

Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математика з методикою викладання

Кваліфікаційна робота

бакалаврського рівня

на тему

**“ Методика навчання учнів розв’язувати геометричні
задачі”**

Виконав: студент IV курсу, групи МЕІ- 41
Спеціальності 014 Середня освіта(Математика)
Хільчук Михайло Анатолійович

Керівник: канд. пед. наук, доцент, професор
кафедри математики з МВ
Белешко Дмитро Тимофійович

Рецензент: канд. фіз.- мат. наук професор
кафедри вищої математики
Петрівський Борис Петрович

Рівне-2021 рік

ЗМІСТ

РОЗДІЛ I. АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНОЇ ТА НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ З ГЕОМЕТРІЇ	5
1.1 Аналіз підручників з геометрії основної школи.....	6
1.2 Аналіз навчально-методичної літератури.....	14
РОЗДІЛ II. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОНЯТТЯ «ЗАДАЧА»	18
1.1 Роль задач в навчанні математики.....	18
1.2 Класифікація задач з геометрії.....	23
РОЗДІЛ III. МЕТОДИ І ПРИЙОМИ НАВЧАННЯ РІШЕННЮ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ	33
2.1. Вивчення теоретичного матеріалу, складання опорного конспекту.....	33
2.2. Рішення задач за готовими кресленнями.....	39
2.3. Рішення ключових завдань.....	43
2.4.Рішення стандартних завдань обов'язкового рівня.....	53
ВИСНОВКИ	58
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	59
ДОДАТКИ	64

ВСТУП

Актуальність дослідження. В математичній освіті геометрія є одним з найбільш складних і важливих предметів у шкільному курсі математики. Тема «Площа багатокутника» є найважливішою частиною в математиці, так як нам було необхідно порівнювати різні території, ділянки, знаходити місткість посудин. саме слово «Геометрія» від грецького означає «землемір». Багато в чому завдяки вченим єгиптянам, послужило початком для виведення більшості формул, за допомогою яких можна було визначити практично будь-яку площу багатокутника.

Більше 4 тис. Років тому Вавилоняни вчилися визначати площі різних фігур в квадратних сантиметрах. Але на жаль, практика нам показує, що ступінь засвоєння знань учнів по цій дисципліні залишає бажати кращого. Таким чином, для учнів на іспиті як і раніше завдання геометрії є для нього найбільш важкими. Найчастіше школярі не вміють правильно будувати креслення до геометричних завданням, висувати гіпотези вирішення, доводити їх. Особливо проблеми вивчення геометрії відображаються при підготовці до ЗНО. Погано знаючи планіметрію, в подальшому виникають проблеми з підготовкою до ЄДІ.

У шкільному курсі геометрії основної школи розглядаються геометричні фігури на площині та їх властивості, чималу увагу направлено на вивчення поняття багатокутника, його різних видів і властивостей багатокутників. У 5-6 класах для учнів багатокутник стає учнів об'єктом вивчення елементів алгебри. При цьому учням приділяється увага з зображенням кутів, багатокутників, багатогранників, відрізків. У процесі вивчення теми «Площа багатокутника» вводиться багато нових понять, вивчаються теореми, рішення задач по даній темі вимагає від учнів актуалізації наявних у них теоретичних знань.

Проблема дослідження полягає у виявленні методичних особливостей навчання рішенням геометричних задач.

Об'єкт дослідження: процес навчання геометрії в основній школі.

Предмет дослідження: методичні особливості навчання рішенням геометричних завдань в курсі геометрії основної школи.

Мета дослідження: опрацювати методичну літературу, присвячену даній темі, виявити методичні особливості навчання школярів рішенням геометричних задач в курсі геометрії основної школи і розробити методичні рекомендації з навчання їх вирішення.

Завдання дослідження:

Дослідити наукову та методичну літературу з обраної теми бакалаврської роботи.

- проаналізувати шкільні підручники з даної теми;
- розглянути форми, методи і засоби навчання школярів вирішення геометричних задач;
- виявити методичні рекомендації з навчання школярів вирішення завдань на обчислення;

Методи дослідження: вивчення і аналіз шкільних програм, навчальної літератури та методичних посібників по темі роботи, вивчення досвіду роботи вчителів математики.

Теоретичне значення дослідження полягає в тому, що в ньому виявлені методичні особливості навчання учнів в курсі геометрії основної школи.

Практичне значення дослідження становлять методичні рекомендації з навчання учнів основної школи вирішення завдань на обчислення і відповідний набір завдань ЗНО, які можуть бути використані вчителями математики в практичній діяльності.

РОЗДІЛ І. АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНОЇ ТА НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ З ГЕОМЕТРІЇ

Нами був попередньо проведений і аналіз програми з математики (див. Додаток 1). А також аналіз підручників з математики для 5-6 класів.

1) Н.Я. Виленкін "Математика 5" [12]: в підручнику два розділи "Натуральні числа" і "Дробові числа", кожний містить чотири параграфи. У ньому першим є побудова за допомогою лінійки (Глава 1, §1) є побудова відрізка (далі вже багатокутника). А також вивчається порівняння відрізків за допомогою циркуля. Далі йде вивчення прямої і променя. Наступні побудови розглядаються на початку другого розділу в пункті окружність і коло. А саме побудова кола за допомогою циркуля. В кінці курсу школярі вчаться поводитися з креслярським трикутником (побудови прямого кута).

Н.Я. Виленкин "Математика 6" [13]: в цьому підручнику також два розділи "Звичайні дроби" і "Раціональні числа", кожен містить чотири параграфи. В кінці курсу учні знайомляться з перпендикулярними і паралельними прямими і будують їх за допомогою креслярського трикутника і лінійки.

2) Г.В. Дорофеев "Математика 5" [14]: в даному підручнику першим з побудов за допомогою лінійки є побудова прямої, що проходить через дві дані точки, а також побудова кола за допомогою циркуля. Далі слідує вивчення променя і порівняння відрізків за допомогою циркуля. У наступному розділі розглядається поняття кута і його побудова, в тому числі за допомогою кутника. Третій розділ присвячений вивченню багатокутників, зокрема прямокутників і трикутників.

Г.В. Дорофеев "Математика 6" [15]: в розділі 2 'Прямі та кола' знайомить учнів з перпендикулярними і паралельними прямими, і їх побудовою за допомогою кутника і лінійки. Далі визначаються дотична до кола, концентричні кола, і розглядаються варіанти взаємного розташування прямої та

кола, двох прямих на площині. Пропонуються різні завдання на побудову дотичної до кола; окружності, що стосується двох паралельних прямих; двох кіл. Один з розділів підручника присвячена вивченню симетрії: осьової і центральної. Пропонуються завдання на побудову симетричних фігур, а також на знаходження найкоротшого шляху. Також є розділ, присвячений фігурам на площині, зокрема трикутникам і паралелограмам. У ньому розглядається побудова трикутника за трьома сторонами і пропонуються завдання на побудову різних трикутників (прямокутних, рівнобедрених, гострокутних, тупокутних).

1.1 Аналіз підручників з геометрії основної школи

1) Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов [7]

а) 7 клас: містить чотири розділи. Тема "Завдання на побудову" вивчається в кінці розділу 2 "Трикутники". У цьому параграфі містяться пункти "Коло", "Побудови циркулем і лінійкою" і "Приклади завдань на побудову". Спираючись на те, що учні вміють з 5 і 6 класу виконувати основні побудови за допомогою циркуля і лінійки, в темі розглядаються завдання на побудову такі як: побудова відрізка, рівного даному; побудова кута, рівного даному; побудова бісектриси кута, перпендикулярних прямих і середини відрізка. Схема, за якою вирішуються завдання на побудову, не вводиться. Основна мета глави 2 - відпрацювати навички вирішення найпростіших завдань на побудову за допомогою циркуля і лінійки (див. Додаток 1).

У розділі 3 "Паралельні прямі" розглядається побудова паралельних прямих за допомогою креслярського трикутника і лінійки, а також за допомогою циркуля і лінійки по заданій прямій і точці (в формі завдання).

У розділі 4 "Співвідношення між сторонами і кутами трикутника" розглядається задача про побудову трикутника за двома сторонами і кутом між ними, по стороні і двом прилеглим до неї кутам і за трьома сторонами. Дана глава містить цілий блок завдань на побудову для самостійного рішення, який складається в основному із завдань на побудову різних трикутників по різним елементам.

В кінці 7 класу також є блок завдань на побудову, перед яким описується схема, по якій вирішують завдання на побудову: аналіз, побудова, доказ, дослідження. Наводиться приклад.

б) 8 клас: містить п'ять розділів. У розділі 5 "Чотирикутники" після вивчення багатокутника, паралелограма і трапеції вводиться блок завдань на побудову паралелограма і трапеції з різних елементів. Перед цим ще раз йде повторення схеми рішення задач на побудову. У цьому ж розділі після вивчення прямокутника, ромба і квадрата пропонується вирішити завдання на їх побудову.

У розділі 7 "Подібні трикутники" розглядаються завдання на побудову трикутника, при вирішенні яких застосовується метод подібності (в даному випадку трикутників), в якості практичного застосування подібності трикутників. Також наводиться ряд завдань на побудову трикутників за даними відносин для самостійного рішення. Основна мета глави 7 - сформулювати поняття подібних трикутників, виробити вміння застосовувати ознаки подібності трикутників, сформулювати апарат рішення прямокутних трикутників (див. Додаток 1).

На початку розділу 8 "Коло" в пункті "Дотична до кола" вирішується завдання про проведення дотичної до кола через дану точку. Говориться про те, що вирішення подібних завдань засноване на теоремі (ознаці дотичних). Завдання на побудову (дотичної до окружності, серединного перпендикуляра до відрізка) містить кожен пункт розділу. Основна мета розділу 8 - дати учням систематизовані відомості про кола та її властивості, вписаною і описаною кіл (див. Додаток 1).

В кінці 8 класу в розділі задач підвищеної труднощі зустрічається завдання на побудову рівнобедреної трапеції по основах і діагоналях. А також побудови зустрічаються в задачах на повторення.

в) 9 клас: містить чотири розділи. У розділі 12 "Довжина кола і площа круга" в §1 "Правильні багатокутники" розглядається побудова правильних багатокутників. Пропонується за допомогою циркуля і лінійки вписати в коло

різні правильні багатокутники. Також побудови зустрічаються в задачах не повторення. Основна мета глави 12 - розширити і систематизувати знання учнів про колах і багатокутника (див. Додаток 1).

У розділі 13 "Рух" вивчаються симетрії, поворот і паралельний перенос. В кінці розділу містяться завдання на побудову, рішення яких засноване на вивченому матеріалі. Основна мета розділу 13 - познайомити з поняттям руху на площині: симетрії, паралельним перенесенням, поворотом (див. Додаток 1).

2) А.В. Погорелов [5]

а) 7 клас: містить п'ять параграфів. У §1 "Основні властивості найпростіших геометричних фігур" розглядається, як побудувати паралельні прямі за допомогою косинця і лінійки. В §2 "Суміжні і вертикальні кути" розглядається, як побудувати перпендикулярні прямі за допомогою косинця і лінійки. §5 "Геометричні побудови" містить пункт "Що таке завдання на побудову", де розповідається про креслярських інструментах і про те, що значить вирішити задачу на побудову. Схема рішення не вводиться. У наступних пунктах розглядаються завдання на побудову трикутника з даними сторонами; кута, рівного даному; бісектриси кута; поділ відрізка навпіл; побудова перпендикуляра до прямої. Далі йдуть пункти "Геометричне місце точок", в якому вводиться визначення ГМТ і Теорема про ГМТ, рівновіддалених від двох даних точок; а також "Метод геометричних місць", який розкриває сутність даного методу. В кінці параграфа наводиться ряд завдань на побудову для самостійного рішення. В основному це завдання на побудову трикутника і кола за даними елементам і завдання на ГМТ. Основна мета §5 - вирішувати найпростіші задачі на побудову за допомогою циркуля і лінійки (див. Додаток 1).

б) 8 клас: містить п'ять параграфів. В кінці §6 "Чотирикутники" міститься завдання на побудову четвертого пропорційного відрізка. Також міститься ряд завдань на побудову паралелограма, ромба і трапеції за даними елементам. Основна мета §6 - дати учням систематизовані відомості про чотирикутники та їх властивості (див. Додаток 1). У §9 "Рух" вивчаються геометричні

перетворення: центральна і осьова симетрії, поворот, паралельне перенесення. В кінці параграфа наведені завдання на побудову, рішення яких засноване на методах даних перетворень. Основна мета §9 - познайомити учнів з прикладами геометричних перетворень (див. Додаток 1).

в) 9 клас: в §11 "Подібність фігур" вивчаються геометричні перетворення: подібність і гомотетія. В кінці параграфа наведені завдання на побудову, рішення яких засноване на методах даних перетворень. Основна мета §11 - засвоїти ознаки подібності трикутників і відпрацювати навички їх застосування (див. Додаток 1). У §13 "Багатокутники" розглядаються побудови деяких правильних багатокутників. В кінці є пара завдань: вписати в коло n -кутник і описати близько окружності правильний n -кутник. Основна мета §13 - розширити і систематизувати відомості про багатокутники і кіл (див. Додаток 1).

3) А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.І. Рижик [6]

а) 7 клас: містить три розділи. У розділі 1 "Початок геометрії" в §5 "Коло і круг" міститься пункт "Побудови циркулем і лінійкою", в якому розповідається про креслярські інструменти, за допомогою яких виконуються завдання на побудову. Тут же наводиться завдання на побудову трикутника, сторони якого рівні сторонам даного трикутника. Наводиться побудова, доказ і дослідження, але на загальній схемі увага не загострюється. §6 "Кути" містить пункт "Побудова кута, рівного даному, циркулем і лінійкою". Для самостійного вирішення завдань немає. У §7 "Дії над кутами" розглядається задача на побудову бісектриси кута, яка вирішує ще два завдання: в даній точці прямої провести перпендикуляр до неї, побудувати прямий кут. Також параграф містить пункт "Завдання про поділ кута на рівні частини циркулем і лінійкою". Основна мета розділу 1 - розповісти про завдання систематичного курсу геометрії і закласти основу для його побудови (див. Додаток 1).

У розділі 2 "Трикутники" в §10 "Ознаки рівності трикутників" розглядається задача про побудову трикутника за двома сторонами і кутом між ними. У §11 "Серединний перпендикуляр" першими пунктами йдуть завдання

про розподіл відрізка навпіл і про побудову перпендикуляра до даної прямої через дану точку, що не лежить на даній прямій. В кінці параграфа міститься кілька завдань на побудову. Основна мета глави 2 - розвинути навички рішення задач на побудову за допомогою циркуля і лінійки, почати знайомство з симетрії фігур (див. Додаток 1).

У розділі 3 "Паралельність" в §13 "Паралельні прямі" вивчається, як будувати паралельні прямі за допомогою косинця і лінійки. У §14 "Аксиома паралельності" розглядається задача про побудову трикутника за стороною і двома прилеглими до неї кутам.

б) 8 клас: містить три розділи. У розділі 5 "Метричні співвідношення в трикутнику" в § "Застосування теореми Піфагора" міститься пункт "Геометричне місце точок", де пояснюється, що означає, коли про фігуру говорять, що вона є ГМТ, що володіють даними властивістю. Також наводяться приклади, яким ГМТ є бісектриса і серединний перпендикуляр. Параграф містить такі завдання як, наприклад, знайти ГМТ, рівновіддалених від прямої на дану відстань; знайти ГМТ, рівновіддалених від двох даних прямих.

в) 9 клас: містить два розділи. У розділі 7 "Багатокутники і окружності" в задачах для самостійного рішення до §31 "Хорди і дотичні" містяться завдання на знаходження ГМТ, з яких даний відрізок видно під даним кутом; задача на побудову дотичної до кола з даної точки, загальною дотичній до двох кіл. §33 "Правильні багатокутники" містить пункт "Побудова правильних багатокутників" за допомогою циркуля і лінійки. Також в ньому розповідається про те, що циркулем і лінійкою можуть бути побудовані не всі правильні n -кутники, а тільки ті, у яких n має певне розкладання. Пропонується вирішити завдання: вписати в коло різні правильні n -кутники. У §35 "Площа круга" розповідається про нерозв'язну задачу про квадратуру кола.

У розділі 8 "Інші методи геометрії" в §36 "Метод координат" міститься пункт "Коло Аполлонія", де рішення задачі про ГМТ, ставлення відстаней від яких до двох даних точок є постійна величина. У §40 "Види рухів" розглядаються "Метод паралельного переносу", "Метод симетрії" і "Метод

повороту". Наводяться приклади завдань на побудову, рішення яких засноване на даних методах. У завданнях для самостійного рішення до §40 містяться завдання на відпрацювання вивчених методів, в тому числі завдання на побудову трапеції і трикутника за даними елементами. У §42 "Подібність" розглядається "Метод подібності". Як приклад наводиться завдання на побудову четвертого пропорційного відрізка. У завданнях для самостійного рішення до §42 містяться завдання на відпрацювання вивченого методу, в тому числі завдання на побудову прямокутного трикутника по відношенню катетів до гіпотенузи і по відношенню катетів до периметру. А також завдання: побудувати квадрат, вписаний в трикутник, ромб, сегмент; побудувати сегмент, вписаний в рівносторонній трикутник, квадрат, коло. Основна мета глави 8 - познайомити учнів з методами, які були відсутні в класичній елементарній геометрії, але грають в сучасній геометрії провідну роль: методом координат, векторним методом, методом перетворень (див. Додаток 1).

4) А.П. Кисельов, Н.А. Рибкін [8]

Підручник містить п'ять розділів і збірник задач з геометрії.

У розділі 1 "Пряма лінія" в §1 "Кути" розглядається побудова перпендикулярних прямих за допомогою косинця і лінійки. §3 "Трикутники" містить пункт "Геометричне місце", де дається визначення ГМТ, і наводяться приклади: що є ГМТ серединного перпендикуляра і бісектриси. Далі слідує § 4 "Основні завдання на побудову", де розглядаються завдання на побудову трикутника за трьома його сторонами; кута, рівного даному; бісектриси кута; перпендикуляра до прямої з даної точки, що лежить і не лежить на прямій; серединного перпендикуляра. Після розглянутих завдань наводиться схема вирішення завдань на побудову: аналіз, побудова, доказ, дослідження. В кінці §4 є блок завдань на побудову для самостійного рішення, який містить завдання на побудову суми, різниці кутів; поділ кута на n частин; побудова різних трикутників по різним елементам; поділ даного відрізка на n рівних частин; завдання на знаходження ГМТ, рівновіддалених від двох даних точок, від трьох вершин трикутника, від трьох сторін трикутника і т.д. У §5 "Паралельні прямі"

розглядається побудова паралельних прямих за допомогою косинця і лінійки. §6 "Паралелограми і трапеції" містить пункт "Завдання на побудову", в якому розглядаються методи паралельного перенесення, симетрії і приклади завдань. Також учням пропонується самостійно вирішити завдання на побудову трапецій, чотирикутників і трикутників за різними даними елементами, ґрунтуючись на вивчених методах. В кінці глави 1 є ряд завдань на знаходження ГМТ і блок завдань на побудову.

У розділі 3 "Подібні фігури" в §4 "Подоба фігур довільного виду" є пункт "Завдання на побудову", в якому розглядається метод подібності, але завдань на застосування методу даний пункт не містить. У §5 "Деякі теореми про пропорційні відрізки" розглядається задача про побудову четвертого пропорційного відрізка. У §6 "Метричні співвідношення між елементами трикутника і деяких інших фігур" розглядається задача про побудову відрізка, середнього пропорційного між двома даними відрізками. §8 "Тригонометричні функції гострого кута" містить пункт "Побудова кута за заданою величиною однієї з його тригонометричних функцій". У §9 "Поняття про програму алгебри до геометрії" розглядається задача про поділ відрізка в середньому і крайньому відношенні, а потім йде пункт "Алгебраїчний спосіб вирішення геометричних завдань", який розкриває алгебраїчний метод вирішення завдань на побудову. Наступним пунктом йде "Побудова найпростіших формул" за допомогою циркуля і лінійки. В кінці глави 3 міститься ряд завдань на знаходження ГМТ і блок завдань на побудову.

У розділі 4 "Правильні багатокутники" в §1 "Правильні багатокутники" розглядається задача: вписати в дане коло правильний десятикутник і визначити його сторону в залежності від радіуса. Також далі в пункті "На скільки рівних частин можна ділити коло за допомогою циркуля і лінійки?", в якому дається вказівка, як розділити окружність на певну рівну кількість частин (і вписати в коло правильні багатокутники з таким числом сторін).

У розділі 5 "Вимірювання площ" в §1 "Площі многокутників" розглядаються завдання на побудову трикутника (квадрата), рівновеликого

даному; квадрата, площа якого дорівнює сумі (різниці) площ двох даних квадратів; площа якого відноситься до площі даного квадрата, як m : n ; розділити даний трикутник на m рівновеликих частин прямими, паралельними його стороні. В §2 "Площа круга та його частин" наводиться пункт, в якому розповідається про нерозв'язну задачу про квадратуру кола. В кінці глави 5 міститься блок завдань на побудову.

У збірнику завдань також є завдання на побудову.

Висновок: У підручниках для 5-6 класів завдання на побудову практично не розглядаються як самостійні. Найчастіше це завдання на побудову фігур по заданих розмірах. Відсоток завдань на побудову з усіх геометричних завдань: 5 клас - 39%, 6 клас - 34%. В цілому картина здається досить втішною. Однак якщо врахувати, що сам по собі геометричний матеріал в підручниках не перевищує 13-16% від всього змісту підручника, то зазначений відсоток завдань на побудову падає до 4-6% [3].

У всіх підручниках з геометрії для 7-9 класу завдання на побудову розглядаються як самостійні в кінці 7 класу. Здійснюються такі елементарні побудови: поділ відрізка навпіл; відкладання кута, рівного даному; побудова бісектриси кута; побудова перпендикуляра до прямої з даної точки, що не лежить на цій прямій. В якості методу вирішення завдань на побудову в підручниках (крім підручника [7]) розглядається метод геометричного місця точок. Схема рішення наводиться в підручниках [7], [8]. У підручнику [6] схема наводиться без аналізу. У підручнику [5] її немає.

У 8-9 класах зустрічаються завдання на побудову фігур по деяким заданим елементам. Довільні трикутники і чотирикутники будуються по сторонам і кутках. Чотирикутники особливих видів (ромби, квадрати, прямокутники) - по сторонам і діагоналях. Розглядаються прийоми описування і вписування кіл в трикутники і чотирикутники.

Алгебраїчний метод вирішення завдань на побудову наводиться тільки в підручнику [8]. У підручнику [6] розповідається про трисекції кута, квадратуру кола, кола Аполлонія.

Розглядаючи підручники, можна відзначити, що в них досить високий відсоток завдань на побудову в 7 класі, причому розглядаються стандартні та елементарні завдання на побудову. Однак до 9 класу відсоток геометричних завдань на побудову різко падає. Може бути, що ситуація обумовлена тим, що до 9 класу у всіх школярів вже розвинене логічне та просторове мислення, сформовані графічні вміння і навички, вони легко і вірно читають будь-яке креслення, легко будують будь-яке потрібне креслення по тексту завдання? На жаль, ситуація зовсім не така. Так як завдання на побудову складають базу для роботи, що розвиває навички побудови фігур, що сприяє формуванню вміння читати і розуміти креслення, встановлювати зв'язки між його частинами, то недостатність цієї системи обумовлює поганий розвиток просторового і логічного мислення учня, низький рівень його графічної культури. Ці недоліки не дозволяють учневі ефективно вивчати ті розділи математики, де самостійно зроблена і добре зрозуміла графічна інтерпретація є тим самим "променем світла в темному царстві", якого так іноді не вистачає школяреві при вивченні математики.

1.2 Аналіз навчально-методичної літератури

1) І.Ф. Шаригін "Завдання по геометрії" [28]

Книга, що складається з двох частин, включає понад 600 завдань по планіметрії. Друга частина містить параграф, присвячений темі геометричних місць точок. Завдань пропонується трохи, вони досить складні, призначені по більшій мірі для спеціалізованих класів, для студентів. Завдання супроводжуються вказівками і докладними рішеннями. У деяких інших параграфах другій частині, таких як, наприклад, "Трикутник" і "Кола і дотичні", також зустрічаються завдання на знаходження геометричного місця точок.

2) В.В. Прасолов "Завдання з планіметрії (в двох частинах)" [22] [23]

До цієї збірки включені нестандартні геометричні задачі кілька підвищеного в порівнянні зі шкільними знаннями рівня. Для всіх завдань додаються рішення. Книга складається з двох частин. Перша містить класичні

теми планіметрії, друга - геометричні перетворення та завдання на олімпіадну і гурткову тематику.

Всього 29 глав. За основу класифікації завдань прийняті методи вирішення геометричних задач. Одна з глав присвячена методу ГМТ, яка містить достатню кількість задач на побудову різного рівня складності, в яких застосовується даний метод. Застосовуються як основні ГМТ, так і більш складні.

Є розділ, присвячений геометричним побудовам трикутників, чотирикутників, кіл за допомогою різних методів, включає в себе різноманітний набір завдань на побудову. Крім того, в цьому розділі розглядаються побудови за допомогою однієї лінійки, однією двосторонньою лінійкою, за допомогою одного прямого кута. Також тут наводяться незвичайні побудови (наприклад, розподіл кута на n рівних частин).

Є окремі розділи, присвячені методам паралельного перенесення, центральної симетрії, осьової симетрії, повороту, гомотетії, в яких також добре відображена суть методів і міститься хороший набір завдань різного рівня на застосування кожного методу. Даються основні поняття до кожної чолі.

3) Я.П. Понарін "Елементарна геометрія (в двох томах)" [20] [21]

Книга призначена для більш поглибленого вивчення елементарної геометрії. Для учнів шкіл, ліцеїв, гімназій з математичною спеціалізацією і студентів. Перший том присвячений планіметрії і перетворенням площині, другий - стереометрії і перетворенням простору.

В даному посібнику приділено багато уваги методу геометричних перетворень, в зв'язку з тим, що чисто геометричні методи останнім часом відходять на другий план і даний метод до сих пір не знайшов свого місця в шкільному курсі геометрії. Як пише автор, його намагалися вивчати з самого початку, розтягнувши на всю восьмирічну школу. Тепер передбачається зайнятися їм в кінці вивчення планіметрії. Але як і раніше учні не володіють нею навіть на початковому рівні. У книзі розширено матеріал шкільних підручників, додані багато геометричних фактів. Теорія геометричних побудов

винесена за рамки допомоги. У систематичному вигляді викладено теоретичний і задачний матеріал за методом геометричних перетворень площини. Він дозволяє оригінально і красиво вирішувати багато геометричних завдань. Більшу частину допомоги складають завдання різного ступеня складності, до більшості з них надано відповіді або стислі вказівки.

Перший том містить дві частини. Друга частина присвячена перетворенням площини. Зокрема дві перші її глави описують рух площини і методи вирішення завдань на побудову (центральна симетрія, осьова симетрія, паралельний перенос, поворот, подібність).

Другий том також містить дві частини. У першій частині четверта глава присвячена ГМТ. Тут розглядаються різні ГМТ площині, а також ГМТ простору: різниця квадратів відстаней, сума квадратів відстаней, сфера Аполлонія. Застосування методу ГМТ для вирішення стереометричних задач. Друга частина присвячена перетворенням простору аналогічно другій частині першого тому. Дві перші її глави описують рух простору і методи вирішення завдань на побудову (центральна симетрія, осьова симетрія, паралельний перенос, поворот, подоба).

У книзі окремо не виділяється застосування методу ГМТ для планіметричних задач, а також не розглянутий алгебраїчний метод.

4) І.І. Александров "Збірник геометричних задач на побудову з рішеннями" [1]

Книга налічує понад 600 завдань на побудову, що представляє учням і викладачам величезний вибір. В основному книга присвячена вирішенню завдань на побудову за допомогою циркуля і лінійки, але останній розділ присвячений вирішенню завдань одним циркулем, двосторонньою лінійкою, прямого або гострого кута, односторонньої лінійкою із застосуванням допоміжної окружності Штейнера.

Збірник можна розділити на три частини, які включають:

- основні побудови;
- завдання, привчаючі до побудов;

- завдання на різні методи вирішення (метод ГМТ, метод геометричних перетворень, алгебраїчний метод).

Представлений дуже хороший набір завдань різного ступеня складності, на застосування різних методів, і наведені рішення. Кожен метод докладно описаний, наведені приклади. Також в книзі розглянута тема: "Застосування тригонометрії до вирішення геометричних задач на побудову".

Висновок: У всіх книгах досить добре розглянуті ті чи інші методи вирішення завдань, наведені рішення задач. У книзі [28] представлені завдання тільки на метод ГМТ. Збірники [22], [23] містять окремі розділи, присвячені різним методам (крім алгебраїчного). Включені в них завдання мають кілька підвищених в порівнянні зі шкільними знаннями рівень. Найбільш оптимальним з розглянутих книг, на нашу думку, є збірник [1], він містить багато завдань на застосування різних методів. Причому тільки в ньому розглядається алгебраїчний метод. Крім того, досить хорошими книгами є посібники [20], [21]. У них найкращим чином представлена тема геометричних перетворень і тільки тут розглядається ГМТ простору.

РОЗДІЛ II. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОНЯТТЯ «ЗАДАЧА».

Що таке геометрична задача?

Рішення задач - це робота дещо незвичайна, а саме розумова робота. Для того, щоб навчити учнів розв'язувати задачі, треба допомогти їм розібратися в тому, що собою вони представляють, як вони влаштовані, з яких складових частин вони складаються, які інструменти, за допомогою яких проводиться рішення задач.

Що ж таке завдання? За Л.М. Фрідманом завдання - це вимога або питання, на яке потрібно знайти відповідь, спираючись і з огляду на ті умови, які вказані в завданні.

Геометрична задача - це ситуація, що вимагає від учнів розумових і практичних дій. Хоча способи вирішення традиційних завдань добре відомі, але організація діяльності учнів за вирішенням завдань є однією з умов забезпечення глибоких і міцних знань в учнів.

Вирішити геометричну задачу - це означає знайти таку послідовність загальних положень математики (визначень, аксіом, теорем, правил, законів, формул), застосовуючи які до умов задачі або до їх наслідків (проміжними результатами рішення), отримуємо те, що потрібно в задачі, - її відповідь.

1.2. Роль задач в навчанні математики

При навчанні математики задачі мають освітнє, практичне, виховне значення.

Освітнє значення математичних задач. Вирішуючи математичну задачу, учень пізнає багато нового: знайомиться з новою ситуацією, описаною в завданні, із застосуванням математичної теорії до її вирішення, пізнає новий метод вирішення або нові теоретичні розділи математики, необхідні для вирішення завдання, і т.д. Іншими словами, при вирішенні математичних завдань учні набувають математичні знання, підвищують свою математичну освіту. При оволодінні методом вирішення певного класу задач у учня формується вміння вирішувати такі завдання, а при достатньому тренуванні - і навик, що теж підвищує рівень математичної освіти.

Практичне значення математичних задач. При вирішенні математичних завдань учень навчається застосовувати математичні знання до практичних потреб, готується до практичної діяльності в майбутньому, до вирішення завдань, висунутих практикою, повсякденним життям. Майже у всіх конструкторських розрахунках доводиться вирішувати математичні завдання, виходячи з запитів практики. Дослідження і опис процесів і їх властивостей неможливо без залучення математичного апарату, тобто без рішення математичних задач.

Виховне значення математичних задач. Перш за все, завдання виховує своєю фабулою, текстовим змістом. Тому фабула в багатьох математичних задачах істотно змінюється в різні періоди розвитку суспільства. Але виховує не тільки фабула завдання, виховує весь процес навчання розв'язання математичних задач. Правильно поставлене навчання розв'язання математичних задач виховує в учнів чесність і правдивість, наполегливість і подолання труднощів, повагу до праці своїх товаришів.

Вони розвивають логічне і алгоритмічне мислення учнів, виробляють практичні навички застосування математики, формують діалектико-матеріалістичний світогляд, є основним засобом розвитку просторової уяви, а також евристичного і творчого починань.

При навчанні теоретичних знанням завдання сприяють мотивації введення понять, виявлення їх істотних властивостей, засвоєнню математичної символіки і термінології, розкривають взаємозв'язки одного поняття з іншими.

У процесі вивчення теореми завдання виконують такі функції: сприяють мотивації її введення; виявляють закономірності, відбиті в теоремі; допомагають засвоєнню змісту теореми; забезпечують сприйняття ідеї доказу, розкривають прийоми доказу; навчають застосування теореми; розкривають взаємозв'язки досліджуваної теореми з іншими теоремами.

Процес навчання, що є складовою частиною цілісного педагогічного процесу, в сучасній школі повинен бути спрямований на формування всебічно та гармонійно розвиненої особистості.

Узагальнений досвід навчання школярів основам наук, зокрема математики, показує, що для забезпечення єдиного підходу до учнів, до вибору методів і засобів навчальної роботи вчитель повинен дотримуватися положень, що носять універсальний характер.

У зв'язку з цим в дидактиці розроблені принципи, які розглядаються як головні вимоги до організації процесу навчання, його змісту, форм і методів.

У методичній літературі виділяється наступна система загальних принципів дидактики:

- науковості;
- свідомості, активності, самостійності;
- систематичності і послідовності;
- доступності;
- наочності;
- індивідуального підходу;
- міцності знань.

Але якщо розглядати методику навчання математики, то серед приватних дидактичних принципів слід виділити принцип навчання через задачі.

Ідея використання цього принципу не нова. Ще в кінці 19 століття відомий російський методист С.І. Шохор-Троцький виступив як винахідник «методи доцільних задач». Під цією «методою» він розумів побудову курсу математики з систематично підібраних завдань. У 1908р. в Москві вийшла його книга, присвячена цій проблемі, «Геометрія на завданнях». Засвоєння математики, на думку Шохор-Троцького, має відбуватися не за допомогою зазубрювання книжкових істин або пояснень вчителя, а за допомогою більш-менш самостійної роботи учня над майстерно підібраними завданнями.

Практичного застосування ідеї С.І. Шохор-Троцького в той час не отримали, але зараз ця тема дуже актуальна: необхідно підвищувати ефективність уроків математики, домагатися розвитку пізнавальних інтересів учнів, сприяти набуттю ними навичок самоосвіти.

Усвідомлене використання на уроках принципу навчання через задачі можливо тільки тоді, коли вчитель чітко уявляє значення і роль задач у процесі навчання, розвитку, виховання, оскільки ці процеси взаємопов'язані між собою. Необхідно знати різні методи вирішення завдань, способи організації навчання розв'язання математичних задач. Як приклад можна навести досвід передових педагогів, який в більшості своїй носить елементи проблемного навчання і підтверджує тісний взаємозв'язок проблемності уроку і принципу навчання через задачі.

Разом з тим слід мати на увазі, що дидактичні принципи, висловлюючи певні закономірності навчання, не є раз і назавжди встановленими. Вони постійно поглиблюються, видозмінюються, відповідно до завдань, які ставить перед школою сучасне суспільство.

Дана робота є спробою проаналізувати використання принципу навчання через задачі в процесі викладання геометрії.

Приблизно половина уроків математики в середній школі відводиться на вирішення завдань. Таким чином, навчання математики, зокрема геометрії, здійснюється і при вирішенні завдань. Навчаючи, ми переслідуюмо три основні цілі: знати, розуміти, вміти застосовувати. Навчання математики неможливо розділити на теорію і практику: вирішуючи завдання, ми засвоюємо теорію. Помиляються і ті, хто вважає рішення задач самостійною метою: завдання це засіб навчання, мета не у відповіді, а в процесі рішення. Виділимо і розглянемо кілька видів завдань, умовно класифікувавши їх по дидактичним цілям, поставленим перед цими завданнями.

1. Завдання і оволодіння математичними символами.

За допомогою завдань можна домогтися більш усвідомленого оволодіння математичними символами. Адже однією з цілей навчання математики є освоєння математичної мови, а отже і математичної символіки. На початкових етапах вивчення геометрії це особливо важливо, тому що необхідно навчити школярів правильного вживання геометричних символів. Навчаємо, розкриваючи роль і призначення символів при вирішенні завдань.

Правильне застосування символіки під час запису рішень і умов завдань має істотне значення в навчанні школярів використовувати її.

Часто символічний запис використовується при формулюванні короткого запису умови завдання. Символічний запис акцентує увагу учнів на важливих моментах умови завдання, дозволяє перевести його текст на математичну мову. Необхідно стежити за грамотністю застосування символів.

2. Завдання, що передують вивченню нового матеріалу.

Вивчення теорії - один з найбільш важких, з методичної точки зору, питань викладання математики. Справа в тому, що звичайна методика пояснення нового теоретичного матеріалу має суттєві недоліки, пов'язані перш за все з пасивністю учнів, діяльність яких часто зводиться до слухання вчителя і переписування з дошки. Підвищити активність учнів при вивченні теорії можна спробувати за допомогою спеціально підібраних завдань. Такі завдання повинні готувати учнів до доведення теорем, актуалізувати вже пройдений, але необхідний для засвоєння нового, матеріал.

Наприклад, при організації засвоєння теорем завдання грають не останню роль.

Важливими моментами в роботі з теоремою є:

- 1) ознайомлення з фактом, відбитим в теоремі;
- 2) засвоєння формулювання теореми;
- 3) ознайомлення з методом докази;
- 4) доказ теореми;
- 5) застосування теореми.

Кожен з цих етапів може бути здійснений за допомогою завдань.

Наприклад, теорема:

У будь-якому трикутнику проти більшої сторони, лежить більший кут.

Етап знайомства з формулюванням теореми можна здійснити за допомогою виконання завдань на побудову трикутників, вимірювання величин їх кутів і довжин сторін. А потім співвіднесення залежності між сторонами трикутників і величинами протилежних їм кутів. завдання:

Виміряти за допомогою транспортира і лінійки кути і сторони даних трикутників. Записати отримані значення. Яка залежність існує між довжинами сторін і величинами протилежних їм кутів даних трикутників?

З метою полегшення запам'ятовування громіздких формулювань доцільно поелементне засвоєння змісту формулювання теореми. Для цього формулювання «розбиваємо» на окремі частини, після чого кожна з частин відпрацьовується при виконанні завдань. Наприклад, теорема:

Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і куту між ними іншого трикутника, то такі трикутники рівні.

Розбиваємо формулювання на частини:

Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і куту між ними іншого трикутника,

то такі трикутники рівні.

Слід зазначити і такий факт: підготовчі завдання особливо корисні в тих випадках, коли при вивченні нового матеріалу використовуються незвичні для учнів міркування, якими «з ходу» опанувати досить важко. А підготовчі завдання дозволяють сформувати в учнів деякий досвід в проведенні таких міркувань і тим самим полегшити засвоєння теорем.

Про завдання можна говорити довго, цінність їх на уроках геометрії велика, особливо якщо система завдань підібрана правильно відповідно до мети і завдань уроку. За допомогою завдань можна, наприклад, проілюструвати додаток вивченого матеріалу, проконтролювати рівень засвоєння теорії.

Математика має істотну перевагу перед іншими шкільними предметами в тому, що вона за допомогою завдань на кожному уроці може стосуватися найрізноманітніших явищ природи і навколишнього життя, що дозволяє розширювати інтереси учнів.

1.2 Класифікація задач з геометрії

У сучасній методичній і психологічній літературі прийнята класифікація завдань.

За характером вимоги:

- задачі на доведення;
- задачі на побудову;
- задачі на обчислення.

Задачі на доведення

Практично на кожному уроку геометрії старшокласники стикаються з геометричними завданнями на доказ. Проте більшість школярів щиро вважають завдання такого типу є завданнями підвищеної складності. Це легко пояснити. Для вирішення геометричних завдань на доведення необхідно добре засвоїти велику кількість матеріалу (визначень, аксіом, теорем) з курсу геометрії.

Без осмислення логічної структури курсу (а це вимагає спеціально організованої праці) часто просто неможливо згадати потрібні в даний момент відомості, вони губляться серед великої кількості подібної інформації.

Іноді учень точно знає, що завдання дане на застосування певної теореми (наприклад, завдання розміщене в підручнику після викладу теореми Піфагора). Але з чого почати рішення, в якому порядку вибудовувати доказові аргументи? Без проведення аналізу умови задачі, без побудови на його основі плану докази відповісти на питання «Що робити? З чого почати рішення? В якому напрямку рухатися?» важко. Це можливо тільки в разі добре знайомого типу завдання.

Ускладнює роботу по доведенню і погане знання спеціальних прийомів, що застосовуються при вирішенні геометричних задач. Розглянемо зазначені напрямки докладніше.

Засвоєння і переосмислення теоретичних положень курсу геометрії допоможе самостійне складання короткого довідника по всьому шкільному курсу геометрії. Це дозволить «сприйняти» структуру курсу, так як Ви змушені будете розносити різні судження в той чи інший розділ довідника, а також спростить запам'ятовування основних положень курсу підготовки до ЄДІ.

Поговоримо трохи про аналіз умови задачі. Взагалі, під аналізом (від грец. Analysis - розкладання) розуміють поділ об'єкта розгляду на складові частини і вивчення властивостей цих частин окремо. Але стосовно до роботи зі складання плану виконання завдання можна обмежити розуміння аналізу наступним:

1. в процесі аналізу умови задачі виділяються об'єкти, дані в умови, і їх властивості, актуальні для даного завдання;
2. виділяються шукані об'єкти;
3. встановлюються причинно-наслідкові зв'язки між даними і шуканими об'єктами, причому:
 - а) якщо, встановлюючи зв'язок, ми відповідаємо на питання типу: «Знаючи факт А з умови, я можу відповісти на питання про факт В, раніше мені невідомому ...», то проводиться спадний аналіз - від даних в умови до шуканим даними;
 - б) якщо, встановлюючи зв'язок, ми відповідаємо на питання типу: «Щоб відповісти на необхідне питання про факт В (питання завдання), треба знати факт А (не згадана в умові, але відоме з курсу геометрії судження) ...», то проводиться висхідний аналіз - від питання завдання до даних умови;
 - в) на практиці частіше використовується комбінований аналіз, одночасний уявний рух по низхідній і висхідній лініях міркувань;
4. відповідно до виявленої зв'язком (див. п. 3) складаємо план доказів і реалізуємо його.

Задачі на побудову

За допомогою лінійки з поділками, циркуля, кутника, транспортира, вам не раз доводилося проводити різні геометричні побудови.

А чи можна обходитися меншою кількістю креслярських інструментів? Виявляється, що в багатьох випадках досить використовувати тільки циркуль і лінійку без поділів. Наприклад, щоб провести бісектрису кута, зовсім не обов'язково мати транспортир, а розділити відрізок навпіл можна і тоді, коли на лінійку не нанесено шкала.

А чи варто в наш час, коли створені точні прилади й досконалі комп'ютерні програми, що дозволяють виконувати найскладніші вимірювання і побудови, обходитися такими мізерними предметами, як циркуль і лінійка? На практиці звичайно немає. Тому, наприклад, конструктори, будівельники, архітектори, дизайнери не обмежують себе у виборі інструментів.

Однак при побудові фігур в геометрії приймають такі правила:

1. усі схеми виконуються тільки за допомогою циркуля і лінійки без поділів;
2. за допомогою лінійки можна через задану точку провести довільну пряму, а також через задані дві точки A і B провести пряму AB ;
3. за допомогою циркуля можна побудувати коло з даними центром і радіусом, рівним заданому відрізку.

Отже, домовимося, що якщо в задачі потрібно побудувати якусь фігуру, то побудова виконується за описаним вище правилам.

Вирішити завдання на побудову - це значить скласти план (алгоритм) побудови фігури; реалізувати план, виконавши побудову; довести, що отримана фігура є шуканою.

Задачі на обчислення

Перш пояснимо, чому саме вони піддаються детальному аналізу. Завдання на доказ, як ми вже сказали, по суті є теоремами. Завдання на побудову вимагають окремого розгляду в темі "Геометричні побудови на площині".

Завдання на обчислення складають основний зміст заданого матеріалу підручників геометрії основної школи. Більш того, завдання на обчислення зазвичай включає в себе елементи побудов, а також доказ деяких геометричних фактів, тобто вони часто значно багатшими за геометричному змістом, ніж інші класи задач.

Введемо робоче поняття завдання на обчислення. Завдання на обчислення - це завдання, в яких потрібно висловити невідомі величини (відрізки, кути,

площі та ін.) Або їх відносини через відомі величини, які можуть бути надані в загальному вигляді або числовими значеннями.

Іноді дані величини виражені буквами і відповідь мають дати в загальному вигляді. Але в більшості завдань дані виражені числами і вирішення їх слід доводити до числа. При вирішенні обчислювальних задач учні користуються тими навичками в перетвореннях формул і обчисленнях, які були отримані ними на уроках математики (арифметики) і алгебри. Тому процес вирішення таких завдань значною мірою зводиться до:

- складання рівнянь, формул;
- алгебраїчним перетворення,
- арифметичним обчислень.

Таким чином, саме ці завдання в найбільшій мірою реалізують предметні зв'язки з арифметикою, алгеброю, в подальшому - тригонометрією.

Геометричні завдання на обчислення мають свої специфічні особливості. Розглянемо їх у контексті основних етапів рішення будь-якої задачі. Нагадаємо ці етапи:

- аналіз умови задачі,
- пошук способу розв'язання задачі, складання плану;
- здійснення плану, оформлення рішення задачі;
- вивчення отриманого рішення.

Охарактеризуємо специфічні особливості першого етапу рішення геометричного завдання на обчислення - роботи з умовою. Основний метод навчання тут - найчастіше метод бесіди. Учитель повинен ретельно відпрацювати систему питань до учнів.

На початку роботи з умовою найчастіше ставиться питання: "Які геометричні фігури розглядаються в задачі?", Виділяється основна фігура.

Після цього корисно попрацювати з вмістом геометричних понять, що входять в умову задачі, її термінологією. Доречні запитання на кшталт:

- Яка фігура називається ...?

- Що значить, що ...? та ін.

Паралельно будується креслення, причому правильне креслення багато в чому визначає хід рішення задачі.

Ми вже розглядали детально вимоги до креслення. Переформулюємо їх в більш простому, зрозумілому учням вигляді, в якому їх можна використовувати на уроці:

- максимально можливу відповідність умові;
- наочність, оптимальні розміри (не тільки на дошці; учителем, особливо на початках, даються і необхідні вказівки з побудови креслень в зошитах);

- розглядаються (і це спеціально обмовляється учителем) геометричні фігури загального вигляду, а не окремі випадки.

Після закінчення побудови креслення на ньому виділяються дані і шукані елементи кольором, позначеннями:

- кути - цифрами і дугами;
- рівні відрізки значками "I", "II", "III";
- прямі кути значком " \angle " і ін.

Іноді на кресленні вказуються дані величини. При цьому основна вимога - не захащувати креслення.

Розкриємо специфічні особливості другого етапу рішення геометричного завдання на обчислення.

Найчастіше використовується аналітичний метод пошуку рішення: міркування ведуться від вимоги завдання до її умові. Тут доречні запитання на кшталт:

- Що треба знайти в задачі?
- А що для цього треба знати?
- В яку фігуру входить ...?
- Що це означає? І так далі.

Синтетичний шлях пошуку рішення задачі (від умови задачі до її вимоги) доречний, якщо не вдається аналіз:

- Розглянемо фігуру ...
- Зробимо додаткові побудови ...
- І тому подібне.

На етапі пошуку рішення визначальну роль відіграє креслення. На ньому шукають фігури, в які входять шукані і дані елементи і таким чином встановлюються співвідношення між ними. Часто виконуються додаткові побудови - тільки необхідні, які не захаращують креслення.

Вчителю дуже важливо ненав'язливо керувати вибором і використанням теорії (визначень, теорем, аксіом). Тут доречні запитання на кшталт:

- Яка геометрична фігура називається ...?
- Сформулюйте визначення ...
- Якими властивостями володіє ...?
- Яке з них пов'язує дані і шукані елементи?
- Як цей зв'язок висловити у вигляді формули, рівняння?

Після цього підбиваються підсумки: із запропонованих варіантів вирішення вибирається найбільш ефективний, намічається загальний (недеталізований) план розв'язання задачі.

III етап - здійснення плану у всіх деталях, оформлення рішення.

При виконанні обчислень виникає питання: в якому вигляді має бути отримана відповідь і проміжні результати? Поступово слід привчати учнів вирішувати завдання в загальному вигляді, підставляючи числові дані в заключну формулу або рівняння, так як іноді при обчисленні проміжних результатів виконується зайва робота (деякі величини, які були знайдені в процесі виконання завдання, можуть не входити в кінцеву формулу).

При оформленні рішення найчастіше практикується покроковий запис рішення з обґрунтуваннями (аналогічне оформлення доведення теорем).

Укладає оформлення відповідь на питання завдання.

Останній етап рішення задачі (дослідження отриманого рішення) в разі геометричного завдання на обчислення передбачає:

- оцінку отриманої відповіді на достовірність.

- перевірку рішення (в окремих випадках).

Приклад методики роботи з завданням на обчислення.

Завдання № 412 . Дано рівнобедрений прямокутний трикутник ABC з прямим кутом C, катетом AC = 12см і квадрат CDEF, такий, що дві його сторони лежать на катетах, а вершина E - на гіпотенузі трикутника. Знайдіть периметр квадрата.

1 етап. Основний метод - питально-відповідний (бесіда).

- Які геометричні фігури розглядаються в задачі? (Рівнобедрений прямокутний трикутник і квадрат).
- З'ясуємо, як вони розташовані щодо один одного. Для цього згадайте, якими властивостями володіє рівнобедрений прямокутний трикутник? (Катети рівні, кут прямий). Квадрат? (Кути прямі і сторони рівні).
- У позначенні квадрата використана буква C, що це значить? (Одна вершина квадрата і вершина прямокутного трикутника з прямим кутом при ній співпадуть в точці C).

2 Етап.

Аналітичний метод пошуку рішення:

- Які величини дані в умові? (Довжина катета трикутника). Що треба знайти в задачі? (Периметр квадрата)
- За якою формулою він розраховується? ($P = 4a$).
- А що для цього треба знати? (Довжину сторони квадрата).
- Частиною яких елементів трикутника є сторони квадрата? (Частиною сторін).
- Чи можна візуально припустити, як пов'язані сторони трикутника і сторони квадрата? (Мабуть, рівні половині боку). Якби нам вдалося це довести, змогли б ми відповісти на питання завдання? (Так. б помножити на 4).
- Отже, треба спробувати довести, що сторона трикутника дорівнює по довжині двом сторонам квадрата. Одна сторона квадрата безпосередньо є частиною боку трикутника. Значить потрібно довести, що решта FB дорівнює стороні квадрата.

- До складу якої фігури входить відрізок FB? (DEFB). Може бути, можна візуально знайти рівний йому трикутник, до складу якого входить сторона квадрата? (DADE, сторона DE).

- Отже, потрібно довести рівність трикутників. Що ми можемо сказати про вид трикутників? (Вони прямокутні). Які ознаки рівності прямокутних трикутників знаємо? Які рівні елементи є в трикутниках? (Два кута відповідно рівні і два катета як сторони квадрата).

- Який можна висновок зробити, спираючись на ознака рівності? (Трикутники рівні).

- Що з цього випливає? ($DE = FB$).

- Чим дорівнює довжина сторони трикутника? (Сумі довжин сторін квадрата $CB = CF + DE = 2CF$).

- Чому дорівнює довжина сторони квадрата з цього виразу? (Половині довжини сторони трикутника).

- Знаючи довжину сторони трикутника, зможемо знайти сторону квадрата? Периметр?

Намічається спільний план вирішення завдання.

1. Довести, що трикутники DEFB і DADE - прямокутні і обґрунтувати їх рівність.

2. Зробити висновок про рівність відрізків DE і FB.

3. Знайти довжину сторони квадрата.

4. Знайти периметр квадрата.

3 етап - здійснення плану у всіх деталях, оформлення рішення.

Рішення

1. DEFB і DADE - прямокутні (при їх вершинах D і F кути є суміжними з кутами квадрата, тоді їх величина по 90°).

2. DEFB = DADE (по катету і гострому куту): $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$ як кути при основі рівнобедреного трикутника, $DE = EF$ як сторони квадрата.

3. $DE = FB$ з рівності трикутників, тоді $CB = CF + FB = CF + DE = 2CF$. Звідки $CF = 1 / 2CB = 6\text{см}$.

4. $P = 6 \times 4 = 24$ (см).

Відповідь. 24см.

4 етап. Дослідження. Оцінка отриманої відповіді на достовірність:
периметр виражається позитивним числом, в нашому випадку - вірно.

За функціональним призначенням:

- завдання з дидактичними функціями;
- завдання з пізнавальними функціями;
- завдання з розвиваючими функціями.

За величиною проблемності:

- стандартні;
- навчальні;
- пошукові;
- ключові;
- проблемні.

За методами вирішення:

- завдання на геометричні перетворення;
- завдання на вектори і ін.

За кількістю об'єктів в умові завдання і зв'язків між ними:

- прості;
- складні.

За компонентами навчальної діяльності:

- організаційно-дієві;
- стимулюючі;
- контрольні-оціночні.

Крім того, розрізняють завдання: стандартні і нестандартні; теоретичні і практичні; усні і письмові; однокрокові, двокрокові і ін .; усні, напівусні, письмові і т.д.

РОЗДІЛ III. МЕТОДИ І ПРИЙОМИ НАВЧАННЯ РІШЕННЮ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

Умовно процес навчання учнів рішенням геометричних задач можна розділити на наступні основні етапи:

2.1. Вивчення теоретичного матеріалу, складання опорного конспекту

Кожен викладач стурбований тим, щоб поданий учням матеріал легко сприймався і швидко запам'ятовувався. В рамках вирішення цієї проблеми можна застосовувати метод складання опорних схем і таблиць. Представлений в такій формі теоретичний матеріал стає більш доступним, зрозумілим і зручним для запам'ятовування, так як обсяг інформації зводиться до мінімуму. Опорні конспекти виконують в навчальній роботі наступні оперативні функції:

1. Забезпечують логічно-послідовне розкриття теми.
2. Здійснюють зворотний зв'язок на етапі первинного пояснення матеріалу.
3. Спрощують і прискорюють процес підготовки учнів до уроку.
4. Дозволяють збільшити обсяг досліджуваного на уроці матеріалу.
5. Дають можливість вийти за рамки підручника і програми.
6. Знімають проблему накопичення оцінок.
7. Привчають дітей до художньої образності до графічного моделювання.

Навчальний процес при використанні опорних конспектів будується наступним чином:

- Матеріал теми ділиться на великі блоки, які мають смислову і логічну завершеність, по кожному блоку складається опорний конспект.
- Опорний конспект являє собою лист з малюнками, формулами, окремими фразами і словами, в яких закодована певна інформація.

- Необхідність конспектів обумовлена тим, що в кожному класі займаються учні з різними здібностями, з різним темпом засвоєння матеріалу, що вивчається. Схеми опор можуть бути різними, але загальний принцип такий: «щоб навіть слабкий учень міг відповідати біля дошки досить вільно, не затримувати і не збивати темп уроку, перед ним повинна бути опора.
- Опорний конспект - це не наочний посібник у вигляді таблиць, а справжня нитка Аріадни оповідання, правила і способи вирішення завдань. Слабкі учні користуються опорою довше, ніж сильні, але ця різниця в класі непомітна, всі відповідають впевнено і заслужено отримують хороші оцінки.
- Опорні конспекти сприяють кращому засвоєнню матеріалу, тому що конспект дозволяє глибше розібратися в досліджуваному матеріалі, легше запам'ятати матеріал, грамотно і точно викладати матеріал у відповідях, систематизувати отримані знання.
- Використання опорних конспектів дозволяє вчителю наочно уявити весь досліджуваний матеріал учням і сконцентрувати їх увагу на найбільш важких місцях, багаторазово повторювати вивчене, провести оперативний контроль засвоєння матеріалу, залучити до контролю знань батьків.
- Багаторазове повторення з включенням трьох видів пам'яті - зорової, слухової і моторної призводить до міцному засвоєнню учнями матеріалу, що вивчається.

Використання опорних конспектів дозволяє вчителю наочно пояснити весь вивчений матеріал учням і багаторазово його повторювати, проводити оперативний контроль знань учнів, залучати до контролю знань батьків, що сприяє більш успішній підготовці учнів з математики.

Етапи використання опорних конспектів в процесі навчання математики

1. Первинне пред'явлення матеріалу

Новий матеріал вчитель викладає на уроці як зазвичай: максимально використовує демонстраційний експеримент, технічні засоби навчання, аудіовізуальні засоби. Залежно від змісту матеріалу, складу учнів, завдань, що

вирішуються під час уроку, вчитель сам вибирає форму роботи: лекцію, бесіду, евристичну бесіду або іншу форму первинного пред'явлення матеріалу.

Але тут є і особливості, на яких ми зупинимося докладніше. По-перше, лекцію, розповідь, бесіду слід будувати відповідно до плану розташування матеріалу в опорному конспекті і його змістом. Тому вчитель повинен в своїй розповіді висвітлити весь матеріал опорного конспекту. Однак за змістом розповідь вчителя може бути ширше і глибше. У конспект ж, який в кінці уроку отримає кожен учень, слід включати тільки той матеріал, який повинен бути зрозумілий і засвоєний учнем.

По-друге, під час пояснення вчителя учень не повинен вести записів. Він слухає вчителя, відповідає на його питання, думає, розбирається в матеріалі, але ніяких записів не робить. Це розкріпачує учня. Слухати і одночасно вести записи вміють тільки найсильніші учні. Більшість учнів, записуючи щось за вчителем, втрачають нитку міркувань, пропускають окремі важливі моменти і не отримують тому єдиної цілісної картини.

Більш доцільно давати в кінці уроку (іноді на початку уроку) кожному учневі поурочну картку, яка містить опорний конспект, в якому в згорнутому вигляді викладена вся інформація, видана учителем.

2. Поурочний конспект і робота з ним учнів вдома

Опорний конспект являє собою лист з малюнками, окремими словами, формулами. У них закодована певна інформація. Запам'ятовуючи окремі символи (малюнки, слова), учень фактично запам'ятовує і їх розшифрування. Іноді це невелике оповідання, в якому міститься один або декілька абзаців підручника або додаткової інформації.

Уміння учня з даного символу побудувати цілу розповідь свідчить про розуміння ними вивченого навчального матеріалу.

Опорний конспект дозволяє учневі:

- глибше розібратися в досліджуваному матеріалі, вичленувати питання, пов'язані з окремим положенням конспекту, і за допомогою вчителя до кінця зрозуміти даний матеріал;

- легше запам'ятати досліджуваний матеріал;
- використовуючи опорний конспект при відповіді, правильно, точно викласти матеріал;

- приводити в систему отримані знання, особливо при повторенні.

Опорний конспект допомагає вчителю:

1. наочно уявити весь досліджуваний матеріал учням класу;
2. сконцентрувати увагу на окремих, найбільш важких місцях досліджуваного матеріалу;
3. багаторазово повторювати матеріал, що вивчається;
4. швидко, без великих тимчасових і енергетичних витрат, перевірити, як учень зрозумів і запам'ятав вивчений матеріал;
5. залучити до контролю знань батьків. Навіть не знаючи і не особливо розуміючи, що вчить їх дитина, вони, перевіривши опорний конспект, можуть побачити, готовий він до уроку чи ні, особливо якщо учень їм розповість матеріал по конспекту.
6. Отримавши опорний конспект, учень вдома повинен працювати в наступній послідовності: поклавши перед собою конспект, він відновлює розповідь вчителя по пам'яті, відразу ж помічаючи при цьому, що не запам'ятав, чого не зрозумів. На ці місця він повинен звернути особливу увагу при подальшій роботі; потім читає підручник, іноді заглядаючи в конспект. Так як конспект в основному складений за підручником, то, читаючи текст відповідного параграфа, учень одночасно розшифровує конспект. Розбирається в окремих, найбільш важких і незрозумілих місцях. До кінця читання підручника весь матеріал йому повинен бути зрозумілий. Якщо щось залишилося нез'ясованим, слід записати. питання, щоб проконсультуватися у вчителя.

3.Оперативний контроль засвоєння знань

На цьому етапі роботи вчитель вирішує наступні завдання:

- перевіряє засвоєння досліджуваного матеріалу учнями всього класу;

- вносить корективи в окремі, не до кінця з'ясовані питання з тим, щоб не допустити їх неправильного запам'ятовування;
- продовжує роботу над засвоєнням матеріалу, його осмисленням, практичним застосуванням.

Під час цього етапу вчитель повинен використовувати різноманітні прийоми контролю знань, що допомагає домогтися не просто запам'ятовування конспекту, а його глибокого розуміння і осмислення. Зупинимося докладніше на деяких формах контролю.

Одна з форм контролю - написання по пам'яті опорного конспекту. Якщо матеріал не особливо складний, то можна на наступному уроці, відповівши на питання окремих учнів, запропонувати всім учням написати конспект. Учні встановлюють на партах роздільники (це можуть бути спеціально заготовлені листи фанери або картону, портфелі або валізи-дипломати). Таким чином, учні не заважають один одному і не підглядають в чужі зошити.

За сигналом вчителя всі одночасно починають писати конспект. Зазвичай це триває 10-12 хв (іноді, рідше, трохи більше). Потім учні здають зошити вчителю або проводять взаємоперевірку.

Якщо зошити перевіряє вчитель, то робиться це так. Після уроків або на уроці, коли конспект пише наступний клас, вчитель, відкривши зошит, знайомиться з роботою учня. Він не робить в ній ніяких виправлень, позначок. Необхідно тільки оцінити роботу і покласти її в відповідну стопку зошитів (окремо для оцінки «5», «4» і т. Д.).

Строгих критеріїв оцінок немає. Головне, щоб був викладений весь матеріал, не було допущено грубих смислових помилок, особливо в кресленнях і малюнках, правильно були виведені формули, записані закони, одиниці величин, найменування. Наявність дрібних описок, пропусків знижує оцінку не більше ніж на один бал. А грубі смислові помилки, які вказують на нерозуміння матеріалу, на його формальне “зазубрування”, - на два-три бали.

Коли пачка зошитів розкладена на окремі стопки, вчитель переносить оцінки у відомість відкритого обліку знань.

Отримавши роботу з оцінкою, учень повинен знайти помилки. Для цього йому досить порівняти її з конспектом в домашній зошити. Але далеко не завжди кожен учень це робить. Часто вони бачать свої помилки відразу після написання конспекту і більше до цього матеріалу не повертаються, а під час залікової роботи іноді їх же і повторюють.

Тому можна залучити до процесу перевірки самих учнів. Робиться це так. Після написання конспекту учні обмінюються зошитами з сусідом по парті. Дістають домашні зошити з конспектом і, заглядаючи в них, перевіряють роботу товариша. Знайшовши помилку, неточність, пропуск, тут же показують це місце товариша.

Така оперативна форма контролю сприяє кращому коригуванню знань учнів.

Після перевірки учні за критеріями вчителя виставляють товаришеві оцінку і виносять її на обкладинку зошита. Учитель, заповнюючи відомість відкритого обліку, зазначає, що це взаємооцінка, наприклад, виставляє її іншим, відмінним від своїх оцінок кольором.

Але не завжди написання конспекту треба проводити на наступному після пояснення уроці. Якщо матеріал складний, то має сенс над ним попередньо попрацювати: виконати окремі вправи, ще раз (третій) повторити пояснення, дати можливість учням розповісти частину матеріалу один одному. І тільки після цього приступити до написання конспекту. Головне - не допустити формального, зазубреного, безглузлого написання конспекту. Але проводити таку додаткову роботу слід тільки в разі складного, що вимагає доопрацювання матеріалу. Інакше учні перестануть вчити матеріал вдома, сподіваючись на його доопрацювання в класі.

Написання опорного конспекту - це лише одна з форм перевірки матеріалу. Прийнято вважати, що учні знають матеріал, якщо вони пам'ятають його, представляють, розуміють і вміють застосовувати на практиці. На етапі оперативного контролю і засвоєння знань виникає завдання перевірити кожного учня.

Процес перевірки знань здійснюється в два етапи:

- перший етап - учень пише по пам'яті опорний конспект і показує, як він вивчив і пам'ятає матеріал;
- другий етап - учень показує, як він розуміє матеріал і чи може переказати його з урахуванням всіх тонкощів і деталей.

При цьому написання конспекту і його промовляння не є єдиною формою контролю знань. Диктанти, самостійні роботи по картках, перевірка знань з питань і багато інших прийомів роботи дозволяють урізноманітнити урок, зробити його варіативним, цікавим.

Для роботи учнів з опорним конспектом вдома можна використовувати наступну пам'ятку для учнів:

Пам'ятка.

1. Згадай пояснення вчителя в класі.
2. Спробуй розібратися в опорному конспекті.
3. Уважно прочитай матеріал підручника, порівнюючи його з опорним конспектом, спробуй зрозуміти його.
4. Розкажи матеріал підручника за допомогою опорного конспекту і без нього. (Якщо розповідь не вийде, учень повинен повернутися до попередніх пунктів «ПАМ'ЯТКИ»)
5. Напиши опорний конспект по пам'яті.
6. Порівняй написаний тобою конспект з зразком. (Дуже важливий етап, який формує навички самоконтролю.)
7. Якщо допустив помилки, попрацюй над їх виправленням.
8. Виконай вправу.

Досвід показує, що опорні конспекти запам'ятовуються легко, якщо вони придумані і складені учнями. Складання сприяє формуванню вміння самостійно працювати з джерелами знань, розвитку пам'яті, логічного мислення, математичної мови; є засобом для формування міцних теоретичних знань під час навчання математиці.

2.2. Рішення задач за готовими кресленнями

Після вивчення теоретичного матеріалу і складання опорного конспекту можна перейти до вирішення завдань за готовими кресленнями.

Відомо, що під час навчання геометрії величезне значення має вміння вирішувати завдання, що вимагає встановлення співвідношень між даними і шуканими. Часто зв'язок між даними і шуканими задачі розкривається не безпосередньо, а в результаті використання інших даних, за допомогою застосування основних понять і теорем.

При вирішенні подібного роду завдань проявляється рівень математичного розвитку учнів. Так як для того, щоб її вирішити необхідно вміння працювати з геометричним кресленням, вміння розглядати і виділяти на кресленні фігури, потрібні для вирішення. Аналізуючи умову задачі, учні можуть виділити потрібні зв'язки і відносини на кресленні. Для цього потрібні хороші знання основних понять і теорем, вміння аналізувати, перетворювати, переформулювати задачу, вести міркування, виокремлювати проблему, тобто досить висока логічна підготовка.

Навчання учнів прийомам роботи з кресленням сприяють вправи на готових кресленнях, які надають неоціненну допомогу в засвоєнні і закріпленні нових понять і теорем. Дають можливість протягом мінімуму часу засвоїти і повторити значно більший обсяг матеріалу, тим самим нарощувати темп роботи на уроках.

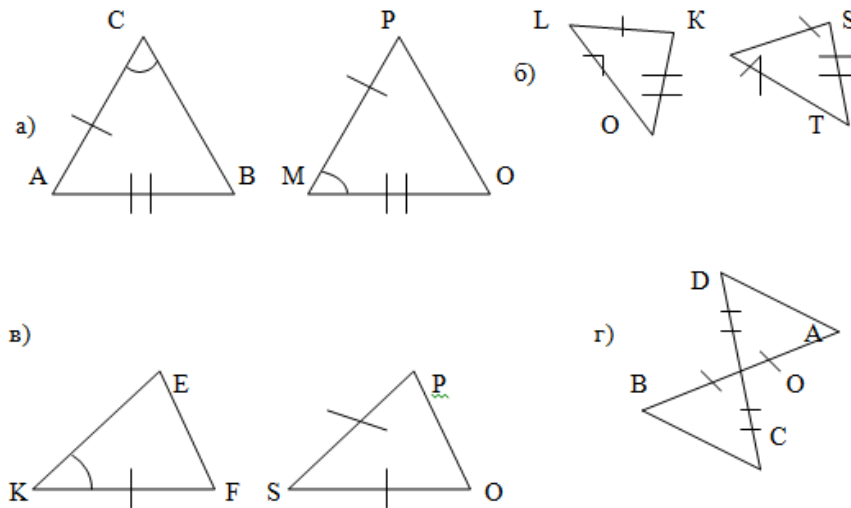
Крім того, ці вправи сприяють активізації розумової діяльності учнів, навчають вмінню грамотно міркувати, знаходити в них спільне і робити відмінності, зіставляти і протиставляти, робити правильні висновки.

Більшість таких завдань раціонально використовувати в якості усних вправ. При їх виконанні відбувається активна розумова діяльність учнів, що в свою чергу призводить до ефективного мимовільного запам'ятовування визначень, властивостей і ознак досліджуваних фігур. Визначення, властивості і ознаки розглянутих фігур періодично повторюються в процесі виконання різноманітних вправ, що призводить в результаті до продуктивного запам'ятовування.

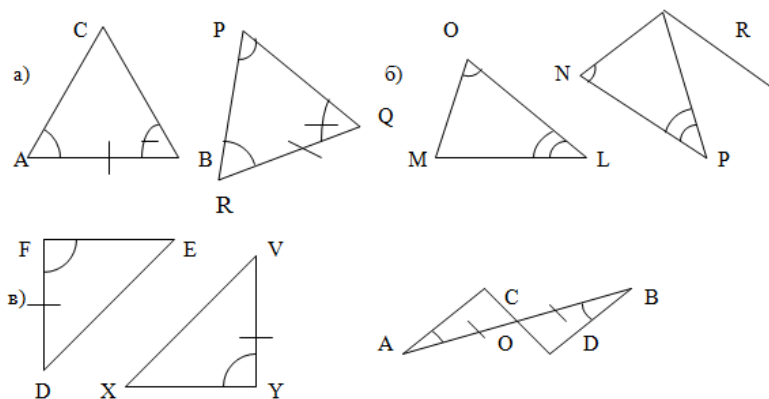
Завдання на готових кресленнях готують учнів до запам'ятовування і самостійного рішенням таких завдань, для яких ці вправи є елементами.

Розглянемо систему вправ на готових кресленнях по темі «Ознаки рівності трикутників», які пропонуються учням, після вивчення всіх ознак рівності трикутників.

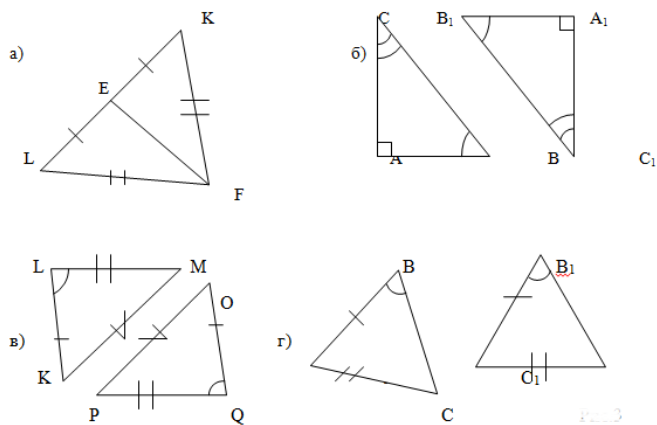
1. Знайдіть рівні трикутники, користуючись першою ознакою рівності
2. Користуючись другою ознакою рівності трикутників, виберіть рівні трикутники (Мал. 2, а-г).
3. Користуючись третьою ознакою рівності трикутників, виберіть рівні трикутники (Мал. 3, а-г).



Мал. 1.



Мал. 2.



Мал. 3.

4. Чи можна стверджувати, що:

- а) $\angle B = \angle O$ (мал.1, а); б) $\angle S = \angle K$ (мал.1, б);
 в) $EK = OP$ (мал. 1, в); г) $DE = VX$ (мал.2, в);
 д) $\angle C = \angle D$ (мал.2, г); е) $\angle K = \angle L$ (мал.3, а);
 ж) $AB = A_1B_1$ (мал.3, б); з) $\angle K = \angle O$ (мал.3, в)?

Після виконання вправ 1-3 на готових кресленнях, вчитель може легко діагностувати рівень сформованості навчальних дій в учнів. Якщо вони не вибрали випадок «г» в першій вправі, випадки «а» і «г» у другому і випадки «а» і «в» в третьому, то це свідчить про несформованість дії розпізнавання ситуацій, які відповідають відповідно до першого, другого і третього ознакою рівності трикутників.

Якщо при виконанні вправи 4 учні допускають помилки, то це свідчить про те, що не сформована дія перетворення укладання теореми і дія осмислення зв'язків між елементами завдання.

Вірне виконання учнями всіх завдань свідчить про сформованість у них вміння застосовувати знання в новій, видозміненій ситуації, використовуючи логічні та евристичні дії, прийоми.

Вправи на готових кресленнях дозволяють удосконалювати процес формування вміння вирішувати геометричні завдання, роблять позитивний

вплив на розвиток творчого мислення, необхідного для вирішення стереометричних задач, підсилюють прикладну спрямованість викладання планіметрії. В учнів формуються вміння аналізувати ситуацію в задачі, задану кресленням, узагальнення та конкретизації креслення. Вони опановують методами і прийомами дослідження геометричної ситуації, геометричного креслення, аналізують умову задачі і співвідносять його з кресленням, вибирають найбільш ефективний спосіб вирішення задачі.

2.3. Рішення ключових завдань

Ключове завдання теми - це завдання, ідея вирішення якої застосовується при вирішенні інших завдань теми.

Метод складання системи завдань, побудованої за принципом - кожна задача системи використовує результат вирішення одного якого-небудь (ключового) завдання, називається методом ключового завдання.

Існує дві точки зору на поняття ключового завдання. Перша з них полягає в розгляді ключового завдання як завдання-факту. Найчастіше така ключова задача виявляється додатковою теоремою шкільного курсу. Друга точка зору полягає в розгляді ключового завдання як завдання-методу. При вивченні будь-якої теми шкільного курсу можна розібрати певний мінімум завдань, оволодівши методами вирішення яких, учні будуть в змозі вирішити будь-яке завдання на рівні програмних вимог з досліджуваної теми.

«Ключове» завдання є засобом вирішення інших завдань, тому його знання учнями обов'язково. Розгортається система завдань, з одного боку, сприяє засвоєнню факту або методу вирішення, викладених в «ключовому» завданні, з іншого, дозволяє побачити взаємозв'язку окремих тем шкільного курсу математики. Тому складена даним методом система завдань є ефективним засобом повторення, узагальнення та систематизації навчального матеріалу.

Аналіз різної методичної, математичної та педагогічної літератури показав, що єдиного визначення «ключового (опорного або базисного) завдання» немає. Також як немає і точного порівняння опорного, ключового і базисного

завдання, але розглядаючи різні висловлювання, ми робимо висновок, що ці слова є синонімами.

Розглянемо один з можливих алгоритмів підготовки уроку вирішення ключових завдань, запропонований Н.І. Зільбергом:

1. Вивчення програми та визначення умінь, які повинні бути сформовані у всіх учнів після вивчення теми.
2. Систематизація методів вирішення завдань по темі, що вивчається.
3. Відбір ключових завдань по темі, що вивчається.
4. Опрацювання ключових завдань по темі, що вивчається.
5. Вибір методів вирішення ключових завдань, які будуть використовуватися при роботі з учнями.
6. Вивчення труднощів і можливих помилок учнів при реалізації відібраних алгоритмів, їх діагностика, способи попередження їх подолання.
7. Обґрунтування послідовності розбору ключових завдань з учнями.
8. Планування проведення уроку.

Методи відбору ключових завдань по темі, що вивчається

Вибирати ключові завдання можна різними способами, крім того, можливі різні системи ключових завдань (в залежності від особливостей класу, вчителі і т.п.). Розглянемо деякі методи вибору ключових завдань.

Перший метод заснований на вміннях, які повинні бути сформовані в учнів після вивчення теми. Для відбору завдань потрібно переглянути відомі вчителю завдання по темі і співвіднести їх з вміннями, які планується сформувати. Далі вибирається мінімальне число завдань, опанувавши вміннями вирішувати які школяр зможе вирішити будь-яке завдання з підручника, а також завдання певного рівня складності. Цю процедуру вибору можна уявити наочно. З цією метою складемо спеціальну таблицю (таблиця 1.1). У таблиці по горизонталі перераховані вміння, а по вертикалі вказані номери завдань (з підручника або будь-якого задачника). В ході перегляду завдань у відповідному рядку і стовпці ставитимемо 1, якщо рішення задачі сприяє формуванню вміння (воно використовується), і 0 в іншому випадку.

Номера задач	Вміння						
	1	2	3	4	5	6	7
162	1	0	0	0	0	0	0
163	0	1	1	0	0	0	0
164	1	0	0	0	1	0	0
165	1	0	0	0	0	0	0
166	1	0	0	0	0	0	0

Завдання вибираємо таким чином, щоб їх число було 3-6 і були задіяні всі вміння 1-7. Істотно, щоб найбільш складні вміння були задіяні не в одній, а в декількох завданнях, щоб завдання не були однотипними як по методам вирішення, так і за умовою, щоб рівень їх складності вибирався відповідно до особливостей попередньої підготовки учнів і враховував найближчу зону розвитку учнів. Крім того, при виборі ключових завдань слід спиратися на такі критерії:

1. Відповідність програмі з даної теми.
2. Ступінь використання при вивченні наступних тем.
3. Витрати часу з навчання учнів рішенням завдань.
4. Оптимальність алгоритмів розв'язання задач.
5. Можливість вразити учнів красою рішення.

Другий метод виділення ключових завдань можна назвати методом виключення і доповнення. Для його реалізації звертаємося до завдань з підручника. Читаємо перше завдання - воно перший кандидат на включення в систему ключових завдань. Переходимо до наступної задачі. Тут можливі кілька варіантів:

1. Вона аналогічна першій. В цьому випадку порівнюємо першу і другу. Вчителю треба буде розв'язати, залишити в списку можливих кандидатів першу або другу (єдиного рецепту немає і не повинно бути, вирішувати вчителю).

2. Вона суттєво відрізняється від першої і не включає першу. У цьому випадку це завдання слід додати до можливих кандидатів.

3. Друге завдання відрізняється від першого, але включає в себе першу. Найчастіше це означає, що першу слід виключити, а другу включити в число можливих кандидатів.

Далі переходимо до наступної задачі і процедура повторюється. Якщо зробити це з усіма завданнями підручника, то залишається 3-6 завдань. Вони і будуть включені в число ключових завдань, відібраних на основі підручника. Тепер вчителю слід задати собі питання: «З моєї професійної точки зору, чи достатньо моїм учням вміти вирішувати завдання тільки з підручника?» Якщо відповідь ствердна, то процедура виділення ключових завдань (для цього вчителя і класу) закінчена. Якщо ж відповідь негативна, то вибір ключових завдань слід продовжувати, звернувшись до додаткових джерел.

Наступний спосіб ключових завдань заснований на методах вирішення завдань по темі, що вивчається, які вчитель відібрав для роботи з учнями. Вибір здійснюється в такій послідовності:

1. Вивчається набір завдань в підручнику і додаткових джерелах.
2. Завдання співвідносяться з методами вирішення, відібраними для роботи з учнями.
3. Вибирається 3-6 завдань, при вирішенні яких будуть задіяні всі відібрані вчителем методи вирішення завдань.

Важливо, що найбільш складні методи закладені не в одній, а в декількох ключових завданнях. Це дає можливість показати різні варіанти реалізації методу.

Наступний метод вибору ключових завдань можна назвати комбінаторним. Для його реалізації слід виділити об'єкти, які фігурують в задачах тієї чи іншої теми, розглянути можливі комбінації цих об'єктів, а потім для найбільш важливих комбінацій підібрати завдання.

Отже, відібрані ключові завдання і знайдено багато, засновані на різних ідеях методів вирішення. На даному етапі підготовки уроку вчителю важливо

вибрати ті рішення ключових завдань, які будуть використані при роботі з класом. Перевага віддається тим методам, які застосовуються до ширшого безлічі завдань.

Тепер слід визначити послідовність ключових завдань, в якій завдання будуть розбиратися на уроці. При цьому слід враховувати наступні рекомендації:

1. Починати краще всього з найпростіших ключових завдань.
2. Завдання, при вирішенні яких приходиться виходити за рамки шкільної програми, які найбільш віддалені від обов'язкових результатів навчання, найкраще розбирати в кінці уроку.
3. Якщо при вирішенні будь-якої ключової задачі може бути використана інша ключова задача (або метод її вирішення), то ця задача повинна розбиратися раніше (в цьому випадку учні тренуються в розпізнаванні і застосуванні ключових завдань).
4. Найкрасивіші і яскраві завдання краще віднести на другу частину уроку, щоб під впливом роботи з ними учні подолали природну втому.
5. Бажано чергувати завдання, що вимагають великих записів, з тими, які не передбачають громіздких письмових обґрунтувань.
6. Ті ключові завдання, які якось пов'язані з попередньою темою, краще включити в число перших, а ті які активно використовуються в наступних темах бажано розбирати пізніше.

Основні елементи методу використання ключових завдань можна сформулювати наступним чином:

- 1) По кожній основній темі курсу можна виділити кілька ключових завдань, таким чином, що майже всі інші завдання неважко звести до однієї з них або до інших декількох комбінацій.
- 2) Всі завдання розбираються і записуються на уроці у вигляді конспекту або у вигляді опорних схем.
- 3) На першому етапі, коли діти тільки знайомляться з поняттям «ключове завдання», вчитель сам виділяє систему ключових завдань по

розглядаючій темі. При цьому в залежності від підготовленості учнів, всі завдання можуть бути розібрані і записані на одному уроці, а можуть записуватися поступово на кількох уроках.

4) Система завдань, запропонована вчителем, може доповнюватися самими учнями.

5) Набори ключових завдань записуються дітьми в окремий зошит, яка буде своєрідним довідником по методам вирішення. До такого довідника зручно звертатися при підготовці до контрольних робіт, заліків, а також при повторенні.

6) Робота з відбору ключових завдань ведеться безперервно, система доповнюється новими завданнями, виділеними при вирішенні більш складних завдань.

7) Учням дозволяється на уроці при виконанні завдань користуватися схемами і таблицями до тих пір, поки необхідність їх застосування не відпаде. При цьому добре реалізується принцип диференційованого підходу в навчанні, так як у слабких учнів завжди під руками є «керівництво до дії» у вигляді схем і алгоритмів, відображених в опорному конспекті. А сильні учні, проаналізувавши і узагальнивши весь матеріал конспекту в цілому, отримують можливість оцінити весь «арсенал» різних методів вирішення. Що дозволяє їм перейти до самостійного вирішення комбінованих і творчих завдань.

8) Після розбору всіх ключових завдань, необхідно організувати діяльність учнів так, щоб вони навчилися розпізнавати і вирішувати як безпосередньо самі ключові завдання, так і завдання комбіновані, при вирішенні яких використовується вже кілька таких завдань. Тобто обов'язковий тренінг по розпізнаванню, застосування, а, отже, і заучування системи «ключів».

9) Для організації тренінгу вчитель заздалегідь готує набір вправ. Кількість тренувальних робіт (навчального, а не контролюючого плану) залежить від підготовки класу в цілому і кожного учня зокрема.

10) Доцільно завершити використання отриманих знань заліком.

Аналіз використання методу ключових завдань в навчанні показує, що такий підхід дає можливість ліквідувати як перевантаження учнів (вирішується менше число завдань, менше їх задається до дому, заздалегідь відомо, які типи завдань підлягають опитуванню), але і істотно полегшує працю вчителя з планування уроків, перевірки знань учнів.

На закінчення відзначимо, що ефективність уроку залежить від:

- 1) знання вчителем складу завдань по темі і методів їх вирішення;
- 2) володіння методами виділення ключових завдань і вміння їх реалізації;
- 3) відсутність формалізму у вимогах по оволодінню вміннями вирішувати ключові завдання;
- 4) здатності передбачати труднощі, типові помилки учнів і вибрати методи їх попередження;
- 5) вміння правильно організувати контроль за вміннями вирішувати ключові завдання і якісно провести аналіз результатів контролю.

При використанні ключових завдань відбувається наочне моделювання розумового процесу. Таким чином, реалізується можливість переходу від «школи пам'яті» до «школи мислення». Нехай далеко не всі учні можуть вирішити складне завдання, але зрозуміти пропоноване рішення і відтворити його етапи можуть все. Учні з пасивних слухачів перетворюються в діяльних, активних учасників освітнього процесу. Навички та вміння, отримані учнями при виділенні і вирішенні безпосередньо ключових, а також комбінованих завдань, створюють міцну базу для подальшого вивчення предмета на більш поглибленому рівні. Перехід до нестандартних, творчих задач стає більш актуальним, тому що на перший план виступає практичне застосування отриманих знань.

2.4. Розгляд різних способів вирішення однієї задачі

Відшукування різних способів вирішення завдань - найважливіший засіб розвитку творчого мислення. Тому при вивченні математики доцільно вирішувати одну і ту ж задачу кількома способами. Це сприяє розвитку

творчості, підвищенню інтересу до предмета. Вмінню підходити до вирішення завдання з різних сторін.

При розборі різних способів вирішення однієї і тієї ж задачі учні повинні оцінити всі плюси і мінуси кожного способу і вибрати найбільш вдалий.

Можливість математичного аналізу, вибір раціонального способу розв'язання виховує їх самостійність, сприяє міцності засвоєння математичного матеріалу.

Учень не обмежується одним єдиним рішенням того чи іншого завдання. А шукає найбільш раціональні прийоми, найбільш короткі, а тому найбільш красиві і витончені шляхи вирішення. А, завершивши переможне рішення досить складного завдання, розглянувши всі способи вирішення її, такий учень неодмінно виділить, відбере найбільш красиві способи вирішення.

Навчання учнів рішенням геометричних задач різними способами і методами дає можливість прищепити інтерес до досліджуваного предмета, спонукати учнів до більш вдумливого вивчення геометрії; розвивати критичне і математичне мислення; повніше досліджувати властивості геометричних фігур; підмітити властивість, про який в завданні нічого ані слова; отримати цікаве узагальнення завдання та ін. Важливо і те, що, прийшовши різними шляхами до одного і того ж результату, у учнів прищеплюється впевненість в правильності рішення.

Вирішити завдання, декількома способами - захоплююче заняття, що вимагає знання всіх розділів шкільної математики. рішення однієї

завдання декількома способами і методами корисніше, ніж рішення декількох завдань одним способом. При знаходженні різних способів

вирішення завдань учні відчувають труднощі у виборі відповідних аргументів для обґрунтування рішення. Тому перед учителем стоїть завдання відшукування таких прийомів навчальної роботи, які сприяють формуванню в учнів уміння знаходити названі способи вирішення завдань самостійно.

З цією метою доцільно використовувати таблиці, основу побудови яких представляє аналогічні таблиці Д. Пойа «Як вирішувати проблему»

Розглянемо приклад таких таблиць для задач на доказ.

Таблиця №1

№ п/п	Зміст
1	Прочитай уважно теорему або завдання на доказ.
2	Зроби відповідний умові креслення.
3	Відзнач на кресленні дані.
4	Запиши умови.
5	Запиши висновок.
6	Всебічно обміркуй висновок. Чи не можна його перефразувати, не змінюючи сенсу, спробуй зіставити його з іншими (тобі відомими) положеннями
7	Припустимо, що твердження істинне.
8	Спробуй знайти зв'язок між укладенням та умовою. Якщо цей зв'язок безпосередньо встановити не можна, спробуй встановити його за допомогою інших (раніше відомих тобі) положень.
9	Якщо і після цього встановити зв'язок утрудняється, то спробуй, згідно з припущенням істинності висновку, зробити додаткові побудови
10	Знову продумай пункт 8.
11	Якщо і після цього встановити зв'язок затруднюється, то спробуй, згідно з припущенням істинності висновку, зробити додаткове побудови.
12	Спробуй тепер вести міркування з кінця виписаного тобою взаємозв'язку. Ці міркування повинні привести до доказу.
13	Доведи тезу самостійно.
14	Спробуй знову міркувати по пунктам наведеної таблиці, тільки тепер для доказу застосовуй інші відомі тобі положення.
15	Доведи тезу другим способом і т.д.

Таблиця №2

№ п/п	умови	обґрунтування
1	встановити рівність відрізків, можна, довівши:	а) що вони мають однакову довжину; б) що вони є відповідними сторонами рівних фігур і т.д.
2.	встановити рівність кутів, можна, довівши:	а) що вони мають однакову кутову міру; б) що вони є відповідними кутами рівних або подібних фігур і т.д.
3.	встановити, що прямі паралельні між собою, можна, довівши:	а) що обидві прямі перпендикулярні до третьої прямої; б) що кожна з них окремо паралельна третій прямій і т.д.
4.	встановити, що дві прямі взаємно перпендикулярні, можна, довівши:) що вони утворюють рівні суміжні кути; б) що вони є бісектрисами двох суміжних кутів і т.д.

Такі таблиці повинні бути у кожного учня. Вони поступово складаються колективом класу, причому робота ця виконується по ходу вивчення навчального матеріалу: кожен новий спосіб обґрунтування рівності відрізків або кутів, а також паралельності або перпендикулярності прямих заноситься в зошит після застосування його при вивченні тієї чи іншої теореми. Крім

названого дидактичного матеріалу, в класі, в навчальних цілях, вивіщується зразок пошуку способів докази, що представляє міркування уявного учня.

Уміння вирішувати завдання - одна з важливих складових у навчанні математики. А якщо вмієш вирішувати задачу кількома способами, то можна сміливо братися за рішення будь-якої задачі. Поступово, вирішуючи завдання за завданням, здобуваєш деякий досвід, що дозволить розвинути математичне чуття.

При розгляді різних способів вирішення завдання формується логічне мислення, розвивається інтуїція, систематизуються знання, розширюється загальноосвітній кругозір, накопичується корисний досвід.

2.4.Рішення стандартних завдань обов'язкового рівня.

Після розгляду ключових завдань по темі і різних способів їх вирішення необхідно навчити учнів вирішувати стандартні завдання по темі. Геометричні завдання, для вирішення яких в шкільному курсі геометрії є готові правила або ці правила безпосередньо впливають з будь-яких визначень або теорем, що визначають програму розв'язання цих завдань у вигляді послідовності кроків, назовемо стандартними.

Для того, щоб вирішити стандартне завдання по темі учень повинен вміти визначати вид завдання і знати основні етапи її вирішення.

Як ми уже сказали раніше за характером вимог геометричні завдання можна розділити на три основних види:

1.Задачі на знаходження шуканого. У завданнях цього класу вимога полягає в тому, щоб знайти, розпізнати якесь шукане. При цьому шуканим можуть бути величина, відношення, якийсь об'єкт, предмет, його положення, форма і т.д. З геометричних задач сюди відносяться обчислювальні завдання, де потрібно знайти довжину відрізка, величину кута, площа фігури, обсяг тіла і т.п.

2.Задачі на доказ або пояснення. У завданнях цього класу вимога полягає в тому, щоб переконатися в справедливості деякого твердження, або перевірити вірність або хибність цього твердження, або пояснити, чому має місце те чи

інше явище, той чи інший факт. Всі завдання, вимога яких починається зі слів «довести», «перевірити» або містять питання «Чому?», Зазвичай відносяться до цього класу задач.

3. Задача на перетворення або побудова. До цього класу з геометричних задач відносяться ті, в які потрібно конвертувати або побудувати якусь фігуру, що задовольняє заданим умовам. Характерною особливістю завдань цього класу є те, що в кожній з них задані будь-які об'єкти, у тому числі потрібно побудувати, сконструювати інший об'єкт із заздалегідь відомими властивостями.

Встановлення виду завдання дає можливість отримати готовий план його рішення: застосувати відомий метод вирішення подібних завдань. Звичайно, зустрічаються завдання, визначити вид яких не вдається, тоді треба використовувати інші прийоми (наприклад, розбиття на підзадачі відомого виду).

Якщо під рішення задачі розуміти процес, що починається з моменту отримання завдання до моменту повного завершення її рішення, то, очевидно, цей процес складається не тільки з викладу вже знайденого рішення, а з ряду етапів, одним з яких і є виклад рішення.

З яких же етапів складається процес розв'язування задачі?

Отримавши завдання, перше, що потрібно зробити, - розібратися, що це за завдання, які її умови, в чому полягають її вимоги, тобто провести аналіз задачі. Цей аналіз і становить перший етап процесу рішення задачі.

Аналіз треба якось оформити, записати. Для цього використовуються різного роду схематичні записи, побудова яких складає другий етап процесу рішення задачі.

Аналіз завдання і побудова її схематичною запису необхідно головним чином для того, щоб знайти спосіб вирішення завдання. Пошук способу розв'язання і становить третій етап процесу вирішення завдання.

Коли спосіб вирішення завдання знайдений, його потрібно здійснити, - це і буде четвертий етап процесу рішення задачі - етап здійснення (викладу) рішення.

Після того як рішення здійснено і викладено (письмово або усно), необхідно переконатися, що це рішення правильне, що воно задовільняє всі вимоги задачі. Для цього проводять перевірку рішення, що становить п'ятий етап процесу рішення задачі.

При вирішенні багатьох завдань, крім перевірки, необхідно ще провести дослідження задачі, а саме встановити, за яких умов завдання має рішення і притому, скільки різних рішень в кожному окремому випадку; за яких умов завдання взагалі не має рішення і т.д. Все це становить шостий етап процесу рішення задачі.

Переконавшись в правильності рішення і, якщо потрібно, зробивши дослідження завдання, необхідно чітко сформулювати відповідь завдання, - це сьомий етап процесу рішення.

Нарешті, в навчальних і пізнавальних цілях можна зробити аналіз виконаного рішення, зокрема встановити, чи немає іншого, більш раціонального рішення, чи не можна задачу узагальнити, які висновки можна зробити з цього рішення і т.д. Все це становить останній, звичайно необов'язковий, восьмий етап процесу рішення задачі.

Структура процесу рішення задачі залежить від характеру завдання і, звичайно, від того, якими знаннями і вміннями володіє учень що виконує дане завдання.

Наведена вище схема процесу вирішення задачі є лише приблизною. При фактичному рішенні зазначені етапи зазвичай не відокремлені один від одного, а переплітаються між собою. Так, в процесі аналізу завдання зазвичай проводиться і пошук шляху вирішення. При цьому план рішення встановлюється не до здійснення рішення, а в процесі. Тоді пошук рішення обмежується лише знаходженням ідеї рішення. Порядок етапів теж може змінюватися.

Із зазначених восьми етапів п'ять є обов'язковими, і вони є (в тому чи іншому вигляді) в процесі вирішення будь-якої задачі. Це етапи аналізу завдання, пошуку способу її вирішення, здійснення рішення, перевірка рішення і формулювання відповіді. Решта три етапи (схематичний запис, дослідження завдання і заключний аналіз рішення) є не обов'язковими.

Рішення задач підвищеного рівня, нестандартних завдань.

Нестандартні завдання - це такі завдання, для яких в курсі математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму їх вирішення. Загальних правил для вирішення нестандартних завдань немає. Але, нестандартну задачу можна вирішити послідовно застосовуючи дві основні операції: зведення (шляхом перетворення або переформулювання) нестандартної задачі до іншої, їй еквівалентної, але уже стандартної задачі, і розбитті нестандартної задачі на декілька стандартних підзадач. Зацікавлених учнів необхідно навчати вмінню вирішувати нестандартні завдання.

Спостереження показують, що математику люблять в основному ті учні, які вміють вирішувати завдання. Отже, навчивши дітей володіти умінням вирішувати завдання, ми надамо істотний вплив на їх інтерес до предмету, на розвиток мислення й мови.

Нестандартні завдання сприяють розвитку логічного мислення в ще більшому ступені. Крім того, вони є потужним засобом активізації пізнавальної діяльності, т. Е. Викликають у дітей величезний інтерес і бажання працювати. Наведемо приклад нестандартних завдань.

1. Розділи пиріг прямокутної форми двома розрізами на частини так, щоб вони мали трикутну форму. Скільки вийшло частин?

2. Намалюй фігуру, не відриваючи кінчика олівця від паперу і не проводячи двічі один і той же відрізок.

3. Розріж квадрат на 4 частини і склади з них 2 квадрата. Як це зробити?

4. Розріжте трикутник на два трикутника, чотирикутник і п'ятикутник, провівши дві прямі лінії.

6. Чи можна квадрат розділити на 5 частин і зібрати восьмикутник? І т.д..

На сучасному етапі навчання намітилася тенденція використання завдань як необхідного компонента навчання учнів математики. Пояснюється це, перш за все, зростаючими вимогами, спрямованими на посилення розвиваючих функцій навчань.

Поняття «нестандартне завдання» використовується багатьма методистами. Так, Ю. М. Колягин розкриває це поняття наступним чином: «Під нестандартним розуміється завдання, при пред'явленні якого учні не знають заздалегідь ні способу її вирішення, ні того, на який навчальний матеріал спирається рішення». Спираючись на аналіз теорії і практики використання нестандартних завдань в навчанні математики, встановлена їх загальна і специфічна роль.

Нестандартні завдання:

- вчать дітей використовувати не тільки готові алгоритми, а й самостійно знаходити нові способи вирішення завдань, тобто сприяють вмінню знаходити оригінальні способи вирішення завдань;
- впливають на розвиток кмітливості учнів; перешкоджають виробленню шкідливих штампів при вирішенні завдань, руйнують неправильні асоціації в знаннях і уміннях учнів, припускають не тільки засвоєння алгоритмічних прийомів, скільки знаходження нових зв'язків в знаннях, до переносу знань в нові умови, до оволодіння різноманітними прийомами розумової діяльності;
- створюють сприятливі умови для підвищення міцності і глибини знань учнів, забезпечують свідоме засвоєння математичних понять.

Нестандартні завдання:

- не повинні мати вже готових, завчених дітьми алгоритмів;
- повинні бути доступні за змістом всім учням;
- повинні бути цікавими за змістом;
- для вирішення нестандартних завдань учням повинно вистачати знань, засвоєних ними за програмою.

ВИСНОВКИ

У даній дипломній роботі головною метою було дослідити та розробити методичну систему навчання учнів розв'язувати геометричні задачі в основній школі. У результаті виконання роботи повністю реалізовані поставлені завдання.

Для цього було проведено вичерпний аналіз літератури та історії розвитку геометрії як розділу математичних знань, що дозволить майбутньому вчителю раціонально підійти до формування математичної компетентності учнів.

При виконанні роботи "Методика навчання учнів розв'язувати геометричні задачі" було здійснено інформаційний пошук по тематиці дипломної роботи та проведено її аналіз з використанням інформаційних джерел (довідкова література, методичні рекомендації, матеріали Інтернет-сайтів), було проаналізовано роль задач в математиці, розглянуто класифікацію задач з геометрії, здійснено аналіз програм та підручників з математики для учнів загальноосвітніх начальних закладів. Розкрито методи і прийоми навчання при рішенні геометричних задач.

Матеріал даної дипломної роботи може бути використаний для систематизації, поглиблення і розширення знань, навичок та умінь учнів з шкільного курсу математики, а також може використовуватися у вищих навчальних закладах при читанні курсу «Методика навчання математики» та слугувати підготовчим матеріалом до ДПА та ЗНО.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Атанасян Л. С. Геометрия 7-9 класс/ Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. - Москва: Издательство «Просвещение», 2008-2010р.р. – 380 с.
2. Басова Н. В. Педагогика и практическая психология: учеб. пособие/ Н. В. Басова. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2000. – 416 с.
3. Бевз Г. П. Геометрія.7 клас/ Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г - К.: Видавництво "Вежа", 2008 - 224 с.
4. Бевз Г П. Геометрія.8 клас/ Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г - К.: Видавництво "Вежа", 2008 - 260 с.
5. Бурда М. І. Геометрія: навч. посіб. для 8-9 кл. шк. з поглиб. вивченням математики / М. І. Бурда. – 2- ге вид. – К.: Освіта, 1998. – 240 с.
6. Бурда М. І. Геометрія: підручник для 7 класу загальноосвіт. навч. закладів/ М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К. Зодіак-ЕКО, 2007. – 206 с.
7. Бурда М. І. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвіт. навч. закладів/ М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К. Зодіак-ЕКО, 2008. – 240 с.
8. Бурда М. І. Геометрія. Підручник для 9 класу загальноосв. навч. Закладів/ М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова – К.: «Зодіак – ЕКО», 2009 – 239 с.
9. Вересова Е. Е. Практикум по решению математических задач: Учебное пособие для институтов/ Е. Е. Вересова, Н. С. Денисова, Т. Н. Полякова. – М.: Просвещение, 1979. – 240 с.
10. Виноградова Л. В. Методика преподавания математики в средней школе./ Л. В. Виноградова — Ростов-на-Дону: Феникс, 2005 – 251 с.
11. Власенко К. Формування прийомів евристичної діяльності на уроках геометрії/ К. Власенко// Рідна школа. – 2003. – № 7. – С. 41-43.
12. Возняк О. Г. Метод координат у геометричних задачах. навч. посібник./О. Г. Возняк — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2013. — 64 с.
13. Габович І. Г. Алоримический подход к решению геометрических задач:кн. для учащихся./ Габович І. Г.– М.:Просвещение: АО «Учеб.лит»,1996. – 192 с. 72

14. Галузьяк В. М. Педагогіка: Навчальний посібник./ Галузьяк В. М., Сметанський М. І., Шахов В. І.— Вінниця: ДП "Державна картографічна фабрика", 2006. — 400 с.

15. Гальперин П. Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий/ П. Я. Гальперин// Исследования мышления в советской психологии. – М.: Наука, 1966. – С.236 – 277

16. Геометрія. 9 клас: підручник для загальноосвіт. навч. заклад./ А. П. Єршова, В. В. Голобородько, А. П. Крижановський, С. В. Єршов. –Х: Видавництво «Ранок», 2009 - 256 с.

17. Гокова Т. В. Узагальнення і систематизація знань учнів про площу трикутника через пошук різних розв'язань геометричної задачі/ Гокова Т. В., Кобко Л. М.// Вісник Чернігівськ. національн. педагогічн. університ. Серія: Педагогічні науки/ Чернігівський національний педагогічний університет ім. Т. Г. Шевченка. – Чернігів: Вид-во ЧДПУ, 1998.- с. 303-308.

18. Готман Э. Г. Задачи по планиметрии и методы их решения: Пособие для учащихся./ Э. Г. Готман — М.: Просвещение: АО «Учеб. лит.», 1996.— 240 с.

19. Гусев В. А. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов и учителей/ В. А. Гусев, В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович.— 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Просвещение, 1992.— 352 с

20. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [електронний ресурс] – Режим доступу:
[http://mon.gov.ua/content/%D0%9E%D1%81%D0%B2%D1%96%D1%82%D0%B0/post-derzh-stan-\(1\).pdf](http://mon.gov.ua/content/%D0%9E%D1%81%D0%B2%D1%96%D1%82%D0%B0/post-derzh-stan-(1).pdf)

21. Дяченко Н. О. Сутність процесу розв'язування педагогічних задач [Електронний ресурс] – Н. О. Дяченко// Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology – 2015. – Випуск 57. - Режим доступу:
http://seanewdim.com/uploads/3/2/1/3/3213611/dyachenko_n.the_essence_of_the_process_of_solving_educational_problems.pdf 73

22. Забазнова А. О. До питання використання різних методів розв'язування задач з планіметрії/ Забазнова А. О. - Матеріали I Всеукраїнської дистанційної науково-практичної конференції «Методичний пошук вчителя математики». – Вінниця, 2017.
23. Зильберберг Н. И. Урок математики: подготовка и проведение: книга для учителя/ Н. И. Зильберберг. – М.: Просвещение, 1995. – 178 с.
24. Ігнатенко М. Одна геометрична задача крізь різні розділи/ М. Ігнатенко, Л. Кобко// Математика в сучасній школі. – 2013. – №4. – С.4-8.
25. Істер О. С. Геометрія: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл./ О. С. Істер. – К.: Освіта, 2007. – 159 с.
26. Істер О. С. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики, 9 клас, 2-ге видання/ О. С. Істер, О. І. Глобін, О. В. Комаренко – К.: Центр навчально-методичної літератури, 2012 – 112 с.
27. Капкаева Л. Интеграция алгебраических и геометрических методов в решении задач.//Л. Капкаева [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://mat.1september.ru/view_article.php?ID=200301601
28. Клопскій В М. Геометрія: Навчальний посібник для 9 та 10 класів середньої школи. /В. М. Клопскій, З. А. Скопец, М. І. Ягодовский; під. ред. З. А. Скопец. - М.: Просвещение, 1979. – 142 с.
29. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. посібник/[О. І. Глобін, М. І. Бурда, Д. В. Васильєва, В. В. Волошена, О. П. Вашуленко, Н. Д. Мацько, Т. М. Хмара.] — К.: Педагогічна думка, 2015. – 245с.
30. Кушнр И. А. Математика для поступающих в ВУЗы [Текст]/ И. А. Кушнр. – Киев: Астарта, 1996. – 605 с.
31. Леонтьев А. Н. Обучение как проблема психологии/ А. Н. Леонтьев// Вопросы психологии. – 1957. – №1. – С. 17–26.
32. Лернер І. Я. Дидактические основы методов обучения./ Лернер І. Я. - М.:1981. - 186 с.

33. Максимюк С. П. Педагогіка: Навчальний посібник./ С. П. Максимюк – К.: Кондор, 2005. – 667 с.

34. Математика. Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://mon.gov.ua/content/Освіта/math.pdf>

35. Матяш О. І. Теоретико-методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії: монографія/ О. І. Матяш; науковий редактор д.пед.н., проф. О. І. Скафа. – Вінниця : ФОП Легкун В. М., 2013. – 450 с.

36. Мерзляк А. Г. Геометрія: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл./ А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2015. – 224 с.

37. Мерзляк А. Г. Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл./ А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2016 – 240 с.

38. Мерзляк А. Г. Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл./ А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2009. – 195 с.

39. Мерзляк А. Г. Геометрія: підруч. для 9 кл. шкіл з поглиб. вивченням математики/ А. Г. Мерзляк – Х.:Гімназія, 2009. – 272 с.

40. Мусейібова Т. А. Методика формування елементарних математичних уявлень у дітей./ Мусейібова Т. А., Корнеєва Г. А. - М., 1989. - 159 с.

41. Наконечна Л. Й. Система задач для формування вмінь студентів розв'язувати задачі координатним методом/ Наконечна Л. Й. - Матеріали I Всеукраїнської дистанційної науково-практичної конференції «Методичний пошук вчителя математики». – Вінниця, 2017.

42. Нелін Є. П. Геометрія: дворівневий підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. заклад.: академічний і профільний рівень/ Є. П. Нелін – Х.:Гімназія, 2010. – 240 с.

43. Пойя Д. Как решать задачу/Д. Пойя; под ред. Ю. М. Гайдука – М.:1959. – 2008 с.

44. Полонський В. Б. Вчимося розв'язувати задачі з геометрії : навчально-методичний посібник/ В. Б. Полонський [та ін]; Творча спілка вчителів України. - К.: Магістр-S, 1998. - 256 с.
45. Попов К. А. Исследование геометрических преобразований/ К. А. Попов// Математика в школе. – 2007. – № 8. – С. 43-48.
46. Практикум з методики навчання математики. Основна школа: навчальний посібник для організації практичних занять і самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів; за редакцією В. О. Швеця – К.: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. – 267 с.
47. Слепкань З. І. Методика навчання математики: Підручник – 2-ге видання, допов. і перероб. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.
48. Татьянченко Д. В. Программа общеучебных умений: совершенствование эффективности формирования познавательной компетентности школьников/ Татьянченко Д. В., Воровщиков С. Г.// Образование в современной школе - №6.-2002. - с. 44-57. 76
49. Фіскович Т. Т Геометрия без репетитора/Т. Т. Фіскович. - М.: УНЦ ДО МГУ, 1998.— 152 с.
50. Чернова В. І. Формування елементарних математичних уявлень у дітей. Методичний посібник./ Чернова В. І., Тарасов М. А., Надтока М. В.; за загальною редакцією В. І. Чернової: - Хабаровськ, 2003. - 155 с.
51. Шарыгин И. Ф. Нужна ли школе 21-го века Геометрия?/ И. Ф. Шарыгин// Математическое просвещение. – 2004. – Т. 8. – С. 37–52.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Аналіз програм

Підручники "Геометрія 7-9"

1) Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов [7]

а) 7 клас. Розділ 2 "Трикутники" (14 год): Трикутник. Ознаки рівності трикутників. Перпендикуляр до прямої. Медіани, бісектриси і висоти трикутника. Трикутник і його властивості. Основні задачі на побудову за допомогою циркуля і лінійки. Основна мета - відпрацювати навички вирішення найпростіших завдань на побудову за допомогою циркуля і лінійки. На початковому етапі вивчення теми корисно більше уваги приділяти використанню засобів наочності, вирішення завдань за готовими кресленнями.

Розділ 4 "Співвідношення між сторонами і кутами трикутника" (16 год): Сума кутів трикутника. Співвідношення між сторонами і кутами трикутника. Нерівність трикутника. Деякі властивості прямокутних трикутників. Ознаки рівності прямокутних трикутників. Відстань від точки до прямої. Відстань між паралельними прямими. Завдання на побудову. Основна мета - розширити знання учнів про трикутники. При вирішенні завдань на побудову в 7 класі рекомендується обмежуватися тільки виконанням побудови шуканої фігури циркулем і лінійкою. В окремих випадках можна проводити усно аналіз і доказ, а елементи дослідження можуть бути присутніми лише тоді, коли це обумовлено умовою завдання.

б) 8 клас. Розділ 7 "Подібні трикутники" (19 год): подібні трикутники. Ознаки подібності трикутників. Застосування подібності до доказів теорем і вирішення завдань. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Основна мета - сформулювати поняття подібних трикутників, виробити вміння застосовувати ознаки подібності трикутників, сформулювати апарат рішення прямокутних трикутників. Рішення задач на побудову методом подібності можна розглянути з учнями, які цікавляться математикою.

У розділі 8 "Коло" (17 год): Дотична до кола та її властивості. Центральні і вписані кути. Чотири чудові точки трикутника. Вписана і описана окружності. Основна мета - дати учням систематизовані відомості про кола та її властивості, вписаною і описаною кіл. У цій же темі є ряд завдань на побудову вписаних і описаних кіл за допомогою циркуля.

в) 9 клас. Розділ 12 "Довжина кола і площа круга" (16 год): Правильні багатогранники. Довжина кола і площа круга. Основна мета - розширити і систематизувати знання учнів про кола і багатокутники. Побудова правильних багатокутників за допомогою циркуля і лінійки обмежується побудовою квадрата, правильних трикутника, шестикутника і $2n$ -кутника.

Розділ 13 "Рух" (12 год): Поняття руху. Паралельний перенос і поворот. Основна мета - познайомити з поняттям руху на площині: симетрії, паралельним перенесенням, поворотом. При вивченні теми основну увагу слід приділити виробленню навичок побудови образів точок, відрізків, трикутників при симетриях, паралельному перенесенні, повороті.

2) А.В. Погорєлов [5]

а) 7 клас. §5 "Геометричні побудови". Основна мета - вирішувати найпростіші задачі на побудову за допомогою циркуля і лінійки. Рішення задач на побудову за допомогою циркуля і лінійки: трикутника за трьома сторонами; кута, рівного даному; бісектриси кута; перпендикулярної прямої; поділ відрізка навпіл.

б) 8 клас. §6 "Чотирикутники (20 год): Визначення чотирикутника. Паралелограм, його ознаки та властивості. Прямокутник, ромб, квадрат та їх властивості. Основна мета - дати учням систематизовані відомості про чотирикутники та їх властивості.

§9 "Рух" (8 год): Рух і його властивості. Симетрія відносно точки і прямої поворот. Паралельний перенос і його властивості. Поняття про рівність фігур. Основна мета - познайомити учнів з прикладами геометричних перетворень. Симетрія відносно точки і прямої, паралельне перенесення учні повинні засвоїти на рівні практичних застосувань.

§11 "Подібність фігур" (17 год): Поняття про гомотетії і подібність фігур. Подібність трикутників. Ознаки подібності трикутників. Подібність прямокутних трикутників. Центральні і вписані кути та їх властивості. Основна мета - засвоїти ознаки подібності трикутників і відпрацювати навички їх застосування.

§13 "Багатокутники" (12 год): Ламана. Опуклі багатокутники. Сума кутів опуклого багатокутника. Правильні багатокутники. Коло, вписане в правильний багатокутник. Коло, описане близько правильного багатокутника. Довжина окружності. Довжина дуги кола. Радіанна міра кута. Основна мета - розширити і систематизувати відомості про багатокутники і кола.

3) А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.І. Рижик [6]

а) 7 клас. Розділ 1 "Початок геометрії" (15 год): Геометричні фігури. Перші завдання геометрії. Побудови. Відрізки. Промінь і пряма. Дії над відрізками. Довжина відрізка. Відстань. Коло і круг. Кут. Дії над кутами. Величина кута. Основна мета - розповісти про завдання систематичного курсу геометрії і закласти основу для його побудови. Особливу роль в 7 класі грають геометричні побудови. Перші аксіоми з'являються як твердження про можливість виконання найпростіших побудов, а перші докази дають обґрунтування того, що побудовані фігури мають необхідні властивості. Виклад як цієї теми, так і наступних повинний поєднувати наочність і логічність, а також бути пов'язаним з практичними застосуваннями.

Розділ 2 "Трикутники" (20 год): Трикутник і його елементи. Рівність трикутників. Дві ознаки рівності трикутників. Розподіл відрізка навпіл і побудова перпендикуляра. Серединний перпендикуляр відрізка. Побудова бісектрис, висот і медіан трикутника. Властивості рівнобедреного трикутника. Поняття осьової симетрії. Ознака рівнобедреного трикутника. Основна мета - розвинути навички вирішення задач на побудову за допомогою циркуля і лінійки, почати знайомство з симетрією фігур.

б) 8 клас. Розділ 5 "Метричні співвідношення в трикутнику" (34 год): Теорема Піфагора. Застосування теореми Піфагора: рівність прямокутних

трикутників, порівняння перпендикуляра і похилої, нерівність трикутника, характерна властивість бісектриси кута. Синус. Властивості синуса і його графік. Застосування синуса: рішення прямокутних трикутників, обчислення площі трикутника, теорема синусів, рішення трикутників. Косинус, його властивості та графік. Застосування косинуса: теорем косинусів, рішення трикутників, середня лінія трикутника, порівняння сторін і кутів трикутника. Тангенс і його властивості. Основна мета - вивчити основи тригонометрії, довести три найважливіші теореми і продемонструвати багатство можливих застосувань цих теорем в теорії і в практиці, зокрема при вирішенні трикутників.

в) 9 клас. Розділ 7 "Багатокутники і окружності" (18 год): Хорди і дотичні. Градусна міра дуги кола. Вписані кути. Вписані і описані окружності. Правильні багатокутники. Центр правильного багатокутника. Довжина кола площа кола. Основна мета - вимірювання довжини кола і площі круга. Решта результатів цієї теми мають другорядний характер.

Розділ 8 "Інші методи геометрії" (34 год): Метод координат: відстань між точками, поняття про зрівняння фігури, рівняння кола. Вектори і координати: розкладання вектора по осях координат, координати векторів і їх зв'язок з координатами точок, рівняння прямої. Скалярне множення і його властивості. Перетворення фігур. Рух фігур і його властивості. Перетворення фігур. Рух фігур і його властивості. Види рухів: перенесення, симетрії, поворот. Симетрія фігур. Подібність. Гомотетія. Властивості подібності. Подібність трикутників. Основна мета - познайомити учнів з методами, які були відсутні в класичній елементарній геометрії, але грають в сучасній геометрії провідну роль: методом координат, векторним методом, методом перетворень.

Основна мета всіх підручників при введенні завдань на побудову - це розвинути і відпрацювати навички вирішення найпростіших завдань на побудову за допомогою циркуля і лінійки.