчення теорії від розв'язування задач. Ці два види роботи повинні переплітатися і обумовлювати один одного. На уроках математики навчальний процес іде здебільшого від задач до теорії і потім від теорії до задач. Перехід від задач до теорії характеризує *проблемну ситуацію*. Саме на задачах бажано підводити до доцільності вивчення теорії. Перехід від теорії до задач характеризує застосування теорії»[3, с. 53].

Р.С. Черкасов вказував, що будь-яка конкретна навчальна задача з математики вбачає досягнення, частіше за все, не однієї, а декількох дидактичних, навчальних, педагогічних та виховних цілей. Вказані цілі визначаються змістом задачі і призначенням, якого наділяє задачі вчитель. Дидактичні цілі, які поставлені перед тією чи іншою задачею учителем, встановлюють місце задач в навчанні математики.

Навчальну роль задачі з математики здійснюють в процесі формування в учнів цілісної системи знань, умінь і навичок з конкретних дисциплін[31, с. 135].

Виховну роль математичних задач неможливо переоцінити, так як навчання тісно зв'язане з вихованням школярів і в будь-якому разі не може бути відділеним від інших цілей. Роль вчителя в навчальному процесі, особливо з математики, не тільки допомогти освоїти основні поняття предмету чи сформувати навички як розв'язувати ті чи інші задачі, але й виховати в школярів певний перелік якостей, з якими він зможе впевнено йти далі по життю.

Р.С. Черкасов зосереджує увагу на тому, що вмiло налагоджене розв'язування задач виховує в школярів старанність (працьовитість), особливо

на етапі самостійної роботи. Під час розв'язування задач формуються навички розумової праці школярів: ретельність, уважність, зосередженість. Вирішення складних завдань вимагає від учнів наполегливості в подоланні труднощів і цілеспрямованості в досягненні цілей. До того ж, в цьому випадку виховуються і розвиваються в школярів почуття відповідальності за якість оволодіння математичними знаннями, вміннями і навичками» [31, с. 146].

У процесі запису розв'язку задач в зошитах, застосовуючи при цьому різноманітні форми та способи письмової роботи, в учнів можна розвинути охайність, чіткість та стислість запису, а також вміння все правильно організувати, що надалі сприятиме точному виконанню креслення та вмінню лаконічно оформлювати роботу в зошиті.

Процес розв'язування математичних задач сприяє розвитку та вихованню в учнів математичного стилю мислення.

На уроках математики використовується переважна більшість саме арифметичних задач (задач на обчислення). Цей вид задач має досить значне загальноосвітнє, виховне, а також і практичне значення. Другі різновиди задач зустрічаються менш частіше.

В курсі вивчення математики задачі вивчаються поступово, починаючи від найпростіших задач і переходячи до більш складних. Розв'язуючи будь-яку задачу, школярі, перш за все, опираються на власне бачення того предмета, що досліджується в задачі. Школярі вчаться співставляти співвідношення між цими предметами і їх величинами та інтерпретувати їх на математичну мову. Таким способом вони навчаються розв'язувати задачі.

Отже, роль та місце задач при вивченні шкільного курсу математики неможливо переоцінити. Навчившись розв'язувати задачі, школярі зможуть надалі застосовувати набуті теоретичні знання для розв'язання практичних потреб. Задачі допомагають виховати охайність, лаконічність, та розвинути вміння чіткого та стислого письма.

1.2. Методи та способи розв'язування математичних задач

Вивчення математики не можна уявити без задач. Адже, як зауважила З.І. Слєпкань, пріоритетною проблемою всього освітнього курсу математики є навчання школярів, студентів знаходження методів і способів розв'язування задач, самостійного пошуку оптимального розв'язку задач. Пошук і вибір методів та способів для розв'язування математичних задач визначаються в залежності від самої задачі, а також тими знаннями та допоміжними засобами, якими учні володіють на певному етапі навчання [44, с. 94].

Оскільки задачі є об'єктом вивчення математики і їх засобом, а також являються основою математики, то для того щоб навчитися їх розв'язувати, потрібно вміти підбирати правильний метод та спосіб їх розв'язання.

У методиці навчання математики методом розв'язування задач називають сукупність розумових дій або логічних математичних дій і розрахункових методів, які використовуються для розв'язування великого класу задач. «Спосіб розв'язування задач» - це менше за обсягом поняття порівнянно з «методом». Це набір розумових прийомів або логічних математичних дій і обчислювальних прийомів, які використовуються для розв'язання окремої задачі, чи конкретного типу задач [44, с. 96].

В шкільному курсі алгебри одним із найпоширеніших, і до того ж, найкращих методів для розв'язування текстових задач є метод рівнянь. В курсі геометрії при вивченні задач на побудову використовуються такі методи:

- алгебраїчний метод;
- метод геометричного місця;
- метод геометричного перетворення.

А також часто використовують в геометрії векторний метод розв'язування задач. В алгебрі та початків аналізу періодично для дослідження функцій та побудови їх графіків застосовують метод знаходження похідної, інтеграла, обчислення площ плоских фігур та об'ємів геометричних тіл.

В алгебрі та геометрії в процесі пошуку розв'язування багатьох задач на обчислення та доведення використовують синтетичний і аналітичний, а інколи

також і аналітико-синтетичний метод міркувань, які називають синтетичним, аналітичним і аналітико-синтетичним методом розв'язування задач відповідно [44, с. 96].

В середній школі (5-6 класах) для розв'язування задач найчастіше використовується синтетичний метод. Цей метод характерний тим, що міркування тут іде від умови до того, що потрібно знайти в задачі.

Аналітичні методи сприяють свідомому пошуку розв'язків задачі і навчають учнів самостійно проводити такі пошуки. Відмінністю цього методу є те, що в ньому розв'язування починається із запису відповідної формули, за допомогою якої обчислюється шукана величина, а далі відбувається пошук невідомих величин, що входять до формули. Даний метод часто використовується для розв'язуванні стереометричних задач на обчислення об'ємів, площ поверхонь геометричних тіл [44, с. 97].

В підручнику з методики викладання математики Р.С. Черкасова виділені такі методи розв'язування задач:

- *аналіз і синтез*: аналіз – це метод міркувань від невідомих шуканих величин до заданих в умові, синтез – це такий метод міркувань від заданих в умові величин до невідомих шуканих величин;
- *метод підбір вичерпних проб*: він характерний тим, що в задачі здійснюється перебір всіх логічно можливих варіантів і вибираються із них такі, які задовольняють умову задачі;
- *метод зведення*: ідея цього методу полягає у послідовному виконанні тотожних перетворень над даними в умові задачі. Кінцем послідовності таких перетворень, може бути стан, простий розклад якого дає потрібний шуканий результат;
- *метод моделювання (математичне, предметне)*: для моделювання використовують різноманітні математичні об'єкти: алгебраїчні формули, таблиці, буквені формули, функції, рівняння, нерівності та їх системи, ряди, геометричні фігури, графіки, діаграми, графи та інші;

- *метод знаходження наближених значень шуканих величин* [31, с. 151-159].

Однією з основних цілей вивчення математики є забезпечення цілісного розуміння головних методів та способів розв'язування математичних задач.

Для того щоб розв'язати задачу, виконати задану в задачі вимогу, потрібно здійснити визначений алгоритм дій, що стосується числових та буквених значень, а також залежностей між ними, що задані в умові задачі, за допомогою найбільш оптимального способу розв'язування заданої задачі. [46].

Способи розв'язування задач показані на схемі (Рисунок 1.1):



Рисунок 1.1. Способи розв'язування задач

Особливістю *арифметичного методу* розв'язування задачі є те, що розв'язок задачі отримується шляхом виконання певних послідовних арифметичних дії над даними, в результаті яких отримуємо відповіді, що потребує вимога задачі.

Одну і ту ж саму задачу можна розв'язати арифметичним способом по-різному. Способи можуть різнитися порядком дій, співвідношеннями між даними та шуканими величинами та послідовністю використання цих відношень.

Алгебраїчний спосіб характерний тим, що шукану відповідь знаходять в результаті складання, а в подальшому, розв'язання рівнянь чи нерівностей.

Графічний спосіб – це спосіб розв'язання задачі з використанням графіка, рисунку, діаграми, координатних прямих, променів, площин, відрізків, при цьому не використовуючи будь-яких арифметичних дій.

Практичний спосіб характеризується застосуванням підручних засобів:

лінійки, рулетки, транспортира, циркуля та інших практичних засобів.

Отже, правильний вибір методу та способу розв'язування задач – це одна з найважливіших частин процесу розв'язування будь-якої задачі, майже половина роботи, не залежно від виду задач, будь-то задача на доведення, дослідження чи алгебраїчна задача на обчислення.

1.3. Історичний аспект проблеми інтегрованого навчання

Сучасні принципи навчання спрямовані на формування інтегративного виду мислення школярів та, в майбутньому, створення успішної конкурентоспроможної освітньої діяльності. Для втілення у життя цих вимог відбулося відновлення та впровадження на практиці інтегрованого навчання як одного із інноваційних явищ в освіті.

У новітніх школах предметна інтеграція є важливим напрямком для пошуку нових навчальних рішень для ефективного освітнього впливу вчителів на учнів.

Основним принципом для розвитку системи навчання є принцип інтеграції. Ідея принципу заключається в тому, щоб розуміти умовність поділу природничо-наукових та гуманітарних знань на різні предметні галузі, та в створенні всеохоплюючої системи знань, яка дозволить учням зрозуміти загальну картину світу, а не лише окремі її фрагменти.

Під поняттям «інтеграція» у підручнику з методики З.І. Слєпкань розуміється таке: «це процес і результат створення нерозривного, пов'язаного, єдиного, суцільного» [44, с. 31].

Тобто, можна зазначити, що поняття «інтеграція» означає об'єднання в ціле попередньо роз'єднаних елементів з ускладненням та зміцненням взаємозв'язків. Тобто - це процес і його результат формування нерозривного єдиного цілого.

Історичний шлях розвитку і формування саме уявлень про інтеграцію змісту освіти і навчання можна розділити на два періоди:

1. Виділення категорії «інтеграція» з науки і філософії.
2. Формування основної концепції «Інтеграція» [40, с. 57].

Я. А. Коменський у XVII столітті ввів дане поняття в своїй роботі «Велика дидактика». Він говорив: «Все, що знаходиться у взаємозв'язку, повинно викладатися у такому ж взаємозв'язку» [24, с. 14].

Далі цим питанням почав займатися Й.-Г.Песталоцці. У його творі «Лінгард і Гертруда» інтеграція вже розглядалась як один із методів навчання. Далі німецький вчений і педагог Гербарт виділив основні етапи навчання (XVIII ст.):

- 1) ясність (зрозумілість);
- 2) асоціація;
- 3) система (інтеграція) – можливість самостійно скласти картину світу.

Найбільший внесок у розробку інтегрованих курсів вніс К.Ушинський у XIX столітті. Йому вдалося розробити модель, структуру, а також напрямки інтеграції. Здійснюючи інтеграцію письма і читання, науковцю вдалося створити аналітико-синтетичний метод навчання грамоти.

Подальший етап формування уявлень про інтеграцію навчання припадає на XX століття. Російські науковці Каптеров, Блонський заперечували багатопредметність у навчанні і при цьому розділяли інтеграцію і міжпредметні зв'язки.

На початку XX ст. виходить «Концепція праці». Провідна ідея її – навчити працювати, комплексно знаходити підхід до навчання. Десь орієнтовно в середині XX ст. з усіх представлених концепцій було виділено такі напрямки інтеграції:

- 1) інтеграція на основі праці;
- 2) інтеграція на основі взаємозв'язку загального і спеціального;
- 3) інтеграція на основі культурознавства та мистецтва;
- 4) інтеграція на основі центрів за інтересами [33, с. 9].

В загальному можна говорити про різноманітні концепції комплексності ХХ ст. в історії освіти України.

Інтеграція з'явилася в контексті протилежного явища в науці — диференціації. Диференціація — це поділ чогось на різні самостійні предмети, так як інтеграція — об'єднання чогось у ціле.

В результаті інтеграції з'являється нова інтегративна властивість, яка не є просто набором певних об'єднаних властивостей предметів, а формує вищу ефективність функціонування усієї цілісності [9].

«Навчальна інтеграція» – це відбір та об'єднання навчальних матеріалів різних дисциплін на основі міжпредметних зв'язків, що ставить за мету цілісне, систематичне та комплексне вивчення основних тем навчального матеріалу(тематична інтеграція); а також - це створення інтегрованого змісту навчання – інтеграція дисциплін, що об'єднали б знання різних предметних галузей освіти [25, с. 208].

Ідея інтегрованого навчання сформована на загальнонаукових принципах та концепціях для кількох тематичних галузей знань, за допомогою яких можна сформуванати всебічну картину уявлення людини, культури, світу та усвідомлення себе в цьому світі. Саме цей спосіб навчання, на даному етапі розвитку освітньої системи, є таким актуальним тому, що при правильній його реалізації школярі будуть в змозі досягнути поставлену мету про отримання якісної, конкурентоздатної освіти, завдяки якій учні будуть здатні досягнути поставленої конкретної життєвої цілі та зможуть самоствердитися в соціумі [6].

Впровадження інтегрованого навчання в межах конкретної школи є головною умовою для організації освітнього процесу при переході на новітній етап освіти. Цей етап зумовлює суттєвий розвиток і глибше вивчення міжпредметних зв'язків та перехід від узгодження викладання предметів до їх конкретної взаємодії.

Навчальна інтеграція не лише вводить особливі умови спілкування та діяльності учнів і вчителів, але й є діючою моделлю розвитку інтелектуальної

освіти, що слугує всебічному розвитку учнів.

На сьогоднішній день ця проблема є актуальною та важливою для школи адже для таких предметів як математика, астрономія, фізика, інформатика, здійснюється розробка єдиної альтернативної навчальної програма при запровадженні якої інтеграція буде основним дидактичним принципом навчання. Як в Україні, так і в зарубіжних освітніх системах давно висувалося питання створення одного інтегрованого курсу математики, що не буде поділений на предмети – алгебру, геометрію, алгебру і початки аналізу [44, с. 31].

На сьогоднішній день ідея інтеграції змісту та форм навчання до вподоби великій кількості вчителів. Дослідження дидактичних особливостей та змісту інтегрованого навчання на педагогічному та науковому рівні здійснювали знамениті педагоги : Б. Кедров, О. Біляєв, О. Савенко, Л. Варзацька, С. Гончаренко, Т. Донченко, Н. Светловська, В. Тюхтін, Ю. Колягін, Б. Новик, В. Паламарчук, О. Спіркін та інші. Саму основу теорії міжпредметних зв'язків в процесі інтегрованого навчання вивчали В. Максимов, І. Волощук, Н. Лошкарьова, В. Федорова та багато інших. Незважаючи на те, що процес інтеграції є досить поширеним в освіті та існує досить значна кількість досліджень в даному напрямку, сама проблема інтеграції як однієї із форм організації освітнього процесу, на даний момент, є ще не досить вивченою, а отже потребує більш широкого розгляду та детального вивчення.

У освітньому процесі інтегрований підхід виконує такі функції:

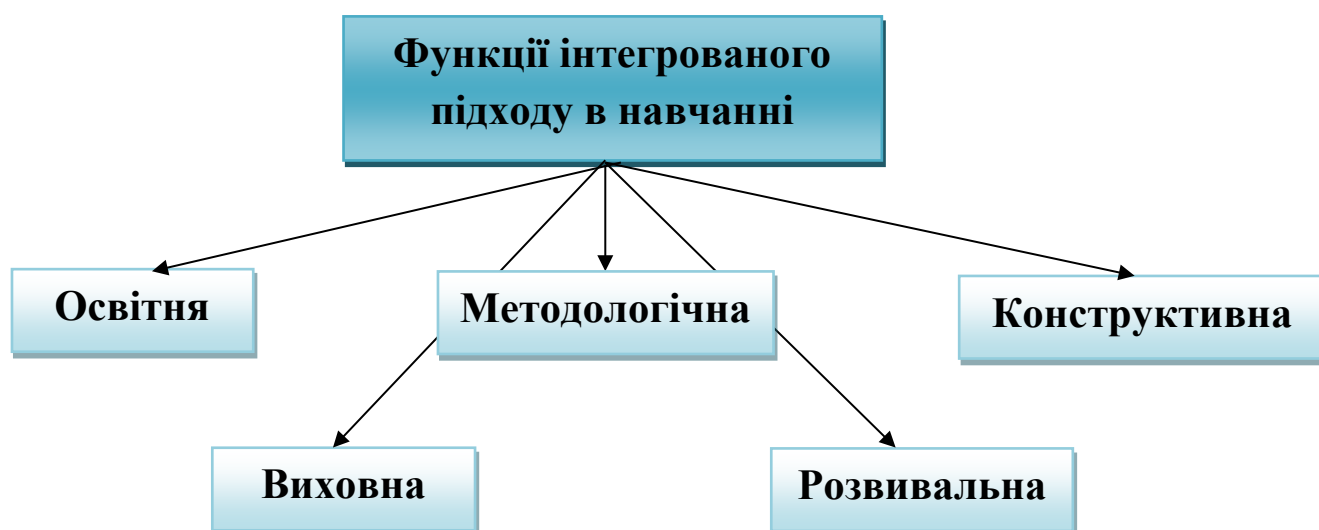


Рисунок 1.2. Функції інтегрованого підходу в навчанні

На практиці інтеграція проявила себе якнайкращим чином, продемонструвавши доцільність та перспективу її використання на уроках.

Головною метою інтегрованого навчання є:

- формування в учнів цілісного уявлення про навколишній світ, системи знань і вмінь;
- досягнення якісної, конкурентоздатної освіти;
- створення оптимальних умов для розвитку мислення учнів у процесі вивчення різноманітних предметів;
- активізація пізнавальної діяльності учнів на уроці;
- ефективна реалізація розвивально-виховних функцій навчання [38].

Інтегрований освітній процес повинен конструюватися за принципами:

- доступності;
- науковості;
- послідовності;
- системності;
- цілісності;
- логічності;
- вертикального тематизму [16, с. 10].

Дані принципи навчальної інтеграції створені, щоб в повному обсязі працювати над досягненням запланованої мети.

Основними завданнями інтегрованого навчання є подолання проблеми фрагментарності та не цілісності знань школярів, створення нового уявлення про об'єкт навчання, забезпечення того, щоб учні отримали комплексні знання, а також охопили систему різносторонніх людських цінностей, при цьому сформували цілісний світогляд.

Інтегроване навчання сприяє створенню психологічного комфорту для того, щоб школярі змогли якісно засвоїти знання і самореалізуватися. Таке навчання дозволяє формувати комунікативні якості та уміння, розвивати інтерес до отримання знань, виробляти вміння визначати головне з тексту, підвищувати творчий потенціал школярів, розширювати логічне мислення, використовувати різні дидактичні прийоми на уроці, зосереджувати увагу учнів на певному предметі, знизити стомлюваність. Головною умовою досягнення чітких та постійних позитивних результатів впровадження інтеграції є оптимізація навчального процесу математики в основі якої лежить активна пізнавальна та творча діяльність школярів [51].

Суть інтегративного підходу до освітнього процесу відрізняється від інших підходів (наприклад, міжпредметного) тим, що здійснення зв'язків між отриманими знаннями йде не від перебудови вже існуючих навчальних планів та програм, а методом дидактичного обґрунтування та перетворення в дійсності існуючих зв'язків між даними поняттями, явищами, предметам, тощо [22, с. 32].

Переваги інтегрованого навчання - це поживлення освітнього процесу, досить велика економія часу, зниження стомлюваності та інше (Табл. 1.1).

Таблиця 1.1

Для учнів	Для вчителів
-----------	--------------

<ol style="list-style-type: none"> 1. Формування умов для активізації повного уявлення образу світу і вивчення тем з різного боку. 2. Можливість самостійно реалізуватися, самовиражатися, виявляти ініціативність, проявляти творчу діяльність, виявляти здібності. 3. Оточуючий світ учнів пізнається ними у різноманітті та цілісності. 4. Розвивається творчий потенціал, активізується пізнавальна активність. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Застосування міжпредметних зв'язків. 2. Цілковита свобода у можливості обирати теми, зміст, засоби навчання. 3. Можливість організовувати нестандартні уроки, використовувати різноманітні форми і методи в навчанні.
---	--

Головною формою для здійснення інтегрованого навчання в освітньому процесі є інтегрований урок.

С.П. Максимюк зауважив, що інтегровані або ж бінарні уроки відрізняються тим, що на них повною мірою здійснюється використання міжпредметних зв'язків. Такі уроки не зовсім прості у проведенні та організації. Іноді виникають труднощі в компоюванні змісту, формуванні структури уроку, оцінці важливості кожного з етапів у плануванні уроку. Проводять даний урок спеціалісти (вчителі) з різних предметів, які в потрібний момент включаються в роботу з класом [26, с. 165].

Г.К. Селевко зауважив, що інтегровані уроки, які останнім часом досить часто використовуються в навчальному процесі, переважно виступають одним із методів для узагальнення знань [41, с. 481].

На сьогодні, освітній процес треба побудувати таким чином, щоб в певній мірі задіяти всіх школярів до процесу навчання. Такий результат можна отримати при побудові правильної системи інтегрованих завдань. [14, с. 39].

Інтегрованими називаються такі завдання, які мають за ціль «об'єднання змісту (способів пізнання) з кількох тем, пунктів програми чи видів навчальної діяльності, зосереджуючись навколо певної теми»[42, с. 46].

Тобто, інтегровані завдання це певна сукупність завдань, розв'язання яких має за мету пошук шляхів формування в школярів цілісного уявлення світу, що досить не просто створити за умови організації предметної системи освітнього процесу.

В школах досить часто використовується ціла сукупність інтегрованих завдань для того щоб розвинути інтерес школярів до навчання.

Для ефективності використання інтегрованих завдань існує певний перелік визначених умов, тобто це неодмінне врахування складності, кількості, обсягу отриманої інформації, здатності до навчання школярів та їх психологічної підготовленості, а також професійної готовності вчителя [40, с.58].

Отже, інтегроване навчання націлене на різносторонній розвиток учнів, зацікавлення школярів у вивченні предмету, узагальнення знань з навчальних дисциплін, активізації пізнавальної та творчої діяльності, формування умов для активізації повного уявлення образу світу і вивчення тем з різного боку.

РОЗДІЛ II. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕСІ ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ

2.1. Інтегрований урок як одна із форм організації навчального процесу

Пошук шляхів удосконалення системи освіти призвів до відновлення інтегрованого навчання, яке йде вперед в сучасній освіті і займає важливе місце на практиці.

Однією з форм організації інтегрованого навчання є інтегрований урок.

Інтегрований урок – це такий урок, де розглядаються важливі і не далекі за змістом частинки системи знань з різних навчальних предметів, що належать одній темі (проблемі), і застосовуються різні методи і засоби їх оволодіння [25, с. 208].

Іншими словами - це такі уроки, в яких частинки знань з різних дисциплін, пов'язані однією тематикою, але в навчальному курсі вивчаються окремо, створені для того, щоб можна було б з кожної сторони отримати нові знання, для емоційного насичення, розвитку уяви, мислення, сприйняття школяра.

Інтегровані уроки можливо організовувати в різних імпрровізаціях в залежності від типу уроку. Якщо це урок формування нових знань, то можливі наступні форми проведення:

- урок-лекція;
- урок-дослідження;
- навчальна конференція
- урок-екскурсія;
- урок-подорож;
- урок-експедиція;
- проблемний урок;

- мультимедіа-урок
- урок-похід.

Структура такого уроку такого сполучає етапи: організаційний, оголошення мети та цілей, актуалізація знань, введення нових знань, узагальнення початкового закріплення й систематизації знань, підбиття результатів, визначення домашнього завдання та вказівки з його виконання.

Ціль уроку формування знань – організація роботи пов'язаної із засвоєнням понять, наукових фактів, що вказані в навчальній програмі.

Для такого типу уроку як урок формування вмінь і навичок характерні наступні форми роботи:

- урок-практикум;
- урок-діалог;
- урок-дійова гра;
- комбінований урок;
- подорож;
- експедиція.

Структура такого уроку вимагає наступних етапів: організаційний, оголошення мети, перевірка наявності домашньої роботи та актуалізації знань, виконання задач стандартного типу, а далі вже реконструктивно-варіативного типу, творчого типу, контроль сформованості вмінь і навичок, озвучення завдань додому.

Для початку школярі займаються відтворювальною діяльністю - прослуховують пояснення вчителя та стараються їх зрозуміти та запам'ятати. Наступним етапом є виконання завдань, які потребують узагальнених вмінь і використання знань з можливістю перенести їх та спосіб діяльності на якусь визначену ситуацію. На даному етапі використовується диференційовано-групова форма навчання. Далі, наприкінці уроку розв'язування творчих задач.

Ціллю такого типу уроку є формування в учнів певних вмінь та навичок, що передбачені навчальною програмою.

Такий тип уроку як урок застосування отриманих знань на практиці

може мати такі форми проведення:

- урок-дійова гра;
- математичний практикум;
- уроки демонстрації розроблених проектів;
- урок-подорож та інші.

Відповідною структурою уроку є: етап організації дітей до уроку, оголошення мети та цілей, перегляд виконаних домашніх завдань, актуалізація знань, використання здобутих знань, вмінь та навичок для розв'язання практичних задач, демонстрація виконаного завдання, озвучення домашніх завдань. Даний тип уроку характерний тим, що учні вчаться використовувати отримані знання в практичних цілях для отримання потрібного результату в навчанні.

Головною ціллю такого уроку є, звичайно, можливість навчитися використовувати знання на практиці.

Інтегрований урок повторення та узагальнення знань також має свої переважні форми проведення. Це:

- урок повторення та систематизації знань;
- урок-диспут;
- урок-гра («КВН», «Поле чудес», «Найрозумніший»);
- урок-суд;
- урок-консультація;
- урок-бесіда.
- урок з використанням інтерактивних технологій;
- урок-конференція та інші.

Такий тип уроку має найбільше варіантів для імпровізації та реалізації міжпредметних зв'язків.

Структура такого уроку має такі ж етапи як і попередні, але з додатковим етапом – використання знань, вмінь, навичок в нестандартних ситуаціях.

Ціль – ширше засвоєння знань, їх узагальнення та систематизація.

Процес використання інтегрування на уроках дозволяє вирішити низку

певних проблем. Але, інтегрований урок не можна провести відірвано від решти уроків. Він потрібно щоб був послідовно та правильно поєднаний із попередніми і, звичайно, з наступними уроками, і був складовою частиною всього процесу навчання.

Інтегровані уроки є нетрадиційною формою організації процесу навчання.

Так як і будь який урок інтегрований урок також має свою мету - це:

- посилення пізнавальної діяльності дітей, формування їх загального світобачення;
- покращення якості сприйняття одержаних знань;
- налагодження правильної творчої атмосфери в шкільному колективі;
- встановлення особливостей та здібностей кожного окремого школяра;
- удосконалення вмінь та навичок дітей до самостійної праці над літературою, ключовими схемами та таблицями;
- розвиток інтересу дітей до опанування нового матеріалу;
- високий шанс для втілення розвивальної та виховної функції навчання [11].

Зважаючи на те, що для школяра є проблемою зосереджувати свою увагу на чомусь одному, застосування інтегрованих уроків, об'єднання тем різних предметів покращує освітню діяльність учнів, здійснює посилене зацікавленість до отримання знань, вказує, де ці знання можна використати в практичних цілях в реальному житті. Всі перераховані переваги є досить вагомими причинами для застосування інтегрованого підходу на уроках.

Інтегрування може бути внутрішньопредметним (зосереджуючи свою увагу в рамках однієї дисципліни), міжпредметним (об'єднуючи декілька навчальних дисциплін на одному уроці), і міжсистемним (інтегрування по два, три, чотири навчальні предмети).

Для уроків з внутрішньопредметною інтеграцією вивчення нового

матеріалу може відбуватися від частинного до загального або навпаки. Навчальний матеріал потрохи насичується новою інформацією та зв'язками між одержаними знаннями, що допомагають учневі цілісно зрозуміти матеріал з різних сторін. Важливою особливістю таких уроків є те, що школярі не забувають початкову проблему, а навпаки, розширюють круг зв'язаних з нею знань.

Після проведення уроків з внутрішньопредметною інтеграцією у свідомості учня закладаються якісно нові, цілісні знання з предметів. Хоч і деяким школярам набагато цікавіше на уроці, коли навчальний матеріал складніший, де можна застосувати творчі навички, креатив, проте, на практиці вчителі намагаються подати матеріал у більш зрозумілій для кожного учня формі.

На інтегрованому уроці краще за все можна використати міжпредметні зв'язки.

Міжпредметні зв'язки займають одне з основних місць при вивченні головних природничих чи наукових понять. При використанні такого підходу важливі поняття досліджуються з усіх сторін, що дозволяє ліпше їх зрозуміти та засвоїти. Також міжпредметні зв'язки допомагають краще вивчити навчальний матеріал і отримати більший обсяг знань; мотивують учнів застосовувати одержані знання на практиці, вирішуючи повсякденні проблеми.

Хоч інтегрований урок чимось подібний з уроком з застосуванням міжпредметних зв'язків, але не можна сказати що вони ідентичні, тому, що як зауважив О.Я. Савченко – «це різні дидактичні поняття. Урок з міжпредметними зв'язками містить запитання і завдання з матеріалу других навчальних предметів, що допомагають у вивченні його теми. Це відділені, не довготривалі елементи уроків, які дозволяють краще розуміти та осмислити певні поняття. Якщо ж учитель використовує урок, в якому зінтегровано зміст декількох навчальних предметів, і школярі включаються у різноманітні види освітньої діяльності, щоб в їх уяві та свідомості з'явився потрібний образ, то

цей урок прийнято вважати інтегрованим» [39, с. 261]. А головною особливістю такого уроку є об'єднання частинок знань з різних дисциплін, які направлені на досягнення однієї поставленої мети.

Для кращого освоєння математики важливим елементом є нестандартні інтегровані уроки, яким притаманне певне структурування змісту й форм роботи, що викликає інтерес школярів та сприяє їхньому розвитку та відповідному вихованню.

Класифікація цих уроків відбувається за ознаками, що вказані в таблиці (табл. 2.1.) [15].

Таблиця 2.1.

Ознака	Вид уроку
За дидактичною метою	Уроки засвоєння нових знань Уроки формування практичних умінь і навичок Уроки узагальнення і систематизації знань Уроки контрольних робіт
За етапами навчальної діяльності	Вступні уроки Уроки первинного ознайомлення з матеріалом Уроки формування понять, вивчення законів і правил Уроки застосування знань на практиці Уроки формування практичних умінь і навичок Уроки повторення і узагальнення матеріалу

Для того щоб, інтегрований урок був більш ефективним необхідним є виконання даних умов:

- оптимальний вибір змісту та форм уроку, якісний вибір об'єкта вивчення;
- можливість для самоосвіти учнів у навчанні;
- правильне використання на уроці індивідуальних і групових форм організації навчання;

- застосування різноманітних методів навчання, а також використання методу проблемного навчання;
- активізація розумової діяльності дітей на різних етапах уроку;
- звернення уваги на вікові, індивідуальні та психологічні особливості дітей.

Вчителю для підготовки інтегрованого уроку, необхідно:

- розглянути та зробити аналіз календарного планування з свого навчального предмета та того предмета з яким планує інтегрувати;
- обрати основні загальні терміни та їх означення, визначити оптимальну кількість часу для їх вивчення;
- співставити навчальний матеріал програм з обраних предметів, обрати потрібні варіанти створення інтегрованих уроків;
- визначити всі необхідні завдання уроку;
- вибрати оптимальні форми, засоби та методи для організації уроку, здійснити розробку плану заняття;
- відшукати дидактичні та методичні матеріали для організації заняття;
- правильно підібрати різні види роботи на уроці для потрібного навантаження школярів [6];
- забезпечити належні умови для плідної навчальної діяльності школярів, зважаючи на інтереси, індивідуальні потреби та здібності учнів;
- встановити зв'язок із отриманими раніше знаннями і вміннями, зважаючи на початковий рівень розуміння та розвитку школярів;
- показувати зв'язок навчання з практичними потребами, життям та особистим досвідом школярів.

Головне завдання вчителя при організації інтегрованих уроків - контроль за організованістю та дисциплінованістю учнів, та спрямовувати їх до процесу пізнання, підтримати ініціативність, слідкувати за дотриманням етикету спілкування дітей.

Основними властивостями цих уроків є чіткість, компактність, логічна побудова навчального матеріалу, стислість, інформативність, повнота подання інформації. Структура інтегрованого уроку може змінюватись в залежності від мети і завдань уроку.

Найкращою формою проведення інтегрованого уроку є бесіда.

В більшості випадків, основним типом інтегрованого уроку є урок повторення та узагальнення, що має свою певну структуру.

Школярі разом з вчителем співставляють одержані на уроці результати навчання з напередодні поставленими завданнями та метою проведеного уроку, шукають можливі помилки та пробують їх одразу виправити, фіксують переваги та високу ефективність такого уроку. На кінцевому етапі вчитель розповідає про рівень досягнень кожного з дітей на уроці.

Якщо обрана тема велика за об'ємом і всі заплановані завдання не можливо встигнути виконати за один урок, то інтегрований урок можна провести в 2-3 уроки.

Вчителю необхідно також підготувати до такої форми роботи наперед і своїх учнів.

За темпом сприйняття учнями головних понять з математики, за враженнями від уроку та емоційним станом вихованців можна сказати, що інтегрований урок є насправді досить ефективним. Адже нелегкою працею сучасного педагога є добре організований та вдало проведений урок, тим паче, якщо він не такий як інші, інтегрований, інтерактивний чи нестандартний.

Отже, інтегрований урок забезпечує правильне об'єднання під час одного уроку матеріалу кількох навчальних предметів, що тематично пов'язані. Це сприяє вивченню понять чи явищ з різних сторін, для ліпшого його розуміння та для досягнення цілісності, системності знань.

Ефективність інтегрованого навчання залежить від оптимального, ґрунтовного вибору форм організації навчального процесу, що забезпечується широким і різнобічним аналізом освітніх, розвиваючих, виховних можливостей кожної з них.

2.2. Особливості методики проведення інтегрованих уроків з математики

В сучасній системі освіти відбуваються постійні пошуки нових методів, способів, шляхів щоб покращити та оптимізувати процес навчання, які могли б спонукати до всебічного розвитку школярів, прагнення до самовираження, формування творчого потенціалу та розвивати вміння дітей використовувати отримані знання в повсякденному житті. Одним із важливих методів досягнення поставленої цілі в навчанні є використання інтегрованих уроків, в основі яких виступає навчальний матеріал обраний з різних дисциплін, але пов'язаний в межах однієї теми.

Використовуючи інтегровані уроки в освітньому процесі при вивченні математики, можна докорінно змінити навчальний процес. Застосовуючи такого виду уроки, можна вирішити суперечність між різними знаннями з дисциплін та необхідність їх застосування для практичних потреб та в повсякденному житті учнів.

Взаємозв'язок – характерний та логічний процес у навчанні математики або ж інших навчальних дисциплін.

Знаменитий педагог Я.А. Коменський в своїй праці зауважив: «Усе, що перебуває у взаємному зв'язку, повинно викладатися у такому зв'язку»[24], саме через це необхідним є використання інтегрованих уроків щоб не переривати зв'язок між навчальними дисциплінами, що і так пов'язані.

Інтегрований урок – незвичайний за задумкою, методом організації, методикою використання та проведення. Цей вид заняття більше подобається дітям, ніж стандартний урок, а тому використовувати його в освітньому процесі своїх дисциплін мають всі вчителі. Інтегровані уроки можуть бути хорошим варіантом для розбавлення стандартних форм роботи. Але, всьому своя міра, адже якщо часто організовувати таку форму роботи, то підготовка буде займати дуже велику кількість часу, можливе перевантаження школярів і вчителів.

Інтегрований урок може бути організований в різних варіаціях. І.В. Малафіїк зауважує, що уроки такого виду можуть бути в формі конференції, лекції, семінару, і бесіди, екскурсії, подорожі, гри, практикуму, вікторини, комбінованого уроку та багато іншого. Організовувати такі уроки можна не дуже часто, приблизно 1-2 рази на чверть, 2-3 рази на півріччя в одному класі. Для їх проведення потрібна хороша підготовка як вчителя, так і самих учнів. [27, с. 297-298].

Розглядаючи різні форми організації інтегрованих уроків потрібно відмітити одну найбільш оптимальнішу з них – це бесіда. Дану форму роботи можна організовувати між учителем та учнями, а також учнів з учнями, які будуть обговорювати деяку проблемну ситуацію чи явище, послідовно вирішуючи її, з'ясовуючи суть і певні закономірності. Діти поступово стають співучасниками бесіди: озвучують нові факти з власного життя, цікавляться тим, чого ще не знають, стають помічниками у вирішенні проблеми. За діалогом обговорюють велику кількість прикладів. Педагог самостійно для учнів розкриває частину теми, а далі відбувається дискусія, в процесі якої продовжується обговорення нової теми та вирішують проблему[21].

У підручнику з дидактики І.В. Малафіїк вказував, що однією з особливостей інтегрованих уроків є те, що на них можна максимальною мірою продемонструвати міжпредметні зв'язки. Проте, найбільш складним в їх проведенні є організація, поєднання змісту різних предметів і визначення важливості всіх аспектів теми.

Позитивними рисами проведення цих уроків є:

- школярі краще розуміють педагогів, які на протязі дня спілкуються з ними;
- меншу кількість підручників потрібно брати до школи;
- створюється шанс для більш ширшого розуміння, заглиблення, сприйняття важливих елементів змісту навчального матеріалу;
- цілісне уявлення учня про предмет вивчення та його об'єкти.
- кращий варіант для забезпечення рівневої навчальної підготовки;

- більші можливості для організації ідеї модульності навчання.
- можливість об'єднувати теми різних дисциплін, що зберігає більше часу на осмислення нового матеріалу і допомагає школярам краще його зрозуміти.

Незважаючи на доцільність проведення інтегрованих уроків, проте присутні і негативні моменти. До них можна віднести зменшення числа повторень, закріплення матеріалу, що зменшує рівень засвоєння в пам'яті теми учнями. Тому об'єднання предметів можливе лише тих уроків, на вивчення яких в навчальному плані відведено 4 і більше години і рідко коли передбачено 2-3 години [27, с. 297-298].

Інтегрований урок має свої характерні властивості - це чіткість, системність, логічна побудова навчального матеріалу, лаконічність, стислість, зрозумілість, інформативність, повнота подання інформації. Структура інтегрованого уроку залежить від типу уроку та поставлених мети та завдань.

Л. Яковлева зазначає, що «саме інтеграція уроків математики з історією, географією, музикою, астрономією, біологією, фізикою, економікою, та з іншими навчальними предметами дає можливість ширше розглянути велику кількість важливих явищ, продемонструвати зв'язок уроків математики з життям, продемонструвати багатство і складність оточуючого світу, дати учням заряд творчої енергії, зацікавленості. В дітей з'являється варіант, можливість розробити не лише свою модель світу, але й сформувані свій власний спосіб взаємодії з ним» [51].

На даний час існує достатня кількість прикладів розроблених інтегрованих уроків. Проаналізувавши декілька з них, можна відмітити, що вони мають свою характерну структуру. В більшості випадків для інтегрування уроків обирають саме урок повторення та узагальнення, адже він має найбільше варіантів форм його організації.

В першу чергу, для того щоб організувати такого виду урок обов'язково потрібно приділити досить значну частину часу на його правильну підготовку.

При підготовці до організації та проведення інтегрованого уроку математики з іншою дисципліною, вчителю потрібно проаналізувати календарне планування з обох предметів, вибрати певні теми для вивчення, які можна буде зінтегрувати, визначити їх точки дотику (пошук міжпредметних зв'язків). Далі потрібно співставити теми навчальних програм з даних дисциплін, щоб обрати можливі варіанти організації даних уроків, визначити найважливіші поняття, встановити оптимальний час для їх розгляду.

Наступним пунктом є підбір завдань уроку, різноманітних форм та методів проведення і розробка дидактичних матеріалів для заняття (задачі, приклади, завдання та ін.). На такого виду уроках важливим буде застосування інтерактивних методів навчання та використання засобів ІКТ (презентації, онлайн-тести, наочні програми, відео-ролики, тощо).

Наступний етап – це складання поетапного плану та схеми уроку для розуміння чіткості структури і організації заняття. Далі слід обрати різноманітні види роботи на занятті для правильного розподілу навантаження учнів.

Важливим моментом підготовки уроку є врахування інтересів, потреб і здібностей кожного з школярів та забезпечення оптимальними для продуктивної розумової діяльності умовами. Також не можна забувати про встановлення зв'язків із попередньо отриманими знаннями та вміннями, обов'язково враховуючи рівень розвитку кожного з дітей. Учні краще будуть сприймати матеріал, якщо для нього будуть наведені приклади з власного життя та особистого досвіду.

Роль вчителя на інтегрованому уроці полягає в тому, щоб забезпечити організованість та дисциплінованість школярів, долучити максимальну кількість учнів до спільної роботи, підтримати ініціативність, слідкувати за дотриманням всіх правил етикету спілкування.

Розглянемо кожен з етапів проведення інтегрованого уроку з математики та охарактеризуємо кожен з них.

Перший етап будь якого уроку, не виключно й інтегрованого – є організаційний етап. Структурно він складається з таких частин:

- Привітання.
- Перевірка готовності дітей до заняття.

Наступний, другий етап – це оголошення теми і мети, цілей уроку та здійснюється мотивація навчальної діяльності школярів.

Третім етапом уроку є актуалізація опорних знань, яку, як варіант, можна організувати у формі бесіди (8–10 хв.). Даний етап уроку на інтегрованих заняттях займає трішки більше часу, порівняно зі стандартним уроком.

Решту етапів можна організовувати в різноманітній формі, зважаючи на тему уроку й поставлену мети. Наприклад, далі можуть бути: аналіз та повторення основного матеріалу, прийомів та способів для розв'язку задач; потім застосування знань і вмінь для розв'язування задач з нової теми; а в кінці узагальнення та систематизація знань і підбиття підсумків заняття.

Вчитель разом з школярами повертаються до поставлених завдань та мети уроку, щоб переконатися чи всі результати були досягнуті. Аналізуючи можливі помилки і досягнення можна сказати про переваги та ефективність даного уроку.

Заключним етапом інтегрованого уроку є оголошення домашнього завдання та роз'яснення можливих труднощів у його виконанні. Завдання даються окремо з кожної дисципліни, які інтегрувалися на уроці.

Оскільки, розглянута структура уроку є типовою, то вчитель може її корегувати в залежності від поставлених завдань уроку та особливостей інтегрованих навчальних дисциплін[32].

Розглянемо деякі приклади інтегрування різних тем з математики та інших навчальних дисциплін.

Вивчаючи тему з алгебри «Графік функції» її можна інтегрувати з інформатикою під час вивчення теми «Табличний процесор». На даному уроці можна розглянути побудову графіка функції, використовуючи знання з

математики і перевірити правильність розв'язку за допомогою табличного процесора Microsoft Office Excel, скориставшись вкладкою «Вставка» – «Графік». Це допоможе наочно показати правильність побудови графіка функції, розглянути всі можливі проблеми теми та реалізувати міжпредметні зв'язки з цих дисциплін. Варіант конспекту розробленого інтегрованого уроку в 7-му класі з даної теми показано в Додатку А.

Під час вивчення теми «Масштаб» з географії легко можна показати її зв'язок з математикою. Це задачі, в яких потрібно знайти відстань між двома точками за планом або картою чи обчислити площу ділянки на місцевості, знаючи параметри на карті та її масштаб.

Опора на математичні методи в навчальних програмах з хімії дозволяє кількісно та якісно оцінювати закономірності перебігу хімічних процесів, логічно доводити певні закони і теорії. Значне пізнавальне та навчальне значення має побудова графіків, що зображають залежності відсоткової концентрації розчину від маси розчиненої речовини в даній масі розчину, тепловий ефект реакції від маси утвореної речовини. Дані графіки важливі для розвитку та зосередження знань школярів про графіки та їх властивості. Вони дуже добре виражають в наочній та узагальненій формі залежності перебігу хімічних процесів [51].

Розв'язування задач з хімії потребує вмінь правильно складати та розв'язувати пропорції, обчислювати вирази та округлювати числа. Це демонструє безпосередній зв'язок математики з хімією.

Фрагмент інтегрованого уроку з хімії та математики на тему «Розрахункові задачі на розчини» для 9-го класу показано в Додатку Б.

Отже, впровадження в навчальний процес інтегрованих уроків потребує серйозної підготовки як вчителя, так і школяра, вимагає використання різних форм та методів навчання, але це нововведення дає позитивні результати.

2.3. Різні способи розв'язування математичних задач як один із засобів для інтеграції навчального матеріалу

Основною реформою Міністерства освіти і науки стало введення Нової української школи, ключова мета якої зробити навчальний заклад, де буде комфортно навчатись і яка дасть можливість школярам здобути не тільки знання, але й підкаже де і як їх можна використати в повсякденному житті.

Головним із завдань навчальної системи в Україні є формування особистості, що включає в себе розвиток навчальної та розумової діяльності учнів, опанування основних, стійких знань, розвиток прагнення до самостійного отримання знань, а також вміння використовувати їх в практичних потребах. Основним методом для вирішення цієї проблеми є розв'язання сюжетних задач. Математичні задачі, що мають декілька варіантів, способів розв'язання, є тим основним навчальним матеріалом, використовуючи який можливо створити самостійність мислення, розвинути зацікавленість математикою, астрономією, фізикою, інформатикою та іншими науками, сформувані бажання самореалізуватися, самовиражатися, розвивати творчу уяву.

Відшукання різноманітних методів для розв'язування однієї й тієї ж задачі направляє увагу школярів на такі елементи розв'язування задач як аналіз змісту задачі та тлумачення її суті. Це, перш за все, спонукає до розвитку математичних здібностей та підвищує рівень інтересу до навчального предмету[2, с. 8].

Уміння зробити аналіз, синтез навчального матеріалу, який учні використовують для розв'язування задач на уроках математики, в певній мірі, впливає в подальшому на якісне вивчення всіх інших дисциплін.

Різні способи розв'язування однієї і тієї ж задачі є хорошим прикладом інтегрованого навчання. В учнів, при цьому, формується та розширюється

творчий потенціал, залучається пізнавальна діяльність, створюються умови для розгляду явищ з декількох сторін [2, с. 8].

Для того щоб почати процес розв'язування задач потрібно знати деякі теоретичні відомості, тобто визначати типи задач, якими способами можна їх розв'язати та який з методів розв'язування ліпше використати. Методи та способи розв'язування задач представлено в попередньому розділі.

Розглянемо декілька прикладів задач, які можна розв'язати використовуючи різні способи.

Приклади задач

Задача 1. З одного куща малини зірвали 18 кг ягід, а з іншого –12 кг. Усі плоди порозкладали в кошики по 6 кг у кожному. Яку кількість кошиків використали [46]?

1 спосіб (арифметичний):

- 1) $18 + 12 = 30$ (кг) – усього плодів;
- 2) $30 : 6 = 5$ (к.) – використали.

2 спосіб (арифметичний):

- 1) $18 : 6 = 3$ (к.) – для плодів із першого куща;
- 2) $12 : 6 = 2$ (к.) – для плодів із другого куща;
- 3) $3 + 2 = 5$ (к.) – використали.

3 спосіб (алгебраїчний):

Нехай x – кількість кошиків, що використали. Відомо, що на протязі двох днів зібрали (**$18 + 12 = 30$**) кг плодів. Складемо відповідне рівняння:

$$6x = 18 + 12$$

$$x = 30 : 6$$

$$x = 5$$
(ящ.)

4 спосіб (практичний):

Нехай 1 квадрату відповідає 1 кг. Намалюємо порожній кошик, у якому міститься 6 клітинок. Кожний порожній кошик заповнюємо 6 квадратиками, що відповідають 6 кг згідно з умовою. Відомо, що за 2 дні зібрали 30 кг.

Зобразимо умову задачі у вигляді таблиці 2.2. Вона буде складатися з 5

КОШИКІВ.

Таблиця 2.2

1 кг		Порожній кошик								
1 кошик				2 кошик				3 кошик		
1	2	3		7	8	9		13	14	15
4	5	6		10	11	12		16	17	17
4 кошик				5 кошик						
19	20	21		25	26	27				
22	23	24		28	29	30				

Відповідь: використали 5 кошиків.

Задача 2. Відвідувачі курорту «Турія» помітили, що 200 г мінеральної води з джерельця наповнюють посудину за 5 с. З'ясуйте, яка кількість води наповнюється в посудину за 1 с [29].

1 спосіб (арифметичний):

Кількість – 200 г,

Час – 5 с.

Знайти кількість води за 1 с.

$200 : 5 = 40(z)$ – використали.

2 спосіб (алгебраїчний):

Застосуємо пропорцію:

200 г – 5 с

x г – 1 с

$$x = \frac{200 \text{ г} \cdot 1 \text{ с}}{5 \text{ с}} = 40(z).$$

Відповідь: за 1 с виливається 4г мінеральної води з природного джерела.

3 спосіб (практичний):

Відкривши кран, вибрати такий потік води, що задовольняє умові задачі.

Для проведення такого практичного способу потрібна посудина і секундомір.

Задача 3. У 10 років Андрійко має зріст 130 см. Знайти зріст Андрійка в 9 років, якщо за один рік він виріс на 4% [2].

Алгебраїчний спосіб:

В умові вказано, що зріст Андрійка в 9 років 130 см, що є на 4% більше, ніж був у 9 років. Отже позначимо, що зріст Андрійка в 9 років – це 100% , а в 10 років – (100+4)%. Запишемо схему:

Зріст у 9 років: ? –100%

Зріст у 10 років: 130 см – (100+4)%.

Нехай тоді x – зріст Андрійка в 9 років. Тоді складемо пропорцію:

$$\frac{x}{130} = \frac{100}{104}$$

Звідси:

$$x = \frac{130 \cdot 100}{104}$$

$$x = 125$$

Відповідь: зріст Андрійка в 9 років був 125 см.

Задача 4 Човен проплив відстань, що з'єднує два пункти, пливши за течією річки, за 2 год, а назад за 3 год. Знайдіть власну швидкість човна, якщо відповідна швидкість течії річки $2 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Побудуйте графік залежності $v = v(t)$ на цих двох відрізках руху [46].

Алгебраїчний спосіб:

Нехай власна швидкість човна – $x \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

Тоді

$(x + 2) \frac{\text{км}}{\text{год}}$ – швидкість за течією,

$(x - 2) \frac{\text{км}}{\text{год}}$ – швидкість проти течії,

$(x + 2) \cdot 2$ км – човен проплив за течією,

$(x - 2) \cdot 3$ км – човен проплив проти течії.

Так як відстані $(x + 2) \cdot 2$ км та $(x - 2) \cdot 3$ км рівні, то можна скласти дане рівняння:

$$(x - 2) \cdot 3 = (x + 2) \cdot 2$$

$$3x - 6 = 2x - 4$$

$$x = 10 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

Відповідь: $10 \frac{\text{км}}{\text{год}}$ – власна швидкість човна.

Задача 5. Знайдіть розв'язок рівняння. Покажіть розв'язки на координатній прямій [2, с 10].

1) $11 + |x| = 13$; 2) $|-5x| = 0$ 3) $|-x| = -1$

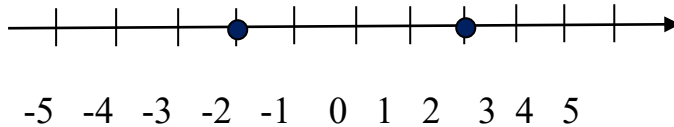
Алгебраїчний спосіб

1) $11 + |x| = 13$

$$|x| = 13 - 11$$

$$|x| = 2$$

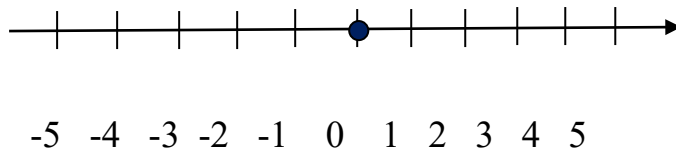
$$x = 2 \text{ і } x = -2$$



2) $|-5x| = 0$

$$-5x = 0$$

$$x = 0$$



3) $|-x| = -1$ – рівняння не має розв'язків.

Задача 6. Відшукайте невідомий член пропорції [2, с10]:

1) $x : 28 = 3 : 12$; 2) $30 : y = 5 : 8$

Алгебраїчний спосіб

1. Якщо за невідомий елемент виступає крайній член пропорції

$$x : 28 = 3 : 12.$$

Використаємо головну властивість пропорції:

$$12x = 28 \cdot 3.$$

Звідси маємо:

$$x = 28 \cdot 3 : 12 = 7.$$

2. Якщо за невідомий елемент виступає середній член пропорції

$$30 : y = 5 : 8$$

Використаємо головну властивість пропорції:

$$5y = 30 \cdot 8.$$

Звідси маємо:

$$y = 30 \cdot 8 : 5 = 48.$$

Задача 7. Настя купила 2 шоколадки і 1 пачку печива і заплатила 35 грн. Якби вона купила 1 шоколадку і 2 печива, то заплатила б 40 грн. Яка вартість шоколадки і яка вартість печива? [2, с 10-11]

Алгебраїчний спосіб:

Позначимо x – ціна шоколадки, y – ціна печива. Тоді:

$$2x + y = 35$$

$$x + 2y = 40$$

Додамо ці обидва рівняння й поділимо його на 3. Отримаємо:

$$3x + 3y = 75$$

$$x + y = 25$$

Підставимо отриманий вираз y у перше рівняння. Отримаємо:

$$x + 25 = 35$$

$$x = 35 - 25 = 10 \text{ (грн.)}$$

$$y = 25 - x$$

$$y = 25 - 10 = 15 \text{ (грн.)}$$

Відповідь: шоколадка коштує 10 грн., печиво – 15 грн..

Задача 8. Гусениця за один день піднімається вгору по клену на 4 м, а за одну ніч опускається вниз на 2 м. Скільки днів потрібно гусениці, щоб піднятися на вершину клена, висота якого 10 м [48]?

Дивлячись з точки зору математики на цю задачу, то можна сказати, що вона багатогранна, адже її можна розв'язати 4 способами.

1 спосіб (арифметичний)

- 1) $0 + 4 = 4(\text{м})$ – за I день;
- 2) $4 - 2 = 2(\text{м})$ – за I ніч;
- 3) $2 + 4 = 6(\text{м})$ – за II день;
- 4) $6 - 2 = 4(\text{м})$ – за II ніч;
- 5) $4 + 4 = 8(\text{м})$ – за III день;
- 6) $8 - 2 = 6(\text{м})$ – за III ніч;
- 7) $6 + 4 = 10(\text{м})$ – за IV день.

2 спосіб (алгебраїчний):

Позначимо через x – кількість днів, тоді $(x - 1)$ – це кількість ночей.

Тоді маємо:

$$4x - 2(x - 1) = 10$$

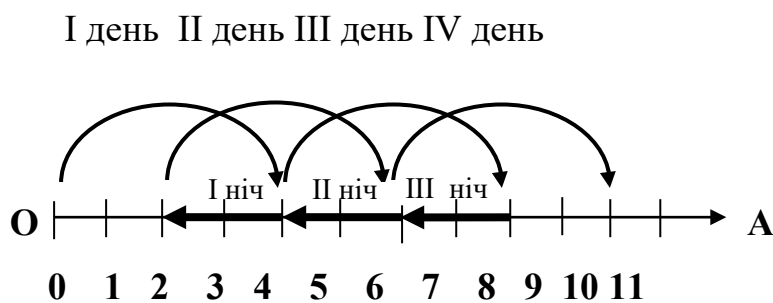
$$4x - 2x + 2 = 10$$

$$2x = 8$$

$$x = 4 \text{ (дні)}, x - 1 = 4 - 1 = 3 \text{ (ночі)}.$$

3 спосіб (графічний):

При розв'язуванні побудуємо промінь OA, використавши умову задачі.



4 спосіб (практичний, у формі гри):

Щоб розв'язувати цю задачу практичним способом потрібна мірна стрічка 10 м і група школярів з 5 чоловік. Двоє школярів тримають мірну стрічку на її кінцях, третій переміщує дні, четвертий – ночі, а п'ятий виступає замість гусениці. На відмітці 10 м третій і четвертий школяр оголошують результати. Також, як один з варіантів можна залучити школярів до складання цікавої розповіді чи казки.

Відповідь: гусениці потрібно 4 дні й 3 ночі.

Задача 9. Для подорожі 46 чоловіків підготували шестимісні та чотиримісні катери. Яка кількість яких катерів була використана, якщо всі чоловіки помістилися в 10 катерів, а пустих місць при цьому не було [37]?

1 спосіб (арифметичний):

1. Яка кількість чоловіків помістилися б у катери, якщо б вони всі були з чотирма місцями?

$$4 \cdot 10 = 40 \text{ (чол.)}$$

2. Але в такому випадку, не поїхали б:

$$46 - 40 = 6 \text{ (чол.)}$$

3. Шестимісних катерів було:

$$6 : 2 = 3 \text{ (кат.)}$$

4. А чотиримісних човнів було:

$$10 - 3 = 7 \text{ (кат.)}$$

Відповідь: було 3 шестимісних та 7 чотиримісних катерів.

2 спосіб (алгебраїчний):

Нехай було x шестимісних катерів, тоді $(10 - x)$ – кількість чотиримісних. У шестимісних човнах поміститься $6x$ чоловіків, а в чотиримісних: $4(10 - x)$ чоловіків. Всього було 46 чоловіків.

Складаємо рівняння

$$6x + 4(10 - x) = 46;$$

$$6x + 40 - 4x = 46;$$

$$2x = 46 - 40;$$

$$2x = 6; x = 3.$$

Відповідь: було 3 шестимісні і $7 = 10 - 3$ чотиримісні катери.

3 спосіб (перебір варіантів):

Катерів було два варіанти (чотирьохмісні, та шестимісні). Чоловіків було 46, то 7 – максимальна кількість шестимісних катерів, тому що

$$7 \cdot 6 = 42 \text{ (чол.)},$$

а 9 – максимальна кількість чотиримісних катерів, тому що

$$9 \cdot 4 = 36 \text{ (чол.)}.$$

За цими даними складемо таблицю:

Таблиця 2.3.

К-сть катерів		К-сть чоловіків		К-сть школярів
6-місних	4-місних	У 6-місних	У 4-місних	
1	9	6	36	42
2	8	12	32	44
3	7	18	28	46
4	6	24	24	48
5	5	30	20	50
6	4	36	16	52
7	3	42	12	54

З таблиці 2.3. видно, що за умовою, можливим є варіант з трьома каретами шестимісними і 7 катерів чотиримісних. [37]

Розв'язування задач з використанням різних способів, має низку своїх переваг. Це :

1. Покращення та збудження навчально-пізнавальної діяльності школяра.
2. Активізація вмінь, здібностей і можливостей учнів.
3. Можливість застосовувати нетипові форми та методи при вивченні математики.
4. Школярі мають можливість ширше використовувати здобуті вміння та знання на практиці.
5. Один із варіантів як можна продемонструвати зв'язки з іншими дисциплінами (фізикою, астрономією, географією, природознавством).

2.4. Використання прикладних задач в інтегрованому навчанні

З метою інтеграції навчання доцільно на уроках математики використовувати задачі прикладного характеру [51].

Прикладна задача – це задача, яка поставлена поза математикою, але розв'язується за допомогою математичних засобів [10].

Без сумніву, найефективнішим засобом розвитку математичної діяльності учнів є розв'язування задач, особливо прикладних. Саме завдяки цим задачам в учнів зростає інтерес до математики та інших дисциплін [36, с. 146].

Задачі прикладного характеру в математиці займають надзвичайно важливе місце, адже вони показують варіанти практичного застосування цих задач в реальному житті, а також сприяють закріпленню та засвоєнню вивченого матеріалу. Розв'язування прикладних задач допомагає розвивати пам'ять, увагу, інтелектуальну культуру, творче мислення.

Задачі, що виникають в певній конкретній життєвій ситуації та розв'язуються на уроках математики розвивають інтерес та допитливість школярів.

Прикладні задачі потребують особливої уваги з боку вчителя, адже будь-яка задача, яка виникає в реальному житті не є математичною і для її розв'язання, першочергово, потрібно сформулювати задачу математичною мовою.

Формулювання задач на математичну мову не легка справа. Для її виконання вчитель повинен уважно підійти до кожної задачі окремо:

- підготувати перелік евристичних запитань, що наштовхують учнів до конкретного навчального матеріалу;
- визначити суттєві та відкинути несуттєві властивості об'єкта для побудови математичної моделі;
- чітко сформулювати вимоги та умови задачі прикладного характеру математичною мовою.

Також, як правило, при розв'язуванні такого виду задач потрібні довідкові дані. Правильніше цих даних в текст задачі не включати, щоб показати учням, що даних задачі, яка виникає в житті, може бути недостатньо для її розв'язання, і, якщо це можливо, дозволити їм самостійно знайти ці відомості в довіднику.

Отже, для того щоб підготувати школярів до застосування знань у конкретних умовах, до вирішення проблем практики, вибору з всіх можливих варіантів розв'язку задачі оптимальний потрібно сформулювати в них стійкі вміння розв'язувати задачі. Тобто навчити виокремлювати деякі взаємозв'язки, що впливають з умови задачі, для побудови правильної математичної моделі, складати схему розв'язування, виконувати процес розв'язання, користуватися, при потребі, довідковим матеріалом, правильно оцінювати та аналізувати одержаний результат та вибирати з них правильний [34, с.19].

Прикладні задачі в процесі освоєння математики та інших дисциплін можна застосовувати для досягнення різних дидактичних цілей:

- ілюстрації наочності навчального матеріалу;
- формування практичних умінь та навичок;
- мотивації до вивчення предмету;
- прикладна задача покращує зацікавленість школярів до вивчення дисципліни, адже для більшості школярів найбільша цінність математичної освіти є її практична значимість;
- закріплення й глибше розуміння раніше вже одержаних знань;
- як приклад постановки проблеми перед вивченням нової теми.

Використання прикладних задач при вивченні дисциплін забезпечує краще засвоєння теорії, навчає школярів використовувати методи пошуку та розвиває уяву та мислення [10].

Прикладні задачі навчальної програми з математики можна поділити на такі типи:

- 1) прикладні задачі з математики;
- 2) задачі на пропорційні величини;
- 3) задачі, які розв'язуються складанням рівнянь, або систем рівнянь;
- 4) оптимізаційні задачі;
- 5) задачі на знаходження відсоткових розрахунків, знаходження прибутків, нагромадження капіталу;

- 6) прикладні задачі з використанням похідної;
- 7) задачі, які використовуються в процесі вивчення показникової і логарифмічної функції;
- 8) прикладні задачі у сімейному бюджеті;
- 9) задачі з комбінаторики та в теорії ймовірності;
- 10) задачі і міжпредметні зв'язки;
- 11) задачі на розчини та суміші;
- 12) прикладні задачі, які розв'язуються за допомогою формул прогресій. [36, с. 145].

Розглянемо деякі приклади розв'язування задач прикладного характеру.

Задача 1. Оператор комп'ютерного набору за 6 годин роботи набирає 24 сторінки тексту, а інший оператор за 8 годин набирає 40 сторінок тексту. За яку кількість годин спільної роботи ці два оператора наберуть 252 сторінки тексту ?

Розв'язання:

Таблиця 2.3.

К-сть сторінок	Час виконання роботи	Продуктивність за 1 годину	
I оператор	24	6	$24 : 6 = 4$
II оператор	40	8	$40 : 8 = 5$
Разом	252	?	$4 + 5 = 9$

Відповідь: за 28 год.

Задача 2. Майстер вирішив викласти стіну коридору вигонкою, довжина коридору становить $a = 6$ м, а висота $b = 3$ м. Чи вистачить майстру 5 пачок вагонки, якщо вона має форму квадрата зі стороною $c = 15$ см, а в одну пачку вміщується 160 шт.[48]?

Розв'язання

1) $6 \cdot 3 = 18 \text{ (м}^2\text{)}$ – площа стіни.

2) $15 \cdot 15 = 225 \text{ (м}^2\text{)}$ – площа однієї вагонки.

3) $225 \cdot 160 = 36000 \text{ (м}^2\text{)}$ – площа, яку можна викласти вагонкою з однієї пачки.

4) $36000 \cdot 5 = 180000 \text{ (м}^2\text{)}$ – площа, яку можна викласти з п'яти пачок.

5) $180000 \text{ см}^2 = 18 \text{ м}^2$.

Відповідь. Вистачить.

Задача 3. Для того щоб зробити 3 кг квашеної капусти, потрібно зварити сироп загальною масою 1155 грамів, в який додають цукор, соняшникову олію, журавлину, цибулю, моркву у співвідношенні 80 : 60 : 1 : 50 : 40. Яка кількість грамів кожного інгредієнту входить в сироп?

Розв'язання

Склад сиропу (1155г):

цукор – $80k$,

соняшникова олія – $60k$,

журавлина – $1k$,

цибуля – $50k$,

морква – $40k$.

$$80k + 60k + k + 50k + 40k = 1155;$$

$$231k = 1155;$$

$$k = 1155 : 231;$$

$$k = 5 \text{ (г)} – \text{в одній частині.}$$

Тоді:

цукор – $80 \cdot 5 = 400 \text{ (г)}$,

соняшникова олія – $60 \cdot 5 = 300 \text{ (г)}$,

журавлина – 5 (г) ,

цибуля – $50 \cdot 5 = 250 \text{ (г)}$,

морква – $40 \cdot 5 = 200$ (г).

Відповідь: У сиропі 400 г цукру, 300 г соняшnikової олії, 5 г журавлини, 250 г цибулі, 200 г моркви.

Задача 4. На березі річки росла тополя. Від сильного пориву вітру її стовбур зламався і утворив прямий кут з течією річки. Ширина річки становила 4 фути. Відстань від землі до місця злому дорівнює 3 фути. Знайти висоту тополі в метрах.(рис.2.2)? (1фут = 0,3м.)

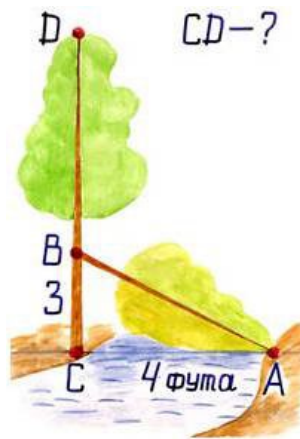


Рисунок. 2.2. Зображення задачі Бхаскари

Розв'язання

$$CD = \sqrt{3^2 + 4^2} + 3 = 5 + 3 = 8 \text{ (футів);}$$

$$CD = 0,3 \cdot 8 = 2,4 \text{ (м).}$$

Відповідь. 2,4 м.

Задача 6 . Одна рослина конюшини (коренева система) займає площу приблизно 10 м^2 і дає за рік близько 100 насінин. Скільки квадратних кілометрів площі займають всі майбутні насінини однієї особини конюшини через 6 років за умови, що вона розмножується без перешкод у геометричній прогресії? Відомо також, що площа суші земної кулі становить 148 млн. кв. км. Чи вистачить місця цим рослинам на сьомий рік на поверхні земної кулі? [45, с. 22].

Розв'язання

Нехай $S_0 = 10 \text{ м}^2$ – початкова площа, яку займає одна рослина конюшини. Тоді S_1, S_2, \dots, S_n – площі, які покривають нащадки однієї конюшини через 1, 2, ..., n років відповідно за умови, що рослина розмножується без перешкод у геометричній прогресії.

При цьому

$$S_1 = S_0 \cdot 10^2, S_2 = S_1 \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^4,$$

$$S_3 = S_2 \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^6, \dots, S_n = S_{n-1} \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^{2n}.$$

Отже, $S_6 = 10 \cdot 10^{12} = 10^{13} \text{ (м}^2\text{)}.$

Оскільки площа поверхні суші земної кулі складає:

$$148 \cdot 10^6 \text{ км}^2 = 1,48 \cdot 10^{14} \text{ м}^2,$$

то на сьомий рік на поверхні суші місця для цих рослин не вистачить, тому що $S_7 = 10^{15} \text{ м}^2$.

Відповідь. За даних умов на сьомий рік місця на суші земної кулі для конюшини не вистачить.

Розглянута задача фактично приводить до поняття показникової функції $S(n) = S_0 \cdot 10^{2n}$. Але одночасно для відповіді на поставлене питання можна було використати формулу n -го члена геометричної прогресії. Отже, задачі даного типу можна застосовувати як на етапі закріплення знань про геометричну прогресію, так і на етапі формування нових функціональних понять [45, с. 22].

Задача 7. Зубчаста передача верстата складається з трьох шестерень різного діаметра: дві з них мають 15 і 25 зубців. Скільки зубців потрібно щоб мала третя велика шестерня, щоб при одному оберті інші повернулись ціле число разів [36, с. 146].

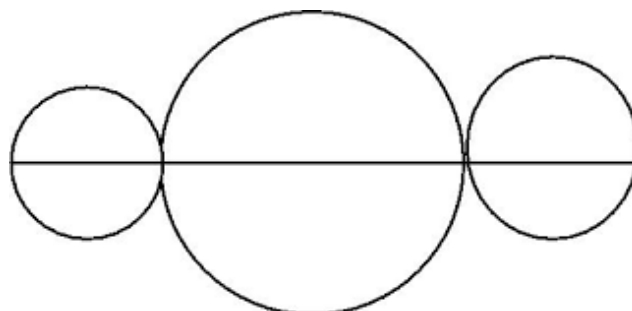


Рисунок 2.3. Зубчаста передача верстата

Розв'язання

Розглянемо рисунок 2.3.

До чисел 15 і 25 підберемо кратні їм числа. Дістанемо запис:

На 15 діляться 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105,

На 25 ділиться 25, 50, 75, 100, 125,

Бачимо, що у цих рядах чисел перше число, яке ділиться на 15 і 25 = 75.

Відповідь: велика шестерня повинна мати 75 зубців, щоб при одному її оберті кожна з малих повернулася ціле число разів.

Розв'язання задачі зводиться до знаходження НСК чисел 15 і 25 [25, с. 146].

Задача 8. У лютому місяці працівник заводу в м. Звенигородка одержав зарплату 6800 грн., а в березні одержав на 8% більше, ніж у лютому. Зарплата березня становила 80% від зарплати квітня. Скільки грошей отримав працівник за ці три місяці? [37, с.10]

$$6800 \text{ грн.} - \text{це } 100\%$$

$$1\% - 6800 : 100 = 68 \text{ (грн.)}$$

$$8\% - 68 \cdot 8 = 544 \text{ (грн.)}$$

Зарплата працівника у березні становить:

$$6800 + 544 = 7944 \text{ (грн.)}$$

x (грн.) – зарплата у квітні

$$80\% = \frac{80}{100} = 0,8$$

$$0,8 \cdot x = 7944$$

$$x = 7944 : 0,8, \quad x = 9930$$

Зарплата робітника у квітні становить 9930 грн.

За три місяці працівник одержав:

$$6800 + 7944 + 9930 = 24674 \text{ (грн.)}$$

Відповідь: 24674 грн.

Отже, підсумовуючи все вище розглянуте, можна сказати, що найкращим засобом для поліпшення прикладного спрямування при вивченні

математики виступають саме задачі прикладного характеру, але важливо правильно їх обирати для кожного уроку. Вони сприяють розвитку пам'яті, уваги, інтелектуальної культури, творчого мислення, є способом для реалізації міжпредметних зв'язків та виступають одним із засобів інтегрованого навчання.

РОЗДІЛ III. РОЗРОБКА ДИДАКТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ З ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

3.1. Математичні задачі в інтегрованому навчанні

Математика є одним із опорних предметів навчання, що забезпечує подальше вивчення інших дисциплін як природничого, так і гуманітарного циклу. Інтегроване навчання в свою чергу допомагає об'єднати певні теми навчальних предметів для їх цілісного, системного вивчення на уроках. Саме задачі, які виступають об'єктом вивчення, в той же час є і їх засобом, стають головним з'єднуючим елементом для забезпечення цієї інтеграції.

Інформатика й математика мають досить споріднені термінологічні зв'язки, причому інформатика виступає прикладом застосування уявного математичного апарата на практиці.

Програма курсу з інформатики передбачає вивчення програмних засобів навчального змісту майже в кожному класі. Все більш необхідним стає використання цих засобів на уроках алгебри та геометрії.

Електронні таблиці є одним із найважливіших, практично значимих стандартних програмних засобів. На практиці їх можна використати для побудови графіків функцій, діаграм, фігур, обчислення значення виразів.

Розглянемо задачі, які можна використати на інтегрованому уроці математики та інформатики з використанням табличного процесора та інших програмних засобів.

Задача 1. Результати дослідження добової температури 8 травня 2020 року подали таблицею.

Таблиця 3.1

Час спостереження (год.)	0	4	8	12	16	20	24
Значення температури °С	6	7	4	10	12	11	8

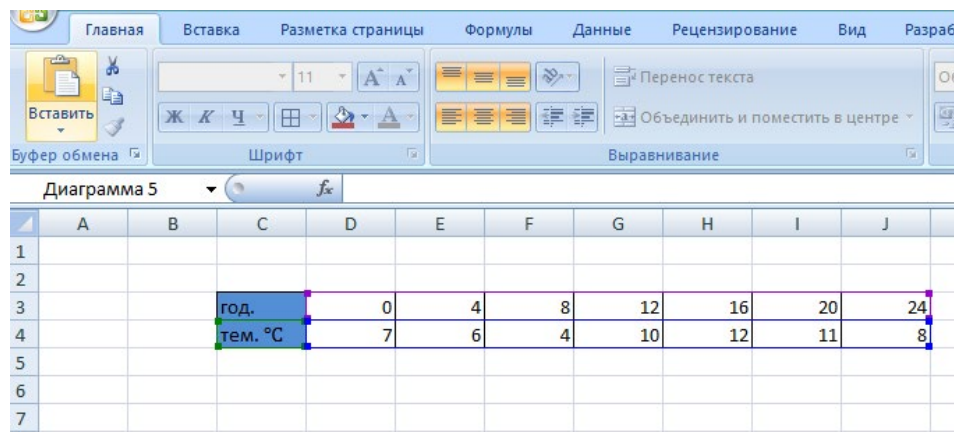
Вважаючи залежність між часом та температурою неперервною функцією, побудувати графік функції та визначити температуру о 17 годині та 10годині.

Розв'язання:

Для того щоб розв'язати дану задачу користуючись знаннями з математики потрібно побудувати графік функції, яка задана таблицею, тобто побудувати кожну точку (0;6), (4;7) (8;4), (12;10), (16; 12), (20;11), (24;8), де приймемо час спостереження за x , а значення температури y . Після побудови усіх точок їх потрібно з'єднати плавною лінією. Далі визначаємо по графіку значення функції y в точках, що відповідають 17 год. та 10 год.

Відповідь: о 10 год. температура повітря становила 7 °С, а о 17 год. – 12 °С.

Для розв'язання цієї задачі, використовуючи програмне забезпечення Microsoft Office Exel слід побудувати таблицю значень температури в певний період доби (Рисунок 3.1).



The screenshot shows the Microsoft Excel interface with a table titled 'Диаграмма 5'. The table has columns labeled A through J and rows numbered 1 through 7. The data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3			год.	0	4	8	12	16	20	24
4			тем. °С	7	6	4	10	12	11	8
5										
6										
7										

Рисунок 3.1. Таблиця для побудови графіка

Далі виділяємо дану таблицю та будуємо точкову діаграму (Рисунок 3.2).

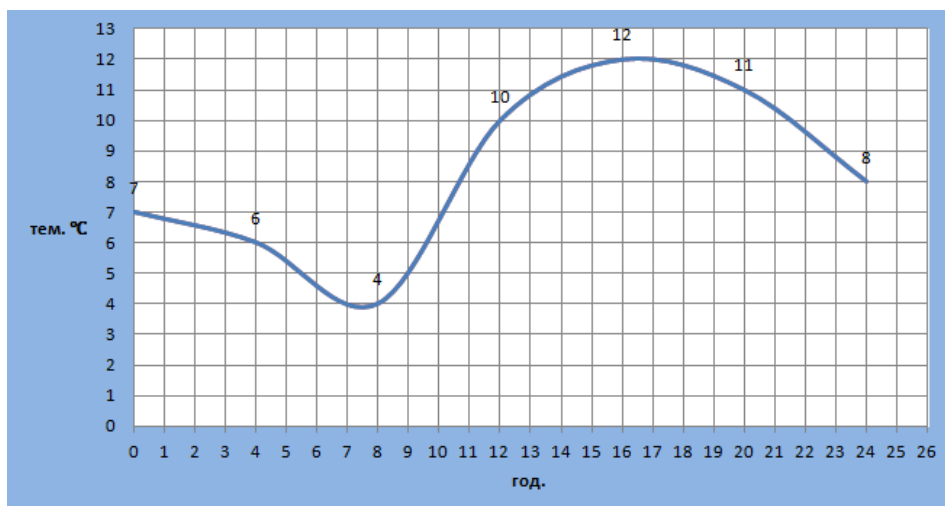


Рисунок 3.2. Графік залежності температур

По даному графіку визначаємо яка була температура о 17 год. та 10 год.

Відповідь: о 10 год. температура повітря становила 7 °C, а о 17 год. – 12 °C

Задача 2. Побудувати графік функції заданої формулою $y = x(6 - x)$, де $-1 \leq x \leq 5$.

Розв'язання:

Нехай функцію задано формулою $y = x(6 - x)$, де $-1 \leq x \leq 5$.

Складемо таблицю деяких відповідних значень аргументу й функції (Таблиця 3.2):

Таблиця 3.2.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	-7	0	5	8	9	8	5

Позначимо на координатній площині точки, координати яких указано в таблиці. З'єднаємо їх плавною лінією. Одержимо графік функції, заданої формулою $y = x(6 - x)$, де $-1 \leq x \leq 5$. Чим більше позначимо точок, що належать графіку і чим щільніше вони будуть розташовані, тим точніше буде побудований графік функції (Рисунок. 3.3).

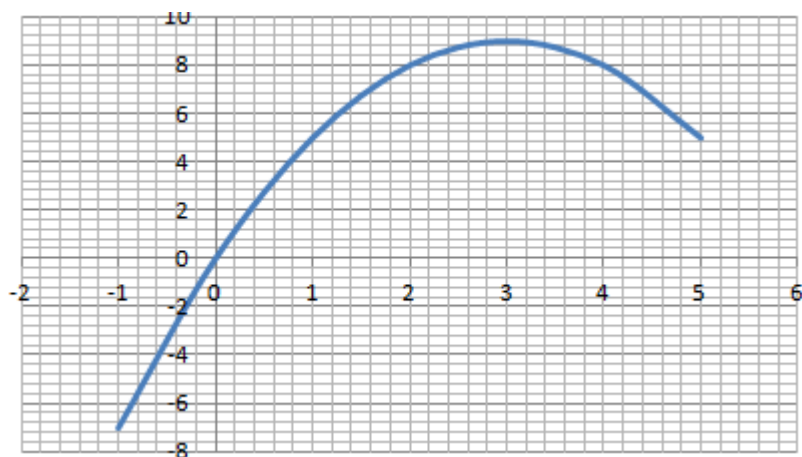


Рисунок 3.3. Графік функції $y = x(6 - x)$

Аналізуючи графік функції, ми можемо дізнатися, що функція додатна при $0 < x \leq 5$.

Для побудови графіка можна використати табличний процесор Microsoft Office Excel.

Для цього зайдемо в середовище табличного процесора.

У комірці A2 поставимо «x», в комірці B2 - «y». У комірці A3 запишемо найменше значення аргументу, в A4 – наступне значення і заповнимо комірки, виділивши 2 попередні і протягнувши по стовпцю до найбільшого значення аргументу(Рисунок 3.4).

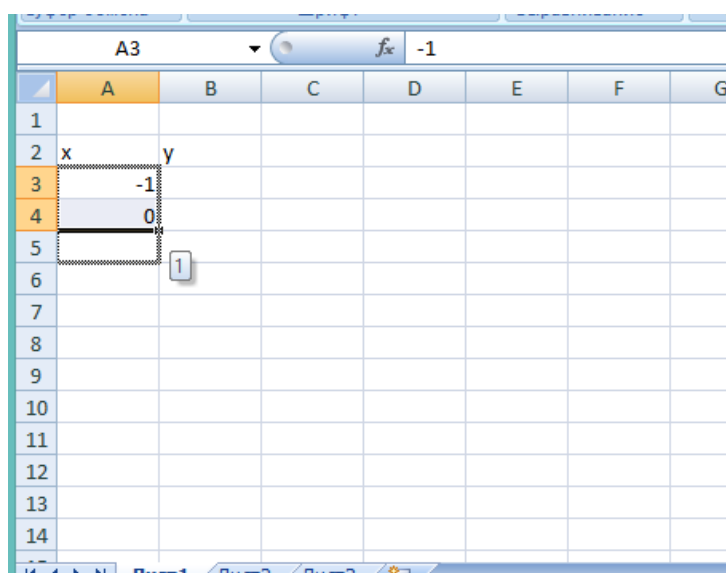


Рисунок 3.4. Автозаповнення комірок

У комірці B3 запишемо формулу для обчислення значення функції та натискаємо Enter(Рисунок 3.5).

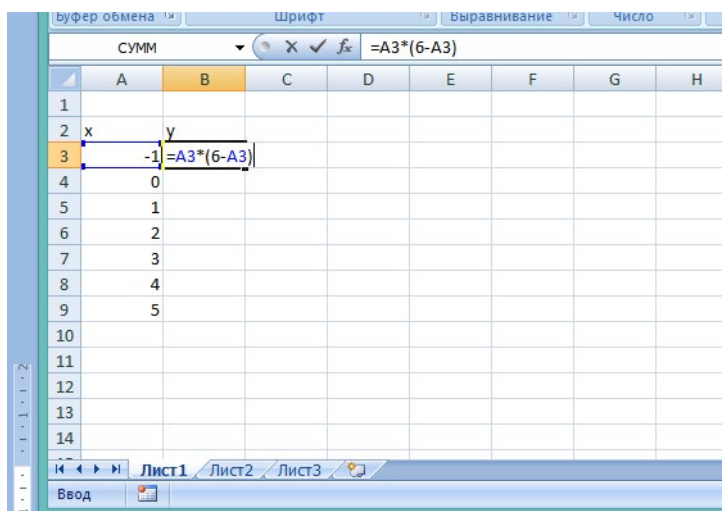


Рисунок 3.5. Ввід формули в комірку

Отриману формулу протягуємо по стовпцю й отримаємо таблицю для побудови графіка функції(Рисунок 3.6).

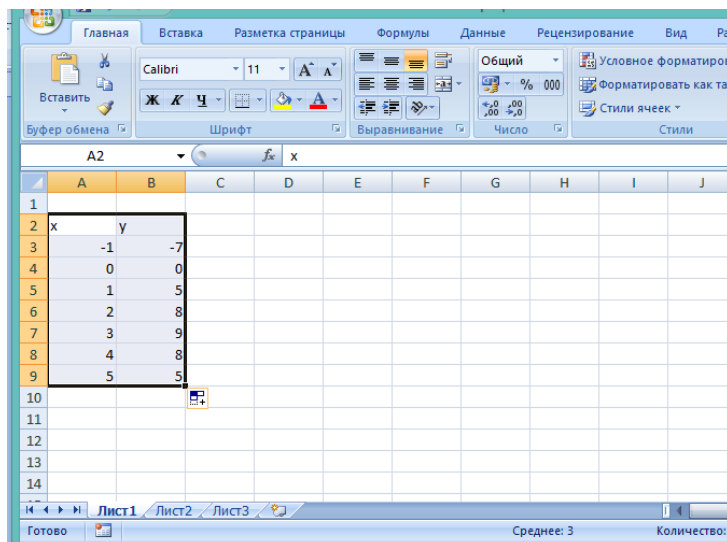


Рисунок 3.6. Таблица для побудови графіка функції.

Виділяємо одержану таблицю і будуємо точкову діаграму (Рисунок 3.7). В результаті одержали потрібний нам графік функції.

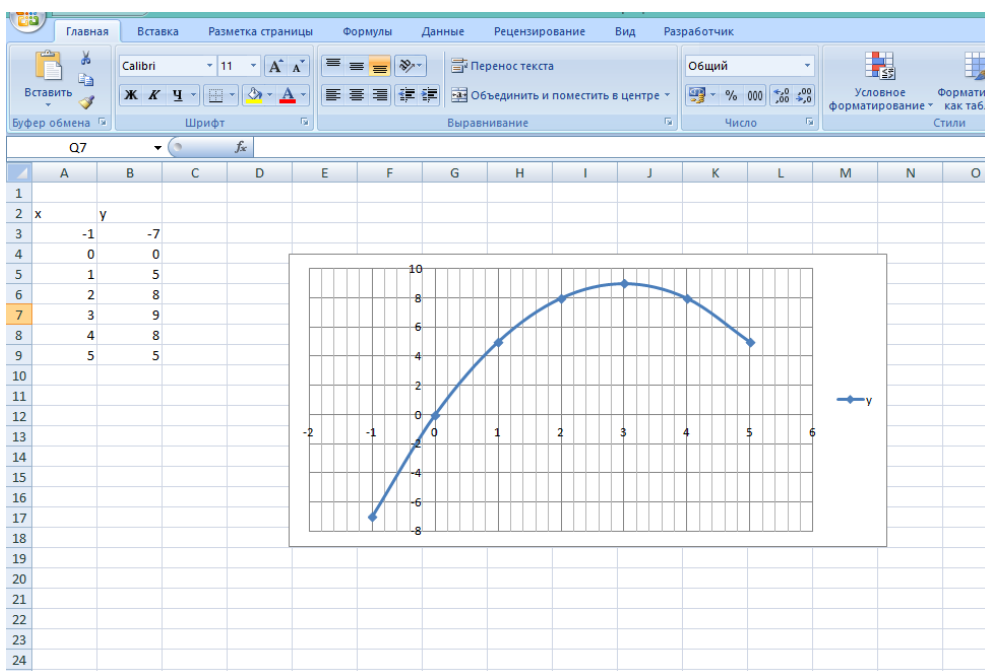


Рисунок 3.7. Графік функції.

Дана задача використана в конспекті уроку для 7-го класу на тему «Графік функції» в Додатку А.

Задача 3. (7 кл.) Побудувати графік та вказати область визначення функції, заданої формулою $y = x^2 - 2$. Побудувати в зошиті та з використанням програмного забезпечення Microsoft Office Excel.

Задача 4. (10 кл.) Побудувати графіки функцій в зошиті та з використанням табличний процесор Microsoft Office Excel чи будь-яким іншим програмним забезпеченням.

- а) $y = 3 \cos x$;
- б) $y = \cos 3x$;
- в) $y = \cos(x - 3)$;
- г) $y = \cos(x + 3)$.

Математика та фізика відносяться до технічних наук. Не знаючи математики учні не зможуть добре освоїти фізику. Підвищити якість знань з фізики можна шляхом формування в школярів певної бази математичних знань, понять, математичного мислення та організації, при цьому, інтегрованого навчання.

Навчання фізики засноване на математичному мисленні і одночасний процес використання математичних знань в даній предметній галузі сприяє розвитку якостей, що характеризують рівень розвитку індивідуальних інтелектуальних можливостей: компетентність, творчість, ініціатива, саморегуляція, індивідуалізація. Присутність даних якостей характеризує ефективність освітніх процесів.

На даному етапі розвитку освітньої системи вивчення математики та інших природничо-наукових предметів відбувається паралельно. Досить часто переплітаються фізика з математикою. В основному фізики користуються математикою як обчислювальним апаратом, а завдання викладання фізики ґрунтується на тому, щоб продемонструвати учням перехід від фізичних явищ і зв'язків між ними до їх математичного вираження і навпаки. Тому в процесі навчання як математики, так і фізики необхідно більше показувати застосування знань на багатому природничому матеріалі.

Розглянемо задачі, які можна використати на інтегрованому уроці математики та фізики.

Задача 1. Висота каменя, кинутого вертикально вгору зі швидкістю v_0 початкової висоти h_0 , мінняється за законом $x = h_0 + v_0 t - gt^{\frac{1}{2}}$.

- а) Знайти залежність $v(t)$;
- б) При $h_0 = 20\text{м}$, $v_0 = 8\text{м/с}$, знайти швидкість через 2 с;
- в) При якій висоті $v = 0$?

Розв'язання цієї задачі здійснюється спочатку з погляду фізики: виконується креслення, розставляються сили, розмірковують про характер руху тіла, записуються формули (які потрібно знати учням) і вже потім здійснюється обчислення задачі. Далі розв'язання задачі проводиться з математичної токи зору: за допомогою визначення похідної записується формула швидкості й робляться обчислення. Продемонстрований приклад показує учням не лише використання математики як засобу обчислення, але й яким чином похідна спрощує розв'язання фізичних задач.

Задача 2. Два хлопчика масою 20 кг і 40 кг стали на кінцях дошки, перекинутої через колоду. На якому місці дошка повинна мати опору, щоб хлопчики були в рівновазі, якщо довжина дошки 5 м?

Розв'язання:

Складемо пропорцію:

$$\frac{20}{30} = \frac{5 - x}{x}$$

$$20x = 30(5 - x)$$

$$20x = 150 - 30x$$

$$50x = 150$$

$$x = 3$$

Відповідь: дошка повинна мати опору на місці 3-х метрів.

Задача 3. Змішали 3кг гарячої води і 4 кг води з температурою 15°C . температурна суміш виявилася 50°C. Знайдіть температуру гарячої води?

Розв'язання:

Нехай:

$$3\text{кг} - t^{\circ} - 50^{\circ}$$

$$4\text{кг} - 50^{\circ} - 15^{\circ}$$

Тоді:

$$\frac{2}{3} = \frac{35^{\circ}}{t^{\circ} - 50^{\circ}}$$

$$2t^{\circ} - 100^{\circ} = 105^{\circ}$$

$$2t^{\circ} = 205^{\circ}$$

$$t^{\circ} = 102,5^{\circ}$$

Відповідь: температура гарячої води була 102,5°.

Задача 4. Обчисліть, яка кількість теплоти необхідна для того, щоб розплавити лід масою 30 кг і довести отриману воду до кипіння, якщо початкова температура льоду -10°C . Яку кількість гасу потрібно буде спалити для цього, якщо ККД теплової установки 30%?

Задача 5. Під час виготовлення дроби розплавлений свинець кидають з високої дроболиварної вежі і він потрапляє в бак з водою вже застиглими дробинками, температура яких 300°C . Скільки дроби було виготовлено, якщо 200л води нагрілося при цьому від 20°C до 50°C ? Втрати тепла становлять 25%.

Математика та біологія. Вивчення біології також неможливе без математичних знань. Ці два предмети також можна вдало інтегрувати на уроках, при цьому демонструючи їх зв'язок.

Вивчаючи на уроках математики обернено пропорційну залежність можна показати приклади з біології як обернено пропорційних так і обернених залежностей. Наприклад, числова кількість особин певного виду на деякій території і кількість корму; розміри тварин та їх рухова активність (слон і миша, ящірка і варан, горила і гамадрила); розміри тварин та їх плодючість (маленькі тварини дають більше потомства ніж великі); діаметр кровоносних судин і тиск крові в них (зі звуженням судин тиск збільшується). [52, с 3.]

Вивчаючи біологію рослин у 7-му класі досліджують види, склад насіння, співвідношення в ньому загальної кількості води, органічних та мінеральних речовин. Обравши дану тему для інтеграції, підібравши відповідні числові дані вчитель математики може розробити багато різних задач, зв'язуючи їх математичний зміст із матеріалом з біології. Також це можуть бути задачі на склад ґрунту. З математичної точки зору в цих задачах буде використаний матеріал про застосування дій з цілими та дробовими числами, відсотки, пропорції.

Розглянемо деякі види задач, які можна використати на інтегрованому уроці математики та біології.

Задача 1. Урожай зерна і стебел коноплі становить 75 ц з га, причому зерно становить 0,16 всієї маси врожаю. Скільки центнерів волокна можна зібрати з 1 га, якщо воно становить 0,3 маси стебел?

Розглянемо біологічний аналіз задачі:

1. Яке значення має стебло для рослин?
2. Які бувають види стебел у різних рослин?
3. По якій із частин стебла відбувається транспортування мінеральних та органічних речовин?

Математичний аналіз задачі

Зерна: 0,16 від 75 га

Стебла: $75 - 12 = 63$ ц

Волокно: 0,3 від 63 ц – 18,9 ц.

Відповідь: 18,9 ц волокна можна зібрати з 1 га.

Задача 2. Для визначення приросту насіння посіяли огірок. Із 300 посіяних насінин зійшло 240. Який відсоток насіння огірка дав паросток, тобто визначити відсоток приросту насіння?

Задача 3. У 90 кг картоплі сорту «Біла роса» знаходиться 17 кг крохмалю. Знайти відсоток вмісту крохмалю в даному сорті картоплі.

Задача 4. Немовля спить 22 години на добу витрачаючи всього 2 години для того щоб поїсти. Доросла людина спить в середньому приблизно 6-8 годин, старші – обходяться і 5 годинами. Визначте ці всі дані у відсотковому варіанті на добу.

Задача 5. Людське серце перекачує за добу близько 1т крові. Скільки тон крові перекачує людське серце за 2 роки? За 20 років?

Математика та географія. Зв'язки математики та географії можна спостерігати в декількох напрямках. Дисципліну «географію» починають вивчати в 6 класі, і в даному курсі є кілька тем, які тісно пов'язані з спорідненими темами з математики 5-6 класів, а тому їх можна вдало інтегрувати. Зв'язок курсу математики 6-го класу з фізичною географією

відбувається в процесі вивчення додатних і від'ємних чисел, координатної прямої та координатної площини.

Дані теми з математики можна об'єднати з такими темами з географії як: абсолютна висота, знаходження точки на карті за її координатами, зображення рельєфу на карті під час побудови шкали висот. Вимірювання кутів і користування транспортиром порівнюються з визначенням азимутів за компасом і картою, а ще в процесі вимірювання застосовуються знання про округлення чисел. Також завдання з географії по темі «Масштаб» досить тісно переплітається з математикою.

Розглянемо деякі приклади задач, які можна використати на інтегрованих уроках математики та географії.

Задача 1. Довжина крила комахи, яка намальована в масштабі 20 : 1, дорівнює 4 см. Яка його довжина насправді?

Розв'язання

Масштаб 20 : 1

Нехай d – довжина крила комахи, d (на малюнку) = 4 см;

Тоді

$$20:1 = 4:d \text{ (в природі).}$$

Отже,

$$20 = 4:d \text{ (в природі).}$$

$$d \text{ (в природі)} = 4 : 20 = 2 : 10 = 0,2 \text{ см} = 2\text{мм}$$

Відповідь: довжина крила комахи насправді 2 мм.

Задача 2. Відстань між двома населеними пунктами Ужгородом та Житомиром на карті, масштаб якої 1:5000000, дорівнює 12,8 см. Знайти реальну відстань між Ужгородом та Житомиром на місцевості.

Задача 3. Площа лісу на плані з масштабом 1:100000 має форму прямокутника зі сторонами 52 мм і 58. Обрахуйте площу лісу в гектарах.

Задача 4. Мінімальна температура повітря, яку було зареєстровано в пустелі Сахара становить -5°C , а максимальна – $55,4^{\circ}\text{C}$. Знайдіть різницю між мінімальною та максимальною температурою повітря в пустелі.

Задача 5. За даними статистики Державної служби, на 1 січня 2012 року в Україні постійно перебували 42,73 млн. чоловік, із них 69,1% - це міські жителі. Встановіть, яку кількість осіб становлять жителі міст. Отриману відповідь округліть до десятих.

3.2. Практична перевірка використання інтегрованого навчання на уроках математики

Метою дослідження було вивчення важливості розв'язування різних задач в процесі інтегрованого навчання, аналіз ефективності поєднання матеріалу математики з іншими навчальними дисциплінами.

Для цього було проведено практичну перевірку досліджуваної методики, яка здійснювалася на базі Рівненської ЗОШ І-ІІІ ступенів №22 у 11-у класі.

Завданнями практичної перевірки були наступні пункти:

- виявити вплив інтегрованого навчання на успішність учнів;
- підвищити ефективність навчання математики;
- покращити загальну культуру розумової діяльності;
- залучити всіх школярів до процесу розв'язування задач.

Практична перевірка проводилася в три етапи.

На першому етапі для здійснення даної перевірки була проаналізована наукова, педагогічна та методична література, інтернет-ресурси, підібрані правильні методи та засоби навчання для досягнення поставленої мети, визначались конкретні завдання та був складений алгоритм подальшої роботи.

На другому етапі практичної перевірки, учням в ході дослідження на уроках алгебри та геометрії для підвищення ефективності навчання математики, покращення загальної культури розумової діяльності та розвитку мислення були запропоновані задачі інтегрованого змісту і проводився

інтегрований урок. На уроках до процесу розв'язування задач та інших моментів заняття були залучені всі учні.

Для формування знань шляхом розв'язування задач, був підібраний та проведений інтегрований урок з математики та фізики на тему «Застосування похідної при вивченні гармонічних коливань». Інтегрований урок включав різні завдання, які були розв'язані математичними методами та засобами фізики. Конспект проведеного уроку представлений в Додатку Г.

На даному етапі роботи розроблялися методичні рекомендації, щодо проведення інтегрованих уроків, підбиралися оптимальні методи та форми роботи на уроці.

На третьому етапі для оцінки результатів ефективності проведення інтегрованих уроків учням була запропонована анкета, яка подана в Додатку Д. На цьому етапі формувалися певні особливості розв'язування задач в процесі інтегрованого навчання та перевірялася гіпотеза дослідження про важливість застосування такого виду навчання на уроках та його доцільність.

Результати опитування показали наступні результати:

- учням сподобалися інтегровані уроки та задачі інтегрованого змісту;
- покращилася успішність учнів;
- зросла зацікавленість школярів у розв'язуванні задач;
- відбулась активізація пізнавальної діяльності;
- учні стали краще розуміти матеріал.

Проаналізувавши результати практично перевірки, можна зробити висновок про доцільність використання інтегрованих уроків, та важливість розв'язування різних видів задач.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі розглянуто методику розв'язування задач з математики в процесі інтегрованого навчання. Продемонстровано теоретико-методичні основи даної теми, підібрані різноманітні види задач, досліджені дидактичні особливості та історичний аспект процесу інтегрованого навчання і його сутність, проаналізовано методику та особливості проведення інтегрованих уроків, підібрано фрагменти інтегрування уроків математики з іншими навчальними дисциплінами, наведені різні приклади задач та способи їх розв'язування, розроблені інтегровані уроки.

Тема дослідження є досить актуальною на даному етапі розвитку освіти. Адже зараз спостерігається зростання складності навчального матеріалу, а також значне збільшення об'єму необхідної інформації та скорочення кількості годин, що відведені на її освоєння. Через це сучасна система освіти НУШ обрала новий, оптимальний шлях для розв'язання цієї проблеми – це застосування інтегрованого навчання.

Використання в освітньому процесі такого виду навчання дозволяє формувати у школярів якісні, нові знання. Саме інтеграція дисциплін є одним із важливих напрямків пошуку нових педагогічних рішень для ефективного розумового впливу педагогів на школярів. Це сприяє тому, що школярі зможуть одержувати більше знань та сформувати повне, цілісне бачення світу з різної точки зору, адже вони будуть вивчати об'єкти та явища з декількох сторін, навчатися розв'язувати реальні задачі використовуючи знання з різних навчальних предметів.

Розв'язування задач як основний засіб інтегрованого навчання при вивченні математики допомагає продемонструвати явища та об'єкти вивчення з декількох сторін, частково подолати суперечність між різними знаннями з предметів та потребою у їх комплексному використанні в практичних цілях та житті школярів, а також показати зв'язок між шкільними дисциплінами.

Правильна реалізація принципу інтеграції в навчальному процесі сприяє досягненню поставлених життєвих цілей, отриманню якісної,

конкурентоспроможної освіти.

Інтеграція навчального матеріалу сприяє розвитку творчості учнів, інтелектуальних вмінь, дозволяє їм застосовувати отримані знання в реальних умовах, є важливим засобом формування особистісних якостей.

Загальна дидактична система інтегрованого навчання дозволяє усунути дублювання навчального матеріалу, забезпечує єдиний підхід до здобуття цілісних знань під час вивчення конкретної теми.

Інтегрований урок має свої характерні властивості - це чіткість, системність, логічна побудова навчального матеріалу, лаконічність, стислість, зрозумілість, інформативність, повнота подання інформації. Структура інтегрованого уроку та форми можуть варіюватись в залежності від поставлених мети і завдань.

Різні математичні задачі відіграють досить важливу роль в освітньому процесі. Розв'язуючи задачі, учні вчаться застосовувати набуті знання на практиці в повсякденному житті. Різні способи розв'язування однієї задачі є прикладом інтегрованого навчання. Для інтеграції навчання доцільним буде застосовування задач прикладного характеру на уроках математики, щоб розвивати творчий потенціал та активізувати пізнавальну діяльність учнів.

Хоч і принцип інтеграції став головним принципом реформування освіти в Україні, але сама проблема інтеграції як однієї з форм організації освітнього процесу, на сьогоднішній час, є недостатньо вивченою.

В результаті проведення роботи були вирішені всі поставлені завдання, і, тим самим, досягнута основна мета.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Адріанова В.Л. Біологія: розв'язування задач з генетики. Київ. Либідь. 1996.
2. Бабій Н.М. Способи розв'язування задач із математики як засіб інтегрованого навчання в школі. *Математика в школах України*. 2019. № 13-15 (601-603) травень. С. 8- 12.
3. Бевз Г. П. Методика викладання математики: навч. посібник. - 3-тє вид., перероб. і допов. Київ: Вища шк., 1989. 367с.
4. Бевз Г.П. Алгебра: проб. підруч. для 7-9 кл. серед. шк. -3-є вид. Київ. Освіта , 2000. 304 с.
5. Бекетова Є., Коцюруба О. Графік функції (інтегрований урок для 7 класу). *Математика в рідній школі*. 2018. №2. С. 22-24.
6. Вегера Н. С. Інтегровані уроки в початковій школі (Серія «Відкритий урок»): посібник. Тернопіль–Харків: Ранок, 2010. 160 с.
7. Віткалова Н. Інтегрований урок з теми «Застосування методів теорії ймовірностей у задачах з генетики», 11 клас (математика та біологія). *Математика в школі*. 2006. №8. С. 4-8.
8. Возна М. Гром'як М. Про встановлення взаємоузгодженості програм математики та суміжних дисциплін . *Математика в школі* . 2003. №6. С. 8-11.
9. Гломозда В. Взаємодія тем інтегративного характеру як спосіб здійснення міжпредметних зв'язків. Педагогіка: респ. наук.-метод. зб. Київ, 1991. №. 30. С. 17–21.
10. Дерипаско А. А. Роль и место прикладных задач в процессе обучения математике. *Молодой ученый*. 2019. № 31 (269). С. 130-131. URL:<https://moluch.ru/archive/269/61849/>.
11. Жук Ю.О., Шишкіна М.П. Електронний підручник та проблема систематики комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання. *Нові технології навчання*. 2000. № 25. С. 44-49.
12. Залівна І.С. Застосування нерівностей до розв'язування текстових

- задач. *Математика в школах України 2020*. №31-33 (655-657) листопад. С. 5-12.
13. Зельова А. І., Ковпак Я. О., Інтегрований урок з алгебри та фізики в 11 класі. *Математика в рідній школі*. 2015. № 9. С. 26-28.
14. Іванчук М. Г. Основи технології інтегрованого навчання в початковій школі: навч. - метод. посібн. Чернівці: Рута, 2001. 97 с.
15. Іванчук М.Г. Інтегроване навчання: сутність та виховний потенціал. (Виховання особистості молодшого школяра в умовах інтегрованого підходу до навчання) / М. Г. Іванчук. – Чернівці : Рута, 2004. 359 с.
16. Іванчук М.Г. Інтегрований урок як специфічна форма організації навчання. *Початкова школа*. 2004. № 5. С.10-13.
17. Іванчук М.Г. Формування і розвиток особистісного потенціалу школяра в процесі інтегрованого навчання. *Психологія: зб. наукових праць*. Київ: КПУ імені М.П. Драгоманова, 2003. Вип. 19. С.127-131
18. Ілліш С.Д. Інтегрований підхід до навчання у початковій школі, його педагогічна цінність С.57-65. URL: <http://informatic.org.ua/fr/1/57-65.pdf>.
19. Ільченко В.Р. Інтеграція змісту освіти та сучасні проблеми загально-освітньої школи. *Імідж сучасного педагога*. 2002. № 2(21). С. 14-17.
20. Кірсанова В.О. Технологія інтеграції у навчально-виховному процесі. *Математика (Перше вересня)*. 1999. № 1. С. 4.
21. Клочко А.О. Інтегрований підхід як сучасна форма організації навчального процесу.
URL:https://seanewdim.com/uploads/3/4/5/1/34511564/klochko_a_integrated_approach_as_a_modern_form_of_learning_process..pdf
22. Козловська І.М. Теоретико-методологічні основи інтеграції знань у навчальному процесі: основи дидактичної інтегродології. *Молодь і ринок*. 2012. №11 (94). С. 32.

23. Коломієць А.М., Коломієць Д.І. Міжпредметні зв'язки у контексті проблеми інтеграції. *Педагогіка і психологія професійної освіти*. Львів, 1999. № 2. С.61-66.
24. Коменський Я.А. Велика дидактика. Москва. Радуга. 1955 .420с.
25. Максименко В.П. Дидактика: курс лекцій: навч. посіб.. Хмельницький: ХмЦНП, 2013. 222 с.
26. Максимюк С.П. Педагогіка : навч. посібн. Київ: Кондор, 2005. 667 с.
27. Малафійк І.В. Дидактика: навчальний посібник. Київ: Кондор, 2005. 397 с.
28. Масол Л.М. Загальна мистецька освіта: теорія і практика: монографія. Київ: Промінь, 2006. 432 с.
29. Математика 5 кл. / Тарасенкова Н.А. та ін. 2-ге вид. допов. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 240 с.
30. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів (академічний та профільний рівень). Харків: Гімназія. 2011. 431с.
31. Методика викладання математики в середній школі: навч. посібн. для пед. ін-тів за спец. 2104 «Математика» і 2105 «Фізика» / Черкасов Р.С. та ін. Харків: Основа, 1992. 304 с.
32. Михайлюк Т.В. Особливості проведення інтегрованих уроків з використанням електронних засобів навчання у початковій школі. Біла Церква, 2014. 47 с.
33. Моргун В.Ф. Інтеграція та диференціація освіти: особистісний та технологічний аспекти. *Постметодика*. 1996. № 4. С. 9-10
34. Насадюк Т.О. Використання прикладних задач під час вивчення довжини кола та площі круга. *Математика в школах України*. 2020. №31-33 (655-657). С. 19-20.
35. Нова українська школа. URL: <https://mon.gov.ua/ua/tag/nova-ukrainska-shkola>

36. Овчар О. Методи розв'язування прикладних задач на уроках математики. *Молодь і ринок*. 2010. № 10(69). С. 145-150.
37. Пазиненко С.В. Збірник прикладних задач ДЛІЯ 5-6-Х КЛАСІВ «Математика навколо нас»: Збірник задач для вчителів математики і учнів загальноосвітніх шкіл. URL: <https://naurok.com.ua/zbirnik-prikladnih-zadach-93930.html> ст12- 14
38. Петрушина Л. Дидактична гра як засіб пізнавальної діяльності. *Така проста гра*. 2005. № 2. С.28-30.
39. Савченко О.Я. Дидактика початкової школи: підручник для студ. пед. Факультетів. Київ: Генеза, 2002. 368 с.
40. Светловская Н.Н. Об интеграции как методическом явлении и ее возможностях в начальном обучении. *Начальная школа*. 1990. № 5. С. 57-58.
41. Селевко Г.К. Модели интеграции содержания учебных дисциплин: Энциклопедия образовательных технологий. Москва: НИИ образовательных технологий, 2006. Т.1. С. 479–488.
42. Сердюкова М.С. Интеграция учебных занятий в начальной школе. *Начальная школа*. 1994. № 11. С. 45-49.
43. Сиротюк В.Д., Баштовий В.І. Фізика: підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Харків: Сиція. 2011. 304с.
44. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. - 2-ге вид., допов. і переробл. К.: Вища шк., 2006. 582 с.
45. Соколенко Л.О., Філон Л.Г., Швець В.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум. навч. посібн. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. 128 с.
46. Способи розв'язування текстових задач. URL: https://studopedia.com.ua/1_212132_sposobi-rozvyazuvannya-tekstovih-zadach.html.
47. Степанчук А.В., Гадюк Т.В. Інтеграція природничих дисциплін у школі. *Педагогіка і психологія*. 1996. №1. С. 18-24.

48. Тарасенкова Н.А. Математика: підруч. для 6 класу загальноосвіт. навч. закл. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2014. 304 с.
49. Технологія інтегрованого навчання, особливості її застосування на уроках математики у початковій школі. URL: <http://ifreestore.net/4756/23/>.
50. Фіцула М.М. Педагогіка: навч. посібник для студ. вищих пед. закладів освіти. Київ: вид. центр «Академія», 2000. 554 с.
51. Яковлева Л. Інтеграція як чинник розвитку пізнавальної активності учнів.
URL:http://library.udpu.org.ua/library_files/psuh_pedagog_probl_silsk_shkolu/42_2/visnuk_14.pdf)
52. Князева О. Інтеграція знань – біологія і математика. *Біологія*. 2006. №1. С.3-6.

ДОДАТКИ

Додаток А

Інтегрований урок з математики та інформатики для 7 класу на тему:

«Графік функції»

Тема: Графік функції

Мета: сформувати в школярів уявлення про поняття графіка функції, навчити будувати й робити аналіз графіків різних функцій, аналізувати за графіками функцій різні процеси, які описуються ними, здатність розуміти функцію як певну математичну модель дійсного процесу, здобувати вміння будувати графіки функцій у середовищі табличного процесора, вміти використовувати програмне забезпечення для полегшення математичних обчислень.

Розкривати міжпредметні зв'язки, розвивати просторову уяву, мислення, навички роботи в середовищі табличного процесора, навички творчо-пошукової самостійної роботи.

Виховувати вміння проявляти ініціативу, сумлінність, розширювати інтерес до математики та інформатики.

Тип уроку: інтегрований урок з математики та інформатики.

Хід уроку

I. Організаційний момент

Вступне слово вчителя. Перевірка учнів до готовності уроку; озвучення плану роботи на занятті.

II. Перевірка домашнього завдання

Спільна перевірка домашнього завдання за отриманим зразком: учні, одержавши правильні варіанти розв'язання перевіряють вправи домашнього завдання сусіда по парті.

III. Мотивація навчальної діяльності

Розберемо задачу. Нехай маємо функцію, що задана формулою $y = 4 - x^2$, при $-3 \leq x \leq 3$. При яких значеннях x функція може набувати додатних

значень? При яких значеннях x функція може набуває від'ємних значень? Як ви гадаєте, якщо ви побачили побудований графік цієї функції чи змогли б дати відповідь на ці запитання? Таким чином, щоб правильно аналізувати графік, нам необхідно навчитися його будувати.

IV. Актуалізація опорних знань

Інтерактивна вправа «*Мозковий штурм*»

1. Визначити область визначення функції, яка задана за допомогою формули $y = x^2 + 5$.
2. Чи є таке відповідне значення аргументу, при якому функція $y = \frac{1}{x}$ дорівнює 0?
3. Чи існує таке значення аргументу, при якому функція $y = x^2 + (x - 1)^2$ дорівнює 0?
4. Якого значення може набуде функція $y = -x + 1$ при $x = -1$; $x = 2$?
5. Чи належить графіку заданої функції точка $A(3; -4)$?

V. Вивченого нового матеріалу

На уроці ми будемо вивчати неперервні функції, які, по-перше, складаються з точок, що тісно розташовані одна біля іншої; по-друге, перехід від однієї точки до другої є настільки плавним, що лінії які показують графіки, є або плавними кривими, або ж частинами цих прямих (відрізками, променями тощо).

Графіком функції називається сукупність точок координатної площини, абсциси яких дорівнюють значенням аргументу функції, а ординати – відповідним значенням функції.

Щоб побудувати графік будь-якої функції, потрібно скласти табличку декількох значень її аргументу і знайти їх відповідні значення функції. Потім отримані в результаті точки наносимо на координатну площину і з'єднують їх плавною лінією.

Користуючись графіком функції можна шукати значення функції в інших точках координатної площини. Для цього потрібно знайти на осі абсцис

потрібне значення аргументу, а далі відшукати відповідне цій точці графіка значення функції (ординату точки).

Користуючись графіком можна також з'ясувати, при яких значеннях x функція набуває додатних значень (для яких значень x графік функції лежить вище осі абсцис), і при яких – від'ємних (при яких значеннях x графік функції лежить під віссю абсцис), а також знайти мінімум і максимум функції (якщо вони є).

Покажемо, яким чином можна побудувати графік заданої функції, яку представлено формулою (пояснює вчитель математики).

Нашу функцію задано за допомогою формули $y = x(6 - x)$, де $-1 \leq x \leq 5$.

Складемо таблицю деяких відповідних значень аргументу й функції:

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	-7	0	5	8	9	8	5

Побудуємо прямокутну систему координат. Позначимо на координатній площині точки з координатами що вказано в таблиці. З'єднаємо дані точки плавною лінією. Отримаємо графік функції, заданої формулою $y = x(6 - x)$, де $-1 \leq x \leq 5$. Чим більше ми знайдемо і позначимо точок, що належать нашому графіку і чи щільніше вони будуть розташовані, тим точніше вдасться побудувати графік функції (Рис. 1).

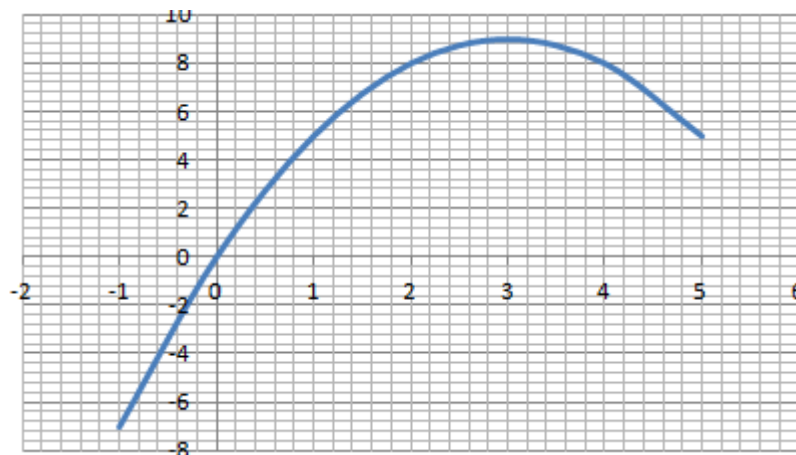


Рисунок 1. Графік функції $y = x(6 - x)$

Аналізуючи даний графік функції, ми можемо дізнатися, що наша функція додатна в межах $0 < x \leq 5$.

Пояснює вчитель інформатики.

Для того щоб легше побудови графік функції можна застосувати табличний процесор Microsoft Office Excel.

Для цього зайдемо в середовище табличного процесора.

У комірці під номером А2 зафіксуємо в комірці В2 зафіксуємо «у». У комірці А3 зафіксуємо найменше значення «х», я аргументу, в А4 – наступне значення і заповнимо комірки, виділивши 2 попередні і протягнувши по стовпцю до найбільшого значення аргументу(Рис. 2).

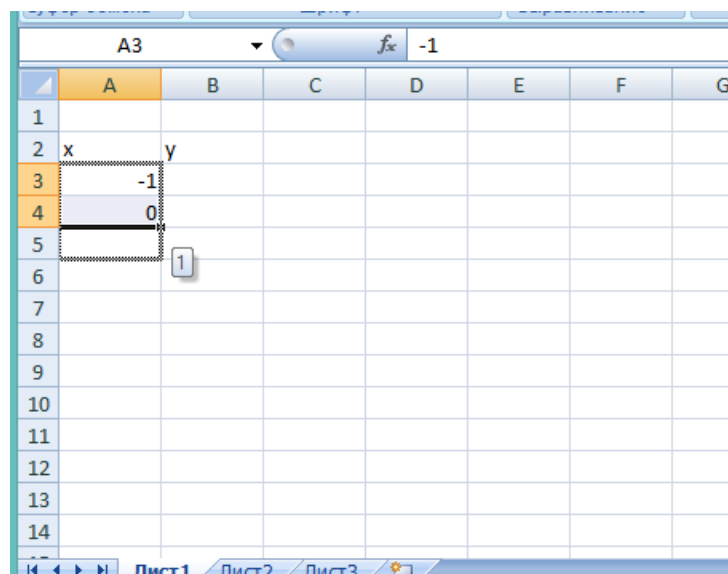


Рисунок 2. Автозаповнення комірок

У комірці В3 записуємо дорівнює і нашу функцію, замість «х» вибравши комірку з її значенням, а для обчислення значення функції натискаємо Enter(Рис. 3).

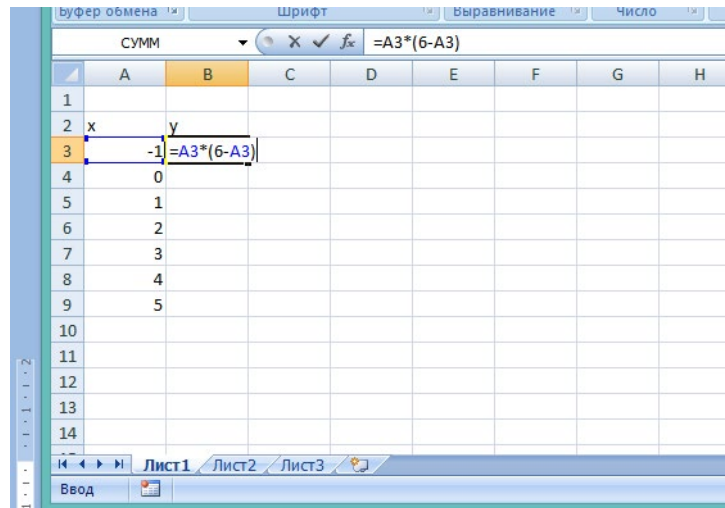


Рисунок 3. Ввід формули в комірку

Отриману формулу протягуємо по стовпцю й отримаємо таблицю зі значеннями функції в точці для побудови нашого графіка функції(Рис. 4).

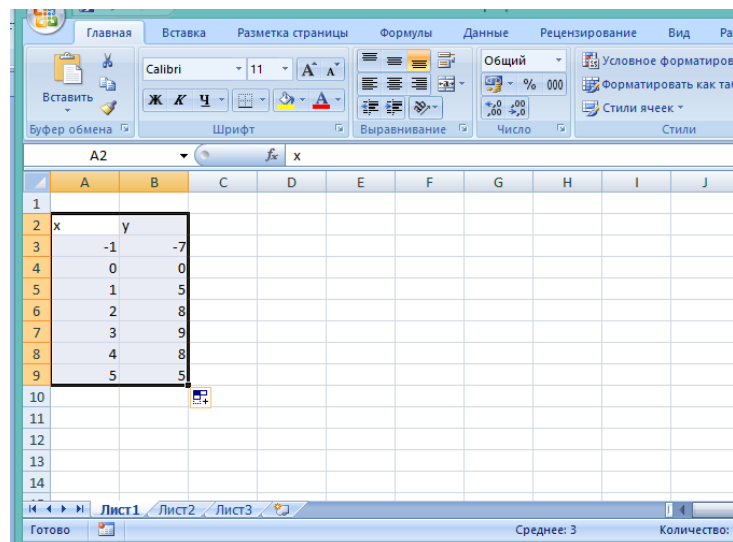


Рисунок 4. Таблиця для побудови графіка функції.

Виділяємо таблицю і будуємо точкову діаграму (Рис. 5). Отриманий графік можна аналізувати.

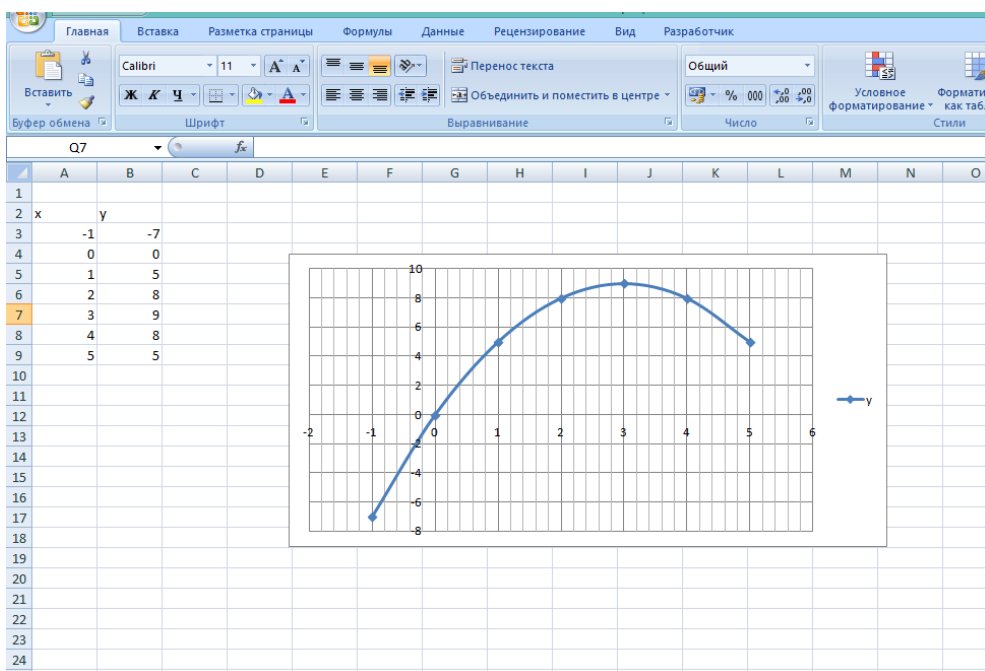


Рисунок 5.Графік функції.

Якщо функцію задано таблично, то значення в стовпець «у» записують вручну і далі всі побудови виконуються аналогічно.

VI. Закріплення знань учнів. Відпрацювання навичок

Виконання письмових вправ в зошит та на комп'ютері.

Завдання 1 . Виконайте вправи.

2. Побудуйте графік функції, яку задано формулою:

1) $y = x^2 + 2x$, де $-3 \leq x \leq 2$.

2) $y = \frac{8}{x}$, де $1 \leq x \leq 8$.

3. За допомогою табличного процесора Microsoft Office Excel побудуйте графік функції:

1) $y = x^2 - 4x$, де $-3 \leq x \leq 3$.

2) $y = 3x - 6$, де $-3 \leq x \leq 2$.

Завдання 2. Результати дослідження добової температури 10 квітня 2019 року подали таблицею.

Час спостереження (год)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
-------------------------	---	---	---	---	----	----	----	----	----

Значення температури	7	6	5	9	10	12	8	7	5
----------------------	---	---	---	---	----	----	---	---	---

Вважаючи залежність між часом та температурою неперервною функцією, побудувати графік функції, та визначити температуру о 6 годині та 17 годині.

VII. Підсумки уроку

На сьогоднішньому уроці ми спробували розібратися та зрозуміти поняття графіка функції, навчилися будувати й здійснювати аналіз побудованого графіка функцій у зошиті, вручну та використовуючи прикладне програмне забезпечення на комп'ютері, характеризувати за графіками функцій процеси, які вони описують та властивості даних функцій.

VIII. Домашнє завдання

Завдання 1. Побудуйте графік функції (в зошит та в Microsoft Office Excel), заданої формулою, склавши попередньо таблицею значень із кроком 1. Порівняйте графіки в зошиті та на комп'ютері (за видом функції та видом графіка). Які висновки ви можете зробити?

1) $y = -2x$, де $-3,5 \leq x \leq 4$;

2) $y = -x + 5$, де $1 \leq x \leq 5$;

3) $y = \frac{1}{2}x + 3$, де $-2 \leq x \leq 2$.

Завдання 2. Графіком функції є ламана KLMN, причому K(-4; 4), L(-2; 2), M(2; 7), N(3; 3). Накресліть графік функції та заповніть таблицю:

x	-3				1,25	2,5	
y		3,5	2				3

Яка область визначення та область значень функції?

Додаток Б

Фрагмент інтегрованого уроку з хімії та математики на тему:

«Розрахункові задачі на розчини» 9 клас

Задача з хімії. Приготувати 9%-ий розчин солі (NaCl) масою 200 г.

Дано:

$$m_{\text{розчину}} = 200\text{г}$$

$$w(\text{NaCl}) = 9\%$$

Знайти:

$$m_{\text{солі}} = ?$$

$$m_{\text{води}} = ?$$

Розв'язання

$$w = \frac{m_{\text{солі}}}{m_{\text{розчину}}}, m_{\text{солі}} = w \cdot m_{\text{розчину}} = 0,09 \cdot 200 = 18(\text{г})$$

$$m_{\text{води}} = m_{\text{розчину}} - m_{\text{солі}} = 200 - 18 = 182(\text{г})$$

Відповідь: $m_{\text{солі}} = 18$ (г), $m_{\text{води}} = 182$ (г).

Задача з математики. Скільки необхідно взяти солі і скільки води, щоб отримати 200 г 9% розчину солі?

Розв'язання

$$200 \text{ г} - 100\%$$

$$x \text{ г} - 9\%$$

$$1) \frac{200}{x} = \frac{100}{9}$$

$$x = \frac{200 \cdot 9}{100} = 18 \text{ (г)} - \text{ солі.}$$

$$2) 200 - 18 = 182(\text{г}) - \text{ води.}$$

Відповідь: 18 (г) солі, 182 (г) води.

Додаток В**Інтегрований урок з алгебри і фізики в 11 класі**

Тема: застосування похідної при вивченні гармонічних коливань

Мета.

Дидактична:

- навчити визначати фізичні величини, які описують рух у будь-який момент часу;
- вивчити фізичний зміст величин, що входять у рівняння гармонічного коливання, показати міжпредметний зв'язок областей математики, фізики, музики.

Розвивальна:

- розвивати дослідницьку та пізнавальну діяльність учнів, комунікативні здібності учнів.

Виховна:

- виховувати охайність, культуру поведінки та мови;
- сприяти розширенню кругозору учнів.

Задачі уроку:

- розвивати дослідницьку та пізнавальну діяльність учнів;
- показати практичне застосування похідної при вивченні законів фізики;
- показати взаємозв'язок між основними поняттями фізики та алгебри;
- розвивати комунікативні здібності учнів.

Тип уроку: вивчення і закріплення нових знань.

Обладнання: комп'ютер, інтерактивна дошка, гітара.

План уроку

1. Вступне слово вчителя. Постановка цілей уроку. (2 хв)
2. Мотивація навчальної діяльності. (3 хв)
3. Актуалізація опорних знань учнів. (5 хв)
4. Сприймання та усвідомлення нового матеріалу. (10 хв)
5. Формування практичних умінь та навичок. (20 хв)

6. Підсумок уроку. (3 хв)

7. Домашнє завдання. (2 хв)

Хід уроку

1. Вступне слово вчителя. Постановка цілей уроку

Учитель фізики. Великий М. Лобачевський говорив: «Усе в природі підлягає вимірюванню, все може бути пораховано...»

Учитель математики. І таку можливість дає нам математика. За думкою С. Ковалевської: «Серед усіх наук, які відкривають людству шлях до пізнання законів природи, наймогутніша, найвеличніша наука - математика».

Учитель фізики. Навіть знаменитий Альберт Ейнштейн писав: «Наш досвід переконує нас, що природа - це реалізація найпростіших математичних ідей».

Учитель математики. Леонардо да Вінчі був переконаний, що «ніякої достовірності нема в науках там, де не можна застосувати жодної з математичних наук, і в тому, що не має зв'язку з математикою».

Учитель фізики. Я сподіваюся, що за допомогою знаменитих учених, вислови яких було процитовано, ми переконали присутніх у доцільності проведення інтегрованого уроку математики та фізики.

2. Мотивація навчальної діяльності

Лунає музика

Учитель математики. Приємно розпочати урок з такого прекрасного музичного супроводу.

Учитель фізики. Ще за давніх часів люди помічали, що звуки впливають на загальне самопочуття людини, і музикою навіть лікували деякі хвороби. Музиці почали приписувати якусь навіть магічну силу. Залежно від відчуттів, грецькі лікарі користувалися системою музичних ладів.

Учитель математики. Сподіваюся, ця магічна сила нам сьогодні допоможе.

Учитель фізики. Як ви гадаєте, що пов'язує між собою звучання струни, рух маятника, найрізноманітніші біоритми живих організмів?

Відповідь учня. Це приклади коливань: вільних, вимушених та автоколивань.

Учитель математики. Щоб описати їх, поставити на службу людям, треба побудувати математичну модель таких явищ.

3. Актуалізація опорних знань учнів

Учитель фізики. Наведіть приклади коливальних рухів.

Відповідь учнів: рух тіла по колу, рух голки швейної машини, коливання гілки дерева під дією вітру, коливання струн музичних інструментів.

Учитель математики. Які функції в математиці змінюються періодично?

Відповідь учнів: у математиці змінюються періодично функції синуса, косинуса, тангенса і котангенса.

Учитель фізики. Які коливання називаються гармонічними?

Відповідь учня. Періодичні зміни фізичної величини залежно від часу, які відбуваються за законом синуса або косинуса, називаються гармонічними коливаннями, Рівняння гармонічних коливань

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ або } x = A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Учитель математики. Назвіть основні характеристики гармонічних коливань.

Відповідь учня: основні характеристики гармонічних коливань:

A - амплітуда коливань; характеризує найбільше відхилення точки, що коливається від положення рівноваги;

$\omega t + \varphi_0$ - фаза коливань, яка визначає стан коливальної системи у будь-який момент часу [рад];

φ_0 - початкова фаза коливань [рад];

ω - кутова швидкість [рад/с];

t - час [с];

T - період коливань [с] - це час, за який тіло здійснює одне повне коливання;

v - частота коливань [s^{-1}] - показує, скільки коливань здійснює тіло за 1 с.

Учитель математики. Сформулюйте означення похідної.

Відповідь учня: похідною функції f у точці x_0 називають число, яке дорівнює границі відношення приросту функції f у точці x_0 , до відповідного приросту аргументу за умови, що приріст аргументу прямує до нуля.

Похідну функції $y = f(x)$ у точці x , позначають так: $f'(x_0)$ або $y'(x_0)$

Тоді можна записати:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x},$$

або

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}.$$

Учитель фізики. Який механічний зміст має похідна?

Відповідь учня: коли $y = s(t)$ - закон руху матеріальної точки по координатній прямій, то її миттєва швидкість у момент часу t , дорівнює похідній функції $y = s(t)$ у точці t , тобто

$$v(t,) = S'(t,).$$

Ця рівність виражає механічний зміст похідної.

Учитель математики. Як знайти похідні тригонометричних функцій?

Відповідь учня: функції є диференційованими і їх похідні знаходять за такими формулами:

$$(\sin x)' = \cos x; (\cos x)' = -\sin x.$$

Учитель математики. Як знайти похідну складеної функції?

Відповідь учня: знаходити похідну складеної функції можна за допомогою теореми.

Теорема (похідна складеної функції). Якщо функція $t = g(x)$ диференційована в точці x_0 , а функція $y = f(t)$ диференційована в точці t_0 , де $t_0 = g(x_0)$, то складена функція $y = f(g(x))$ є диференційованою в точці x_0 , причому $y'(x_0) = f'(t_0) \cdot g'(x_0)$.

Учитель фізики. Для успішного засвоєння теми уроку проведемо невеличку розминку. Дописати невідомі величини (учні по черзі виходять до дошки):

$$1) T = \frac{?}{\omega};$$

$$2) ? = \frac{1}{?} = \frac{\omega}{2\pi};$$

$$3) x = ? \cos(\omega? + \varphi_0);$$

$$4) ?(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta t};$$

$$5) f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Учитель математики. Розв'язуючи дві різні задачі про миттєву швидкість матеріальної точки і про кутовий коефіцієнт дотичної, ми дійшли до однієї і тієї самої математичної моделі: границі відношення приросту функції до приросту аргументу за умови, що приріст аргументу прямує до нуля.

$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}; \quad k(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}.$$

До аналогічних формул приводить розв'язування цілої низки задач фізики, хімії, біології, економіки тощо. Це свідчить про те, що розглянута модель заслуговує на особливу увагу. Їй варто присвоїти назву, ввести позначення, вивчити її властивості та навчитися їх застосовувати.

4. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

Учитель фізики. Розглянемо рух кульки пружинного маятника, який здійснюється під дією сили пружності пружини. Ця сила завжди пропорційна зміщенню кульки від положення рівноваги і напрямлена завжди до цього положення. Зміщення x кульки відлічується від положення рівноваги, тобто напрямлене протилежно силі.

Отже, $F = -kx$, де k - жорсткість пружини.

Рівняння руху кульки запишеться тоді так:

$$ma = -kx, \text{ звідси } a = -\frac{k}{m} \cdot x.$$

Учитель математики. Врахуємо, що $a = v'(t) = x''(t)$. Перепишемо рівняння руху у вигляді

$$mx'' + kx = 0;$$

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0.$$

Нехай $\frac{k}{m} = \omega^2$, тоді

$$x'' + \omega^2 x = 0. \quad (1)$$

Ми отримали диференціальне рівняння другого порядку.

Розв'язком даного рівняння буде вираз

$$x = x_{max} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

або

$$x = x_{max} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

Учитель фізики. Звичайно, початок відліку часу зручно вибирати так, щоб зміщення в цей момент часу було або максимальним, або мінімальним. Гармонічне рівняння записуємо через функцію $\cos x$, коли відлік часу починається в момент максимального відхилення. Функцію $\sin x$ використовуємо, коли відлік часу починаємо при проходженні тіла положення рівноваги. Цим способом користуються при підрахуванні часу або кількості коливань маятника, оскільки важко зафіксувати положення кульки в середній точці, де вона має максимальну швидкість. Із математичного погляду обидві ці функції еквівалентні, але їх аргументи відрізняються за фазою $\frac{\pi}{2}$ на, оскільки $\cos \omega t = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

Учитель математики. Виконаємо перевірку розв'язків (2). Для цього візьмемо похідну від складної функції, врахувавши похідні від тригонометричних функцій:

$$\cos'x = -\sin x.$$

$$x' = -\omega x_{max} \sin \omega t;$$

$$x'' = -\omega^2 x_{max} \cos \omega t$$

$$-\omega^2 x_{max} \cos \omega t + \omega^2 x_{max} \cos \omega t = 0.$$

Отже, розв'язок є правильним.

Учитель фізики. Рівняння (2) описує гармонічні коливання тіла. Тут знайшли відображення такі фізичні умови:

1) у положенні рівноваги рівнодійна всіх сил, які діють на тіло, дорівнює нулю;

2) під час зміщення тіла від положення рівноваги на нього діє сила, пропорційна зміщенню x і напрямлена до положення рівноваги.

Учитель математики. Запишемо рівняння швидкості та прискорення тіла, що виконує гармонічні коливання.

$$x = x_{max} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v(t) = x'(t) = -\omega x_{max} \sin \omega t, \text{ де}$$

$$v_{max} = \omega x_{max};$$

$$\alpha(t) = v'(t) = x''(t) = -\omega^2 x_{max} \cos(\omega t + \varphi_0), \text{ де}$$

$$\alpha_{max} = \omega^2 x_{max}.$$

5. Формування практичних умінь та навичок

Учні за допомогою учителя математики розв'язують задачі.

Задача 1. Матеріальна точка рухається по координатній прямій за законом $S(t) = t^2$. Який механічний зміст має знайдена величина?

Відповідь. $S'(\frac{1}{2}) = 1$ задає миттєву швидкість матеріальної точки в момент часу $t_0 = \frac{1}{2}$ ю

Задача 2. Матеріальна точка рухається по координатній прямій за законом $S(t) = (t + 2)^2 \cdot (t + 5)$ (переміщення вимірюється в метрах, час - у секундах). Знайдіть її швидкість руху в момент часу $t_0 = 3$.

Відповідь. 105 м/с.

Учні за допомогою учителя фізики розв'язують задачу.

Задача 3. Точка здійснює гармонічні коливання за законом

$$x_{max} = 0,03 \cos\left(\left(\frac{\pi}{8}\right)t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ м.}$$

Визначити:

- 1) амплітуду коливань x_{max}
- 2) циклічну частоту ω ;
- 3) частоту коливань ν ;

- 4) період T ;
- 5) початкову фазу φ_0 ;
- 6) прискорення a через час 5 с після початку руху;
- 7) рівняння швидкості та прискорення.

Відповідь.

$$x_{max} = 0,03 \text{ м}; \omega = \frac{\pi}{8} \text{ с}^{-1}; \nu = \frac{1}{16} \text{ Гц};$$

$$T = 16 \text{ с}; \varphi_0 = \frac{\pi}{4}; \alpha(5) = 0,0043 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$v(t) = -0,012 \sin\left(\left(\frac{\pi}{8}\right)t + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$a(t) = -0,00014 \cos\left(\left(\frac{\pi}{8}\right)t + \frac{\pi}{4}\right).$$

6. Підсумок уроку

Учитель фізики. Підсумовуючи заняття, хочу підкреслити актуальність слів Рене Декарта: Теорія без практики мертва і безплідна, практика без теорії неможлива».

Учитель математики. Ми переконалися, що математичні теорії є надійним знаряддям у розкритті таємниць природи. «Математика - це велична споруда, створена уявленнями людини для пізнання Всесвіту». (Ле Корбюз'є).

Учитель фізики. Навіть великий А. Ейнштейн вважав, що жоден учений не мислить формулами.

Учитель математики. Але без математичних розрахунків точно не обійтись. Завершити наше заняття я хочу висловом Н. Вінера: «Математика - наука молодих. Інакше й не може бути. Заняття математикою - це така гімнастика розуму, для якої потрібна вся гнучкість і вся витривалість молодості». Вважаю, що сьогодні на уроці ми в цьому переконалися.

Оцінюється робота учнів на уроці.

7. Домашнє завдання

Опрацювати: § 1, п. 13 за підручником з алгебри. Розв'язати вправу № 13.6; 13.10. § 21 за підручником з фізики Розв'язати вправи № 234; 235.

Література

1. Алгебра: підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів (академічний та профільний рівень): /А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Харків: Гімназія. 2011.- 431с.
2. Фізика: підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів: /В.Д. Сиротюк, В.І. Баштовий. – Харків: Сиція. 2011.- 304с.

АНКЕТА

**для визначення оцінки ефективності проведення інтегрованих
уроків**

П.І.П учня _____

Дайте відповіді на запитання!

1. Чи доводилось Вам помічати на двох різних предметах однакові або схожі завдання чи задачі?

2. Чи сподобався Вам інтегрований урок? Чим саме?

3. Чи цікаво було Вам розв'язувати задачі інтегрованого змісту?

4. Як, на Вашу думку, знадобиться Вам у житті вміння розв'язувати задачі?

5. Чи краще Ви зрозуміли матеріал на інтегрованому уроці, ніж на звичайному?

6. Чи покращилась, на Вашу думку, успішність на уроці?

7. Приймали Ви активну участь на уроці?

8. Чи цікаво Вам було б далі відвідувати інтегровані уроки?

9. Які уроки Ви б хотіли об'єднати?

10. Ваші побажання для покращення якості уроку в сучасних умовах.
