

Міністерство освіти і науки України  
Рівненський державний гуманітарний університет  
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота  
бакалаврського рівня

на тему:

**Математичні задачі та їх роль у розвитку інтелектуальної  
культури учнів**

Виконала:

студентка IV курсу, групи МЕІ-41

Спеціальності 014 Середня освіта (Математика)

Стрілець Яна Ігорівна

Керівник: канд. пед. наук, проф. кафедри  
математики з МВ

Павелків Ольга Миколаївна

---

Рецензент: канд. фіз.-мат. наук, доц. кафедри  
вищої математики

Демчик Світлана Петрівна

---

Рівне – 2021 рік

## Зміст

Вступ.....	3
Розділ 1. Науково-теоретичні основи вивчення математичних задач в шкільному курсі математики .....	5
1.1. Формування пізнавального інтересу в навчанні математики за допомогою урізноманітнення математичних завдань.....	5
1.2. Формування методичної готовності майбутніх вчителів до розв'язування з учнями математичних задач.....	8
1.3. Математичне моделювання, як прийом діяльності при дослідженні реальних об'єктів і процесів та при розв'язуванні задач.....	10
1.4. Математичні задачі фінансового змісту, як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів .....	13
1.5. Розвиток інтересу до математики через інтелектуальні ігри.....	16
Розділ 2. Методика розв'язування математичних задач в шкільному курсі математики.....	19
2.1. Обчислювальна культура як компонент математичної грамотності учнів .....	19
2.2. Задачі у навчанні математики. Види задач .....	20
2.3. Методи та способи розв'язування задач.....	21
2.4. Методика навчання учнів розв'язування задач .....	24
2.5. Розвиток творчого мислення та здібностей учнів через розв'язування...	31
Висновок .....	41
Список використаних джерел .....	44

## Вступ

Математика є надзвичайно важливим джерелом знань про світ, також вона являється одним із компонентів людської культури, на її основі твориться науково-технічний розвиток суспільства і його економічний прогрес. Захоплення математикою формує в учнів ставлення до математики, як складника загальної культури людини, необхідної умови функціонування особистості в суспільстві, як універсальної мови науки й техніки, а також як засобу моделювання й дослідження процесів і явищ світу, який нас оточує. Вище перелічені чинники говорять нам про те що вивчення математики в школі повинне спрямовуватись на формування пізнавального інтересу учнів до науки «Математика» та до процесу її засвоєння на уроках і в позакласній роботі.

Розвиток математики відбувається в основному за допомогою задач, а саме через їх розв'язування. Адже, задачі якраз спонукали не лише виникнення, але також і подальший розвиток математики, як найважливішої науки в сучасному світі. Основну роль, безперечно, виконують задачі, які ставить перед суспільством життя.

Вміння учнів застосовувати знання в якихось конкретних ситуаціях не з'являється випадково, вона розвивається в процесі педагогічного впливу, що забезпечує здобування школярами знань, які вони зможуть вільно використовувати в подальшій своїй трудовій і суспільній діяльності.

У математиці задачам відведена особлива роль. З одного боку, математичні задачі становлять розділ програми, матеріали якого повинні бути засвоєнні учнями, а з другого – вони є дидактичним засобом навчання, виховання і розвитку учнів. Отже, задачі у вивченні математики являються і об'єктом вивчення, і засобом навчання.

Вміння розв'язувати задачі вимагає від учнів знання деяких життєвих ситуацій, взаємозв'язків між величинами, обізнаності в суті арифметичних дій, знання прийомів обчислень, суті та структури задачі. Процес розв'язування математичних задач полягає у пошуку або встановленні взаємозв'язку між заданою величиною, даними та шуканою величиною, вираження цих відношень

математичною мовою у вигляді арифметичних операцій та виконання ряду операцій для пошуку рішення задачі. Основне завдання педагога – навчити учнів знаходити зв'язки і добирати послідовність цих зв'язків для визначення невідомого числа.

*Актуальність теми.* Суспільство має необхідність в компетентних, творчих особистостях, які будуть здатні приймати активну участь у розвитку сучасного виробництва, науки, економіки та культури. Саме тому первинним завданням шкільної освіти стає завдання створення сприятливих умов для виявлення і розвитку здібностей школярів, задоволення інтересів і потреб учнів, розвиток навчально-пізнавальної діяльності та творчої самостійності. Активізація пізнавальної діяльності дітей – одна з проблем, над вирішенням якої працює національна школа й методична наука. Це зумовлено різким падінням соціального статусу і престижу знань серед учнів.

*Об'єкт дослідження:* проблеми, зміст та засоби навчання розв'язування математичних задач на уроках математики в середній школі.

*Предмет дослідження:* математичні задачі та їх роль у розвитку інтелектуальної культури учнів.

*Мета дослідження.* Дослідження математичних задач та їх ролі у розвитку інтелектуальної культури учнів.

*Основні завдання* – проаналізувати роль математичних задач у розвитку інтелектуальної культури учнів; на основі вивчення та аналізу психолого-педагогічної та методичної літератури, визначити роль, місце, математичних задач у шкільному курсі математики; проаналізувати матеріали офіційних, психолого-педагогічних джерел з проблеми вивчення математичних задач в контексті реформування системи загальної середньої освіти України.

Для вирішення поставлених завдань були застосовані такі **методи дослідження:** аналіз і синтез, узагальнення і порівняння.

**Структура бакалаврської роботи.** Бакалаврська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків та списку використаних джерел.

## **Розділ 1. Науково-теоретичні основи вивчення математичних задач в шкільному курсі математики**

### **1.1. Формування пізнавального інтересу в навчанні математики за допомогою урізноманітнення математичних завдань**

Пізнавальний інтерес розвивається і формується під час діяльності, і, перш за все, під час навчання. Успіх вчителя в навчальному процесі в основному залежить від того, наскільки йому вдалося привернути увагу учнів до свого предмету. Інтерес не може з'явитись сам по собі, вчителю потрібно прийняти участь, посприяти появі інтересу до предмету в учнів. Як це зробити? Слід зазначити, що успіх учнів з якогось конкретного предмету не завжди свідчить про наявність в учня пізнавального інтересу до нього. Дитина може отримувати хороші оцінки з предмету, але це може бути показником того що учень старанний або про те, що йому легко дається математика. Але ми не можемо стверджувати, що у цієї дитини є пізнавальний інтерес до математики. У той же час, школяр, який не особливого успіху в математиці, може проявити інтерес до предмета, йому може сподобатися займатися на уроці математики. Робота вчителя з класом полягає у виявленні таких учнів, розвитку та формуванню у них тривалого пізнавального інтересу. Вчителі повинні підтримувати таких учнів, урізноманітнювати їх навчальну діяльність, та залучати таких учнів до позакласної роботи з математики. Можливо, таких дітей зацікавить розв'язування нестандартних математичних завдань, є досить велика ймовірність того, що вони зможуть проявити свої математичні здібності в виконанні завдань такого типу. Добившись успіху, дитина підніметься не тільки в своїх очах, а також і в очах однокласників. Це може надихнути учня на серйозне вивчення математики.

Якщо вчитель хоче зацікавити як найбільше учнів математикою, йому потрібно застосовувати у навчанні дітей математики різні форми навчання, а також бути обізнаним в питаннях формування пізнавального інтересу.

Формування пізнавальних інтересів в учнів може відбуватися двома шляхами, з одного боку така можливість міститься у самому змісті навчальних предметів, а з іншого – формування може відбуватись шляхом організації пізнавальної діяльності учнів.

Перше, що викликає інтерес учнів - це нові знання про світ. Ось чому продуманий відбір навчального матеріалу, щоб показати багатств наукових знань, є важливою частиною формування інтересу до навчання. Які ж є способи виконання цього завдання? Інтерес збуджує і підкріплює, навчальний матеріал, який для учнів невідомий, новий, вражає їх уяву, та змушує їх дивуватися. Адже, здивування являється сильним стимулом пізнання, а саме його первинним елементом. Дивуючись, людина немов прагне зазирнути вперед. Вона перебуває у стані очікування чогось нового.

Але інтерес до навчального матеріалу не може підтримуватися весь час тільки за рахунок яскравих фактів, а його цікавість неможливо зводити до умовного «дивує та вражає уяву». Нове й несподіване майже завжди в навчальному матеріалі подається на тлі вже відомого та знайомого. Тому для підтримання інтересу до навчання важливо вчити учнів умінню в знайомому бачити нове. Викладання такого типу підводить дітей до усвідомлення того, що у звичайних явищ навколишнього світу є безліч невідомих сторін, про які вони зможе дізнатися більше на уроках.

Всі явища життя, що стали з часом для дитини звичними, можуть і повинні набути в навчанні несподівано нового, повного змісту, зовсім іншого звучання. І це обов'язково стане чудовим стимулом інтересу учня до пізнання нового. Педагогу необхідно переводити школярів із ступеня його життєвих, досить вузьких уявлень про світ – на рівень наукових понять, розуміння закономірностей. Появі інтересу до пізнання також слугує показ новітніх досягнень науки. Зараз, більш ніж будь-коли, необхідно розширювати границі програм, ознайомлювати учнів з основними напрямками наукових досліджень, відкриттів. Все це може бути здійсненим як на уроці математики, так і в позакласній роботі з предмету.

Існують й інші напрямки розвитку інтересу до математики у дітей. Наприклад, використання наукової фантастики. Різноманітні завдання також можуть стати чудовим засобом розвитку пізнавального інтересу. Зміст завдань, їх цікава змістова наповненість, зв'язок з життєвими ситуаціями, являються невід'ємними складовими при навчанні математики. Цікавість породжує зацікавленість, створює відчуття очікування, допитливість заміняє цікавість і викликає інтерес до розв'язання математичних задач, а також до самої математики. До змістової складової завдання відноситься також, і її новизна, що досягається за допомогою включення відомостей, зв'язаних з життям. Сприяють підвищенню інтересу до математики і завдання, що містять в собі факти з життя якихось конкретних історичних або відомих особистостей, а також цікаві відомості з історії математики. Загалом, доповнення заняття відомостями з історії науки сприяють кращому засвоєнню навчального матеріалу, розвитку інтересу у дітей до математики. Новизна завдань у тому числі може досягатися і шляхом реалізації предметних зв'язків. Завдання і вправи, що містять помилки або неточності, також можна використовувати для розвитку інтересу до предмету. Завдання такого типу навчають школярів звертати увагу на необхідність логічних міркувань. Одним з показників рівня, так званого, математичного розвитку учнів, а також рівня засвоєння ними отриманих знань являється, уміння дітей вирішувати математичні завдання.

Далеко не все в навчальній програмі може бути для школярів цікавим. І тоді вступає ще одне, важливе джерело пізнавального інтересу - сам процес діяльності. Щоб поглибити у дітей бажання вчитися, потрібно розвивати в учнів необхідність займатися пізнавальною діяльністю, а це означає, що в самому процесі цієї діяльності школяр повинен знаходити нові захоплюючі сторони предмету. А також важливо щоб сам процес навчання мав позитивні заряди інтересу. Так використання ігрових ситуацій, уроки та позакласні заняття проведенні у вигляді ігор своєю не традиційністю і цікавістю збільшують інтерес учнів до предмету.

Збагативши різноманітністю зміст занять з математики, як позакласних, так і уроків, застосовуючи різні форми їх проведення і враховуючи всі можливі умови формування пізнавального інтересу, можна сприяти його розвитку у значної кількості здобувачів освіти.

## **1.2. Формування методичної готовності майбутніх вчителів до розв'язування з учнями математичних задач**

Як зазначено в підручнику «Методика навчання математики» [23], освітній галузі «Математика» задачі виступають вагомим засобом ілюстрування і конкретизації навчального матеріалу, розвитку пізнавальних процесів, оволодіння прийомами розумової діяльності, формуванню в здобувачів освіти мотивації до навчальної діяльності, інтересу, а також здатності до неї.

Математичні задачі являються тими моделями ситуацій, які поєднують в собі різні ситуації з реального життя і математичні операції та вирази. Вони є засобами для визначення проблемних ситуацій, що з'являються у навколишньому світі, та які можливо розв'язати математичними способами, так сказати перекласти математичною мовою, застосовуючи для цього математичні знання. Формуючи в школярів здатність розв'язувати задачі, вчителі навчають дітей застосовувати математичні знання у випадках, що виникають у житті людини.

Розглянемо ряд понять, які повинен знати вчитель навчаючи учнів розв'язувати задачі.

**Задача** – це певною мірою вимога щодо знаходження невідомої величини за числовими даними та залежностями між ними.

**Математична задача** – це вимога побудувати, обчислити, або довести щонебудь, що має відношення до просторових форм та кількісних відношень.

Серед числових математичних задач виокремлюють задачі, які мають різні назви: арифметичні, текстові, сюжетні.



Вимогу визначити числове значення деякої величини, якщо відомо числові значення інших величин і залежність, яка зв'язує ці величини з шуканою величиною та між собою, називається **арифметичною задачею**.

**Текстова задача** - це задача, умова і запитання якої сформульовані словесно, тобто у вигляді тексту – питальних та розповідних речень.

**Сюжетна задача** - математична задача, яка описує деякий життєвий сюжет, а конкретно – кількісну сторону реальних процесів, ситуацій та явищ і в якій подано вимогу знайти шукану величину, застосовуючи дані величини та зв'язками між ними.

Мета навчання дітей розв'язуванню задач полягає у формуванні в них вмінь (загальних і окремих), що проявляються в можливості розв'язувати задачі будь-якої складності і структури.

Вчитель має знати всі структурні елементи будь-якої математичної задачі.

Кожна задача має такі складники: зв'язки між шуканою величиною та числовими даними, числові данні й зв'язки між ними, запитання.

Умова задачі охоплює задану ситуацію ( явище, процес, подію), числові значення величин, залежності між даними значеннями, а також зв'язки між даними числами, та між даними та шуканими. Ці зв'язки в подальшому слугують для визначення відповідної арифметичної дії.

Числовими даними називають числові складові (компоненти) тексту задачі. Вони характеризують значення величин, які подані в умові задачі, а також характеристики відношень між ними. У вигляді чисел подаються числові значення величин і числові характеристики множин, а от характеристики відношень між ними можна подати словесно. Метою розв'язання сюжетної задачі є знаходження невідомого або шуканого.

Запитання задачі вказує, яке значення величини є шуканим. Це саме та складова тексту, у якій зафіксовано шукану величину. Запитання задачі обов'язково повинно бути зв'язане з її умовою, і може бути сформульоване у вигляді питального або спонукального речення. Взаємозв'язок між умовою задачі і запитанням може бути опосередкованим або прямим. Прямий зв'язок

запитання задачі з умовою практично зосереджений на застосуванні даних, які наведені в умові. Опосередкований зв'язок прямо не пов'язаний з викладеними в умові задачі даними та відношеннями між ними, тому перш потрібно перетворити запитання так, щоб після зміни цей зв'язок безпосередньо орієнтував на умову задачі.

Задача потребує розв'язання. Розв'язати задачу – значить розкрити зв'язки між даними і невідомими величинами або між даними та невідомими значеннями величини, за тим виконати арифметичну дію, можливо ряд арифметичних дій і знайти відповідь на запитання поставлене в задачі.

Таким чином, увага вчителя під час розв'язування задач буде спрямуватись не тільки на рівень аналітично-синтетичної діяльності здобувача освіти, та на особливості його мислення, а також і на здійснення подальшого розвитку цих здібностей.

Для того щоб сформувати у дитини вміння розв'язувати задачі можна також використовувати для розв'язування задач різні способи. Це спонукає до пошуку нових зв'язків між даними та невідомими, та до застосування вже відомих зв'язків в нових умовах.

### **1.3. Математичне моделювання, як прийом діяльності при дослідженні реальних об'єктів і процесів та при розв'язуванні задач**

Як спосіб пізнання та дослідження моделювання у шкільному навчанні починає використовуватись з 1 класу під час вивчення предметів природнього циклу. Коли учні переходять до основної школи вони починають ознайомлення вже з математичним моделюванням як прийом при дослідженні різних об'єктів і процесів, а також при розв'язуванні задач.

Вчитель – головна фігура в освіті: він одночасно і практик, і дослідник. Тому створення навчальних засобів, розрахованих не тільки на учнів, а також і на учителів, в яких буде враховуватись не лише рівень розвитку суспільства, а також і реальність сучасних шкіл є актуальним завданням.

Прищеплення учням навичок математичного моделювання являється метою перших кроків вчителя. А саме навчити реалізувати всі його етапи, та навчити застосовувати його під час розв'язуванні математичних задач.

Деякі завдання можуть показатися легкими, такими, які можна розв'язати в декілька прийомів, але також знайдуться такі задачі з якими учні стикнуться вперше. Математичне моделювання рекомендується застосовувати навіть для розв'язування простих задач. За допомогою такого підходу вчитель може підготувати учнів до розв'язування складніших завдань.

Що таке математичне моделювання?

Слово «модель» пішло від латинської мови, і перекладалось як «міра», «образ», «засіб». Модель використовується як образ чогось, разом з її допомогою ми можемо щось досліджувати. Моделювання розуміється як «створення образу», і «дослідження», «вивчення» цього образу. Моделі будь-чого зустрічаються нам майже не на кожному кроці: модель Землі – глобус, дитячі іграшки, - теж являються моделями якихось об'єктів, навіть людина може зробити свою модель у вигляді фотографії. Такі моделі є прикладами «фізичних» моделей.

Математичним моделюванням називається створення та дослідження моделей за допомогою засобів математики. «Книга природа написана мовою математики», - стверджував Галілео Галілей, ще чотириста років тому. Математичне моделювання є одним із найзручніших і найефективніших засобів дослідження навколишнього світу, та природи. З допомогою математики стає можливим створення моделей, як і окремого матеріального об'єкта, так і складного соціального чи економічного процесу, і навіть таких природніх процесів, які відбуваються у далеких галактиках (наприклад, народження і загибель зірок). Слід зазначити, що в своєму дослідженні я використала поняття математичної моделювання, викладене в книзі «Реальність і логіка математичних моделей у світі математики» Конфорович А.Г. [13].

Щоб вміти досліджувати і описувати такі процеси або ж об'єкти за допомогою математики, необхідні знання не тільки з математики, але і з хімії,

біології, фізики, та інших галузей знань. Також, важливо володіти умінням користуватись законами природи, власним досвідом і здоровим глуздом.

Прикладні задачі, тобто задачі, що постають перед нами у повсякденному житті і мають відношення до реальних процесів або об'єктів, потребують їх «перекладу» на мову математики. Такий «переклад» називається математичним моделюванням і відповідно, математичною моделлю цієї задачі називають представлення прикладної задачі за допомогою математичних термінів.

**Наприклад:**

**Задача 1.** Скільки поїздок потрібно зробити машині, вантажопідйомність якої 5 т., щоб привезти 23 т. піску.

**Математична модель задачі:** Знайдіть найменше натуральне число, що більше або рівне частки від ділення числа 23 на число 5.

Під час складення математичної моделі прикладної задачі з'являється потреба створення математичних моделей істинних об'єктів, які зазначені в задачі.

**Задача 2.** Визначте, скільки декоративної плитки розміром 32x32 см. потрібно для того, щоб обкласти підлогу розмірами 1,8x2,4 м.

Для розв'язування цієї задачі реальний об'єкт – декоративна плитка – заміняється на його математичну модель – квадрат довжина сторони якого 0,32 м., а прямокутник шириною 1,8м довжиною 2,4м., стане математичною моделлю підлоги.

**Математична задача в такому випадку виглядатиме так:** Яка найменша кількість квадратів, довжина сторони яких 0,32 м., знадобиться щоб вони повністю покрили прямокутник шириною 1,8м. і довжиною 2,4м. Математична модель процесу або об'єкту може бути подана у вигляді геометричної фігури, пропорції, діаграми, формули, або таблиці. Доцільність використання будь-якої з форм представлення математичної моделі під час розв'язування задач, залежить від самої задачі.

#### **1.4. Математичні задачі фінансового змісту, як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів**

Фінансова математична задача (математична задача фінансового змісту) – задача зміст якої пояснює застосування математики в дисциплінах пов'язаних з фінансами, а також знайомить із використанням математичних понять, законів та операцій у сфері фінансів.

Таке означення показує, що ці задачі можуть використовуватися протягом усього навчального процесу.

Розв'язування фінансових математичних задач під час уроків математики базується на принципах і основах процесу активізації пізнавальної діяльності учнів.

Розв'язуючи з учнями математичні задачі фінансового змісту на уроках, вчитель зможе плавно ознайомлювати дітей із фінансовим становищем рідної країни та закордонних держав, та шляхами вирішення можливих власних фінансових проблем.

Фінансові математичні задачі виконують:

- освітню функцію, тому що їх застосування цілеспрямоване на формування в учнів вмінь і навичок, систем знань на різних етапах навчання;
- розвиваючу функцію, тому що робота з такими задачами формує вміння розуміти зміст понять, використовувати отримані знання на практиці, вміти аналізувати результати, та робити підходящі порівняння, узагальнення і висновки;
- виховну функцію, тому що насамперед за допомогою цього класу задач на уроках математики здійснюється фінансове та економічне виховання.
- контролюючу функцію, у вигляді навчальних задач.

Будь-яка математична задача з фінансовим змістом, яку вчитель пропонує для розв'язування школярам, має задовольняти вимоги наведені вище.

Математичні задачі фінансового змісту мають ще ряд додаткових вимог, які є вагомими чинниками для навчальних задач, прикладного, та практичного змісту:

- Виховний вплив, та пізнавальна цінність задач на здобувачів освіти;
- Зрозумілість для дітей поданого в задачі нематематичного матеріалу;
- Дійсність відображеної в умові задачі ситуації, числових даних, поставленого питання та отриманого результату.

Розв'язання якої завгодно задачі розпочинається із знайомства з самим змістом цієї задачі, він може викликати чи не викликати зацікавленість у школярів.

Інтерес до задачі, а саме до її змісту, слугує не тільки осмисленому сприйманню поданих в ній вимог, а також і надає цим вимогам особливого характеру. Діяльність дітей, в такому випадку, буде спрямовуватись на розв'язання реальної задачі, дітям потрібно буде отримати результат. Для того щоб розв'язати задачу учні повинні мати хороші здібності до творчої роботи, або щонайменше потребується вміння швидко відшукати оптимальне, а головне правильне рішення. Заняття темою яких буде розв'язання фінансових математичних задач, можна проводити під виглядом гри-змагання. Під час такого уроку діти зможуть позмагатись за звання найкращого: «фінансиста», «бізнесмена», «бухгалтера». Для учнів такі заняття будуть цікавими та пізнавальними, вони із захопленням прийматимуть участь у змаганнях та іграх. Слід зазначити, що під час таких уроків перед дітьми буде живий приклад того, якою продуктивною може бути сумісна праця, або ж якою простою може бути складна задача, коли її розв'язувати спільними зусиллями. Вони будуть обговорювати свої ідеї, можливі відповіді, та разом шукати результат.

Формування умінь розв'язувати задачі, вирішувати складні проблеми, та формування прийомів розумової діяльності ведеться через покрокове ускладнення завдань, розв'язування задач з порівняннями, постановку проблемних питань, класифікацію та узагальнення.

**Розглянемо, для прикладу, декілька задач фінансових математичних задач:**

**Задача 1:** Нехай, деяке число  $x$  – позначає всі доходи сім'ї за місяць, а середні витрати за місяць складають 700 грн. Потрібно скласти функцію прибутку сім'ї, за місяць та за рік.

Знання нюансів банківської системи, та їх роботи банків з клієнтами стануть дуже корисними для розсудливого користування своїми коштами. Давно відомо, що стабільними факторами підтримання фінансової стабільності держави, є оформлення депозитних рахунків, щоб населення могло заощаджувати гроші, одержання кредитів задля заснування бізнесу, чи забезпечення власних споживчих цілей, а також просування безготівкової системи оплати.

Також, для розгляду з учнями на уроках математики, можна використовувати задачі на страхування, під час їх розв'язування діти знайомляться з різними страховими термінами, та їх тлумаченням, а також дізнаються про математичну залежність між цими термінами. Здобувачі освіти навчаються використовувати набуті знання в різних страхових випадках, які можуть виникнути в реальності. Для прикладу розглянемо задачу з теми: «Числові послідовності».

**Задача 2.** Для залучення клієнтів страхова компанія використовує активну політику щодо зменшення страхового тарифу в залежності від кількості об'єктів страхування. Клієнт вирішив застрахувати одразу 5 об'єктів, вартість кожного 2000 грн. Яка сума страхових внесків, якщо страховий тариф при страхуванні одного об'єкта 3%, та він зменшується при страхуванні кожного наступного об'єкту на 0,5%?

Розв'язування задач з фінансовим змістом, слугує розвитку особистості, навчає здобувачів освіти використовувати в фінансовій сфері здобуті знання з математики, та підготовлює дітей до життя в реальному світі. Діти плавно знайомляться з фінансовою термінологією, фінансовими означеннями та

термінами впродовж усього курсу математики у школі, і все це відбувається під час розв'язування математичних задач з фінансовим змістом.

### **1.5. Розвиток інтересу до математики через інтелектуальні ігри**

Математика є зв'язною та логічною системою правил, теорем, визначень. І коли в цій системі з'являється якийсь нова теорема, чи можливо нове правило або визначення, вони як правило будуть опиратись на попередньо доведені та введені. Таким чином, будь-яка нова задача буде включати складові уже раніше розв'язаної задачі. Але за часту, саме цей зв'язок, доповнюваність, взаємозалежність майже всіх розділів математики, неприйняття прогалін і нерозуміння матеріалу, являється головною причиною ускладнення вивчення математики для дітей. Наслідком такого стає зникнення в учнів інтересу до предмету «Математика». Та якщо зануритись глибше, можна також дізнатись, що математика - це ціла система завдань, задля розв'язання яких потрібно прикласти немалі розумові зусилля, проявити наполегливість, а можливо в деякому розумінні і волю до перемоги. Такі, математичні особливості не рідко сприяють підвищенню активності мислення учнів, але в той же час саме вони часто являються першопричиною проявів пасивності серед учнів. Для вчителів, які хочуть залучити в ряди поціновувачів математичних знань здобувачів освіти, які не зацікавлені в таких знаннях і взагалі не проявляють до математики інтерес, стануть в пригоді заняття у вигляді цікавої математичної гри. Ігри дуже швидко захоплюють увагу учнів, насамперед їм подобається процес гри, а потім вже в них починає проявлятися азарт, вони починають прикладати як найбільше зусиль, задля того щоб виграти.

Як ми всі знаємо, при вивченні будь-чого, дуже важливою складовою є мотивація. Мотивація може бути різною, починаючи з похвали, якогось заохочення, оцінки і завершуючи можливими соціальними мотивами: життєвою потребою, усвідомленням суспільного значення отриманих знань та ін.. Також, можливі прояви стійкого інтересу до предмету. На уроках математики іноді



можливе розв'язування нудних, позбавлених різноманітності завдань. Відсутність мотивації, або її ослаблення може призвести до негативних наслідків, учні поступово втрачатимуть інтерес до предмету, їм не зрозумілий буде сенс вивчення предмету. Не формує задовільних умов для прояву активності і наполегливості учнів, і наявність словесно підтверджених, але далеких мотивів. Подібну ситуацію можна помітити, також при розв'язуванні задач і завдань підвищеної складності. Дуже часто на позакласних заняттях таким завданням відводиться велике місце. Ускладнення в таких завданнях приводять до проявів пасивності, вони знижують увагу учнів, інтерес до завдання, а також деколи виявляються дуже великими для дітей, що в результаті призводить до послаблення емоційного підйому, хоча на початку заняття подібні завдання сприймалися школярами, як потрібні і корисні. В наведених вище випадках, в пригоді для вчителя стануть цікаві математичні ігри, які можна проводити у вигляді змагань. Метою учнів в такому випадку стає бажання стати кращим, обіграти всіх і перемогти. Підвищується зосередженість дітей на завданні, а також наполегливість та швидкість виконання завдання. Після здобуття успіху, в школярі починають проявляти бажання досягти ще більших висот, а невдачі - навчають їх ретельно готуватись до занять, та прикладати якомога більше зусиль за для досягнення бажаних цілей. Такий підхід може чудово про стимулювати активно-пізнавальний інтерес в учнів.

Від характер діяльності, та методів її організації часто залежить прояв інтересу та активності до неї. Найчастіше активізацію пізнавальної діяльності спричиняє діяльність в якій для вирішення завдання чи проблеми, потрібно попрацювати самостійно, а також діяльність яка викликає у дітей позитивні емоції і хороші враження (задоволення від перемоги, радість досягнутому успіху). Відомо, що одноманітна діяльність, в якій не потрібно проявляти творчий підхід, а лише виконувати якусь механічну діяльність або запам'ятовувати щось, часто просто немає ніякого інтересу зі сторони дітей, і в результаті можна отримати пасивне ставлення учнів до навчання. Перевага

математичних ігор проявляється в їх яскравому емоційному забарвленні, різноманітності, а також в тому, що учням потрібно проявити самостійність під час виконання таких завдань. Використання таких завдань позакласних заняттях підвищує активно-пізнавальну діяльність учнів, насичує заняття хорошими враженнями, підвищує можливість прояву інтересу до предмета. Різноманітні ігри з математичними складовими заманюють учнів. Діти з радістю та захопленням приймаються за виконання цікавих завдань. Здобувачі освіти не задумуються в цей момент, що вони практично виконують ту саму розумову діяльність, що й на звичайних уроках математики.

## **Розділ 2. Методика розв'язування математичних задач в шкільному курсі математики**

### **2.1. Обчислювальна культура як компонент математичної грамотності учнів**

Поняття математичної культури не локалізується лише в рамках математичних вмінь, знань, та навичок. Під час вивчення математики в людини розвивається особливий стиль мислення, а також формується своєрідна математична грамотність і культура. Математична культура являється невід'ємною складовою загальнолюдської культури. Часто такий термін, як «математична культура» застосовується для того, щоб показати як людина пов'язана з математикою, а також для того щоб показати вплив математичних знань на внутрішній світ та загальну культуру людини. В цьому дослідженні використовується поняття математичної культури, зазначене у статті О. С. Чашечникової «Деякі аспекти формування математичної грамотності учнів» [25]. Розглянувши означення математичної грамотності, запропоноване С. Березін в його статті «Формування математичної грамотності учнів» [24], до загальноприйнятих компонентів математичної культури, таких як правильне та доцільне використання математичної термінології, наявність і вміння знаходити потрібних знань, та інформацію, яка потребується для вирішення тої чи іншої проблеми, чи задачі, потрібно додати також високий рівень знання математичної мови, та грамотне володіння нею, графічну і обчислювальну культуру.

Давайте детальніше розглянемо питання формування в здобувачів освіти обчислювальної культури. В наш час ведеться багато дискусій навколо проблеми цінності формування обчислювальної культури. В нашому сьогоденні іноді піддається сумніву актуальність питання відпрацювання учнями на уроках обчислювальних умінь. Ця проблема пов'язана з широким та швидким поширенням різної обчислювальної техніки. Слід зазначити, що формування обчислювальної культури тісно зв'язане з рівнем розвитку математичних

здібностей. Здатність до аналізу, мислення, математичного передбачення, оперативності розвиваються саме в процесі роботи з обчисленнями. Наприклад, розглянемо вираз  $(-3,7+2,5-4,3+7,5) \cdot 2,3 + (-14,9+15,2-3,3) \cdot 2,3$ . Обчислюючи такий математичний вираз, якщо у школяра обчислювальні навички розвинені погано, школяр обере два підходи по діях, учень в якого здібності кращі обере другий варіант – ланцюжком. На перших етапах, можливе застосування першого способу, але в подальшому дитина повинна навчитись робити обчислення раціональніше, тобто обчислювати за допомогою другого способу, цей спосіб сприяє більшій зосередженості на завданні.

## 2.2. Задачі у навчанні математики. Види задач

Всім нам відомо у навчанні математики задачі являються засобом навчання, і водночас об'єктом вивчення. В математиці виокремлюють такі найважливішими функції задач: виховна, контролююча, навчальна та розвивальна.

Роль **навчальної функції** проявляється у тому, щоб сформувати в здобувачів освіти на різних періодах навчання систему математичних вмінь, навичок та знань.

Призначення **розвивальної функції** у розвитку розумової діяльності в учнів: розвиток їх мислення, та підштовхування їх до розумових дій. А також розвиток просторової уяви і уявлень, вміння змоделювати якусь ситуацію, алгоритмічного мислення.

**Виховна функція** задач слугує для розвитку в здобувачів освіти широкого наукового світогляду. Допомогає у розвитку економічного, естетичного, та екологічного виховання. Формує активний пізнавальний інтерес, та підкреслює хороші риси особистості.

Роль **контролюючої функції** проявляється у визначенні рівня навченості, та математичного розвитку. А також сприяє визначенню швидкості та стану

засвоєння поданого вчителем матеріалу цілим класом, або тільки окремими учнями.

Види задач:

- **математична задача** ( задача, яку можна розв'язати за допомогою математичних методів. Такі задачі можна сформулювати в рамках якоїсь реальної ситуації взятої з навколишнього світу, або в рамках самої математики);
- **навчальна задача** ( задача, яка подається учням у вигляді якоїсь навчальної проблеми, розв'язування якої супроводжується проявом активної розумової діяльності, та вимагає застосування на практиці раніше отриманих вмінь та знань);
- **методична задача.**

### 2.3. Методи та способи розв'язування задач

Найважливішим завданням навчання математики в школі є навчання учнів математичних методів, зокрема методів доведення теорем і методів та способів розв'язування задач. Спираючись методичну літературу, можна стверджувати, метод – це спосіб теоретичного та практичного дослідження та здійснення чого-небудь [16]. І закономірним буде виникнення у нас уже зовсім іншого питання: «Що таке спосіб?»

У математичній методології методом розв'язування задач, та доведення теорем називається система розумових прийомів або сукупність логічних операцій та дій, за правильного застосування яких можливо розв'язати значний клас математичних задач. «Спосіб розв'язування задач» поняття не таке широке. Тобто, спосіб розв'язування задач являє собою сукупність засобів розумової діяльності, або поступових логіко-математичних операцій та дій, за допомогою яких розв'язується група задач, якогось певного виду, або якась одна окрема задача.

Для більшого розуміння наведемо декілька найпоширеніших прикладів: метод рівнянь часто застосовується для розв'язування сюжетних задач на обчислення; алгебраїчний метод, метод геометричних місць і метод геометричних перетворень використовується у геометрії для розв'язування задач на побудову. Також, прикладом може слугувати широко поширений у геометрії – векторний метод розв'язування задач. В алгебрі, ключовим методом дослідження функцій, та побудови їх графіків, являються метод, що опирається на застосування похідної, метод обрахування площ плоских фігур, а також метод інтегралів, який використовується для обчислення об'ємів геометричних тіл.

Під час пошуку способів розв'язування деяких задач на доведення чи обчислення, застосовують аналітичний і синтетичний методи міркувань. Ці методи відповідно так і називаються аналітичним та синтетичним. Синтетичний метод в основному застосовується у 5-6 класах середньої школи, та у початкових класах. При розв'язуванні задачі синтетичним методом, часто отримують дані з того, що дано в умові. Тобто, прокладають ланцюжок від умови до шуканого.

Наведемо приклад задачі, яка розв'язується синтетичним методом:

**Задача:** Між деякими селами А і В відстань 288 км. З села А до села В вирушив мотоцикліст, швидкість якого складала 72 км/год. В той же час з села В до села А вирушив велосипедист. Мотоцикліст і велосипедист зустрілися через 3 год. неперервного руху. За який час здолає відстань між селами мотоцикліст? І скільки часу затратить велосипедист?

**Розв'язання:**

1. Так як нам відома швидкість мотоциклу і відстань між селами, то можна вирахувати час руху мотоциклу:

$$288 \div 72 = 4 \text{ (год.)}$$

2. Знайдемо шлях, який проїхав мотоцикліст до зустрічі з велосипедистом

$$72 \cdot 3 = 216 \text{ (км.)}$$

3. Тепер вирахуємо шлях, який здолав велосипедист до зустрічі з мотоциклістом:

$$288 - 216 = 72 \text{ (км.)}$$

4. Отже, так як велосипедист подолав шлях в 72 км. за 3 год., то ми можемо вирахувати його швидкість:

$$72 \div 3 = 24 \text{ (км/год.)}$$

5. І на останок, вираховуємо час, за який велосипедист здолав усю відстань між селами:

$$288 \div 24 = 12 \text{ (год.)}$$

Відповідь: мотоцикліст здолав шлях за 4 год., а велосипедисту знадобилось 12 год. на здолання усієї відстані.

А тепер, цю розглянемо розв'язання цієї самої задачі аналітичним методом:

— Вчитель: Що нам потрібно знати, що отримати розв'язання цієї задачі?

— Учні: Потрібні дані про швидкість мотоцикла, та велосипеда. Нам відомий відстань між селами, та швидкість мотоцикліста. Томи ми можемо вирахувати час руху мотоцикла:  $288 \div 72 = 4 \text{ (год.)}$

— Вчитель: Які дані нам потрібні для вирахування швидкості велосипедиста?

— Учні: Потрібно дізнатись шлях, який подолав велосипедист за 3 год., тобто до зустрічі.

— Вчитель: Як нам визначити цей шлях?

— Діти: Для цього нам потрібно знайти шлях, який здолав мотоцикліст до зустрічі, тоді різниця між всією відстанню і відстанню яку здолав мотоцикл і буде відстанню яку проїхав велосипедист за 3 год. до зустрічі.

— Вчитель: Вирахуйте цей час.

— Діти:  $72 \cdot 3 = 216 \text{ (км.)}$ , отже  $288 - 216 = 72 \text{ (км.)}$

— Вчитель: Як нам тепер відшукати швидкість велосипедиста?

— Діти: Нам потрібно шлях до зустрічі розділити на витрачений час:

$$72 \div 3 = 24 \text{ (км/год.)}$$

— Вчитель: Як вирахувати час, який витратив на подолання відстані велосипедист?

— Учень: Нам потрібно відстань між селами розділити на швидкість велосипедиста:  $288 \div 3 = 12$ (год.).

Аналітичний спосіб базується на демонстративному пошуку відповіді задачі, він навчає здобувачів освіти реалізовувати подібний пошук самостійно. Аналітичний метод дуже поширено застосовується у старших класах, з його допомогою розв'язують стереометричні задачі на обчислення площ та об'ємів геометричних тіл. Розв'язання починається із відбирання потрібної для обчислення невідомої величини формули, а потім поступово відбувається пошук невідомих величин, які зазначені в формулі.

#### **2.4. Методика навчання учнів розв'язування задач**

Комплексний підхід до навчального процесу робить методику навчання здобувачів освіти розв'язуванню задач більш ефективною. Тобто, має бути чітко зафіксована мета навчання школярів розв'язуванню задач деякого виду, або засвоєння деякого методу. Також, повинна бути розширена система задач, які використовуються під час уроків, та задаються на домашнє завдання. Важливим аспектом, також являється використання доцільних методів і різноманітність організаційних форм роботи на заняттях, здійснення постійного контролю над станом засвоєння учнями методів та способів розв'язування задач, а також набутих умінь і навичок.

Під час процесу розв'язування задач реалізується евристична, та алгоритмічна діяльність. Ми знаємо, що велика кількість математичних задач розв'язуються за деяким алгоритмом: знаходження похідних та інтегралів, різні алгебраїчні вправи, задачі на побудову, вправи на дослідження та побудову функцій. Засвоєння школярами цих алгоритмів являється одним з основних завдань під час опанування математики. Деякі філософи запевняють, що



ідеальне знання алгоритмів, створює найкращі умови для проявів творчої діяльності на уроках математики. Насправді, розв'язування різних нестандартних задач, врешті-решт, зводиться до розв'язування відомих опорних задач, які можна розв'язати за допомогою певних алгоритмів.

На жаль, нерідко на уроці в школі та на вступних екзаменах до вищих навчальних закладів окремі учні знаходять спосіб розв'язування складної нестандартної задачі, але довести справу до кінця не можуть. Причиною такого може стати те, що учень забув алгоритм розв'язування опорної задачі, яку він отримав в результаті зведення складної, чи просто не в змозі розв'язати правильно найпростіше, для прикладу якесь рівняння (лінійне, тригонометричне...).

Водночас навчити учнів розв'язувати задачі та вправи алгоритмічного характеру, лише пропонуючи їм готові алгоритми, не можна. В таких випадках доцільно буде через приклади розв'язування декількох задач, влаштувати спільний пошук алгоритму.

Це зауваження стане доцільним і у випадку формування в учнів навиків розв'язування вправ і задач за визначеним алгоритмом.

Наприклад, в 5 класі діти навчаються розв'язувати задачі на рух: в одному напрямі і зустрічний:

**Задача 1.** З двох країн, між якими відстань 840 км, назустріч один одному та одночасно виїхали дві гоночні машини. Швидкість першої - 60 км/год., швидкість другої - 80 км/год. Через скільки годин зустрінуться ці дві машини?

**Задача 2.** З аеропорту зі швидкістю 500 км/год, вилетів літак. Другий літак також відправився з того самого аеропорту, за тим самим маршрутом – через 2 год. Перше питання: скільки годин знадобиться другому літаку щоб наздогнати перший? Друге питання: скільки кілометрів становитиме відстань між літаками через 3 год.?

Розглянувши такі задачі та подібні до них, діти спільно зможуть зробити висновок, що при розв'язуванні задач на зустрічний рух, які потребують визначення часу зустрічі об'єктів, існує дуже простий алгоритм. Учням всього

лиш потрібно додати швидкості об'єктів, а також поділити подану в умові відстань на сумарну швидкість.

У випадку, коли потрібно розв'язати задачу в якій об'єкти вирушають з одного пункту, і рухаються в одному напрямку, а потрібно вирахувати відстань яка буде між об'єктами через певний проміжок часу, спосіб розв'язування має бути раціональнішим, наприклад таким за алгоритмом якого вираховують різницю між швидкостями об'єктів, а потім множать її на заданий час.

Задачі, в зміст яких полягає в спільній роботі, для розв'язування рекомендується припустити, що вся робота – це одиниця, і тоді вже виражати частку всієї роботи, чи частину роботи, яка виконується спільними зусиллями.

Такі орієнтири, та вказівки буде доречно запропонувати школярам для розв'язування задач на пропорційний поділ, проценти, геометричні задачі на побудову, розв'язування задач з допомогою векторного способу, а також задач на побудову графіків функцій для яких потрібні геометричні перетворення, побудову перерізів та ін.

Навчання здобувачів освіти основним методам розв'язування задач варто приділити рідкісну увагу. Для прикладу наведемо методику формування в учнів навиків методу рівнянь, щоб вони могли застосовувати його при розв'язування текстових задач.

Хоча метод рівнянь вивчають в 6 класі та застосовують його на протязі майже всього шкільного курсу математики, про що нам може засвідчити шкільна практика, результати вступних іспитів до ВНЗ без сумнівів підтверджують, що велика кількість вступників дуже погано засвоїла цей метод.

Явною причиною цього являється проявлення малої уваги педагогів до розв'язування сюжетних задач математичними способами в 5-6 класах. Дуже важливо, спеціально контролювати рівень засвоєння школярами евристичної схеми для пошуку рівнянь, як головної моделі зв'язку відомих елементів та шуканих.

Вміння розв'язувати задачі за допомогою метода рівнянь, як елемента деякої діяльності містить в собі ряд розумових дій: детальний аналіз задачі; пошук зв'язків між відомими та шуканими даними; знаходження величин, значення яких будуть прирівнюватись; введення «невідомої» величини та її позначення, подання шуканих величин через «невідому»; складання та розв'язування рівняння; на кінець, перевірка отриманих результатів. Якщо детально та старанно відпрацювати усі ці складові, то можна сформулювати вміння розв'язувати задачі за допомогою метода рівнянь.

Вдало проводити аналіз формулювання задачі школярі зможуть тільки в тому випадку, якщо вони добре засвоїли її зміст. В цьому випадку, дуже важливо вдало і гарно подати дітям задачі. Це можна втілити в життя різними способами. Якщо задача розміщена на сторінках підручника, результативніше буде, щоб в голос її зачитав хтось із учні, або вчитель, в цей час решта учнів повинні стежити за формулювання задачі. Найкраще, якщо задачу читають декілька раз, про що свідчить досвід. Учень, який виходить до дошки розв'язувати задачу, після ретельного вивчення змісту, і виокремлення умови та вимог, в у вигляді скороченого запису навів деталі задачі на дошці. Найперші, записи на дошці вчитель робить самостійно, як зразок для наслідування учням. Для деяких задач доцільно буде подати умову і вимоги під виглядом таблиці чи ілюстрації. Наприклад:

**Задача:** Перший моток проволочки довший за другий на 54 м.. Після того як від обох мотків відрізали по 12 м., виявилось що один з них, а саме перший, в 4 рази довший, ніж другий. Знайдіть довжину кожного мотка.

Скорочений запис умови можна подати в такому вигляді:

I	II+54	-12;	II·4	?
II		-12;		?

Геометричне зображення змісту (рис. 1) допоможе нам наочно проілюструвати взаємозв'язок між даними і шуканими, та посприє доцільному вибору невідомого  $x$ . В такому випадку, ми зможемо скласти просте рівняння:

$$3x = 54$$

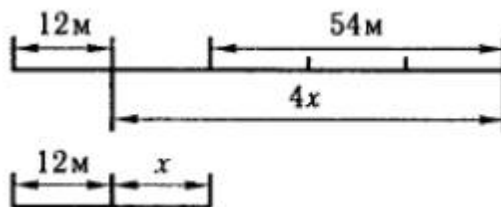


Рисунок 1

Під час процесу пошуку рівняння потрібно ретельно з'ясувати, які величини описуються в умові задачі, як пов'язані ці величини із шуканими, а також значення яких величин доцільно буде прирівняти. І вже в залежності від цих даних ввести «невідому» і скласти рівняння.

Дві евристичні схеми для пошуку рівняння до текстової задачі, відомі нам з методики навчання алгебри. Для розв'язування легких задач, використовують першу схему. Вона подається у такому вигляді: 1. шукану величину позначити, як  $x$ ; 2. Уже через  $x$  виразити інші величини, які є в умові задачі; 3. скласти рівняння, опираючись на залежність між відомими величинами та невідомими.

Друга схема підходить для розв'язання складніших задач: 1. Опрацювавши зміст, з'ясувати які величини можна прирівняти; 2. обрати «невідому», та ввести її через  $x$ ; 3. через  $x$  виразити величини, які прирівнюються; 4. скласти рівняння.

Друга схема гарантує планомірний вибір «невідомої» величини, та позначення з її допомогою потрібних величин.

На першому етапі, формування в учнів вмінь використовувати метод рівнянь, потрібно нагадати дітям всі види задач, якими арифметичними діями вони розв'язуються, та сформулювати вміння створювати найпростіші вирази з

«невідомою». Далі можна приступати до усного розв'язування простих задач на складання рівнянь. Наведемо кілька задач для прикладу:

1. Знайдіть число до якого слід додати 12, щоб отримати 68? (Діти зазначають  $x$  як невідоме число і тоді записують рівняння:  $x + 12 = 68$ .)

2. Деяке число  $a$  на 7 більше за друге число  $b$ . У якому вигляді можна подати залежність між числами  $a$  і  $b$  з використанням рівності?

3. Деяке число  $a$  втричі більше за число  $b$ . У якому вигляді в цьому випадку можна подати залежність між числами  $a$  і  $b$ , використовуючи рівності.

4. Іван придбав 10 кг. яблук за  $x$  гривень за 1 кг. Запишіть вартість покупки у вигляді виразу?

При розв'язуванні задач такого типу, дуже важливо, щоб учні розуміли різницю між словосполученнями « $a$  на стільки-то більше за  $b$ », який потребує виконання дії додавання, або віднімання, та словосполученням « $a$  в стільки-то разів більше за  $b$ », яка потребує дії множення або ж ділення. Учні можуть не реагувати на такі поняття, як «сума», «всього», чи «додано», які часто проскакують в умовах задач. Тому на початку важливо акцентувати увагу на таких словах, які в подальшому відіграють роль в складанні рівняння. Щодо розв'язування задач існує багато різних організаційних форм. Можна використовувати на заняттях такі форми як колективна робота груп, спільне фронтальне та самостійне розв'язування задач.

Готуючи матеріали для гуртової фронтальної роботи, для проведення якої інколи застосовується метод евристичної бесіди, слід добре продумати та зазначити в конспекті певну систему та порядок опитування, щодо знаходження способів розв'язування задач. Якщо обдаровані учні знаходять спосіб розв'язання, то доцільним буде доручити якого оформлення на дошці слабшому учню. Не слід допускати того, щоб школярі просто переписували розв'язання з дошки, навіть не усвідомлюючи способу його розв'язування.

Якщо в класі організовується групова форма розв'язування задач, то педагог повинен ретельно підготувати кожній групі пеліт задач, які будуть відповідати

здібностям дітей у кожній групі. Також, важливо під час всього заняття спостерігати за діяльністю всіх груп і при потребі надавати допомогу. Деколи, потрібно провести на 3-5 хв. консультацію, в якій активну участь прийматиме не тільки вчитель, а й сильніші учні.

Існують різні форми організації самостійної роботи школярів над розв'язанням задач під час заняття. Переважно вони бувають у вигляді навчальних самостійних робіт, або контрольних. Самостійну роботу вчитель задає на частину уроку, дуже рідко на весь урок. В залежності від мети проведення роботи такого типу, можна провести на початку, в середині чи в кінці уроку. Для перевірки вчителем домашнього завдання і для допомоги дітям, які стикаються з труднощами, можна задати на виконання учням вправи аналогічні тим, що були в домашній роботі. Якщо вивчається якийсь певний тип задач, самостійна робота може бути проведена в середині чи під кінець уроку. Для швидкої та ефективної перевірки виконання робіт, декільком учням можна запропонувати продемонструвати розв'язування на дошці. Іноді за допомогою відкидних дощок учні виконують завдання, а потім звіряються, та аналізують допущені помилку. Можлива й усна фронтальна перевірка за етапами розв'язування задач і вправ.

Такі досвідчені вчителі, як В. Ф. Шаталов, за для економії часу навчального процесу, та збільшення можливості якомога більше розв'язати під час заняття завдань, перед початком уроку на дошці записують скорочену умову 4-5 задач. Починаючи розв'язування з першої задачі педагог самостійно використовуючи скорочений запис читає умову задачі, і вже після цього організовує спільний пошук розв'язку. За тим один з учнів виходить до дошки та оформлює розв'язання задачі, всі інші учні уважно стежать та оформлюють розв'язання в зошитах. Після чого можна приступити до розв'язання слідкуючої задачі, впродовж уроку дошка буде поступово звільнятися, що також буде сприяти настрою в учнів.

Також, слід зазначити, що В. М. Шаталов застосовує проведення так званих «релейних» контрольних робіт, за допомогою яких перевіряє засвоєння

учнями знань пов'язаних із способами розв'язування опорних задач. Після того, як в робочих зошитах записано розв'язання значної кількості задач, за підручником можна скласти каталог їх номерів. Біля кожної задачі слід зазначити номер сторінки, на якій задача знаходиться в зошиті. На контрольну роботу відбирається 4-5 задач. Потрібно дати учням на підготовку близько двох тижнів, для того щоб вони ретельно повторили з допомогою зошитів розв'язання задач, та змогли відтворити їх самостійно.

У методичній системі В. Ф. Шаталова виступає особливістю те, що на початку півріччя, чи чверті він пропонує дітям велику кількість задач за підручником, оформлення номерів цих задач є у вигляді різноманітних фігур. Тобто, вчитель створює умови для випереджального розв'язування задач у зручний час для дітей, та ретельно перевіряє зошити з виконаними роботами. Таким чином, вчитель контролює і засвоєння учнями теоретичного матеріалу, а й способи та використання можливостей розв'язання задач.

## **2.5. Розвиток творчого мислення та здібностей учнів через розв'язування математичних задач**

В наш час одним з основних завдань сучасної освіти є досягнення нової та якомога вищої якості освіти, яка буде спрямована на всебічний розвиток особистості здобувача освіти, його пізнавальних здібностей та інтересів, проявів самостійності, та творчої ініціативності. Всім відомо, що одним із найскладніших для сприйняття учнями предметів являється математика. В такому випадку, виникає потреба у застосуванні нестандартних методик і методів ведення навчального процесу. Тепер в школах в пріоритеті стають методи, які покращують розвиток не тільки продуктивності мислення учнів, а й формують базу для проявів евристичних та творчих пошуків. Прикладом такої методик є застосування помилкових розв'язувань, та некоректно поданих формулювань теорем і означень. Математичні помилки необхідно попереджати і завчасно вносити корективи у вміння та знання дітей. Помилки у завданнях,

також можна застосовувати як стимул розвитку творчого мислення в школярів. На уроках можна застосовувати такі форми роботи з задачами з помилковим розв'язанням:

1. Вчитель демонструє на дошці розв'язування деякої задачі, в якому міститься помилка. Він не приділяє ніякої уваги помилкам, навпаки його роль запевнити учнів в тому що задача вирішена безпомилково. Часто діти звертають увагу на неправильність розв'язання, та не завжди, в деяких випадках після закінчення виконання завдання, в учнів не виникає ніяких сумнівів. В такому випадку педагог наголошує на тому, що записи на дошці слід ретельно перевірити, для заохочення можна першому хто відшукає помилку, поставити хорошу оцінку. За наявності правильної мотивації діти швидко виконують завдання.
2. Він полягає в застосуванні роздаткового матеріалу. Учням роздаються картки на яких підібрані розв'язання задач. В усіх завданнях допущені помилки. Тобто, завдання учнів полягає в тому щоб виправити усі помилки в завданнях. Усі помилки піддаються ретельному аналізу, під час перевірки завдань.

Також, можливі різні способи розв'язання запропонованих завдань. Ці методичні прийоми, мають свої переваги:

- а) підтримання стійкого інтересу до навчального матеріалу, навіть якщо дитині здається, що він таке знає.
- б) під час розв'язування таких задач учні дуже зосереджені на моменті аналізу знайденої помилки, таким чином їх знання стають усвідомленими;
- в) відбувається тренування уважності дітей, вони звикають піддавати сумніву слова вчителя;
- г) відбувається формування самоконтролю, та критичного мислення і ставлення до навчального матеріалу;
- д) формуються навички та алгоритми пошуків можливих недоліків чи помилок;
- е) учні вчаться на чужих помилках.



Більшість завдання у процесі вивчення предмету «Математика» подаються у стандартному вигляді: знайти сторону трикутника; розв'язати рівняння чи нерівність; знайти точку максимуму і мінімуму функції і ін. Такі завдання потребують доповнення нестандартними та незвичайними завданнями.

Якщо не вводити такі завдання, то повністю можливе виникнення подібної ситуації: учень може розв'язати рівняння з невідомим  $x$ , та якщо замінити змінну  $x$  на змінну  $t$ , він розгубиться; учень без проблем при розв'язуванні рівняння  $f(x) = g(x)$ , не в змозі розв'язати завдання, яке заключається в пошуку абсциси точок перетину графіків  $y = f(x)$ , та  $y = g(x)$ .

З метою формування творчого мислення школярів в практиці застосовується прийом використання завдань з надлишковими чи неповними умовами. При виконанні, реальних завдань, дуже часто може виникнути ситуація нехватки даних, тобто їх дефіцит. Може виникнути ситуація, коли даних буде більше чим потрібно. Важливо сформулювати в учнів вміння з усіх даних задачі виокремлювати потрібні, а непотрібні, навпаки – виключати. Застосування під час занять подібних занять може бути дуже корисним.

Наведемо декілька прикладів:

1. В умові задачі присутні константи (значення швидкості звуку, число  $\pi$ , число Ейлера, радіус Землі), їх значення зазвичай подається у змісті задачі. Але для дитини можна сформулювати завдання, в якому одним із кроків буде, самостійне відшукання значень сталих про які йдеться в задачі;
2. Вчитель може просто опустити декілька деталей задаючи завдання дітям. Тоді, в процесі розв'язання, саме проводячи аналіз задачі діти тренують вміння ставити вчителю конкретні запитання, та уточнюють дані яких їм бракує;
3. Якщо в школяра бракує даних для розв'язання задачі, він повинен проаналізувати декілька можливих випадків. Наприклад: «Яким буде значення функції  $\sin x$ , якщо  $\cos x = \frac{4}{5}$ ? Дитина повинна розуміти, що значення синуса не можна буде обчислити відразу, тоді доречним буде розглянути два можливі випадки;

Відповідь:  $\frac{3}{5}$ , якщо  $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n)$ ;  $-\frac{3}{5}$ , якщо  $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$ ,  $n \in Z$ .

4. У випадку, коли умова задачі дійсно відсутні деякі дані, і можливості знайти ці дані – немає, то здобувач освіти має самостійно дійти висновку, що в умові чого бракує і точно довести, що в таких умовах задача не матиме розв'язків;

5. В умові задачі, також можуть бути присутні надлишкові дані, то доцільно буде застосовувати для її розв'язання тільки потрібної частини умови. А решта даних, можуть знадобитись під час перевірки відповіді. Наприклад: «Прямокутник має відповідно рівні сторони 8, 4 см. та 3, 9 см.. Периметр фігури рівний 24,6 см.. Обчисліть площу даного прямокутника;

6. В умові містяться надлишкові величини. Під час розв'язання цієї задачі, доцільно буде використати тільки частину умови. Але інші умови задачі приводять до суперечливого становища. Наприклад:

«Довжини сторін прямокутника дорівнюють 6,7 см. та 4,2 см., а площа 25,3 кв. см.. Знайдіть периметр прямокутника. Відповідь: не існує прямокутник з такими сторонами і площею.

7. Задача з суперечністю в умові. На практиці, задача розв'язується, і здається, що хід розв'язання правильний, та отримана відповідь не правильна. Наприклад: Паралелограм має сторони, які відповідно дорівнюють 7 см. і 5 см.. Довжина висоти, проведеної до більшої сторони рівна 6 см.. Знайдіть іншу висоту паралелограма. Відповідь: паралелограм з такими даними не існує.

8. Задачі, зміст яких нашоухує на вибір завідомо неправильного шляху для розв'язання задачі, або на вибір неправильної відповіді називаються провокуючими задачами. Дуже часто, це бувають своєрідні задачі-пастки. Такі задачі слугують для підвищення інтересу до математики, та сприяють формуванню творчого мислення дітей, та привчають їх аналізувати та оцінювати інформацію. Наприклад: «Вага олівця 10 грам. Другий олівець має розміри вдвічі більші». Яка вага другого олівця. Відповідь: 80 грам (але умова провокувала нас на відповідь 20 грам).

Піклуючись про формування творчих здібностей в учнів, включаючи їх до творчої праці, за допомогою засобу задач, забезпечуються необхідні умови для формування в учнів майже всіх психічних якостей. Дидактична цінність такого виду задач полягає в тому, що вони слугують застереженню учнів від помилок, та стимулюють їх мозкову активність, заставляють їх думати. Потрапляючи в пасту, яку ретельно підготував вчитель, в учня з'являється різні почуття: збентеження, розчарованості від того, що ретельно не проаналізував зміст задачі, потрапив у неприємне становище.

Розв'язання задач на рух слугує формуванню процесів мислення школярів. В процесі розв'язування сюжетних задач дитина вчиться проявляти елементи аналізу (визначає, що обрати за змінну), описує математичною мовою подану в задачі ситуацію (використовує на практиці елементи математичного моделювання), перетворювати відповідно до умови результати, описанні мовою математики.

Серед задач на рух виділимо задачі саме на зустрічний рух, на рух об'єктів в одному та протилежних напрямках, рух проти або за течією. Деякі задачі на рух, можна легко обчислити за звичайним алгоритмом, а деякі слід застосовувати і під час евристичного навчання.

Використовуючи приклад розглянемо детальніше розв'язування складнішої задачі на зустрічний рух:

**Задача.** З двох аеропортів назустріч один одному одночасно вилетіли літак та вертоліт. Після їх зустрічі в небі, решту шляху вертоліт долає за 3 год., а літак – за 1 год. 20хв. Обчисліть швидкість з якою летіли літак та вертоліт, та відстань між аеропортами.

**Розв'язання:**

Після аналізу умови (слід використати геометричну інтерпретацію), отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{S}{V_{\Gamma}} = \frac{S + 100}{V_{\text{Л}}} \\ S = \frac{4}{3}V_{\text{Л}} \\ S + 100 = 3V_{\Gamma} \end{cases}$$

Зазначимо, що найчастіше в дітей, які ще не стикались зі схожими задачами, на даному етапі можуть з'явитись проблеми. Тільки одиниці відразу здогадуються «ввести заміну чисельника», використовуючи друге та третє

рівняння системи  $\left(\frac{\frac{4}{3}V_{\text{Л}}}{V_{\Gamma}} = \frac{3V_{\Gamma}}{V_{\text{Л}}}\right)$ , а потім ввести заміну  $\frac{V_{\text{Л}}}{V_{\Gamma}} = Z$ . Розв'язання

даної задачі, таким чином, можна використовувати, як засіб діагностики розвиненості математичної інтуїції, та логічного мислення в учнів

$$Z^2 = \frac{9}{4}; \quad Z = \pm \frac{3}{2}.$$

Так як,  $Z$  – це виступає відношенням швидкостей літака та гелікоптера, то від'ємний корінь не може бути розв'язком. Отже,  $Z = \frac{3}{2}$ .

Отримаємо:  $V_{\text{Л}} = 1,5V_{\Gamma}$ .

Тепер введемо заміну:  $V_{\Gamma} = x, V_{\text{Л}} = 1,5x$ .

$$\frac{S}{x} = \frac{S + 100}{1,5x};$$

$$S = \frac{4}{3} \cdot 1,5x;$$

$$S + 100 = 3x.$$

Розглянемо перше рівняння:  $x$  не може дорівнювати 0, тому що це швидкість літака. З даного рівняння  $S = \frac{S+100}{1,5x}$  знайдемо  $S$ .

Далі на наступних етапах для обчислення швидкостей вертольота та літака, можна користуватись другим та третім рівнянь, що розміщені вгорі. Вчителю не потрібно примушувати дітей, відразу користуватись рівнянням під номером три (так, як це раціональніший шлях), вони повинні самі прийти до цього

рішення. В інших випадках, доцільно буде порадити дітям з'ясувати найбільш ефективніший шлях.

Таким чином, розв'язання цієї задачі сприятиме діагностиці рівня розвитку творчого мислення в школярів, та їх розвитку.

На сучасному етапі розвитку математичної освіти ставиться акцент на розкриття і розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів. Для досягнення цих цілей необхідно включати учнів у виконання різних аспектів творчої діяльності. Це нашо вухе в процесі навчання приділяти особливу увагу розвитку інтелектуальних умінь і здібностей учнів.

Основне ядро творчих здібностей складають вищі пізнавальні психічні процеси - як свідомі, так і несвідомі.

Творчі здібності людини, часто описуються одним словом - креативність, складають сукупність смислових і особистісних якостей, які сприяють відкриттю нових способів вирішення поставлених завдань. Цим поняттям характеризується творча сторона людської індивідуальності. Основними ознаками творчих здібностей особистості є:

- багатство і різноманітність ідей;
- гнучкість і оригінальність мислення та уяви;
- високий рівень саморегуляції, самоконтролю і самокритичності своєї діяльності.

Творче мислення зазвичай пов'язане зі створенням чогось нового, тому воно є продуктивним, іноді нестандартним мисленням. Творче мислення не обмежується шаблонами, а направлено на пошук нових оригінальних способів вирішення завдань.

Оригінальність творчих здібностей людини можна дізнатися і за його результатами, в яких відображені характерні риси нового, нестандартного - як по відношенню використаних коштів, так і по відношенню їх змісту і призначення.

При будь-якої діяльності суб'єкта особливе значення має інтерес, як найважливіший компонент мотиваційної сфери. При чому інтерес посилюється

чіткіше при здійсненні творчої діяльності. Для всіх проявів творчості характерно, що воно супроводжується яскраво вираженими, сильно сконцентрованими інтересами.

У багатьох публікаціях відмічено, що не можна ототожнювати поняття «інтуїція» і «творчість», так що не при кожній творчості має місце інтуїція і не при будь-якому прояві інтуїції здійснюється творчість. Про інтуїцію говорять найчастіше, коли суб'єкт приходиться до раптового вирішення завдання, яка не піддавалася вирішенню тільки логічним шляхом, тобто розв'язування задачі не ґрунтується на готових формулах, а приходиться в голову суб'єкта раптово, нібито проявляється прозріння («інсайт», здогадка). Наявність і прояв інсайту є характерною особливістю творчих здібностей обдарованих особистостей.

Хоча вважається, що між творчими здібностями і інтелектуальними вміннями немає прямого зв'язку, для обдарованих дітей характерні: висока загальна інтелігентність, виняткова креативність, сильна мотивація, самоконтроль і передбачення результатів власної діяльності.

Творчі здібності розвиваються, коли проявляються такі ознаки мислення як новина, оригінальність, пошук різноманітних ідей для вирішення поставлених або виниклих завдань. Цьому може сприяти ефективне використання відповідних систем завдань, які не тільки викликають інтерес в учнів, а й надають їм можливість виявити нові проблеми, правильно сформулювати їх і зробити пошук вдалих, результативних, раціональних способів вирішення. Крім того доцільно вимагати від учнів складати і нові, для них, оригінальні математичні завдання.

В результаті поступової перебудови освіти діяльність школи орієнтується на розвиток в учнів мотивації та інтересу до навчання та творчого мислення. В результаті цього з'являється потреба у вдосконаленні методів навчання.

Теперішнім здобувачам освіти прийдеться працювати і жити в світі передових інформаційних технологій. Суспільство потребує спеціалістів, які б запросто могли б проводити аналіз різних проблем, знаходити зв'язки, чи протиріччя, знаходити шляхи вирішення цих проблем, здійснювати прогноз

різних варіантів розвитку таких рішень. Така людина буде готовою до різких змін в технологіях, застосування творчих підходів вирішення проблем за нових умов. Дуже важливо, щоб діти вміли застосовувати, отримані в школі знання на практиці в повсякденному житті.

Приблизити викладання дисципліни до потреб практики, гарантувати достатній рівень умінь та навичок, щоб з їх допомогою учні змогли запросто приймати участь в суспільній, побутовій і виробничій діяльності, домогтись ефективності математичних знань.

Характерною рисою третього тисячоліття являється глобалізація суспільного розвитку, перехід світу від індустріальних та промислових до науково-інформаційних технологій, а також високих економіко-технологічних укладів, які в деякому роді ґрунтуються на інтелектуальному та освітньому потенціалі населення.

В даний час перед нами здійснюється новий виток розвитку української освіти. Завдання сучасної освіти - виховати особистість придатну до життєво важливої та творчої діяльності. Така особистість зможе впевнено обрати свій життєвий шлях, враховуючі свої можливості, буде самовдосконалюватись та вдаватись до саморозвитку, так зможе добитись успіху в будь-якій сфері діяльності.

Вчителю математики потрібно організувати навчальний процес таким чином, щоб під час занять учні змогли отримати не тільки певну кількість вмінь, навичок, знань, але також і сформувати свою життєву компетентність.

Спеціально створені системи знань, навичок, ставлень, вмінь, що отримуються під час навчального процесу називається компетентністю. Потрібно не зводити життя до уроку, а розширювати урок до життя. Втіленню цього прикладу, може посприяти стати розв'язання прикладних задач.

Перед сучасною школою постає завдання створити умови для розвитку людини, здатної на творче мислення, прийняття складних рішень, пристосовуватись до умов життя, відстоювати свою позицію, тобто сформувати компетентну людину. Методи, за якими навчали учнів раніше, будуть

недієвими в такому випадку, сучасні діти представники покоління Z, тобто для формування життєвих компетентностей, буде доречно використовувати інноваційні технології навчання дітей.

Найістотнішою складовою інтелекту людини є її творчі здібності. А найважливішою проблемою у роботі педагогах стає проблема формування творчих здібностей.

Творчі здібності – це, так званий, продукт саморозвитку, самостійного пізнання зв'язків між явищами і предметами, та розкриття закономірностей, тобто продукт мозкової діяльності. Як зазначав К. Ціолковський: «Від відкриття істин, усім відомим, до відкриття істин нікому не відомих.». Це продукт вільного розвитку, рушійні сили якого пристрасть, захоплення та цікавість.

Залучаючи школярів до творчої діяльності, розвиваючи їх творчі здібності, реально сформувати потрібні умови для розвитку повноцінної особистості. Прикладів, захоплення учнів справою, проявів наполегливості, неабиякої сили волі задля отримання тих вмінь та знань, які випереджають вимоги навчальної програми, з плином часу стає все більше та більше.

В процесі навчання розв'язувати різні задачі, та пошуку різних, деколи, нестандартних рішень, учні вчаться критично мислити, навчаються вести дискусію.

Прояви творчості слугують розвитку вольових та морально-етичних якостей в учнів. Творча діяльність учнів, також сприяє естетичного та фізичного розвитку.

Заохочення школярів до участі в творчій діяльності дає їм змогу відкрити перед собою цій горизонт можливостей, а також допомагає визначитись із власною роллю в сучасному житті. Це відбувається із причини того, що під час творчості особистість реалізує власні уміння, знання, та здібності в повній мірі. Тобто, якщо людині дати можливість, проявити себе під час різної діяльності, вона зможе переконатись в свої здібностях, уміннях та знаннях, оцінити свої можливості, що точно сприятиме вірному вибору професії.



## Висновок

Основною метою освітньої галузі «Математика» є формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам'яті, логіки, культури мислення та інтуїції.

Стимулювання пізнавальної діяльності дітей являється важливою проблемою, вирішенням якої є пріоритетним для національної школи, та методичної науки.

Причиною такого явище є різкий спад престижу і соціальної значущості знань серед молодого покоління. З шкільної лави, потрібно розвивати, формувати, виховувати в дітей уміння самовдосконалюватись, високу активну пізнавальність, та всіма засобами заохочувати їх до знань.

Тому що, невід'ємними елементами інтелектуальної культури є активна пізнавальна діяльність, вміння її планувати, правильно визначати її цілі, можливість застосування різних способів для виконання певних операцій, вміння займатися самоосвітою та працювати з різною літературою.

Поміж усіх завдань предмету, можна підкреслити завдання, які мають практичну спрямованість, та сприяють застосуванню отриманих знань в житті, застосовувати математичні навички, та знання у вивченні других навчальних предметів, використання математичних методів під час розв'язання практичних і навчальних задач.

В дипломній роботі детально розглянуто різні види математичних задач, досліджено методи вивчення і розв'язання задач, та науково-теоретичні основи вивчення в шкільній програмі математичних задач.

Методика навчання здобувачів освіти розв'язуванню задач є тривалим і надскладним процесом діяльності, котрий спрямований на перетворення зазначеного в умові задачі, об'єкта, на розв'язання можливих суперечностей

між запитанням та умовою задачі. Діяльність педагога в процесі такої роботи, базується на відшуканні теорії та системи загальноприйнятих положень, використовуючи які можна сформулювати у здобувачів освіти вміння розв'язувати різні математичні задачі.

Також, слід зазначити, що метою розв'язування математичних задач є не тільки отримання відповіді, а й повне оволодіння всіма можливими знаннями пов'язаних із способами її знаходження. Аналіз, під час якого діти осмислюють отримані відповіді являється заключним, але не мало важним етапом роботи над задачею.

Під час написання дипломної роботи на базі проаналізованої та вивченої методичної і психолого-педагогічної літератури ми ознайомились та дослідили методи навчання дітей розв'язання математичних задач. На основі цього, можна зробити висновок – математичні задачі відіграють важливу роль у становленні інтелектуальної культури здобувачів освіти.

Інтелектуальна культура учня являє собою певний рівень розвитку його, як особистості в сфері інтелектуальної діяльності.

Задача, в активізації інтелектуальної діяльності здобувачів освіти, посідає значне місце, адже вона виступає одночасно в ролі і засобу, і методу навчання. Змістове наповнення нестандартної чи пізнавальної задачі залежить від навколишнього світу, наявних знань та пізнавальних інтересів учнів. Задача нашою школяра на пошук шляхів її вирішення, проведення синтезу та аналізу, співвідношення невідомого і відомого. Процес розв'язування задачі розпочинається із з'ясування і усвідомлення її умови. Важливо мислити глибше, та помічати підказки в самій умові задачі. Важливу роль грають вміння та знання, які допоможуть краще проаналізувати зміст задачі, та завдання яке вона ставить перед учнем. Варто пам'ятати, зацікавленість, та власний інтерес приймають роль підсилення у мисленні, а сама ідея розв'язання задачі з'являється у вигляді здогадки. Важливу роль, також у розв'язанні приймають засоби та способи розв'язання. Чим цікавіше дітям на уроці, тим більший інтерес вони проявляють до предмету.

В деяких дослідженнях зазначається, що успіх розв'язування математичної задачі напряму залежить від таких факторів: рівня засвоєння математичних вмінь і знань, культури розумової праці, а також від емоційних та вольових компонентів.

Як підсумок зазначимо, що мислення розпочинається і виникає з певної пізнавальної чи іншої задачі, і відбувається як процес пошуку розв'язання даної задачі. Завдяки задачам, здобувачі освіти дізнаються про цікаві математичні факти, засвоюють математичні способи і прийоми вирішення завдань, охоплюють сутність математичного методу пізнання реальності, сприяють розвитку особливого математичного мислення.

### Список використаних джерел

1. Бевз Г.П. Алгебра: підручник для 9 кл. Київ: Освіта, 2006. 206 с.
2. Возняк Г.М., Маланюк К.П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики: посіб. для вчителя. Київ, 1989. 128с.
3. Гнеденко Б. В. Розвиток мислення і мовлення при вивченні математики. Математика в школі. 1991. Вип. 4. С. 17.
4. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти./ Кабінет Міністрів України. Київ: Педагогічна преса, 2012. 64с.
5. Дубініна О. М. Креативність як засіб і результат формування математичної культури. Молодь і ринок. 2014. № 1 (108). С. 51 - 56.
6. Задачі у навчанні математики. StudFiles: веб-сайт. URL: <https://studfile.net/preview/6795145/page:6/#12> (дата звернення: 12. 03. 2021)
7. Істер О. С. Алгебра: підручник для 7 кл. Київ:Генеза, 2015. 256 с.
8. Істер О. С. Алгебра: підручник для 8 кл. Київ:Генеза, 2016. 272 с.
9. Істер О. С. Алгебра: підручник для 9 кл. Київ: Генеза, 2017. 264 с.
- 10.Істер О. С. Геометрія: підручник для 7 кл. Київ: Генеза, 2015. 184 с.
- 11.Істер О. С. Геометрія: підручник для 8 кл. Київ: Генеза, 2016. 216 с.
12. Касьяненко М.Д. Підвищення ефективності навчання математики. Організація творчої діяльності учнів: навчально–методичний посібник. Київ: Радянська школа, 1980. 144 с.
13. Конфорович А.Г. Реальність і логіка математичних моделей у світі математики. Київ, 198. С.15-18.
14. Мерзляк А. Г. Алгебра: підручник для 8 кл. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М. С. Якір. Харків: Гімназія, 2016. 240 с.
15. Мерзляк А. Г. Алгебра: підручник для 9 кл. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М. С. Якір. Харків: Гімназія, 2017. 272 с.

16. Методи і способи розв'язування задач. Lib.mdpu: веб-сайт. URL: [http://lib.mdpu.org.ua/e-book/ernestbook/temas/6\\_2.htm](http://lib.mdpu.org.ua/e-book/ernestbook/temas/6_2.htm) (дата звернення: 12.05.2020).
17. Непомняща Г. В. Підготовка майбутнього вчителя до опрацювання задач під час вивчення освітньої галузі «Математика». *Вісник Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка*. 2018. Вип. 37. С. 1-7.
18. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика. 5-12 класи. Ірпінь: Перун, 2005. 64 с.
19. Прокопенко Н. С., Захарійченко Ю. О., Кінащук Н. Л. Алгебра: підручник для 9 кл. Харків: Ранок, 2017. 288 с.
20. Про організацію навчально-виховного процесу у 5 класах загальноосвітніх навчальних закладів і вивчення базових дисциплін в основній школі./ Кабінет Міністрів України. Київ: Педагогічна преса, 2013. 64с.
21. Роганін О. М. Геометрія: підручник для 8 кл. / О. Роганін, А. Капінос, Л. Кондратева.. Тернопіль: Підручники і посібники, 2016. 256 с.
22. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів в процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу: зб. матеріалів доп. учасн. II Міжнар. наук.-метод. конф. / Сумський державний педагогічний університет. Суми:ВВП «Мрія», 2015. 131 с.
23. Слєпкань З.І. Методика навчання математики : підручник. Київ : Вища школа, 2006. 582 с.
24. Формування математичної грамотності учнів. Confdbt: веб-сайт. URL: <http://www.confdbt.2007/theses/Berezin.pdf> (дата звернення: 12.03.2021)
25. Чашечникова О.С. Деякі аспекти формування математичної грамотності учнів. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики: матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції. Суми: СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2009. 105 с.

26. Шаран О. В. Особливості інтелектуального розвитку учнів на уроках математики та шляхи формування їх зацікавленості до навчання. *Молодь і ринок*. 2016. №11 (94). С. 1-3.