

Міністерство освіти і науки України  
Рівненський державний гуманітарний університет  
факультет математики та інформатики  
кафедра математики з методикою її викладання

Кваліфікаційна робота  
бакалаврського рівня  
на тему

**«Методика навчання учнів стереометричних задач»**

Студентки IV курсу групи МЕІ-41  
Спеціальності 014 Середня освіта (Математика)  
Михальчук А.А.  
Керівник Белешко Дмитро Тимофійович

Національна шкала \_\_\_\_\_  
Кількість балів: \_\_\_\_\_ Оцінка: ECTS  
\_\_\_\_\_

Члени комісії

\_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)  
\_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)  
\_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

м. Рівне – 2021 рік

## Зміст

<b>ВСТУП</b>	<b>4</b>
<b>Розділ 1</b>	<b>8</b>
<b>Геометричні задачі в контексті психолого-дидактичної теорії задач</b>	<b>8</b>
1.1. Зміст поняття та структура задачі. Класифікація задач	8
1.2. Сутність та структура процесу розв'язування задач	11
1.3. Психологічні стратегії та структури діяльності розв'язування задач	17
<b>Розділ 2</b>	<b>22</b>
<b>Психолого-дидактичні засади формування вміння розв'язувати задачі</b>	<b>22</b>
2.1. Зміст поняття та методичні підходи до формування вмінь розв'язувати задачі. Проблема формування вмінь розв'язувати геометричні задачі у дидактиці задач та їх види	22
2.2. Математична компетентність та теорії поетапного формування розумових дій під час розв'язування задач	26
2.3. Диференціації в навчанні школярів та вимоги до процесу формування розумових дій які забезпечують їх високу ефективність	33
2.4. Операційний склад та зміст етапів загального вміння розв'язувати задачі. Методичні прийоми формування дій що складають загальні уміння розв'язувати геометричні задачі	40
<b>Розділ 3</b>	<b>49</b>
<b>Теоретичне обґрунтування методичної системи навчання розв'язування</b>	<b>49</b>
3.1. Загальна характеристика методичної системи навчання учнів профільної школи розв'язування геометричних задач	49
3.2. Методики формування в учнів профільної школи розв'язування задач на певні види	50
3.3. Формування загального вміння розв'язувати задачі, система формування загального вміння в процесі навчання стандартних шкіл	71
<b>Розділ 4</b>	<b>75</b>
<b>Формування вміння розв'язувати задачі в старших класах</b>	<b>75</b>
4.1. Колективне розв'язування задач	75
4.2. Індивідуальне розв'язування задач	76

**Висновок**

**88**

**Список використаних джерел**

**96**

## ВСТУП

### **Актуальність теми.**

Основні положення Національної доктрини розвитку освіти визначають як пріоритетні такі напрямки реформування освіти, які сприятимуть зростанню інтелектуального, культурного, духовно-морального потенціалу суспільства і кожного його громадянина, зростання самостійності і самодостатності особистості, її творчої активності, зміцнить демократичні основи громадянського суспільства і прискорить його розвиток.

Освіта на сучасному етапі розвитку характеризується посиленою увагою до учня, його всебічного розвитку, вміння знайти своє місце в суспільстві, мати можливість максимально самореалізуватися в суспільстві, а тому школа однією з основних своїх цілей ставить досягнення розвитку тих здібностей особистості, які потрібні і людині, і суспільству. З огляду на це, в старшому ланці загальноосвітньої школи вводиться профільне навчання. Згідно з Державною національною програмою «Освіта (Україна XXI століття)», концепцією профільного навчання в старшій школі, математика (як інтегрований предмет, або алгебра і початки аналізу та геометрія як окремі предмети) є обов'язковою навчальною дисципліною для кожного напрямку профілізації (суспільно – гуманітарного, природничо-математичного, технологічного, художньо-естетичного, спортивного). Однак цілі вивчення математики, а значить, і обсяг змісту навчання, і рівень суворості його викладу відрізняються принципово. У класах суспільно-гуманітарного напрямку інтегрований курс математики вивчається на рівні стандарту як непрофільна дисципліна, що має загальнорозвиваючих спрямованість. Передбачається, що випускники таких класів не продовжуватимуть математичну підготовку у вищих навчальних закладах. Найважливіший внесок математичної освіти в загальний розвиток учнів, як визначає комісія Європейського математичного товариства, полягає в інтенсивному формуванні в них здатності доказово і несуперечливо міркувати, аналізувати, порівнювати, узагальнювати і т.д., загалом, вміння робити

правильні висновки і будувати реалістичні прогнози. Тому невід'ємною складовою навчання математики в класах є формування в учнів прийомів розумової діяльності. Однак практика навчання показує, що цей процес зазвичай відбувається стихійно, безконтрольно. Учні, а іноді і вчителі, не розуміють значення математичної освіти для загального розвитку людини. В результаті навчання математики в класах має численні недоліки і не дає бажаних результатів.

Психологічні та дидактичні особливості забезпечення інтелектуального розвитку учнів у процесі навчання виділені в роботах вчених Д. Н. Богоявленського, Г. Вейля, Л. С. Виготського, П. Я. Гальперіна, В. В. Давидова, І. А. Зимової, Є. М. Кабанова-Меллер, С. І. Калмикова, В. А. Крутецкий, А. І. Кузьмінського, Н. А. Менчинська, Н. В. Метельського, В. Ф. Паламарчук, М. Н. Шардакова, І. С. Якиманська та ін.

Питання вдосконалення математичної підготовки учнівської молоді в різних ланках освіти досліджувалися в роботах математиків-методистів І. А. Акуленко, М. І. Башмакова, В. Г. Бевз, Г. П. Бевза, М. І. Бурди, А. І. глобіну, Н. А. Глузман, Я. І. Грудьонова, В. А. Гусева, Г. В. Дорофєєва, Ю. М. Колягина, Д. Пойя, М. В. працюючий, Г. І. Саранцева, С. П. Семенець, А. І. Скафте, С. А. Скворцової, С. І. Слєпкань, Н. А. Тарасенков, В. І. Таточенко, Т. Н. Хмари, В. А. Швеця та ін. Особливості навчання математики в старших класах, зокрема профільної школи, розглянуті в дисертаційних роботах С. В. Іванової (формування геометричних умінь старшокласників шкіл гуманітарного профілю), Н. Я. Ігнатенко (активізація навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики), А. Марченко (систематизація знань старшокласників в процесі навчання математики з комп'ютерно й підтримкою), І. В. Свєрчевського (вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі), І. М. Смирнової (науково-методичні основи викладання геометрії в умовах профільної диференціації навчання) і ін. Специфіка формування прийомів розумової діяльності при вивченні математики в різних ланках освіти досліджувалася в роботах Н. А. Глузман (формування узагальнених прийомів

розумової діяльності в майбутніх учителів початкових класів в процесі вивчення дисциплін математичного циклу), О. Б. Жильцова (розвиток розумової діяльності учнів 7 класів середньої школи при вивченні математики в умовах НІТ), Т. В. Зайцевої (розвиток розумової діяльності старшокласників у процесі вивчення алгебри і початків аналізу з використанням інформаційних технологій), Н. С. Павлової (формування прийомів розумової діяльності в учнів 7-9 класів в процесі навчання інформатики), В. І. Таточенко (формування прийомів розумової діяльності в учнів 6-8 класів тощо і вивченні математики), Л. Я. Федченко (методика організації узагальнення і систематизації знань і умінь при навчанні учнів математиці). Різні аспекти вирішення проблеми формування дослідницьких умінь учнів представлені в наукових дослідженнях В. І. Андрєєва, А. І. Анісімовій, С. І. Бризгалової, В. К. Буряка, А. Г. Йодко, І. А. Кравцової, С. А. Ракова, А. В. Резіноє і ін. Проблеми формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання математики присвячені дослідження А. Ю. Карлащук (на прикладі задач з параметрами), Г. М. Морозова (при застосуванні математики), В. Л. Пестерової і Г. В. Токмазова (на прикладі задач з алгебри), М. Б. Раджабова (на прикладі задач з геометрії).

Саме тому, надзвичайна актуальність і недостатня розробленість даної проблеми у сучасній науці зумовила вибір нашої теми дослідження: **«Методика викладання математики»**.

**Метою кваліфікаційної роботи є аналіз сутності методики викладання математики.**

**Досягнення поставленої мети передбачає розв'язання таких завдань:**

- дослідити геометричні задачі в контексті психолого-дидактичної теорії задач;
- охарактеризувати психолого-дидактичні засади формування умінь розв'язувати задач;
- провести теоретичне обґрунтування методичної системи навчання розв'язування;

- проаналізувати сутність формування уміння розв'язувати задачі в старших класах.

**Об'єктом дослідження** є процес викладання.

**Предметом дослідження** є особливості методики викладання математики.

**Методи дослідження.** В ході виконання поставлених завдань застосовувалися теоретичні та емпіричні методи науково-педагогічних досліджень. Теоретичні: аналіз, узагальнення, систематизація науково-методичної та психолого-педагогічної літератури з теми дослідження; аналіз і порівняння навчальних програм, змісту і структури підручників, посібників з математики для класів суспільно-гуманітарного напрямку, що дозволило визначити вимоги до організації навчання математики на рівні стандарту в класах суспільно-гуманітарного напрямку, обґрунтувати методику цілеспрямованого формування в учнів; вивчення педагогічного досвіду вчителів математики, які працюють в профільних класах, з метою його наукового аналізу і узагальнення. Емпіричні: діагностичні (анкетування, тестування, опитування, бесіда, педагогічне спостереження, аналіз усних відповідей і письмових робіт учнів) для з'ясування особливостей контингенту класів суспільно-гуманітарного напрямку, рівня сформованості у них прийомів розумової діяльності і рівня їх знань; прогностичні (розробка компонентів методичної системи навчання математики в класах з урахуванням семіотичного компонента) експериментальні (педагогічний експеримент – констатуючий, пошуковий, формувальний) для визначення стану проблеми, апробації розробленої методики; статистичні – для кількісного та якісного аналізу результатів навчання за експериментальною методикою.

**Структура та обсяг.** Випускна кваліфікаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновку, тексту загальним обсягом 97 сторінок, списку використаних джерел з 751 од. Основний текст викладено на 77 сторінках.

## **Розділ 1**

### **Геометричні задачі в контексті психолого-дидактичної теорії задач**

#### **1.1. Зміст поняття та структура задачі. Класифікація задач**

Задача, або завдання - це сформульоване питання, відповідь на який можна знайти за допомогою арифметичних дій.

З визначення задачі випливає, що в ній обов'язково повинна міститися якесь питання. Без питання завдання немає. Оскільки відповідь на питання завдання отримуємо в результаті виконання арифметичних дій, очевидно, в ній повинна міститися вимога визначити ту чи іншу кількість – шукане і, крім того, повинні вказуватися ті числа, за допомогою дій над якими можна знайти шукане. Тому обов'язковими елементами будь-якої арифметичної задачі невідоме (шукане) число (або кілька таких) і дані числа.

Термін «завдання» вживається в різних значеннях. У широкому плані можна сказати, що завдання передбачає необхідність свідомого пошуку відповідних засобів для досягнення мети, яку добре видно, але яка без посередньо недосяжна. У психологічному аспекті задача розглядається як свідома мета, яка існує в певних умовах, а дії – як процеси або акти, спрямовані на досягнення її, тобто на рішення задачі.

Під математичною задачею розуміють будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, що стосується кількісних відносин і просторових форм, створених людським розумом на матеріалістичній основі знань про навколишній світ. Арифметичної завданням називають вимогу знайти числове значення деякої величини, якщо дано числові значення інших величин і залежність, яка пов'язує ці величини як між собою, так і з шуканою. У початкових класах в основному розглядають так звані сюжетні задачі, в яких описується кількісний бік якихось явищ, а знаходження невідомого зводиться до виконання



певних арифметичних дій. В умови сюжетних задач подаються значення величин і деякі залежності (відношення значеннями) причому ці залежності мають певні числові характеристики [36, с. 22].

Для вирішення завдання потрібно виконати одну арифметичну дію, називають простою. Завдання для вирішення якого потрібно виконати дві або більше пов'язаних між собою арифметичних дій називають складеним.

Головна особливість сюжетних текстових задач полягає в тому, що в них безпосередньо не вказується, яку саме дію (дії) треба виконати над даними числами, щоб отримати шукане. Тому в тексті задачі потрібні непрямі вказівки на те зв'язок, який існує між даними числами і шуканими і який визначає відбір потрібних арифметичних дій та їх послідовності. Це – умова задачі. Умова, яка покликана розкрити зв'язки між даними і шуканими числами, природно містить числові дані задачі.

Учні, як правило, досить легко засвоюють, що в задачі повинні бути не менше двох числових даних; дещо важче вони, знайомлячись вперше з завданнями, усвідомлюють необхідність питань в їх структурі. Діти часто підміняють задачу формулюванням умови і слідства, з неї слід [33, с. 9-10].

Отже, головні елементи завдання – умови і питання. Числові (чи буквені) дані – це елементи умови. Шукане завжди міститься в питанні. Однак іноді задачу сформульовано так, що питання містить в собі частину умови, або вся задача викладена у формі запитання.

Все це слід враховувати, навчаючи дітей вирішувати завдання. Один з істотних моментів цього вчення полягає в тому, щоб діти навчилися самостійно виконувати первинний аналіз тексту задачі, відділяючи відоме від невідомого, важливо, щоб вони вміли не тільки виокремити з завдання числові дані, але і пояснити, що означає кожне з них в контексті що сказано про те число, треба знайти і т.п. Важливо, щоб в процесі первинного аналізу зверталася увага не тільки на виділення даних і шуканого, а й на зв'язки між ними, викладені в тексті задачі [24, с. 12].

Отже, задача – це проблемна ситуація з явно заданою метою, яку необхідно досягти; в більш вузькому сенсі завданням також називають саму цю мету, дану в рамках проблемної ситуації, тобто те, що потрібно зробити. Ще більш вузьке визначення називає завданням ситуацію з відомим початковим станом системи і необхідним кінцевим станом системи, причому спосіб досягнення кінцевого стану від початкового відомий (на відміну від проблеми, в разі якої спосіб досягнення кінцевого стану системи невідомий).

Інші визначення поняття «завдання» відповідно до міжнародних стандартів: діяльність, необхідна для досягнення певної мети; необхідні, рекомендовані або допустимі дії, спрямовані на сприяння досягненню одного або декількох результатів деякого процесу; найменша одиниця роботи, що підлягає обліку; чітко визначене робоче завдання для одного або декількох учасників проекту.

У найширшому сенсі під завданням розуміється те, що потрібно виконати – завдання, доручення, справа, вправа, наприклад логічна задача, математична задача, шахова задача.

На відміну від функції, яка може здійснюватися постійно, завдання передбачає при заданих її умовах вихід на досягнення кінцевого результату (рішення задачі).

У задачі виділяють: елементи початкової (вихідної) ситуації, правила перетворення ситуації та необхідне рішення (мета, кінцева ситуація).

Необхідне рішення може бути задано по-різному: як кінцевий стан ситуації (наприклад, то, як повинна виглядати зібрана головоломка); як отримання нового знання (наприклад,  $2 + 2 = ?$ ); як встановлення деяких зв'язків (відносин) між елементами ситуації (наприклад, коли потрібно визначити, який з двох предметів важче) і т. д.

Виділяють наступні характеристики умови задачі: звичність або незвичність ситуації, новизна завдання для суб'єкта, ступінь вибраних (явності) істотних відносин, форма умов (реальна ситуація / зображення / словесний опис) та співвідношення умови.

## 1.2. Сутність та структура процесу розв'язування задач

Термін «рішення задачі» застосовується в методиці і в живій мові вчителя і учнів в різних значеннях, і на ґрунті цього в процесі навчання виникають певні труднощі, які слід заздалегідь мати на увазі.

Взагалі кажучи, вирішити задачу – означає відповісти на поставлене в ній питання саме так найчастіше розуміють цю вимогу самі діти. Нерідко, як тільки вчитель повідомить задачу, діти відразу дають відповідь на її питання. Але це не завжди задовольняє педагога. Він намагається з'ясувати, як учні знайшли відповідь, на основі яких міркувань, за допомогою якої арифметичної дії тощо.

Серед вчителів існує думка, що якщо учень не може пояснити, як він знайшов відповідь на питання завдання, це означає, що він її не вирішив. Діти в душі ніколи не погоджуються з таким висновком. Щоб не виникало такого взаємного нерозуміння між дитиною і вчителем, необхідно пояснити дітям в чому полягає сенс поняття «вирішити задачу».

Вважаємо корисним повідомити учням про таке: завдання, які ви будете вирішувати на уроках математики, – це не думки, що їх треба відгадати. Вирішити задачу – значить пояснити (розповісти), дії треба виконати над даними в ній числами, щоб після цього отримати число, і потрібно визначити. Записати рішення задачі – показати за допомогою цифр і знаків дій, що потрібно зробити, щоб знайти невідоме число і відповісти на питання завдання [35, с. 107-108].

Рішення завдання – це процес перетворення її умови, який здійснюється на основі знань з тієї галузі, до якої відноситься завдання, певних загальних логічних правил виведення, окремих правил інтуїтивного характеру. У найбільш загальному плані можна сказати, що цей процес складається з наступних етапів: ознайомлення зі змістом задачі; здійснення знайденого плану рішення; з'ясування, що отриманий результат задовольняє вимогу задачі (перевірка рішення) аналіз рішення (з'ясування прийомів рішення), розгляд інших способів розв'язання.

Зазначені етапи в тій чи іншій мірі характерні для методики вирішення завдань. При цьому виділяють в основному такі етапи; ознайомлення зі змістом задачі; аналіз задачі і відшукування плану рішення; рішення задачі; перевірка рішення.

Усвідомлення змісту задачі – необхідна умова її рішення. Учень не повинен приступати до її вирішення, не зрозумівши її умови. Тому знайомство із завданням містить власне освоєння її змісту і перевірку усвідомлення його дітьми. Учень знайомиться з завданням за словами вчителя або самостійно. Ступінь самостійності залежить від рівня підготовленості учнів залежить від рівня їх підготовленості і мети розв'язування задачі. Приступаючи до вирішення завдання, важливо прийняти її в цілому, а потім вже розбивати на окремі частини [34, с. 35].

При фронтальному ознайомленні вчитель читає (або переказує) задачу двічі. У перший раз читають з метою ознайомлення з її змістом в цілому. Вдруге завдання читають частинами і так, щоб кожна частина містила певне смислове «одичку» тексту. Поділ задачі на частини в основному передбачає виділення окремих числових даних її. Під час другого читання нових задач доцільно на дошці записувати умову.

Читаючи задачу, вчитель паузами та інтонацією виділяє числові дані, слова, що визначають вибір дії, і питання завдання. Емоційне забарвлення голосу допомагає учням уявити ту життєву ситуацію, про яку йде мова в задачі. Тому, слухаючи задачу, дітям не варто стежити очима за текстом підручника. Якщо в задачі є маловідомі дітям терміни, то їх слід пояснити заздалегідь, застосовуючи для цього предметне ілюстрації або малюнки.

Щоб перевірити, як учні усвідомили умову задачі, вчитель задає учням питання, а також пропонує передати всю задачу. З метою активізації контрольного повторення задачі слід іноді заздалегідь ставити перед учнями те чи інше завдання. Для сприйняття завдання в процесі читання важливу роль відіграє правильна постановка логічного наголосу, особливо в питання завдання. Виділення різних слів веде до зміни мети задачі.

В учнів поступово слід виховувати таку навичку: при першому читанні завдання треба усвідомити ситуацію, в ній описується і обов'язково виділити питання; при другому читанні намагатися виділити в умові те, що відповідає питанню.

Учень може успішно вирішувати завдання, якщо розуміти значення зсів і виразів, з яких вона побудована. На початку завдання і при розгляді нових задач усвідомлення значення слів та зв'язків між величинами досягається через відтворення тієї реальної проблемної ситуації, моделлю якої є задача. Надалі все частіше застосовується вербальний (словесний) аналіз задачі.

Для з'ясування життєвого змісту завдання використовується предметне моделювання, інсценівки, практичне виконання дій, наочні посібники тощо. Моделюванням і є уявне відтворення ситуації.

Вербальний аналіз в широкому сенсі включає семантичний аналіз і знаходження способу розв'язання задач.

Суть семантичного аналізу полягає в тому, що на основі аналізу тексту задачі визначають окремі значення величин, а також відносини, їх пов'язують. Таким аналізом передбачається: поділ завдання на окремі частини, кожна з яких є словесним завданням певного елемента завдання; визначення слів – ознак, що характеризують відношення між величинами, а отже, і відповідну арифметичну дію.

При аналізі необхідно з'ясувати, скільки величин розглядається в задачі та які вони мають значення. Завдання кожного значення величини складається з трьох частин: назви величини, зазначення особливості певного значення і числового значення, якщо воно є невідомим, і якщо, крім того, в завдання цього невідомого значення входить питання «скільки?» або вимога «знайти», то це значення шукане [31, с. 223-224].

Є два способи аналізу завдання: синтетичний і аналітичний. Синтетичний спосіб – від числових даних – до запитання, аналітичний – від питання – до числових даних. Синтетичний спосіб легше для дітей, але його недолік в тому, що ми начебто завдання розкладаємо на ряд простих завдань які вирішуємо.

Аналітичний – сприяє розвитку мислення учнів. Використання наочності та короткого запису задачі в процесі вивчення його змісту і пошуку плану рішення.

Вибір ілюстрації до задачі, повнота її налізатиме, ступінь самостійності учнів у вирішенні залежить від новизни і складності самої задачі. При цьому треба мати на увазі, що основна навчальна мета – розвинути в учнів уміння самостійно вирішувати завдання – досягається тривалою практикою вирішення завдань як з використанням наочності, так і без неї. Так що в застосуванні наочності треба дотримуватися певної міри.

Мета використання ілюстрації – виявити величини про які йдеться в задачі, і з'ясувати зв'язки між ними. Предметна ілюстрація допомагає створити уявлення про життєву ситуацію, описану в задачі, і тим самим сприяє правильному вибору дій і їх послідовності. На початку навчання, щоб учні могли побачити зв'язок між даними числами і шуканими, іноді недостатньо тільки демонструвати наочні посібники, потрібно, щоб кожен учень сам виконав операції по дидактичним матеріалом. Такими операціями можуть бути розкладання паличок або кружечків, малювання кружечків, дії з смужками паперу. Особливо потрібні предмети операції при розгляді завдань на знаходження невідомого компонента арифметичної дії.

Ілюстрація у вигляді короткого запису (схематичного, табличного) або малюнка фіксує в зручній для сприйняття формі величини (дані і шукані), наочно допомагає розкрити залежності між ними.

Вирішити завдання з використанням короткого запису слід у таких випадках: при початковому рішенні простих завдань, коли цей процес переходом від операцій над множинами предметів в арифметичних дій над числами; при вирішенні простих і складових завдань з метою формування в учнів уявлення про структуру задачі; при використанні завдань для формування математичних понять, ознайомлення учнів з елементами арифметичної теорії чи залежностями між величинами; при початковому ознайомленні учнів із завданням нового виду, а також тоді, коли багато учнів не можуть самостійно вирішити задачу.

Учнів слід поступово привчати до короткого запису задачі. Вони повинні знати, що в короткому запису треба використовувати слова, які визначають дію або залежність між даними і потрібним величинам. Пов'язані між собою дані слід записувати в одному рядку; число, яке є сумою кількох даних, записувати справа або зліва від них і відокремлювати рисою, питання завдання позначити питанням або буквою  $X$  в табличній формі два значення тієї ж величини треба записувати один під одним.

Короткий запис задачі – це засіб навчання, а не складова частина програми з математики. Тому при проведенні контрольної роботи не можна вимагати від учнів, щоб вони робили короткий запис задачі.

Розбір завдання може супроводжуватися записом математичних виразів, що відображають ті зв'язку, які в ній описані словесно. Однак записи таких виразів є складовою частиною процесу вирішення задачі.

Завдання вирішуються усно або письмово: усно це без запису арифметичних дій в зошит, письмово із записом дій в зошитах, в початкових класах більше половини всіх завдань доцільно вирішувати усно.

Усне рішення задач часто проводить в умовах ігрових ситуацій.

Висока якість оформлення письмових робіт з математики запобігає помилки, що виникають через нечітке написання цифр, безсистемне розміщення записів. Привчаючи учнів до охайного і правильного виконання завдань, вчитель виховує в них повагу до праці, совісті до обов'язків, звичку до чистоти і порядку.

Перевірка рішення і обґрунтування доказів є складовою частиною і характерною рисою математичної діяльності. Учні початкових класів не відчують потребу в обґрунтуванні своїх суджень. Тому перевірку рішення задачі вони сприймають лише як вимогу вчителя

Перевірити рішення задачі – це з'ясувати, правильне воно чи ні. Для вчителя цей процес є засобом виявлення прогалин в знаннях учнів, а в поєднанні з аналізом та оцінкою – засобом виховання інтересу до вивчення математики. Однак така перевірка не вичерпує всієї проблеми. Треба поступово виховувати у дітей почуття необхідності самоперевірки, ознайомлювати їх з найбільш

доступними прийомами перевірки. З цією метою слід проводити бесіди, в яких аналізувати допущені учнями помилки. Під час таких бесід розкривати особливість математики та інші фахівці дбають про «правильність результатів»; показувати, до яких негативних результатів можуть привести допущені в рішенні задачі помилки [33, с. 11-12].

У початкових класах вивчення математики завдання грають дуже важливу роль. З одного боку вони становлять окремий розділ програми, матеріал якої повинні засвоїти учні, з іншого – завдання є засобом навчання, виховання і розвитку учня. Тобто завдання виконують навчальні, виховні і розвиваючі функції.

Навчальні функції задач спрямовані на формування системи математичних знань, умінь і навичок на різних етапах її засвоєння. Початкове розкриття змісту арифметичних дій здійснюється за допомогою відповідних операцій над предметними множинами. Засобами переходу від операцій над множинами предметів до дій над числами є завдання. Вирішуючи завдання, учні спираються на уявлення про предмети, які згадуються в умові, але оперують уже числами.

Виховні функції задач дозволяють зв'язати навчання з життям, ознайомити учнів з пізнавально важливими факторами, виховують у дітей свідоме ставлення до навчання, любов до Батьківщини, бажання зробити свій внесок у спільну справу. Внутрішня краса самої математики, оригінальність прийомів вирішення завдань збуджують у дітей естетичні почуття.

У розвиваючими розуміють функції задач, спрямовані на формування науково – теоретичного, зокрема функціонального, стилю мислення, на оволодіння ними прийомами розумової діяльності. У процесі вирішення завдань учні виконують різні операції (аналіз, синтез, конкретизація і абстрагування, порівняння, узагальнення), висловлюють судження і міркування [37, с. 13-14].

Отже, розв'язання задач – це процес виконання дій, або розумових операцій, спрямованих на досягнення мети, яка задана в рамках проблемної ситуації – завдання, також цей процес є складовою частиною мислення. З точки зору когнітивного підходу процес розв'язання задач є найбільш складною зі всіх



функцій інтелекту та визначається як когнітивний процес вищого порядку, що вимагає узгодження та управління найпростішими та більш фундаментальними навичками. Деякі методи розв'язання задач, розроблених та використаних в галузі штучного інтелекту, інформатики, інженерії, математики, медицини і т. д. пов'язані з вирішенням проблем психічних методів, що вивчаються в психології.

### 1.3. Психологічні стратегії та структури діяльності розв'язування задач

Увесь процес рішення задач складається з наступних основних процесів, як: виявлення проблемної ситуації; постановка завдання: виявлення і більш-менш суворе визначення вихідного (даного) – його елементів і відносин між ними - і необхідного (цілі); знаходження рішення задачі.

Ці етапи можна побачити в більшості теорій вирішення завдань. Так, стадії постанови завдання і знаходження її рішення наявні в теоріях послідовника Вюрцбургської школи Отто Сальтисон, Гештальтпсихологи К. Дункера і когнітивіст Грін, незважаючи на всі відмінності їх теорій. При цьому під постановою завдання може матися на увазі як свідомою робота, так і деякі не усвідомлювані процеси переробки інформації.

Стадії розв'язання задач у теоріях О. Зельца, К. Дункера, Грино представлено в таблиці 1.1 [39].

Таблиця 1.1

#### Стадії розв'язання задач у теоріях О. Зельца, К. Дункера [39]

О. Зельц	К. Дункер	Грино
1. Утворення комплексу, до якого входять: характеристики відомого та місце невідомого в комплексі. Незавершеність	1.Проникнення в проблемну ситуацію – розуміння її внутрішніх зв'язків, сприйняття її як цілого, яке містить в собі деякий конфлікт.	1.Побудова когнітивної мережі, що складається з елементів відомого (даного) та невідомого (відношення між елементами відомого і

цього комплексу – суть проблеми.		невідомого поки не з'ясовані).
----------------------------------	--	--------------------------------

*Продовження таблиці 1.1*

2. Запуск інтелектуальних операцій: пригадування під час створення рішення.	2. Знаходження функціонального значення рішення. 3. Реалізація (втілення) функціонального значення в конкретне рішення.	2. Побудова зв'язків (відносин) між елементами, модифікація мережі за допомогою додаткової інформації з пам'яті.
---	--	--

З точки зору інформаційного підходу, завдання – це різниця між двома станами; вона вважається вирішеною, коли ознаки наявного і необхідного стану збігаються. Таким чином, процес вирішення завдань відбувається, коли організм або система штучного інтелекту здійснює перехід з даного стану в необхідний цільовий стан.

Представники інформаційного підходу виходили з того, що людина, як і комп'ютер, оперує символами (знаками), отже, обчислювальні машини можна «використовувати як пристрої для імітації процесу мислення людини». Моделі рішення задач, які вони створювали, найчастіше одночасно представляли собою комп'ютерні програми [15].

За Ліндсей і Норманом вся наявна на даний момент інформація, що має відношення до задачі, називається станом обізнаності. Рішення задач являє собою послідовний перехід від одного стану в інший, а потім – до наступного і т. д., поки не буде досягнуто остаточного стану обізнаності, тобто рішення. Такі переходи здійснюються за допомогою операторів – засобів, що зменшують розрив між існуючим станом обізнаності і тим станом, який настає за ним. Знаходження операторів і становить головну складність при вирішенні завдань.

Можливі дві стратегії вирішення, як:

- прямий пошук: в цій стратегії «людина спочатку відчуває якийсь метод підходу до задачі, а потім вже дивиться, просунувся він вперед в результаті його застосування».

- зворотній пошук: тут «людина розглядає шукане рішення, запитуючи себе: попередній крок необхідний для того, щоб прийти до нього? Після визначення цього кроку визначається крок, безпосередньо йому передує, і т. д, в кращому випадку – до відправної точки, заданої в постановці вихідної завдання». Зворотній пошук здійснюється за допомогою аналізу засобів-результатів (зіставлення засобів і цілей задачі) [20].

Процес рішення задач дуже складний. Якщо цей процес розглядати з математичної точки зору, то важливо, на які поняття учень спирається, щоб розглянути всі відносини; математичні операції слід виконати, щоб відповісти на питання задачі; в якому порядку побудувати власну структуру дій для досягнення мети; що вибрати за основу власних дій.

Якщо процес рішення задач розглядати з точки зору психології, то треба встановити: з яких розумових дій складається процес вирішення, як учень здійснює аналіз, планує рішення, контролює себе, як він розкриває зв'язки між величинами і т.д.

Психологічну (внутрішню) структуру рішення задач складають всі ті розумові процеси, що відбуваються в психіці учня і призводять до виконання певних дій в певній послідовності. Психологічну структуру рішення сюжетних завдань вивчали Н. А. Менчинська, К. А. Славська, С. І. Камікова і інші. Ще С. Л. Рубінштейном були визначені характеристики мислення при вирішенні завдань такі, як аналіз, синтез, аналіз через синтез, абстрагування і узагальнення. Ряд психологів на підставі експериментальних досліджень довели особливу роль цих розумових процесів при рішенні сюжетних задач. С. І. Калмикова, досліджуючи процеси аналізу і синтезу при вирішенні сюжетних завдань, прийшла до висновку, що аналітико-синтетична діяльність учнів під час вирішення сюжетних завдань спрямована на аналіз даних, шуканого, а також на виділення закономірностей, які дозволяють встановити взаємовідносини даних між собою і з шуканим. Виходячи з цього, виникає необхідність навчання учнів правильного аналізу завдання, способам розкриття відносин, що зв'язують шукане і дані.

Отже, загальні розумові дії – аналізу і синтезу, перш за все, лежать в основі процесу рішення сюжетних завдань молодшими школярами. Слід мати на увазі, що за даними А. А. Люблінської, Г. П. Антонової та інших вчених для молодших школярів характерно низький рівень виконання аналізу і синтезу, а також їх нерівномірний розвиток. Дитині легше виконати аналіз, виділивши частини об'єкта, ніж з'єднати їх в одне ціле і визначити співвідношення між ними [39].

Особливості здійснення молодшими школярами аналізу і синтезу впливають на виконання операції порівняння. В основі вирішення завдань знайомої математичної структури лежить саме порівняння. В. Н. Осинський зазначає, що при порівнянні завдань треба звернути увагу на дані, що містяться в умовах, характер зв'язку між даними і потрібним, так як саме це визначає спосіб їх вирішення.

Порівняння – обов'язкова умова будь-якого абстрагування і будь-якого узагальнення. Рішення з подальшим порівнянням декількох завдань окремого виду дає можливість узагальнити спосіб їх вирішення. Узагальнення – складний прийом розумової діяльності, передбачає вміння аналізувати, порівнювати, виділяти істотне, головне, абстрагувати, синтезувати.

Г. П. Антонова, вивчаючи індивідуальні особливості розумової діяльності молодших школярів, провела ряд експериментів по виявленню відмінностей в здійсненні ними операцій аналізу і синтезу, узагальнення і абстрагування; у виявленні гнучкості розумових процесів. На рівні узагальнення і абстрагування знаходяться відповідно до рівнів аналізу і синтезу: чим вище рівень аналізу і синтезу, тим вище рівень узагальнення і абстрагування. Крім цього, високий ступінь гнучкості мислення проявляється в тих учнів, яким притаманний високий рівень розвитку розумових процесів, і навпаки.

В. В. Давидов виділяє два типи узагальнень при вирішенні завдань:

1. Узагальнення через аналіз умови і вимоги задачі, дозволяє абстрагувати її суттєві залежності (теоретичний шлях узагальнення). Завдяки цьому, рішення задачі відразу набуває узагальнене значення і переноситься на цілий клас задач, забезпечуючи теоретичний підхід з позицій єдиного типу рішення.

2. Узагальнення через порівняння (емпіричний шлях узагальнення). Узагальнення здійснюється шляхом розгорнутого порівняння задач. При цьому кожна наступна задача вирішується як щодо окрема через спроби і помилки. Лише поступово в цих рішеннях знаходяться схожі моменти, що призводить до узагальнення [16, с. 7].

Отже, при вирішенні будь-якої задачі учень виконує аналіз: відокремлює питання від умови, виділяє дані і шукані числа, визначає взаємозв'язку між даними і шуканими, підбирає числові дані, які потрібні для відповіді на питання завдання; складаючи план рішення, він виконує синтез, користуючись при цьому конкретизацією, а потім абстрагуванням (абстрагуючись він конкретної ситуації, вибирає арифметичні дії); в результаті багаторазового вирішення завдань певного виду учень узагальнює знання зв'язків між даними і потрібним, ніж узагальнюється спосіб вирішення завдань цього виду.

Таким чином, в основі процесу рішення математичних задач лежать загальні розумові дії, а саме – аналіз, синтез, абстрагування і узагальнення, які складають внутрішню структуру процесу рішення сюжетних завдань.

## Розділ 2

### Психолого-дидактичні засади формування уміння розв'язувати задач

#### 2.1. Зміст поняття та методичні підходи до формування вмінь розв'язувати задачі. Проблема формування вмінь розв'язувати геометричні задачі у дидактиці задач та їх види

Під умінням мається на увазі – свідоме застосування знань і навичок, які є в учня, для виконання складних дій в різних умовах, тобто для вирішення відповідних завдань.

Оволодіння умінням вирішувати завдання здійснюється в процесі навчання при правильній організації діяльності вчителя і учня. Таким чином, навчання вирішення завдань – це спеціально організована взаємодія вчителя і учнів, мета якого полягає у формуванні у дітей уміння вирішувати завдання.

Зосередимо спочатку увагу на зміст поняття «вміння розв'язувати задачі», а потім розглянемо формування вміння вирішення завдань. Слід зазначити, що незважаючи на те, що поняття «вміння вирішувати сюжетні завдання» широко застосовується на практиці для характеристики цілей і результатів навчання вирішення завдань, в методичній літературі визначення цього поняття відсутнє. Зміст даного поняття подається в більшості випадків у вигляді конкретної мети, яка повинна бути здійснена в процесі вирішення сюжетних завдань.

Визначення поняття «вміння розв'язувати задачі» зустрічається в дисертаційних дослідженнях Г. Д. Бухарова, С. Є. Царьової, Ю. М. Колягина і В. А. Мізюк. Підхід Г. Д. Бухарова і С. Є. Царьової до трактування поняття «вміння вирішувати сюжетні завдання» являє собою сукупність операційних факторів зовнішнього структури процесу рішення задачі. В. А. Мізюк виходить з того, що про сформовано вміння можна говорити лише тоді, коли учень самостійно без допомоги вирішує завдання. Отже, вміння вирішувати сюжетні

завдання – це готовність і здатність учнів самостійно і свідомо вирішувати ці завдання [51, с. 45-46].

Для цілеспрямованого формування вміння вирішувати сюжетні завдання, слід проводити роботу по двох напрямках: по-перше формування дій і операцій, які становлять зовнішню структуру; друге формування дій і операцій, які становлять внутрішню (психологічну) структуру процесу вирішення завдань.

При визначенні поняття «вміння розв'язувати задачі» необхідно виходити з його операційного складу (зовнішньої структури): вміння вирішувати сюжетні завдання – це складне вміння, яке містить комплекс умінь нижчого порядку, що стосуються послідовно виконуваних дій, а саме: вміння аналізувати текст завдання; вміння представляти результати аналізу у вигляді репрезентативної моделі; вміння співвідносити завдання з раніше вивченими і відтворювати спосіб вирішення завдань даного типу (якщо учневі пропонується завдання відомого типу); вміння виконувати пошук рішення задачі, якщо задача невідомого типу або учень не «діднався» завдання: при арифметичному способі рішення виконувати аналітичні міркування (від питання завдання до числових даних) або синтетичні (від числових даних до питання завдання), при алгебраїчному методі рішення – складати рівняння, при геометричному методі рішення – виконувати креслення, будувати діаграми або графіки; вміння виконувати операції, які забезпечують рішення задачі; вміння перевіряти правильність розв'язку.

А. В. Барінова, на підставі аналізу робіт психологів відокремлює рівні вміння вирішувати завдання молодшими школярами, в основу яких покладені виділені Н. А. Менчинська такі види аналізу, як: елементарний та комплексний.

Тим часом, очевидно, що рівень сформованості вміння вирішувати завдання безпосередньо залежить від рівня сприйняття і розуміння завдань. С. Д. Максименко та В. П. Максименко в результаті аналізу процесу рішення математичних задач виділили три групи учнів з різними співвідношеннями наочно-образних і словесно-логічних компонентів в їх розумової діяльності і на основі аналізу особливостей аналітико-синтетичної діяльності учнів усіх груп виділили п'ять рівнів сприйняття і розуміння завдань.

В результаті порівняльного аналізу існуючих в методичній літературі трактувань рівнів вирішувати завдання і на основі аналізу операційного складу уміння вирішувати завдання і спостережень за роботою над завданнями учнів початкової школи нами встановлені наступні рівні вміння вирішувати завдання:

I. Низький рівень. Сприйняття завдання здійснюється учнем поверхнево, неповно, учень не може виділити умова і питання завдання, визначити об'єкт завдання, виділити числові дані і шукане задачі. При цьому він виділяє зовнішні, частіше несуттєві елементи завдання. Учень не може і не намагається представити хід виконання завдання. Учень не вміє складати короткий запис задачі або схематичний малюнок. При складанні короткого запису, схематичного малюнка учень не спирається на слова-ознаки і не визначає вид співвідношення. Перед рішенням завдання не робить примірку: шукане число буде більше або менше дане число. Учень не виконує пошук рішення задачі (аналіз або синтез), а відразу приступає до вирішення завдання, вибираючи числові дані і арифметична дія навмання. Після виконання завдання зазнає труднощів у формулюванні відповіді. Учень не «бачить» різних способів вирішення, навіть коли вчитель вказує на них.

II. Середній рівень. Сприйняття завдання супроводжується її аналізом, учень виділяє умова і питання, об'єкт завдання, числові дані і шукане. Учень прагне зрозуміти задачу, виділяє дані і шукане, але здатний при цьому встановити між ними лише окремі зв'язку. Він вміє виділяти ключові слова і складати короткий запис задачі або виконувати схематичний малюнок. Через відсутність єдиної системи зв'язків між величинами є важкою прикидка очікуваного результату. Учень може виконати пошук рішення задачі, спираючись на схематичний малюнок або за допомогою дорослого. Учень чітко дає відповідь на питання завдання. Учень знаходить різні способи вирішення завдання, при наявності попереднього досвіду при вирішенні аналогічних завдань.

III. Високий рівень. Учень володіє предметно-змістовним аналізом завдання. Вміє визначати слова-ознаки і види співвідношень, задані в завданні, а



також складати репрезентативну модель задачі. На підставі повного всебічного аналізу завдання учень виділяє взаємозв'язку між даними і потрібним і робить примірku очікуваного результату. Самостійно виконує пошук рішення (аналіз або синтез), формулює план рішення і записує рішення, як за діями, так і виразом. Складає і вирішує зворотні завдання; встановлює відповідність між числами, які отримані в результаті рішення задачі і даними числами. Учень здатний самостійно побачити різні способи вирішення і вказати найбільш раціональний. При аналізі задачі учень вільно відкидає несуттєві і зайві елементи з точки зору її вимоги [7, с. 5-6].

У методичній літературі виділяють два основних типи умінь розв'язувати задачі: загальне вміння розв'язувати задачі – узагальнене; вміння розв'язувати задачі певного виду – окремі вміння розв'язувати задачі.

Загальне (узагальнене) вміння вирішувати завдання виявляються при вирішенні людиною незнайомій завдання, тобто такий, спосіб вирішення якої людині невідомий (С. Є. Царьова, Л. М. Фрідман та інші). Якщо учень переносить засвоєні дії на нові види задач, правильно і самостійно вирішує сюжетні завдання колі, то відповідне вміння є узагальненим (В. А. Мізюк).

В основі умінь вирішення завдань певних видів лежать окремі методи вирішення завдань даного виду (алгоритми, евристичні схеми). Л. Н. Фрідман наголошує на необхідності відрізнити загальне вміння розв'язувати задачі від окремих умінь вирішення завдань певного виду. Учні можуть дуже успішно навчитися вирішувати завдання всіх тих видів, які вивчаються в школі, але не опанувати загальним умінням вирішувати завдання. Уміння вирішувати завдання певних видів формуються на базі наданого вчителем зразка, користуючись яким учні виконують операції, що входять в дане вміння. Загальна ж уміння вирішення завдань, зазначає автор, в більшості випадків формується стихійно, а не в результаті цілеспрямованого, систематичного навчання. Існує думка про те, що вона може бути сформована лише на основі рішення великої кількості завдань (Д. Пойя). Але результати такої роботи учнів дуже незначні: більшість дітей не можуть вирішити незнайому задачу. Тим часом, бажаним

результатом навчання є формування загального вміння розв'язувати будь-які задачі [42, с. 112-113].

## **2.2. Математична компетентність та теорії поетапного формування розумових дій під час розв'язування задач**

Процес рішення задачі обумовлений можливостями учня, який вирішує її (Ю. Н. Колягин, В. І. Крупич, В. А. Крутецкий і інші). Так, на думку В. А. Крутецького для формування узагальненого способу розв'язання учням потрібно вирішити від 1 до 27 задач.

Дитина не здійснює активну навчальну діяльність, якщо навчальне завдання не відповідає її можливостям. Щоб запобігти цьому методисти пропонують здійснювати диференціацію навчання вирішення завдань за рахунок варіювання їх за ступенем складності (С. А. Алексєєв, В. А. Гусєв, Г. В. Дорофєєв, А. Н. Капінос, В. Н. Рудницька, І. М. Смирнова, А. А. Столяр та інші). Ця група авторів розглядає диференціацію змісту навчання вирішення завдань.

Але існує і інший напрямок – диференціація процесу рішення задачі. Так, М. Е. Тимошук пропонує диференціювати допомогу учням по етапах роботи над завданням. У методичних рекомендаціях Л. Г. Латохіної для диференціації навчання вирішення завдань пропонуються спеціальні завдання, пов'язані з аналізом тексту задачі, пошуком способу її вирішення, а також напрямні на складання оберненої задачі, виразів і рівнянь до задачі.

У руслі першого напрямку В. А. Мізюк розроблена систему завдань, диференційованих за складністю; визначені психологометодичні основи диференційованого формування вмінь розв'язувати задачі в початковій школі. Автор прийшов до висновку, що методика диференційованого вироблення умінь розв'язувати задачі повинен враховувати рівні навчальної діяльності учнів (мінімально базовий, базовий і підвищений).

На мінімально базовому рівні учні повинні вирішувати завдання обов'язкового мінімуму, визначеного програмою з математики. На цьому рівні

доцільно використовувати пояснювально-ілюстративні методи, прийоми емоційного стимулювання; більшої ваги набуває наочність. Учні пропонуються завдання репродуктивного характеру, нескладні творчі завдання; обсяг їх самостійності незначний: переважає розв'язання задач за зразком, реконструктивна робота. На цьому рівні учні повинні знати структуру задачі, вміти виділяти умову, вимогу, відомі і шукані величини, встановлювати залежності між ними.

На базовому рівні учні повинні вирішувати завдання середньої складності. Це завдання з більш складними обчисленнями і логічними перетвореннями, завдання, утворені шляхом комбінації задач обов'язкового мінімуму і містять одну або дві ново засвоєні дії. Вирішення цих завдань вимагає від школярів продуктивної розумової діяльності. На цьому рівні навчання переважають конструктивні і варіативні самостійні роботи, збільшення кількості завдань, що вимагають від учнів ретельного аналізу Задачної ситуації. Учні, які досягли цього рівня, повинні володіти загальними знаннями про завдання і вміти пояснювати причини неповноти або неправильності її побудови, самостійно складати нескладні завдання.

Підвищений рівень математичної підготовки характеризується вміннями вирішувати завдання підвищеної складності, з логічним навантаженням, з елементами випереджувального навчання. Ці завдання характеризуються збільшенням кількості логічних операцій, нестандартної фабулою і способом вирішення. Вироблення умінь направлено на інтенсивну самостійну діяльність – самостійні пошуки нової інформації, дослідження цікавих і оригінальних способів вирішення тощо. Крім загальних знань про завдання, учні повинні знати додаткові характеристики її складових. На основі цього вони самі повинні складати завдання і завдання творчого характеру [8, с. 39-40].

Важливим засобом формування умінь розв'язувати задачі у дослідженні В. А. Мізюк виявилася система диференційованих завдань, включаючи такі їх види: підготовчі, пробні, тренувальні, творчі, перевіірочні.

Підготовчі завдання спрямовані на активізацію опорних знань і умінь, необхідних для вирішення задачі. До них віднесені завдання-питання і нескладні завдання. Для підготовки таких завдань аналізується задачний матеріал уроку чи теми, визначаються основні поняття теоретичного курсу математики та ускладнення, які можуть виникнути в учнів певної групи. Автор зазначає, що для учнів з низькими навчальними можливостями (III група) доцільно систематично пропонувати підготовчі завдання, для учнів з середніми і високими (II і I групи) – в залежності від складності задачного матеріалу.

Пробні завдання рекомендується використовувати на етапі ознайомлення з рішенням завдань нового виду. Вони спрямовані на первинне закріплення набутих знань і формування умінь розв'язувати аналогічні задачі. Використання пробних завдань залежить від числових даних і сюжету завдання. Для учнів третьої групи краще пропонувати невеликі числові дані, щоб направляти їх увагу саме на засвоєння способу розв'язання. Учні II групи – слід надавати інструктивні вказівки до вирішення, III групи – вирішувати пробні завдання під керівництвом вчителя.

Тренувальні завдання направляли діяльність учнів на закріплення вивчених способів вирішення, опрацювання окремих дій і застосування набутих знань і умінь в стандартних ситуаціях. Диференціація завдань відбувалася шляхом підвищення їх складності і збільшення ступеня самостійності.

Творчі завдання спрямовані на розширення, поглиблення і вдосконалення набутих знань і умінь розв'язувати задачі. Їх рішення вимагають оригінальності мислення, кмітливості, цілеспрямованого пошуку плану, складних міркувань, що вимагають напруги розумової діяльності, творчого підходу до вирішення. До творчих віднесені завдання з нестандартними ситуаціями: зайвими, недостатніми даними, з незвичайно сформульованим текстом, завдання на переформулювання і складання завдань.

Аналогічної позиції – диференціації змісту навчання учнів рішенням завдань дотримується С. М. Лук'янова. Автор визначила вимоги, яким повинна

задовольняти спрямованість на диференціацію та індивідуалізацію при вирішенні завдань:

1. Для забезпечення різних темпів руху при вивченні типових задач і способів їх вирішення слід виділити базову і варіативну частину. До базових відносяться завдання, які дають можливість скласти уявлення про даний тип задач і основні способи їх вирішення. Базова частина є основою для варіативної, що складається із завдань підвищеної складності. Також в варіативні частини можна включати окремі ускладнені за структурою типи завдань або окремі способи або прийоми роботи з завданнями.

2. Для того, щоб уникнути дискомфорту в процесі поділу учнів на тих, хто працює тільки на базовому рівні, і тих, хто вирішує складні завдання по варіативної частини, треба використовувати принцип «ножиць»: пропонувати всім учням зміст максимального рівня, забезпечувати засвоєння базового, а контролювати той рівень, який вибирає учень.

3. Побудова та базового і варіативного рівнів відбувається за принципом поступового наростання складності і труднощі задачного матеріалу, а процес їх вивчення – за принципом активної діяльності. Діяльність учня в свою чергу орієнтована на отримання їм власного досвіду творчої діяльності.

Треба відзначити, що в початковій школі індивідуальні особливості школярів ще трохи пов'язані з системою знань, і це істотно обмежує можливості диференціації навчання вирішення завдань за змістом. Тому, на відміну від В. А. Мізюк, яка розглядала принципи відбору задач, диференційованих за складністю, і С. М. Лук'янової, яка визначала базовий і варіативний компонент, А. В. Барінова вивчала можливості диференціації діяльності учнів в процесі розв'язування однієї і тієї ж задачі. Рівнева диференціація процесу рішення сюжетних завдань за ступенем повноти подачі орієнтовної основи діяльності дозволяє забезпечити оптимальну діяльність всіх учнів в залежності від рівня індивідуальних можливостей, сприяє вдосконаленню їх вміння розв'язувати задачі [2, с. 133-134].

У роботах методистів, які дотримуються диференціації процесу рішення, варіативність діяльності учнів під час вирішення завдань досягається за рахунок варіювання ступеня допомоги через застосування допоміжних засобів (Н. Ф. Вапняр, Л. Г. Латохіна, Н. Ф. Роганова, С. Б. Суворова та інші) або безпосереднього керівництва з боку вчителя (І. К. Глушков, М. Е. Тімошук і інші). А. В. Барінова прийшла до висновку, що навчання вирішення завдань доцільно будувати на рівневої основі, з урахуванням домінуючих особливостей розумової діяльності молодших школярів.

Процес навчання при рівневої диференціації має особливості. Діяльність з управління таким навчанням автор подає трьома блоками: I. Діагностико-орієнтовна, II. Виконавчим, III. Контрольно-корекційним. У першому блоці необхідну інформацію про рівень уміння вирішувати завдання учнем дає застосування критеріальних задач. Відзначимо, що критеріальні завдання – це завдання з не сформульованим питанням; даними, яких бракує; із зайвими даними; завдання, які не потребують вирішення (псевдо завдання) завдання, що містять відношення, виражене в непрямій формі; завдання, що мають кілька способів вирішення. На цій підставі визначається рівень навчання – опорний, підвищений або перехідний між ними.

На опорному рівні орієнтовна основа дії задається учням в готовому вигляді. Тут поряд з текстом завдання пропонується готова модель даної заданої ситуації і (або) процесу її рішення. Спеціальні завдання націлюють на аналіз моделі в порівнянні з текстом завдання і її діяльнісної розуміння. При цьому діти виконують дію декодування. Завдання можуть бути дані у вигляді алгоритму дій, націлюють на добудову незавершеного моделі і, одночасно, таких, що ведуть учня до досягнення результату рішення задачі. Таким чином, дитина отримує орієнтовну основу діяльності, спрямованої на вирішення завдання, в готовому вигляді.

Підвищений рівень характеризується самостійним складанням ООД на підставі аналізу тієї самої заданої ситуації, при цьому здійснюється пошукова діяльність. Тут моделі є внутрішнім засобом вирішення завдання, який дозволяє

впорядкувати самостійний пошук орієнтовної основи. При цьому учням пропонується виконати доцільну модель до задачі самостійно. Учень, який засвоїв різні види моделей, повинен вибрати той вид відповідний запропонованого завдання і найбільш зручний в даному випадку. Складена модель задачної ситуації і (або) процесу рішення задачі використовується для її вирішення. Тут учень повинен бути націлений на пошук альтернативних способів вирішення завдання і, в разі неможливості, пропонувати змінити завдання так, щоб стали можливі різні способи її вирішення.

Перехідний між ними рівень передбачає діяльність по частково заданій системою орієнтирів; при цьому учень, самостійно доповнивши її, отримує ООД, яка необхідна для вирішення завдання. Тут пропонується учневі складена частково модель, при цьому вона може бути незавершеною в більшій чи меншій мірі. Пропонується завдання: визначити недостатні елементи і завершити побудову моделі самостійно. Далі модель застосовується при вирішенні задачі. Таким чином, діяльність перехідного рівня повинна бути частково-пошуковою.

Для того, щоб організувати різнорівневу роботу над завданням в один і той же час, який відведений для цього на уроці, А. В. Барінова пропонує застосовувати картки-завдання з друкованою основою, які заздалегідь готуються в трьох варіантах (для трьох рівнів). Картки містять системи завдань, пов'язаних з аналізом і вирішення однієї і тієї ж задачі, але на різних рівнях. Пропонуючи учневі варіант оптимального для нього рівня складності, здійснюється диференціація пошукової діяльності при вирішенні завдань.

Автор зазначає, що робота на уроці над завданням із застосуванням карток відбувається як самостійна. Учитель під час цієї роботи надає допомогу окремим учням. Але можливий варіант, коли вчитель керує роботою учнів одного з рівнів, в той час, як інші працюють самостійно.

Не виключено і можливості групової роботи на уроці. При цьому діти кожної групи обговорюють і виконують завдання спільно. Склад таких груп може бути як однорівневим, та й різнорівневим, в залежності від цілей, які ставить учитель в цій роботі.

Той факт, що всі учні вирішують одну і ту ж задачу надає можливості обговорити завдання відразу після її рішення. Це з одного боку служить зворотним зв'язком для вчителя, який отримує уявлення про виконання завдання вже на уроці. А з іншого, зворотний зв'язок здійснюється для учня: він ще пам'ятає, які мав труднощі і сумніви, і отримує або підтвердження або спростування власної діяльності і результатів. Крім того, під час обговорення результатів роботи, учень може побачити діяльність вищого рівня, ніж той, на якому він працював. Таким, чином, зазначає А. В. Барінова, учень не обмежується рамками пропонованого йому рівня.

Організація диференційованої роботи над однією і тією ж завданням за рівнями навчальних можливостей учнів не виключає подальшої диференціації роботи над завданнями за рівнем складності запропонованих завдань. Хоча А. В. Барінова та В. А. Мізюк підходять до диференціації навчання молодших школярів рішенню завдань з різних сторін, але загальної у них є кінцева мета – формування загального вміння розв'язувати задачі.

У методичній науці розроблена методика диференційованого навчання Т. Гори і С. Логачевської. На відміну від А. В. Барінової і В. А. Мізюк, які згідно з останніми пропозицій вчених, орієнтуються на формування загального вміння розв'язувати задачі, Т. Гора і С. Логачевська виходять з того положення, формування навичок вирішення простих завдань і розвиток умінь розв'язувати складові завдання на початковому етапі відбувається завдяки наслідуванню зразків і постійній практиці.

Т. Гора і С. Логачевська розглядають методику роботи над задачами на етапі закріплення вміння розв'язувати задачі певного виду. Підхід Т. Гори і С. Логачевської містить риси і підходи В. А. Мізюк та А. В. Барінової. Але, методика цих авторів має ряд відмінних рис. По-перше в ній враховані не три групи учнів, як у В. А. Мізюк і А. В. Барінової, а тільки дві – дуже груба диференціація. Учні розбиваються на ці групи не по рівням навчальної діяльності (підвищений, базовий, мінімально базовий), як у В. А. Мізюк, але не за рівнем навчання (опорним, підвищеним і перехідним між ними), як у А. В. Барінової, а



по можливості самостійного запису рішення задачі з підручника, яка була піддана колективному аналізу. Крім того, Т. Гора і С. Логачевська першим варіантом пропонують самостійну роботу вже на другому етапі, а другий варіант тільки на останньому етапі, в той час як А. В. Барінова пропонує всім учням самостійну роботу, але з диференціацією дози допомоги. Тобто А. В. Барінової здійснюється диференціація самостійної роботи учнів над завданням, а Т. Гора і С. Логачевська – працюють фронтально зі слабкою групою, в той час як сильні учні самостійно вирішують завдання [25, с. 106-107].

Отже, виходячи з того, що усі школярі навчаються за єдиним підручником, вважаємо доцільним йти за другим напрямком диференціації – диференціювати дозу допомоги учням при розв'язуванні однієї й тієї самої задачі за допомогою карток з друкованою основою. Але крім цього, в системі навчання молодших школярів розв'язування задач ми здійснюємо диференціацію й за мірою складності задач, визначаючи типи і види задач, які пропонуються дітям додатково, для поглибленого вивчення.

### **2.3. Диференціації в навчанні школярів та вимоги до процесу формування розумових дій які забезпечують їх високу ефективність**

Математика є універсальною мовою, яка широко застосовується у всіх сферах людської діяльності. На сучасному етапі різко зростає її значення у розвитку суспільства. Велике значення має математика і в розвитку особистості, в становленні її світогляду, розвитку мислення та інших якостей. Ці дві обставини і визначають роль математики в системі шкільної освіти, в підготовці кожного члена сучасного суспільства до повсякденного життя і трудової діяльності.

Поряд з вирішенням цієї основної задачі навчання математики в навчальних закладах виникає необхідність забезпечити суспільство спеціалістами різного рівня і профілю, а також створити умови для розвитку

особистості відповідно до її можливостей і потреб. А для цього необхідно профільна диференціація навчання взагалі і математики зокрема [14, с. 16].

Головним завданням вивчення математики є забезпечення міцного і свідомого оволодіння учнями системою математичних знань і вмінь, необхідних у повсякденному житті, а також достатніх для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти. Поряд з рішенням головного завдання, оволодінням конкретними обов'язковими математичними знаннями, профільне навчання математики передбачає формування стійкого інтересу учнів до предмету, виявлення і розвиток їх математичних здібностей, підготовку до навчання у вищому навчальному закладі [46, с. 10].

Профільне навчання породжує проблему викладання математики відповідно до профілю, але навчання математики має здійснюватися відповідно до основних положень і принципів концепції математичної освіти в Україні:

- система математичної освіти є цілісною системою формування особистості на основі досягнень математики, психолого-педагогічної науки, педагогічного досвіду у вітчизняних і зарубіжних навчальних закладах різних типів; система математичної освіти повинна бути безперервною і забезпечувати спадкоємність в освіті між різними ланками системи освіти; ця система базується на засадах гуманізації навчально-виховного процесу і гуманітаризацію змісту освіти; система математичної освіти повинна реалізувати рівневу і профільну диференціацію на основі базового змісту; навчання математики повинно мати розвиваючий характер і прикладну спрямованість; в сенсі навчання математики повинна бути виділена інваріантна базова частина і варіативна; пріоритетними в організації навчання математики повинні бути активні методи навчання і сучасні технології; необхідно застосування інформаційних технологій навчання [5, с. 7].

Реалізація профільного навчання математики повинне здійснювати з урахуванням його мети, його особливостей змісту і форми в порівнянні з навчанням математики в загальноосвітніх класах.

Профільна диференціація навчання математики повинна: забезпечити необхідний загальнокультурний рівень математичної підготовки молоді, який

визначається замовленням суспільства і можливостями учнів даного віку; задовольнити потреби профільної підготовки в розвитку пізнавальних і математичних видів діяльності учнів, характерні для даного профілю; формувати засобами математики професійні нахили учнів.

Профільна диференціація навчання математики передбачає: створення умов для свідомого вибору учнями профілю; спадкоємність з допрофільна навчанням математики і навчанням математики у звичайних класах загальноосвітньої школи; досягнення всіма учнями базового рівня навчання математики; розробку державних стандартів з математики для різних профілів навчання; реалізацію прикладної спрямованості навчання математики, орієнтованої на профіль навчання як одного з головних засобів формування профільних інтересів засобами математики; відмінність змісту навчання математики в профільних класах і звичайних класах; реалізацію рівневої диференціації, посилює диференціацію навчання математики для кожного профілю; різноманітність форм і видів класної і позакласної роботи; поглиблене вивчення математики як одного з видів профільного навчання [1, с. 12].

Провідним принципом, який визначає структуру профільного навчання математики, є принцип поступового моделювання в навчальному процесі математичної діяльності фахівців відповідного профілю. Цей принцип певною мірою може бути реалізований такою структурою змісту профільного навчання:

- адекватним профілю змістом основного курсу математики відповідно до базового навчального плану (базова профільна математична підготовка);
- системою курсів за вибором, які складаються з невеликих за змістом навчальних модулів, які враховують різноманіття інтересів і можливостей учнів даного профілю, поглиблюють і розширюють основний курс математики відповідно до профілю навчання (варіативна математична підготовка);
- організацією самостійної творчої роботи учнів, системою індивідуальних завдань, спрямованих на розкладання професійних схильностей учнів, їхнього інтересу до застосувань математики (особистісно-орієнтована математична підготовка).

Такі особливості профільного навчання математики найбільш повно враховують індивідуальні потреби, здібності та нахили учнів, така освіта передбачає наукове вивчення дитячої природи, раціональну організацію навчання дитини.

Формування базового змісту навчання математики здійснюється на основі: гуманізації та гуманітаризації, профільної спрямованості та забезпечення узагальнених видів діяльності [23, с. 118-119].

Профільне навчання математики має бути складною системою, будується на принципах гуманності та відкритості.

Виділяються три етапи профільної диференціації в навчанні математики.

Перший етап (5 - 7 класи) – це етап формування профільних інтересів. Тут формується свідомий вибір рівня навчальної діяльності (базовий, основний, поглиблений, творчий), в процесі змагань, ігрової та навчальної діяльності формуються пізнавальні інтереси і мотиви пізнання учнів. На цьому етапі важливу роль відіграють різні форми позакласної роботи з предмета: гуртки, турніри, конкурси, олімпіади, вечори цікавої математики тощо.

Другий етап (8 - 9 класи) – це етап становлення профільних намірів. Тут реалізується різноуровневе вивчення курсу математики за стандартними навчальними планами; приділяється посилена увага позакласній роботі учнів, організується самостійна робота учнів, відповідає їхнім індивідуальним уподобанням, проводиться цілеспрямована робота з професійної орієнтації учнів.

Третій етап (10 - 11 класи) – це етап безпосередньої реалізації профільного навчання математики. Він забезпечується адекватним профілю змістом основного курсу математики, системою курсів за вибором, організацією самостійної творчої роботи учнів [19, с. 50].

Подібна структура профільного навчання математики дозволяє найбільш повно врахувати індивідуальні особливості учнів за допомогою колективних форм навчання, забезпечити єдність рівневої і профільної диференціації. Профільне навчання передбачає, перш за все, наповнення курсу математики

різноманітними, цікавими і складними завданнями. На першому і другому етапах в процес навчання включаються цікаві завдання, відомості з історії математики. На третьому етапі більше уваги приділяється вирішенню завдань, що відповідають вимогам для вступників до вищих навчальних закладів. У зв'язку з тим, що в класи приходять школярі з різним рівнем підготовки, в процес навчання на кожному етапі обов'язково включається повторення і систематизація знань [45, с. 218].

Різні профілі навчання математики в рамках базової профільної математичної підготовки можна об'єднати в наступні напрямки: загальнокультурний, прикладний, теоретичний.

Профільна диференціація навчання математики в рамках базового компонента в старшій школі реалізується створенням трьох курсів математики: для загальнокультурного напрямку (професійний, літературний, суспільно-історичний, спортивний та інші профілі) – курс А; для прикладного напрямку (технічний, технологічний, природний, економічний, екологічний та інші профілі) – курс В; для теоретичного напрямку (математичний, фізичний, фізико-математичний, «інформативний», комп'ютерний та інші профілі) – курс С.

При цьому всі специфічні особливості даного профілю і конкретного контингенту учнів реалізуються в курсах за вибором і шляхом організації самостійної, індивідуальної і позакласної роботи.

Всі зазначені курси математики, як і курс математики для звичайної школи: забезпечують симетричну складову математичної підготовки, визначається стандартом; мають яскраво виражену профільну спрямованість, що враховує профільні наміри та інтереси учнів [21, с. 3].

Ці курси відрізняються не стільки обсягом знання, якими повинні оволодіти учні, скільки рівнем обґрунтованості, абстрактності, загальності і т.п. Іншими словами, вони повинні бути орієнтовані на різні типи мислення (насамперед образного, прикладного, теоретичного), на розвиток різних видів діяльності.

Кожен з цих курсів, віддаючи перевагу розвитку учнів – зокрема розвитку їхнього мислення і інтуїції, – може робити це різними способами. Такий підхід дозволить максимально використовувати профільні інтереси і наміри в навчанні математики. Він сприятиме впровадженню діяльнісних, активних методів навчання.

Інваріантна частина математичної освіти в старшій школі може реалізовуватися як двома курсами «Алгебра і початки аналізу», «Геометрія», так і інтегрованим курсом «Математика». Інтегрований курс доцільно, перш за все, для загальнокультурного напрямку.

Варіативний компонент навчального плану при організації профільного навчання математики використовується для: розширення змісту математичної освіти; поглиблення математичної підготовки учнів відповідно до обраного профілю; організації індивідуальної роботи з учнями.

Ефективна організація профільного навчання математики вимагає узгодження, об'єднання діяльності вчителів математики навчального закладу, створення єдиної команди. Це дозволить забезпечити різноманітні потреби учнів і найбільш повно використовувати потенціал навчального закладу [20].

У своїй діяльності вчителя математики будь-якого навчального закладу повинні керуватися наступними положеннями: зміст математичної освіти має бути чітко орієнтований на розвиток особистості в цілому, а також тих видів діяльності, які є специфічними для даного профілю; зміст профільної математичної освіти має забезпечувати потреби профільної підготовки до математики; зміст математичної освіти для кожного профілю повинна забезпечувати певну еквівалентність математичної підготовки учнів різних профілів; для підвищення ролі математики в процесі осмислення навколишнього світу необхідне доповнення традиційних змістових ліній курсу математики матеріалом, який сприяє формуванню ймовірно-статистичних уявлень в учнів; формування змісту математичної освіти сприятиме реалізації рівневої диференціації в навчанні математики; варіативна частина змісту забезпечується в основному курсами за вибором. Завдання курсу на вибір – повторення,

систематизація і поглиблення матеріалу, досліджуваного в основному курсі, створення передумов для самостійної роботи учнів. Перелік курсів залежить від мотивів учнів, підготовки викладачів і наявності необхідного методичного забезпечення [49, с. 10-11].

Зміст курсу математики реалізується в комплексі навчальних засобів. Тому необхідною умовою організації доброякісного профільного навчання є створення адекватного навчально-методичного забезпечення, відображає колективний досвід роботи викладачів, методистів, науковців.

Структура навчально-методичного забезпечення профільного навчання математики така ж, як і для будь-якого предмета. Вона складається з: нормативного комплексу (програма і робоча програма); навчального комплексу (підручник, дидактичні матеріали, набори навчальних тестів, збірники завдань, наочні посібники); методичного комплекту (посібники для вчителів); методичного комплекту (матеріали розроблені викладачем); системи контролю (тексти тематичних, підсумкових контрольних робіт, набори контролюючих тестів).

Навчально-методичне забезпечення повинно містити матеріали для курсів за вибором і для організації індивідуальної роботи з учнями. Навчально-методичне забезпечення повинно бути для кожного напрямку профільного навчання математики [47, с. 24].

Профільне навчання математики вимагає і робить можливим використання специфічних форм і методів навчання. Можливість їх використання зумовлена наявністю більш розвинених мотивів учнів профільних класів і шкіл до навчання в порівнянні з загальноосвітніми навчальними закладами. Невід'ємною складовою профільного навчання математики є виконання кожним учнем індивідуальної роботи творчого характеру.

## **2.4. Операційний склад та зміст етапів загального вміння розв'язувати задачі. Методичні прийоми формування дій що складають загальні уміння розв'язувати геометричні задачі**

В основі діяльнісного підходу лежить формування дій (операцій), що становлять ту чи іншу діяльність, в даному випадку – діяльність щодо вирішення завдань. Хоча ми запропонували визначення поняття «вміння розв'язувати задачі», як складного вміння, являє собою комплекс умінь нижчого порядку, але визначили, що вміння вирішувати завдання діляться на загальні і вміння вирішувати завдання певних видів (окремі). Зрозуміло, що склад цих двох видів умінь дещо відмінний.

На основі етапів роботи над завданням компоненти загального вміння виділяють С. Є. Царьова, В. І. Кузнецов. С. Є. Царьова лише вказує як одну з його складових – вміння виконувати кожен з етапів вирішення завдання, а В. І. Кузнецов просто перераховує ці етапи, показуючи можливі переходи від одного етапу до іншого. На відміну від попередніх авторів, Л. А. Сафонова при визначенні змісту загального вміння розв'язувати задачі не тільки вказує на вміння, що реалізують етапи рішення задачі, але і конкретизує їх склад по кожному з цих етапів. Аналогічно трактування операційного складу загального вміння розв'язувати задачі підходить В. А. Мізюк, яка вважає, що загальне вміння становить складний комплекс, що включає активне оперування математичними знаннями і відповідними вміннями і навичками, досвід у застосуванні знань і певну сукупність розумових дій, необхідних для вирішення. Визначено Л. А. Сафоновой і В. А. Мізюк вміння виступають як загальне вміння розв'язувати задачі тільки в комплексі.

За визначенням складу уміння вирішувати завдання певних видів, то вчені одностайні в тому, що воно складається з: знань про види завдань, способи вирішення завдань кожного виду; вміння «дідзнатися» завдання даного виду, вибрати відповідний їй спосіб вирішення і реалізувати його на конкретного завдання [3, с. 96-97].



На основі аналізу процесу рішення сюжетних завдань та аналізу умінь, якими учень повинен володіти для реалізації кожного з етапів вирішення задачі і на основі наданого нами визначення поняття «вміння розв'язувати задачі», трактування понять «загального вміння розв'язувати задачі» і «окреме – вміння вирішувати завдання певних видів» на основі їх операційного змісту (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1

Трактування понять «вміння вирішувати завдання», «загальне вміння розв'язувати задачі» та «окреме – вміння вирішувати завдання певних видів»

<b>Уміння розв'язувати задачі</b>	<b>Загальне вміння розв'язувати задачі</b>	<b>Уміння розв'язувати задачі певних видів</b>
уміння аналізувати текст задачі;	уміння здійснювати предметно-змістовий аналіз задачі; уміння виконувати логіко-семантичний аналіз задачі;	вміння здійснювати предметно-змістовний аналіз завдання; вміння здійснювати логіко-семантичний аналіз завдання;
уміння подавати результати аналізу у вигляді репрезентативної моделі;	уміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; або малюнок, схематичний малюнок, діаграму, графік й тощо);	вміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; малюнок, схематичний малюнок, схему...);
	уміння робити прикидку очікуваного результату;	вміння робити примірku очікуваного результату;
уміння співвідносити задачу з раніш вивченими і відтворювати спосіб розв'язування задач даного		вміння співвідносити дану задачу з раніше вивченими і «впізнавати» завдання вивченої математичної

типу (якщо учню пропонується задача відомого типу);		структури; вміння актуалізувати узагальнений спосіб рішення задач даного виду при арифметичному способі; вміння актуалізувати узагальнений спосіб складання рівняння при алгебраїчному методі; вміння застосовувати знайдений спосіб рішення і складати вирішуючи модель задачі;
---	--	--

*Продовження таблиці 2.1*

уміння виконувати пошук розв'язання задачі, якщо задача невідомого типу або учень не «впізнав» задачу: при арифметичному методі розв'язання виконувати аналітичні або синтетичні міркування, при алгебраїчному методі розв'язання – складати рівняння, при геометричному методі розв'язання – виконувати креслення, будувати діаграми або графіки;	5) вміння здійснювати пошук рішення задачі: при арифметичному способі виконувати аналітичні або синтетичні міркування; вміння позначати одне з невідомих значень величини змінною і висловлювати інші величини через змінну, вміння подавати одну з величин двома способами; уміння складати план рішення задачі при арифметичному способі; при алгебраїчному методі – вміння складати рівняння;	вміння здійснювати предметно-змістовний аналіз завдання; вміння здійснювати логіко-семантичний аналіз завдання;
уміння виконувати операції, які забезпечують розв'язання задачі;	вміння реалізувати знайдений план розв'язування при арифметичних способі; вміння розв'язувати рівняння при алгебраїчному методі;	уміння реалізувати знайдений план розв'язання при арифметичному способі; уміння розв'язувати рівняння при

		алгебраїчному методі;
уміння перевіряти правильність розв'язку.	вміння перевіряти правильність розв'язку; уміння співвідносити нову задачу з раніше вирішеними. Уміння перетворювати дану задачу. Уміння узагальнювати математичну структуру задачі; уміння досліджувати задачу засобом змін окремих її елементів, з метою формулювання загального плану вирішення завдань такої ж тематичної структури.	уміння перевіряти правильність розв'язку задачі

Як видно з таблиці 2.1, то до складу поняття «вміння розв'язувати задачі» входять майже ті ж дії, що і до складу «загального вміння розв'язувати задачі» і / або «вміння розв'язувати задачі певних видів». Але, операційний склад загального вміння розв'язувати задачі та вміння розв'язувати задачі певних видів більшою мірою конкретизовано, в ньому визначені всі можливі, на нашу думку, операції. Тоді як операційний склад уміння вирішувати завдання містить тільки «обов'язкові операції», які учень повинен виконати, щоб успішно вирішити завдання. Так, учень може вирішити задачу, не припускаючи очікуваного результату. Крім того, якщо порівняти операційний склад загального і окремого уміння розв'язувати задачі, то бачимо, що вони містять однакові операції (дії), що стосуються аналізу тексту задачі і подання його результатів у вигляді моделі, вміння робити примірку очікуваних результатів, вміння виконувати дії, які забезпечують рішення задачі; є загальне і в діях, до перевірки виконання завдання. Відмінність операційного складу загального і окремого вміння виявляється на етапі пошуку рішення задачі.

Формування загального вміння розв'язувати задачі відбувається спочатку на простих – завданнях, на запитання яких можна відповісти, виконавши одну арифметичну дію, а далі – на складових завданнях – завданнях, на питання яких не можна відповісти одним арифметичною дією. Зазначена істотна відмінна

ознака цих класів задач визначає різницю в операційному складі загального вміння розв'язувати прості задачі і загального вміння розв'язувати складені задачі. Крім того, в початковій школі, прості і складові завдання, принаймні при формуванні загального вміння розв'язувати задачі, вирішуються арифметичними способами. Тому, конкретизуємо операційний склад загального вміння, який проявляється при вирішенні простих завдань і операційний склад загального вміння на матеріалі складених задач. В результаті аналізу процесу рішення сюжетних завдань, ми прийшли до висновку: в цілях формування у молодших школярів умінь розв'язувати прості і складові завдання арифметичними способами слід поступово розробити певну сукупність дій (таблиці 2.2) [28, с. 24-25].

Таблиця 2.2

**Операційний склад загального вміння розв'язувати задачі  
арифметичними способами (на матеріалі простих задач)**

№	Склад загального вміння розв'язувати задачі арифметичним способом	Дії, що адекватні арифметичному способу
1.	Уміння виконувати предметно-змістовий аналіз задачі	виділення умови задачі; виділення питання завдання; виділення об'єкта (об'єктів) завдання; виділення числових даних і шуканого задачі;
2.	Уміння виконувати логікосемантичний аналіз задачі	виділення слів-ознак окремих видів співвідношень; встановлення виду співвідношення;
3.	Уміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; або малюнок, схематичний малюнок й тощо)	виділяти ключові слова і відповідні їм числові значення, складати короткий запис задачі у вигляді схеми; або визначати величини, що містяться в задачі, виділяти ключові слова і виділяти числові значення відповідних дискретних величин; записувати завдання у вигляді таблиці; зображати значення величини у вигляді довжини відрізка, інтерпретувати довжину відрізка як деяку

		величину, виражати один відрізок через інші; складати схематичний малюнок завдання;
4.	Уміння робити прикидку очікуваного результату	виходячи з ситуації завдання, визначати більш-менш шукане число від одного з даних (наприклад, стало більше, ніж було, залишилося менше, ніж було т.п.); співвідносити значення шуканої величини з іншими значеннями цієї ж величини, на основі знання характеру зміни однієї величини від зміни другої величини при постійній третій величиною (в разі співвідношення залежності між значеннями різних величин)
5.	Уміння здійснювати пошук розв'язування задачі	визначати або членом співвідношення є шукане; актуалізувати правило знаходження невідомого компонента даного співвідношення; обґрунтовувати вибір арифметичної дії, за допомогою якої вирішується завдання;

*Продовження таблиці 2.2*

6.	Уміння реалізувати знайдений план розв'язування	записувати рішення; пояснювати виконання дії;
7.	Уміння перевіряти правильність розв'язку	складати і вирішувати обернені задачі; встановлювати відповідність між числами, які отримані в результаті рішення задачі і даними числами; встановлювати відповідність шуканого числа області його значень, очікувалися під час прикидки;
8.	Уміння співвідносити нову задачу з раніш розв'язаними.	порівнювати завдання даної математичної структури з іншими завданнями, математична структура яких схожа на цю; встановлювати як ця різниця впливає на рішення.

Сформувавши у школярів вміння у виконанні дій, що реалізують етапи вирішення завдань на матеріалі простих задач, можна приступити до обробки дій, властивих власне вирішення складових завдань.

В алгоритмі-приписі для вирішення складених задач містяться ті ж дії, необхідні для вирішення простих завдань, але до нього ще додаються дії, властиві тільки рішенням складових завдань: міркувати аналітично або

синтетично при пошуку рішення задачі; розбивати задачу на прості завдання; - встановлювати порядок простих завдань; формулювати план рішення задачі.

Результати аналізу дій, складових арифметичного способу вирішення складених задач, представлені в таблиці 2.3, де дії, які притаманні тільки рішенням складових завдань виділені жирним шрифтом [38, с. 317-318].

Таблиця 2.3

**Операційний склад загального уміння розв'язувати задачі  
арифметичними способами (на матеріалі складених задач)**

№	Склад загального уміння розв'язувати задачі арифметичним способом	Дії, що адекватні арифметичному способу
1.	Уміння виконувати предметнозмістовий аналіз задачі	1) виділення умови задачі; 2) виділення питання завдання; 3) виділення об'єкта (об'єктів) завдання; 4) виділення числових даних і шуканого задачі;
2.	Уміння виконувати логікосемантичний аналіз задачі	1) виділення слів-ознак окремих видів співвідношень; 2) встановлення виду співвідношення (співвідношень)
3.	Уміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; або малюнок, схематичний малюнок тощо)	1) виділяти ключові слова і відповідні їм числові значення, складати короткий запис задачі у вигляді схеми; або визначати величини, що містяться в задачі, виділяти ключові слова і числові значення відповідних дискретних величин; записувати завдання у вигляді таблиці; 2) зображати значення величини у вигляді довжини відрізка або за допомогою зображення іншої фігури, наприклад прямокутника; інтерпретувати довжину відрізка як деяку величину, виразити один відрізок через інші; складати схематичний малюнок завдання;
4.	Уміння робити прикидку щодо очікуваного результату	1) виходячи з ситуації завдання, визначати більш-менш шукане число від одного з даних (наприклад, стало більше, ніж було, залишилося менше, ніж було т.п.); 2) співвідносити значення шуканої величини з іншими значеннями цієї ж величини на основі знання характеру зміни однієї величини в залежності від зміни другої

		величини при постійній третій величиною (в разі співвідношення залежності між значеннями різних величин)
5.	Уміння здійснювати пошук розв'язування задачі	1) від питання завдання до числових даних - аналіз; 2) від числових даних до питання завдання - синтез;

*Продовження таблиці 2.3*

6.	Уміння складати план розв'язування задачі	1) розбивати задачу на прості; 2) встановлювати порядок вирішення простих завдань; 3) формулювати план розв'язання задачі;
7.	Уміння реалізувати знайдений план розв'язування	1) записувати рішення з діями; 2) пояснювати виконання дії; 3) складати вираз, є рішенням задачі;
8.	Уміння перевіряти правильність розв'язку.	1) складати і вирішувати обернені задачі; 2) переходити до вирішення завдання іншим способом; 3) встановлювати відповідність між числами, які отримані в результаті рішення задачі і даними числами; 4) встановлювати відповідність шуканого числа області його значень, очікувалися під час прикидки;
9.	Уміння досліджувати задачу через зміни окремих її елементів, з метою узагальнення її математичної структури і формулювання загального плану розв'язування задач такої самої математичної структури.	1) досліджувати задачу через зміни числових даних задачі, її сюжету і величин; встановлювати, як ця зміна вплине на рішення задачі; 2) визначати істотні ознаки задачі та узагальнювати її математичну структуру; 3) узагальнювати спосіб вирішення завдань даної математичної структури;
10.	Уміння співвідносити нову задачу з раніш розв'язаними.	порівнювати завдання даної математичної структури з іншими завданнями, математична структура яких схожа на цю; встановлювати, як ця різниця впливає на рішення.

## Розділ 3

### Теоретичне обґрунтування методичної системи навчання розв'язування

#### 3.1. Загальна характеристика методичної системи навчання учнів профільної школи розв'язування геометричних задач

В основу методичної системи навчання молодших школярів рішення сюжетних задач покладено такі ідеї:

1. Навчання рішення сюжетних завдань в курсі математики початкової школи буде ефективним, якщо проводити спеціальну роботу з формування спільного вміння вирішувати завдання, переважно, в 1-3 класах та окремих умінь у 3-4-му класі, на основі обробки дій, складових ці вміння.

2. Основним засобом формування дій, що становлять вміння вирішувати завдання, є спеціальні системи взаємопов'язаних навчальних задач.

3. Навчання діям, що становлять загальний вміння вирішувати завдання слід здійснювати через їх поетапне обробки на основі теорії П. Я. Гальперіна і Н. Ф. Талізїна із застосуванням системноструктурного аналізу по С. А. Решетов.

4. Для навчання учнів рішення «типових» завдань застосовується теорія змістовних узагальнень В. В. Давидова і метод системно-структурного аналізу С. А. Решетов, через зміни сюжету завдання або величин або числових або шуканих даних завдання.

Таким чином, методична система містить обов'язкові елементи:

- 1) методику формування загального вміння розв'язувати задачі;
- 2) методику формування у молодших школярів окремих умінь розв'язувати задачі певних видів [22, с. 6-8].

Кожен з двох елементів системи є комплексним і містить елементи нижчого порядку:



1) методика формування загального вміння розв'язувати задачі реалізується: в матеріалі простих задач; на матеріалі складених задач; на матеріалі завдань, що містять пропорційні величини: на знаходження суми або різницевого чи кратне порівняння двох творів або частинок;

2) методика формування у молодших школярів умінь розв'язувати задачі певних видів, що містять пропорційні величини, реалізується: на матеріалі завдань, що містять однакову (постійну) величину для двох випадків (задач на знаходження четвертого пропорційного, задач на пропорційне ділення, задач на знаходження невідомих за двома різницями, задач на подвійне зведення до одиниці); на матеріалі завдань на процеси (на спільну роботу і на рух); на матеріалі задач на знаходження середнього арифметичного [6, с. 3-4].

### **3.2. Методики формування в учнів профільної школи розв'язування задач на певні види**

В курсі математики для класів загальнокультурного напрямку перехід до профільного навчання в старших класах створив абсолютно нову, багато в чому унікальну ситуацію для шкільної математики. Математична, як і будь-яка інша освіта, була універсальною, однаковою, стандартною.

Одночасно з падінням всієї минулої ідеології школа почала різко кренитися до гуманітарної сфери. Останні роки характеризуються згортанням на практиці реальної математичної освіти (паралельно розвал економіки). Але перш за все Україні потрібні освічені люди, особистості, засвоїли її культуру, її цінності. Адже математика – частина людської культури.

Говорячи про уроки математики, мова йде не про стандартні завдання по задачников – їх, можливо, в житті ніколи і не зустрінеться, але про перенесення навичок мислення на життєві проблеми. Найголовніше – потрібно вчити дітей бути більш інтелектуальними при підході до життєвих проблем. І тут математику

не замінити нічим. При цьому сама суть особистісно-орієнтованого підходу до освіти [18, с. 40-41].

Одна з найважливіших цілей при навчанні математики – логічне і грамотне володіння мовою.

Характер і зміст програм для гуманітарних класів має включати:

1. Курс повинен бути не тренінгом, а вступом до краси математики. Завдання, звичайно, повинні бути присутніми, але в мінімальній кількості і тільки кращі з існуючих.

2. Курс повинен вчити міркувати, доводити. Адже математика починається і закінчується доказами. «Суворість» у використанні мови необхідно – це важливий аспект загальноматематичне і в цілому загальної культури.

3. Математика в новому курсі могла б розглядатися в контексті світової наукової і художньої культури. Вона могла б бути значно більше філософською, ніж сьогоднішньою «елементарною математикою». Курс повинен відобразити не тільки математику в XVII століття, але і досягнення останніх трьох століть її розвитку.

Курс призначений для профілів гуманітарного напрямку, повинен сприяти перш за все становленню гуманітарної культури людини, формувати уявлення про математику як форму опису та метод пізнання дійсності, про роль математики для прогресу суспільства. Він повинен будуватися на основі широкого використання можливостей образного мислення учнів [27, с. 69-70].

У класах філологічного, суспільно-гуманітарного, технологічного, спортивного та художньо-естетичного профілів вивчається інтегрований курс «Математика» за програмою «Математика. 10-11 класи (для класів гуманітарного напрямку)» (автори М.І. Бурда, Ю. І. мальований) [10, с. 233].

При вивченні математики за програмою інтегрованого курсу дещо знижений рівень строгості обґрунтування математичних тверджень в традиційному його розумінні. Значна частина з них вивчається без строгого доказу на основі використання конкретних прикладів, наочних ілюстрацій, життєвого досвіду учнів.

На наочно-інтуїтивній основі вводиться також переважна більшість аксіом, понять, формул. Акцент зміщений на формування уявлень про сутність математичного знання, його логічну структуру, категорії і методи математики, усвідомлення того, яке твердження підлягає доведенню, а яке не підлягає. Це, однак, не означає, що в цих класах слід взагалі відмовитися від доведення тверджень. Цього допустити ніяк не можна, незважаючи на незаперечну педагогічну цінність доказів для усвідомлення методів математики, розвитку мислення школярів, формування їх логічної культури.

З метою забезпечення наступності навчання та уникнення безвихідних ситуацій при зміні учнем обраного профілю навчання зміст програми узгоджено з базовим змістом середньої освіти з математики шляхом дотримання однакових змістовно-методичних ліній і єдності в трактуванні математичних понять [24].

Розглянемо деякі методичні зауваження щодо процесу викладання математики в 10-11 класах загальнокультурного напрямку.

1. Однією з головних цілей вивчення теми «Функції, їх властивості та графіки» є розвиток графічної культури учнів. Йдеться, перш за все, про читання графіків, тобто про встановлення властивостей функцій з їх графіками. Уміння читати графіки часто потрібно в практичних завданнях. Наприклад, потрібно за графіком змінену величини вміти визначити моменти часу, в які ця величина набуває заданий або більше, найменше значення, порівнювати з іншою величиною, передбачати поведінку величини «в майбутньому», тощо. Вивчення теми повинно передбачати повторення і систематизацію знань учнів про дійсні числа, закріплення навичок вирішення лінійних і квадратних рівнянь і нерівностей.

2. Всі основні поняття диференціального обчислення доцільно вводити, як узагальнення результатів розв'язання деяких прикладних задач. Це відразу виділяє головний прикладний зміст поняття, робить його більш природним і доступним для сприйняття. Більше уваги слід приділити змістовній стороні ідей і понять, їх геометричній та фізичній трактуванні. В основі системи вправ для формування навичок диференціювання повинні лежати функції, що описують

реальні залежності величин. Не слід захоплюватися диференцированием штучно ускладнених виразів. Розглядаючи застосування похідної, слід перш за все приділити увагу вирішенню прикладних завдань, зокрема на найбільше та найменше значення.

3. Однією з головних особливостей викладання стереометрії повинно бути широке застосування геометричних образів, їх моделей і зображень. Учні повинні навчитися перш за все «бачити» розміщення прямих і площин, відповідні кути і відстані, а вже потім вміти обґрунтувати свої просторові уявлення, спираючись на визначення, ознаки, властивості та інші твердження.

4. У темі «Тригонометричні функції» слід продовжити дослідження функцій елементарними засобами. При вивченні тригонометричних функцій, як і інших класів функцій, доцільно приділити увагу таким завданням: побудові та читання графіків, зокрема графіків гармонічних коливань, які отримують з графіків функцій  $y = \sin(x)$  і  $y = \cos(x)$  за допомогою геометричних перетворень; обчислення і порівняно значень тригонометричних виразів за допомогою тотожних перетворень, обчислювальних засобів, властивостей функцій; знаходженню значень аргументу, при яких тригонометрическая функція приймає задане значення.

Не слід приділяти багато уваги громіздким перетворенням тригонометричних виразів і спеціальним методам вирішення тригонометричних рівнянь. Необхідно вчити учнів знаходити кількість рішень і самі рішення найпростіших тригонометричних рівнянь, що належать заданому проміжку. Зворотні тригонометричні функції достатньо вивчати в обсязі, необхідному для запису рішень тригонометричних рівнянь.

5. Починати вивчення теми «степенева, показова і логарифмічна функції» доцільно з повторення ступеня з раціональним показником і його властивостей. Слід дати учням уявлення про ступінь з довільним дійсним показником. Акцент потрібно зробити на елементи моделювання реальних процесів за допомогою функцій, їх графіків і властивостей. У поданні учнів характер реального процесу повинен асоціюватися з відповідною функцією, її графіком, властивостями.

Наприклад, зміна маси радіоактивної речовини в уявленні учнів повинна асоціюватися з функцією  $m = m_0 * e^{-kt}$ ,  $k > 0$ . На особливу увагу заслуговує показова функція. Вона знаходить широке застосування при моделюванні процесів і явищ навколишнього світу. Логарифми як традиційний ефективний обчислювальний засіб свою роль втратили в зв'язку з широким впровадженням обчислювальної техніки. Однак вони необхідні при вивченні і застосуванні показовою функції, оскільки вони визначають функцію обернену до показової. Тому логарифми дозволять виконувати розрахунки в прикладних задачах. Наприклад, при знаходженні моментів часу, в який маса радіоактивної речовини, що змінюється за законом  $m = m_0 * e^{-kt}$ , зменшиться в порівнянні з початковою в два рази. Крім цього, логарифмічна функція знаходить застосування для опису реального світу. Наприклад, словниковий склад мови змінюється з часом по логарифмічним законом. Ще яскравіше застосування логарифмічної функції пов'язане з математичним моделюванням музичної шкали.

6. У практичній діяльності людини дослідження багатьох явищ неможливо без вивчення і кількісної оцінки впливу випадкового. У зв'язку з цим математична підготовка учня повинна включати формування ймовірностатистичного мислення, навичок побудови найпростіших математичних моделей, що враховують вплив випадку. Поняття ймовірності доцільно формувати на статистичній основі. При цьому слід звернути увагу на умову статистичної стійкості дослідів, навести приклади виявлення статистичних закономірностей. При статистичному підході до введення ймовірності події класичну ймовірність можна отримати як наслідок властивості ймовірності суми подій. Слід сформулювати в учнів розуміння того, що про ймовірність події ми говоримо в двох випадках: при наявності великої кількості статистично стійких дослідів та при наявності досвіду з рівноможливими наслідками.

Для застосувань теорії ймовірностей дуже важливим є вивчення величин, набувають різні значення в залежності від випадкових обставин, які не можна врахувати, тобто випадкові величини. Випадкову величину доцільно вводити як функцію від наслідків досвіду. Слід сформулювати в учнів розуміння змісту

середніх показників. Уміння орієнтуватися в цих показниках допомагає людині приймати правильні рішення, адекватно сприймати інформацію, що надходить до нього. Статистичний характер навколишніх явищ не може бути розкритий без розуміння ступеня мінливості, тому виникає необхідність у кількісному оцінці розкиду статистичних даних.

7. У процесі вивчення теми «Обсяги та площі поверхонь геометричних фігур» повинні бути розглянуті різні методи обчислення обсягів і площ поверхонь. Особливу увагу необхідно приділити методу розкладання, який має велике практичне значення. Його суть полягає в роздробленні тіла на частини, обсяги яких легко знайти або з них можна скласти тіло відомого об'єму. Використання аналогії між вимірюваннями площ плоских фігур і об'ємів сприятиме засвоєнню матеріалу учнями. В системі завдань на обчислення обсягів і площ поверхонь необхідно передбачити достатню кількість завдань, що вимагають виконання вимірювань, а потім обчислення геометричних величин. Існують різні способи введення поняття площі поверхні тіла.

8. Перед початком вивчення теми «Інтеграл та його застосування» актуалізувати відповідні опорні знання: повторити поняття похідної, фізичний, геометричний сенс. Вивчення інтегрального числення зазвичай починається з розгляду сукупності первісних даної функції, доцільно трактувати як рішення диференціального рівняння  $y' = f(x)$ . Бажано поруч з цим рівнянням розглянути диференціальне рівняння  $y' = ky$ , яке широко використовується при описі багатьох процесів. Інтеграл можна вводити як приріст первісної на заданому відрізку або як кордон інтегральних сум.

9. Тема «Геометричні тіла і поверхні» надає великі можливості для розвитку в учнів геометричної інтуїції, просторових уявлень, формування навичок геометричного моделювання. При її вивченні не можна обмежуватися розглядом невеликого числа фігур і рішенням в основному задач на обчислення. При введенні видів тіл доцільно використовувати конструктивні визначення, тобто визначення, в яких визначається об'єкт будується, а не виділяється з деякої

сукупності за допомогою характерних ознак. Конструктивні визначення тел сприймаються учнями легше, природніше [32, с. 21-24].

Курс математики, призначений для профілів гуманітарного спряє: становленню загальної культури людини; формування уявлень про математику як одну з універсальних мов, створених для опису і дослідження дійсності. А також повиненне: враховувати роль образного мислення в процесі пізнання навколишнього світу та формувати логічне мислення засобами математики [42].

Курс математики для класів природничого профілю полягає в тому, що учитель математики в процесі викладання математики має максимально враховувати профіль навчання.

Курс математики природничого профілю орієнтований на учнів з науковим стилем мислення, які обрали для себе хімічний, біологічний, географічний та інші напрямки. Для цих областей науки математика відіграє роль апарату, спеціального засобу для вивчення закономірностей навколишнього світу. Зауважимо, що математизація відповідних наук стосується лише окремих їх областей, в основному найбільш сучасних, тоді як інші області майже не використовують математичних знань. Тому даний курс повинен бути побудований з урахуванням того, що математика для учнів зазначеної категорії є хоча і необхідним, але не найважливішим предметом. Цей курс повинен забезпечувати оволодіння конкретними математичними знаннями, які дозволять, зокрема, виробити уявлення про застосування математики в профілюючою науці і достатніми для вивчення математики у вузі відповідного напрямку.

Для природничих наук важливу роль відіграють в наш час кількісні характеристики реальних процесів і відповідні кількісні моделі, для дослідження яких необхідні традиційні розділи математики поряд з початками математичного аналізу і елементами теорії ймовірностей і математичної статистики [7, с. 56-57].

Учням даного профілю рекомендується особливу увагу приділяти формуванню обчислювальних навичок і вмінь, поєднувати вивчення алгебри і початків аналізу з обробкою даних, отриманих при проведенні лабораторних і практичних робіт на уроках фізики, хімії, біології. Цілком справедливим є

пропозиція приділити особливу увагу застосуванням похідної та інтеграла до вирішення прикладних завдань, більш широко ознайомити учнів з розв'язуванням диференціальних рівнянь показового зростання і гармонійних коливань. Наголоси в шкільному курсі математики слід робити не на вирішенні тих чи інших диференціальних рівнянь, а на моделюванні реальних процесів за допомогою диференціальних рівнянь, тобто складанні рівнянь [12, с. 51].

Курс математики для 10-11 класів природничого спрямування вивчається за «Програмою з математики для 10-11-х профільних класів природничого спрямування», авторами якої є Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенький А. К., Афанасьєва В. М., з розрахунку 5 годин на тиждень [9, с. 13].

Курс математики, призначений для профілів природничого спрямування, забезпечуючи гармонійний розвиток образного і логічного мислення, повинен особливу увагу приділяти з'ясуванню ролі математики в сферах її застосування. Перш за все це означає, що учні повинні оволодіти простими навичками математичного моделювання. Саме такий вид діяльності має бути головним у навчанні майбутніх інженерів, техніків, технологів, конструкторів, механіків, природознавців тощо. Досягти цього можна за рахунок зваженого компромісу між строгістю і доступністю викладу матеріалу, а також його прикладною спрямованістю.

Вивчення геометрії в 10-11 класах природничого спрямування передбачається за традиційною схемою. Всі відмінності спрямовані на забезпечення прикладної спрямованості навчання, розкладання просторових уявлень. Цими обставинами визначається і розгляд видів геометричних тіл і їх властивостей. Встановлення спорідненості між циліндрами і призмами, конусами і пірамідами дозволяє, з одного боку, заощадити час, а з іншого – розширити види фігур, з якими учні ознайомляться в курсі геометрії. Учитель повинен орієнтуватися на розгляд найважливіших засобів конструювання тіл, розгляд їх різних властивостей, зокрема симетрії, перерізів [11, с. 16-17].

Розглянемо деякі методичні зауваження щодо процесу викладання математики в 10-11 класах природничого напрямку.



1. З огляду на, що в основній школі вивчення наближених обчислень передбачається в кінці 9-го класу, можна впевнено стверджувати, що відповідні навички, настільки важливі для природничого профілю, ще не будуть сформовані в десятикласників. Тому не завадило б передбачити це в сенсі досліджуваного в 10 класі.

2. При вивченні теми «Функції, їх властивості та графіки» необхідно перш за все розвивати в учнів уміння читати графіки. Наприклад, необхідно за графіком зміни величини вміти визначати моменти часу, в які ця величина приймає задане, більше або менше значення, порівнювати з іншою величиною, прогнозувати поведінку величини «в майбутньому» та інші. Для формування таких навичок необхідно навчити учнів за графіком функції встановлювати її неперервність, точки розриву, проміжки зростання та спадання, знакопостоянства, найбільше та найменше значення. При цьому необхідно приділити увагу побудові графіків функцій за допомогою геометричних перетворень.

3. Поняття границі і неперервності функції формуються на основі наочно-інтуїтивних уявлень про них. Ці поняття слід пов'язувати з математичним описом фізичних процесів (неперервних і розривних). Обчислення меж слід розглядати тільки в обсязі, необхідному для формування поняття кордону і безперервності. При вивченні властивостей неперервних функцій особливу увагу слід приділити властивості неперервної на відрізку функції, приймає на його кінцях значення різних знаків (ілюструючи це властивість на графіку). На цій властивості засновано метод інтервалів для вирішення нерівностей.

4. При формуванні поняття кордону, при вивченні властивостей кордону, безперервності, для «відкриття» властивостей функції ефективно може бути застосований чисельний експеримент.

5. Всі основні поняття диференціального обчислення природно вводити як узагальнення результатів розв'язання деяких прикладних задач. Це відразу виділяє головний прикладний зміст поняття, робить його більш природним і доступним для сприйняття. Дуже важливо, щоб отримані знання учні могли

застосувати до характеристики реальних процесів, для введення нових, більш змістовних понять природничих і технічних наук. При формуванні поняття похідної слід виробляти розуміння того, що похідна моделює не тільки швидкість механічного руху, а й швидкість зміни багатьох процесів. Учні повинні вміти за допомогою похідної знаходити швидкість і прискорення нерівномірного руху, кутову швидкість обертання тіла, силу змінного струму, лінійну щільність неоднорідного стрижня тощо. В основі системи вправ для формування навичок диференціювання повинні лежати функції, що описують реальні залежності величин. Доцільно розвинути навички побудови ескізу графіка похідної за графіком функції і навпаки. Використання теореми Лагранжа спрощує докази ознак монотонності і екстремуму. Досить обмежитися її наочною геометричною ілюстрацією. Розглядаючи застосування похідної, слід перш за все приділити увагу вирішенню прикладних завдань, зокрема на найбільше та найменше значення.

6. Слід зазначити доцільність вивчення тем «Похідна», «Застосування похідної» саме в 10 класі. Тим самим закладається фундамент для широкого використання похідної як в курсі математики, так і в природних предметах.

7. При вивченні стереометрії постійно слід спиратися на зв'язок між планіметричними і просторовими поняттями і фактами. З одного боку, слід максимально використовувати аналогію між ними, а з іншого, необхідно попередити необґрунтоване перенесення «плоских» результатів у простір.

8. При вивченні основних понять і фактів, пов'язаних з взаємним розташуванням прямих і площин, слід віддати перевагу синтетичному, наочно-геометричному викладенню, а потім використовувати вектори і координати для поглиблення і розширення знань учнів при вивченні прямих і площин в просторі. Такий підхід зберігає логічні зв'язки між зазначеними питаннями. Адже для вивчення поняття вектора в просторі і його властивостей використовується паралельність прямих і площин, для введення координат в просторі – перпендикулярність прямих і площин тощо.

9. Однією з основних проблем викладання теми «Вектори і координати в просторі» необхідність гармонійно поєднувати повторення матеріалу про вектори і координати на площині з його узагальненням на випадок простору. Це рекомендується робити паралельно. З одного боку, це забезпечить природність повторення, а з іншого створить сприятливі умови для розгляду нового матеріалу.

Курс математики, призначений для природничо-наукового напрямку сприяє: гармонійному розвитку образного і логічного мислення; формуванню чітких уявлень про роль математики в розвитку суспільства, сфери і характер її прикладних можливостей. А також повинен – забезпечити отримання найпростіших навичок математичного моделювання [5, с. 11-12].

Розглянемо орієнтовне тематичне планування основного курсу математики для 10-11 профільних класів технічного і природничо-наукового напрямків. Розраховано на 340 годин навчального часу, становить стандартний базового навчального плану для класів цього профілю. При складанні робочої програми слід виходити з часу, що виділяється на предмет в даному навчальному закладі. Орієнтовний теоретичний план узгоджений з навчальними засобами, орієнтованими на профільне навчання математики.

Цим планом передбачено спільне вивчення геометрії та алгебри і початків аналізу. Такий підхід має певні переваги. Він дозволяє оптимально розподіляти час на вивчення окремих тем, забезпечити природні внутрішньопредметні і міжпредметні зв'язки. Але він має і певні недоліки. Тому можливо паралельне вивчення геометрії та алгебри і початків аналізу в рамках окремих розділів. У цьому випадку порядок вивчення тем відповідних розділів може бути збережено.

Загальноновизнано, що головним засобом забезпечення профільної спрямованості навчання математики для класів економічного профілю є орієнтація основного курсу на вивчення саме математики. Різниця повинна полягати в рівні вивчення тих чи інших питань, шляхах мотивації вивчення окремих питань, системі вправ, рівні обґрунтування фактів, приклади застосування матеріалу тощо. Цього вимагає ідеологія диференціації і

стандартизації освіти. А всі істотні зміни в змісті навчання забезпечуються курсами за вибором.

Сучасна економічна наука досить суттєво використовує математичний апарат, і тому володіння ним давно стало стандартом західної економічної освіти. На даному етапі це стає також надбанням вітчизняної економічної науки. Отже, доцільність та актуальність ознайомлення з основами математичних методів економіки ще на початку процесу економічної освіти сприятиме підвищенню економічних знань, кращому розумінню прикладної значущості математики як науки, більш повного і свідомого оволодіння математичною культурою.

Відразу ж відзначимо те, що мова йде не про вивчення, наприклад, бухгалтерії на уроках математики, а про відбір такого навчального матеріалу, який зміцнить фундамент математичної підготовки школярів, необхідної для успішного оволодіння тією чи іншою економічною професією. Наявність в шкільній математиці деяких прикладних задач, які будуть показувати, як математика може успішно працювати в економіці, сприятиме необхідній профільній орієнтації школяра, а також отриманню ним елементарної профільної грамотності.

У школах і класах економічного напрямку передбачається закріплення у учнів початкового інтересу до діяльності, пов'язаної з економікою. Зокрема, засобами математики слід забезпечити формування правильних уявлень про математичне моделювання і навчити його застосування до вирішення найпростіших економічних задач (лінійне програмування, мережеве планування, матричний метод і т.д.).

Важливе значення має навчання використанню елементів обчислювальної математики, в тому числі і наближених методів, до вирішення прикладних завдань [21, с. 8-9].

Кожна тема повинна бути підкріплена прикладними завданнями в сфері фінансів, підприємництва та економіки, методи вирішення яких цілком укладаються саме в традиційну програму шкільного курсу математики. Рішення

подібних завдань з яскраво вираженим прикладним змістом допоможе учням: закріпити пройдений матеріал класичного курсу математики; сформувати навички в постановці, вирішенні і аналізі прикладних задач з математики в області економіки; сформувати уявлення про етапи розв'язування задач з економічним змістом, про місце і можливості математики в цьому процесі, що, в свою чергу, сприятиме подоланню скептицизму учнів по корисності математики як одного із засобів вирішення гостро актуальних проблем сучасності.

Доцільно широке використання в навчальному процесі наочних матеріалів (малюнки, таблиці, схеми, діаграми, графіки, демонстрація відеофільмів і т.п.), які служать для ілюстрації і ґрунтовного осмислення навчального матеріалу.

Розглянемо деякі методичні зауваження щодо процесу викладання математики в 10-11 класах економічного спрямування.

1. Перш за все, слід звернути увагу на актуалізацію наближених обчислень, відсоткових обчислень. Це доцільно зробити на початку десятого класу, щоб постійно протягом двох років навчання використовувати ці навички.

2. При вивченні теми «Функції, їх властивості та графіки» доцільно особливу увагу приділити таким прикладам функцій в економіці, як функції ціни і прибутку, а також функції попиту і пропозиції. Поняття границі і неперервності функції формуються на основі наочно-інтуїтивних уявлень про них. Ці поняття слід пов'язувати з математичним описом економічних процесів. Обчислення меж слід розглядати тільки в обсязі, необхідному для формування поняття кордону і безперервності.

3. Дуже важливо, щоб отримані при вивченні теми «Похідна та її застосування» знання учні могли застосувати до характеристики реальних процесів, для введення нових, більш змістовних понять економічних наук: еластичність попиту і пропозиції, гранична ціна, дохід і прибуток тощо. Учні повинні вміти за допомогою похідної знаходити величину витрат виробництва, граничної виручки, обсяг продукції тощо. В основі системи вправ для формування навичок диференціювання повинні лежати функції, що описують

реальні залежності величин. Не слід захоплюватися диференцированием штучно ускладнених виразів.

4. Формування просторових уявлень учнів є головним завданням теми «Елементи стереометрії». Тому важливе місце треба відвести їх навчанню зображати просторові фігури на площині, а також виконувати нескладні побудови на зображеннях. Крім того, достатню увагу треба звернути на побудову перерізів куба, паралелепіпеда, тетраедра.

5. При вивченні теми «Тригонометричні функції» важливо показати учням застосування тригонометричних функцій і їх похідних до опису реальних процесів, а також їх властивостей до вирішення прикладних завдань цінового і маркетингового аналізу, можна зробити шляхом спеціально підібраних вправ.

6. Доцільно вивчення теми «Елементи комбінаторики і теорії ймовірностей» побудувати на основі статистичного визначення ймовірності, що спирається на поняття стійкості частот. При введенні цього визначення доцільно приділити увагу пропедевтики понять вибірки, однорідності статистичного матеріалу, використання цього визначення для отримання практичних висновків (оцінка якості великої партії зерна за кількома мірками, взяті з різних місць оцінюваної партії, створення економічних телеграфних кодів і т.п.). Важливо також сформулювати розуміння змісту поняття математичного очікування випадкової величини, необхідність введення заходів розсіювання випадкової величини.

Курс математики, призначений для профілів економічного спрямування сприяє: гармонійному розвитку образного і логічного мислення; формуванню чітких уявлень про роль математики в розвитку суспільства, сфери і характер її прикладних можливостей. А також повинні – забезпечити отримання найпростіших навичок математичного моделювання [30, с. 55-57].

У класах економічного профілю вивчення математики відбувається за «Програмою з математики для класів економічного профілю» авторів М. А. Вайнтрауба, А. С. Стрельченко, І. Стрельченко з розрахунку 6:00 в тиждень.

Зауважимо, що геометрія в класах економічного профілю вивчається за традиційною схемою [26, с. 113].

Програму для класів економічного профілю доповнює програма факультативного курсу «Економіка в задачах математики». Вона структурована відповідно до того, що входять в основну програму і насичена завданнями зі сфери підприємництва, фінансів та економіки. Доцільно розширити номенклатуру цього курсу, включивши в нього елементи матричної алгебри, теорії графів, математичної логіки, наближені методи рішення рівнянь і деякі інші питання. Зрозуміло, що рівень освітлення і стиль викладу цих питань повинні бути такими, щоб їх вивчення було доступно і цікаво школярам. Природно, що ряд традиційних питань шкільного курсу математики розумно опустити [4, с. 220].

Розглянемо орієнтовне тематичне планування основного курсу математики для 10-11 профільних класів економічного спрямування. Воно розраховане на 420 годин навчального часу відповідно до навчального плану для класів цього профілю. При розробці робочої програми слід виходити з часу, що виділяється на предмет в даному навчальному закладі. Орієнтовний тематичний план узгоджений з навчальними засобами, орієнтованих на профільне навчання. Цим планом передбачається сумісне вивчення геометрії та алгебри і початків аналізу. Такий підхід дозволяє краще розподілити час на вивчення окремих тем, забезпечити природні, внутрішні та міжпредметні зв'язки.

Для теми «Елементи стереометрії» формулюється загальна мета її вивчення, наводяться основні вимоги до рівня її вивчення, її зміст, короткі методичні рекомендації та розробка конспекту уроку.

Основні вимоги до рівня задаються шляхом перерахування навичок, якими повинні оволодіти учні. Ці вимоги визначають обов'язковий мінімальний рівень оволодіння темою і спрямовані на діяльнісний підхід в навчанні.

Методичні рекомендації нададуть певну допомогу викладачам в розумінні особливостей математичної підготовки для класів даного профілю, а також при виборі різних методичних шляхів і методів викладу матеріалу.

Основним завданням навчання математики в середньому навчальному закладі є забезпечення рівня математичної культури, необхідного для повноцінної участі в повсякденному житті, продовження освіти та трудової діяльності. Математика є унікальним засобом формування не тільки освітнього, а й розумових і інтелектуального потенціалу особистості.

У процесі поглибленого навчання математики в профільних класах основні завдання суттєво доповнюються. Це обумовлено необхідністю виявлення та розвитку в учнів математичних здібностей, формування у них стійких інтересів до математики та професійної діяльності, підготовки учнів до навчання у вищому навчальному закладі освіти.

Викладання в фізико-математичних класах доцільно будувати у відповідності з наступними основними принципами. По-перше, вивчення математики в класах відповідного профілю повинно давати учням глибокі математичні знання і широкий математичний розвиток на базі основного курсу математики. При цьому повинні забезпечуватися такі умови, щоб питання діючої програми і корисні традиції викладання математики органічно перепліталися між собою і розглядалися з сучасної точки зору.

По-друге, учні – випускники математичних класів – повинні володіти такими знаннями і вміннями, які повністю відповідали б вимогам, що пред'являються до математичної підготовки учнів звичайних шкіл, і в той же час були б більш глибокими і міцними. При цьому отримується в процесі вивчення математичний розвиток учнів математичного класу повинен давати їм можливість здійснювати творчий підхід до процесу вивчення математики. Учні повинні навчитися працювати самостійно з навчальної математичної літературою і мати до кінця навчання стійкий інтерес до предметів фізико-математичного циклу.

По-третє, в процесі викладання математики в цих класах перед вчителем відкриваються великі можливості в здійсненні оптимальної індивідуалізації навчання, у використанні школярами евристичного методу вивчення і проблемної форми навчання, тобто широкі можливості оптимальної активізації



навчання. Широко повинна використовуватися вирішення завдань не стандартних, конкурсних, пропонованих на вступних іспитах до вищих навчальних закладів і проблемних завдань. Рішення задач теоретичного і прикладного характеру відповідно до розділів програми має відбуватися протягом всього року.

Нарешті, поглиблене вивчення математики в старшій школі має відповідати віковим можливостям і потребам школярів.

Навчання в старшій школі в профільному класі з поглибленим вивченням математики передбачає наявність стійкого усвідомленого інтересу до математики і схильності до вибору в майбутньому пов'язаної з нею професії [29, с. 63-66].

Результати навчання на цьому етапі повинні забезпечувати підготовку старшокласників до продовження освіти у вищому навчальному закладі. Більшість класів з поглибленим вивченням математики створена з метою підготовки до продовження навчання за спеціальностями, які широко використовують математику. Тому головний принцип, який визначає математичну підготовку в класах фізико-математичного профілю, – принцип поступового моделювання професійної діяльності математика.

Основу математичної підготовки в 10-11 класах складають курси стереометрії та алгебри і початків аналізу, які відрізняються від загальноосвітніх не стільки обсягом і переліком тем, скільки спрямованістю на реалізацію головного принципу. Повніше реалізувати принцип моделювання професійної діяльності дозволяють курси за вибором і індивідуальні завдання.

Якими ж характерними професійними рисами відзначається фахівець-математик? Це перш за все особистість, широко освічена як у математиці, так і в суміжних галузях, готова постійно поповнювати свої знання, самостійно їх здобувати. Професіонала-математика характеризує вміння отримувати нові результати в своїй області, а також використовувати математику як інструмент для вирішення прикладних завдань; чітко доповідати як про роботи своїх колег, так і про свої; навчати молодь. Іншими словами, він повинен виконувати різні

ролі в своєму науковому колективі: і учня, і співробітника, і педагога, і керівника. Тому математична підготовка в фізико-математичному класі має органічно зливатися з університетським а також стимулювати вдосконалення останньої, а професійна спрямованість навчання – впливати на всі ланки, починаючи з базової математичної підготовки.

Основний курс математики має мало чим відрізнятися за номенклатурою навчальних питань відповідного курсу в загальноосвітній школі. Відмінності в іншому: в глибині вивчення матеріалу, у формуванні критичного стилю мислення – необхідної якості професіонала-математика. Поглиблене вивчення математики не можна зводити до розширеного вивчення математики. Найзначніше розширення матеріалу є головною характеристикою сучасної програми для класів фізико-математичного профілю з дворічним терміном поглибленого вивчення математики. Зміст може свідомо засвоїти лише незначна частина учнів спеціалізованих фізико-математичних шкіл. Ще менша частина такої сенс потрібен. Багаторічний досвід функціонування в Україні класів з поглибленим вивченням математики переконує в тому, що недоцільно надмірно заповнювати програми додатковими питаннями. Це призводить до перевантаження і, як наслідок, відсів учнів. Розвитку стійких пізнавальних математичних інтересів сприяють підібрані в системі різні складні завдання з достатнім евристичним навантаженням, пов'язаний з темою історичний матеріал.

Особлива увага повинна приділятися математичному моделюванню. Саме в цьому курсі створюються основи для формування у старшокласників здатності застосовувати математичні знання. Необхідно ставити за мету не пробігти поверхнево по багатьох розділах математики, а поглибитися в окремі її ланки. Безумовно, що всі змістові лінії традиційного шкільного курсу знаходять в ньому свою реалізацію [50, с. 22-23].

У порівнянні з загальноосвітніми класами суттєво підвищується теоретичний рівень вивчення навчального матеріалу, зокрема при вивченні всіх видів рівнянь і їх систем послідовно акцентується увага на основних поняттях:

корінь, розв'язок, равносильности, наслідок, можливість втрати та появи сторонніх коренів, перевірка як важлива складова процесу рішення. Вводяться елементи теорії множин та математичної логіки. Відзначимо, однак, що ці теорії не є предметом вивчення в загальноосвітній школі. Їх елементи використовуються для збагачення та осучаснення математичної мови учнів, розширення їх математичної ерудиції та розвитку мислення.

Курс математики, призначений для профілів фізико-математичного напрямку сприяє: формуванню в учнів умінь застосовувати математику при дослідженні реальних процесів і явищ. А також повинен – забезпечити високий рівень математичної культури [45, с. 110-111].

Для поступового впровадження нових організаційних форм роботи з учнями доцільно ширше використовувати варіативну складову навчального плану – курси за вибором, факультативи, спецкурси. Факультативне навчання математики має на меті поглиблювати знання учнів, отримані при вивченні основного курсу, а також розвивати їх логічне мислення, допитливість і кмітливість.

Для учнів 10-11 класів з поглибленим вивченням математики пропонується спеціальний курс «Прикладна математика», автором якого є А. Б. Рудик. Завданнями цього курсу є розвиток логічного мислення учнів та закріплення базових математичних понять на рівні практичного використання.

Справжня диференціація навчання математики можлива тільки за умови забезпечення учням можливості вибору змісту, форм навчання. Першу таку можливість вони повинні отримати при розподілі класу на підгрупи для проведення практичних занять з алгебри і початків аналізу і з стереометрії. Кожен учень повинен вибирати два спецкурси з чотирьох-п'яти, що йому пропонують. Важливо, щоб такий вибір здійснювався свідомо. Проведенню занять з спецкурсів має передувати підготовча робота, завданнями якої є надати певну інформацію, допомогти учням узгодити вибір зі своїми можливостями і схильностями.

Курси за вибором продовжують моделювати професійну діяльність математиків. Вони мають різне цільове навантаження: розширення знань учнів в тій чи іншій галузі математики, поглиблення їх в традиційних розділах курсу, підготовку до виконання індивідуального завдання творчого характеру. Тобто мова йде про підвищення ерудиції учнів, про прищеплення їм навичок самостійно здобувати знання, про перший етап виконання самостійної наукової роботи – ознайомлення з літературними джерелами.

Зміст факультативних занять має бути органічно пов'язаним з основним курсом математики. Так, наприклад, вивчення факультативної теми «Елементи теорії множин і математичної логіки» на початку десятого класу дає можливість більш міцного, а також більш швидкого (завдяки застосуванню символіки і більш високою логічної культури) засвоєння учнями багатьох наступних розділів курсу і також можливість більш сучасного та наукового тлумачення найважливіших математичних понять (числа, функції, рівняння, фігури і т.п.) [40, с. 289-390].

У класах фізико-математичного профілю навчання може відбуватися за програмою для 10-11 класів з поглибленим вивченням математики, укладачами якої є Бурда М. І., Жалдак М. І., Колесник Т. В., Хмара Т.М., Шкіль М. І., Ядренко М. І., з розрахунку 8.00 в тиждень [44].

Все більше комп'ютер стає універсальним помічником людини в цивілізованому світі. Використання його в навчальному процесі поряд з допомогою в рішенні дидактичних завдань активізує дію мотиваційних чинників у створенні позитивного ставлення до навчання.

Ефективність засвоєння знань учнями в умовах широкого впровадження засобів нових інформаційних технологій навчання (нітними) в значній мірі залежить від педагогічних програмних засобів (ППЗ), що дозволяють поєднати високі моделюють і обчислювальні можливості при дослідженні різних математичних об'єктів з наочним результатом на всіх етапах процесу навчання.

На сьогодні розроблено значну кількість програмних засобів, орієнтованих на використання при вивченні математики. Це такі програми, як DERIVE,

EUREKA, GRAN1, Maple, MathCAD, Mathematika, MathLab, Maxima, Numeri, Reduce та інші.

Зазначені програмні засоби призначені перш за все для вирішення широкого класу задач шляхом моделювання об'єктів, що фігурують в умові завдання.

В рамках змісту шкільної математичної освіти і поширених методичних систем навчання математики реалізація ідей комп'ютерної підтримки процесу навчання відбувається звичайно шляхом здійснення міжпредметних зв'язків курсів математики та інформатики у формі інтегрованих уроків при вивченні таких, наприклад, тем: графічне рішення нерівностей і систем нерівностей; рішення лінійних і квадратних рівнянь і їх систем з однією і двома змінними, зокрема графічним методом; дослідження властивостей функцій та побудова і читання їх графіків і по будова графіка функції  $y = Af(ax + b) + B$  за графіком функції  $y = f(x)$  дослідження статистичних вибірок; процентні розрахунки; наближене визначення коренів многочленів і рішення рівнянь і нерівностей вищих ступенів; межа числових послідовностей і функцій; дослідження функцій на неперервність; дослідження тригонометричних та обернених тригонометричних функцій; графічне рішення тригонометричних рівнянь і нерівностей; наближене обчислення значень функції; обробки статистичних даних: побудова полігону частот. гістограм, обчислення відносних частот різних подій; визначення центру розсіювання відносних частот і величини розсіювання (дисперсії) обчислення певних інтегралів; визначення площ криволінійних трапецій та об'ємів тіл обертання і т.д. [43].

Основні вимоги до рівня навчання задаються шляхом перерахування навичок, якими повинні оволодіти учні. Ці вимоги визначають обов'язковий мінімальний рівень оволодіння темою і спрямовані на діяльнісний підхід в навчанні. Методичні рекомендації нададуть певну допомогу викладачам в розумінні особливостей математичної підготовки для класів даного профілю, а також при виборі різних методичних шляхів і методів викладу матеріалу.

### **3.3. Формування загального уміння розв'язувати задачі, система формування загального уміння в процесі навчання стандартних шкіл**

На сучасному етапі розвитку шкільної математичної освіти рішення текстових завдань алгебраїчним способом в навчанні математики переслідує такі цілі: формування в учнів загального підходу, загальних умінь і здібностей вирішення будь-яких завдань; пізнання і більш глибоке оволодіння математичними поняттями, визначаються і деякими загальнонауковими поняттями; оволодіння поняттями моделі і моделювання і власне математичним моделюванням; розвиток мислення, кмітливості учнів, їх творчого потенціалу.

Дослідженню цієї проблеми присвячені роботи М. Бантовими, М. Богдановича, Г. Бевза, М. Бурди, В. Мішина, С. Скворцової, Г. Саранцева, Т. Хмари та інших. Всі вчені, які розробляли проблему навчання рішення сюжетних завдань, одностайні в тому, що кінцевою метою такого навчання повинно бути формування в учнів загального вміння розв'язувати задачі.

Вчені, які працювали і працюють в даному напрямку, кажуть, що методика формування загального вміння розв'язувати задачі реалізується на матеріалі простих і складових завдань, завдань, що містять пропорційні величини, на знаходження суми або різниці або кратне порівняння двох творів або часткою в розв'язуванні текстових завдань.

Дані, необхідні для осмислення цілісності і цілеспрямованості формування вмінь розв'язувати текстові задачі в умовах диференційованого навчання, отримані в результаті аналізу психологічної і методичної літератури, де є чимало цінних ідей і теоретичних узагальнень. Так, роботи в галузі педагогічної психології (Л. С. Виготський, П. Я. Гальперін, Г. С. Костюк, О. М. Леонтьєв) розкривають зміст поняття «вміння» і розуміння механізмів його формування у школярів основної школи. Психологічний і методичний аспект процесу розв'язування задач досліджували Г. О. Балл, Л. Л. Гурова, Н. А. Менчинська, С. І. Слєпкань, Л. М. Фрідман. Психолого-педагогічні та методичні основи

диференційованого навчання розкрито в працях М. І. Бурди, Ю. С. Гільбуха, А. С. Дубинчук, С. О. Логачевської, Я. Савченко, І. Е. Унт та ін.

До проблеми вирішення завдань при вивченні математики в тій чи іншій мірі зверталися відомі методисти. Особливу увагу вирішенню завдань як засобу розвитку мислення, формування системи математичних понять, добору задач до підручників у середній школі приділяли Г. П. Бевз, Ю. М. Колягин, Л. М. Фрідман, в початковій школі – М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова, Я. А. Король, Л. П. Кочина, А. С. Пчолко, Н. Уткіна та інші [13, с. 4-5].

Позитивно оцінюючи наукову і практичну значимість робіт з даної проблеми, необхідно, разом з цим, відзначити, що ряд аспектів формування вмінь розв'язувати текстові задачі залишилися нерозкриті, зокрема – обсяг теоретичних знань про текстову задачу і процес її рішення в основній школі; визначення рівнів програмних вимог до вироблення вмінь учнів основної школи розв'язувати текстові задачі; підбір різнорівневих завдань, спрямованих на формування умінь розв'язувати задачі; способи раціонального поєднання фронтальної, групової та індивідуальної форм роботи на уроках математики при вирішенні задач в умовах диференційованого навчання в середній ланці школи.

Крім того, традиційна методика формування умінь розв'язувати текстові задачі на практиці орієнтована на «середнього» учня. Вона не враховує зміст та основні ідеї проекту Державного стандарту загальної середньої освіти в Україні, зокрема ідеї рівневої диференціації навчання та орієнтацію її результатів на навчальні можливості школярів. Не всі підручники з математики для середніх класів спрямовані на диференційоване формування вмінь розв'язувати текстові задачі. Деякі з них не мають навчального матеріалу для організації ефективної роботи різних за здібностями груп учнів [21, с. 8].

Таким чином, актуальність дослідження зумовлена його значущістю для розробки методики диференційованого навчання математики в основній школі, яка враховує особливості навчальної діяльності учнів під час вирішення текстових завдань, психолого-педагогічні основи формування умінь розв'язувати текстові задачі, різнорівневі вимоги до математичної підготовки школярів.

Як відомо, навчально-виховний процес повинен будуватися відповідно до потреб особистості та індивідуальних можливостей дітей, зростання їх самостійності і творчої активності. А це вимагає організації навчання відповідно до здібностей, здатності до навчання, таланту дитини.

Використання індивідуального підходу та диференційованих форм навчальної роботи обумовлена і впливом гуманістичної тенденції у вихованні школярів. Як правило, обраний учителем середній темп діяльності є нормальним лише для певної частини учнів, для інших він швидкий чи повільний. Одна і та ж учбова задача для одних дітей є складною, майже нерозв'язною проблемою, а для інших вона – легке питання. Один і той же текст одні діти розуміють після першого читання, іншим необхідне повторення, а третім – пояснення [41, с. 93].

Таким чином, успішність засвоєння навчального матеріалу, темп оволодіння ним, міцність збереження та рівень осмислення знань залежать не тільки від діяльності педагога, але і від пізнавальних можливостей і здібностей учнів, обумовлених багатьма чинниками: особливостями сприйняття, пам'яті, місленевої діяльності, а також фізичним розвитком і т. д. Тому «кожен учитель повинен створити такі умови, при яких стало б можливим використання фактичних і потенційних можливостей кожної дитини за класно-урочної форми навчання». Рішення цього практичного завдання тісно пов'язане з послідовною реалізацією диференційованого та індивідуального підходу до школярів.

Теоретичною основою створення методики формування у школярів загального вміння розв'язувати задачі є вимоги до процесу формування розумових дій, що забезпечують високу ефективність навчання навичок і умінь, сформульовані Л. Фрідман, а також теорія поетапного формування розумових дій і понять П. Гальперіна, яка відповідає цим вимогам.

С. Скворцова пропонує формувати загальні уміння вирішувати завдання, взявши за основу операційний склад, за такими етапами: 1 етап – підготовча робота до введення поняття «задача»; 2 етап – ознайомлення з поняттям «задача», його структурними елементами та етапами її рішення; 3 етап – формування загального вміння вирішувати будь-які завдання.



Вивчення математики в основній школі має забезпечити базову математичну підготовку учнів, спрямована на їх загальний розвиток, формування математичної грамотності і є достатньою для реалізації обраного шляху подальшого здобуття освіти.

## Розділ 4

### Формування уміння розв'язувати задачі в старших класах

#### 4.1. Колективне розв'язування задач

На уроках практикують самостійне і колективне рішення задач. Завдання вчителя – правильно організувати обидві форми роботи учнів, не нехтуючи ні однієї з них. Багато методистів шкіл особливо підкреслюють організації самостійного вирішення завдань учнями. Це дійсно досить важлива і відповідальна справа. Треба домогтися, щоб кожен учень 9-11-х класів вмів самостійно вирішувати завдання по крайній мере середньої складності.

Як відомо, учні закріплюють вміння вирішувати завдання самостійно при виконанні домашніх завдань. Час від часу треба організовувати самостійне рішення задач в класі. Його завдання – навчити учнів розв'язувати задачі того чи іншого типу. Учитель при цьому повинен активно втручатися в роботу учнів: спостерігати за ходом вирішення завдань, допомагати виправляти помилки, а помітивши помилку, допущену декількома учнями, давати роз'яснення всьому класу. Учитель повинен навчати учнів і під час самостійної роботи. І не обов'язково кожен раз для самостійної роботи пропонувати кожному учневі окремий варіант. Навчати одночасно 30-40 учнів зручніше на однакових завданнях. І для виховання це має велике значення. Учням треба довіряти і вони повинні це бачити. Тому вважаємо, що для такої самостійної роботи достатньо двох варіантів [50, с. 27-28].

Перш ніж пропонувати учням завдання для самостійного рішення, треба навчити їх вирішувати завдання відповідного типу, а це краще робити за допомогою колективних форм роботи. Самостійна робота корисна тоді, коли всі або майже всі учні вміють її виконувати. Тому колективне рішення задач вчитель повинен ставити на перше місце.

Коллективне рішення задачі в класі можна організувати по-різному. Наприклад, учитель сам читає завдання, пропонує учням записати її (повністю або скорочено), будує малюнок і після того, як учні усвідомлюють завдання, пропонує їм скласти план рішення. Вислухавши з місць декількох учнів і зробивши необхідні корективи, учитель може запропонувати одному з них вирішити задачу на дошці, а всім іншим - в зошитах. При цьому слід заохочувати втручання учнів з місць в результаті виконання завдання на дошці. За раціоналізаторські пропозиції, виправлення допущених помилок бажано відразу ж виставляти відмінні оцінки. Оцінити можна і тих учнів, які склали правильний план рішення задачі.

Можливі й інші варіанти колективного рішення: завдання вголос читає один учень, або кожен мовчки читає її окремо. Зображувати малюнок на дошці може один з учнів, а можна заготовити його ще до уроку: на дошці, на окремому аркуші. І тут вчитель повинен робити корисні зауваження: порівнювати завдання раніше дозволеними, виділяти нові моменти, систематизувати, узагальнювати, виправляти малюнок, записи, відповідь. Іноді, хоч раз в місяць, вчитель сам повинен вирішити на уроці завдання – від початку до кінця, тобто показати, як це треба робити чітко, грамотно і акуратно [20].

Отже, колективне рішення задач – це вирішення однієї і тієї ж задачі всіма учнями групи в один і той же час.

#### **4.2. Індивідуальне розв'язування задач**

Самостійна робота учнів є одним з головних засобів систематичного і швидкого засвоєння матеріалу. Учні, які навчилися самостійно працювати, набувають навичок роботи з книгою, отримують більше задоволення від своєї роботи, оскільки особисто долають перешкоди, шукають кращі способи швидкого виконання роботи, досягають результату без сторонньої допомоги.

Особливо актуальною на сучасному етапі розвитку суспільства і школи зокрема, є використання педагогіки співробітництва, педагогіки творчості. Як відзначала вітчизняний педагог Софія Русова, основним в діяльності школи повинна стати девіз: «Допоможи мені це зробити самому». І завдання вчителя полягає в тому, щоб не тільки не «замулити» джерела здібностей, якими обдарувала дитини природа, а й розвинути ці здібності, створити всі умови для самореалізації, самовдосконалення, самоосвіти дитини, направляючи її діяльність в правильне русло. Адже, за висловом А. Дістервег, «... справжній вчитель не повідомляє істину, а вчить її шукати».

Одна з головних завдань вчителя математики - навчити учнів самостійно працювати, оскільки темпи надходження наукової інформації надзвичайно зросли. Практично кожній людині, яка хоче мати роботу і продуктивно працювати, необхідно весь час оновлювати свої знання, а то і переучуватися, а це можливо тільки при наявності у нього умінь і навичок самостійної роботи. Саме під час навчання математиці закладаються основи для того, щоб учень в майбутньому став дійсно активним, самостійним і відповідальним суб'єктом власної професійної діяльності. Тому завдання вчителя – організувати процес навчання так, щоб кожне зусилля оволодіння знаннями проходило в умовах розвитку пізнавальних здібностей учнів, творчого мислення, формування у них основних прийомів розумової діяльності. Школярів необхідно вчити самостійно працювати, висловлювати і перевіряти гіпотези, вміти робити узагальнення досліджуваних фактів, творчо застосовувати знання в нових ситуаціях. Ефективність самостійної роботи учнів залежить від уміння вчителя здійснювати діагностику індивідуальних реальних навчальних можливостей учнів, розробити систему завдань для самостійної роботи учнів, надати їм консультативну допомогу.

Серед методів, спрямованих на активізацію пізнавальної діяльності учнів, важлива роль належить самостійній роботі.

Термін самостійна робота вживають в різних значеннях. Часто так називають окремі уроки, присвячені самостійному вирішенню завдань, які дуже

схожі на контрольні роботи. Але це тільки один з видів самостійної роботи, причому не основний.

Самостійну роботу учнів слід розглядати як метод навчання, як освітню технологію [18, с. 46-47].

Вчитися можна не тільки зі слів учителя, не тільки під час колективного вирішення завдань і вправ, а й самостійно. В умовах звичайної загальноосвітньої школи корисно час від часу пропонувати учням різні види самостійної роботи.

Працюючи самостійно, учні, як правило, глибше вдумуються в зміст опрацьованого матеріалу, краще зосереджують свою увагу, ніж це зазвичай буває при поясненнях вчителя або розповідях учнів. Тому знання, вміння і навички, набуті учнями в результаті добре організованої самостійної роботи, бувають міцними і ґрунтовніше. Крім того, в процесі самостійної роботи учнів виховується наполегливість, увагу, витримка і інші корисні якості.

Принципи побудови дидактичної системи організації самостійної роботи учнів наступні:

- системність і послідовність (система організації самостійної роботи учнів повинна відповідати таким вимогам, як поступове ускладнення роботи, логічний зв'язок між усіма елементами, причинно-наслідкові зв'язки, відносна логічна завершеність кожного елемента системи, формування навичок та ін.);

- посильність (необхідність подання на кожному етапі організації самостійної роботи завдань, що відповідають рівню знань і вмінь учнів і враховували їх рівень розвитку навичок самостійної роботи на певному етапі навчання);

- індивідуалізація і диференціація (необхідність поділу учнів на групи за якісними показниками їх самостійності на кожному етапі навчання, необхідність врахування особливостей організації самостійної роботи сильних і слабких учнів, їхніх особистих інтересів);

- успішність і позитивність (ці принципи нерозривно пов'язані з принципом посильності. Необхідно пропонувати завдання, які передбачають самостійність роботи учнів, при цьому рівень складності завдання повинен відповідати рівню

розвитку навичок самостійної роботи учнів і рівню їх знань. Це, в свою чергу, сприятиме формуванню позитивного відношення до подальшого навчання і спонукати до проведення самостійних досліджень вже на якісно вищому рівні)

- активність і інтерактивність (в процесі організації самостійної роботи учнів поступово повинна підвищуватися ступінь їх безпосередньої участі в плануванні та реалізації того чи іншого навчального завдання. При цьому під активною позицією учня ми розуміємо його свідоме ставлення до виконання самостійної роботи. Він має право сам визначати методи роботи над завданням і планувати графік виконання. Також учень повинен самостійно аналізувати отримані в процесі роботи результати. Інтерактивність в цьому контексті розглядається як здатність до колективної праці, створення тимчасових колективів з більш-менш точно розподіленими ролями для виконання того чи іншого завдання).

- оптимальність (один з найскладніших принципів, має багато трактувань. У цьому випадку оптимальність – це використання таких видів, форм і методів самостійної роботи учнів, які сприяють швидкому зростанню якісних показників розвитку самостійності учнів за якомога коротший проміжок часу [41, с. 92-93].

Отже, при обліку певних принципів організації самостійна робота учнів сприятиме поліпшенню результативності навчального процесу.

Одним з видів самостійної роботи учнів з математики в класі є самостійне вивчення теорії за підручником. Пропонувати учням самостійно обробляти за підручником теоретичний матеріал треба хоча б три-чотири рази за семестр (в залежності від того, як вони вміють працювати з книгою). Основна мета таких завдань – навчити учнів читати математичний текст, інакше кажучи, навчити їх вчитися.

Самостійну роботу обов'язково треба перевіряти. Бажано помітити, що відповідати учням можна не завжди в такій же послідовності, як в підручнику. Коли учень змінює послідовність, змінює приклади – це навіть краще, ніж він буде розповідати точно за підручником.

У процесі самостійної роботи учнів з підручником часто відбувається процес злиття навчання з вивченням.

Завдання вчителя полягає в такій організації самостійної роботи учнів, при якій на основі засвоєної з підручників інформації учні могли б на практиці застосовувати отримані знання, тобто дати свої формулювання визначень, теорем, запропонувати інші способи доведення теорем і вирішення завдань. З цією метою доцільно майже на кожному уроці практикувати виконання самостійних завдань тренувального характеру, враховуючи рівень знань кожного учня.

Самостійне вирішення завдань в школі можна організовувати по-різному. У деяких випадках на це корисно відводити цілі уроки, особливо в старших класах при вирішенні громіздких завдань і перед контрольними роботами, щоб з'ясувати, чи можуть учні впоратися з наміченими для контрольної роботи завданнями. Їх можна оцінювати (всі або деякі). При такій самостійній роботі бажано бути серед учнів, допомагати деяким, робити зауваження для всіх. Цим і відрізняється така самостійна робота від контрольної.

Однак для самостійних робіт зручніше відводити лише частина уроку – 15-20 хв. Учитель на уроці може пояснити матеріал, дати завдання, вирішити кілька прикладів колективно, а потім запропонувати кілька вправ до кінця уроку вирішити самостійно. Такі роботи можна оцінювати.

Добре, коли учень вміє самостійно читати математичну книгу, вирішувати завдання відомих типів. Але ще краще, коли він намагається знаходити свої докази, свої способи вирішення завдань, пропонує свої формулювання визначень, теорем і т. д. Завдання вчителя – заохочувати і підтримувати такі прагнення. Це один з видів самостійної роботи; можна навіть сказати, що це вища форма самостійної роботи учнів. Спостереження показують, що такі учні, які намагаються давати свої докази і рішення задач, є в кожному класі, і тільки від вчителя залежить, як культивується в класі така форма самостійної роботи.

Найчастішою формою проведення самостійної роботи на уроках математики – це лабораторна робота.

Лабораторні роботи дають можливість учням більш повно і свідомо з'ясувати математичні залежності між величинами, знаходити певні закономірності, удосконалити навички вимірювань і обчислень, роботи з таблицями, графіками, діаграмами тощо.

Основним етапам лабораторних робіт є: самостійне виконання учнями, урок-практикум, урок-залік, семінари, урок-гра, математичний диктант, тести для самостійної роботи та контролю знань, математичні олімпіади, науково-дослідницькі роботи, домашня робота та контрольні роботи.

Тести призначені для організації самостійної роботи учнів, спрямованої на повторення курсу математики і підготовку до навчання у відповідних класах. Тести можуть використовуватися для моніторингового дослідження рівня математичної підготовки учнів, а також для вивчення їх математичного розвитку. Проведення вимірювань в кінці і на початку навчального року є ефективним засобом контролю за динамікою стану математичної підготовки колективу в цілому і кожного учня зокрема. Ефективна організація самостійної роботи учня – одна з головних умов досягнення учнем успіхів у навчанні.

Контрольні роботи проводяться для виявлення рівня знань учнів в письмовій формі, учні самостійно виконують цілий урок, або 15-20 хв. приблизно два рази на місяць, в старших класах - раз на місяць.

На контрольних роботах учням пропонують вирішувати завдання або приклади і включають теоретичні питання, доведення теорем, виведення формул і т. Контрольні роботи дають в декількох варіантах, або кожному індивідуальну контрольну роботу. Крім обов'язкової частини, можна включати в контрольну роботу і необов'язкову, щоб учень, виконав завдання не залишився без роботи.

Формою проведення позакласної самостійної роботи є проектна робота.

Проектна робота – це вид роботи (переважно в групах), метою якої є підготовка кінцевого продукту. Її мета – це дати учневі можливість виконати незалежну (самостійну роботу) роботу, побудовану на знанні матеріалу і уміннях і навичках, отриманих протягом певного періоду вивчення теми. Проектні роботи ідеальні для різнорівневих груп, оскільки кожне завдання може бути



виконано учнями, що мають різний рівень підготовки. У процесі проектної діяльності учні реально спілкуються між собою і з навколишнім світом. Метод проекту – це метод пошуку, тобто така організація навчання, при якій учні набувають знання в процесі планування і виконання практичних завдань – проектів. Проект дає можливість тісно поєднати теорію з практикою.

Метод проектів дозволяє вчителю надати пріоритет різним видам самостійної діяльності учнів.

Підготовка науково-дослідних робіт учнів – членів і кандидатів в члени МАН України має на меті якісне оновлення змісту додаткової освіти учнів, створення системи пошуку і підтримки обдарованої молоді для формування наукової еліти.

Написання і подальший захист науково-дослідних робіт направлено на реалізацію внутрішніх потреб дітей і підлітків у професійному самовизначенні, задоволення їх запитів в розкритті здібностей та інтересів.

Метою популяризації математичних ідей та підтримки талановитих школярів, розвиток їх інтелектуальних здібностей є проведення математичних олімпіад, конкурсів «Кенгуру», турнірів (ТЮМів), на яких виявляються творчі здібності школярів і які вимагають від учня самостійного вирішення різних завдань, тестів і т. д. Для учнів олімпіада є способом перевірки і затвердження свого покликання і одним з видів самостійної роботи.

Домашня робота – це теж самостійна робота учня. У домашній (самостійної) роботи учень повинен навчитися виконувати всі операції, які він спочатку виконував під керівництвом вчителя, а тепер повторити їх по відношенню до себе (ставити мету, планувати, контролювати, оцінювати).

Виконання домашніх завдань сприяє закріпленню і поглибленню представленого на уроці нового матеріалу, допомагає виробити навички, дисциплінує учнів, привчає їх працювати систематично і самостійно, функція домашньої роботи – навчити дітей вчитися.

Окремим учням можна давати індивідуальні домашні завдання; сильніше доцільно запропонувати кілька важких завдань, а слабкіше – легкі вправи. Іноді

домашні роботи можуть бути і достроковими і виконуватися на заліковий урок. Учитель повинен стежити і за тим, чи дійсно самостійно виконують учні домашні завдання [16, с. 44-45].

Під системою самостійних робіт розуміють сукупність взаємопов'язаних і взаємообумовлених видів робіт, які логічно впливають одне з одного і підкоряються загальним завданням освітнього процесу.

Кожна система повинна відповідати певним вимогам або принципам. При побудові системи самостійних робіт необхідно також дотримуватись певних дидактичних вимог.

1. Система самостійних робіт повинна сприяти вирішенню основних дидактичних завдань – придбанню учнями глибоких і міцних знань, розвитку у них пізнавальних здібностей, формування умінь самостійно здобувати знання, використання їх на практиці.

2. Система повинна відповідати основним принципам дидактики, і перш за все принципам доступності і систематичності, зв'язку теорії з практикою, свідомості і творчої активності, принципу навчання на високому науковому рівні.

3. Робота, що належать до системи, повинні бути різноманітними по цілі навчання і змістом, щоб забезпечувати формування в учнів запланованого переліку навчальних умінь і навичок.

4. Послідовність виконання домашніх і класних самостійних робіт повинна бути такою, щоб виконання одних видів робіт було логічно пов'язане з іншими, а також готувало учнів до виконання наступних. Успіх вирішення цього завдання залежить не тільки від педагогічної майстерності вчителя, а й від того, як він розуміє значення і місце кожної окремої роботи в системі робіт, у розвитку пізнавальних здібностей учнів, їх мислення.

Розробка системи самостійних робіт є необхідною умовою для систематичної, цілеспрямованої організації самостійної діяльності на уроках. Але наявність лише одного системного підходу не визначає успіху роботи вчителя по формуванню в учнів знань, умінь і навичок. Для цього ще треба знати

основні принципи, керуючись якими, можна забезпечити ефективність самостійних робіт, а також методику керівництва їх різними видами.

Принципи до керівництва самостійною роботою має певні особливості.

1. Самостійна робота повинна мати цілеспрямований характер. Це досягається чітким формулюванням мети роботи. Завдання вчителя полягає в тому, щоб знайти таку форму завдання, яка викликала б у школярів інтерес до роботи і бажання виконувати її якомога краще. Учні повинні розуміти, в чому полягає їх завдання і яким чином буде перевірятися його виконання. Недооцінка вимог веде до того, що учні, не розуміючи мети роботи, роблять не те, що потрібно, і змушені в ході її виконання багаторазово звертатися до вчителя;

2. Самостійна робота повинна бути дійсно самостійною і змушувати учня при її виконанні працювати з напругою. Але не треба перебільшувати зміст і обсяг самостійної роботи, пропонується учневі на кожному етапі навчання. Вона повинна бути посильною, а самі учні – підготовлені до виконання самостійної роботи теоретично і практично;

3. Спочатку треба сформувати найпростіші навички самостійної роботи. У цьому випадку вчитель повинен демонструвати на прикладах прийоми виконання самостійної роботи, супроводжувати їх чіткими поясненнями і записами на дошці;

4. Самостійна робота, яка виконується учнями після демонстрації прийомів вчителем, носить характер наслідування. Вона не розвиває самостійності в цілому, але має важливе значення для формування найбільш важливих навичок і вмінь, більш високої форми самостійності, при якій учні здатні розробляти і застосовувати свої методи вирішення завдань навчального чи виробничого характеру;

5. Для самостійної роботи потрібно пропонувати такі завдання, виконання яких не буде шаблонним, вимагатиме застосування знань у новій ситуації. Тільки в цьому випадку самостійна робота сприятиме формуванню ініціативи і пізнавальних здібностей учнів;

6. При організації самостійної роботи необхідно враховувати і те, що для отримання навчальних компетентностей різних учням потрібен різний проміжок часу. Зробити це можна шляхом диференційованого підходу. Спостерігаючи за роботою класу в цілому і окремих учнів, вчитель повинен залучати тих, які добре і швидко впоралися із завданням, до виконання більш важких;

7. Завдання, які пропонують учням для самостійної роботи, повинні зацікавлювати їх. Це досягається завдяки новизні матеріалу, незвичайної форми, змісту через розкриття практичного значення пропонованої задачі або методу, яким потрібно оволодіти;

8. Самостійні роботи учнів необхідно планувати і систематично проводити;

9. При організації самостійної роботи необхідно поєднувати викладання матеріалу вчителем з самостійною роботою учнів. Але треба бути дуже обережним, тому що захоплення самостійною роботою може загальмувати швидкість вивчення програмного матеріалу;

10. При виконанні самостійних робіт різного виду управління діяльністю учнів повинна належати вчителю [11, с. 19-20].

Труднощі при проведенні самостійної роботи полягають в тому, що учні закінчують роботу не одночасно. Для цього потрібно дати додаткові завдання, для тих учнів, працюють швидше. Важко підібрати завдання, однаково посильні всім учням. Ще важче підібрати геометричні завдання, однаково посильні для всіх. Важко організувати перевірку самостійної роботи. Іноді вчитель збирає зошити всіх учнів. Це хороша форма перевірки, але її не завжди можна зробити. Тому слід використовувати інші методи перевірки самостійної роботи. Наприклад, спочатку виконують самостійну роботу, а в кінці її виконання один з учнів записує розв'язок задачі на дошці для перевірки. Це призводить до зайвої витрати часу. Значно краще, коли один-два учні виконують самостійну роботу на відкидних дошках.

Залежно від того педагогічної мети, переслідується при проведенні самостійних робіт, вони можуть бути розділені на дві основні групи: роботи навчальні та перевірочні роботи.

Навчальні роботи діляться на: роботи, спрямовані на підготовку дітей до сприйняття нового навчального матеріалу; роботи, спрямовані на отримання нових знань; роботи, спрямовані на розширення і поглиблення отриманих знань; роботи тренувального характеру, метою яких є закріплення набутих раніше знань, умінь і навичок.

Перевірочні роботи діляться на: класні (математичний диктант, тести, контрольні роботи) і домашні [36, с. 24].

Таким чином, система класних і позакласних самостійних робіт повинна:

- бути єдиною для самостійних робіт як в класі, так і вдома;
- забезпечувати активну пізнавальну діяльність на всіх етапах навчання і сприяти вирішенню тих конкретних завдань, які ставляться на даному етапі;
- задовольняти основним принципам дидактики;
- навчальні завдання, які входять в самостійну роботу, повинні забезпечувати формування в учнів не тільки основ науки яка вивчається, але і навичок самоосвіти;
- характер навчальної діяльності повинен визначитися системою навчальних завдань, які входять в систему самостійних робіт і відповідати відповідним методом навчання: репродуктивне, частковопошуковому, дослідному;
- система навчальних завдань повинна задовольняти вимогу послідовного наростання труднощів.

Система самостійних робіт повинна бути розроблена на основі:

- змісту навчального курсу, розділу або теми предмета, який вивчається;
- загальних засобів і методів активізації навчального процесу (методів навчання, прийомів навчальної роботи, видів навчально-пізнавальної діяльності, засобів навчання);

- характеристик, які залежать від завдань, які складають самостійну роботу (склад їх компонентів, ступінь складності, послідовність розміщення).

## Висновок

Таким чином, узагальнюючи вищевикладене ми можемо зробити висновок, що задача – це проблемна ситуація з явно заданою метою, яку необхідно досягти; в більш вузькому сенсі завданням також називають саму цю мету, дану в рамках проблемної ситуації, тобто те, що потрібно зробити. Ще більш вузьке визначення називає завданням ситуацію з відомим початковим станом системи і необхідним кінцевим станом системи, причому спосіб досягнення кінцевого стану від початкового відомий.

Інші визначення поняття «завдання» відповідно до міжнародних стандартів: діяльність, необхідна для досягнення певної мети; необхідні, рекомендовані або допустимі дії, спрямовані на сприяння досягненню одного або декількох результатів деякого процесу; найменша одиниця роботи, що підлягає обліку; чітко визначене робоче завдання для одного або декількох учасників проекту.

У найширшому сенсі під завданням розуміється те, що потрібно виконати – завдання, доручення, справа, вправа, наприклад логічна задача, математична задача, шахова задача.

На відміну від функції, яка може здійснюватися постійно, завдання передбачає при заданих її умовах вихід на досягнення кінцевого результату (рішення задачі).

У задачі виділяють: елементи початкової (вихідної) ситуації, правила перетворення ситуації та необхідне рішення (мета, кінцева ситуація).

Необхідне рішення може бути задано по-різному: як кінцевий стан ситуації (наприклад, то, як повинна виглядати зібрана головоломка); як отримання нового знання; як встановлення деяких зв'язків (відносин) між елементами ситуації (наприклад, коли потрібно визначити, який з двох предметів важче) і т. д.

Виділяють наступні характеристики умови задачі: звичність або незвичність ситуації, новизна завдання для суб'єкта, ступінь вибраних (явності) істотних відносин, форма умов (реальна ситуація / зображення / словесний опис) та співвідношення умовию

Розв'язання задач – це процес виконання дій, або розумових операцій, спрямованих на досягнення мети, яка задана в рамках проблемної ситуації – завдання, також цей процес є складовою частиною мислення. З точки зору когнітивного підходу процес розв'язання задач є найбільш складною зі всіх функцій інтелекту та визначається як когнітивний процес вищого порядку, що вимагає узгодження та управління найпростішими та більш фундаментальними навичками. Деякі методи розв'язання задач, розроблених та використаних в галузі штучного інтелекту, інформатики, інженерії, математики, медицини і т. д. пов'язані з вирішенням проблем психічних методів, що вивчаються в психології.

При вирішенні будь-якої задачі учень виконує аналіз: відокремлює питання від умови, виділяє дані і шукані числа, визначає взаємозв'язку між даними і шуканими, підбирає числові дані, які потрібні для відповіді на питання завдання; складаючи план рішення, він виконує синтез, користуючись при цьому конкретизацією, а потім абстрагуванням (абстрагуючись він конкретної ситуації, вибирає арифметичні дії); в результаті багаторазового вирішення завдань певного виду учень узагальнює знання зв'язків між даними і потрібним, ніж узагальнюється спосіб вирішення завдань цього виду.

В основі процесу рішення математичних задач лежать загальні розумові дії, а саме – аналіз, синтез, абстрагування і узагальнення, які складають внутрішню структуру процесу рішення сюжетних завдань. Під умінням мається на увазі – свідоме застосування знань і навичок, які є в учня, для виконання складних дій в різних умовах, тобто для вирішення відповідних завдань.

Оволодіння умінням вирішувати завдання здійснюється в процесі навчання при правильній організації діяльності вчителя і учня. Таким чином, навчання вирішення завдань – це спеціально організована взаємодія вчителя і учнів, мета якого полягає у формуванні у дітей уміння вирішувати завдання.

В основі умінь вирішення завдань певних видів лежать окремі методи вирішення завдань даного виду (алгоритми, евристичні схеми). Л. Н. Фрідман наголошує на необхідності відрізнити загальне вміння розв'язувати задачі від окремих умінь вирішення завдань певного виду. Учні можуть дуже успішно



навчитися вирішувати завдання всіх тих видів, які вивчаються в школі, але не опанувати загальним умінням вирішувати завдання. Уміння вирішувати завдання певних видів формуються на базі наданого вчителем зразка, користуючись яким учні виконують операції, що входять в дане вміння. Загальна ж уміння вирішення завдань, зазначає автор, в більшості випадків формується стихійно, а не в результаті цілеспрямованого, систематичного навчання. Існує думка про те, що вона може бути сформована лише на основі рішення великої кількості завдань. Але результати такої роботи учнів дуже незначні: більшість дітей не можуть вирішити незнайому задачу. Тим часом, бажаним результатом навчання є формування загального вміння розв'язувати будь-які задачі.

Виходячи з того, що усі школярі навчаються за єдиним підручником, вважаємо доцільним йти за другим напрямком диференціації – диференціювати дозу допомоги учням при розв'язуванні однієї й тієї самої задачі за допомогою карток з друкованою основою. Але крім цього, в системі навчання молодших школярів розв'язування задач ми здійснюємо диференціацію й за мірою складності задач, визначаючи типи і види задач, які пропонуються дітям додатково, для поглибленого вивчення.

Поряд з вирішенням цієї основної задачі навчання математики в навчальних закладах виникає необхідність забезпечити суспільство спеціалістами різного рівня і профілю, а також створити умови для розвитку особистості відповідно до її можливостей і потреб. А для цього необхідно профільна диференціація навчання взагалі і математики зокрема.

Головним завданням вивчення математики є забезпечення міцного і свідомого оволодіння учнями системою математичних знань і вмінь, необхідних у повсякденному житті, а також достатніх для вивчення суміжних дисциплін і продовження освіти. Поряд з рішенням головного завдання, оволодінням конкретними обов'язковими математичними знаннями, профільне навчання математики передбачає формування стійкого інтересу учнів до предмету, виявлення і розвиток їх математичних здібностей, підготовку до навчання у вищому навчальному закладі.

Основним завданням навчання математики в середньому навчальному закладі є забезпечення рівня математичної культури, необхідного для повноцінної участі в повсякденному житті, продовження освіти та трудової діяльності. Математика є унікальним засобом формування не тільки освітнього, а й розумових і інтелектуального потенціалу особистості.

У процесі поглибленого навчання математики в профільних класах основні завдання суттєво доповнюються. Це обумовлено необхідністю виявлення та розвитку в учнів математичних здібностей, формування у них стійких інтересів до математики та професійної діяльності, підготовки учнів до навчання у вищому навчальному закладі освіти.

Реалізація профільного навчання математики повинне здійснювати з урахуванням його мети, його особливостей змісту і форми в порівнянні з навчанням математики в загальноосвітніх класах.

Профільна диференціація навчання математики повинна: забезпечити необхідний загальнокультурний рівень математичної підготовки молоді, який визначається замовленням суспільства і можливостями учнів даного віку; задовольнити потреби профільної підготовки в розвитку пізнавальних і математичних видів діяльності учнів, характерні для даного профілю; формувати засобами математики професійні нахили учнів.

Профільна диференціація навчання математики передбачає: створення умов для свідомого вибору учнями профілю; спадкоємність з допрофільна навчанням математики і навчанням математики у звичайних класах загальноосвітньої школи; досягнення всіма учнями базового рівня навчання математики; розробку державних стандартів з математики для різних профілів навчання; реалізацію прикладної спрямованості навчання математики, орієнтованої на профіль навчання як одного з головних засобів формування профільних інтересів засобами математики; відмінність змісту навчання математики в профільних класах і звичайних класах; реалізацію рівневої диференціації, посилює диференціацію навчання математики для кожного

профілю; різноманітність форм і видів класної і позакласної роботи; поглиблене вивчення математики як одного з видів профільного навчання.

Формування базового змісту навчання математики здійснюється на основі: гуманізації та гуманітаризації, профільної спрямованості та забезпечення узагальнених видів діяльності.

Виділяються три етапи профільної диференціації в навчанні математики. перший етап (5 - 7 класи) – це етап формування профільних інтересів. Тут формується свідомий вибір рівня навчальної діяльності (базовий, основний, поглиблений, творчий), в процесі змагань, ігрової та навчальної діяльності формуються пізнавальні інтереси і мотиви пізнання учнів. другий етап (8 - 9 класи) – це етап становлення профільних намірів. Тут реалізується різноуровневе вивчення курсу математики за стандартними навчальними планами; третій етап (10 - 11 класи) – це етап безпосередньої реалізації профільного навчання математики. Він забезпечується адекватним профілю змістом основного курсу математики, системою курсів за вибором, організацією самостійної творчої роботи учнів.

Подібна структура профільного навчання математики дозволяє найбільш повно врахувати індивідуальні особливості учнів за допомогою колективних форм навчання, забезпечити єдність рівневої і профільної диференціації.

Профільне навчання математики вимагає і робить можливим використання специфічних форм і методів навчання. Можливість їх використання зумовлена наявністю більш розвинених мотивів учнів профільних класів і шкіл до навчання в порівнянні з загальноосвітніми навчальними закладами. Невід'ємною складовою профільного навчання математики є виконання кожним учнем індивідуальної роботи творчого характеру.

Здійснення профільного навчання потребує цілеспрямованого формування контингенту учнів, розробки відповідного навчально-методичного забезпечення за кожним напрямом навчання, використання специфічних форм і методів роботи з учнями, що мають підвищену мотивацію до навчання, вимагає

відповідної перепідготовки і підвищення кваліфікації вчителя, модернізації матеріально-технічної бази.

Загальноосвітні школи мають створювати ті чи інші профілі навчання за рахунок комбінацій базових, профільних предметів і курсів за вибором. Цим самим забезпечується гнучка система профільного навчання, яка дає змогу обрати старшокласнику індивідуальну освітню програму;

Курс математики, призначений для профілів гуманітарного напрямку, повинен сприяти, перш за все, становленню гуманітарної культури людини, формувати уявлення про математику як форму опису та метод пізнання дійсності, про роль математики для прогресу суспільства. Він повинен будуватись на основі широкого використання можливостей образного мислення учнів.

Курс математики, призначений для профілів природничого напрямку, забезпечуючи гармонійний розвиток образного і логічного мислення, повинен особливу увагу приділяти з'ясуванню ролі математики в сферах її застосувань. Насамперед це означає, що учні повинні оволодіти простими навичками математичного моделювання. Саме такий вид діяльності має бути головним у навчанні майбутніх інженерів, техніків, технологів, конструкторів, механіків, природознавців тощо. Досягти цього можна за рахунок зваженого компромісу між строгістю і доступністю викладення матеріалу, а також його прикладною спрямованістю;

У школах і класах економічного напрямку передбачається закріплення у учнів початкового інтересу до діяльності, пов'язаною з економікою. Для уроків математики доцільний відбір такого навчального матеріалу, який зміцнить фундамент математичної підготовки школяра, необхідної для успішного оволодіння тією чи іншою економічною професією. Наявність у шкільній математиці деяких прикладних задач, що будуть показувати, як математика може успішно працювати в економіці, сприятиме необхідній профільній орієнтації школяра, а також отриманню ним елементарної профільної грамотності;

Навчання у профільному класі з поглибленим вивченням математики повинно давати учням глибокі математичні знання і широкий математичний розвиток на базі основного курсу математики. Головний принцип, який визначає математичну підготовку у класах цього профілю, – принцип поступового моделювання професійної діяльності математика. Окрім основної задачі (відбір, навчання та виховання молоді, що проявила до вивчення математики особливий інтерес та здібності), класи фізико-математичного профілю розв'язують задачу пошуку перспективного змісту, форм і методів навчання математиці для масової школи.

Для реалізації вищезазначених особливостей вивчення математики у профільних класах необхідно детально розробляти методику викладання різних тем відповідно до профілю.

Вивчення математики в основній школі має забезпечити базову математичну підготовку учнів, спрямована на їх загальний розвиток, формування математичної грамотності і є достатньою для реалізації обраного шляху подальшого здобуття освіти.

На уроках практикують самостійне і колективне рішення задач. Завдання вчителя – правильно організувати обидві форми роботи учнів, не нехтуючи ні однієї з них. Багато методистів шкіл особливо підкреслюють організації самостійного вирішення завдань учнями. Це дійсно досить важлива і відповідальна справа. Треба домогтися, щоб кожен учень 9-11-х класів вмів самостійно вирішувати завдання по крайній мере середньої складності.

Як відомо, учні закріплюють вміння вирішувати завдання самостійно при виконанні домашніх завдань. Час від часу треба організовувати самостійне рішення задач в класі. Його завдання – навчити учнів розв'язувати задачі того чи іншого типу. Учитель при цьому повинен активно втручатися в роботу учнів: спостерігати за ходом вирішення завдань, допомагати виправляти помилки, а помітивши помилку, допущену декількома учнями, давати роз'яснення всьому класу. Учитель повинен навчати учнів і під час самостійної роботи.

Перш ніж пропонувати учням завдання для самостійного рішення, треба навчити їх вирішувати завдання відповідного типу, а це краще робити за допомогою колективних форм роботи. Самостійна робота корисна тоді, коли всі або майже всі учні вміють її виконувати. Тому колективне рішення задач вчитель повинен ставити на перше місце.

Колективне рішення задач – це вирішення однієї і тієї ж задачі всіма учнями групи в один і той же час.

Самостійна робота учнів є одним з головних засобів систематичного і швидкого засвоєння матеріалу. Учні, які навчилися самостійно працювати, набувають навичок роботи з книгою, отримують більше задоволення від своєї роботи, оскільки особисто долають перешкоди, шукають кращі способи швидкого виконання роботи, досягають результату без сторонньої допомоги.

В підсумок роботи, ми можемо сказати, що наше дослідження не вичерпує глибини вивчення даного питання й передбачає подальший пошук у напрямі його більш докладного та поглибленого дослідження

### Список використаних джерел

1. Бабенко О. В. Прямі і площини в просторі, 9-й клас / Математика. – 2004. № 10. С. 21-23.
2. Бевз. Г. П. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. К. : Зодіак-ЕКО, 2009. 288 с.
3. Бевз Г. П. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. К. : Зодіак-ЕКО, 2007. 224 с.
4. Бевз Г. П. Алгебра: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. К. : Зодіак-ЕКО, 2008. 288 с.
5. Бевз В., Мерзляк А., Слєпкань З. Програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 5-11 класи // Математика в школі. 2013. № 6. С. 1-14.
6. Білицький О. Управління процесом розвитку особистості засобами варіативного компонента змісту освіти / Директор школи. 2012. № 8. С. 2-13.
7. Біляк Б., Дуда О. Профільне навчання в загальноосвітніх навчальних закладах // Директор школи, ліцею, гімназії. 2003. № 4. С. 44-57.
8. Богданович М. В. Пропедевтика геометрії та алгебри в початкових класах / М. В. Богданович, Г. П. Лищенко. К.: Освіта України, 2010. 240 с.
9. Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенко А. К., Афанасьєва О. М. Проект програми з математики для 10-11 класів технічного та природничого профілів / 1 вересня. 2010. № 48. С. 11-16.
10. Бурда М. І. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики, 9 клас / М. І. Бурда, О. П. Вашуленко. Н. С. Прокопенко. Х. : Гімназія, 2010. 256 с.
11. Васильєва Р. Навчальний план у багатoproфільному ліцеї / Директор школи. 2013. № 10. С. 9-20.
12. Василюк А., Жук О. Основна школа в системі європейської середньої освіти // Директор школи. Україна. 2012. № 1. С. 50-58.

13. Вигівська Л. Розв'язування задач за допомогою рівнянь. Алгебра, 7 клас / Л. Вигівська // Математика. К. : пед. преса, 2006, №16 (364). С. 3-15.

14. Войтенко Т., Соколова М., Уланов В. Разноуровневое обучение: положительные результаты и негативные последствия // Директор школи. Україна. 2011. № 2. С. 15-23.

15. Вудвортс Р. Рішення проблем тваринами. Url : [http://www.vusnet.ru/biblio/archive/vudvorts\\_reshenie/](http://www.vusnet.ru/biblio/archive/vudvorts_reshenie/). (Дата звернення 20.03.2021).

16. Габишев Д. Н. Мистецтво складати завдання та трохи про їх розв'язання: навчальний посібник. Тюмень : Видавництво ТюмГУ, 2012. 68 с.

17. Глущенко Л. Задачі на відсотки / Любов Глущенко // Математика. К. : пед. преса, 2008, №23 (467). С. 5–9.

18. Глущенко Л. Розв'язування текстових задач / Л. Глущенко // Математика. К. : пед. преса, 2008, №31. С. 22-48.

19. Дунець Л., Дунець О. Формування професійних інтересів у майбутніх фахівців // Рідна школа. 2011. Січень. С. 48-59.

20. Завдання. Url : <https://uk.wikipedia.org/wiki/Завдання>. (Дата звернення 20.03.2021).

21. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2003/2004 навчальному році // Математика в школі. 2013. № 6. С. 2-9.

22. Кабардін О. Профільна школа / Завуч. 2002. № 16. С. 2-13.

23. Кизенко В. Дидактичні засади організації шкільного факультативного навчання // Освіта і управління. 2003. Т. 6, № 2. С. 117-124.

24. Клименченко Д. В. Збірник вправ з математики для початкових класів. К.: Радянська школа, 1987. 619 с.

25. Коваль Л. В., Скворцова С. О. Методика навчання математики: теорія і практика: Підручник для студентів за спеціальністю. «Початкове навчання», освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» [2-ге вид., допов. і переробл.] Х.: ЧП «Принт-Лідер», 2011. 414 с



26. Ковальчук В. Ю. Методика викладання математики. Частина 1. Загальна методика викладання математики / В. Ю. Ковальчук, О. О. Жигайло, О. В. Шаран. Дрогобич: Посвіт, 2012. 152 с.
27. Ковальчук В. Ю. Методика викладання математики. Частина 2. Методика навчання розв'язування задач / В. Ю. Ковальчук, О. В. Шаран, О. О. Жигайло. Дрогобич: Посвіт, 2014. 124 с.
28. Ковальчук В. Ю. Методика викладання математики. Частина 3. Методика вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел і арифметичних дій над ними у концентрах «Десяток», «Сотня» / В. Ю. Ковальчук, О. В. Шаран, О. О. Жигайло. Дрогобич: Посвіт, 2015. 120 с.
29. Ковальчук В. Ю. Методика викладання математики. Частина 4. Методика вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел і арифметичних дій над ними у концентрах «Тисяча», «Багатоцифрові числа» / В. Ю. Ковальчук, О. В. Шаран, О. О. Жигайло. Дрогобич: Посвіт, 2015. 88 с.
30. Ковальчук В. Ю. Методика викладання математики. Частина 5. Методика вивчення величин, дробів, алгебраїчного та геометричного матеріалу / В. Ю. Ковальчук, О. В. Шаран, О. О. Жигайло. Дрогобич: Видавничий відділ ДДПУ ім. І.Франка, 2016. 88 с.
31. Корчевська О. П., Козак М. В., Робота над математичними задачами в 4 класі. Тернопіль, 2002. 530 с.
32. Костевська Л. Задачі на спільну роботу. Алгебра, 8 клас / Л. Костевська // Математика. – К. : пед. преса, 2005, №10 (310). – С. 14 -25.
33. Кочерга О., Психофізіологічні особливості діяльності мозку людини // Початкова школа. 2005. №6. С. 9-19.
34. Кочина Л. П., Листопад Н. П., Математика 1 клас. К.: Підручники і посібники, 2001. 315 с.
35. Кравчук В. Алгебра: підруч. для 7 кл. загальноовіт. навч. закл / В. Кравчук, М. Підручна, Г. Янченко. Тернопіль, 2005. 223 с.
36. Логачевська С., Диференційоване навчання на уроках математики // Початкова школа. – 2001. №5. С. 22-34.

37. Мали хіна О., Особливості мотивації учіння дітей молодшого шкільного віку // Початкова школа. 2002. №7. С. 12-19.

38. Навчальні програми для загальноосвітніх навчальних закладів. 1 – 4 класи. К. : Видавничий дім «Освіта», 2011. 392 с.

39. Розв'язання задач. Url : [https://uk.wikipedia.org/wiki/Розв'язання\\_задач](https://uk.wikipedia.org/wiki/Розв'язання_задач). (Дата звернення 20.03.2021).

40. Скворцова С. О. Методика навчання розв'язування сюжетних математичних задач у початковій школі: навч.-метод. посібник / С. Скворцова. Одеса: Автограф, 2007. 346 с.

41. Скворцова С. О. Сюжетні задачі, що містять сталу величину: 3-4 класи. / С. О. Скворцова. К.: Редакції газет з дошкільної та початкової освіти, 2013. 128 с.

42. Слепкань З. І. Методика навчання математики: підручник. 2-ге вид., доповн. і переробл. / З. І. Слепкань. К. : Вища шк., 2006. 582 с.

43. Технології навчання в сучасній школі [Електронний ресурс]. – Режим доступу. Url : <http://klasnaocinka.com.ua/ru/article/tekhnologiyi-navchannya-v-suchasniishkoli.html/> (Дата звернення 24.03.2021).

44. Типова освітня програма. 2018. Url : [://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami/navchalni-programi-dlya-pochatkovoyi-shkoli](http://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami/navchalni-programi-dlya-pochatkovoyi-shkoli). (Дата звернення 20.03.2021).

45. Фридман Л. М. Основы проблемологии / Серия: Проблемология. М: Синтег, 2001. 228 с.

46. Чернер С. Досвід організації варіативного і профільного навчання / Завуч. 2012. № 16. С. 5-16.

47. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підр. для учнів 10 кл. з поглибл. вивч. матем. в загальноосвіт. серед. закладах. К.: Освіта, 2000. 411 с.

48. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підр. для учнів 11 кл. з поглибл. вивч. матем. в загальноосвіт. серед. закладах. К.: Освіта, 2000. 363 с.

49. Шукевич Ю. Концепція неперервної економічної освіти / Завуч. 2002. № 16. С. 9-15.

50. ШІСТЬ ЦЕГЛИНОК в освітньому просторі школи. Методичний посібник / Упорядник О. Рома – The LEGO Foundation, 2018. 32 с.

51. Яценко С. Є. Аналіз стану проблеми особистісно зорієнтованого навчання у психолого-педагогічній літературі / С. Є. Яценко, Л. В. Спусканюк Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць. К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2005. №5 (12). С. 45-50.