Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота
магістерського рівня
на тему:

Теоретико-методичні основи формування інформаційно-цифрових компетентностей при вивченні планіметрії

Виконала: студентка 2 курсу
магістратури групи М-М-21
спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)
Вишневська Марія Миколаївна

Керівник: кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри математики з МВ
Сяська Наталія Андріївна

Рецензент: кандидат фізико-математичних
наук, доцент, викладач Рівненського
економіко-технологічного фахового
коледжу НУВГП
Сяський Василь Олексійович

Рівне – 2021

Зміст

Вступ

В період реформування системи освіти пріоритетною метою навчання і виховання школярів є всебічний розвиток особистості учнів, їхньої активності, ініціативи і самостійності в процесі набуття системи дійових знань і їх застосування на практиці. Для досягнення таких цілей необхідне подальше вдосконалення форм і методів навчання, яке дає змогу сповна реалізувати на практиці психологічні, дидактичні і методичні принципи розвивального навчання.

За таких умов, для організації навчального процесу слід звернути особливу увагу на методи активного навчання і сучасні технології. Тому освіта повинна бути орієнтована на майбутнє, відповідно школа має давати учневі широкий вибір інформації і способів роботи з нею.

Нині в Україні та за її межами інтенсивно проводяться дослідження з питань впровадження в навчальний процес засобів інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), існує багато прикладних програм, які використовуються для розв’язування різноманітних математичних задач різних рівнів складності. Серед них: MathCAD, Mathlab, Mathplot, AdvancedGrapher, Maple, Mathematika, GeoGebra, Gran 1, Gran 2D, Gran 3D, DG та інші. Проте більшість з математичних засобів не адаптовані для навчання і школи, не достатньо забезпечені ліцензійним продуктом. Тому найчастіше використовуються вільні програмні продукти. З огляду на це вчителі математики повинні постійно дбати про підвищення рівня своєї інформаційно-цифрової компетенції.

Дослідженням, пов’язаним із використанням комп’ютерних технологій у процесі вивчення шкільного курсу математики взагалі та планіметрії, зокрема, певною мірою присвячені роботи таких науковців, як М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко, О. В. Вітюк, С. А. Раков, В. П. Горох, Л. В. Грамбовська, Дж. Капут, М. Хохенвартер, Дж. Хохенвартер, Р. Шон, Дж. Прейнер та інших авторів.

Вітчизняні автори основну увагу приділяли вивченню можливостей програм, які можна використовувати для моделювання математичних об'єктів, та їх використанню під час розв'язування тих чи інших типів планіметричних задач. Зараз залишаються нерозв'язаними багато проблем, пов'язаних з методикою розробки готових до використання інтерактивних комп'ютерних моделей, їх систематизацією та створенням бібліотек таких моделей. Мало приділяється уваги розробці методики використання готових моделей під час вивчення певних тем шкільного курсу математики. З одного боку, певною мірою це пов'язано з обмеженими можливостями програмних засобів, які можна було б використовувати з цією метою, а з іншого, зважаючи на рівень оснащення засобами ІКТ шкільних кабінетів математики, практична актуальність використання таких моделей була до недавнього часу невелика. Розробка та створення деяких моделей для вирішення задач займає багато часу та потребує певної кваліфікації у цій сфері (іноді доволі високої), а, отже, вчитель математики не завжди може створити добірку таких моделей до кожної теми самостійно.

Для створення комп'ютерних моделей, призначених для використання у процесі вивчення шкільного курсу планіметрії, використовують різні засоби. Найпростіші статичні моделі можна створювати за допомогою графічних редакторів (Paint, CorelDraw), вбудованого до текстового процесора Microsoft Word векторного редактора, інструменти якого допомагають виконувати більшість статичних планіметричних побудов. Функціональні можливості PowerPoint допомагають створити моделі, що мають певні динамічні (навіть інтерактивні) властивості, реалізовані за допомогою використання ефектів анімації. Наприклад, поява певних геометричних об'єктів на малюнку, зникнення, переміщення. Є спеціалізовані системи динамічної математики (СДМ), за допомогою яких можна створити не тільки статичні комп'ютерні моделі, а й динамічні. Найвідоміші в Україні - це пакет динамічної геометрії DG, створений для підтримки шкільного курсу планіметрії, середовище динамічної геометрії Gran2D. Ці СДМ мають доволі широкий набір засобів для створення динамічних моделей, призначених для використання при вивченні планіметрії. Розроблені методичні рекомендації щодо їх застосування.

Але разом з тим слід зазначити, що на даний момент у зв'язку з низкою причин (забезпеченість сучасним мультимедійним обладнанням кабінетів математики є недостатньою, сучасні програми та підручники з геометрії в Україні явно не передбачають застосування у процесі вивчення планіметрії систем динамічної математики, відсутні он-лайн бібліотеки готових комп'ютерних моделей, Gran2D та DG не підтримують сучасні інтернет-технології тощо) використання даних програмних засобів під час вивчення планіметрії у системі шкільної освіти України не набуло системного характеру.

Актуальними завданнями сучасного загальноосвітнього навчального закладу є оптимізація загальної мотивації учнів до навчання, підвищення їх розумової активності, спонукання до творчості, виховання школяра в контексті формування життєво й соціально компетентної особистості та розвитку дослідницької компетентності учнів. В процесі навчання математиці з метою вирішення поставлених завдань доцільно впроваджувати в освітній процес інформаційно-комунікаційні технології.

Використання програмних засобів на уроках математики вимагає від учителя особливого підходу як до підбору задач, так і до шляхів їх розв'язування. Розв'язування задачі за допомогою комп'ютера не завжди є раціональним, оскільки використання цифрової техніки при розв'язуванні окремих прикладів не надає суттєвих переваг порівняно з традиційними підходами. З іншого боку, використання ПК надає можливість диференціації вправ та варіації складності задач, виходячи за межі шкільного підручника, використовувати нетрадиційні способи їх розв'язування. Поєднання цих можливостей із засобами мультимедіа та можливостями використання локальних та глобальних мереж дозволяє урізноманітнювати відомі та використовувати нові форми і методики подання матеріалу, надавати учням можливості для висування гіпотез, проведення експериментів.

Наразі існує значна кількість прикладних програм, які можна використовувати під час вивчення математики. Серед них Gran1W, Gran2D, Gran3D, DG, GeoGebra, Advanced Grapher, MathCad, DERIVE, MathLab, MatheMatica, Maxima та багато інших.

Суспільна значущість сучасної освіти як соціального, економічного та інноваційного чинників розвитку держави посилилась. Якісна освіта є резервом і локомотивом цього розвитку, ланкою, ухопившись за яку, можна витягнути довгий і важкий ланцюг проблем. Незважаючи на спроби реформування систем освіти у провідних країнах світу, всі проблеми в цій галузі лише реформами не вирішуються, що свідчить про назрілу світову кризу освіти.

Для визначення глобальних змін в освіті у наукових джерелах використовують такі поняття, як «парадигмальна революція», «реформування», «модернізація» тощо. Оскільки йдеться про зміни засадничих принципів і способів організації освітньої діяльності, то в першу чергу декларується зміна освітньої парадигми: ***парадигма знань має трансформуватися у проектно-технологічну, компетентісну***. Вимога знати повинна змінитись вимогою діяти, знаходити, приймати рішення. Освіта – це система, що неперервно саморозвивається, капітал заради досягнення практичних результатів і т.п.

Окрім того, як вагому складову сучасної парадигми вбачають випереджальний розвиток освітнього потенціалу суспільства. Але найбільш важливою особливістю випереджальної освіти є її фундаменталізація. І це лише одне з багатьох протиріч. Поєднання науковості та доступності навчання – одна із основних проблем побудови шкільного курсу математики.

Очевидно, що алгоритм розв’язування задач, зокрема геометричних, поділяють на етапи: аналіз задачі, її схематичний запис, пошук способу розв’язування, перевірка результатів, дослідження. На етапі аналізу геометричної задачі в багатьох випадках доцільно використовувати комп’ютер, прискорюючи тим самим знаходження розв’язку. Корисно також користуватися засобами інтерактивної графіки і під час виконання побудов, що необхідні для здійсненя процесу розв’язування.

Найбільшу підтримку користувачеві можуть надати програмні засоби на етапах перевірки, дослідження та аналізу розв’язання геометричної задачі. Тут з потрібним ступенем точності перевіряються отримані результати обчислень та побудов. Перекладаючи на комп’ютерну програму роботу зі створення геометричних креслень, виконання численних розрахунків, учень має змогу зосереджувати свою увагу на виявленні логічних моментів у геометричному мисленні, на обґрунтуванні застосованих міркувань. Тим самим використання комп’ютерних програм може значно збільшити кількість проаналізованих на уроках планіметрії задач та підвищити рівень їх складності. Це стосується задач на перетворення чи побудову, доведення чи пояснення, задач на знаходження невідомого елемента (форми геометричної фігури або тіла) [3].

Прикладом такого педагогічного програмного засобу, який забезпечить учителя геометрії необхідним «знаряддям» (для демонстрації , обчислень, побудов та контролю) є програма «Gran 2D», розроблена на кафедрі інформатики НПУ ім. М.П. Драгоманова. Програма GRAN-2D призначена для графічного аналізу систем геометричних об’єктів на площині, звідки і походить її назва.

Перевагами даної програми є те, що вона не потребує від користувача спеціальних знань, поглибленого вивчення комп’ютера, а досить лише найпростіших понять повністю доступних для учнів та учителя вмінь. Програма функціонує під управлінням операційної системи Windows[5].

Геометричні побудови вже давно є однією з основних змістових ліній шкільного курсу геометрії. Це зумовлено тим, що виконувати їх доводиться учням постійно під час вивчення всього курсу геометрії, а також фахівцям різних галузей у професійній діяльності (інженерам-конструкторам, архітекторам, столярам, кравцям, будівельникам тощо).

Протягом засвоєння курсу планіметрії в дев’ятому класі, а саме розділу «Перетворення фігур» зокрема тем «Осьова симетрія» та «Центральна симетрія» за допомогою Gran- 2D вчитель демонструє геометричні фігури, змінює їх площу, будує бісектриси кутів чи висоти трикутника, швидко описує коло навколо трикутника. Дуже зручним є те, що фігуру можна крутити, розглядати з різних кутів, міняти площу, колір. Причому всі ці маніпуляції здійснюються душе швидко, що економить час уроку. Учням подобається така наочність, їх пізнавальний інтерес зростає. Дуже часто учні починають відставати при вивченні планіметрії саме через те, що не можуть чітко уявити фігури, не знають алгоритм побудови, а тому не розуміють їх властивостей. Також деякі учні плутають методи побудов, не можуть відшукати потрібний для розв'язування задач середньої складності. З використанням Gran-2D ця проблема вирішується.

Отримавши можливість використати комп'ютер на уроках, які проходять за циклами, учні, по-перше, мають всі умови самостійно попрацювати за комп'ютером і перевірити свої знання, а вчитель може контролювати кожного учня окремо під час його роботи, а також надавати необхідні інструкції учням, які їх потребують. По-друге, не останнє місце посідає і той психологічний фактор, що використання цифрових пристроїв під час самостійної роботи учнів урізноманітнює монотонну працю учнів, а також звільняє їх від рутинних операцій, вивільняє час на спілкування стосовно окремих питань теми, які того потребують.

Проходження поетапного вивчення тем з геометрії сприяє призвичаюванню учнів до самостійної роботи і таким чином забезпечує високий рівень активності їхньої навчально-пізнавальної діяльності.

Використання програмних засобів на уроках планіметрії допомагає вчителю математики сформувати та розвинути власну потужну систему інформаційно-цифрових компетентностей, а також сформувати необхідні цифрові компетентності в учнів.

Об'єктом дослідження є процес навчання планіметрії.

Предметом дослідження є формування інформаційно-цифрових компетентностей в процесі навчання планіметрії на основі нових інформаційних технологій.

Мета дослідження полягає в розробці методики формування інформаційно-цифрових компетентностей учнів засобами новітніх інформаційних технологій та з'ясування можливостей і шляхів активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів в процесі навчання планіметрії.

Гіпотеза дослідження: систематичне і цілеспрямоване використання засобів ІКТ на уроках планіметрії підвищує мотивацію навчання учнів, забезпечує індивідуальний підхід до усвідомлення учнями своєї діяльності, є ефективним засобом активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, сприяє осмисленню та свідомому опануванню навчального матеріалу, формує пізнавальний інтерес, надає пошукового, дослідницького характеру навчальній діяльності, допомагає виробленню в учнів міцних навичок та вмінь самостійної роботи.

У відповідності до об'єкту, предмету та мети дослідження були поставлені такі **завдання**:

- уточнити понятійний апарат формування інформаційно-цифрових компетентностей;
- проаналізувати методичні можливості існуючих програмних засобів моделюючого характеру для ефективного їх використання на уроках планіметрії;
- визначити дидактичні вимоги до комп'ютерно-орієнтованого методичного забезпечення навчального процесу, покликаного формувати інформаційно-цифрові компетенції учнів при вивченні планіметрії;
- розробити окремі компоненти комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання планіметрії, яка забезпечує формування інформаційно-цифрових компетенції учнів;
- перевірити ефективність розробленої методики.

Для розв'язування поставлених завдань застосовувалися такі **методи досліджень:**

- аналіз філософської, науково-методичної, психолого-педагогічної літератури щодо проблеми дослідження;

- спостереження, анкетування, бесіди з учнями та вчителями щодо проблеми дослідження;

- аналіз існуючих педагогічних програмних засобів для використання на уроках математики;

- аналіз нормативних документів та планів, підручників і навчальних посібників з інформатики та математики для середньої загальноосвітньої школи;

- аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду використання ЕОМ в навчальному процесі, зокрема при навчанні математики;

- обробка статистичної інформації.

Наше дослідження має суттєве мотиваційне практичне значення, адже вказані нами приклади використання комп’ютерних педагогічних засобів під час підготовки до занять та протягом проведення занять з планіметрії вказує на ефективність таких форм організації навчального процесу, стимулює молодих вчителів і вчителів математики старшого покоління до освоєння сучасних програмних засобів, за допомогою яких можна досить ефективно продемонструвати процес вирішення багатьох типів обчислювальних задач та задач на побудову. Крім того, наші приклади використання програмних педагогічних пакетів можуть бути використані як майже готовий дидактичний матеріал для студентів та вчителів математики.

Наша робота складається з вступу, двох основних розділів, висновків, списку літературних джерел, додатків у кількості 8 компонентів.

Розділ I. Теоретичні основи формування інформаційно-цифрової компетентності

1.1. Інформаційно-цифрова компетентність як складник сучасного навчально-виховного процесу

У вітчизняній педагогічній літературі вживаються і поняття "компетенція" ("компетенції", "групи компетенцій") і поняття "компетентність" ("групи компетентностей"). Тлумачний словник подає вельми схожі трактування цих загальних понять.

Компетенція:

- добра обізнаність із чим-небудь;
- коло повноважень якої-небудь організації, установи чи особи.

Компетентний:

- який має достатні знання в якій-небудь галузі, який з чим-небудь добре обізнаний, тямущий;
- який ґрунтується на знаннях, кваліфікований;
- який має певні повноваження, повноправний, повновладний.

Поняття "компетенція" традиційно вживається у значенні "коло повноважень", "компетентність" же пов'язується з обізнаністю, авторитетністю, кваліфікованістю. Тому доцільно в педагогічному сенсі користуватися саме терміном "компетентність".

Компетенція - це сукупність взаємопов'язаних якостей особистості (знань, умінь, навичок, способів діяльності), які є заданими до відповідного кола предметів і процесів та необхідними для якісної продуктивної дії по відношенню до них. [4; 5]

Компетентність - це володіння людиною відповідною компетенцією, що містить її особистісне ставлення до предмета діяльності.

У сучасних умовах швидко зростають потоки інформації, розвиваються технології, її обробки і зберігання, реальне життя все більше і більше переходить в «цифру». Такий розвиток цифрових технологій спричиняє розробку нових інструментів навчання і робить навчальний процес більш ефективним. Однак, бездумне застосування цих інструментів призводить до зворотного ефекту, коли реальне пізнання замінюється ілюзорним, а навчання перетворюється у прості розваги.

Формується нова ідеологія, заснована на «Гейміфікації» та «Діджиталізації» освіти, де на зміну традиційним учителям йдуть «ігро-педагоги», «координатори онлайн-платформ і освітніх траєкторій».

Навіть за скептичного ставлення до подібних новацій, більшість фахівців у галузі освіти розуміють, що зміни неминучі, і бачать два основні напрями її розвитку:

- освіта має бути наближена до проблем реального життя;
- система навчання має враховувати і розумно використовувати нові цифрові технологічні можливості.

З розглянутих джерел відомо, що національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року вказує: «Розбудова національної системи освіти в сучасних умовах з урахуванням кардинальних змін у всіх сферах суспільного життя, історичних викликів XXI століття вимагає критичного осмислення досягнутого і зосередження зусиль та ресурсів на розв'язанні найбільш гострих проблем, які стримують розвиток, не дають можливості забезпечити нову якість освіти, адекватну нинішній історичній епосі» [7].

Серед зазначених проблем актуальними є, зокрема, послідовне формування цифрової освіти, впровадження в освітній процес інноваційних та інформаційно-комунікаційних технологій.

Новий державний стандарт початкової, базової і повної загальної середньої освіти ґрунтується на засадах особистісно-зорієнтованого, компетентнісного і діяльнісного підходів [3; 4].

Сучасний комп'ютер як засіб навчання і його програмне забезпечення мають надзвичайно потужні можливості стосовно організації навчального процесу. В основному дослідники пов'язують цей потенціал із такими факторами активізації пізнавальної діяльності учасниками навчального процесу, як наочність, емоційність, індивідуалізація навчання [12].

Як бачимо, інформаційно-цифрова компетентність є складовим компонентом і ключових, і предметних компетенцій, що підтверджує її значення. Отже, необхідність виховання різних видів компетентностей, зокрема інформаційно-цифрової, під час вивчення навчального матеріалу з усіх предметів складової частини повної загальної середньої школи, у тому числі на уроках математики, є одним із найважливіших завдань сучасної шкільної освіти.

Концепція Нової української школи визначає 10 ключових компетентностей (зміст яких потребує особистої реалізації, розвитку, активної громадянської позиції, соціальної інклюзії та працевлаштування і які здатні забезпечити особисту реалізацію та життєвий успіх упродовж усього життя), до складу яких віднесена й **інформаційно-цифрова компетентність**, що передбачає впевнене, а водночас критичне застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) для створення, пошуку, обробки, обміну інформацією на роботі, в публічному просторі та приватному спілкуванні. Велике значення має інформаційна й медіаграмотність, основи програмування, алгоритмічне мислення, робота з базами даних, здобуття навичок безпеки в Інтернеті та кібербезпеці, розуміння етики роботи з інформацією (авторське право, інтелектуальна власність тощо) [6].

Інформаційна компетентність є сукупністю трьох **компонентів**:

1. інформаційна компонента (здатність ефективної роботи з інформацією у всіх формах її представлення);
2. комп’ютерна або комп’ютерно-технологічна компонента (що визначає уміння та навички роботи з сучасними комп’ютерними засобами та програмним забезпеченням);
3. компонента застосовності (яка визначає здатність застосовувати сучасні засоби інформаційних та комп’ютерних технологій до роботи з інформацією та розв’язання різноманітних задач).

Загальні компоненти інформаційно-цифрової компетентності:

Уміння

- визначати можливі джерела інформації, відбирати необхідну інформацію, оцінювати, аналізувати, перекодовувати інформацію;
- використовувати сучасні пристрої для отримання, опрацювання, збереження, передачі та представлення інформації;
- дотримуватися правил безпеки в мережах та мережевого етикету.

Ставлення

- ціннісні орієнтири у володінні навичками роботи з інформацією, сучасною цифровою технікою;
- дотримання авторського права, етично- моральних принципів поводження з інформацією.

Навчальні ресурси

- освітні цифрові ресурси;
- навчальні посібники.

На думку С. Антощук, більшість педагогів самі не володіють такими компетентностями, проте володіють практикою використання нових дидактичних засобів в освітньому процесі [13]. Тому головним завданням сьогодення є забезпечення особистісного та професійного зростання педагогів та науковців, щоб подолати наявні суперечності.

Всі зазначені рівні є складниками комунікативної компетентності, оволодіння якою і є основною метою навчання.

Незважаючи на велику кількість наукових робіт, присвячених питанню цифрової компетентності (С. Прохорова, Дж. Равен, О. Сисоєва, М. Спектор та ін.), єдиного терміну для визначення цього виду компетентності немає. Вивчення робіт зарубіжних дослідників показує, що здебільшого використовуються два терміни – *цифрова компетентність* (digital competence) та *цифрова грамотність* (digital literacy). В обох випадках володіння цифровою грамотністю або компетентністю передбачає «впевнене та критичне використання доступних технологій інформаційного суспільства для повсякденного спілкування, роботи та відпочинку» [1, с. 92].

Ми вважаємо, що використання ІКТ надає можливість значно підвищити продуктивність навчання за рахунок доцільного дозування та доступності нової інформації, мінімізації сторонніх шумів, оперативного взаємозв'язку джерела навчальної інформації та учасників освітнього процесу, адаптації темпу навчання учбового матеріалу до можливого рівня його сприйняття особистістю певної вікової групи, урахування індивідуальних стилів навчання та здібностей кожного, ефективного поєднання індивідуального, парного та групового режимів роботи.

1.2. Формування цифрової компетентності майбутніх учителів математики

Ключовими поняттями нашого дослідження є «компетентність» і «компетенції», які вченими трактуються по-різному. Однак, аналіз наукової літератури дає підстави стверджувати, що «компетентність – це володіння суб'єктом відповідною компетенцією, яка містить його особистісне ставлення до неї та предмету діяльності», а «компетенції – це наявність у суб'єкта сукупності взаємопов'язаних особистісних якостей (знань, умінь, навичок, способів діяльності)» [1].

Підготовка майбутніх учителів математики до професійної діяльності відповідно з Державними стандартами має здійснюватися, ґрунтуючись на компетентнісному підході, а результатом підготовки є і високий рівень сформованості професійної компетентності, який характеризує готовність майбутнього вчителя математики до професійної та педагогічної діяльності.

У процесі дослідження з'ясовано, що цифрова складова професійної компетентності відображає комплекс знань, умінь, навичок і рефлексійних установок майбутніх учителів математики у взаємодії з інформаційним освітнім середовищем.

На основі аналізу наукових джерел і нормативних документів з'ясовано, що цифрова компетентність майбутніх учителів математики, охоплює такі компетенції як мережева (network) компетенція, інтернетівська компетенція (internet-competency), гіпер-компетенція (hyper-competency), мультимедійна компетенція тощо [40; 41; 42].

Визначено окремі компетенції, враховуючи специфіку підготовки майбутніх учителів математики до професійної діяльності в розрізі Концепції Нової української школи, які є необхідними для формування цифрової компетентності майбутніх учителів. До них віднесено:

- здатність до систематизації й узагальнення інформації знайденої on-line. Це є мистецтвом критичного мислення за системою Пола-Елдера;
- вміння зчитати та усвідомити інформацію в динамічному і непослідовному гіпертекстовому середовищі (педагогічно-програмний засіб «Пакет динамічної геометрії DG» для загальноосвітніх навчальних закладів);
- вміння моделювати інформаційні бази на основі різних джерел, спираючись на здатність зібрати й оцінити факти і твердження без упереджень (створення персонального блогу вчителя математики);
- вміння здійснювати пошук, подібно до Інтернетівського пошукового сервісу;
- вміння контролювати «мультимедійний потік», використовуючи інформаційні фільтри й агенти;
- вміння формувати «персональну інформаційну стратегію» і здійснювати portfolio-підхід з відбором джерел і механізмів доставки;
- контактування з іншими учасниками процесу і здатність знаходити контакти з ними для обговорення питань й отримання допомоги;
- усвідомлення проблеми і здатність розробити систему запитань, які дозволять знайти й отримати необхідну інформацію;
- розуміння підтримуючих традиційних форм змісту інформації з допомогою телекомунікаційних засобів;
- розуміння відносності суджень щодо законності і значущості довідкового матеріалу з гіпертекстовими зв’язками;
- уміння використовувати математичні мобільні додатки та інші засоби цифрових освітніх технологій [1].

Створено спеціальні компетенції, які включають систему базових теоретичних знань, способів практичної діяльності (умінь і навичок) і мотиваційно-ціннісних відносин (особистісних якостей), які необхідні для визначення структурних компонентів (ціннісно-мотиваційний, змістовий, діяльнісний, рефлексійний) сформованості цифрової компетентності майбутніх учителів математики.

Ціннісно-мотиваційний компонент сформованості цифрової компетентності майбутніх учителів математики має мотиви, мету, потреби в професійному навчанні посередництвом цифрових технологій, вдосконаленні, самовихованні, саморозвитку, ціннісні установки потреби в професійній діяльності, стимулює творчий прояв особи в професійній діяльності. Він допускає присутність інтересу до професійної діяльності, який характеризує потребу людини в знаннях, в оволодінні ефективними способами організації професійної діяльності. Також ціннісно-мотиваційний компонент має мотиви здійснення педагогічної діяльності, спрямованість на передавання суми знань і розвиток особистості учнів.

Змістовий компонент сформованості цифрової компетентності майбутніх учителів математики повинен забезпечити вільне володіння навичками обробки інформації та роботи з віртуальними об'єктами, які відповідно впливають на формування цифрової компетентності майбутніх учителів математики тощо. Стан розвитку змістового компонента визначається повнотою, глибиною, системністю знань майбутнього вчителя математики щодо цифрової підготовки.

Діяльнісний компонент – це активне застосування цифрових освітніх технологій і пристроїв в майбутній професійній діяльності як засобів пізнання і розвитку цифрової компетентності, самовдосконалення і творчості, а також виховання подібних якостей в учнів у процесі проходження педагогічної практики. Комунікативна складова цього компонента виявляється в умінні встановлювати міжособистісні зв'язки в цифровому освітньому середовищі, вибирати оптимальний стиль спілкування в різних ситуаціях, опановувати засобами вербального і невербального спілкування.

У діяльнісному компоненті сформованості цифрової компетентності майбутніх учителів математики слід виокремити два рівні: базовий і предметно-орієнтований. Під базовим рівнем розуміється інваріант знань, умінь і досвіду, необхідний майбутнім учителям для вирішення освітніх завдань, перш за все, засобами цифрових освітніх технологій загального призначення. На цьому рівні сформованості цифрової компетентності має сприяти використання цифрових освітніх технологій сучасного суспільства (комп'ютерних, мультимедійних, Інтернету, електронних засобів масової інформації, мобільних телефонів тощо) для пошуку, доступу, зберігання, вироблення, уявлення й обміну інформацією, а також комунікацію між людьми і роботу в Інтернеті.

Предметно-орієнтований рівень припускає оволодіння і формування готовності майбутніх учителів математики до впровадження в освітню діяльність спеціалізованих цифрових освітніх технологій і ресурсів, розроблених відповідно до вимог змісту предмету математики. Вивчення тих чи інших цифрових освітніх технологій і засобів має бути зумовлено потребами майбутніх учителів математики в його професійній діяльності.

Сфера рефлексійного компонента сформованості цифрової компетентності майбутніх учителів математики визначається відношенням студентів до себе і до світу, до своєї практичної діяльності та її здійснення. Вона включає самосвідомість, самоконтроль, самооцінку, розуміння власної значущості в колективі і розуміння результатів своєї діяльності, відповідальності за результати своєї діяльності, пізнання себе і самореалізації в професійній діяльності через засоби цифрових освітніх технологій.

Розвиток кожного компонента пов'язаний з визначенням його характеристик і властивостей як частини цілісної системи сформованості цифрової компетентності майбутніх учителів математики.

З урахуванням теоретичних аспектів дослідження визначено критерії й показники сформованості в майбутніх учителів математики цифрової компетентності:

- мотиваційний (наявність інтересу до роботи з цифровими освітніми технологіями, мотиви їх вивчення, усвідомленням цілей цифрової діяльності);
- когнітивно-інформаційний (наявність сукупності знань про методи й способи роботи з інформацією; знання законів і засобів отримання інформації, механізмів розвитку сучасних цифрових освітніх технологій для практичної цифрової діяльності майбутніх учителів математики);
- технологічно-діяльнісний (уміння і навички використання засобів цифрових освітніх технологій, планування і розробки цифрових продуктів, розуміння можливостей і обмежень технологічних засобів)4
- особистісно-рефлексійний (уміння використовувати набуті знання й навички в нових і нестандартних ситуаціях, здійснювати рефлексійний аналіз і корекцію цифрової діяльності) [4; 6]

1.3. Основні цілі використання інформаційно-комунікаційних технологій в сучасній освіті

Застосування комп'ютерних технологій у навчальному процесі впливає на методичну систему навчання математики на всіх її рівнях, змінює цілі та зміст навчання, з'являються нові методи та організаційні форми.

Виділяють такі педагогічні цілі використання засобів інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні.

1. Інтенсифікація всіх рівнів навчально-виховного процесу за рахунок застосування засобів ІКТ: підвищення ефективності і якості процесу навчання; підвищення активності пізнавальної діяльності; поглиблення міжпредметних зв'язків; збільшення обсягу та оптимізація пошуку потрібних відомостей.

2. Розвиток особистості школяра, підготовка індивіда до комфортного життя в умовах інформаційного суспільства; розвиток різних видів мислення та комунікативних здібностей; формування вмінь приймати оптимальне розв'язання

проблеми або пропонувати варіанти розв’язання в складних ситуаціях; естетичне виховання за рахунок використання комп’ютерної графіки, технології мультимедіа; формування інформаційної культури, умінь здійснювати обробку інформації; розвиток умінь моделювати задачу або ситуацію; формування вмінь здійснювати експериментально-дослідницьку діяльність.

3. Робота з виконання соціального замовлення суспільства: підготовка інформаційної грамотної особистості; підготовка користувача комп’ютерними засобами; реалізація профорієнтаційної роботи в галузі інформатики.

Готуючись до проведення заняття, вчитель завжди визначає цілі, яких потрібно досягти в результаті цього заняття – дидактичні, розвивальні, виховні. В результаті ми повинні отримати компетентно зорієнтованого учня.

Найбільш значними з позиції дидактичних принципів є методичні цілі, реалізація яких уможливлює, виправдовує та робить доцільнішим впровадження ІКТ у процес навчання.

1. Дидактичні цілі:

- посилення мотивації навчання (за рахунок образотворчих засобів програми або через використання ігрових ситуацій);
- забезпечення наочності (демонстрація динаміки досліджуваних процесів, графічна інтерпретація досліджуваних закономірностей з використанням ІКТ);
- індивідуалізація й диференціація процесу навчання;
- забезпечення можливості тренажу й здійснення з його допомогою самопідготовки;
- здійснення контролю навчальних досягнень учнів зі зворотним зв’язком, з діагностикою та оцінкою результатів;
- формування навичок роботи з ППЗ з математики;
- моделювання й імітація досліджуваних процесів, явищ.

Використання комп'ютерних програм повинне бути співвіднесене з дидактичною метою уроку, органічно входити в його структуру й приводити до раціонального розв'язування поставлених задач.

2. *Розвивальні цілі:*

- здійснення самоконтролю й самокорекції з використанням комп'ютера;
- озброєння учнів стратегією засвоєння навчального матеріалу, використання додаткових джерел інформації;
- розвиток логічного, образного й просторового мислення, уміння приймати варіативні рішення (за рахунок систематичного виконання логічної послідовності всіх операцій, закладених у комп'ютерній програмі);
- розвиток творчих якостей особистості (за рахунок можливості управління навчально-пізнавальною евристичною діяльністю учнів);
- розвиток інтелектуальних рис особистості школярів: самостійність, гнучкість, антикомформізм мислення, здатність до бачення проблеми, оцінювання дії, узагальнення, швидкої зміни діяльності;
- розширення зони індивідуальної активності школяра.

3. *Виховні цілі:*

- формування навичок самостійності;
- формування навичок самоорганізації праці та самоосвіти учнів;
- формування в учнів таких рис особистості як відповідальність, впевненість, самоаналіз і уміння здійснювати самооцінку;
- прищеплювання учням інтересу до предмета.

Слід зазначити, що час на попередню підготовку вчителя при використанні комп'ютера на першому етапі, безсумнівно, збільшується, однак поступово накопичується методична база, створювана спільно вчителями та учнями, що значно полегшує цю підготовку надалі.

Таким чином, можна відзначити, що використання сучасних інформаційних технологій на уроках геометрії, дозволяє підвищити зацікавленість, а значить і увага учнів за рахунок новизни способу викладу матеріалу. Підвищується інтерес до навчання і до математики в цілому. Учні активно включаються в пошук і підготовку матеріалів до уроків, що в свою чергу розвиває у них навички навчально-дослідницької діяльності і дозволяє домогтися кращих результатів не тільки у вивченні математики, а й в інформатиці та інформаційних технологіях. Сучасний етап розвитку шкільної освіти вимагає застосування інформаційних технологій. Потужні навчальні середовища, навчальні програми, зокрема, по геометрії, є тим засобом, який здатний підвищити якість навчання, зробивши сам процес більш наочним і інтерактивним.

1.4. Програмні засоби для підтримки вивчення математики

Процес комп'ютеризації освіти веде до постійного поширення використання сучасної комп'ютерної техніки в навчальних закладах. Цікаві можливості надає її використання на уроках з різних предметів шкільного курсу, особливо з циклу математичних дисциплін. Комп’ютерні технології відкривають широкі перспективи диференціації навчання, розкриття творчого потенціалу, пізнавальних здібностей кожного учня.

Метою застосування комп'ютера на уроках математики є:

- розширення межі творчої діяльності вчителя та учнів;
- усвідомлення можливостей ефективного застосування комп'ютерних технологій;
- спонукання учнів до самостійної дослідницької діяльності під час розв'язування практично спрямованих завдань.

Комп'ютер також можна використовувати у навчальному процесі для підвищення його ефективності та розвитку в учнів загальнонавчальних і спеціальних навичок, що є більш ефективним, ніж під час використання традиційних засобів.

Методика застосування на уроках різних видів програмного забезпечення має свої особливості. Кожен тип уроку потребує окремого підходу до використання комп'ютерної техніки. Треба зважати, що впровадження комп'ютерів у навчальний процес повинно бути, перш за все, обумовлене педагогічною доцільністю.

При підготовці уроку з використанням ІКТ необхідно:

- детально проаналізувати зміст і мету уроку, зміст і логіку вивчення навчального матеріалу;
- визначити обсяг і особливості знань, які повинні засвоїти учні;
- врахувати необхідність демонстрування предмета, явища або їх зображення;
- відібрати і проаналізувати аудіовізуальні та інші дидактичні засоби,в тановити їх відповідність змісту і цілі уроку,
- проаналізувати можливе дидактичне призначення як окремих посібників, так комплексу в цілому;
- встановити, на якому попередньому пізнавальному досвіді буде проходити вивчення кожного питання теми;
- визначити методи і прийоми для забезпечення активної пізнавальної діяльності учнів, досягнення ними міцного засвоєння знань, умінь і навичок.

Ступінь впровадження комп'ютерів у навчальний процес залежить від видів техніки та програмного забезпечення, які має у своєму арсеналі вчитель. Сьогодні розроблено вже значну кількість програмних засобів, що дозволяють розв’язувати за допомогою комп’ютера досить широке коло математичних задач різних рівнів складності. Це такі програмні засоби:

1. Для підтримки курсу алгебри, геометрії та елементів математичної статистики (Київ, Чернігів)
   - GRAN1
   - GRAN-2D
   - GRAN-3D
2. Для підтримки вивчення курсу планіметрії, алгебри (Харків)

- DG

3. Для підтримки вивчення курсу алгебри та початків аналізу на основі символьних перетворень.
   - Терм_7 (Херсон)
   - SLAU (Херсон)
   - Derive
   - Maxima
4. Евристико-дидактичні конструкції (Донецьк)
5. Advanced Grapher – для підтримку курсу алгебри і початків аналізу
6. Тренажер TeachPro "Математика 7-11"
7. Тренажер "Розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем"
8. Електронний посібник "Открытая геометрия»
9. Microsoft Office (Word, Excel, Publisher)

Причому одні з них орієнтовані на фахівців досить високої кваліфікації в галузі математики, інші – на учнів середніх навчальних закладів чи студентів вузів, що лише почали вивчати шкільний курс математики чи основи вищої математики.

Найбільш придатними для підтримки вивчення курсу математики в середніх навчальних закладах видаються комплект програм GRAN (GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D), DG, і DERIVE. Названі програмні засоби прості у використанні, оснащені досить зручним інтерфейсом, максимально наближеним до інтерфейсу найбільш поширених програм загального призначення (систем опрацювання текстів, управління базами даних, електронних таблиць, графічних редакторів і ін.), контекстно-чутливою допомогою. Від користувача не вимагається значний обсяг спеціальних знань з інформатики, основ обчислювальної техніки, програмування, за винятком найпростіших понять, цілком доступних для учнів середніх класів.

На сьогодні фірмами-виробниками програмних засобів та окремими програмістами розроблена велика кількість програм, спрямованих на впровадження їх у навчальний процес як допоміжних засобів навчання. Серед усієї різноманітності розробок можна виділити програми для перевірки знань, умінь та навичок учнів (найчастіше — тестового спрямування), програми навчального характеру для формування знань, умінь, навичок, комбіновані засоби, що поєднують навчальні та перевірочні можливості та інші допоміжні засоби навчання (довідники, перекладачі, калькулятори, графопобудовники тощо). Як окрему категорію можна назвати програми-розв'язувачі, основна функція яких - звільнити користувача від виконання механічних, нетворчих дій, здебільшого розрахункового характеру, під час розв'язування різноманітних задач.

Очевидно, що всі програмні засоби використовувати неможливо. Кожен учитель віддає перевагу тим чи іншим програмам. Це залежить і від можливостей комп’ютерної техніки, і від мети та задач, які на уроці вчитель ставить перед собою та учнями. А можливо і від власних уподобань. Тому що деякі з програм дублюють одна одну. В своїй практиці вчителі найчастіше використовують такі програмні засоби для підтримки викладання математики: GRAN1, DG (Динамічна геометрія), Advanced Grapher.

В програмах ***«Жива Геометрія» і «Жива Математика»*** високий естетичний рівень інтерфейсу надає математиці привабленння. А розв’язування задач вирішується нетрадиційними прийомами, тому активно беруть участь навіть учні з низьким рівнем успішності. Тим самим забезпечується ситуація успіху і емоційної підтримки не тільки з боку вчителя, а й з боку однокласників. Програма на цьому етапі ставить за мету застимулювати, привернути увагу всіх учнів, показати всю красу геометрії, її важливість і значущість.

Програми «Жива Геометрія» і «Жива Математика» надають прекрасну можливість вирішення проблеми навчання та методів навчання. Ці програми не є навчальними і «самі нічого не будують і не пояснюють». «Жива Геометрія» – це набір інструментів для створення креслень і їх дослідження. Ці програми дають можливість «відкривати» і перевіряти геометричні факти, в деякій мірі вони дозволяють пройти тернистий шлях людства, починаючи з фактичних знань стародавнього Єгипту і Вавилона і закінчуючи Евклідом.

Родзинкою програм є реалізація напряму «Пожвавлення креслення». Найбільш просунуті можливості пакету – мультиплікація – надають умови для якісних, більш вагомих геометричних експериментів, ніж в традиційній геометрії. Геометричний матеріал стає для учнів доступним і зрозумілим. Після таких уроків учні глибше починають вникати в суть самого предмета, виявляють інтерес до нього. Проста техніка вимірювань елементів геометричних фігур, з якими працює учень, дозволяє вивчити метричні співвідношення експериментально.

1.5. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання геометрії

Здійснимо огляд існуючих педагогічних програмних засобів для підтримки вивчення геометрії.

1.5.1 ПЗНП «Бібліотека електронних наочностей «Геометрія, 7-9 клас».

Електронне видання, що містить набір мультимедійних компонентів, які відображають об'єкти геометрії, які вивчаються в 7-9 класах; програвач мультимедійних компонентів; простий у використанні редактор, що дозволяє вчителю формувати набори необхідних наочностей.

Засіб «*Геометрія*, 7-9 *клас*» побудований на таких дидактичних принципах, як *інтегрованість*, *конструктивність*, *інтерактивність та візуалізація*.

Інтегрованість полягає в тому, що одну й ту ж наочність можна використовувати з різним цільовим призначенням. Наприклад, побудова трикутників за базовими елементами (двома сторонами і кутом між ними, стороною і прилеглими до неї кутами, трьома сторонами) призначена як для відпрацювання вмінь виконувати основні побудови, так і для самостійного «відкриття» учнями ознак рівності трикутників, для застосування цих ознак в схожих ситуаціях. Для кращого усвідомлення суті нових геометричних фактів передбачена можливість виконувати невеликі дослідження і опрацьовувати отримані числові характеристики.

Конструктивність забезпечується аналізом комп'ютерних зображень реальних предметів, перенесенням їх властивостей на відповідні моделі, де увага приділяється поелементному створенню. Внаслідок чого учень самостійно формулює означення нових понять, властивості геометричної фігури чи способи діяльності.

Під *інтерактивністю* розуміють можливість використання варіативних методичних технологій проведення уроків (шкільна лекція з ілюстраціями, групова, парна, індивідуальна робота, семінарське заняття тощо), підтримку активних методів навчання (проведення посильних навчальних досліджень, моделювання і конструювання геометричних об'єктів, логічна організація невеликих фрагментів навчального матеріалу).

Візуалізація забезпечується розробленими цифровими динамічними моделями планіметричних об'єктів. Пропонується їх обробка (переміщення, зміна форми і розмірів, зміна позиції на площині), що сприяє розвиткові образного мислення, творчих та евристичних його складових. Це дозволяє краще засвоювати знання, виробляти вміння і навички, формувати цілісні геометричні образи.

Мета застосування ПЗ полягає в активізації пізнавальної діяльності учнів, розвитку їх самостійності в опануванні знань, формуванні інформаційної та інших базових компетентностей особистості, посиленні позитивної мотивації навчання геометрії. Зміст і структуру ПЗ зорієнтовано на розв'язування навчальних завдань через впровадження сучасних педагогічних технологій, у тому числі інтерактивних форм та використання варіативної методики проведення уроків. Це може бути шкільна лекція з ілюстраціями, самостійна групова чи індивідуальна робота учнів, семінарське заняття, уроки повторення й узагальнення знань, виконання завдань творчого характеру. ПЗ унаочнює як теоретичну, так і практичну частини навчальної програми.

На етапі мотивації навчання залежно від мети і завдань уроку рекомендується використовувати історичні довідки, портрети вчених-математиків, ілюстрації різних практичних ситуацій, які дають змогу обґрунтувати необхідність вивчення того чи іншого геометричного факту.

Ефективному засвоєнню понять, методів діяльності та вивченню властивостей геометричних фігур сприяє динамічна візуалізація відповідних геометричних фігур, де виділяються істотні ознаки понять та здійснюється зміна неістотних ознак при збереженні постійними істотних. Це дає змогу учням самостійно аналізувати істотні та неістотні ознаки. Застосування понять, властивостей і способів діяльності оптимізується завдяки пропонованій візуалізації практичних життєвих ситуацій. Динамічна наочність дає змогу формувати та розв’язувати геометричні задачі за готовими малюнками, варіювати їх умови і вимоги, організовувати змістову роботу над розв’язаною задачею. Розгортання унаочнених поетапних дій учня, показ їх застосування, сприяє кращому виробленню способів геометричної діяльності та рефлексивного ставлення учня до цієї діяльності.

Користувач може працювати у режимах *Конструктор*, *Уроки*, *Підручник*, *Статистика*, *Інтернет*. Для роботи у мережі використовують також *Програвач уроків*.

Використовуючи *Панель переліків і змісту*, можна здійснювати навігацію між структурними елементами бібліотеки наочностей, які відповідають розділам курсу «Геометрія, 7- 9 клас». Переглядати та змінювати обраний урок можна використовуючи *Панель роботи з поточним уроком*. Наприклад, для перегляду уроку до теми «Подібність трикутників» необхідно перейти до режиму *Уроки*. У переліку уроків треба знайти тему «Подібність трикутників (прямокутних)», відкрити її у робочій області, натиснувши ліву кнопку миші, коли вказівник знаходиться над заголовком теми. Щоб переглянути урок, треба завантажити його з робочої області до вікна поточного уроку. При наведенні курсора на розроблені елементи весь урок виділяється жовтою рамкою. Виділивши урок рамкою, натискують ліву клавішу. Буде створено копію поточного уроку, яку можна редагувати, починаючи з назви уроку і закінчуючи складом його елементів.

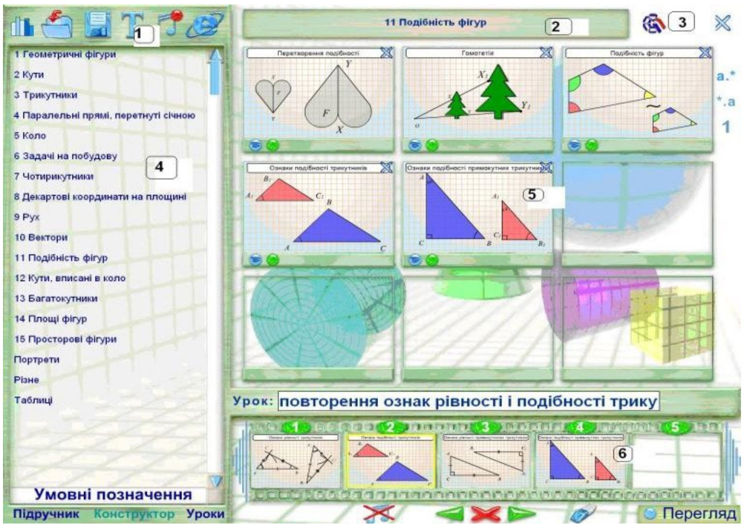


Рис. 1.1

Крім елементів з поясненнями до ознак подібності трикутників, даний урок містить ще два елементи, які доцільно використовувати для актуалізації опорних знань та умінь учнів.

Для редагування даного уроку можна виконати додавання до нього елемента «Ознаки рівності трикутників», щоб учні могли порівняти відповідні ознаки рівності та подібності трикутників. Щоб додати елемент до уроку, необхідно перейти до відповідного розділу бібліотеки наочностей і обрати цей елемент. Елемент автоматично додається в обраний кадр поточного уроку. Тому з відкритим поточним уроком можна перейти до режиму *Конструктор*, вибрати тему «Трикутники» та завантажити її у робочу область. Далі треба знайти елемент «Ознаки рівності трикутників» і завантажити його у вікно поточного уроку (виділити елемент жовтою рамкою, натиснути ЛКМ). Повторити ознаки рівності трикутників доцільно перед вивченням нового матеріалу. Якщо на панелі поточного уроку доданий елемент розташований п’ятим, то перемістимо даний елемент вліво на перше місце, використовуючи при цьому управляючі клавіші панелі поточного уроку (при виділеному кадрі стрілка вліво).

На кожному кадрі елемента подано ряд кнопок навігації для перегляду кадрів у довільному порядку. Готуючись до уроку, вчитель відмічає у власному конспекті, які з кроків запропонованого елемента будуть використовуватися, на якому етапі уроку та з якою метою.

Для створення нового уроку необхідно на панелі роботи з поточним уроком у полі «Урок» ввести його назву і натиснути кнопку *Запам'ятати*. Відредагований урок зберігають (піктограма *Дискета* на панелі роботи з файлом), написавши замість фрази «Назвіть урок» його тему. До уроку можна додати текстові повідомлення, звукові файли, імпортувати окремі елементи.

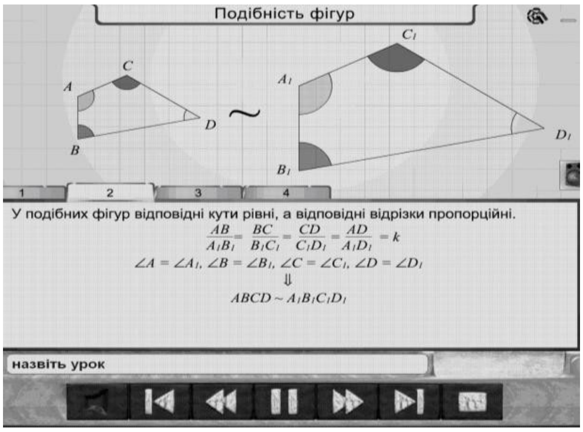


Рис. 1.2

Окремі абстрактні наочності передбачають візуалізацію граничних наближень при формуванні понять. Наприклад, в динамічних моделях для вивчення тем «Довжина кола», «Площа круга» можемо варіювати кількість сторін правильних многокутників від чотирьох до двадцяти.

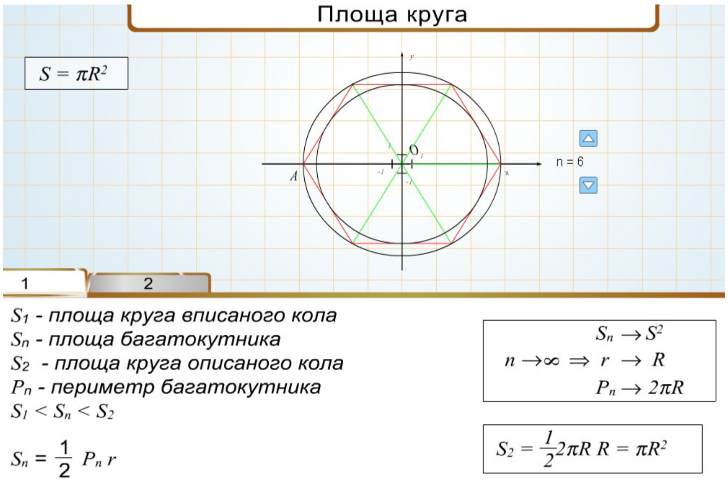


Рис. 1.3 Наочність для вивчення теми «Площа круга»

У бібліотеці наочностей пропонуються учням тестові завдання для самоконтролю: а) записати, які з даних трикутників подібні; б) тілам обертання поставити у відповідність фігури обертання ; в) визначити величину вписаного кута та ін.

Рис. 1.4 Копія вікна з тестовим завданням

Можливий імпорт елементів наочностей (текстів, відеофрагментів, анімаційних фрагментів, малюнків тощо) для існуючої у користувача біб ліотеки наступних файлових форматів: зображення (.swf, .jpg), таблиці (.tab), тексти (.txt), звуки (.mp3), уроки (.les). Розміщується наочність у поточний розділ бібліотеки відповідно до наявної структури ПЗ. Наприклад, щоб імпортувати наочності до теми «Рух», потрібно у режимі *Конс труктор* відкрити розділ бібліотеки «Рух» у робочій області.

Наприклад, щоб добрати наочності до нестандартного уроку на тему «*Геометріяукраїнського орнаменту»*, треба використати наочності з посібника до теми «*Рух»*. У режимі *Конструктор* завантажимо для нового уроку наочності *Рух \ Приклади центральносиметричних фігур*. Крім того, з бібліотеки малюнків імпортуємо візерунки для вишивання українських рушників, зразки орнаментів паркетів. Для імпортування послідовно виконують команди *Імпортувати* (піктограма у вигляді папки)

–*Огляд* – *Місцезнаходження файла* – *Вибір файла* (тип файла *Файли зображень*) – *Підтвердження імпорту файла*. Оскільки можна імпортувати зображення з розширенням *jpg*, то для збереження файлів у зазначеному форматі можна використати графічний редактор *Paint*.

Рис. 1.5 Наочності до уроку «Геометрія українського орнаменту»

Для уроку доцільно підготувати один-два текстові фрагменти з питаннями, які сприятимуть тому, що учні краще проаналізують візерунки; знайдуть симетричні фігури; фігури, утворенні поворотом даної фігури чи її паралельним перенесенням. Варто також створити фрагменти з поясненнями про фігури, що мають симетрію повороту, ковзну симетрію.

Ініціюють створення текстового повідомлення натискуванням на ЛКМ, коли вказівник миші знаходиться над піктограмою з літерою «Т». Після цього записують заголовок повідомлення (може бути номер завдання), подають питання чи пояснення до завдання, вказують ім’я файлу, в якому зберігатиметься дане повідомлення. Завершується створення повідомлення зберіганням файлу (піктограма у вигляді дискети).

Завантаживши необхідні наочності до *Панелі роботи з поточним уроком*, вводять назву нового уроку і зберігають його.

1.5.2 Пакет динамічної математики GeoGebra.

Система динамічної математики GeoGebra є універсальним програмним засобом, що використовується для підтримки вивчення геометрії, алгебри, математичного аналізу, статистики та інших розділів математики. Вагомим аргументом упровадження системи динамічної математики в процес навчання математики є вільна поширюваність програмного продукту, над яким працює інтернаціональна команда програмістів та користувачів програми, серед яких є вчителі та їх учні, студенти та викладачі, науковці та дослідники.

Програму динамічної математики GeoGebra, можна використовувати: як засіб для візуалізації поточних математичних об’єктів, виразів, ілюстрації методів побудови; як середовище для моделювання та емпіричного дослідження параметрів об'єктів, що досліджуються; як інструментально-вимірювальний комплекс, що надає користувачеві набір спеціалізованих інструментів для створення і перетворення об'єкта, а також вимірювання його заданих параметрів. Використання системи GeoGebra сприяє візуалізації об’єкта дослідження, демонстрації його властивостей, уникненню рутинних дій, пов'язаних зі створенням допоміжних зображень; представлення навчального матеріалу ілюстраціями (статичними і динамічними зображеннями, графіками, схемами, таблицями), у тому числі різного педагогічного призначення (для формування інтересу учнів щодо теми пропонованого заняття, візуального супроводу або пояснення виконуваних виразів, демонстрації прикладів застосування здобутих знань у житті).

Пакет динамічної математики GeoGebra має потужний набір інструментів, за допомогою яких можна розв’язувати різноманітні типи математичних задач. Перерахуємо основні з тих інструментів, які стосуються вивчення геометрії:

- створення різноманітних геометричних фігур на площині (точок, прямих, променів, ламаних, векторів, кутів, многокутників, правильних многокутників, бісектрис кутів, серединних перпендикулярів, паралельних і перпендикулярних прямих, кіл (за центром і точкою, за центром і радіусом, за трьома точками), дуг кіл та конічних перетинів, дотичних до кола);
- побудова геометричних фігур у просторі (площин, пірамід, призм, сфер, конусів, циліндрів, тощо);
- обчислення площ многокутника, круга, частини площини, обмеженої еліпсом, сектора;
- знаходження градусної міри кута, довжини відрізка, периметра многокутника, довжини вектора, відстані від точки до прямої, тангенса кута між прямою та додатнім напрямком осі абсцис тощо;
- перетворення фігур на площині: симетрія відносно точки і прямої, поворот навколо точки, гомотетія, паралельне перенесення;
- знаходження точок перетину двох фігур (двох прямих, прямої і кола тощо);
- знаходження середини відрізка, центру кола (еліпса).

Можна виділити такі напрямки використання пакета динамічної математики GeoGebra на уроках геометрії:

- для створення якісної наочності (малюнки до задач, теорем, вправи на готових кресленнях тощо);

- має потужні засоби для розв'язування планіметричних задач;
- динамічні комп'ютерні моделі, створені за допомогою GeoGebra, можна ефективно використовувати для пошуку шляхів та ідей розв’язання планіметричних задач як на обчислення так і на доведення;
- інтерактивні комп'ютерні моделі, розроблені в середовищі GeoGebra, можна застосовувати в якості динамічних наочних посібників як для вивчення нового матеріалу, так з метою повторення та узагальнення.

1.5.3 Динамічна геометрія. Середовище GRAN-2D.

В навчальній та методичній літературі помітними є видання, в яких висвітлюється методика організації досліджень засобами динамічної геометрії GRAN-2D [24]. Засіб GRAN-2D призначений для графічного аналізу систем геометричних об’єктів на площині, звідки і походить назва (GRaphic Analysis 2-Dimension), може успішно використовуватися не лише у навчанні математики у середній школі, але й при вивченні вищої математики, аналітичної геометрії, елементарної математики, методики навчання математики у закладах вищої педагогічної освіти. За допомогою GRAN-2D зручно розв’язувати задачі на побудову на площині, спростовувати окремі припущення. Створивши динамічні моделі та аналізуючи динамічні вирази, можна проводити дослідження ГМТ, встановлювати екстремальні значення певних величин; шукати закономірності, послідовність яких може привести до доведення теорем.

За допомогою GRAN-2D можна оперувати на площині моделями геометричних об’єктів базових типів: *Точка*, *Лінія*, *Ламана*, *Коло*, *Інтерполяційний поліном*, *Графік функції*. При цьому типи *Точка*, *Лінія*, *Коло* діляться на підтипи: *Точка* (*Вільна точка*, *Точка на об’єкті*, *Середня точка*, *Точка перетину об’єктів*, *Симетрична точка*, *Інверсна точка*)*;* *Лінія* (*Відрізок*, *Пряма*, *Промінь*, *Паралельні прямі*, *Перпендикулярні прямі*, *Бісектриса кута*, *Дотична до кола*)*;* *Коло* (*коло*, *коло за радіусом*, *дуга*).

Об’єкти можна створювати двома способами: шляхом введення їх характеристик у вікні *Конструювання об’єкта*, з екрана за допомогою вказівника миші. Наведемо перелік елементарних побудов:

- точка (створити з екрана чи аналітично задану); середня точка, якщо задано кінці відрізка; точка, симетрична даній відносно прямої чи точки; точка перетину двох кривих; інверсна точка;
- відрізок, промінь, пряма, що проходить через дві точки; пряма, яка проходить через задану точку і паралельна (перпендикулярна) до прямої;
- бісектриса кута; дотична до кола, що проходить через задану точку,
- ламана, правильний многокутник;
- коло (центр, точка на колі), коло за даним радіусом, дуга кола.

Для кращого усвідомлення суті нових геометричних фактів можна проводити дослідження і опрацьовувати отримані числові характеристики. Змінюючи положення вершин трикутника, моделюють трикутники різних видів. Після покрокового перегляду виконаної побудови доцільно «захопити» курсором одну з вершин трикутника і переміщувати її на площині, не відпускаючи при цьому ліву кнопку миші. Проаналізувати, як змінилися об’єкти та їх характеристики.

За допомогою ПЗ ***Динамічна геометрія*** вчитель може швидко і якісно перевірити виконання індивідуальних завдань з аналітичної геометрії. Радимо провести міні-експеримент: зафіксувати час на перевірку правильності отриманих результатів, адже всі необхідні елементи трикутника вже побудовані, і порівняти з часом, затраченим на традиційну перевірку. Щоб згенерувати завдання для кожного учасника, можна до координат вершин трикутника ввести порядковий номер N учня в журналі чи остачу від ділен-ня цього номера на 10: $A(–5, N+1)$, $B(-5,–3)$, $C(4, N+1)$.

У процесі навчання математики з використанням ПЗ GRAN-2D доцільно пропонувати учням / студентам завдання на «відкриття» теорем в ході обчислювального експерименту. Для «відкриття» теореми Птолемея (якщо чотирикутник вписаний, то добуток його діагоналей рівний сумі добутків протилежних сторін) необхідно створити модель, до складу якої входять наступні об’єкти: точка А – центр кола; точка В – кінець радіуса кола; коло з центром у точці A і радіусом AB; точки C, D, E, F – точки, які прикріплені до кола; замкнена ламана CDEF – вписаний чотирикутник.

Рис. 1.6

Одним із базових напрямів шкільного курсу математики є навчання учнів розв’язуванню математичних задач, які виконують ряд функцій навчального, виховного та розвивального характеру. Особливої уваги потребує навчання учнів розв’язувати геометричні задачі: вивчення геометрії у шкільному курсі математики є вагомим компонентом не лише для підготовки фахівців, чия майбутня професія буде пов'язана із застосуванням математичних знань, але і для формування та загального розвитку будь-якої особистості. Як і тисячу років тому, геометрія залишається тією ланкою, що пов'язує математику із повсякденним життям, а застосування математичних знань до розв'язування різноманітних практичних задач вимагає розвиненого просторового мислення, сформованої просторової уяви [1].

Особливе значення у шкільному курсі планіметрії має розв’язування задач на побудову. Основна частина таких задач розв’язується нестандартними методами, а для пошуку їх вирішення значно меншою мірою може бути використаний деякий план дій. Саме ці задачі мають значну дидактичну цінність: їх вирішення сприяє розвитку таких рис здобувачів освіти як кмітливість, винахідливість, оригінальність, гнучкість мислення, уважність, спостережливість, формує навички евристичної діяльності [2].

Однак аналіз практики навчання розв’язувати геометричні задачі, і, особливо, задач на побудову показує, що не дивлячись на оптимізацію форм і методів роботи вчителів, у віміннях учнів вирішувати такі задачі є істотні недоліки, що свідчить про недостатню ефективність традиційних форм та засобів навчання. Велика частина учнів не має достатніх уявлень про послідовність та етапи розв’язування задач на побудову. В більшості випадків учні розв’язують задачі на побудову за готовим шаблоном, без аналізу отриманих результатів, внаслідок чого в них формуються лише фрагментарні уміння, тобто уміння розв’язувати окремі, знайомі геометричні задачі на побудову.

Педагогічні дослідження свідчать, що більшість учнів мають наочно-образнийтип мислення. Для людей з таким типом мислення наочність є ключовою умовою для раціонального розв'язання задач і важливою ланкою при встановлення зв’язку між новими та уже засвоєними поняттями. Наочність, зокрема комп’ютерна, допомагає учням розвивати свою просторову уяву і формувати правильні і різносторонні уявлення про властивості геометричних об'єктів. Таким чином, вона протиставляється вербалізму – чисто словесному навчанню, проведеному у формі абстрактних міркувань, зміст яких не завжди зрозумілий учням. Тому розробка методики розв’язування задач на побудову за допомогою комп’ютера і керування навчальною діяльністю в процесі їх розв’язування є важливим засобом активізації вивчення математики, підготовки учнів до наукової та трудової діяльності.

Розв’язанню проблеми інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів значною мірою сприяють сучасні інформаційні технології навчання. Технології комп’ютерного навчання підтримують продуктивну діяльність учнів, сприяють індивідуалізації та диференціації процесу навчання, реалізації діяльнісного підходу, раціоналізують працю вчителя й учня. Сфера застосування таких технологій дуже широка, зокрема, корисним є їх використання при вивченні шкільного курсу планіметрії.

Для розв’язування задач на побудову досить ефективним є використання педагогічного програмного засобу (ППЗ) GRAN-2D. Наявність інструментів для побудови відрізків, прямих і кіл, для чого традиційно використовувались лінійка і циркуль, забезпечує можливості виконання різноманітних геометричних побудов.

С.А.Раков характеризує названий програмний додаток як інтерактивну систему досить високого рівня, що моделює геометрію Евкліда на площині. Це значно спрощує роботу учням, дає змогу виконувати креслення виразніше, точніше та акуратніше. GRAN-2D дозволяє зекономити час учнів для розгляду і ознайомлення з більшою кількістю задач різних типів та різних ступенів складності. З необхідною точністю можна перевірити отримані результати обчислень та побудов, відповідність гіпотез, умови існування розв’язків та оптимальність шляхів їх пошуку.

За допомогою педагогічного програмного засобу GRAN-2D створюються позиційно-динамічні моделі, дія яких базується на різноманітних евристиках, а саме на методах проб та помилок, часткового спрощення задачної ситуації шляхом відкидання частини умови, перміщення окремих елементів системи, введенні небазових елементів, розгляді окремих (граничних) випадків, використанні допоміжних побудов, індукції з подальшим узагальненням. Використання програми GRAN-2D допомагає також активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів на уроках геометрії.

При розв’язуванні задач на побудову цей засіб дає змогу сформувати і досягти наступні цілі:

- вдосконалити в учнів навички роботи з комп’ютером;
- закріпити вміння та навички побудови планіметричних об’єктів на екрані дисплея;
- зекономити час;
- здійснювати перевірку виконання завдань на кожному окремому етапі [4].

Розглянемо використання педагогічного програмного засобу GRAN-2D, для використання на етапі побудови і дослідження конструктивної задачі, яка розв’язується методом паралельного перенесення.

Задача. *Побудувати чотирикутник за його діагоналями, кутом між ними і парою протилежних сторін.*

Провівши аналіз даної задачі відмічаємо, що вона зводиться до побудови трикутника за двома сторонами і кутом між ними.

Розпишемо виконання побудови в програмі GRAN-2D.

1. Задаємо відрізки діагоналей, протилежних сторін та кут між діагоналями(користуємося командою «Відрізок» на панелі інструментів).

2. Задаємо пряму і у вибрану півплощину відкладаємо трикутник та вказуємо точку D на прямій – вершину трикутника (команди «Пряма через дві точки» і «Точка на прямій»).

3. Від цієї вершини відкладаємо відрізок DC’, рівний одній із діагоналей. Для цього, скористаємося командою «Коло із заданим радіусом», проводимо коло із центром у вказаній точці і вибраним радіусом. Командою «Перетин об’єктів» відмічаємо точку перетину прямої і кола.

4. Відкладаємо кут CDB рівний даному куту RIJ, повторюючи крок за кроком дії, аналогічно до тих, які виконуємо при виконанні цієї ж побудови у зошиті з циркулем і лінійкою.

5. На іншій стороні кута відкладаємо відрізок, рівний другій діагоналі (крок аналогічний до дії №3).

6. З’єднуємо кінці двох відрізків (команда «Відрізок через дві точки») – отримуємо перший трикутник DBC’.

7. Будуємо трикутник BCC’ за трьома сторонами. Для цього проведемо два кола з радіусами заданих сторін і центрами у вершинах третьої сторони трикутника DBC’ .

8. Знаходимо точки перетину цих кіл – вершину C. Виконуємо паралельне перенесення сторони DC за напрямком C → C’.

Можна провести розрахунки аналітично або ж графічно, за допомогою відповідних команд програми GRAN.

9. Командою «Відрізок» з'єднуємо послідовно точки D, A, B, C. Проведемо дослідження. Для цього варіюватимемо розмірами заданих умовою фігур. Якщо кут між діагоналями рівний 180° і більше, задача розв'язку не має, що йвідобразить на екрані програма GRAN.

У результаті змін довжин заданих протилежних сторін чотирикутника можна дійти висновку, що розв'язок задача матиме при умові існування трикутника

$$E_2F_2 + G_2H_2 > \sqrt{A_2B_2^2 + C_2D_2^2 - 2A_2B_2 * C_2D_2 \cos\alpha}\,.$$

У даній задачі, якщо її розглядати з позиції метрики, отримаємо один розв'язок, а якщо розв'язати її як позиційно-метричну, то отримаємо вісім різних розміщень шуканоїфігури.

Важливим фактом для розуміння задачі є створення самим учням макроконструкції, яка дозволяє автоматично виконати побудову, виходячи із заданих графічно вихідних даних.

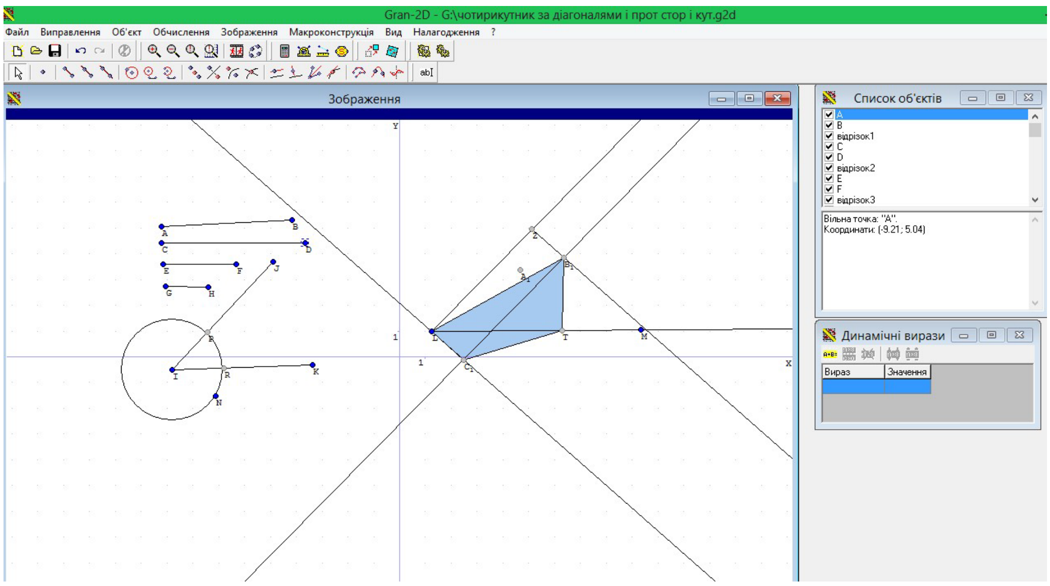


Рис. 1.7 Виконання побудови чотирикутника

Таким чином, застосування ППЗ GRAN-2D у процесі розв'язування задач на побудову дає змогу реалізувати дослідницький підхід, навчити учнів самостійного знаходження шляху розв'язування, формувати пізнавальний інтерес і творчі якості, котрі є дуже важливими і потрібними у сучасному інформаційному суспільстві.

1.6. Використання комп'ютерних моделей під час вивчення планіметрії.

Моделюванням ми називатимемо метод дослідження явищ і процесів, що ґрунтується на заміні конкретного об'єкта досліджень (оригіналу) іншим, подібним до нього (моделлю).

Модель — це штучно (як правило) створений об'єкт, що відтворює будову та суттєві (для даного дослідження) властивості оригіналу.

Комп'ютерними (віртуальними, цифровими) моделями, призначеними для використання в процесі вивчення математики, (КМВМ) ми називатимемо моделі математичних об'єктів (графіки функцій, геометричні побудови, математичні формули, умови задач тощо) шкільного курсу математики, реалізовані за допомогою комп'ютера.

Залежно від того, змінюються моделі з плином часу чи ні, розрізняють *статичні* та *динамічні моделі*.

Статичні моделі — незмінні у часі. За їх допомогою можна отримати інформацію про один стан властивостей об'єкта, що моделюється.

Моделі, властивості яких змінюються з плином часу, називають динамічними.

Інтерактивними моделями називатимемо динамічні моделі, властивості яких користувач може цілеспрямовано змінювати в процесі їх використання (експерименту, дослідження).

Останнім часом у різних країнах набуває широкого застосування система динамічної математики GeoGebra (СДМ GG). Її функціональні можливості та організована розробниками програми потужна інтернет-підтримка користувачів програми дають можливість ефективно використовувати GeoGebra у процесі вивчення математики. В своєму арсеналі GG має потужні засоби для створення КМ, призначених для вивчення шкільного курсу планіметрії.

Розглянемо кілька прикладів використання КМ під час вивчення планіметрії. Курс математики 5-6 класів передбачає розвиток, збагачення і поглиблення знань і уявлень учнів про окремі геометричні фігури і геометричні тіла. Навчальний матеріал, що стосується вивчення властивостей геометричних фігур, має загалом пропедевтичний характер. Його вивчення готує учнів до свідомого та системного засвоєння відповідних тем у курсі геометрії. Тому і пропедевтику використання комп'ютерних моделей у навчальному процесі доцільно починати вже з 5-6 класів. Статичні і динамічні комп'ютерні моделі можуть на даному етапі використовуватись як більш якісна, порівняно з паперовими та іншими аналогами, наочність, а отже — і більш ефективна. Але набагато важливішим є використання динамічних комп'ютерних моделей (ДКМ) з метою впровадження евристичних методів навчання, розвитку творчих здібностей дітей. Здійснюючи за допомогою комп'ютерних моделей дослідження геометричних фігур, учні можуть «відкривати» їх властивості. Наприклад, при вивченні в курсі математики 5 класу теми «Кути трикутника і чотирикутника» можна використати ДКМ «Сума кутів трикутника»

Точки *A*, *B* і *C* трикутника можна вільно переміщати. Відповідно будуть змінюватися градусні міри кутів трикутника. На уроці вчитель може запропонувати учням знайти суму кутів кількох різних трикутників (їх можна швидко отримати, перемістивши вершини трикутника) та на основі отриманих даних сформулювати відповідну гіпотезу (твердження). З метою економії часу процес знаходження суми кутів трикутника можна автоматизувати, поставивши прапорець «Знайти суму». Як домашнє завдання вчитель може запропонувати учням самостійно виконати дослід, описаний у підручнику [3].

Модель, зображена на рисунку допомагає швидко його продемонструвати при поясненні домашнього завдання. Цією самою КМ можна скористатися у 7 класі під час вивчення теми «Властивості кутів трикутника» вже з метою пошуку ідеї доведення теореми про суму кутів трикутника. Учитель може запропонувати учням спробувати зробити це самостійно, задавши відповідне домашнє завдання напередодні вивчення даної теми.

У 6 класі під час вивчення теми «Коло і круг» за допомогою ДКМ, зображеної на рисунку, учні на уроці під керівництвом учителя мають можливість дослідити залежність довжини кола від діаметра і за результатами дослідження висловити відповідні припущення та зробити висновки. (За допомогою повзунка користувач може змінювати радіус кола, у відповідності до цього будуть змінюватись значення діаметра та довжини кола.)

Інструкції та запитання учителя під час колективної роботи у класі можуть бути такими:

- Запишіть, чому дорівнює діаметр кола, представленого на моделі, та довжина кола, що йому відповідає.
- Збільшить у 2 рази діаметр та запишіть значення довжин діаметра і кола.
- У скільки разів збільшилась довжина кола?
- Збільшить у 3 рази діаметр порівняно з початковим значенням, і знов запишіть довжини діаметра і кола.
- У скільки разів збільшилась довжина кола цього разу? Яке припущення можна зробити?
- Перевірте наше припущення. Збільшить у 4 рази діаметр порівняно з початковим значенням. У скільки разів збільшилась довжина кола?
- Запишіть довжини діаметра і кола для даного випадку.
- Знайдіть відношення довжини кола до його діаметра в кожному з випадків.
- Порівняйте отримані числа. Який можна зробити висновок?

Але спектр використання як ДКМ, створених за допомогою GeoGebra, так і самої програми у процесі вивчення шкільного курсу планіметрії є набагато ширшим. Тут ми тільки наведемо основні напрями такого використання.

- GG разом з PowerPoint можна застосовувати для створення якісної наочності (малюнки до задач, теорем, вправи на готових кресленнях тощо).
- GeoGebra має потужні засоби для розв'язування планіметричних задач.
- ДКМ, створені за допомогою GG, можна ефективно використовувати для пошуку шляхів та ідей розв'язання планіметричних задач як на обчислення, так і на доведення.
- Інтерактивні комп'ютерні моделі (ІКМ), розроблені у середовищі GeoGebra, можна застосовувати як динамічні наочні посібники як для вивчення нового матеріалу, так і з метою повторення та узагальнення.
- ІКМ, створені за допомогою GG, можна використовувати для організації евристичного навчання, формування вмінь та навичок дослідницької діяльності, розвитку творчих здібностей дітей.
- СДМ GeoGebra має у своєму арсеналі засоби для створення комп'ютерних моделей, призначених для автоматизації обчислень.
- Функціональні можливості GeoGebra дають змогу використовувати її як інструмент для створення вправ на готових кресленнях у вигляді інтерактивних комп'ютерних моделей.
- ІКМ, призначені для автоматизації процесу створення навчальних вправ і завдань, також можна створювати за допомогою GG.
- За допомогою СДМ GeoGebra можна створити тренажери (наприклад, для засвоєння геометричних понять) у вигляді ІКМ.
- У комплексі з іншими засобами (Microsoft Office Word, Microsoft Office PowerPoint, сайти Google, блоги та документи Google, Moodle тощо) GeoGebra є ефективним інструментом для створення інноваційних дидактичних матеріалів, інтерактивних електронних навчальних посібників, інтерактивних дистанційних курсів (присвячених вивченню планіметрії), авторських друкованих дидактичних матеріалів тощо.

Необхідною умовою є обладнання кабінету математики сучасними засобами мультимедіа (комп’ютер, проектор, екран, аудіообладнання тощо). Оптимальною є забезпеченість кожного учня комп’ютеризованим робочим місцем, приєднаним до глобальної мережі Інтернет. Прийнятним є варіант, при якому одне комп’ютеризоване робоче місце розраховане на двох учнів. Для досягнення максимальної ефективності використання як ІКТ взагалі, так і КМ зокрема є також можливість доступу до комп’ютерів для учнів у позаурочний час. Ще однією необхідною умовою результативності використання КМВМ у процесі вивчення планіметрії є рівень компетентності учителя в галузі ІКТ як загальної, так і вузькопрофільної. Знання функціональних можливостей GeoGebra, методики створення та використання КМ з допомогою GG є однією із важливих складових такої компетентності.

1.7. Психолого-педагогічні вимоги до педагогічних програмних засобів

Аналіз педагогічної практики використання програмних засобів навчального призначення дозволяє зробити висновок, що найбільш істотними причинами створення низькоякісних (з педагогічної точки зору) комп'ютерних програм є, по-перше, часткове, а часом і повне ігнорування дидактичними принципами навчання при їхній розробці й по-друге, неправомірному перенесенні традиційних форм і методів навчання в нову технологію навчання з використанням комп'ютерів.

В цей час уже ні в кого не викликає сумніву той факт, що в умовах інформатизації навчання змінюється парадигма педагогічної науки, змінюється структура й зміст навчання. Нові методи навчання, засновані на активних, самостійних формах здобуття знань і роботи з інформацією, витісняють демонстраційні й ілюстративно-пояснювальні методи, які широко використовувалися традиційною методикою навчання, орієнтованою в основному на колективне сприйняття інформації.[1] Паралельно цьому йде процес використання програмних засобів і систем навчального призначення (пакетів програмних засобів навчального призначення) для підтримки традиційних методів навчання. При цьому програмним засобам (системам), які використовуються в навчальних цілях, передаються якоюсь мірою навчальні функції й, отже, кожна програма повинна будуватися згідно дидактичних принципів навчання, що визначає дидактичні вимоги до ППЗ. Разом з тим методика викладання кожного навчального предмету в свою чергу враховує специфіку і особливості відповідної науки, тому правомірно говорити про методичні вимоги до ППЗ, які передбачають специфіку й особливості кожної конкретної науки й відповідного їй навчального предмету. Визначаючи педагогічні вимоги, які висуваються до ППЗ, необхідно враховувати також обґрунтування вибору теми для ППЗ, аргументоване певними методичними цілями, і забезпечувати перевірку педагогічної ефективності використання ППЗ.

При розробці ППЗ необхідно враховувати ще й ряд інших факторів: вікові й індивідуальні особливості учнів, забезпечення доброзичливої й тактовної форми звернення до учня, можливість повторних звертань до програми у випадку невдалої спроби. Все це обумовлює позитивну основу спілкування користувача з ЕОМ, визначаючи ергономічні вимоги до змісту й оформлення ППЗ. Велике значення при розробці ППЗ необхідно приділяти зручності користування програмою, простотою використання, гарантією стійкості від несанкціонованого натискання клавіш, надійністю, можливістю легкого повернення на вихідні позиції, можливістю переносу на ЕОМ іншого типу, чи на ЕОМ під управлінням іншої ОС.[3] Перераховане вище визначає технічні вимоги до ППЗ, дотримання яких надто важливе, тому що найменше відхилення від них може привести до дискредитації самої ідеї використання комп'ютера в навчальному процесі.

Загальновідомо, що розробка ПЗ, які використовуються в навчальних цілях, являє собою дуже складний процес, що вимагає колективної праці не тільки вчителів, методистів, програмістів, але й психологів, гігієністів, дизайнерів. У зв'язку із цим правомірно пред'являти комплекс вимог до створюваних ППЗ, щоб їхнє використання не викликало б негативних (у психолого-педагогічному або фізіолого-гігієнічному змісті) наслідків, а служило б цілям інтенсифікації навчального процесу, розвитку особистості учня.

Виходячи з цього можна перерахувати основні вимоги, які ставляться до ППЗ:

- педагогічні вимоги (дидактичні, методичні, обґрунтування вибору тематики);
- технічні вимоги;
- ергономічні вимоги;
- фізіологічно-гігієнічні вимоги;
- естетичні вимоги;
- вимоги до оформлення документації [2].

При викладенні суті вимог для прикладу будуть висвітлені напрямки реалізації цих вимог при розробці ППЗ Gran2D. Проте якщо такого прикладу висвітлено не буде, це не означає що відповідна вимога не ставилася при розробці даного програмного засобу.

Зупинимося більш детально на розкритті сутності педагогічних вимог, які висуваються до розроблювальних ППЗ.

Дидактичні вимоги до ППЗ. Вимога забезпечення науковості змісту ППЗ передбачає представлення засобами програми науково-достовірних відомостей (по можливості методами досліджуваної науки). При цьому можливість моделювання, імітації досліджуваних об'єктів, явищ, процесів (як реальних, так і "віртуальних") може забезпечити проведення експериментально-дослідницької діяльності, що ініціює самостійне "відкриття" закономірностей досліджуваних процесів, і разом з тим наближає шкільний експеримент до сучасних наукових методів дослідження.

Вимога забезпечення ***доступності*** означає, що навчальний матеріал запропонований програмою, форми й методи організації навчальної діяльності повинні відповідати рівню підготовки учнів і їхнім віковим особливостям. Встановлення того, чи доступний розумінню учня запропонований за допомогою

ППЗ навчальний матеріал, чи відповідає він раніше набутим знанням, умінням і навичкам, відбувається за допомогою тестування. Від отриманих результатів залежить подальший хід навчання з використанням ППЗ.

Вимога ***адаптивності*** (пристосованості ППЗ до індивідуальних можливостей учня) передбачає реалізацію індивідуального підходу до учня, врахування індивідуальних можливостей сприйняття навчального матеріалу. Реалізація адаптивності може забезпечуватися різними засобами наочності, декількома рівнями диференціації при представленні навчального матеріалу по складності, обсягу, змісту.

Вимога забезпечення ***систематичності й послідовності*** навчання з використанням ППЗ передбачає необхідність засвоєння учнем системи понять, фактів і способів діяльності в їхньому логічному зв'язку з метою забезпечення послідовності й наступності в оволодінні знаннями, уміннями йнавичками.

Вимога забезпечення ***комп'ютерної візуалізації навчальної інформації***, запропонованого ППЗ, передбачає реалізацію можливостей сучасних засобів візуалізації (наприклад, засобів комп'ютерної графіки, технології мультимедіа) об'єктів, процесів, явищ (як реальних, так і "віртуальних"), а також їхніх моделей, подання їх динаміки розвитку, в часовому та просторовому русі, зі збереженням можливості діалогового спілкування із програмою.

Вимога забезпечення ***свідомості*** навчання, ***самостійності й активізації діяльності*** учнів передбачає забезпечення програмними засобами самостійних дій по здобуттю навчальної інформації при чіткому розумінні конкретних цілей і завдань навчальної діяльності. Активізація діяльності учня може забезпечуватися можливістю самостійного керування ситуацією на екрані, вибору режиму навчальної діяльності; варіативності дій у випадку ухвалення самостійного рішення; створення позитивних стимулів, що спонукують до навчальної діяльності, що підвищують мотивацію навчання (наприклад, часткове застосування ігрових ситуацій, гумор, доброзичливість при спілкуванні, використання різних засобів візуалізації).

Вимога забезпечення ***міцності засвоєння результатів навчання*** передбачає забезпечення усвідомленого засвоєння учнем змісту, внутрішньої логіки й структури навчального матеріалу, що надаються засобами ППЗ. Ця вимога досягається здійсненням самоконтролю й самокорекції; забезпеченням контролю на основі зворотного зв'язку, з діагностикою помилок за результатами навчання і оцінкою результатів навчальної діяльності, поясненням сутності допущеної помилки; тестуванням, щоконстатує просування в навчанні.

Вимога забезпечення ***інтерактивного діалогу*** передбачає необхідність його організації за умови забезпечення можливості вибору варіантів змісту досліджуваного матеріалу, а також режиму навчальної діяльності можливостями ППЗ.

Вимога розвитку ***інтелектуального потенціалу*** учня передбачає забезпечення: розвитку мислення (наприклад, алгоритмічного, програмістського стилю мислення, наочно-образного, теоретичного); формування вміння приймати оптимальні рішення або варіативні рішення в складній ситуації; формування вмінь з обробки інформації (наприклад, на основі використання систем обробки даних, інформаційно-пошукових систем, баз даних).

Методичні вимоги до ППЗ передбачають необхідність: враховувати своєрідність і особливості конкретного навчального предмета; передбачати специфіку відповідної науки, її понятійного апарату, особливості методів дослідження її закономірностей; реалізації сучасних методів обробки інформації.

Ергономічні вимоги до змісту й оформлення ППЗ обумовлюють необхідність:

- ураховувати вікові й індивідуальні особливості учнів, різні типи організації нервової діяльності, різні типи мислення, закономірності відновлення інтелектуальної й емоційної працездатності;
- забезпечувати підвищення рівня мотивації навчання, позитивні стимули при взаємодії учня з ППЗ (доброзичлива й тактовна форма звертання до учня, можливість кількаразового звертання до програми у випадку невдалої спроби,

можливість використання в програмі ігрових ситуацій);

- встановлювати вимоги до зображення інформації (кольорова гама, розбірливість, чіткість зображення), до ефективності зчитування зображення, до розташування тексту на екрані ("віконне", табличне, у вигляді тексту, що заповнює весь екран, і т.д.), до режимів роботи з ППЗ.

Естетичні вимоги до ППЗ встановлюють: відповідність естетичного оформлення функціональному призначенню; відповідність кольорового колориту призначенню ППЗ і ергономічним вимогам; упорядкованість і виразність графічних і образотворчих елементів ППЗ.

Окремі елементи ергономічних та естетичних вимог обумовлюють створення зручного та зрозумілого інтерфейсу користувача.

Програмно-технічні вимоги до ППЗ передбачають вимоги по забезпеченню: стійкості до помилкових і некоректних дій користувача; мінімізації часу на дії користувача; ефективного використання технічних ресурсів (у тому числі й зовнішньої пам'яті); відновлення системної області перед завершенням роботи програми; захисту від несанкціонованих дій користувача; відповідності функціонування ППЗ опису в експлуатаційній документації.

Так при розробці будь якого ПЗ необхідно використовувати блоки захисту (в середовищі Delphi Try Except) в місцях де можуть виникнути виключні ситуації, головна з яких це робота з файлами. Унеможливлювати використання користувачем деяких послуг в моменти коли це може призвести до помилкових ситуацій.

Висновки до першого розділу: тут нами подано теоретичне обґрунтування суті, актуальності, значущості, ефективності використання популярних програмних засобів для оптимізації навчального процесу під час викладання планіметрії в школі, зроблено спробу ознайомити з основними можливостями вказаних програм, подано перелік рекомендацій та вимог для належного їх застосування під час уроків.

Розділ II. Методичні основи формування інформаційно-цифрових компетентностей при вивченні планіметрії

2.1. Формування інформаційно-цифрових компетентностей з допомогою програмного засобу GRAN-2D під час розв’язування задач на побудову в шкільному курсі планіметрії

Геометричні побудови – одна з провідних змістовних ліній шкільного курсу геометрії. Учням доводиться виконувати їх при вивченні всього курсу геометрії, а працівникам різних галузей (інженерам-конструкторам, геодезистам, архітекторам, кравцям, столярам, будівельникам та ін.) в майбутній практичній діяльності.

Більшість задач на побудову розв’язується нестандартними методами й при їх розв’язуванні значно меншою мірою може бути використаний деякий алгоритм. Саме ці задачі мають значну дидактичну цінність, оскільки їх розв’язування більше, ніж розв’язування інших математичних задач, сприяє розвитку таких рис учнів, як кмітливість, винахідливість, оригінальність, гнучкість мислення, уважність, спостережливість, формує навички евристичної діяльності.

Процес розв’язування задач на побудову складається з чотирьох етапів: аналіз, побудова, доведення, дослідження.

Основними методами розв’язування задач на побудову є: метод геометричних місць точок, методи геометричних перетворень (симетрії, повороту, гомотетії, паралельного перенесення), алгебраїчний метод. [6, 276]

Для розв’язування задач на побудову досить ефективним є використання педагогічного програмного засобу (ППЗ) GRAN-2D. Наявність інструментів для побудови відрізків, прямих і кіл, для чого традиційно використовувались лінійка і циркуль, забезпечує можливості виконання різноманітних геометричних побудов. Це значно полегшує роботу учням, дає змогу виконувати креслення виразніше, точніше та акуратніше. А час, зекономлений при виконанні побудов за рахунок використання комп’ютерних аналогів необхідного інструментарію, учні можуть використати для дослідження побудованих конфігурацій геометричних фігур, для розвитку геометричної інтуїції, конструкторських здібностей. З потрібною точністю можна перевірити отримані результати обчислень та побудов, відповідність гіпотез, умови існування розв'язків та раціональність шляхів їх пошуку. Саме тому дана програма є потужним інструментом проведення комп'ютерних експериментів з математичними моделями, що є основою дослідницького підходу у навчанні планіметрії в школі.

Також за рахунок використання комп'ютерних засобів можна значно збільшити кількість розглядуваних на уроках геометрії задач та підвищити рівень їх складності.

Розглянемо на прикладі розв'язування задач на побудову різними методами можливості використання ППЗ GRAN-2D на уроках планіметрії.

Задачі на побудову методом геометричних місць пропонуються учням вже в 7 класі. Розглянемоданий метод на прикладі розв'язування наступної задачі.

Задача. *Побудувати трикутник за двома сторонами і радіусом описаного кола.*

Для розв'язування задач методом геометричних місць необхідно з'ясувати: до знаходження яких точок зводиться розв'язання задачі і які дві вимоги мають ці точки задовольняти. Далі розглядають одну з вимог задачі і будують геометричне місце точок (ГМТ), що задовольняють цю вимогу. Потім будують ГМТ, які задовольняють інші вимоги і, нарешті, знаходять точки перетину геометричних місць точок [6].

На рис. 2.1 показано копію вікна побудови з умовою задачі, заданими відрізками, відкритими підказками та додатковим малюнком, які можна приховати, «натиснувши» відповідну кнопку.

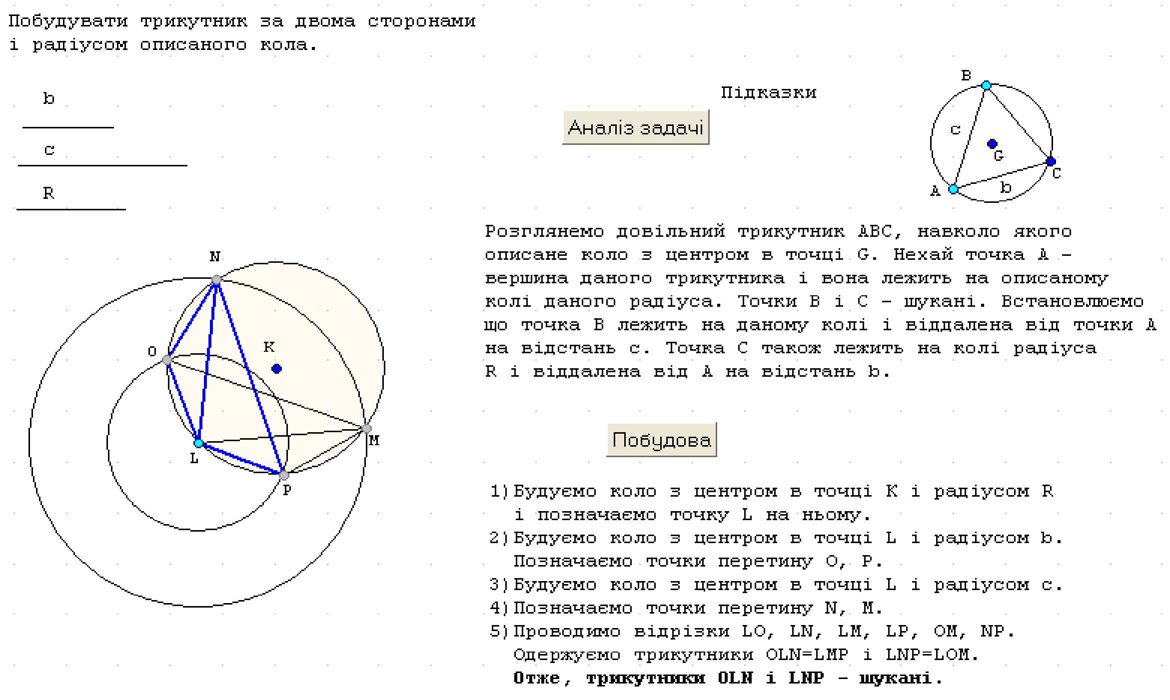


Рис. 2.1

Проведемо аналіз даної задачі.

Нехай точка A – вершина трикутника ABC, навколо якого описане коло радіуса *R*. Необхідно знайти розташування інших вершин трикутника – точок B і C. Точка B, по-перше, лежить на даному колі радіуса *R*, а по-друге віддалена від точки A на відстань *c*. Тобто вона лежить на перетині даного кола і кола з центром в точці A і радіусом *c*. Точка C також лежить на даному колі та віддалена від A на відстань *b*. Отже, вона лежить на перетині даного кола і кола з центром в точці A і радіусом *b*.

Під час побудови легко встановити, що шуканих трикутників два.

Застосування методу осьової симетрії для розв'язування задач на побудову можна проілюструвати за допомогою такої задачі.

Задача. *Через вершину A трикутника ABC і точку D основи BC проведено пряму. Знайти на цій прямій точку M, з якої відрізки BD і CD видно під рівними кутами.*

Для розв'язування задачі слід використати правило-орієнтир. По-перше, необхідно припустити, що задача розв'язана, тоді обрати певну симетрію стосовно або даної прямої, або прямої, яку легко побудувати та замінити один із даних елементів симетричним щодо обраної осі симетрії. У запропонованій задачі пряма AD буде розглядатись як вісь симетрії, а точка C – об'єкт симетрії (рис. 2.2).

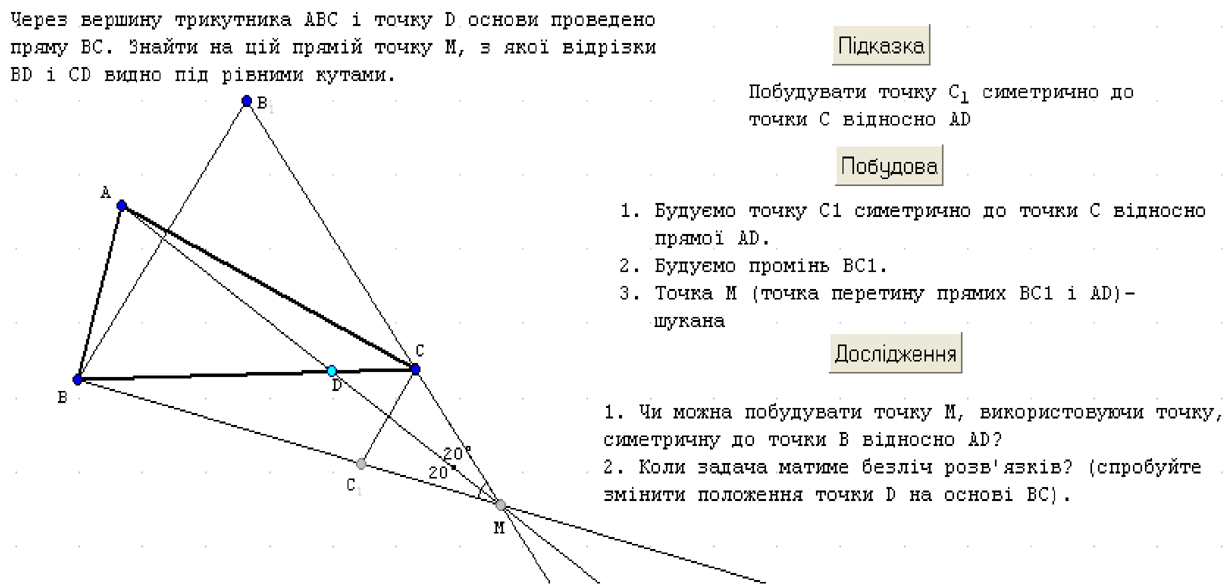


Рис. 2.2

Отже, учням можна дати підказку: побудувати точку C_1 симетрично до C відносно прямої AD, використовуючи послугу *Симетрія відносно точки прямої)*.

Маючи на екрані точки B і C_1, неважко здогадатися провести пряму через ці точки, яка перетне пряму AD в точці M. Далі пропонуємо учням перевірити, чи є точка M шукана? Для цього спочатку можна провести дослідження, вимірявши градусну міру кутів AMB і AMC з допомогою інструмента *Обчислення кута за трьома точками*, а потім аналітично довести рівність цих кутів (очевидно, пряма AM є бісектрисою кута BMB_1 чи CMC_1).

Оскільки модель геометричної побудови в ППЗ GRAN-2D є динамічною, то учням доцільно поставити завдання на дослідження. Спробуйте змінити положення точки D на основі BC. Чи можна знайти точку M, побудувавши точку B_1 симетрично до B відносно AD? Який із способів і в якому випадку буде більш зручним? Коли задача матиме безліч розв'язків?

До малюнка бажано створити кілька кнопок, за допомогою яких приховувати і послідовно відкривати підказки. Завдяки цьому імітується евристичний діалог школяра з учителем. За кнопкою можна приховувати навідні або додаткові запитання для учня. Це також допомагає школяреві вдосконалювати навички самоконтролю.

Метод повороту застосовується в задачах на побудову многокутників, вершини яких лежать на трьох даних лініях (прямих чи колах). Наприклад така задача.

Задача. *Побудувати прямокутний рівнобедрений трикутник, вершини якого лежать на трьох паралельних прямих.*

Для пошуку способу розв'язання необхідно провести аналіз задачі. Нехай трикутник ABC – шуканий і його вершини лежать на паралельних прямих *a*, *b*, c (рис. 3). Оскільки $\angle A=90^\circ$ і AC=AB, то виконуємо поворот прямої *a* навколо точки A на 90°. При цьому пряма *a* перейде в a_1. Отже, точка B є точкою перетину прямих c і a_1. Знаючи положення точки B, знайдемо і положення точки C, виконавши поворот B навколо A в протилежному напрямі.

На основі аналізу знаходимо план побудови.

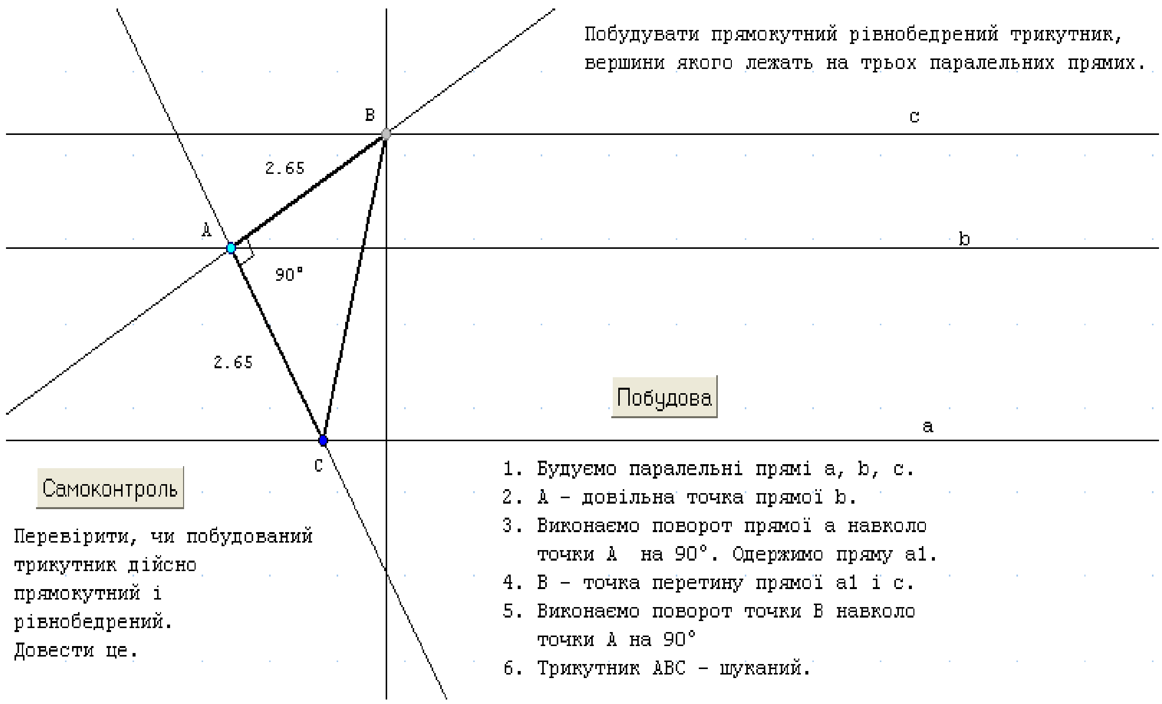


Рис. 2.3

На закріплення учні можуть легко самостійно розв'язати задачі на побудову квадрата, три вершини якого лежать на паралельних прямих; на побудову рівностороннього трикутника, вершини якого лежать на трьох паралельних прямих та ін.

При вивченні тем „Перетворення подібності”, „Подібність фігур” розв’язують задачі за методом подібності. Якщо дані геометричної задачі на побудову такі, що опустивши одне з них, можна побудувати безліч фігур, подібних шуканій, то спочатку будують яку-небудь з цих фігур, а потім, враховуючи опущене дане, будують шукану фігуру. [12]

Задача. *У даний трикутник ABC вписати ромб з даним гострим кутом α так, щоб одна з його сторін лежала на основі AC трикутника, а дві його вершини – на бічних сторонах AB і BC.*

Нехай ромб DNRP – шуканий. Опустимо вимогу – одна із вершин ромба лежить на стороні BC трикутника. Побудуємо ромб $D_1N_1R_1P_1$ з кутом D_1, що дорівнює даному. Далі, перш ніж продовжувати аналіз, учням доцільно запропонувати виконати дослідження, в результаті якого вони повинні встановити, що якщо для точки R_1 ввімкнути функцію *Властивості сліду/Залишати слід* (контекстне меню точки R_1), то при переміщенні точки D_1 вздовж AC, точка R_1 залишатиме слід у вигляді прямої, яка проходить через точку A.

Отже, з вершини A трикутника як з центра гомотетії можна провести через вершину R_1 ромба пряму AR, яка буде геометричним місцем відповідних вершин ромбів, гомотетичних побудованому і таких, що задовольнятимуть всі умови задачі, крім опущеної. Тому точка перетину прямої AR_1 із стороною BC трикутника – шукана вершина ромба.

Звідси випливає побудова. На стороні AC будуємо довільну точку D_1. Від прямої D_1C відкладаємо кут, рівний даному. При цьому бажано застосовувати не послугу *Дуга*, а виконати побудову так, як це школярі повинні робити вручну. Щоб не захаращувати креслення, допоміжні побудови слід приховати, знявши позначки у *Переліку об’єктів*.

На сторонах побудованого кута будуємо ромб $D_1N_1R_1P_1$. Проводимо пряму AR_1, яка перетинає BC в точці R. Будуємо $RP \| R_1P_1$, $RN \| N_1R_1$, $ND \| N_1D_1$. DNRP –

шуканий ромб.

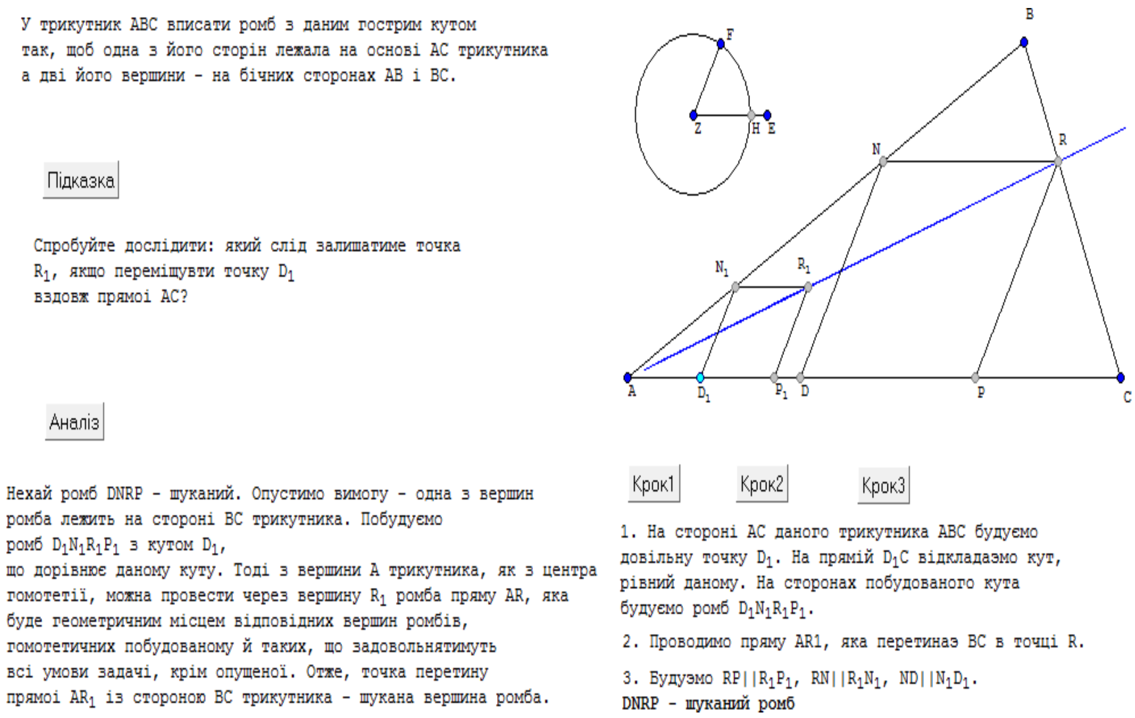


Рис.2.4

Іноді побудова фігури є досить важкою тільки через те, що частини цієї фігури занадто віддалені одна від одної і тому важко ввести в малюнок дані елементи. Зближення елементів фігур зручно здійснювати методом паралельного перенесення, суть якого полягає в тому, що яку-небудь частину фігури паралельно переносять на деяку відстань у певному напрямі, завдяки чому дістають допоміжну фігуру, яку легко побудувати. Побудувавши допоміжну фігуру, виконують паралельне перенесення в протилежному напрямі на ту ж саму відстань. Дістають шукану фігуру [15]

Застосування методу паралельного перенесення проілюструємо за допомогою такої задачі.

Задача. *Побудувати трапецію за її сторонами.*

На етапі аналізу будуємо допоміжний малюнок – довільну трапецію ABCD (рис. 2.5). Одну із бічних сторін трапеції паралельно переносимо в напрямку однієї з основ і проводимо її через вершину меншої основи. В результаті отримуємо допоміжну фігуру – трикутник з двома сторонами, що рівні бічним сторонам трапеції і третьою стороною, яка дорівнює різниці основ трапеції. Цей трикутник можна побудувати за даними задачі. Виконуючи обернене паралельне перенесення, одержимо шукану трапецію.

Розглянемо послідовність побудови. Будуємо пряму IJ. Використовуючи послугу *Коло радіусом* , на прямій IJ відкладаємо відрізок IL=*b* та від точки L відкладаємо відрізок ML=*a*. Далі будуємо точку O як точку перетину кіл з центром в точці I та радіусом *c* та з центром в точці M і радіусом *d*. Через точку O проводимо пряму паралельно до IL, користуючись послугою *Паралельна пряма*. Також через точку L проводимо пряму паралельно OM. Знаходимо Q – точка перетину цих прямих. IOQL – шукана трапеція.

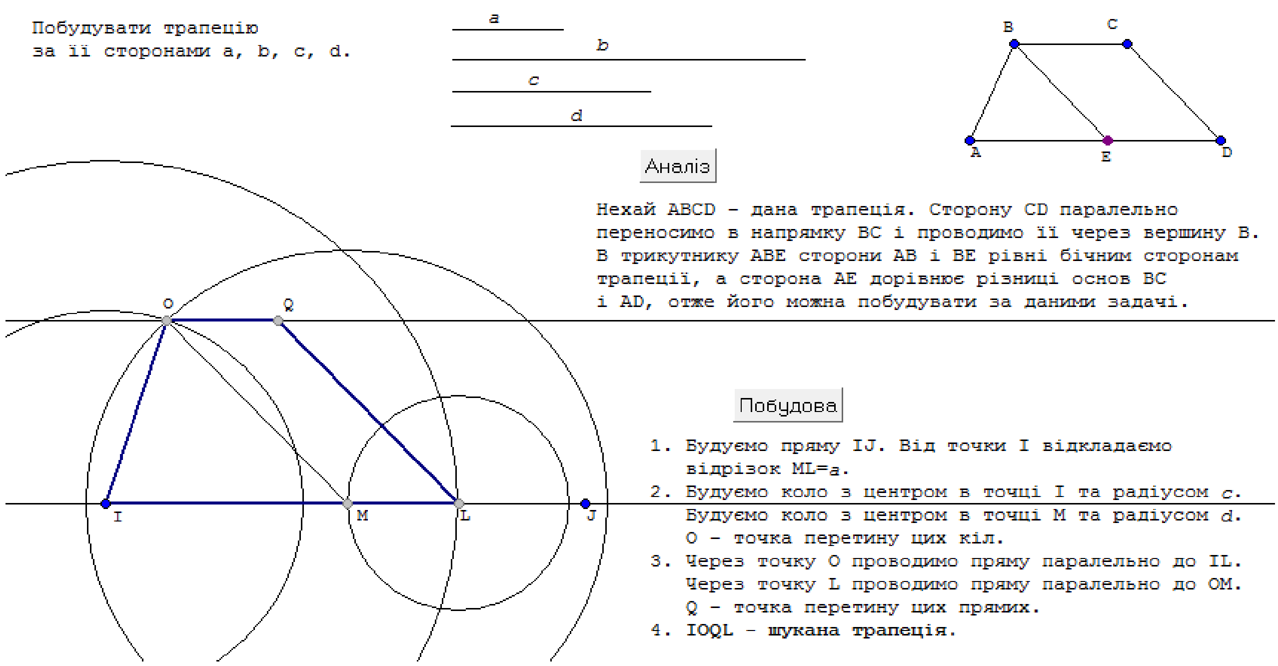


Рис. 2.5

В 9 класі розглядають задачі на побудову відрізка, який заданий формулою. Наприклад, розглянемо побудову середнього геометричного *c*

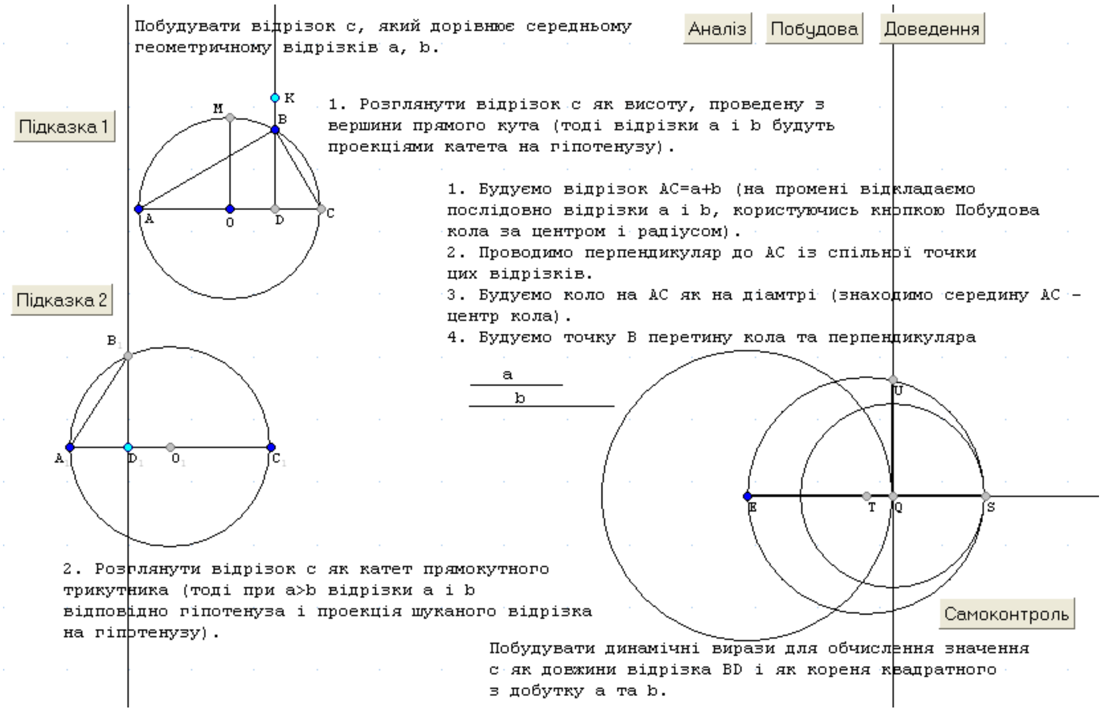


Рис. 2.6

Шуканий відрізок можна розглядати так (рис. 2.6):

1) як висоту, проведену з вершини прямого кута на гіпотенузу (тоді a і b будуть проекціями катета на гіпотенузу);

2) як катет прямокутного трикутника (тоді при a>b, відрізки a і b – відповідно гіпотенуза і проекція шуканого відрізка (катета) на гіпотенузу).

За даними підказками легко створити малюнки, за якими провести аналіз і скласти план побудови.

Для самоконтролю можна створити динамічні вирази для обчислення значення *c* як довжини відрізка BD (*Len(B,D)*) і як кореня квадратного з добутку довжин *a* і *b* (*Sqrt(Len(A,D)*Len(D,C)*) (рис.). В результаті повинні бути рівні значення. Спробуйте перемістити точку B на колі. Як це впливає на результат?

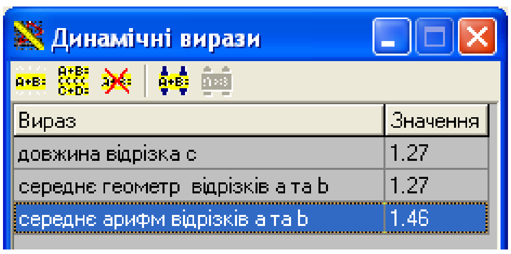


Рис. 2.7

Школярів можна запитати: якою нерівністю пов’язані між собою середнє геометричне і середнє арифметичне. Що буде геометричною ілюстрацією середнього арифметичного? Користуючись динаміч-ним кресленням і створеними відповідними динамічними виразами, перевірте за яких умов нерівність Коші перетворюється в рівність. Спробуйте довести дану нерівність на основі геометричної ілюстрації.

Розглянемо задачу на використання побудови середнього геометричного.

Задача. *Побудувати квадрат, рівновеликий даному прямокутнику.*

Позначимо a, b – сторони прямокутника, x – сторона квадрата. Тоді площа прямокутника дорівнює ab, а площа квадрата x^2. За умовою $x^2 = ab$, звідки x ab . Отже, розв’язування задачі зводиться до побудови спочатку відрізка x як середнього геометричного відрізків a, b, а потім до побудови квадрата на цьому відрізку як на його стороні (рис.).

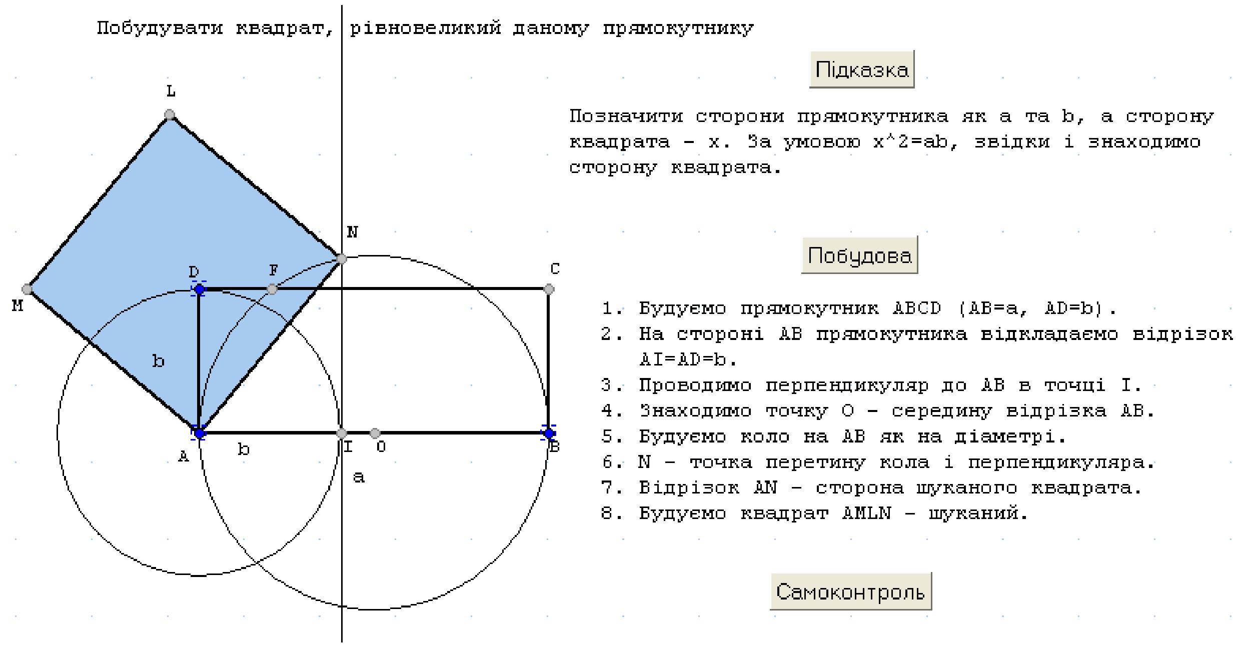


Рис. 2.8

Для самоконтролю даємо учням завдання: користуючись послугою *Обчислення площ* або можливістю створення динамічних виразів, переконатися, що площі даного прямокутника та квадрата рівні.

Таким чином, застосування ППЗ GRAN-2D у процесі розв’язування задач на побудову дає змогу реалізувати дослідницький підхід, навчити учнів самостійного знаходження шляху розв'язування, формувати пізнавальний інтерес і творчі якості.

2.2 Методика організації дослідницької діяльності на уроках планіметрії із застосуванням педагогічного програмного засобу Gran 2D

В умовах особистісно орієнтованого навчання геометрії основної школи застосування інформаційно-комунікаційних технологій (наприклад, педагогічного програмного засобу Gran 2D) є потужним і водночас зручним інструментом проведення експериментів з математичними моделями – основою дослідницького підходу. З іншого боку, застосування таких технологій забезпечує появу нових якостей усвідомленості, розширення діапазону особистісної активності учня за рахунок принципово нових, недосяжних без використання комп'ютера властивостей навчально-пізнавальної педагогічної ситуації.

Покажемо, як можна навчати учнів пошуково-дослідницької діяльності із використанням педагогічного програмного засобу Gran 2D на вправах з планіметрії восьмого класу в умовах особистісно-орієнтованого навчання. При цьому ставиться мета для розвитку не тільки дослідницьких вмінь, а й розвитку гіпотетико-дедуктивного і просторового мислення на матеріалі планіметрії, загальних планіметричних вмінь, пізнавальної самостійності, мотиваційної сфери учня.

Пошуково-дослідницьку діяльність при засвоєнні геометрії в основній школі ми розглядаємо як один з видів навчально-пізнавальної діяльності учнів, що спрямована на самостійне набуття суб'єктивно нових математичних знань на основі аналізу поточних даних, висування гіпотез і їх пояснення.

Під дослідницькими вміннями ми розуміємо вміння прогнозувати кінцевий результат роботи, знаходити приховані властивості предметів або об'єктивні закономірності, досліджувати їх, на цій підставі висувати гіпотези, шукати шляхи їх обґрунтування. При цьому програмний засіб Gran 2D може буде використаний на уроках планіметрії, присвячених розв'язуванню задач, як засіб формування в учнів дослідницьких навичок.

Серед загальних геометричних вмінь виділимо (за М.І.Бурдою): вміння створювати геометричні образи і оперувати ними; графічні уміння; уміння оперувати геометричними твердженнями [2; 80].

Розв’язуючи задачу, чи доводячи теорему, як правило, мають справу з двома компонентами: умовою і графічною основою [2; 86]. У традиційному навчанні зазвичай ***графічна опора*** розглядається як своєрідна образ-схема, яка допомагає виділити найбільш абстрактні (понятійні) властивості об’єкта, що вивчається. Крім того, вчитель, надаючи учням певну стандартизовану (кожного разу майже однакову) графічну основу, тим самим підкреслює саме узагальненість таких властивостей. При цьому дуже рідко увага учнів акцентується на тому, що дана властивість притаманна не тільки окремому ізольованому об’єкту, а цілому класу об’єктів, що пов’язані спільними геометричними конструктивно-технічними особливостями.

І.С. Якиманська особливо підкреслює, що графічне зображення об’єкта, яке використовується в геометрії, є не просто допоміжним ілюстративним засобом, що полегшує засвоєння знань, а є самостійним джерелом отримання нових знань [10; 8].

Для того, щоб виявляти такі джерела, доцільно впроваджувати інформаційно-комунікаційні технології, зокрема, педагогічний програмний засобом Gran 2D. Створений за допомогою такого програмного засобу образ буде мати динамічний характер, при цьому структура самого об’єкту змінюватися не буде. Проте, в залежності від того, якого виду набуває цей об’єкт, виявляються, змінюються і ті властивості, які притаманні не тільки даному об’єкту, але й цілому класу однорідних за структурою об’єктів.

Покажемо, як на матеріалі геометрії восьмого класу, застосовуючи інформаційно-комунікаційні технології, можна організувати пошуково-дослідницьку діяльність учнів в умовах особистісно орієнтованого навчання. Візьмемо, наприклад, таку задачу на доведення.

Задача. *Доведіть, що бісектриса зовнішнього кута паралелограма разом з його сторонами (або їх продовженнями), що не проходять через вершину цього кута, утворюють рівнобедрений трикутник, сума бічних сторін якого дорівнює периметру паралелограма [8; 18].*

Мотивування діяльності стосовно доведення тверджень залишається непростою методичною задачею. Одним із шляхів її розв'язання є видозмінення задачі. Умову задачі можна переформулювати і тим самим створити таку навчально-пізнавальну ситуацію, коли учні самі висувають гіпотези і як наслідок, виявляють бажання їх досліджувати – доводити або спростовувати.

Повернемося до задачі. Замість її умови вчитель пропонує учням з'ясувати, яку фігуру можна отримати, якщо виконати побудову за таким кроками:

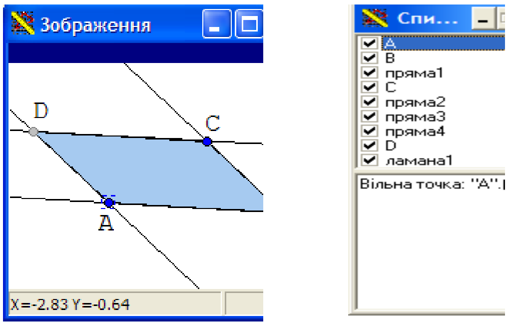
1. *побудувати довільний паралелограм ABCD;*
2. *провести бісектрису зовнішнього кута B паралелограма ABCD;*
3. *знайти точки перетину бісектриси з продовженнями сторін CD і DA паралелограма.*

Перш ніж здійснити побудову, вчитель пропонує учням спробувати спрогнозувати, яку фігуру можна в результаті отримати, а потім з'ясувати, здійсниться прогноз чи ні.

Використовуючи означення паралелограма, вчитель пропонує кожному учневі самостійно побудувати паралелограм, використовуючи педагогічний програмний засіб Gran 2D за таким алгоритмом:

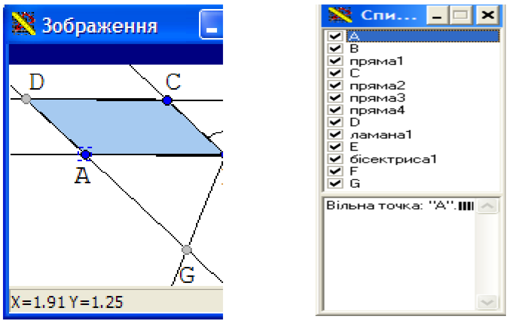
1. будуємо довільну пряму $\underset{\notin}{AB}$;
2. вибираємо довільну точку C, через яку проводимо пряму $a \parallel AB$;
3. проводимо пряму CB;
4. через точку A проводимо пряму b , паралельну прямій CB;
5. на перетині прямих a і b ставимо точку D; фігура $ABCD$ – шуканий паралелограм (*рис.*).

Учні працюють індивідуально-фронтально, обговорюючи, якщо є потреба, алгоритм побудови. При цьому вчитель не дає на дошці конкретного зображення паралелограма, тому кожний з школярів зображає його так, як це є більш зручним і зрозумілим для нього. Звіряючи список побудованих об’єктів з еталонним, (його пропонує вчитель (*рис.2.8, 2.9*), кожен учень може проконтролювати правильність власних побудов та в разі потреби їх скоригувати.



а) *б)*

Рис. 2.8



а) *б)*

Рис. 2.9

Під час такої роботи підкреслюється, що дана побудова базується на паралельності протилежних сторін. Якщо побудовану фігуру почати рухати („взявши” курсором, наприклад, вільну точку *C*), то все одно властивість паралельності зберігається, і, отже, побудована фігура є паралелограмом. Доцільно у даному випадку обговорити з учнями переваги побудови та маніпулювання з геометричною моделлю у середовищі Gran 2D, так як створений за допомогою такого програмного засобу образ буде мати динамічний характер, при цьому структура самого об’єкту змінюватися не буде.

Для побудови бісектриси зовнішнього кута, учні виконують такі кроки:

1. вибираємо на прямій AB довільну точку E ;
2. проводимо бісектрису BF зовнішнього кута CBE (*рис. 2,а*);
3. на перетині продовження сторони DC і бісектриси BF ставимо точку F , а на перетині продовження сторони AD і бісектриси BF ставимо точку G (*рис. 2, а*).

Знову правильність своїх дій учні контролюють за допомогою списку об’єктів, звіряючи його з еталонним (*рис. 2, б*).

Вчитель пропонує учням з’ясувати, чи здійснився попередній прогноз щодо побудованої фігури? Тобто знову піднімається вихідна проблема, *яку фігуру ми* *отримали в результаті виконаної побудови?* Зрозуміло, що такою фігурою є GDF.

Так як початково на дошці вчитель не задавав графічну опору певного виду, то учні отримують зображення різних трикутників. У зв’язку з цим їм пропонується зробити припущення щодо виду побудованого трикутника. Учні можуть висунути різні гіпотези, а саме: отриманий трикутник гострокутний, або тупокутний, у когось він схожий на рівносторонній тощо.

Учні з’ясовують, що для визначення виду трикутника досить виміряти кут при вершині $DGDF$.

Далі учні самостійно спроможні намітити наступний крок.

Використовуючи педагогічний програмний засіб Gran 2, виміряти зовнішній кут паралелограма ABCD , і у залежності від його величини дослідити вид трикутника GDF**.** Для цього необхідно, змінюючи положення, наприклад, вільної точки C, змінювати величину зовнішнього кута CBE паралелограма $ABCD$.

Працюючи з динамічним образом GDF, учні приходять до висновку, що, якщо зовнішній кут паралелограма тупий, то GDF – гострокутний (*рис. 2.10, а*); якщо зовнішній кут гострий, то шуканий GDF тупокутний (*рис. 2.10, б*), якщо зовнішній кут паралелограма прямий, то GDF – прямокутний (*рис. 2.10, в*).

а) *б)* *в)*

Рис. 2.10

Вчитель пропонує більш детально розглянути той рисунок, де GDF виявився прямокутним, (рис. *2.10*) і звертає увагу на зображення паралелограма.

Так як вчитель не пропонував певної для всіх однакової графічної опори на дошці, то рисунки прямокутних трикутників у різних учнів вийшли різні, тому діти можуть висунути різні гіпотези щодо паралелограма *ABCD*. А саме, що паралелограм *ABCD* може бути або квадратом, або прямокутником.

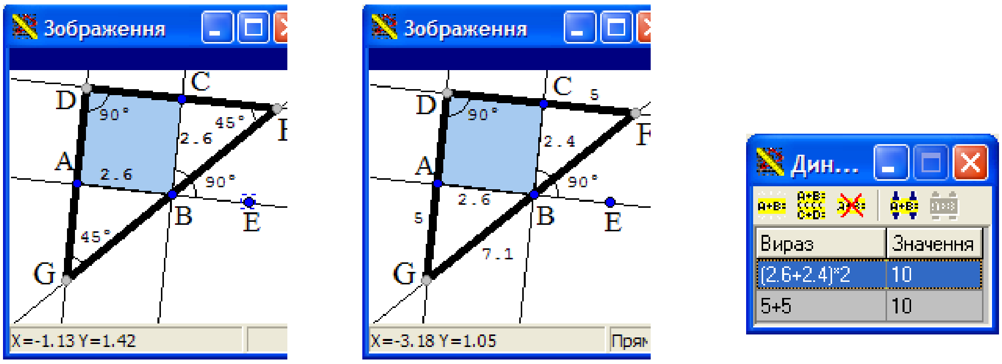
Доцільно у цій ситуації поставити таке запитання: *Яку мінімальну кількість кутів і сторін нам достатньо виміряти, щоб стверджувати, що побудовано прямокутник або квадрат?* Так як за побудовою *ABCD* – паралелограм, у якого протилежні сторони і кути рівні, тому достатньо виміряти тільки два кути при суміжних вершинах та дві прилеглі до однієї вершини сторони. Це вимірювання здійснюється за допомогою педагогічного програмного засобу Gran 2D: спочатку величини кутів (*рис. 4, а*), а потім і сторін, прилеглих до вершини *B* (*рис. 4, б*).

Також варто поставити такі запитання: *Для того, щоб   GDF був прямокутним, чи обов'язково, щоб паралелограм ABCD виявився квадратом?* Для того, щоб упевнитися у можливості двох випадків, кожен учень досліджує паралелограм *ABCD* , рухаючи, наприклад вільну точку *C* і залишаючи при цьому кут *D* 90^0 . Результатом такого дослідження може бути, наприклад, квадрат, як на *рис. 2.11, б*, або прямокутник, як показано на *рис. 2.11, в*.

а) *б)* *в)*

Рис. 2.11

Далі вчитель пропонує учням розглянути таку задачу. *Які ще дані про трикутник GDF ми можемо отримати, використовуючи можливості педагогічного програмного засобу Gran 2D?* Учні пропонують виміряти кути при основі трикутника (*рис. 2.12*) або довжини всіх сторін (*рис 2.12, а*).



а) *б)*

Рис. 2.12

Виходячи з рис. *2.12, а*, школярі можуть зробити припущення, що $\triangle$ прямокутний *GDF* – рівнобедрений і далі самостійно висунути гіпотезу: $\triangle$ *GDF* може бути рівнобедреним і у випадку, якщо кут *D* тупий, або гострий. Для того, щоб у цьому упевнитися учні також вимірюють величини кутів або довжини сторін тупокутного (*рис. 2.12, а*) і гострокутного (*рис. 2.13, а*) трикутників.

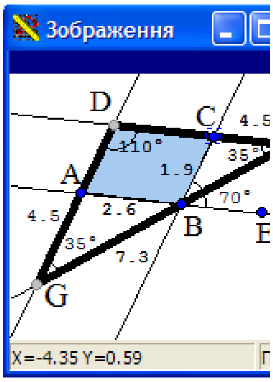


рис. 2.12, а

рис. 2.12, б

рис. 2.13, б

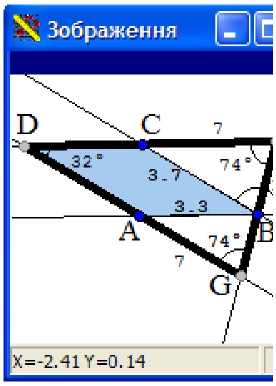
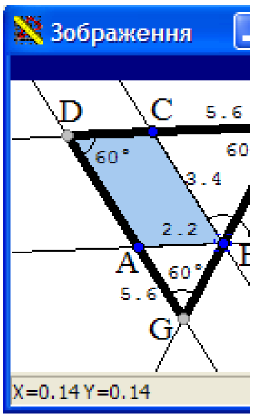


рис. 2.13, а

Аналізуючи зображення на рис. 6, а; 7, а; 8, учні самостійно висувають



гіпотезу: **всі розглянуті трикутники рівнобедрені.**

Яке ще припущення можна зробити щодо трикутника GDF?

Чи може цей трикутник бути рівностороннім? Учні з’ясовують, що якщо зовнішній кут паралелограма 120^0, то GDF рівносторонній.

З огляду на проведене дослідження, вчитель пропонує відповісти на запитання: Яку спільну властивість мають всі трикутники, що були побудовані впродовж дослідження? Всі ці трикутники – рівнобедрені. Які частинні випадки можуть виникнути і від чого це залежить? Частинними випадками можуть бути прямокутний і рівносторонній трикутники, якщо зовнішній кут паралелограма ABCDвідповідно дорівнює 90^0 або 120^0 . Також прямокутний трикутник може бути, якщо в умові задачі дано частинний випадок паралелограма – прямокутник або квадрат.

Вчитель пропонує учням самостійно сформулювати гіпотези (твердження) з урахуванням побудови, щоб отримати: а) загальний випадок; б) частинний випадок, коли одержаний трикутник – прямокутний; в) частинний випадок, коли одержаний трикутник рівносторонній.

1. Якщо у паралелограмі провести бісектрису зовнішнього кута і продовжити її до перетину із продовженнями сторін, що не містять вершину бісектриси, то отриманий трикутник рівнобедрений (1). Учні тим самим узагальнюють суттєві властивості побудованих трикутників.

Якщо провести бісектрису зовнішнього кута прямокутника і продовжити її до перетину з продовженнями сторін цього прямокутника, то отримаємо рівнобічний прямокутний трикутник (2).

2. Якщо провести бісектрису зовнішнього кута паралелограма, що має внутрішній кут величиною 120^0 і продовжити її до перетину з продовженнями сторін цього паралелограму, то отримаємо рівносторонній трикутник (3).

Твердження (2) та (3) дають змогу варіювати умову задачі у межах заданих вимог.

Вчитель знову ставить проблему перед учнями. ***Використовуючи***

педагогічний програмний засіб Gran2D, порівняти периметр паралелограма *ABCD* ***і суму бічних сторін трикутника*** *GDF* ***,*** *для чого скористатися вікном „Динамічні вирази*”. Учні роблять відповідні обчислення, наприклад, як на *рис. 6, б*. Порівнюючи динамічні вирази для прямокутного (*рис. 6, б*), тупокутного (*рис. 7, б*), гострокутного (*рис. 8, б*) і рівностороннього (*рис. 9, б*) трикутників учні висувають гіпотезу, що ці величини рівні.

Отже, твердження (1) можна уточнити таким чином: Якщо у паралелограмі провести бісектрису зовнішнього кута і продовжити її до перетину із продовженнями сторін, що не містять вершину бісектриси, то отримаємо трикутник рівнобедрений, і сума його бічних сторін дорівнює периметру паралелограма (4).

Отже, дане дослідження показало, що є приховані реально існуючі параметри об'єктів, які можна „побачити”, якщо, наприклад, використати сучасні інформаційно-комунікаційні технології. Після знаходження таких параметрів можна сформулювати певну гіпотезу. Постає питання, чи треба доводити таке твердження, наприклад, (4)? Учні приходять до умовиводу, що оскільки при побудові у зошиті не завжди є умови досліджувати приховані параметри об'єктів, проводити точні вимірювання, то те, що, наприклад, отриманий трикутник є рівнобедреним і таким, що сума його бічних сторін дорівнює периметру паралелограма, не є вірогідним фактом. Отже, необхідно доводити сформульовану гіпотезу.

Далі вчитель пропонує учням в залежності від вподобань довести гіпотезу (4) або уточнені гіпотези (2) чи (3), використовуючи той рисунок, який учні вважають більш наочним і зручним. Учні самостійно починають виконувати роботу в зошиті. Вчитель надає диференційовану дозовану допомогу тим, хто відчуває утруднення.

У підсумку вчитель підкреслює, що при розв'язуванні задачі на доведення ми провели дослідження, використавши педагогічний програмний засіб Gran 2D. У порівнянні з традиційною побудовою графічного зображення до задачі це дало такі переваги. Використання програмного засібу Gran 2D:

- Сприяє активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів.
- Надає можливість експериментувати, досліджувати об’єкт в новому ракурсі, відшукувати
- приховані властивості об’єкту, які майже неможливо побачити при традиційному зображенніїх на папері.
- Програма Gran 2D може бути використана для пошуку закономірностей, на підставі яких висуваються ґрунтовні гіпотези щодо цілого класу об’єктів, пов’язаних спільними геометричними конструктивно-технічними особливостями.
- Наштовхує на думку, що графічне зображення об’єкту може відображати як загальний, так і частинний випадки, і тому не можна посилатися на рисунок як на очевидний факт без доведення.
- Надає можливість побачити динамічні властивості образу об’єкта.
- Сприяє розвитку просторової уяви.

В процесі розв’язування такої математичної задачі в учнів формувались уміння досліджувати об’єкт та його властивості в ситуації невизначеності, висувати гіпотези, обґрунтовувати необхідність доведення цих припущень, доводити гіпотези. *Чи потрібні такі вміння людині у повсякденному житті?* Безперечно ними має володіти сучасна людина.

2.3. Формування інформаційно-цифрових компетентностей з використання програми GeoGebra.

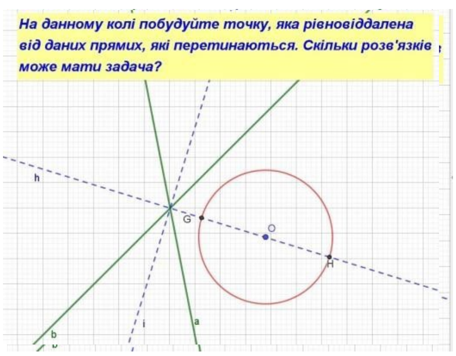
Програму GeoGebra доцільно використовувати при розв'язуванні задач на побудову.

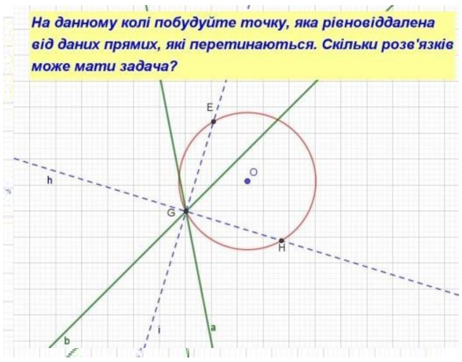
Задача 1. На даному колі побудуйте точку, яка рівновіддалена від двох даних прямих, що перетинаються. Скільки розв’язків може мати задача?

Розв’язання. ГМТ, рівновіддалених від двох прямих, що перетинаються, є бісектриси кутів, утворених при перетині двох прямих. Шукана точка належить даному колу і ГМТ, рівновіддалених від двох прямих, які перетинаються, отже, буде точкою перетину колаі даного ГМТ.

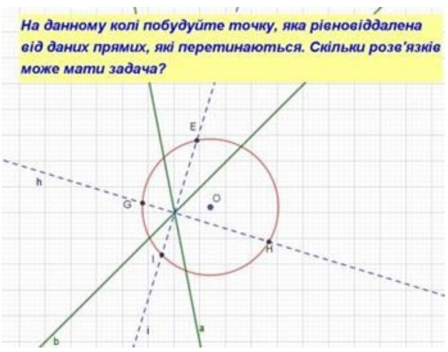
Щоб з’ясувати, скільки розв’язків може мати задача, доцільно використати модель до цієї задачі, створену за допомогою програми GeoGebra. (Змінюючи розташування кола, досліджуємо, що задача може мати 0, 1, 2, 3 і 4 розв’язки. Інструкція для створення моделі до задачі описана в [Додатку 4](#).

0 розв’язків 1 розв’язок





2 розв’язки 3 розв’язки



4 розв’язки

Рис. 2.14

Пакет динамічної математики GeoGebra, на відміну від GRAN-2D, можна використовувати для геометричної ілюстрації розв’язання задач з теми «Декартові координати на площині».

Задача 2. Знайдіть координати всіх точок C осі абсцис таких, що трикутник ABC рівнобедрений і $A(1;1)$, $B(2;3)$.

Розв’язання.

$AB^2 = (1 - 2)^2 + (1 - 3)^2 = 1 + 4 = 5.$

Оскільки точка С належить осі абсцис, тоді її ордината дорівнює О. Нехай точка С має координати (x; 0).

Отже, $AC^2 = (1 - x)^2 + 1$, а $BC^2 = (2 - x)^2 + 9$.

При розв'язанні потрібно розглянути три випадки:

- сторона AB є основою рівнобедреного трикутника;
- сторона AC є основою рівнобедреного трикутника;
- сторона BC є основою рівнобедреного трикутника.

1. Якщо сторона AB є основою рівнобедреного трикутника, тоді

$BC^2 = AC^2$. Маємо:

$(2 - x)^2 + 9 = (1 - x)^2 + 1;$

$4 - 4x + x^2 + 9 = 1 - 2x + x^2 + 1;$

$2x = 11;$

$x = 5{,}5.$

Отже, С(5,5;0).

Якщо сторона AC є основою рівнобедреного трикутника, тоді

$AB^2 = BC^2$. Маємо:

$(2 - x)^2 + 9 = 5;$

$4 - 4x + x^2 + 9 = 5;$

$x^2 - 4x + 8 = 0;$

$D = 16 - 32 = -16.$

Рівняння розв'язків не має.

Отже, якщо сторона AC є основою рівнобедреного трикутника, то задача розв'язків не має.

2. Якщо сторона BC є основою рівнобедреного трикутника, тоді

$AC^2 = AB^2$. Маємо:

$(1 - x)^2 + 1 = 5;$

$1 - 2x + x^2 + 1 - 5 = 0;$

$x^2 - 2x - 3 = 0;$

$x_1 = 3, x_2 = -1.$

Отже, C(3;0), або C(-1;0).

Відповідь: C_1(5,5; 0), C_2(3; 0), C_3(−1; 0).

При розв’язуванні даної задачі можна показати геометричну ілюстрацію її розв’язання. Інструкція для створення моделі до задачі описана в **Додатку 5**. Учні при цьому повторюють поняття ГМТ, ГМТ, рівновіддалених від кінців відрізка, ГМТ, які знаходяться на заданій відстані від даної точки, та їх побудову.

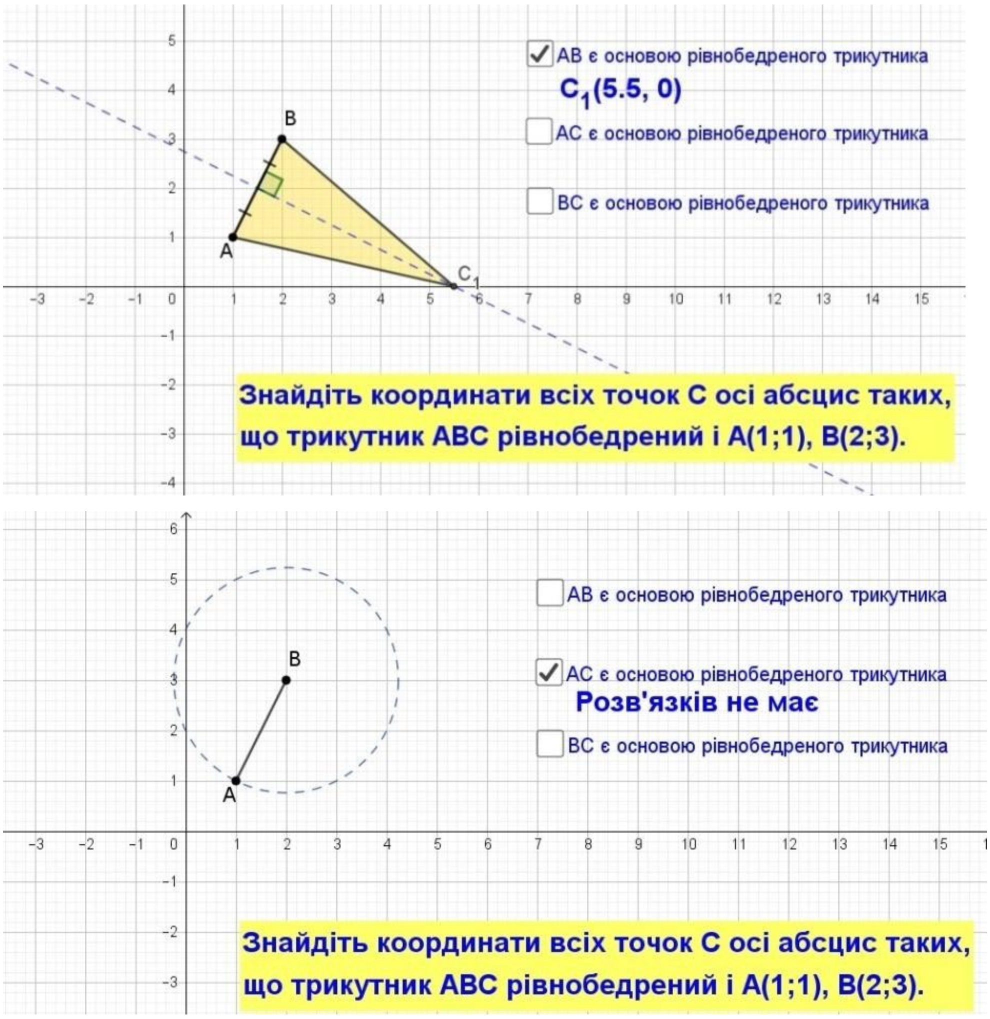


Рис. 2.15

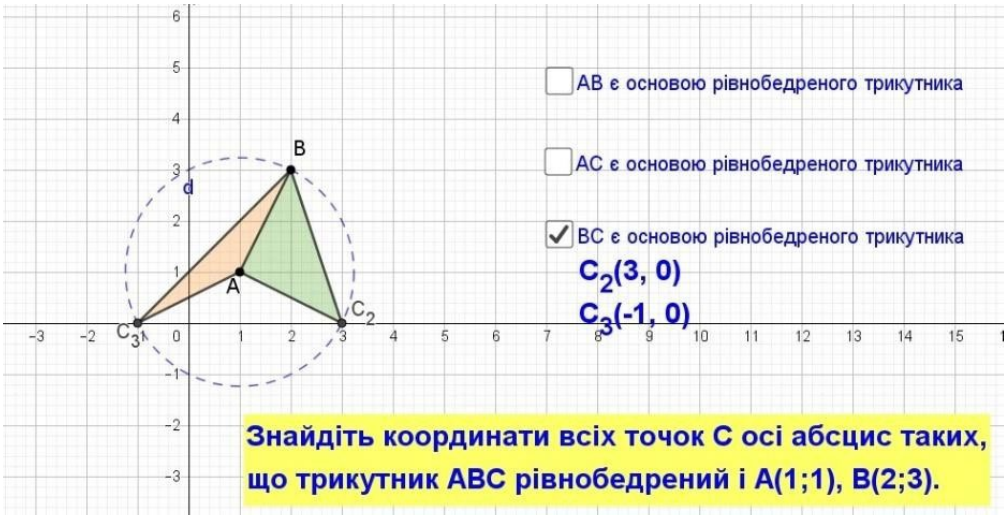


Рис. 2. 16

Моделі, створені за допомогою програми GeoGebra, можна використовувати при вивченні властивостей геометричних фігур. Розглянемо приклад використання моделі, яка дозволяє дослідити відмінності між опуклими многокутниками і многокутниками, які не єопуклими (https://ggbm.at/ufEbNCmk). Інструкція для створення такої моделі описана в **Додатку 6**.

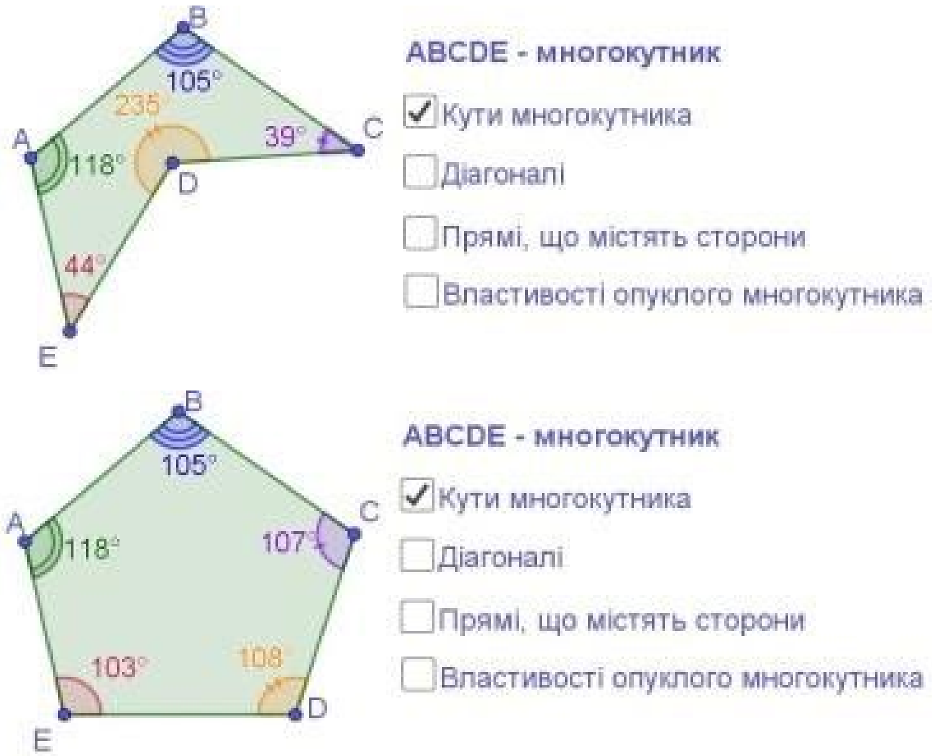


Рис. 2.17

Використання моделі на уроці:

- змінюючи розташування вершин многокутника за допомогою інструмента

Переміщення, можна змінювати вид многокутника;

- поставивши прапорець «Кути многокутника» та змінюючи розташування вершин, можна легко помітити, що градусна міра кожного кута опуклого многокутника буде менша за 180□;
- поставивши прапорець «Діагоналі» та змінюючи розташування вершин, досліджуємо, що опуклий многокутник, відмінний від трикутника, містить будь-яку свою діагональ;
- поставивши прапорець «Прямі, що містять сторони» та змінюючи розташування вершин, досліджуємо, що опуклий многокутник розташований в одній півплощині відносно будь- якої прямої, що містить його сторону;
- поставивши прапорець «Властивості опуклого многокутника», демонструємо записані всі властивості опуклого многокутника.

Рис. 2. 18

При поясненні нового матеріалу за допомогою моделі можна підштовхнути учнів до самостійного висунення гіпотез, які будуть на уроці сформульовані і доведені у вигляді теорем. Прикладом такої моделі є модель «Теорема Піфагора», яка дозволяє дослідити співвідношення між сторонами прямокутного трикутника. Інструкція для створення такої моделі описана в [Додатку 7](#).

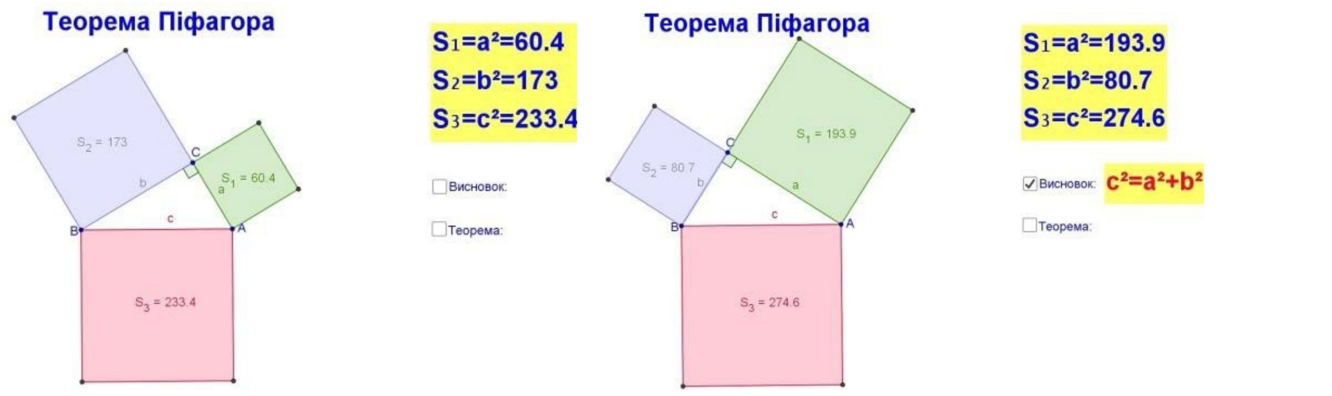


Рис. 2.19

Використання моделі на уроці:

- при актуалізації опорних знань доцільно повторити формулу площі квадрата, як знайти площу квадрата, сторона якого дорівнює a, сторона якого дорівнює b і сторона якого дорівнює c;
- змінюючи розташування вершин квадрата і спостерігаючи за зміною значень площ квадратів, учні помічають, що площа квадрата, побудованого на гіпотенузі, дорівнює сумі площ квадратів, побудованих на катетах, та формулюють цей висновок у вигляді формули «$c^2=a^2+b^2$» (ставимо прапорець «Висновок»);
- учитель повідомляє учням, що це і є формулювання теореми Піфагора, і учні з допомогою вчителя формулюють теорему Піфагора: «У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів»;
- на уроці **<u>потрібно довести</u>** теорему Піфагора

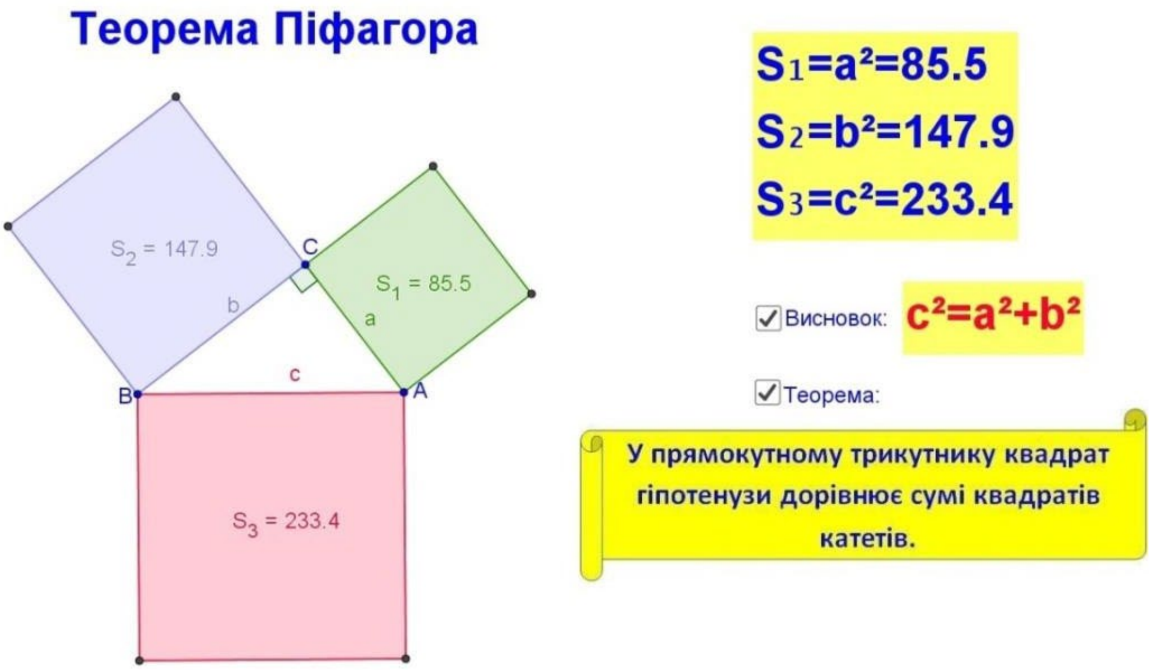


Рис. 2.20

За допомогою моделей можна демонструвати доведення теорем. Прикладом такої моделі є модель «Сума кутів многокутника»,яка ілюструє доведення теореми.

Інструкція для створення такої моделі описана в **Додатку 8**.

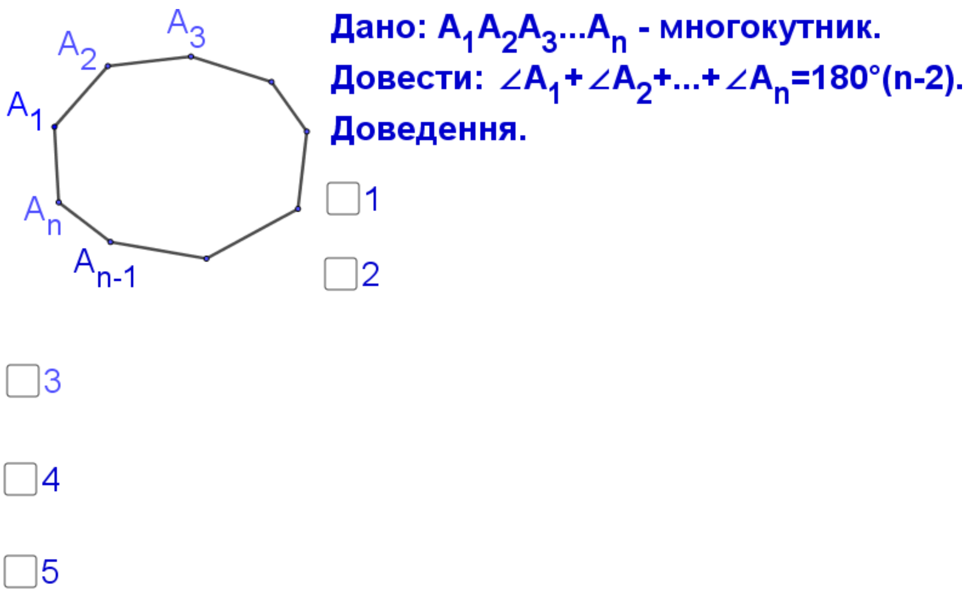


Рис. 2.21

Використання моделі на уроці:

- при актуалізації опорних знань доцільно повторити, чому дорівнює сума кутів трикутника і скільки діагоналей можна провести з кожної вершини n-кутника, з’ясувати, на скільки трикутників розіб’ють многокутник діагоналі, проведені з однієї вершини;

- після доведення кожного пункту натискаємо відповідний прапорець.

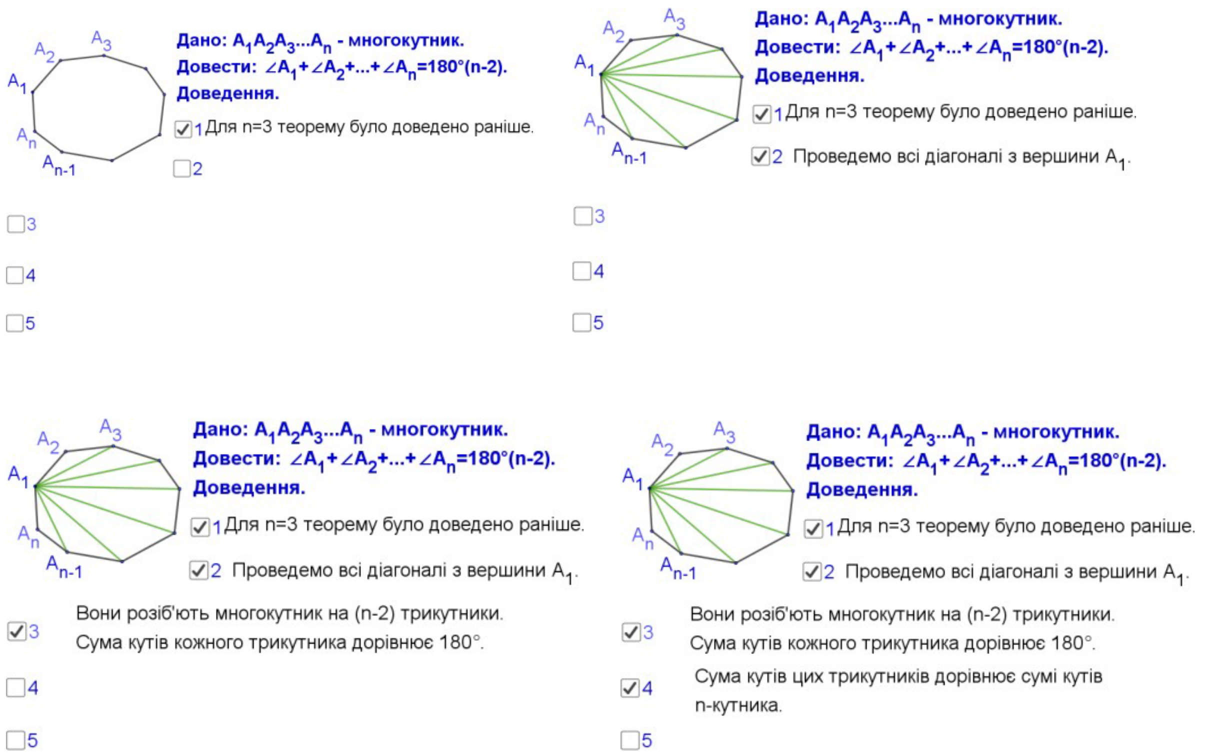


Рис. 2.22

Передбачаючи зміни і готуючись до них, вчителям математики радимо опановувати системи комп’ютерної математики – СКМ (CMS – Computer Mathematical Systems). Вони стали потужними засобами у дослідженнях професійних математиків, автоматизуючи виконання чисельних і аналітичних обчислень, візуалізуючи графічні побудови, інтенсифікуючи і підсилючи інтелектуальну діяльність. У світі збільшуються інвестиції, спрямовані на активне використання СКМ в системі освіти. Комп’ютерна математика (символьна, обчислювальна, конкретна, комп’ютерне моделювання тощо) сприяє дослідницьким підходам у навчанні. Останні включають у себе постановку задач, експериментальну перевірку гіпотез, обчислювальні експерименти, моделювання, контроль за ходом розв’язування, перевірку та оцінку ефективності розв’язку, проектну діяльність, систематизацію знань, створення нових задач.

З огляду на зазначене, сучасні методичні системи навчання математики повинні реалізовувати ідеї комп'ютерної підтримки. Навчальні програми з математики уже багато років містять перелік тем, під час вивчення яких доцільно використовувати комп'ютери. Проте більшість вчителів математики, як і раніше, обмежуються презентаціями, а найпростіші приклади, які наводяться у чисельних публікаціях, не переконують у доцільності застосування комп'ютера.

Примітивні застосування – очевидна марна трата часу, тривалі й системні – вимагають глибоких психолого-педагогічних досліджень (зміст і методи, об'єкти і засоби тощо). Так забезпеченість засобами ІКТ однієї з найкращих у світі фінської системи освіти становить практично 100%. Але тільки 30% фінських учителів згідно зі звітом Організації економічного співробітництва та розвитку – OECP використовують їх на уроках.

Задача 1. У прямокутному трикутнику висота і бісектриса, проведені з вершини прямого кута, відповідно дорівнюють 4 і 5. Знайти площу цього трикутника.

Розв'язання. Конфігурація (властивості): прямокутний трикутник (половина прямокутника, єгипетський трикутник – 5, 4, 3); висота проведена до гіпотенузи ($h = ab/c$, $h = 2S/a$); бісектриса прямого кута (властивість бісектриси кута трикутника, $l^2 = ab - a'b'$, $l = 2ab\cos(□/2)/(a + b)$, табличні значення тригонометричних функцій кута 45°, теореми синусів і косинусів, тригонометрія); подібність трикутників ABC, HBC, HAC (метричні співвідношення); різні формули для обчислення площі трикутника (метод площ); універсальний координатний метод.

<u>Спосіб 1</u> <u>(метод координат і властивість бісектриси)</u>.

За умовою □ $C = 90$□, CH □ AB, CL – бісектриса, $CH = 4$, $CL = 5$. Нехай гіпотенуза AB належить осі абсцис, $H(0; 0)$, $C(0; 4)$, $L(-3; 0)$.

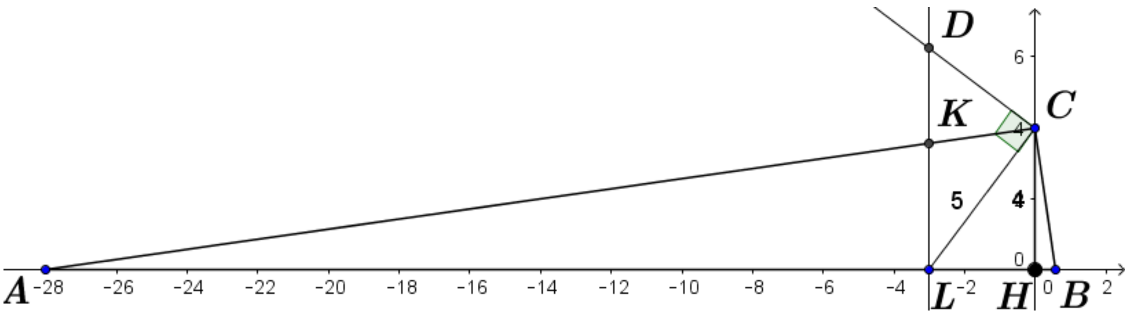
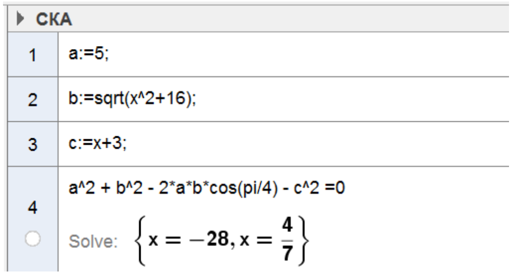
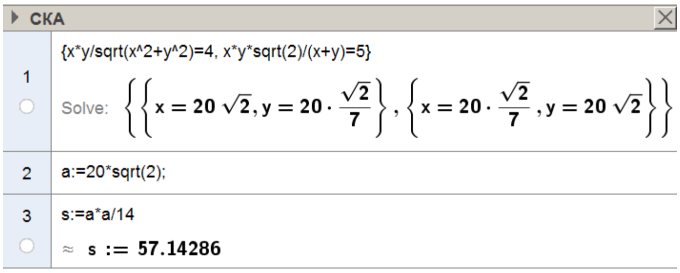


Рис. 2.23

Проведемо промінь з точки L перпендикулярно до AB і з вершини C – до CL. Точку перетину променів позначи- мо через D, а точку перетину першого променя з гіпотенузою через K. Тоді kCL = tg □CLH = 4/3, kCD = –3/4. yCD = –3/4x + 4. yCD(– 3) = 25/4.

Спосіб 2 (СКА). Продемонструємо найпростіші застосування СКА. За допомогою комп’ютерної алгебри запишемо теорему косинусів і розв’яжемо рівняння, що отримується (спосіб 2), запишемо систему рівнянь і обчислимо площу

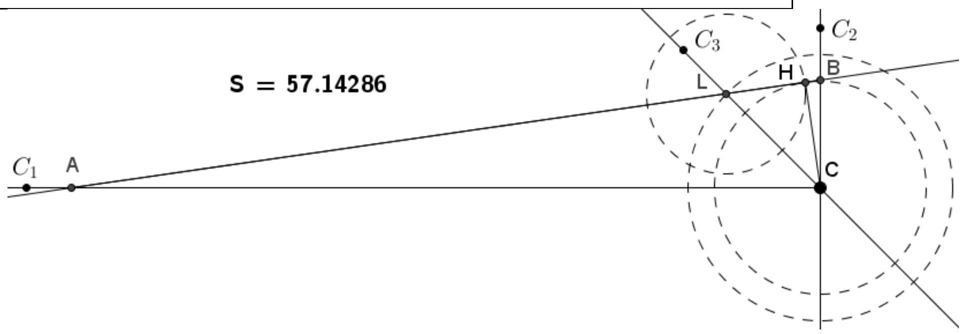




Спосіб 3 (СДГ). Якщо вбачати головним практичний результат, то створення точної статичної моделі і вимірювання у СДГ дозволяє отримати високоточну відповідь найшвидше.

Крок	Інструмент	Об’єкт
1	Промінь	*CC_1*
2	Перпендикулярна пряма	*CC_2*
3	Бісектриса	*CC_3*
4	Коло за центром та радіусом	Коло *(C,* 5)

5	Перетин	Коло *(C,* 5) □ $CC_3 = L$
6	Коло за центром та радіусом	Коло *(L,* 3), Коло *(C,* 4)
7	Перетин	Коло *(L,* 3) □ Коло *(C,* 4)= *H*
8	Пряма	*LH*
9	Перетин	*LH* □ $CC_1 = A$, *LH* □ $CC_2 = B$
10	Відрізок	*CH*
11	Многокутник	*ABC*
S = **57.14286** – панель об’єктів (*Округлення / 5 десяткових розрядів*)		



Задача 2. У правильний трикутник *ABC* вписано правильний трикутник *DEF* так, що *D* □ *BC, E*□ *AC, F* □ *AB*. Знайти кут *DEC*, якщо *AB* : *EF* = 8 : 5

<u>**Спосіб (СКА).**</u> У цій задачі застосування СКА складніше, але ефективніше, чим застосування СДГ. Ускладнення виникають через нетривіальне застосування координатного методу: раціональний вибір системи координат, запис рівнянь та їх систем, уведення у разі потреби параметрів тощо.

Нехай вершина A збігається з початком координат, сторона AC належить осі абсцис, $AC = 1$ (див. ал. нижче). Тоді $A(0; 0)$, $C(1; 0)$, $B(0{,}5; \sqrt{3}/2)$, $E(t; 0)$.

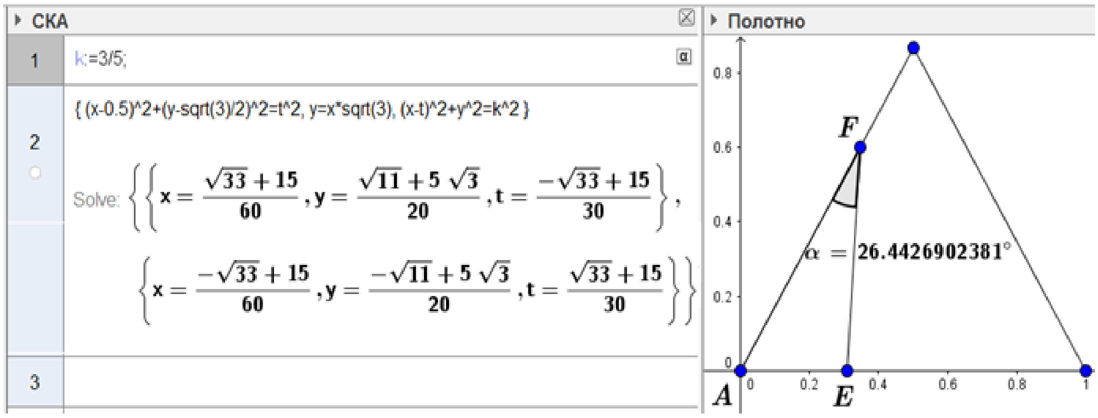
1. Запишемо значення коефіцієнта k – крок 1 у СКА.
2. Запишемо (у фігурних дужках) систему трьох рівнянь з трьома невідомими – крок 2.

$(x-0{,}5)^2 + (y-\sqrt{3}/2)^2 = t^2$, $y = \sqrt{3}x$, $(x-t)^2 + y^2 = k^2$.

$k = n : m$, $k < 1$. Для визначеності вважитимо за малюнком, що $t < 0{,}5$.

Перше рівняння – це рівняння кола з центром у точці B і радіусом t (враховано, що $AE = BF$), руге – рівняння прямої, що містить сторону AB, третє – відстань FE, яку виражено через параметр t. аким чином, x, y, t – невідомі.

3. Розв’яжемо систему – команда СКА *Розв’язати*: x = .
4. Побудуємо на полотні точки A, F, E за їх визначеними координатами: $F(x, y)$, $E(t, 0)$, обираючи першу трійку невідомих в дужках після Solve ($AE = t < 0{,}5$).
5. Виміряємо величину шуканого кута AFE.



Переконуємось, що результат в СКА збігається з отриманими вище у СДГ.

Після зміни значення коефіцієнта k необхідно повторювати всі 5 кроків наведеного алгоритму. крім трьох точок A, F і E правильний трикутник і кут AFE побудовані для наочності.

2.4. Результати педагогічного експерименту

Критерій Макнамари використовувався на етапі нашого формуючого експерименту. Методом відбору були випадково відібрані 20 учнів і серед них було проведене опитування, спрямоване на виявлення їх інтересу до використання на уроках планіметрії комп’ютерних програмних засобів. Перше опитування проводилось перед початком експериментального навчання. Повторне опитування проводилось після закінчення експериментального навчання, тривалість якого було одне півріччя. Протягом цього часу клас навчався за експериментальною методикою з систематичним залученням до розв’язування задач з планіметрії саме з використанням цифрових технологій навчання.

Результати дворазових відповідей на питання про відношення кожного учня до використання програмного забезпечення на уроках планіметрії – це виміри за шкалою найменувань, яка має дві категорії (“подобається” позначимо позначкою *“0”,* “не подобається” – позначкою *“1”*), такої властивості учнів, як відношення до використання цифрових технологій навчання. У цих умовах можливе використання критерію Макнамари для *виявлення тенденції* у зміні інтересу учнів до даного виду навчальної діяльності після завершення експериментального навчання, так як виконуються усі припущення даного критерію.

Результати дворазового опитування 20-х учнів класу запишемо у формі таблиці 2✕2. За умов даного експерименту значення ***а*** дорівнює кількості учнів, які обидва рази дали відповідь “подобається”; значення ***в*** – кількості учнів, які першого разу дали відповідь “подобається”, другого разу – “не подобається”; значення ***с*** – кількості учнів, які першого разу дали відповідь “не подобається”, другого разу – “подобається”; значення ***d*** - кількості учнів, які обидва рази дали відповідь “не подобається”. (Див. таблицю)

Таблиця

	Подобається	Не подобається
Подобається	$a = 11$	$b = 1$
Не подобається	$c = 7$	$d = 1$

Перевіряємо гіпотезу $\boldsymbol{H_0}$: навчання за експериментальною методикою не впливає на інтерес учнів до проведення фізичних дослідів і спостережень. У відповідності до одержаних результатів $b<c$ альтернативна гіпотеза $\boldsymbol{H_1}$ може бути сформульована таким чином: навчання за експериментальною методикою позитивно впливає на інтерес учнів до застосування на уроках геометрії цифрових технологій.

У цих умовах для перевірки гіпотези використовується критерій Макнамари для $N \leq 20$

$N= b + c = 1+7=8 < 20$, тобто потрібно підраховується значення статистики T_2, яке дорівнює меншому із значень b і c (див. формулу (3.2)). Для даного випадку $T_2 =1$. Ймовірність з'явлення значення $T_2 \leq 1$ за умови, що N=8, дорівнює 0,020;

Якщо рівень значущості перевірки гіпотези α=0,05, то α/2=0,025, а отже, виконуються нерівність 0,02<α/2.

Це дає підставу прийняти альтернативну гіпотезу H_1 про те, що навчання за експериментальною методикою позитивно впливає на інтерес учнів до застосування на уроках геометрії цифрових технологій.

Отже, такий результат педагогічного експерименту опосередковано свідчить про ефективність експериментального навчання щодо формування пізнавальної мотивації і, отже, свідчить про зростання інтересу учнів до самого вичення математики в цілому.

Як видно, результати педагогічного експерименту підтвердили висунуту гіпотезу дослідження. Це дозволяє сформулювати остаточні висновки, які випливають з даного дослідження.

Висновки до другого розділу: тут нами подано ряд конкретних планіметричних задач та їх методи вирішення в середовищі популярних програмних педагогічних засобів, що дає можливість однозначно стверджувати про переваги саме цифрових методів подачі навчального матеріалу, ефективність методу цифрової візуальної демонстрації процесу розв’язання задач з планіметрії, що повинно в загальному випадку стимулювати вчителів математики розвивати свою цифрову компетентність в даному напрямі.

ВИСНОВКИ

В дослідженні показано методи використання моделей та компонент засобів вирішення планіметричних задач в середовищі програмних засобів як шляхи формування інформаційно-цифрових компетентностей вчителів математики.

Система динамічної математики GeoGebra є сучасним інноваційним педагогічним програмним засобом для застосування в процесі вивчення шкільного курсу планіметрії. Використання КМ під час вивчення планіметрії є одним із перспективних шляхів підвищення ефективності начального процесу. Однією з головних умов результативності такого використання є оснащення кабінетів математики сучасними засобами ІКТ, відповідним апаратним та програмним забезпеченням. Другою умовою є якісна підготовка вчителів математики до створення та використання комп'ютерних моделей у навчальному процесі. Вона значною мірою залежить від дидактичного та методичного забезпечення процесу такої підготовки.

Можливості динамічної геометрії – моделювання геометричних побудов; створення побудов за допомогою цифрових аналогів циркуля і лінійки, дослідження опрацьованих результатів, виконання вимірювань.

Переваги динамічної геометрії:

- швидка зміна всіх залежних побудов і вимірювань при зміні окремих вихідних параметрів;
- формування живих і наочних малюнків, інтерактивних і динамічних дидактичних посібників, довідників і експертних систем, використання коментарів, кнопок, інструкцій і гіперпосилань;
- формування змісту комп'ютерних експериментів і досліджень, висування і візуальна перевірка гіпотез.

Використання динамічної геометрії DG підвищує ступінь емоційної залученості учнів в заняттях математикою, забезпечує можливість постановки творчих завдань і організації проектної роботи. Демонструє, як сучасні технології ефективно застосовуються для моделювання і візуалізації математичних понять.

Розглянуті окремі комп'ютерні програми математичного спрямування дали можливість констатувати, що в усіх них є необхідні комп'ютерні математичні інструменти, які з одного боку зацікавлюють учнів математикою, а з іншого є середовищем, де зосереджено матеріал та можливості для вивчення математики на вищому рівні, ніж традиційний.

Розвиток ресурсу «Бібліотека комп'ютерних моделей» допоможе розв'язати частину проблем, пов'язаних з використанням КМВМ у процесі вивчення шкільного курсу планіметрії, зробити використання комп'ютерних моделей системнішим та підвищить його ефективність.

Питання впровадження комп'ютерного моделювання у навчальний процес загальноосвітніх навчальних закладів потребує подальшої роботи у цьому напрямі та відповідних досліджень. Зокрема, потрібно створити колекції моделей для використання під час вивчення усіх тем та розділів планіметрії, розробити методичні рекомендації, систему вправ та завдань для учнів

Використання засобів ІКТ дає змогу збагатити математичну науку, розширити її застосування, суттєво вплинути на математичну діяльність і у цьому напрямку Україна ще повинна зробити певні кроки.

Використання комплекту програм GRAN є дуже корисним на уроках математики, адже дані програмні засоби значно полегшують роботу учителя та активізують пізнавальний інтерес у дітей, урізноманітнюють уроки та виводять навчання на якісно новий рівень.

На підставі проведених досліджень можна зробити висновок, що програмний засіб Gran 2D є сучасним інноваційним засобом, який надає можливість проводити аналіз та спрощувати розв'язування геометричних задач на побудову і вивченні курсу планіметрії, розвиває просторову уяву, мислення і вміння прогнозувати результати дослідження.

Результати дослідження дають підстави зробити такі висновки**:**

1. Педагогічно доцільне цілеспрямоване застосування ІКТ у навчальному процесі дає необхідні умови для формування активної навчально-пізнавальної діяльності учнів, підвищення якості їхніх знань.

2. Використання програмних методів у навчальному процесі вимагає ретельного опрацювання та урахування психологічних та фізіологічних особливостей учнів.

3. До найбільш вагомих шляхів активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів відносяться організація навчального процесу на базі теорії розвиваючого навчання, діяльнісного підходу у навчанні, для чого необхідна педагогічно-доцільна і цілеспрямована інтеграція старих методик навчання з новими інформаційними технологіями.

4. Результати нашого дослідження дозволяють зробити висновки, що запровадження засобів ІКТ в навчальний процес позитивно впливає на методичну систему навчання математики, надає можливість зробити роботу над складним матеріалом доступною і цікавою.

5. Подані методичні матеріали в дослідженні вказують на вірні напрямки саморозвитку та самоосвіти вчителів математики – розвиток інформаційно-цифрових компетентностей на благо розвитку всієї сучасної системи освіти.

Отримані результати дозволяють намітити деякі напрямки подальших досліджень:

1. Дослідити вплив навчання підлітків з використанням нових інформаційних технологій на формування особистості людини.

2. Для забезпечення ефективного навчання предметів фізико-математичного циклу у середній школі розробити комп’ютерно-орієнтовану дидактичну систему, яка б ураховувала сучасні вимоги до навчання і виховання учнів.

Список використаних джерел

1. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. Спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
2. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навч. посібник/ В.В. Корольський, Т.Г. Крамаренко, С.О.Семеріков, С.В. Шокалюк; наук. ред. академік АПН України, д.пед. н., проф. М.І. Жалдак. – Кривий Ріг: Книжкове видавництво Кирєєвського, 2009. – 324с.
3. Кононова О. Використання евристичних прийомів під час розв’язування позиційних задач на побудову із застосуванням інформаційних технологій // Математика в школі. – 2008. – №3. – с. 29-37.
4. Кононова О.О. Організація дослідницької діяльності учнів в розв’язанні задач на побудову із застосуванням інформаційних технологій // Вісник ЛНУ імені Тараса Шевченка № 15(178), 2009.
5. Бурда М.І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основноїшколи: Дис. докт. пед. наук (13.00.02), 1994. –Київ, 319 с.
6. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп’ютер на уроках геометрії. –К.: РНЦ „ДІНІТ”, 2004. – 161с.
7. Концепція 12-річної загальної середньої освіти // Інформаційний збірник міністерства освіти України. – К.: Педагогічна преса. – 2000. – № 21. – С. 10-31.
8. Раков С. Вивчення геометрії на основі дослідницького підходу з використанням пакету динамічної геометрії DG (основні властивості найпростіших фігур) // Математика в школі, 2005. – № 7. – С. 2-8.
9. Слєпкань З.І. Проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи
10. Математика в школі, 2003. – № 3. – С. 3 – 4.
11. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геомерия. Нестандартные и исследовательские задачи: Учеб. пособие для 7-11 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2004. – 148 с.

12. Гриб'юк О. О. Моделювання з використанням інформаційно- комунікаційних технологій в контексті навчання математики / О.О. Гриб'юк, В.Л. Юнчик // Моделювання в навчальному процесі : матеріали Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції (23-27 лютого 2015 р.) / укладач Н.А. Головіна. - Луцьк : Вежа-Друк, 2015. - С.154-157.

13. Гриб'юк О.О. Проектно-дослідницька діяльність в процесі навчання математики з використанням системи динамічної математики GeoGebra / О.О. Гриб'юк, В.Л. Юнчик // Наукові записки. – Випуск 9. – Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Частина 2. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2016. – С. 8–19.

14. Гриб'юк О.О. Система динамічної математики GeoGebra як засіб активізації дослідницької діяльності учнів / О. О. Гриб'юк, В. Л. Юнчик // Інформаційно-комунікаційні технології в сучасній освіті: досвід, проблеми, перспективи : зб. наук. пр. - К.-Л., 2015. - Вип.4. - Ч.1. - с. 163-167.

15. Ракута В. М. GeoGebra 5.0 для вчителів математики. Планіметрія: Навчальний посібник. – Чернігів: ЧОІППО ім. К. Д. Ушинського, 2018.– 73 с.

16. Ракута В.М. GeoGebra для початківців: навчальний посібник / В.М. Ракута . – Чернігів: ЧОІППО ім. К.Д. Ушинського, 2011. -49с.

17. Ракута В. М. Бібліотека комп'ютерних моделей як необхідна складова сучасного навчального середовища / В. М. Ракута // Наукові записки. – Випуск 98. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. – 2011. – С. 246- 249.

18. Ракута В. М. Збірник завдань та видів робіт з використання ІКТ у навчальному процесі для вчителів математики: посібник для вчителів / укладач В. М. Ракута – Чернігів: ЧОІППО ім. К. Д. Ушинського, 2014. – 51 с.

19. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики [Електронний Ресурс] / В. М. Ракута // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2012. – №4 (30). – Режим доступу до журналу: http://www.journal.iitta.gov.ua.

20. Зеленяк О.П. Інтегровані уроки з математики та інформатики в класах з поглибленим вивченням цих предметів // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2006. – №4. – С.16-18. – №5. – С.12-15.

21. Зеленяк О.П. Технології застосування середовищ динамічної геометрії // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2013. – №4. Режим доступу до журналу: http://journal.iitta.gov.ua

22. Жалдак М. І. Математика з комп'ютером: посібник для вчителів / М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, Є. Ф. Вінниченко. — К., 2009. — 280 с.

23. Зеленяк О.П. Динамічна геометрична конфігурація // Математика в сучасній школі. – К.: – 2012. – №9. – С.22-28.

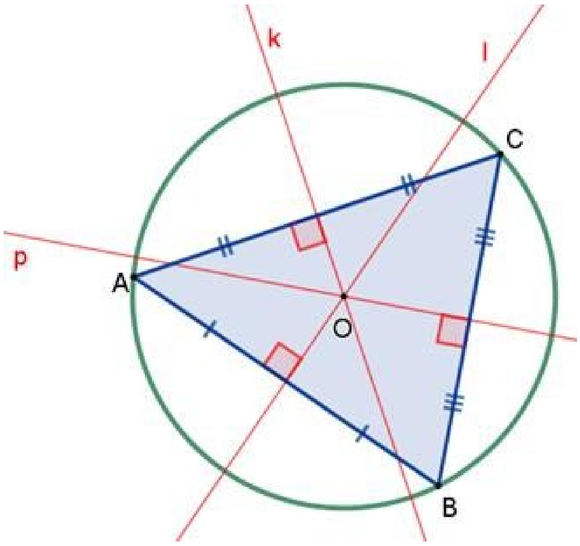
24. Зеленяк О.П. Моделювання динамічної геометричної конфігурації // Комп'ютер у школі та сім'ї. – К.: – 2012. – №4. – С.33-40.

25. Зеленяк О.П. Динаміка, моделювання і дослідження в геометрії // Математика в сучасній школі. – К.: – 2013. – №10. – С.39-44.

Додатки

Додаток 1

Центр кола, описаного навколо трикутника, – це точка перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника.



Побудова

1. Запускаємо програму ***GeoGebra***.

2. У властивостях ***Полотна*** робимо невидимими ***Осі*** та ***Лініїсітки***.

3. Будуємо коло за допомогою інструмента ***Коло за центром і точкою на колі***.

4. Перейменовуємо центр кола на *O*, точка на колі має ім'я *B*.

5. Виділяємо коло і у його властивостях вимикаємо ***Показатипозначення***.

6. За допомогою інструменту ***Точка на об'єкті*** відмічаємо наколі точки *A* та *C* (за необхідності точки перейменовуємо).

7. За допомогою інструменту ***Многокутник*** будуємо трикутник *ABC*.

8. За допомогою інструмента ***Серединний перпендикуляр*** будуємо серединний перпендикуляр відрізка *AB*.

9. Перейменовуємо серединний перпендикуляр на *l*.

10. За допомогою інструмента ***Перетин*** ставимо точку *D* на перетині відрізка *AB* та *l*.

11. За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізки *AD* і *DB*.

12. На панелі ***Алгебра*** виділяємо побудовані відрізки, утримуючи клавішу ***Ctrl***, та з контекстного меню вибираємо ***Властивості***; у вікні ***Властивості*** переходимо на вкладку ***Стиль*** та змінюємо властивість ***Оформлення*** на лінію з однією рисочкою.

13. За допомогою інструмента ***Кут*** виділяємо кут *ADO*.

14. Виділяємо кут та викликаємо властивості кута; у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Основні*** прибираємо прапорець ***Показати позначення*** та вибираємо властивість ***Кут між: 0□і 180□***.

15. Дії, аналогічні діям, які описані у пунктах 8-14, виконуємо для відрізків *AC* і *BC*.

16. На панелі ***Алгебра*** вибираємо ***Відрізо***к і у його властивостях прибираємо прапорець ***Показати позначення***.

17. На панелі ***Алгебра*** вибираємо ***Точка*** та викликаємо властивості точки. У вікні ***Властивості*** переходимо на вкладку ***Стиль*** та, перетягуючи повзунок, зменшуємо розмір точки. Якщо необхідно, на вкладці ***Колір*** змінюємо колір точки. Точки, окрім точок *O*, *A*, *B* і *C*, робимо невидимими.

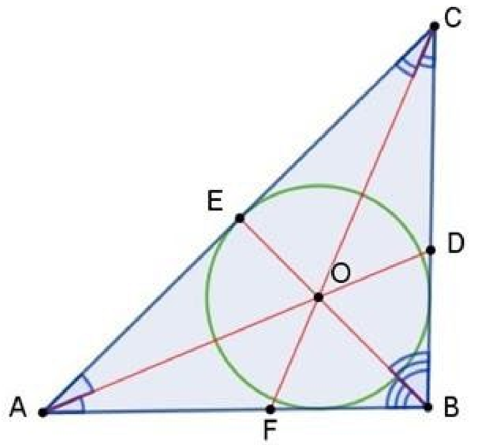
18. При необхідності, викликаючи властивості відрізків, трикутника та кола, у вікні ***Властивості*** на вкладках ***Колір*** і ***Стил***ь змінюємо колір, заповнення та товщину ліній.

19. Вибираємо пункт меню ***Налаштування*** та вибираємо необхідний ***Розмір шрифту***.

20. За допомогою комбінації клавіш ***«Alt Gr+Prt Scr»*** робимо скріншот вікна та вставляємо його в графічний редактор або іншу програму для подальшого використання. Також можна скопіювати зображення до буфера обміну вибравши ***Правка□Копіювати полотно до буфера обміну*** або натиснувши ***«Ctrl+Shift+C»***.

Додаток 2

Центр кола, вписаного в трикутник, – це точка перетину бісектрис трикутника.



Скористаємось властивістю, що центр кола, вписаного вмногокутник, - точка перетину його бісектрис, а радіус, проведений у точку дотику, перпендикулярний до дотичної.

Побудова

1. Запускаємо програму ***GeoGebra***.

2. У властивостях ***Полотна*** робимо невидимими ***Осі*** та *Лініїсітки*.

3. За допомогою інструмента ***Многокутник*** будуємо трикутник *ABC*.

4. За допомогою інструмента ***Бісектриса кута*** будуємо бісектриси кутів *BAC*, *ACB* та *CBA*.

5. За допомогою інструмента ***Перетин*** ставимо точки *D*, *E* і *F* на перетині бісектрис кутів зі сторонами кута і точку *O* – точку перетину бісектрис кутів.

6. За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізки *AD*, *BE* і *CF*.

7. За допомогою інструмента ***Перпендикулярна пряма*** через точку *O* проводимо пряму перпендикулярну до відрізка *AB*.

8. За допомогою інструмента ***Перетин*** на перетині побудованої прямої і відрізка *AB* ставимо точку *G*.

9. За допомогою інструмента ***Коло за центром і точкою на колі*** з центром у точці *O* і точкою на колі *G*.

10. На панелі ***Алгебра*** робимо невидимими всі прямі та точку *G*.

11. За допомогою інструмента ***Кут*** позначаємо кути *BAD*, *DAC*, *ACF*, *FCB*, *FBE* і *EBA* (кут потрібно позначати за годинниковою стрілкою, у випадку, якщо буде позначений кут, який доповнює даний до кута 360°, потрібно у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Основні*** вибрати ***Кут між: 0*** ° ***і 180*** °).

12. Вибираємо кут *DAC* та викликаємо його властивості. У вікні ***Властивості*** кута на вкладці ***Стиль***, перетягуючи повзунок, збільшуємо ***Розмір***.

13. Виділяємо кут *ACF* та викликаємо його властивості. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Стил***ь, перетягуючи повзунок, збільшуємо ***Розмір*** та вибираємо стиль ***Оформлення*** 2 дуги.

14. Виділяємо кут *FCB* та викликаємо його властивості. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Стил***ь вибираємо стиль ***Оформлення***2 дуги.

15. Дії, аналогічні діям, які описані в пунктах 13-14, виконуємо з кутами *CBE* і *EBA*, але вибираємо стиль ***Оформлення*** 3 дуги.

16. На панелі ***Алгебра*** вибираємо ***Ку***т та вимикаємо ***Показати позначення***.

17. У разі потреби, викликаючи властивості точок, відрізків, трикутника, кутів та кола у вікні ***Властивості*** на вкладках ***Колір*** і ***Стил***ь змінюємо колір, заповнення та розмір.

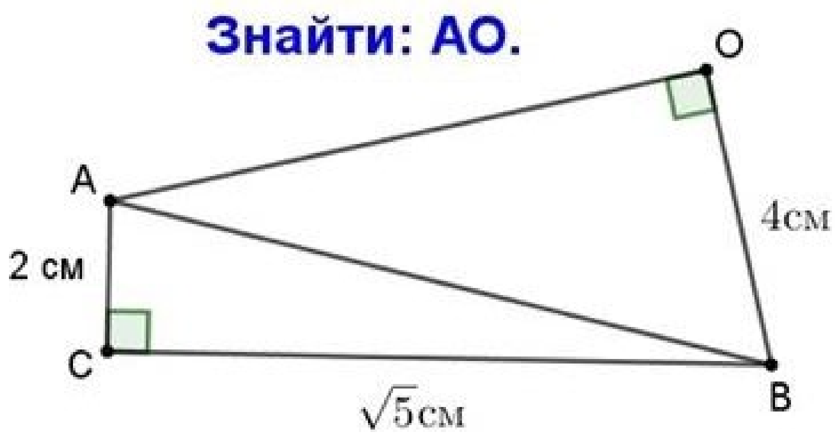
18. Вибираємо пункт меню ***Налаштування*** та вибираємо необхідний ***Розмір шрифту***.

19. За допомогою комбінації клавіш ***«Alt Gr+Prt Scr»*** робимо скріншот вікна та вставляємо його в графічний редактор або іншу програму для подальшого використання. Також можна скопіювати зображення до буфера обміну, вибравши ***Правка□Копіювати полотно до буфера обміну*** або натиснувши ***«Ctrl+Shift+C»***.

Додаток 3

Задача за готовим малюнком з теми «Теорема Піфагора».

Легко обчислити, що AB=9см, а OA=√65 см.



Побудова

- Запускаємо програму ***GeoGebra***.
- У властивостях ***Полотна*** робимо невидимими ***Осі*** та ***Лініїсітки***.
- За допомогою інструмента ***Коло за центром і радіусом***
- будуємо коло радіусом *4,5*.
- За допомогою інструмента ***Точка на об'єкті*** відмічаємо наколі точку *A*.
- За допомогою інструмента ***Пряма*** через центр кола і точку *A проводимо пряму*.
- За допомогою інструмента ***Перетин*** на перетині кола іпобудованої прямої ставимо точку *B*.
- За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізок *AB*.
- За допомогою інструмента ***Коло за центром і радіусом*** будуємо коло з центром у точці *A* радіусом *2* і коло з центром уточці *B* радіусом *4*.
- За допомогою інструмента ***Перетин*** ставимо точку *C* на перетині початкового кола з колом з центром у точці *A* і точку *O* на перетині початкового кола з центром у точці *B*.
- За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізки *AC*, *CB*, *OB* і *AO*.
- На панелі ***Алгебра*** робимо невидимими пряму, всі кола та точку (центр кола радіусом *4,5*).
- За допомогою інструмента ***Кут*** відмічаємо кути *BCA* і *AOB*.

- На панелі ***Алгебра*** вибираємо ***Ку***т та вимикаємо ***Показати позначення***, у випадку, якщо відмітили кути, які доповнюють прямі кути трикутників до 360, викликаємо властивості кута; у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Основні*** потрібно вибрати ***Кут між: 0*** ° ***і 180*** °.
- Вибираємо інструмент ***Текст***, місце на вікні, натиснувши в потрібному місці ЛКМ; у вікні ***Текст*** за допомогою інструмента ***Корені та дроби LaTeX*** формули створити напис: ***\sqrt{5} см***.
- За допомогою інструмента ***Переміщення*** перетягуємо напис, створений у пункті 14, до сторони *АС*.
- За допомогою інструмента ***Текст*** робимо напис «*2см»*.
- За допомогою інструмента ***Переміщення*** перетягуємо напис, створений у пункті 16, до сторони *АС*.
- Аналогічно біля сторони *ОВ* створюємо напис «*4см»* та напис
- «*Знайти: АО.*».
- У разі потреби, викликаючи властивості точок, відрізків і кутів, у вікні ***Властивості*** на вкладках ***Колір*** і ***Стил***ь змінюємо колір, заповнення та розмір.
- Вибираємо пункт меню ***Налаштування*** та вибираємо необхідний ***Розмір шрифту***.
- За допомогою комбінації клавіш ***«Alt Gr+Prt Scr»*** робимо скріншот вікна та вставляємо його в графічний редактор або іншу програму для подальшого використання. Також можна скопіювати зображення до буфера обміну вибравши ***Правка Копіювати полотно до буфера обміну*** або натиснувши ***«Ctrl+Shift+C»***.

Додаток 4

На даному колі побудуйте точку, яка рівновіддалена від двох даних прямих, що перетинаються. Скільки розв'язків може мати задача?

Створення моделі

1. Запускаємо програму ***GeoGebra***.

2. У властивостях ***Полотна*** робимо невидимими ***Осі***.

3. За допомогою інструмента ***Пряма*** будуємо пряму *f*, яка проходить через точки *A* і *B*.

4. За допомогою інструмента ***Пряма*** будуємо пряму *g*, яка проходить через точки *B* і *C*.

5. Виділяємо прямі *f* і *g* та викликаємо їх властивості, у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** змінюємо за потреби колір на зелений.

6. На панелі ***Алгебра*** робимо невидимими точки *A*, *B* і *C*.

7. За допомогою інструмента ***Бісектриса кута*** будуємо бісектриси вертикальних кутів, утворених прямими *f* і *g* (об'єкти *h* та *i*).

8. Виділяємо прямі *h* та *i* і викликаємо їх властивості. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** змінюємо, за потреби, їх колір на синій, на вкладці ***Стиль*** вибираємо ***Стиль лінії***: пунктирна.

9. За допомогою інструмента ***Коло за центром та точкою на колі*** будуємо коло *c* з центром у точці *D* і точкою на колі *E*.

10. Перейменовуємо точку *D* на *O*.

11. На панелі ***Алгебра*** робимо невидимою точку *E*.

12. На панелі ***Алгебра*** вибираємо коло *c* та вимикаємо ***Показати позначення***.

13. Виділяємо коло *c* та викликаємо його властивості, у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** змінюємо за потреби колір на червоний.

14. За допомогою інструмента ***Переміщення*** пересуваємо коло так, щоб з прямими *h* та *i* було 4 точки перетину.

15. За допомогою інструмента ***Перетин*** на перетині кола та прямих ставимо точки *D*, *F*, *G* і *H*.

16. Щоб сховати панель ***Алгебра***, потрібно вибрати пункт меню

Вид та вимкнути ***Алгебра*** або натиснути комбінацію клавіш ***«Ctrl+Shift+A»***.

17. Вибираємо пунктменю ***Налаштування*** та вибираємо необхідний ***Розмір шрифту***.

18. Зберігаємо модель, вибравши ***Файл*** ***Зберегти*** та вказавши ім’я моделі.

Додаток 5

Знайдіть координати всіх точок С осі абсцис таких, що трикутник ABC рівнобедрений і A(1;1), B(2;3)

Створення моделі

1. Запускаємо програму ***GeoGebra***.
2. За допомогою інструмента ***Точка*** будуємо точку *A(1;1)*.
3. За допомогою інструмента ***Точка*** будуємо точку *B(2;3)*.
4. За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізок *AB* (об’єкт *f*).
5. Викликаємо властивості точок *A* і *B*. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Основні*** ставимо прапорець ***Закріпити об’єкт***.
6. За допомогою інструмента ***Серединний перпендикуляр*** будуємо серединний перпендикуляр відрізка *AB* (об’єкт *g*).
7. Викликаємо властивості об’єкта *g*. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** вибираємо синій колір, на вкладці ***Стиль*** вибираємо ***Стиль лінії***: пунктирна.
8. За допомогою інструмента ***Перетин*** на перетині об’єкта *g* з віссю абсцис ставимо точку *C*.
9. Перейменовуємо точку *C* на C_1, для цього перед цифрою 1 ставимо знак нижнього підкреслення (*C_1*).
10. За допомогою інструмента ***Перетин*** на перетині об’єкта *g* з відрізком *AB* ставимо точку *C*.
11. За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізок AC_1

(об’єкт h) і відрізок CB_1 (об’єкт i).

12. За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізки AC (об’єкт j) і BC (об’єкт k).

13. Викликаємо властивості відрізків AC і BC. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Стиль*** вибираємо ***Оформлення***: лініяз однією рисочкою.

14. За допомогою інструмента ***Кут*** відмічаємо кут BCC_1 .

15. Викликаємо властивості кута; у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Основні*** прибираємо прапорець ***Показати позначення*** та вибираємо ***Кут між: 0 ° і 180 °***.

16. За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст1*, у якому автоматично будуть відображатись координати точки C_1, для цього у вікні ***Текст*** потрібно набрати «*C_1*» та вибрати C_1 зі списка об’єктів.

17. Викликаємо властивості об’єктів f, g, h, i, j, k та вимикаємо ***Показати позначення***.

18. Викликаємо властивості точки C та вимикаємо ***Показати об’єкт***.

19. За допомогою інструмента ***Многокутник*** створюємо трикутник ABC_1 (об’єкт t_1, автоматично будуть створюватись об’єкти a_1, b_1, c_1 – сторони трикутника).

20. Викликаємо властивості трикутника ABC_1 (об’єкт t_1), у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** вибираємо жовтий колір.

21. Викликаємо властивості відрізків a_1, b_1, c_1 та вимикаємо ***Показати об'єкт***.

22. Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні, яке відкриється, вказуємо ***Текст***: «*AB є основою рівнобедреного трикутника*», ЛКМ вибираємо об’єкти g, C_1, h, i, □, j, k, *текст1*, t_1, a_1, b_1, c_1 та натискаємо кнопку ***Застосувати*** .

23. За допомогою інструмента ***Коло за центром і точкою на колі*** будуємо коло з центром у точці B і радіусом BA (об’єкт c).

24. Викликаємо властивості кола та вимикаємо ***Показатипозначення***.

25. За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст2*: «*Розв’язків не має*».

26. Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він

буде знаходитись. У діалоговому вікні, яке відкриється, вказуємо ***Текст***: «*AC є основою рівнобедреного трикутника*», ЛКМ вибираємо об'єкти *текст2* і *c* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.

27. За допомогою інструмента ***Коло за центром і точкою на колі*** будуємо коло з центром у точці *A* і радіусом *AB* (об'єкт *d*).

28. За допомогою інструмента ***Перетин*** відмічаємо точки перетину кола *d* з віссю абсцис; перейменуємо їх C_2 і C_3.

29. За допомогою інструмента ***Многокутник*** створюємо трикутники ABC_2 і ABC_3 (об'єкти t_2 і t_3, автоматично будуть створюватись об'єкти a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3 – сторони трикутників).

30. Викликаємо властивості трикутника ABC_2, у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** вибираємо зелений колір.

31. Викликаємо властивості трикутника ABC_2, у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** вибираємо рожевий колір.

32. Викликаємо властивості відрізків a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3 та вимикаємо ***Показати позначення***.

33. Викликаємо властивості відрізків a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3 і у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** вибираємо чорний колір.

34. За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст3*, у якому автоматично будуть відображатись координати точок C_2 і C_3. Для цього у вікні ***Текст*** потрібно набрати *C_2* та вибрати C_2 зі списка об'єктів і набрати *C_3* та вибрати C_3 зі списка об'єктів.

35. Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні, яке відкриється, вказуємо ***Текст***: «*BC є основою рівнобедреного трикутника*», ЛКМ вибираємо об'єкти *d*, C_2, C_3, *текст3*, t_2, t_3, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3 та натискаємо кнопку ***Застосувати***.

36. Щоб сховати панель ***Алгебра***, потрібно вибрати пункт меню ***Вид*** та вимкнути ***Алгебра*** або натиснути комбінацію клавіш ***«Ctrl+Shift+A»***.

37. Вибираємо пункт меню ***Налаштування*** та вибираємо необхідний ***Розмір шрифту***.

38. Зберігаємо модель, вибравши ***Файл*****Зберегти*** та вказавшиім’я моделі.

Додаток 6

Інтерактивна модель «Многокутники», яка дозволяє дослідити різницю між опуклими і неопуклими многокутниками та сформулювати властивості опуклих многокутників

Створення моделі

1. Запускаємо програму ***GeoGebra***.

2. У властивостях ***Полотна*** робимо невидимими ***Осі*** та ***Лініїсітки***.

3. За допомогою інструмента ***Многокутник*** будуємоп’ятикутник.

4. На панелі ***Алгебра*** вибираємо відрізок та вимикаємо ***Показати позначення.***

5. За допомогою інструмента ***Кут*** позначаємо всі кути многокутника за годинниковою стрілкою та на панелі ***Алгебра*** вибираємо ***Кут*** і викликаємо властивості кута; у вікні ***Властивост***і на вкладці ***Основні*** вибираємо ***Показати значення: Значення.***

6. Викликаючи по черзі властивості кожного кута, у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** вибираємо колір, а на вкладці ***Стиль*** вибираємо ***Оформлення***.

7. За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо діагоналі многокутника *AC*, *AD*, *BD*, *DE*, *CE* (на панелі ***Алгебра*** будуть позначені як *f*, *g*, *h*, *i*, *j*).

8. За допомогою інструмента ***Пряма*** будуємо прямі *AB*, *BC*, *CD*, *DE* і *EA* (на панелі ***Алгебра*** будуть позначені як *k*, *l*, *m*, *n*, *p*), на панелі ***Алгебра*** вибираємо ***Пряма*** і викликаємо її властивості. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Стиль*** вибираємо ***Стиль лінії***: пунктирна.

9. За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст1* «*ABCDE - многокутник*» та *текст2*

1) опуклий многокутник розташований в одній півплощині відносно будь-якої прямої, що містить його сторону;
2) опуклий многокутник, відмінний від трикутника, містить будь-яку свою діагональ;
3) кожен кут опуклого многокутника менше ніж 180°.

10. Викликавши вікно ***Властивості*** кожного з написів, на вкладці ***Текст*** можемо змінити накреслення і вид шрифту, на вкладці ***Колір*** вибрати ***Колір зображення*** (тексту) та ***Колір фону***.

11. Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні, яке відкриється, вказуємо ***Напис***: «*Кути многокутника*», ЛКМ вибираємо об’єкти α, β, γ, δ, ε та натискаємо кнопку ***Застосувати***.

12. Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні , яке відкриється, вказуємо ***Напис***: «*Діагоналі*», ЛКМ вибираємо об’єкти *f*, *g*, *h*, *i*, *j* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.

Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні, яке відкриється, вказуємо ***Напис***: «*Прямі, що містять сторони*», ЛКМ вибираємо об’єкти *k*, *l*, *m*, *n*, *p* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.

13. Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні, яке відкриється, вказуємо ***Напис***: «*Властивості опуклого многокутника*», ЛКМ вибираємо об’єкт *текст2* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.

14. Щоб сховати панель ***Алгебра***, потрібно вибрати пункт меню

Вид та вимкнути ***Алгебра*** або натиснути комбінацію клавіш

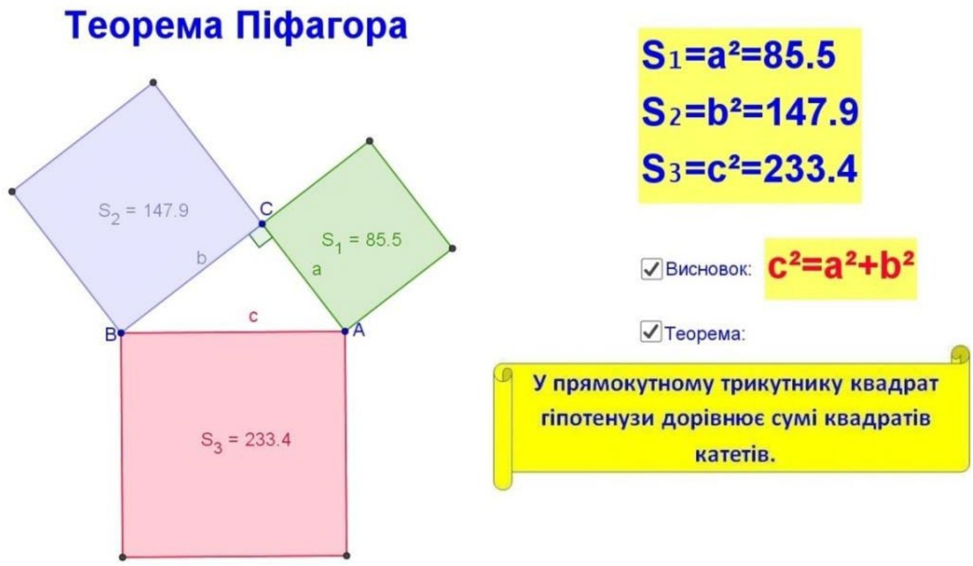
«Ctrl+Shift+A».

15. Вибираємо пунктменю ***Налаштування*** та вибираємо необхідний ***Розмір шрифту***.

16. Зберігаємо модель, вибравши ***Файл□Зберегти*** та вказавши ім’я моделі.

Додаток 7

Інтерактивна модель «Теорема Піфагора», яка дозволяє дослідити співвідношення між сторонами прямокутного трикутника



Створення моделі

1. Запускаємо програму ***GeoGebra***.

2. У властивостях ***Полотна*** робимо невидимими ***Осі*** та ***Лініїсітки***.

3. За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізок *AB* (об’єкт *f*).

4. Виділяємо об’єкт *f* і перейменуємо його на *c*.

5. За допомогою інструмента ***Півколо*** будуємо півколо *d* навідрізку *AB* як на діаметрі.

6. За допомогою інструмента ***Точка на об’єкті*** на півколіставимо точку *C*.

7. На панелі ***Алгебра*** робимо об’єкт *d* (півколо) невидимим.

8. За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо відрізки *AC* (об’єкт *f*) і *BC* (об’єкт *g*).

9. Перейменуємо об’єкт f на b, а об’єкт g на a.

10. За допомогою інструмента ***Кут*** відмічаємо кут ACB.

11. Викликаємо властивості кута. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Основні*** прибираємо прапорець ***Показати позначення*** та вибираємо ***Кут між: 0 ° і 180 °***.

12. За допомогою інструмента ***Правильний многокутник*** на стороні CA будуємо квадрат (об’єкт *многокутник1*). Для цього в діалоговому вікні ***Вершини*** вказуємо *4*. Перейменуємо цей об'єкт на S_1, для цього перед цифрою *1* ставимо символ нижнього підкреслення (*S_1*).

13. За допомогою інструмента ***Правильний многокутник*** на стороні BC будуємо квадрат (об’єкт *многокутник2*). Для цього в діалоговому вікні ***Вершини*** вказуємо *4*. Перейменуємо цей об'єкт на S_2, для цього перед цифрою *2* ставимо символ нижнього підкреслення (*S_2*).

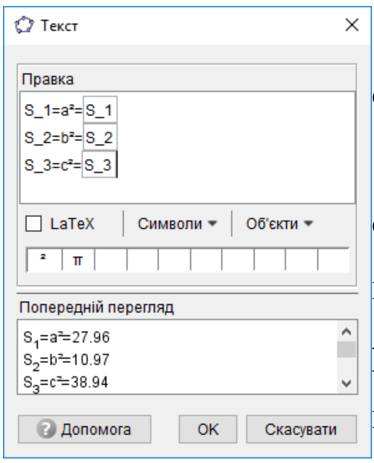
14. За допомогою інструмента ***Правильний многокутник*** на стороні AB будуємо квадрат (об’єкт *многокутник3*). Для цього

в діалоговому вікні ***Вершини*** вказуємо *4*. Перейменуємо цей об'єкт на S_3, для цього перед цифрою *3* поставимо символ нижнього підкреслення (*S_3*).

15. Виділяємо об’єкт S_1 і викликаємо його властивості. У вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** змінюємо, за потреби ***Колір*** та, перетягуючи повзунок, ***Заповнення***.

16. Аналогічні дії проводимо для об’єктів S_2 і S_3.

17. На вкладці ***Алгебра*** виділяємо ***Многокутник*** та викликаємо його властивості, у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Основні*** вибираємо ***Показати позначення: Ім’я та значення***.



18. За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст1* «*Теорема Піфагора*».

19. За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст2*, у якому будуть автоматично відображатись значення площ квадратів при зміні розташування вершин прямокутного трикутника. Для виведення значення площ потрібно у вікні ***Текст*** набрати «$S_1=a^2=$» (значення верхнього і нижнього індексів можна взяти із списка символів, що відкриється при натисканні кнопки ***Символи***), значення площі потрібно взяти із списка об'єктів, які з'являться при натисненні кнопки ***Об'єкти***.

20. За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст3* «$c^2=a^2+b^2$».

21. Викликавши вікно ***Властивості*** кожного напису, можна змінити на вкладці ***Текст*** шрифт, накреслення та розмір шрифту, а на вкладці ***Колір*** – ***Колір зображення*** (тексту) і ***Колір фону***.

22. Малюнок з формулюванням теореми Піфагора можна створити в будь-якому графічному редакторі, а потім вставити в програму, скориставшись інструментом ***Зображення***.

23. Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні, яке відкриється, вказуємо ***Напис***: «*Висновок*:», ЛКМ вибираємо об’єкт *текст3* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.

24. Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні, яке відкриється, вказуємо ***Напис***: «*Теорема*:», ЛКМ вибираємо *зображення* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.

25. Для полегшення обчислень можна округлити значення площ до десятих, вибравши ***Налаштування Округлення Один десятковий розряд***.

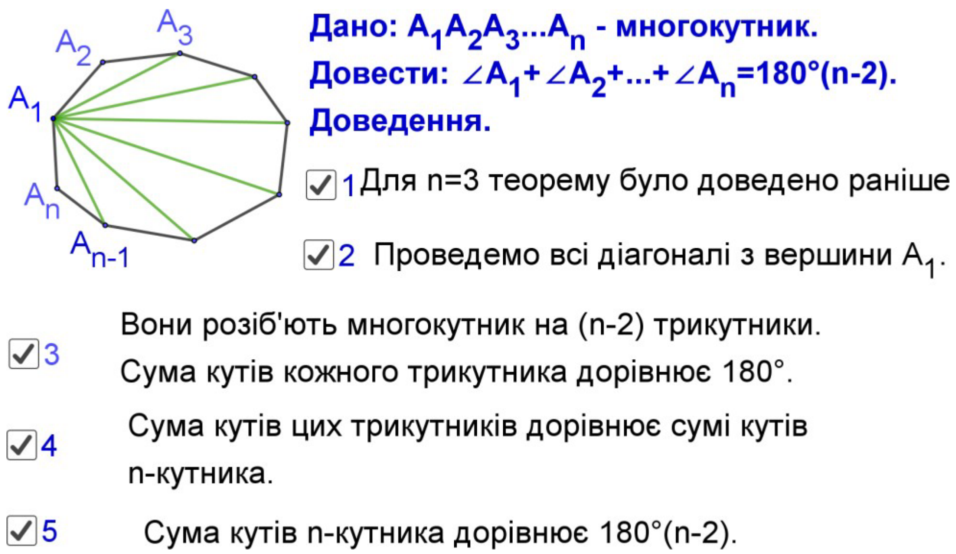
26. Щоб сховати панель ***Алгебра***, потрібно вибрати пункт меню **Вид** та вимкнути ***Алгебра*** або натиснути комбінацію клавіш ***«Ctrl+Shift+A»***.

27. Вибираємо пунктменю ***Налаштування*** та вибираємо необхідний ***Розмір шрифту.***

28. Зберігаємо модель, вибравши ***Файл□Зберегти*** та вказавшиім’я моделі.

Додаток 8

Інтерактивна модель «Сума кутів многокутника», яка ілюструє доведення теореми



Створення моделі

- Запускаємо програму ***GeoGebra***.
- У властивостях ***Полотна*** робимо невидимими ***Осі*** та ***Лініїсітки***.
- За допомогою інструмента ***Многокутник*** будуємодев’ятикутник.
- Для 5 вершин змінюємо імена на A_1, A_2, A_3, A_n і A_{n-1}, для решти вершин у їх контекстному меню вимикаємо ***Показати позначення***.
- За допомогою інструмента ***Відрізок*** будуємо діагоналі многокутника (об'єкти *j*, *l*, *m*, *n*, *p*, *q*).
- Виділяємо об'єкти *j*, *l*, *m*, *n*, *p*, *q* та викликаємо їх властивості, у вікні ***Властивості*** на вкладці ***Колір*** вибираємо потрібний колір.
- За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст1* «*Дано: A_1A_2A_3...A_n - многокутник. Довести:*
- *∠A_1+∠A_2+...+∠A_n=180°(n-2). Доведення.*» (позначення кута можна взяти зі списка символів, який відкриється при натисненні кнопки ***Символи***).
- Викликавши вікно ***Властивості*** *тексту1*, можна змінити на вкладці ***Текст*** шрифт, накреслення та розмір шрифту, а на вкладці ***Колір*** – ***Колір зображення*** (тексту).
- За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст2 «Для n=3 теорему*

було доведено раніше.».

- За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст3*
- *«Проведемо всі діагоналі з вершини A_1.»*.
- За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст4 «Вони розіб'ють многокутник на (n-2) трикутники. Сума кутів кожного трикутника дорівнює 180°.»*.
- За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст5* «*Сума кутів цих трикутників дорівнює сумі кутів n-кутника.*».
- За допомогою інструмента ***Текст*** створюємо *текст6 «Сума кутів n-кутника дорівнює 180°(n-2).»*.
- Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні , яке відкриється, вказуємо ***Напис***: *«1»*, ЛКМ вибираємо об'єкт *текст2* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.
- Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні , яке відкриється, вказуємо ***Напис***: «*2*», ЛКМ вибираємо об'єкти *текст3*, *j*, *l*, *m*, *n*, *p*, *q* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.
- Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні , яке відкриється, вказуємо ***Напис***: *«3»*, ЛКМ вибираємо об'єкт *текст4* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.
- Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні , яке відкриється, вказуємо ***Напис***: *«4»*, ЛКМ вибираємо об'єкт *текст5* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.
- Вибираємо інструмент ***Прапорець*** і ЛКМ вказуємо місце на вікні, де він буде знаходитись. У діалоговому вікні , яке відкриється, вказуємо ***Напис***: *«5»*, ЛКМ вибираємо об'єкт *текст6* та натискаємо кнопку ***Застосувати***.
- Щоб сховати панель ***Алгебра***, потрібно вибрати пункт меню
- ***Вид*** та вимкнути ***Алгебра*** або натиснути комбінацію клавіш
- ***«Ctrl+Shift+A»***.
- Вибираємо пунктменю***Налаштування*** та вибираємо необхідний ***Розмір шрифту***.

Додаток 9. Конспект уроку

Тема: Розв’язування задач на побудову за допомогою програмного педагогічного комплексу GRAN 2D

Мета: навчальна - повторити основні властивості паралельного проектування; ознайомити учнів із застосуванням цих властивостей до побудови зображень плоских фігур; формувати математичну компетентність учнів та загально-навчальних дослідницьких навичок старшокласників методами інформаційно-комунікаційних технологій, вдосконалювати техніку обчислень, раціонально поєднувати усні, письмові, інструментальні обчислення; виховна: показати широке коло застосування властивостей паралельного проектування у навколишньому світі; розвиваюча: розвиток просторового уявлення, уваги, акуратність та скрупульозність при виконанні технічного рисунка, уявлень про математичне моделювання як потужний метод наукового пізнання, розширення загального кругозору школярів, мотивація до свідомої навчальної діяльності.

Тип уроку: формування та закріплення знань.

Форма роботи: Діалог, інтерактивне спілкування, коментарі до мультимедійного супроводу, практичне застосування набутих навичок.

Обладнання: комп'ютер, програмне забезпечення GRAN 2D.

Хід уроку

І. Актуалізація опорних знань.

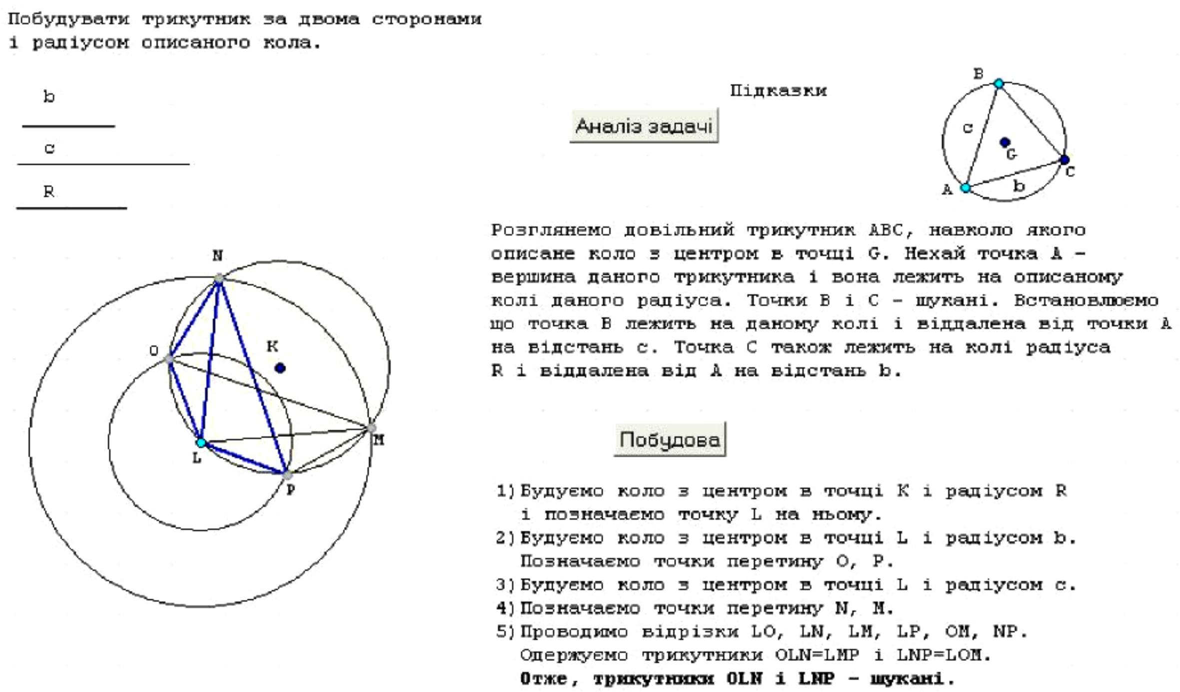
Для розв'язування задач методом геометричних місць необхідно з'ясувати: до знаходження яких точок зводиться розв'язання задачі і які дві вимоги мають ці точки задовольняти. Далі розглядають одну з вимог задачі і будують геометричне місце точок (ГМТ), що задовольняють цю вимогу. Потім будують ГМТ, які задовольняють інші вимоги і, нарешті, знаходять точки перетину геометричних місць точок.

При вивченні тем „Перетворення подібності", „Подібність фігур" розв'язують задачі за методом подібності. Якщо дані геометричної задачі на побудову такі, що опустивши одне з них, можна побудувати безліч фігур, подібних шуканій, то спочатку будують яку-небудь з цих фігур, а потім, враховуючи опущене дане, будують шукану фігуру.

ІІ. Практична робота

Задача 1. Побудувати трикутник за двома сторонами і радіусом описаного кола

На рис. 1 показано копію вікна побудови з умовою задачі, заданими відрізками, відкритими підказками та додатковим малюнком, які можна приховати, «натиснувши» відповідну кнопку.



Проведемо аналіз даної задачі.

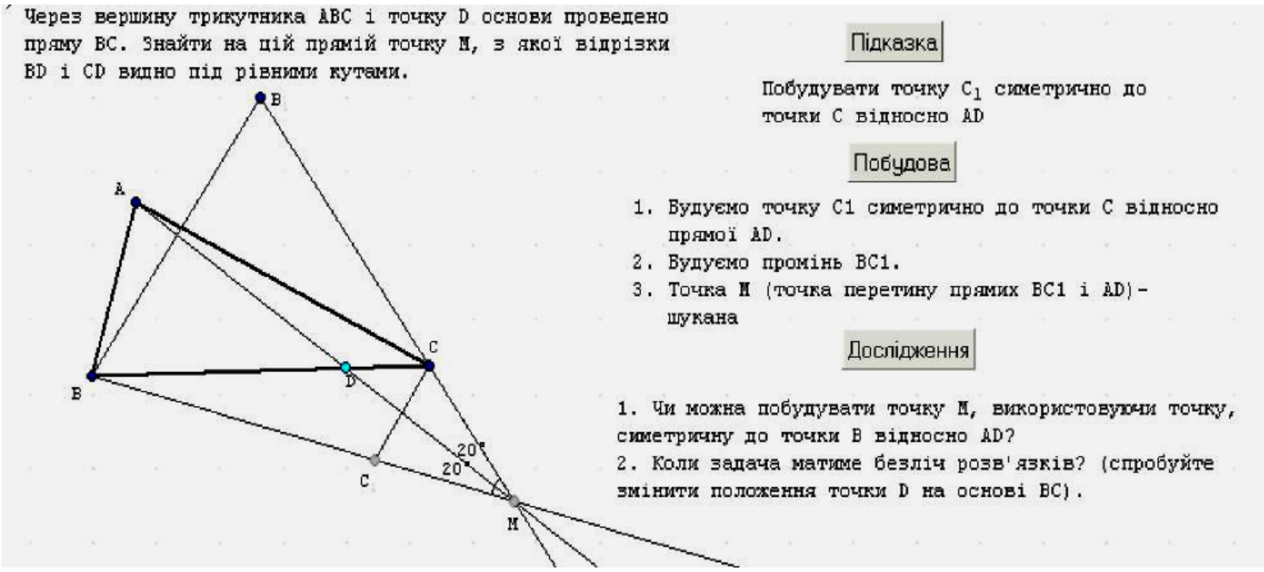
Нехай точка А - вершина трикутника АВС, навколо якого описане коло радіуса *R*. Необхідно знайти розташування інших вершин трикутника - точок В і С. Точка В, по-перше, лежить на даному колі радіуса *R,* а по-друге віддалена від точки А на відстань *с* Тобто вона лежить на перетині даного кола і кола з центром в точці А і радіусом *с*. Точка С також лежить на даному колі та віддалена від А на відстань *b.* Отже, вона лежить на перетині даного кола і кола з центром в точці А і радіусом *b.*

Під час побудови легко встановити, що шуканих трикутників два.

Застосування методу осьової симетрії для розв'язування задач на побудову можна проілюструвати за допомогою такої задачі.

Задача 2. Через вершину А трикутника АВС і точку D основи ВС проведено пряму. Знайти на цій прямій точку М, з якої відрізки BD і CD видно під рівними кутами.

Для розв'язування задачі слід використати правило-орієнтир. По-перше, необхідно припустити, що задача розв'язана, тоді обрати певну симетрію стосовно або даної прямої, або прямої, яку легко побудувати та замінити один із даних елементів симетричним щодо обраної осі симетрії. У цій задачі пряма AD буде розглядатись як вісь симетрії, а точка C - об'єкт симетрії (рис. 2).



Отже, учням можна дати підказку: побудувати точку Сі симетрично до С відносно прямої AD,  використовуючи послугу

Симетрія відносно точки (прямої)

Маючи на екрані точки В і С, неважко здогадатися провести пряму через ці точки, яка перетне пряму AD в точці М. Далі пропонуємо учням перевірити, чи є точка М шукана? Для цього спочатку

можна провести дослідження, вимірявши градусну міру кутів AMB і АМС з допомогою інструмента , а потім аналітично довести рівність цих кутів (очевидно, пряма AM є бісектрисою кута BMBi чи CMC і).

Обчислення кута за трьома точками

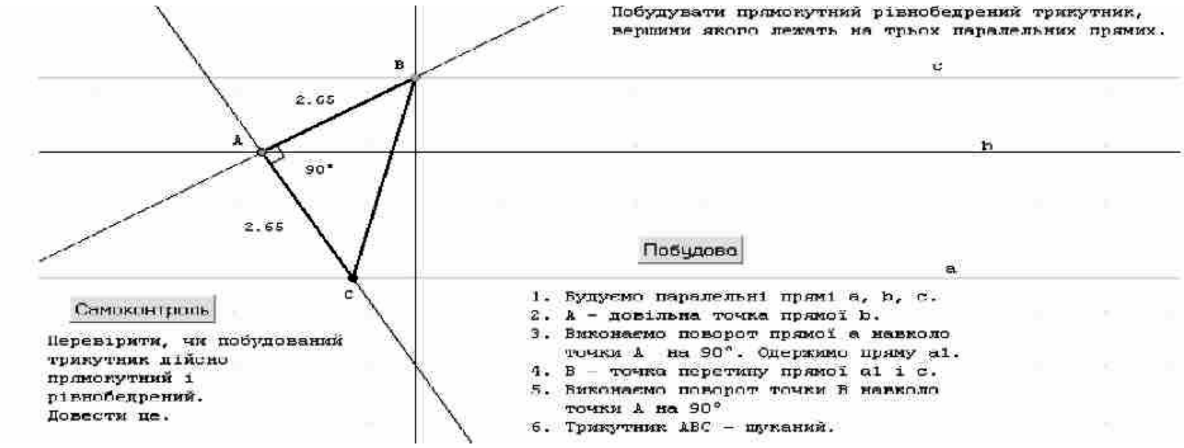
Оскільки модель геометричної побудови в **ППЗ** GRAN-2D є динамічною, то учням доцільно поставити завдання на дослідження. Спробуйте змінити положення точки D на основі ВС. Чи можна знайти точку М, побудувавши точку В і симетрично до В відносно AD? Який із способів і в якому випадку буде більш зручним? Коли задача матиме безліч розв'язків?

До малюнка бажано створити кілька кнопок, за допомогою яких приховувати і послідовно відкривати підказки. Завдяки цьому імітується евристичний діалог школяра з учителем. За кнопкою можна приховувати навідні або додаткові запитання для учня. Це також допомагає школяреві вдосконалювати навички самоконтролю.

Задача 3. Побудувати прямокутний рівнобедрений трикутник, вершини якого лежать на трьох паралельних прямих.

Для пошуку способу розв'язання необхідно провести аналіз задачі. Нехай трикутник ABC -шуканий і його вершини лежать на паралельних прямих *a, Ь,* с (рис. 3). Оскільки $\angle A=90°$ і AC=AB, то виконуємо поворот прямої *a* навколо точки A на 90°. При цьому пряма *a* перейде в $a^{\backslash}$. Отже, точка B є точкою перетину прямих. Знаючи положення точки B, знайдемо і положення точки C, виконавши поворот B навколо A в протилежному напрямі.

На основі аналізу знаходимо план побудови.



На закріплення проводимо самостійний розв'язок задач на побудову квадрата, три вершини якого лежать на паралельних прямих; на побудову рівностороннього трикутника, вершини якого лежать на трьох паралельних прямих та ін.

Задача 4. У даний трикутник ABC вписати ромб з даним гострим кутом a так, щоб одна з його сторін лежала на основі AC трикутника, а дві його вершини - на бічних сторонах AB і BC.

Нехай ромб DNRP - шуканий (рис. 4). Опустимо вимогу - одна із вершин ромба лежить на стороні BC трикутника. Побудуємо ромб $D_iN_iR_iP_i$ з кутом D_b що дорівнює даному. Далі, перш ніж продовжувати аналіз, учням доцільно запропонувати виконати дослідження, в результаті якого вони повинні встановити, що якщо для точки Ri ввімкнути функцію *Властивості* *сліду/Залишати слід* (контекстне меню точки Ri), то при переміщенні точки E>i вздовж AC, точка Ri залишатиме слід у вигляді прямої, яка проходить через точку A.

Отже, з вершини A трикутника як з центра гомотетії можна провести через вершину Ri ромба пряму AR, яка буде геометричним місцем відповідних вершин ромбів, гомотетичних побудованому і таких, що задовольнятимуть всі умови задачі, крім опущеної. Тому точка перетину прямої ARi із стороною BC трикутника - шукана вершина ромба.

Звідси випливає побудова. На стороні AC будуємо довільну точку Di. Від прямої DiC відкладаємо кут, рівний даному. При цьому бажано застосовувати не послугу *Дуга,* а виконати побудову так, як це школярі повинні робити вручну. Щоб не захаращувати креслення, допоміжні побудови слід приховати, знявши позначки у *Переліку об 'єктів.*

На сторонах побудованого кута будуємо ромб DiNiRiPi. Проводимо пряму AR_b яка перетинає BC в точці R Будуємо RP||RiP$_b$ RN||NiR$_b$ ND||NiD$_b$ DNRP - шуканий ромб.

Іноді побудова фігури є досить важкою тільки через те, що частини цієї фігури занадто віддалені одна від одної і тому важко ввести в малюнок дані елементи. Зближення елементів фігур зручно здійснювати методом паралельного перенесення, суть якого полягає в тому, що яку-небудь частину фігури паралельно переносять на деяку відстань у певному напрямі, завдяки чому дістають допоміжну фігуру, яку легко побудувати. Побудувавши допоміжну фігуру, виконують паралельне перенесення в протилежному напрямі на ту ж саму відстань. Дістаємо шукану фігуру.

ІІІ. Рефлексія.

Пропонуємо учням висловитися з питань:

1. Чи допомогла мені практична робота засвоїти навички побудови за допомогою програмних засобів?
2. «Я вважаю, що набуті знання і навички можна використати для…

IV. Підсумок уроку.

Оцінювання роботи учнів (відмічається активність учнів).

V. Домашнє завдання.