Міністерство освіти і науки України
Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ВІДШУКАННЯ НАЙБІЛЬШОГО ТА НАЙМЕНШОГО ЗНАЧЕНЬ

Кваліфікаційна робота
студентки факультету математики та інформатики
групи ММ- 21
ступінь вищої освіти «магістр»
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Пазюк Ольги Вікторівни
Науковий керівник
Кандидат педагогічних наук, доцент
Коваль Володимир Васильович

Оцінка:
Національна шкала_______________________
Шкала ECTS____ Кількість балів _________
Голова ЕК_______ _______________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
Члени ЕК _______ _______________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
_______ _______________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
_______ _______________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
_______ _______________________
(підпис) (прізвище, ініціали)

Рівне – 2020

Зміст

ВСТУП

Актуальність дослідження. Щорічні звіти результатів проведення державних підсумкових атестацій у формах ДПА і ЗНО зазначають дуже низький рівень знань планіметричних задач. Мало хто взагалі береться розв'язувати такі завдання, більшість вважає їх нерозв'язуваними. Це свідчить про серйозні проблеми у навчанні планіметрії в основній школі.

Вивчення планіметрії має ряд особливостей: учням потрібно запам'ятати багато фактів, які потребують детального формулювання; освоїти математичну мову і символіку; оформляти розв'язки задач, спираючись на лаконічні пояснення і грамотні посилання на означення та теореми; малювати малюнки до задач.

Виходячи із сутності планіметричних задач, навчання їх розв'язувати - це узагальнення і систематизація навчального досвіду учнів. Одним із засобів цілеспрямованої організації цього процесу є планомірне знайомство учнів з системою методів вирішення завдань. Знаючи різновиди методів, їх назви, специфіку використання, відмінні риси, маючи зорові асоціації по конкретним конфігурацій, учень на етапі пошуку рішення задачі буде здійснювати не хаотичний, а усвідомлений пошук рішення. Це дозволить відмовитися від стихійності навчальної діяльності учня і перейти до її цілеспрямованої організації і планомірному формуванню як того вимагає програма.

Але на сьогодні маємо проблему, яка полягає в тому, що більшість навчальних закладів не мають відповідного обладнання для навчання планіметрії, і геометрії загалом.

Окремі аспекти проблеми навчання учнів можна усунути шляхом використання дистанційних технологій. Тому постає питання, як подати навчальний матеріал з математики для дітей засобами дистанційних технологій [].

Навчально-методичний комплекс з математичної дисципліни повинен, передовсім, забезпечити учням повноцінний доступ до інформаційних джерел та навчальних відомостей. Відповідно, діяльність педагога в цьому напрямку передбачає відбір необхідної навчальної інформації та її подання в доступному для учня форматі.

Підвищення доступності інформаційних матеріалів можливе за рахунок використання в навчанні інформаційно-комунікаційних технологій. Доцільно використовувати створені електронні аналоги відповідного навчально-методичного комплексу.

Використання ІКТ у навчанні математики створює додаткові можливості: сприйняття матеріалу за допомогою різних органів чуття (мультимодальне або полісенсорне сприйняття), активізації сприйняття інформації шляхом акценту на роботі збережених аналізаторів; масштабування розмірів об'єктів на інтерактивній дошці; динамічного полісенсорного зображення об'єктів і явищ навколишнього світу будь-якого ступеня складності; персоналізації навчальних продуктів шляхом форматування зовнішнього вигляду інформації (зміни кольору, шрифтів, графічних об'єктів, звуку) тощо.

Проблеми навчання математики учнів це досить вагоме питання, яке потребує дослідження.

Мета дослідження: розробити методику навчання планіметрічних задач на відшукання найбільшого та найменшого значень.

Об'єкт дослідження: процес навчання планіметрії у середній школі.

Предмет дослідження: методика навчання планіметрії засобами інформаційних технологій.

Відповідно до мети дослідження сформулюємо наступні **завдання**:

1) Провести аналіз підручників, наукових робіт за тематикою планіметричні задачі на відшукання найбільшого і найменшого значень.

2) Провести логіко-дидактичний аналіз окремих тем навчального матеріалу курсу планіметрії основної школи з метою порівняння різних методичних прийомів їх вивчення.

3) Дослідити особливості навчання планіметричних задач на відшукання найбільшого і найменшого значень.

4) Розробити програму варіативного курсу «Розв'язування планіметричних задач на відшукання найбільшого і найменшого значень».

Методи дослідження, застосовані для реалізації поставлених завдань:

• теоретичні: вивчення і аналіз психолого-педагогічної, навчальної та методичної літератури з теми, узагальнення результатів дослідження;

• емпіричні: вивчення педагогічного досвіду, спостереження, порівняння.

• опитування: проведення опитування учителів, учнів щодо важливості вивченні планіметрії.

• анкетування: проведення анкетування учнів, щодо засвоєння вивченого матеріалу.

Практичне значення магістерської роботи полягає в тому, що її матеріали можуть бути використані вчителями математики, студентами – практикантами при підготовці до проведення уроків, учнями та студентами математичного факультету під час самостійної роботи.

Структура роботи. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків списку використаних джерел та додатків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ НАВЧАННЯ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ВІДШУКАННЯ НАЙБІЛЬШОГО ТА НАЙМЕНШОГО ЗНАЧЕНЬ

1.1 Методичні особливості навчання планіметрії в шкільному курсі геометрії

Сучасний курс геометрії основної школи забезпечує базову геометричну підготовку, достатню для продовження освіти в старшій або професійній школі. Виділяються три ступені вивчення планіметрії: 1-4 класи, 5-6 класи, 7-9 класи. У 1-4 класах здійснюється пропедевтична підготовка учнів до вивчення цього курсу.

Основна мета вивчення геометрії в 5-6 класах ввести на наочно-інтуїтивному рівні поняття про основні фігури на площині і простіші геометричні тіла, їх побудову і вимірювання, розширити уявлення учнів, здобуті в попередніх класах, про істотні ознаки геометричних фігур, уміння обчислювати геометричні величини (довжини, площі, об’єми деяких фігур) за формулами. Геометричні поняття, операції і відношення дістають математичне спрямування.

Мета курсу геометрії в 7-9 класах – систематичне вивчення властивостей геометричних фігур на площині; засвоєння елементів стереометрії на наочноінтуїтивному рівні; вироблення вмінь будувати геометричні фігури і застосовувати їх властивості при вивченні суміжних дисциплін; подальше вивчення величин; ознайомлення учнів із застосуванням аналітичного апарату (елементи тригонометрії і алгебри, вектори і координати) до розв’язування задач.

Курс геометрії стає базовим курсом, який забезпечує систему фундаментальних знань з геометрії для всіх учнів. О.В. Погорєлов найціннішим у геометрії вважав доведення: «Головне завдання викладання геометрії в школі – навчити учня логічно міркувати, аргументувати свої твердження, доводити … навряд чи знайдеться хоча б один, кому б не довелося міркувати, аналізувати, доводити» [3, с. 14]. Вивчення теорем і їх доведень в курсі геометрії починається з 7 класу і посідає значне місце в навчальному процесі. Теореми і їх доведення розвивають логіку мислення учнів, вчать методам доведення, сприяють усвідомленню аксіоматичної побудови математики. Доведення дають змогу учням засвоїти евристичні прийоми розумової діяльності, формують позитивні якості особистості, зокрема обґрунтованість суджень, стислість, чіткість висловлення думки.

Саме тому завжди актуальними будуть дослідження пов'язані з навчанням доводити твердження ще у шкільному віці. Такі дослідження можуть серед іншого ґрунтуватися і на аналізі теорем, які пропонуються авторами різних діючих підручників – їх бачення структури і логіки курсу може бути визначальним у становленні логічного мислення майбутнього покоління. Нами проведено аналіз теорем планіметрії, які пропонуються у діючих і рекомендованих МОН підручниках шкільного курсу планіметрії різних авторів:

1. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владимирова Н.Г.
2. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А.
3. Погорєлов О.В.

На основі проведених нами досліджень, можна зробити висновки.

1. У сучасному курсі шкільної планіметрії пропонується 72 теореми, серед яких 23 у 7 класі, 32 у 8 класі, 17 у 9 класі.

2. У курсі планіметрії пропонуються лише прямі і обернені теореми, причому у відношенні 9:1 для усіх аналізованих підручників.

3. Серед способів доведення найбільш повними є підручники авторів Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владимирова Н.Г. [1] та автора Погорєлов О.П. [15], в яких використовуються аналітичний метод, синтетичний метод, аналітико-синтетичний метод, метод від супротивного та векторний метод. «Найбіднішим» на способи доведення і підручник авторів Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. [4], який пропонує лише аналітичний, синтетичний та аналітико-синтетичний методи доведення.

4. Курс геометрії середньої школи передбачає достатню кількість теорем та їх доведень. Їх розуміння та подальше використання можуть бути складними для пересічного учня. Тому вчителю необхідно всіляко зацікавлювати учнів та робити навчання більш наочним і мотивованим, що можна досягти у тому числі і за допомогою використання інформаційних технологій.

1.2 Методи розв'язування планіметричних задач на відшукання найбільшого та найменшого значень

Перші задачі на максимум і мінімум з'явилися в дуже далекі часи: класична ізопериметрична задача обговорювалась ще в V ст. до н. е. Довгий час кожна задача на екстремум розв'язувалась індивідуально. В XVII ст. виникла необхідність створення загальних методів їх розв'язання. Такі методи були розроблені П. Ферма, І. Ньютоном, Г. Лейбніцем та іншими – спочатку для однієї, а пізніше для нескінченної кількості змінних.

Із загальної кількості задач, запропонованих учням старших класів на олімпіадах різних рівнів кількість геометричних задач на максимум і мінімум коливається від 7,5 – 10%. Причому має місце тенденція до їх збільшення.

Розв'язування таких задач сприяє поглибленню знань учнів. Через задачу вони мають змогу ознайомитися з екстремальними властивостями геометричних фігур, навчаються застосовувати їх до розв'язування прикладних задач. Розв'язуючи такі задачі, учні бачать, з одного боку, абстрактний характер математичних понять, і, з другого боку, велике ефективне застосування їх до вирішення життєвих практичних проблем.

Теорія лінійного програмування охоплює величезне число всіляких економічних задач. Математичні методи лінійного програмування знайшли ефективне застосування при плануванні транспортних перевезень, при розробці виробничих планів, тощо.

Навчання учнів розв'язуванню задач на максимум і мінімум стало особливо актуальним у наш час, у зв'язку із зростанням потреб економіки, техніки.

Існує три основні етапи пошуку розв'язків задачі на знаходження екстремумів.

1.Формалізація задачі.

2.Засобами математичного аналізу знаходять найбільше або найменше значення отриманої функції на заданому проміжку.

3.Інтерпретація знайденого розв'язку з урахуванням умови задачі.

Описаний спосіб пошуку екстремуму є основним. Його називають ще *методом математичного моделювання* або *методом опорних функцій*. Ним можна користуватися в школі тільки починаючи з десятого класу, коли розв'язання задачі зводиться до дослідження функції, яка разом з її похідною має досить простий вигляд.

Згадаємо приклад однієї відомої старовинної задачі, яка належить видатному математику минулого.

Задача 1(Архімеда). *Знайти кульовий сегмент, який містить максимальний об'єм серед усіх сегментів, що мають задану площу сферичної поверхні.*

Запропонований Архімедом спосіб розв'язання цієї задачі вимагає громіздких алгебраїчних перетворень та допоміжних побудов, зокрема побудови конуса, рівновеликого кульовому сегменту, що досліджується.

Застосування похідної дає змогу отримати нескладний, компактний спосіб розв'язання задачі Архімеда.

Розв'язання.

1. Формалізація. Нехай R – радіус кулі, а h – висота кульового сегмента. Об'єм кульового сегмента, як відомо, дорівнює $\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)$, а площа

його бічної поверхні $2\pi Rh$. Оскільки площу бічної поверхні задано, $2\pi Rh = a$, то $R = \dfrac{a}{2\pi h}$. Підставимо цей вираз замість R у формулу для обчислення об'єму і, враховуючи, що $h \le 2R = \dfrac{a}{\pi h}$, отримаємо таку формалізацію: $f_0(h) = \dfrac{ha}{2} - \dfrac{\pi h^3}{3} \to \max$, $0 \le h \le \sqrt{\dfrac{a}{\pi}}$.

2. Необхідна умова екстремуму функції $f_0'(h) = 0$.

Таким чином, $f_0'(h) = \left(\dfrac{ha}{2} - \dfrac{\pi h^3}{3}\right)' = \dfrac{a}{2} - \pi h^2$ тобто $f_0'(h) = 0$ лише тоді, коли $h = \sqrt{\dfrac{a}{2\pi}}$. Отже, $h = \sqrt{\dfrac{a}{2\pi}}$ є критичною точкою функції $f_0(h)$.

Функція f_0 неперервна, диференційована всюди і розглядається на скінченому відрізку, тому розв'язок шукаємо серед точок: $f_0(0) = 0$, $f_0\left(\sqrt{\dfrac{a}{2\pi}}\right) = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{6\sqrt{\pi}}$, $f_0\left(\sqrt{\dfrac{a}{\pi}}\right) = \dfrac{a^2}{6\sqrt{\pi}}$. Максимальне значення функція набуває в точці $\sqrt{\dfrac{a}{2\pi}}$. За умови, що $a = 2\pi Rh$, знайдемо $h = R$.

3. Шуканий кульовий сегмент є півкулею, висота якої дорівнює радіусу кулі.

Відповідь. $h = R$.

Методом математичного моделювання можна розв'язати велику кількість геометричних задач. Наведемо приклади.

1. Від каналу завширшки *a* під прямим кутом до нього відходить канал завширшки *b*. Стінки каналів прямолінійні. Знайти найбільшу довжину колоди *l*, яку можна сплавляти по цих каналах з одного в другий.

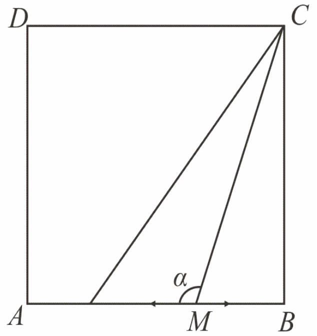
2. Площа рівнобедреної трапеції з кутом при основі *60°* дорівнює *2* дм^2. Знайти висоту трапеції найменшого периметра.

3. У півкруг радіуса *R* вписати рівнобедрену трапецію найбільшого периметра так, щоб одна її основа збігалася з діаметром півкруга.

Особливим типом задач на знаходження екстремумів є задачі лінійного програмування, які розв'язуються також без допомоги похідної. Не можна застосувати похідну і при розв'язанні багатьох геометричних задач. Для їх розв'язання застосовують такі методи: метод оцінювання, метод перебору, метод перетворення площини.

1. Суть *методу оцінювання* полягає в тому, що розглядається

конкретна геометрична фігура *F* виділяється одна або кілька величин, які її характеризують. Треба оцінити виділену величину або сукупність величин, тобто довести, що значення *x* задовольняє одній з нерівностей $x \le M$ або $x \ge m$, де m і M визначаються умовами задачі. Об'єктом оцінювання може бути граничне значення площі, відстані, величини кута.



Задача 2. *Точка M рухається по контуру квадрата ABCD (рис. 1.1). Під яким найменшим кутом можна побачити діагональ квадрата з точки M?*

Рис. 1.1

Розв'язання. Очевидно, що значення кута α, під яким видно діагональ AC з точки *M*, знаходиться в межах $\angle ABC \le \alpha < 135°$ Враховуючи, що всі кути квадрата дорівнюють *90°*, отримаємо $90° \le \alpha < 135°$. Тому найменша величина кута α, під яким видно з точки *M* діагональ квадрата, дорівнює *90°*.

Відповідь. *90°*.

Методом оцінювання можуть бути розв'язані, наприклад, такі задачі.

1. *На озері, яке має форму кола, розташований об'єкт завдовжки ОА*

(О - центр кола). В якому місці на березі має зупинитися спостерігач, щоб якомога краще роздивитись об'єкт ОА?

2. *Відстань від пункту А до пункту В дорівнює 4 км, а від пункту В до пункту С – удвічі більша. Яка найбільша та найменша відстань може бути між пунктами А та С?*

3. *Який з усіх паралелограмів із заданими діагоналями a та b має найбільшу площу?*

2. Суть *методу перебору* полягає в тому, що спочатку виділяють послідовність точок $\{x_i\}_i^n \in C$. Потім послідовно знаходять всі значення функції $f(x_1)$, $f(x_2),\ldots$, $f(x_n)$. Ці обчислення тривають доти, поки не знайдеться таке *k*, що $f(x_k) \le f(x_i)$, $(i = 1,2,...,n)$.

Цей метод ефективний і теоретично обґрунтований для скінченої множини допустимих значень змінної.

Задача 3. *З пластинки треба вирізати прямокутний трикутник з катетом 15 см. Якими натуральними числами повинні виражатися довжини сторін, щоб периметр трикутника був мінімальним?*

Розв'язання. Використовуючи теорему Піфагора, розв'язання задачі зводимо до знаходження $\min(a+c)$, якщо $c^2 - a^2 = 225$, де c і a – натуральні числа. Перебираючи можливі значення для c і a, отримаємо, що периметр трикутника набуває мінімального значення $P_{\min} = 40$ (см), якщо невідомі катет і гіпотенуза набувають значень 8 см та 17 см відповідно.

Відповідь. 8 см, 17 см.

Цей метод не є універсальним, тому що він пов'язаний з розв'язуванням задач, які розглядають скінчену множину елементів.

Методом перебору можна розв'язати, наприклад, такі задачі.

1. З квадрата вирізати шестикутник найбільшої площі.

2. На скільки частин, що не перетинаються, (виключаючи їх межі), розбивають площину два кола різних радіусів?

3. Відрізок даної довжини рухається так, що кінці його перемішуються по сторонах прямого кута. При якому положенні цього відрізка площа трикутника, що відтинається, буде найбільшою?

3. Суть *методу перетворення площини* полягає в наступному: нехай треба знайти екстремум елемента x фігури F, однозначно визначеного елементами x та a_i (i=1, 2,…, n). Знаходження екстремуму x складається з етапів:

1) надамо елементу x певне значення $x=c$ і розв'яжемо задачу на побудову фігури F' за даними елементами x і a_i;

2) вважаючи елемент c змінною величиною, виконаємо необхідні перетворення площини, зазначивши ті особливості, які виникають при досягненні елементом x максимального чи мінімального значення. Виділення вказаної особливості дає змогу зробити висновок про екстремум елемента x

фігури F.

Під час розв'язування геометричних задач на екстремуми з усіх перетворень площини частіше використовується *осьова симетрія*. Наведемо приклад важливої геометричної задачі на екстремум, яка може бути застосована учнями при розв'язуванні інших задач.

Задача 4. *Дано пряму l та дві точки A і B, що лежать по один бік від неї. Знайти найкоротший шлях AZB, якщо точка Z належить цій прямій.*

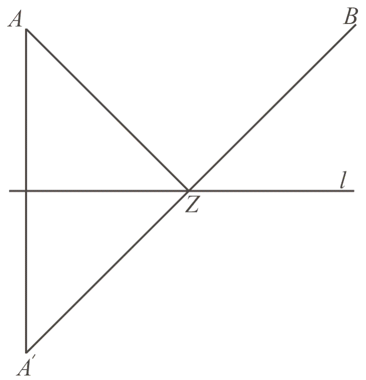


Рис 1.2

Розв'язання. Побудуємо точку $A' = S_l(A)$ (рис. 1.2). Проведемо пряму $A'B$, яка перетне пряму l у точці Z. За властивостями осьової симетрії $AZ = A'Z$. Тому шлях AZB можемо замінити шляхом $A'ZB$, який є найкоротшим, бо точки A', Z та B лежать на одній прямій. Таким чином, буде побудована шукана точка *Z*, а отже, і найкоротший шлях, що з'єднує дані точки *A* та *B* з точкою *Z* на прямій *l*.

Планіметричні задачі на відшукання найбільших і найменших значень зручно вирішувати за наступним планом:

1. Виявляють величину (тобто величину, найбільше або найменше значення якої потрібно знайти), що оптимізується, і позначають її, наприклад, буквою y (або *S*, *P, r, R* залежно від фабули задачі).

2. Одну з невідомих величин (сторону, кут) оголошують незалежною змінною і позначають буквою *x;* встановлюють реальні (у відповідності з умовами задачі) межі зміни *x*.

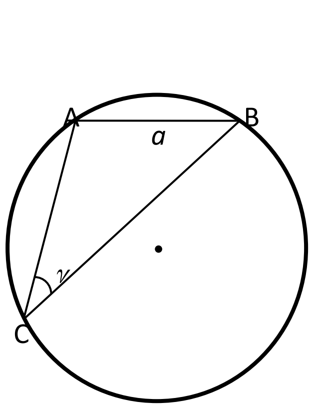
3. Виходячи з конкретних умов даної задачі, виражають величину y через x і відомі, тобто задані за умовою задачі, величини (етап геометричного розв'язування задачі).

4. Для отриманої на попередньому етапі функції $y = f(x)$ знаходять найбільше або найменше значення (залежно від вимог завдання) на проміжку реальної зміни *x,* знайденому в пункті 2.

Інтерпретують результат пункту 4 для даної конкретної геометричної задачі.

Наведемо приклади розв'язування задач згідно даного плану.

1. *На колі радіуса R дано точки A і B, відстань між якими дорівнює a, і довільна точка C. Чому дорівнює найбільше значення виразу* $AC^2 + BC^2$ *(рис.1.4)?*



Розв'язання. 1. Величиною, що оптимізується є вираз $AC^2 + BC^2$; Нехай $AC^2 + BC^2 = y$.

Виберемо незалежну змінну: нехай $x = \angle CAB$. Межі цієї змінної: $0 < x < \pi - \gamma$, де $\gamma = \angle ACB$ (цей кут не залежить від вибору точки *C,* оскільки завжди вимірюється половиною меншої дуги *AB);* зрозуміло, що точку *C* за змістом задачі треба вибирати на більшій дузі

AB.

Рис. 1.4 3. Виразимо *y,* тобто $AC^2 + BC^2$ через *x, a* і *R*.

За теоремою синусів $BC = 2R \sin x$, $AC = 2R \sin(\pi - x - \gamma) = 2R \sin(x + \gamma)$.

Оскільки, $AB = 2R \sin\gamma$, то отримаємо, що $a = 2R \sin\gamma$, звідки: $\sin\gamma = \frac{a}{2R}$.

В результаті отримаємо: $y = AC^2 + BC^2 = (2R \cdot \sin x)^2 + (2R \cdot \sin(x + y))^2 = 4R^2(\sin^2 x + \sin^2(x + y))$, де $\sin\gamma = \frac{a}{2R}$

(математична модель задачі складена).

4. Розглянемо функцію $y = 4R^2(\sin^2 x + \sin^2(x + y))$. Потрібно знайти її найбільше значення на проміжку $(0; \pi - \gamma)$. Зробимо деякі перетворення виразу, який задає функцію. Маємо:

$$y = 4R^2\left(\frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1 - \cos(2x + 2\gamma)}{2}\right) = 2R^2(2 - (\cos 2x + \cos(2x + 2\gamma))) = 4R^2(1 - \cos(2x + \gamma)\cos\gamma)$$

Найбільше значення отриманого виразу можна знайти без похідної: зрозуміло, що воно досягається там, де $\cos(2x + \gamma)$ досягає найменшого значення, тобто коли $\cos(2x + \gamma) = -1$. Це буде при $2x + \gamma = \pi$, тобто при $x = \frac{\pi - \gamma}{2}$. Відмітимо, що точка належить проміжку $(0; \pi - \gamma)$.

Обчислимо найбільше значення функції *y:* $y = 4R^2(1 - (-1)\cos\gamma) =$

$$= 4R^2(1 + \cos\gamma) = 4R^2(1 + \sqrt{1 - \sin^2\gamma}) = 4R^2\left(1 + \sqrt{1 - \frac{a^2}{4R^2}}\right) = 2R(2R + \sqrt{4R^2 - a^2}).$$

(на цьому закінчується етап розв'язування задачі всередині складеної математичної моделі).

5. Повертаючись до висхідної задачі, робимо наступний висновок: найбільше значення виразу $AC^2 + BC^2$ рівне $2R(2R + \sqrt{4R^2 - a^2})$; воно

досягається, коли $\angle CAB = \frac{\pi - \gamma}{2}$, тобто коли трикутник ABC рівнобедрений *(AC=CB).*

Відповідь. $2R(2R + \sqrt{4R^2 - a^2})$.

2. *Розглядаються всілякі трапеції, вписані в коло радіуса R. Знайти бічну сторону трапеції найбільшої площі, якщо одна з основ трапеції рівна* $R\sqrt{3}$.

Розв'язання. 1. Величина, що оптимізується, - площа S трапеції.

2. Позначимо через x кут при відомій основі трапеції. Найменше можливе

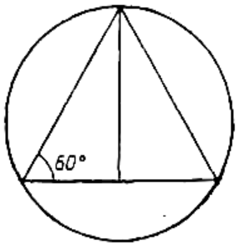


Рис. 1.5

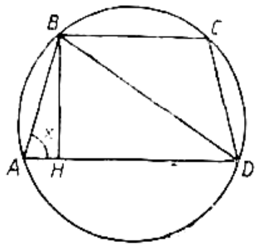


Рис. 1.6

значення цього кута *60°*, тоді трапеція вироджується в правильний вписаний трикутник, його сторона, як відомо, рівна $R\sqrt{3}$ (рис.1.4). З іншого боку, x повинен бути менше *120°*, оскільки дуга, на яку опирається вписаний кут при основі трапеції, менша *240°* (рис. 1.5).

Отже, встановлено межі для введеної незалежної змінної: $60° \le x < 120°$.

3. Виразимо площу S трапеції $ABCD$ через x і R. Маємо:

$AD = R\sqrt{3}$, $BD = 2R \sin x$, $\angle ABD = \frac{1}{2} \cup AD = 60°$, $\angle BDA = 120° - x$,

$BH = BD \sin(120° - x) = 2R \sin x \sin(120° - x)$ (BH — висота).

$HD = \frac{AD + BC}{2} = BD \cos(120° - x) = 2R \sin x \cos(120° - x)$

$S = HD\ BH = 2R \sin x \cos(120° - x)\ 2R \sin x \sin(120° - x) = 2R^2 \sin^2 x \sin(240° - 2x)$.

4. Знайдемо найбільше значення функції

$S = 2R^2 \sin^2 x \sin(240° - 2x)$ на проміжку $[60°; 120°)$.

1) $S' = 2R^2 (2 \sin x \cos x \sin(240° - 2x) - 2 \sin^2 x \cos(240° - 2x)) =$

$= 4R^2 \sin x (\sin(240° - 2x) \cos x - \sin x \cos(240° - 2x)) = 4R^2 \sin x \sin(240° - 2x - x) = = 4R^2 \sin x \sin(240° - 3x)$.

2) На проміжку $[60°; 120°)$ S' обертається в нуль лише в точці $x = 80°$.

Нехай маємо $\lim\limits_{x \to 120^\circ} S = 0,\ \lim\limits_{x \to 80^\circ} S = 2R^2 \sin^3 80^\circ,\ \lim\limits_{x \to 60^\circ} S = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.

Порівняємо значення $2R^2 \sin^3 80^\circ$ і $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$. Припустимо, що $2R^2 \sin^3 80^\circ > \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$. Тоді $\sin^3 80° > \frac{\sqrt{3}}{2}$, звідки $\sin^3 80° > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$, тобто $\sin 80° > \frac{\sqrt{3}}{2}$ чи $\sin 80° > \sin 60°$. Остання нерівність, а з нею і припущення правильні. Отже, найбільшого значення функція S досягає при $x = 80°$.

Отже, найбільшу площу має трапеція з кутом при основі $80°$. Потрібно було знайти бічну сторону цієї трапеції. З ΔABD (рис.1.6) маємо:

$AB = 2R \sin(120° - x)$. При $x = 80°$ отримаємо: $AB = 2R \sin 40°$.

Відповідь. $AB = 2R \sin 40°$.

Отже, дотримуючись плану розв'язування екстремальних задач при врахуванні основних геометричних нерівностей та теорем, що стосуються даної теми учням буде, на мою думку, набагато простіше засвоїти методику розв'язування геометричних задач на максимум і мінімум.

1.3 Спеціальні прийоми рішення планіметричних задач шкільного курсу геометрії

Метод площ (формули площ трикутників, багатокутників, властивості площ використовуються при вирішенні завдань і доказі теорем, в умовах і вимогах яких нічого не говориться про площах.)

Основні прийоми:

- Лінійні (кутові) елементи і відповідності між ними можна знайти, застосовуючи різні формули для обчислення площі трикутника (багатокутника).

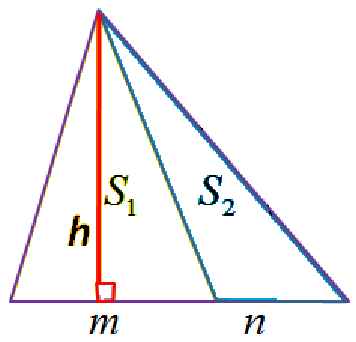
- Якщо трикутник (багатокутник) розбитий на кілька трикутників, то можна використовувати властивість про те, що сума площ частин дорівнює площі вихідного багатокутника.

- Ставлення відрізків можна замінити відношенням площ трикутників.

- Якщо кут одного трикутника дорівнює куту другого трикутника, то можна використовувати той факт, що ставлення творів сторін, що укладають рівні кути, дорівнює відношенню площ відповідних трикутників.

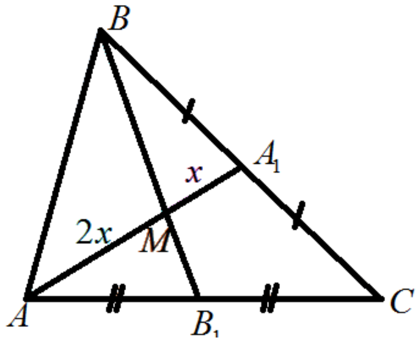
- При доведенні геометричних нерівностей можна використовувати нерівність для трикутника: 2s <ab.

Також можна використовувати теореми дозволяють вирішувати планіметричних завдання:



Теорема 1. Якщо трикутники мають загальну вершину і їх підстави лежать на одній прямій, то площі трикутників пропорційні довжині їх підстав:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$$



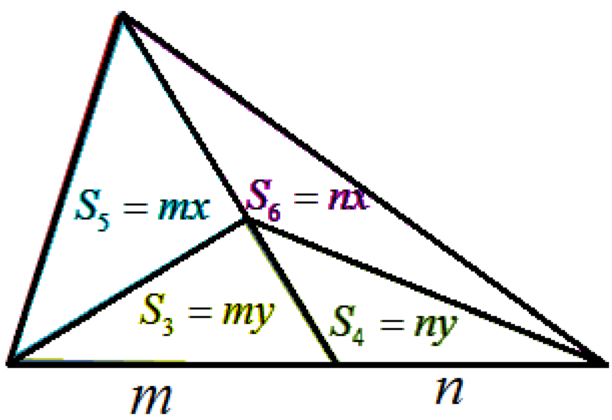
Завдання №8. У трикутнику ABC проведено медіани, M - точка їх перетину. Знайти площу трикутника ABM, якщо площа вихідного трикутника дорівнює 9.

Розв'язання:

$$1) S_{ABA_1} : S_{ACA_1} = 1:1 \Rightarrow S_{ABA_1} = 0{,}5 \cdot 9 = 4{,}5$$

$$2) S_{ABM} : S_{BMA_1} = 2x : x = 2:1 \Rightarrow S_{ABM} = \frac{2}{3} \cdot 4{,}5 = 3$$

Теорема 2. Якщо трикутники мають загальну сторону, то їх площі пропорційні довжині відрізків, висікаються продовженням їх загальної боку на прямій, що сполучає їх вершини: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{m}{n}$

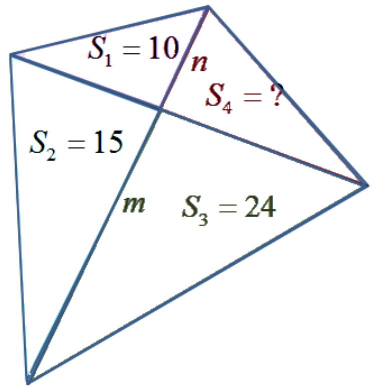


Завдання №9. Діагоналі розділили чотирикутник на трикутники, площі трьох з яких дорівнюють 10, 15 і 24. Знайти площу четвертого трикутника.

Рішення:

$$1) S_1 : S_2 = 10 : 15 = 2 : 3 = n : m$$

$$2) S_4 : S_3 = n : m = 2 : 3 \Rightarrow S_4 = \frac{2}{3} \cdot 24 = 16$$

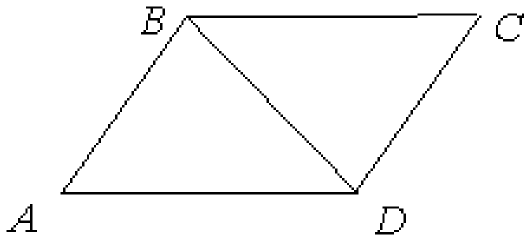


У сучасних підручниках, посібниках та різного роду задачниках, на жаль, приділяється мало уваги психологічним факторам, що впливає на успішність навчання математиці. А саме, виховання в учнів впевненості в своїх силах, розвиток вміння користуватися минулим досвідом.

Беруться два загальновідомих затвердження, які є базовими. На основі цих тверджень шикуються дві «ланцюжка» завдань по наростаючому рівнем складності. Рішення задач в цих «ланцюжках» засновані на базових твердженнях і на вирішенні попередніх завдань.

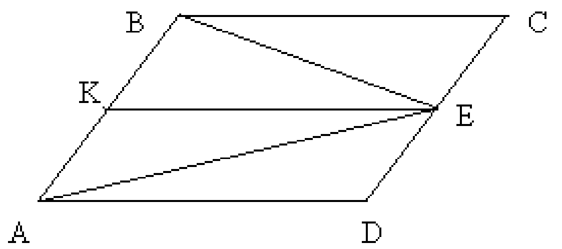
Твердження 1. Два трикутника є рівновеликими, якщо рівні їх висоти і підстави.

Завдання 10. Доведіть, що діагональ паралелограма ділить його на два рівновеликих трикутника.



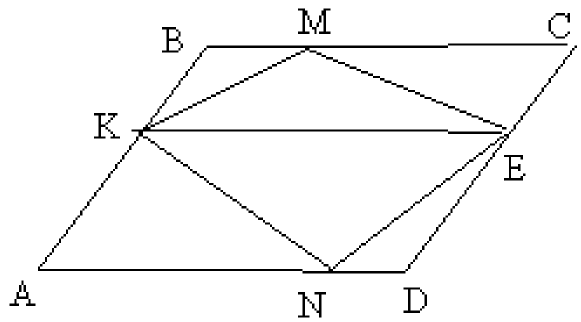
Рішення: Висоти трикутників ABD і BCD рівні. AD = BC (по властивості паралелограма). Тоді в силу затвердження 1 S Δ ABD = S Δ BCD

Завдання 11. На стороні CD паралелограма ABCD взята довільна точка E. Знаючи, що S Δ ABE = S, знайдіть площа паралелограма ABCD.



Рішення: Проведемо додаткове побудова: KE║AD. Тоді з завдання 1 слід, що S Δ KBE = S Δ CBE, а S Δ AKE = S Δ ADE. Звідси SABCD = 2S.

Завдання 12. У паралелограма ABCD на сторонах AB і CD взяті довільні точки M і N. Доведіть, що площа чотирикутника KMEN дорівнює площі чотирьох утворилися трикутників.



Рішення: Проведемо відрізок KE. Тоді в силу задачі 2 S Δ KME = S Δ KMB + S Δ MEC, а S Δ KNE = S Δ AKN + S Δ EDN

Звідси S Δ KMEN = S Δ KMB + S Δ MEC + S Δ KNE + S Δ EDN

Нестандартні рішення стандартних завдань допомагають виховати зацікавлений підхід до вивчення матеріалу. Основний спеціальний метод вирішення планіметричних задач це метод площ, який дозволяє вирішувати завдання в яких присутнє поняття площі. Даний метод вирішення використовується при вирішенні планіметричних задач першої частини в ДПА, також його знання може стане в нагоді на іспиті і в інших завдання знаходження елементів через площу фігури, так як кожен рік в змісті завдань відбувається зміна.

Висновки до розділу 1

Підготовка до державної підсумкової атестації (ДПА) - невід'ємна частина сучасного курсу математики. Завдання по геометрії займають приблизно третю частину всіх завдань. Геометрія є дуже потужним засобом розвитку особистості в самому широкому діапазоні.

Більшість учнів до 9 класу забувають основні поняття курсу планіметрії, не кажучи вже про формули, тому при підсумковому повторенні курсу планіметрії учні згадують основні поняття і формули, що дозволить їм застосувати їх на час здачі ДПА. Підсумкове повторення дозволяє учням в повній мірі підготуватися до іспиту.

Основні методи вирішення планіметричних задач допоможуть учням найбільш продуктивно підготуватися до вирішення модуля «Геометрія». Учень повинен ознайомитися з певним набором досить важких геометричних задач, навчитися вирішувати завдання, дотримуючись відомим зразкам. В геометрії на відміну від алгебри алгоритмів дуже мало, майже немає. Тому при навчанні зростає значення опорних задач, узагальнюючих корисний факт, або який ілюструє метод або прийом.

Нестандартні рішення стандартних завдань допомагають виховати зацікавлений підхід до вивчення матеріалу, використовуючи спеціальний метод вирішення планіметричних задач це метод площ, який дозволяє вирішувати завдання в яких присутнє поняття площі.

РОЗДІЛ 2.МЕТОДИКА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ВІДШУКАННЯ НАЙБІЛЬШОГО ТА НАЙМЕНШШОГО ЗНАЧЕНЬ

2.1 Методичні особливості вивчення теоретичного матеріалу планіметичних задач з використанням інформормаційних технологій.

Розглянемо тему «Формула Герона», яку ми розробили. До неї увійшли урок, розроблений для використання мультимедійної дошки, та скрінкаст опису проведення цього уроку, тестові завдання для перевірки знань учнів, ребус та вправу на відшукання відповідностей, створену за допомогою онлайн сервісу LearningApps. Дані вправи корисні як для учнів, що мають високий рівень знань, так і для школярів, що мають нижчі рівні досягнень.

Учні мають можливість переглянути матеріали уроку, опрацювати різні вправи, запропоновані вчителем або самостійно розробити вправи за допомогою сервісу LearningApps. Після завершення вивчення теми учитель матиме змогу оцінити знання та вміння учнів за допомогою тестів, контрольних або самостійних робіт.

Для того, щоб розроблену методику навчання учнів перевірити, працювала в загальноосвітній школі села Боратин Луцького району Волинської області. Дослідження проводилося у 6-9 класах.

На уроках разом із учнями 7-х класів працювали з математичним додатком GeoGebra. За допомогою GeoGebra на уроках алгебри розглядали тему «Функція», а на уроках геометрії такі теми як «Трикутники» та «Коло і круг». Додаток GeoGebra («Геометрія») виявився дуже корисним і цікавим для учнів. Вони змогли завантажити його на телефон і працювати з ним не тільки в класі, а й вдома. Крім того цей додаток можна використовувати і на персональних комп`ютерах.

Коли учні 6-го класу вивчали тему «Множення раціональних чисел», ми використовували вправу, яку створили з використання інструментів інтернет-сервісу LearningApps. Вправа називалась «Знайдіть пару». За допомогою цієї вправи учні 8-го класу змогли в ігровій формі перевірити свої знання з данної теми. Також є багато інших вправ на цьому інтернет-ресурсі, які можуть створювати не тільки вчитель, а й учні.

Сучасні вчителі математики, які підвищують кваліфікацію, зазначають що широко використовують у власній роботі як GeoGebra, так і LearningApps. Тому розроблені нами електронні наочності можуть сприяти підвищенню якості освіти.

2.2. Використання інтернет-сервісу LearningApps для навчання планіметричних задач на відшукання найбільшого та найменшого значень

LearningApps.org є сервісом Web 2.0 для підтримки процесів навчання та викладання за допомогою невеликих інтерактивних модулів. Ці модулі можуть використовуватись безпосередньо як навчальні ресурси або для самостійної роботи. Метою роботи є створення загальнодоступної бібліотеки незалежних блоків, придатних для повторного використання та змін. Блоки (вони називаються Вправами) не включені в жодні конкретні сценарії чи програми, тому вони не розглядаються як цілісні уроки чи завдання, натомість їх можна використати у будь-якому доречному методичному сценарії. Це конструктор для розробки інтерактивних завдань за різними предметними дисциплінами для застосування на уроках і в позакласній роботі. LearningApps.org розробляється як науково-дослідний проект Центру Педагогічного коледжу інформатики освіти PH Берн у співпраці з університетом м.Майнц та Університетом міста Циттау / Герліц (Німеччина).

На сервісі представлено багато інтерактивних вправ, які були розроблені для різноманітних форм навчального процесу. Їх можна використовувати в роботі з інтерактивною дошкою, або як індивідуальні вправи для учнів.

Дуже важливо, що користуватися створеними продуктами може кожний. Є можливість співпрацювати з колегами не тільки свого навчального закладу, але і всього світу, використовуючи Інтернет. Вчитель може працювати з групами учнів, швидко створювати вправи на уроці, задавати домашнє завдання, отримувати гіперпосилання від учнів та перевіряти виконання завдань.

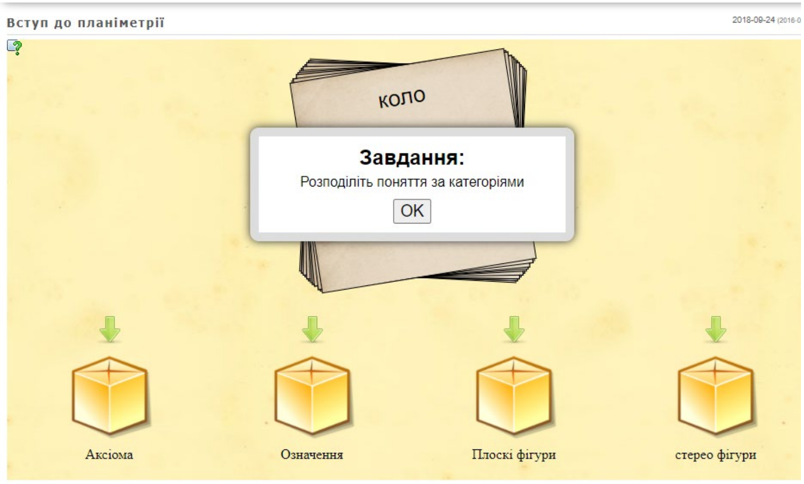
Процес створення вправ дуже простий та цікавий. Сервіс відкриває великі можливості для різноманітності дидактичних завдань. Кожний учасник процесу може використовувати розробки своїх колег, використовуючи величезний банк розробок користувачів сервісу та ділитися своїми авторськими продуктами. Є також можливість використовувати ілюстративні, відео- та аудіо-матеріали. Створені завдання образні, барвисті і легко запам'ятовуються. Автори завжди мають можливість використовувати функцію «повернутись та виправити». Є можливість виправлення помилок.

Розглянемо розроблені на LearningApps вправи для учнів за підручником О.С. Істер [7]:

1) **Вправа «Класифікація».**

Суть даної вправи полягає в тому, що учням пропонується розподілити поняття за категріями: аксіома, означення, плоскі фігури і стерео фігури. Після виконання вправи учень може «натиснути» кнопку праворуч знизу для перевірки правильності виконання завдань. Мета вправи – перевірити вміння учнів віднести означення або приклади до двох вказаних категорій. Дану вправу можна знайти за посиланням за допомогою QR-коду.

7кл «Вступ до планіметрії».

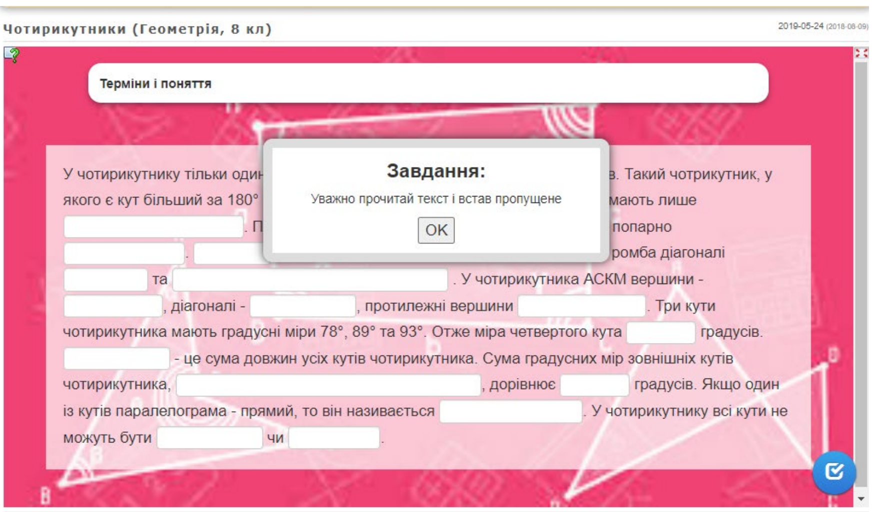


2) **Вправа «Впишіть пропущені слова»**

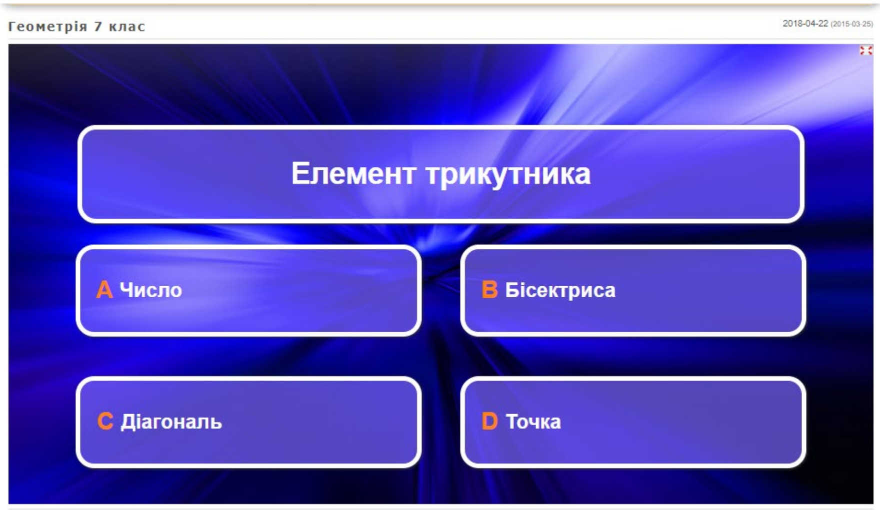
Суть цієї вправи: учням дано терміни і поняття з теми «Чотирикутники», в яких є пропуски. Учневі потрібно вручну (з клавіатури) вписати правильні відповіді.

Мета вправи: перевірити правильність запам’ятовування учнями правил з теми «Чотирикутники». Учні складно запам’ятовують правила, тому їм буде корисно використовувати дані вправи як на уроках, так і вдома для перевірки запам’ятовування правил.

8 кл « Чотирикутники»



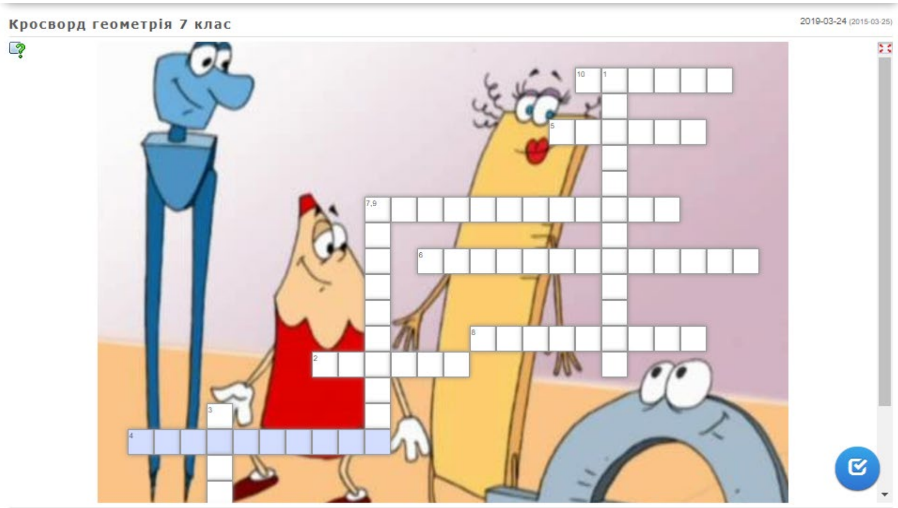
3) 7кл «Трикутники»



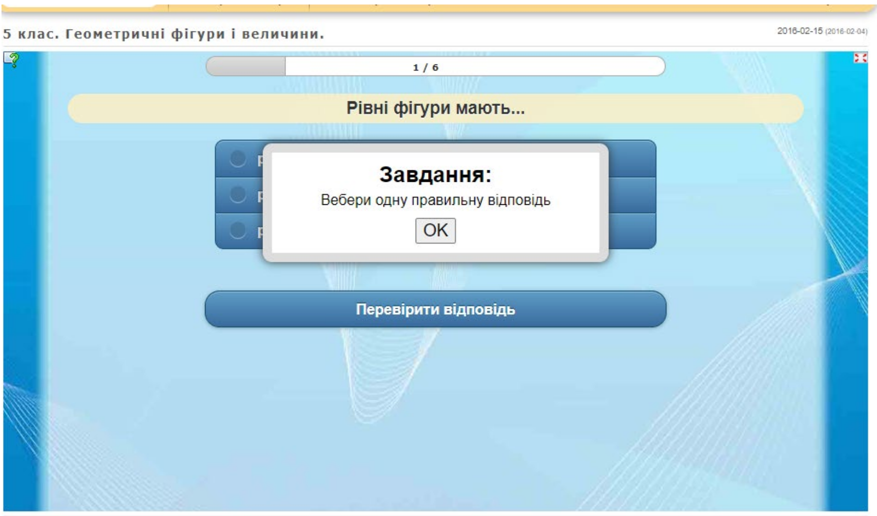
4) Вправа «Кросворд».

Дану вправу можна використовувати для підведення підсумків як із однієї теми, так із цілого розділу. Серед розроблених нами кросвордів «Геометрія 7 клас», який краще використовувати для підведення підсумків вивченого за рік.

7кл «Повторення вивченого за рік»



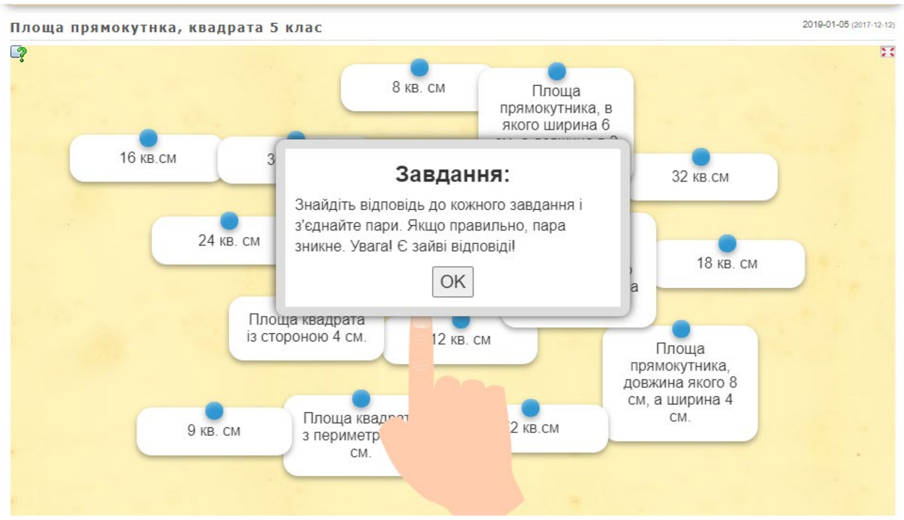
5) 5кл «Геометричні фігури і величини»



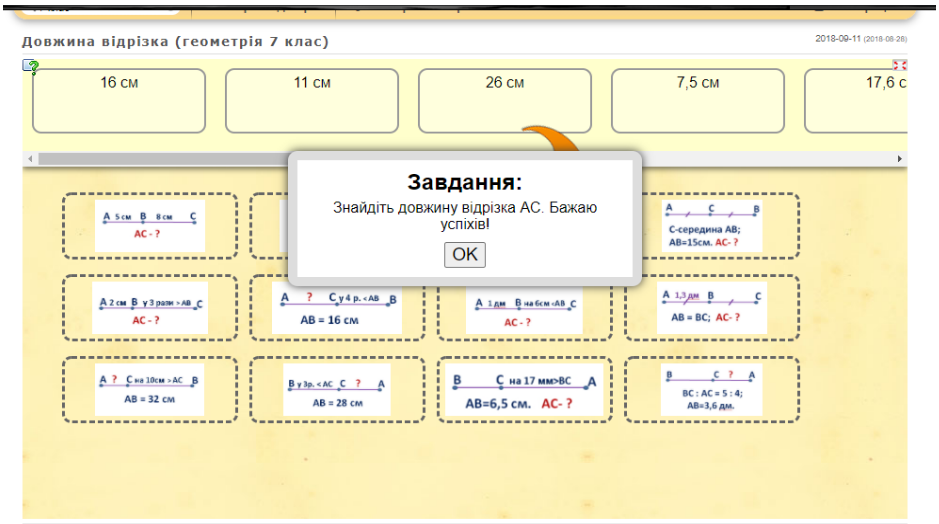
6) **Вправа «Знайдіть відповідність»**

Суть цієї вправи в тому, що учневі потрібно з`єднати поняття з його означенням або прикладом. Мета цієї вправи – за допомогою гри перевірити рівень засвоєння знань з теми «Площа прямокутника». Дану вправу можна використовувати як для підведення підсумків на уроці, так і для актуалізації опорних знань. Також дану вправу можливо використовувати не тільки на уроці, а й вдома. Тому навіть якщо учня не було на уроці, він може виконати завдання вдома і отримати оцінку. Дану вправу можна знайти за посиланням або за допомогою QR-коду

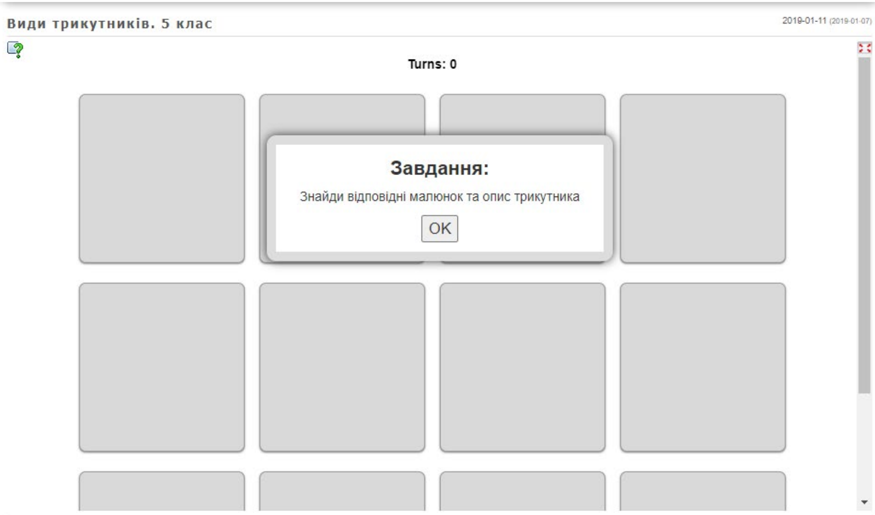
5кл «Площа прямокутника»



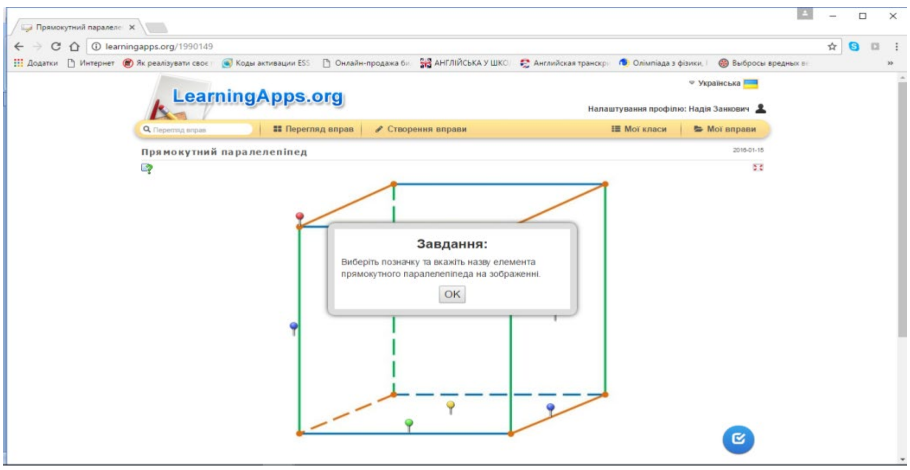
3) 7кл «Довжина відрізка»



4) 5 кл «Види трикутників»



5) 5кл «Прямокутний паралелепіпед»



2.3 Розробка варіативного курсу «Розв’язування планіметричних задач на відшукання найбільшого і найменшого значень»

Пояснююча записка

Програма варіативного курсу «Розв’язування планіметричних задач на відшукання найбільшого і найменшого значень» призначена для вивчення у 9-11 класах і розрахована на 35 год.

Курс сприяє розвитку в учнів логічного мислення і просторової уяви і дозволяє їм глибше розглянути і зрозуміти навчальний матеріал по даній темі. Для всіх учнів, які продовжать навчання, пов’язане з геометрією, курс буде сприяти успішній здачі ДПА і ЗНО з математики, і подальшому успішному навчанню в обраному навчальному закладі.

Вивчений матеріал стане для них дуже хорошою основою для отримання освіти з вибраної спеціальності.

Курс складається з наступних тем : розв’язання планіметричних задач нна властивості геометричних фігур, знаходження їх площі, обчислення і доведення.

Для успішної реалізації курсу необхідно використовувати різні форми, методи і прийоми навчання, роблячи особливий акцент на розвитку самостійності, пізнавального інтересу і творчої активності школярів.

Цілі курсу:

- Розширення і поглиблення знань, отриманих при вивченні курсу геометрії;
- закріплення теоретичних знань і розвиток практичних навиків і умінь;
- успішна здача ДПА І ЗНО з математики профільного рівня і підготовка до вчення у вищих навчальних закладах;
- розвиток логічного мислення і просторової уяви.

Завдання курсу:

- Формування стійкого інтересу що вчаться до предмету;
- виявлення і розвиток їх математичних здібностей;
- орієнтація на професії, пов'язані з математикою;
- підготовка до вчення у вищих навчальних закладах.

Методичні рекомендації по організації варіативного курсу :

Загальна тривалість роботи за програмою варіативного курсу «Розв'язання планіметричних задач на відшукання найбільшого і найменшого значень»- 1 рік. 35 години в 9-11 класах: по 1 годині в тиждень. Тривалість одного зайняття - 1 академічна година (40 хвилин).

Вивчення курсу «Розв'язання планіметричних задач на відшукання найбільшого і найменшого значень» складається з трьох частин: теоретичної, практичної і контролю знань і умінь учнів. Теоретична частина варіативного курсу полягає у викладі учителем основних алгоритмів рішення завдань по темі, що вивчається, з наведенням прикладів і повідомлення учнем додаткових формул і теорем, які не входять в курс середньої школи.

Практична частина варіативного курсу полягає в застосуванні такими, що вчаться отриманих знань для вирішення завдань. Після кожної теми проводиться самостійна робота, в результаті якої оцінюються отримані знання і уміння. По закінченню розділу проводиться залік. А у кінці навчального року - підсумкову контрольну роботу.

Форми контролю :

 Поточний контроль: самостійні роботи;

 Тематичний контроль: самостійні роботи і заліки;

 Підсумковий контроль: підсумкова контрольна робота.

Основні вимоги до знань і умінь учнів.

Мета практичного зайняття це закріпити теоретичні знання і відпрацювати практичні навички і уміння в області геометрії, а також успішної здачі ЕГЭ по математиці профільного рівня.

 Уміти по умові завдання грамотно і вірно побудувати креслення;

 знати властивості геометричних фігур і уміти їх застосовувати при рішенні завдань по планіметрії;

 знати формули площ геометричних фігур і уміти застосовувати їх при рішенні завдань;

 знати властивості геометричних тіл і уміти їх застосовувати при рішенні завдань по стереометрії;

 знати формули площ і об'ємів геометричних тіл і уміти застосовувати їх при рішенні завдань.

Тематичне планування:

Було розроблено тематичне планування представлене у таблиці 1.

Таблиця 1

Тематичне планування

	Зміст навчального матеріалу	Кількість годин	Дата
	Вступ до планметрії	4	
	Рішення завдань на тему "Багатокутники і їх властивості"	4	
	Трикутники і їх властивості. Чотирикутники і їх властивості.	4	
	Рішення завдань на тему "Кола і трикутники"	4	
	Коло, вписане в трикутник. Коло, описане біля трикутника.	4	
	Рішення завдань на тему "Кола і системи кіл"	4	

	Дотичні до кола. Торкання кіл.	4	
	Залік.	1	

Зміст варіативного курсу :

1-4.Вступ до планметрії.

5-8 Рішення завдань на тему "Багатокутники і їх властивості"

9-12.Трикутники і їх властивості. Чотирикутники і їх властивості.

13-16. Рішення завдань на тему "Кола і трикутники"

17-20. Коло, вписане в трикутник. Коло, описане біля трикутника.

20-23. Рішення завдань на тему "Кола і чотирикутники"

24-27. Коло, вписане в чотирикутник. Коло, описане біля чотирикутника.

28-31. Рішення завдань на тему "Кола і системи кіл"

32-34. Дотичні до кола. Торкання кіл.

35. Залік.

Можливі критерії оцінок

Рівень досягнень учнів визначається в результаті:

- спостереження активності на зайнятті;
- виконання самостійних завдань.

Підсумковий контроль проводиться у вигляді залікових робіт і підсумкової контрольної роботи.

Критерії виставляння оцінок вчиться може бути наступним:

"Відмінно" - учень освоїв теоретичний матеріал курсу, отримав навички в його застосуванні при рішенні різних завдань; у роботі над індивідуальними завданнями учень продемонстрував уміння працювати самостійно.

"Добре" - учень освоїв ідеї і методи цього курсу, що може впорається із стандартними завданнями; спостерігаються певні позитивні результати, що свідчать про інтелектуальне зростання, зростання загальних умінь учня.

"Задовільно" - учень освоїв найбільш прості ідеї і методи цього курсу, що дозволило йому виконувати прості завдання.

Нижче приведемо плани конспекти деякого зайняття.

Урок 1

Тема уроку: Розв’язання планіметричних задач.Трикутник.

Навчальна завдання: спільно з учнями розглянути рішення основних планиметрических завдань: знаходження зовнішнього кута трикутника, знаходження площі трикутника, знаходження елементів прямокутного трикутника.

Діагностуються мети уроку:

В результаті учень:

Вміє вирішувати основні планіметричних завдання;

Вміє знаходити зовнішній кут трикутника, площа трикутника, елементи прямокутного трикутника;

Знає, як застосовувати отримані знання при вирішенні планіметричних задач.

Інструменти: дошка, маркери, лінійка, трикутник.

Хід уроку:

Мотиваційно-орієнтовний етап.

Актуалізація.

Мотивація.

Постановка навчальної задачі.

Операційно-пізнавальний етап.

Знаходження зовнішнього кута трикутника.

Знаходження площі трикутника.

Знаходження висоти трикутника.

Знаходження тангенса гострого кута в прямокутному трикутнику.

Знаходження гіпотенузи в прямокутному трикутнику.

Рефлексивно-оцінний етап.

Домашнє завдання

Підведення підсумків.

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

Учитель: Доброго дня, хлопці, сідайте. Як ви знаєте, ДПА з математики охоплює всі розділи як з алгебри, так і по геометрії. Чи були серед завдань перевірочної контрольної роботи по ДПА завдання по планіметрії?

Учні: Так, це завдання модуля «Геометрія».

Учитель: Скільки завдань в даному модулі?

Учні: 6 завдань в першій частині і 2 в другій.

Учитель: Які фігури зустрічалися завдання в пробному ДПА?

Учні: Трикутник, чотирьох косинці, окружності.

Учитель: До якого розділу геометрії можна віднести ці фігури?

Учні: До розділу планіметрії.

Учитель: Чи ви вирішили завдання з даного розділу?

Учні: Ні, не все.

Учитель: Планіметрія вивчається з 7 класу, основні поняття і основні прийоми рішення планіметричних задач ви вивчали, але як показав результат контрольної забули, значить, що потрібно зробити?

Учні: Необхідно повторити основні поняття планіметрії і прийоми рішення планіметричних задач.

Учитель: Метою нашого сьогоднішнього і наступних занять буде розглянути основні типи планіметричних завдань, розглянути основні прийоми вирішення цих завдань. Тема нашого уроку: «Розв’язання планіметричних задач. Трикутник».

II. Операційно-пізнавальний етап.

Учитель: Яка фігура називається трикутником?

Учні: Трикутник - це геометрична фігура, утворена трьома відрізками, які з'єднують три не лежать на одній прямій точки.

Учитель: Накресліть трикутник і покажіть його боку, вершини і кути. Що таке периметр трикутника?

Учні: Периметр трикутника дорівнює сумі всіх трьох сторін трикутника.

Учитель: Який кут називається зовнішнім кутом трикутника?

Учні: Зовнішнім кутом трикутника при даній вершині називається кут, суміжний з кутом трикутника при цій вершині.

Учитель: Який відрізок називається бісектрисою трикутника?

Учні: Биссектрисой трикутника, проведеної з цієї вершини, називають відрізок, що з'єднує цю вершину з точкою на протилежній стороні і ділить кут при даній вершині навпіл.

Учитель: Який відрізок називається медіаною трикутника? Скільки медіан має трикутник?

Учні: Медианой трикутника, проведеної з цієї вершини, називається відрізок, котрий поєднує цю вершину з серединою протилежної сторони. Трикутник має три медіани, так як має три вершини.

Учитель: Який відрізок називається висотою трикутника? Скільки висот має трикутник?

Учні: Заввишки трикутника, проведеної з цієї вершини, називається перпендикуляр, опущений з цієї вершини на протилежну сторону або її продовження.

Учитель: Який трикутник називається гострокутий? Який трикутник називається тупоугольние?

Учні: Якщо всі кути трикутника гострі, то трикутник називається гострокутним; Якщо один з кутів трикутника тупий (більше 90 °), то трикутник називається тупоугольние.

Учитель: Який трикутник називається прямокутним? Як називаються сторони прямокутного трикутника?

Учні: Якщо один з кутів трикутника прямий (дорівнює 90 °), то трикутник називається прямокутним. Дві сторони, що утворюють прямий кут, називаються катетами, а сторона, протилежна прямому куті, називається гіпотенузою.

Учитель: Який трикутник називається рівнобедреним? Як називаються його боку?

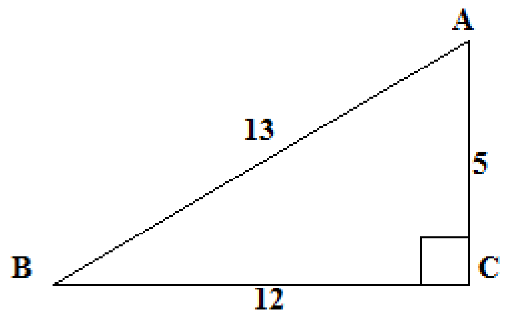
Учні: Рівнобедрений трикутник - це трикутник, в якому дві сторони рівні між собою по довжині. Рівні сторони називаються бічними, а остання - підставою.

Учитель: Ви повторили основні визначення, пов'язані з поняттям трикутник. Тепер вирішимо деякі завдання на поняття трикутник представлені в пробних варіантах ДПА.

Завдання 1: Зовнішній кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює 1400. Знайдіть кут між бічними сторонами цього трикутника.

Учитель: (Просить учня вирішити задачу усно, учень вирішує, йде обговорення рішення).

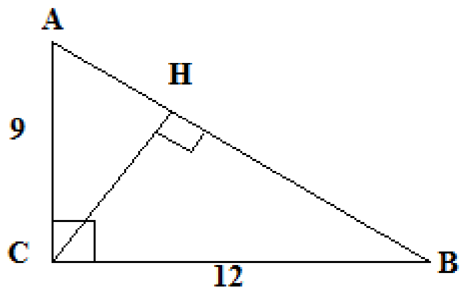
Завдання 2: Знайдіть площу трикутника, зображеного на малюнку.



Учитель: (Викликає учня до дошки, учень вирішує на дошці,) інші записують рішення в зошитах.

Учень: S = 1/2 ? 12 ? 5 = 6 ? 5 = 30.

Завдання 3: Використовуючи дані на малюнку, знайдіть висоту CH.



Учитель: (Викликає учня до дошки, учень вирішує завдання) інші записують рішення в зошиті.

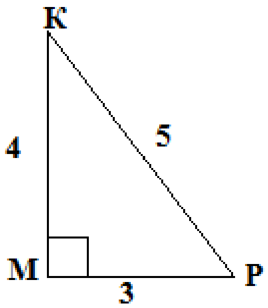
Учень: 1) Трикутник ABC прямокутний, AB гіпотенуза, 〖AB〗 ^ 2 = 〖AC〗 ^ 2 + 〖BC〗 ^ 2 = 81 + 144 = 225, AB = 15.

2) Знайдемо площу ABC, вона дорівнює половині твори катетів, тобто 1/2 ? 9 ? 12 = 54.

3) Так само площа трикутника дорівнює половині твори AB на CH, площа відома, тоді 54 = 1/2 ? 15 ? CH, CH = 108/15 = 7,2.

Учитель: (Хвалить учня), чи є ще варіанти вирішення завдання? Ви вирішили це завдання за допомогою методу площ. (Пропонує свій швидший спосіб вирішення). Дану задачу можна вирішити в два дії, традиційним методом вирішення, тобто за допомогою формул, спочатку знаходимо гіпотенузи, а потім відразу знаходимо висоту CH. Висота опущена до гіпотенузи дорівнює добутку катетів ділених на гіпотенузу: CH = (AC ? BC) / AB. (Учні обговорюють запропонований варіант і записують в зошити).

Завдання 4: Використовуючи дані, зазначені на малюнку, знайдіть тангенс кута P.



Учитель: Чому дорівнює тангенс гострого кута в прямокутному трикутнику?

Учень: Відношенню протилежного катета до прилеглого.

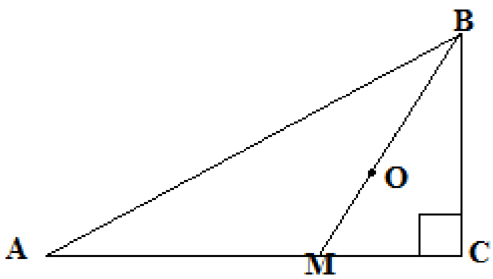
Учитель: Отже чому дорівнює тангенс кута P?

Учень: Тангенс кута P дорівнює 4/3.

Учитель: Правильно, (викликає до дошки учня і вирішити 5 задачу).

Завдання 5: Дан прямокутний трикутник ABC з прямим кутом C. Через центр O вписаною в трикутник кола проведено промінь BO, що перетинає катет AC в точці M. Відомо, що $AM = 8\sqrt{3}$, а $\angle BAC = \angle MBC$. Знайдіть гіпотенузу трикутника ABC.

Розв’язання:



Учитель: Як будемо вирішувати це завдання? Що відомо?

Учень: Відомо, що AM = 8√3, а ∠BAC = ∠MBC, BO - бісектриса кута B, так як Про центр вписаного кола, а отже, ∠ABM = ∠MBC.

Отримуємо що ∠ABM = ∠MBC = ∠BAC. Позначимо ∠BAC за x. Маємо 3x = 900, звідки x = 300.

Учитель: Зверни увагу на трикутник AMB, що в нього відомо?

Учень: У трикутнику AMB: ∠ABM = ∠BAM, а значить він рівнобедрений, слід що MB = AM = 8√3.

Розглянемо прямокутний трикутник MBC: BC = MB * cos300 = 12

У прямокутному трикутнику ABC: AB = 2 * BC = 24

Відповідь: 24.

Учитель: (хвалить учня) Ми розглянули більш прості завдання з першої частини модуля «Геометрії» зустрічаються в ДПА.

III. Рефлексивно-оцінний етап.

Учитель: Запишіть домашнє завдання

Д / З: В трикутнику ABC кут C дорівнює 900, sinA = (2√6) / 5. Знайти косинус зовнішнього кута при вершині A.

Учитель: Наступне заняття почнемо з перевірки домашнього завдання, хлопці що сьогодні повторили на уроці?

Учні: Поняття трикутника, види трикутників, елементи трикутника.

Учитель: На наступному занятті розглянемо більш складні завдання з другої частини модуля «Геометрія». Дякую за увагу, урок закінчено.

Урок 2 по темі: «Розв’язання планіметричних завдань. Трикутник»..

Навчальна завдання: спільно з учнями розглянути рішення основних планиметрических завдань: на доказ, на знаходження площі трикутника.

Діагностуються мети уроку:

В результаті учень:

Вміє вирішувати основні планіметричних завдання;

Вміє знаходити зовнішній кут трикутника, елементи трикутника;

Знає, як застосовувати отримані знання при вирішенні планіметричних задач.

Інструменти: дошка, крейда, маркери, лінійка, трикутник.

Хід уроку:

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

II. Операційно-пізнавальний етап.

III. Рефлексивно-оцінний етап.

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

Учитель: Доброго дня хлопці, сідайте. Сьогодні почнемо наш урок з перевірки домашнього завдання. Який у кого вийшов відповідь?

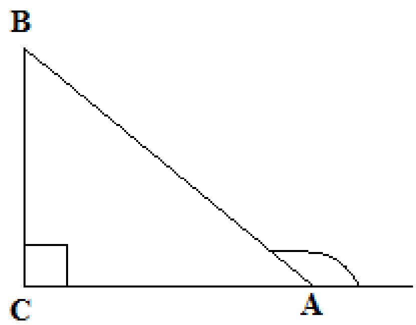
Учні: (у всіх вийшов різний відповідь)

Учитель: Загальної відповіді немає, значить потрібно розібратися який буде відповідь. І так продовжимо тему попереднього уроку «Рішення планиметрических завдань по темі трикутник». З'ясуємо який же насправді відповідь вийшла в домашній задачі.

II. Операційно-пізнавальний етап.

Завдання 1: У трикутнику ABC кут C дорівнює 900, sinA = (2√6) / 5. Знайти косинус зовнішнього кута при вершині A.

Рішення: (вчитель викликає учня до дошки, інші записують в зошити)



Учень: sinA = BC / AB = (2√6) / 5⇒BC = 2√6; AB = 5

AC2 = AB2-BC2 = 25-24 = 1, AC = 1

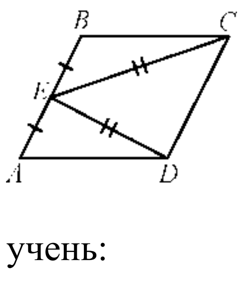
Учитель: Незабутній, що знаходимо косинус зовнішнього кута, а значить:

cos (1800-∠A) = - cos∠A = -AC / AB = -1 / 5 = -0,2.

Учитель: (запитує учня) зрозумів у чому була помилка? (Учень говорить що зрозумів, вчитель запитує деяких учнів з класу) зрозумів де була помилка в рішенні, чому вийшло - 0,2 а не 0,2? (Учень говорить що зрозумів) сідай (каже до учня біля дошки) і так вирішимо наступну задачу (викликає наступного учня)

Завдання 2. У параллелограмме ABCD точка E - середина сторони AB. Відомо, що ЄС = ED. Доведіть, що даний паралелограм - прямокутник.

Учитель: Зверни увагу на трикутники BEC і AED.



учень:

Доведення.

Трикутники BEC і AED рівні за трьома сторонам.

Значить, кути CBE і DAE рівні. Так як їх сума дорівнює 180 °, то кути рівні 90 °. Такий паралелограм - прямокутник.

Учитель: За це завдання на іспиті можна отримати 2 бали, завдання доводиться в два дії, чи все було зрозуміло? (Говорить учневі щоб той сідав на місце)

Учні: Все ясно.

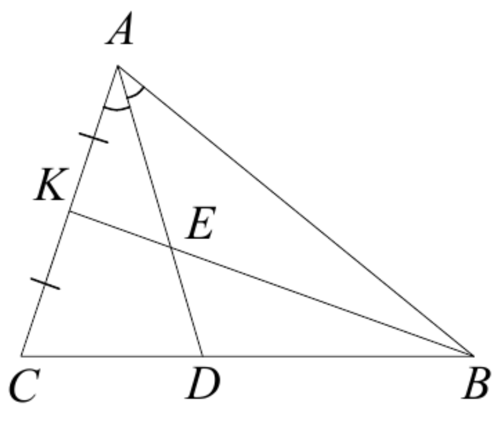
Учитель: Чим ми користувалися при доказі даної задачі?

Учні: Рівністю трикутників, властивістю трикутників. Вирішимо наступне завдання (викликає учня до дошки)

Завдання 3: Площа трикутника ABC дорівнює 40. Бісектриса AD перетинає медіану BK в точці E, при цьому BD: CD = 3: 2. Знайдіть площу чотирикутника EDCK. (Дана задача сприяє повторення методу площ)

Рішення:

Учитель: Як будеш вирішувати це завдання? (Учень починає розмірковувати в слух, учитель пропонує учневі позначити сторону трикутника за x і підводимо учня до методу площ)



Учень: Нехай AK = KC = x. По властивості бісектриси AB / AC = BD / CD = 3/2, звідки AB = 3x.

Учитель: Зверни увагу на трикутник ABK.

Учень: З трикутника ABK, де AE - бісектриса, знаходимо, що BE / KE = AB / AK = 3.

Учитель: Для простоти подальших міркувань позначити площа трикутника ABC який не будь буквою і скористайся властивістю площ.

Учень: Нехай S - площа трикутника ABC, тоді S_ACD = CD / CB ? S = 2/5 S

S_AKE = KE / BK ? S_ABK = KE / BK ? AK / AC ? S = S / 8.

Таким чином, S_EDCK = S_ACD-S_AKE = 2/5 S-S / 8 = 11/40 S = 11.

Учитель: Яке властивість використовували при вирішенні даної задачі?

Учні: Властивість биссектрис, і так само властивість площ.

III. Рефлексивно - оціночний етап

Учитель: Запишіть домашнє завдання, повторити все поняття пов'язані з чотирикутниками, а так само вирішити задачу: Підстави трапеції рівні 4 см і 9 см, а діагоналі рівні 5 см і 12 см. Знайти площу трапеції і кут між її діагоналями. (Відповідь: 30 〖см〗 ^ 2, 90 °).

Що ви сьогодні повторили на уроці?

Учні: Рішення планиметрических завдань пов'язаних з поняттям трикутника.

Учитель: Які методи використовували при вирішенні завдань?

Учні: Метод додаткового побудови, метод площ.

Учитель: Дякую за увагу, урок закінчено.

Урок 3

Тема уроку: Розв’язування планіметричних задач.Чотирикутник.

Навчальна завдання: спільно з учнями розглянути рішення основних планиметрических завдань: знаходження площі чотирикутника, знаходження елементів чотирикутника.

Діагностуються мети уроку:

В результаті учень:

Вміє вирішувати основні планіметричних завдання;

Вміє знаходити елементи чотирикутника, площа чотирикутника;

Знає, як застосовувати отримані знання при вирішенні планіметричних задач.

Інструменти: дошка, маркери, лінійка, трикутник.

Хід уроку:

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

Актуалізація.

Мотивація.

Постановка навчальної задачі.

Операційно-пізнавальний етап.

Вирішення задач

Рефлексивно-оцінний етап.

Домашнє завдання

Підведення підсумків.

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

Учитель: Доброго дня, хлопці, сідайте. На попередніх заняттях ви повторили основні поняття і методи вирішення планіметричних задач на поняття трикутника. Вам додому було запропоновано завдання, чи всі її вирішили?

Учні: Так, вона нескладна, схожі завдання зустрічаються в ДПА в першій частині.

Учитель: Чим ви користувалися при вирішенні даного завдання?

Учні: Теоремою Піфагора, площею трапеції.

Учитель: Чи всі завдання в ДПА пов'язані з поняттям чотирикутника так просто вирішуються?

Учні: Ні, зустрічаються завдання які незрозуміло як вирішувати.

Учитель: Що потрібно зробити що б було зрозуміло як вирішувати завдання даного типу?

Учні: Необхідно повторити основні прийоми рішення планіметричних задач на поняття чотирикутника.

Учитель: Метою нашого сьогоднішнього занять буде розглянути основні типи планиметрических завдань, на поняття чотирикутника. Тема нашого уроку: «Розв'язання планіметричних задач. Чотирикутник».

II. Операційно-пізнавальний етап.

Учитель: Яка фігура називається чотирикутником?

Учні: Чотирикутник - це геометрична фігура, що складається з чотирьох точок, ніякі три з яких не лежать на одній прямій, і чотирьох відрізків, попарно з'єднують ці точки.

Учитель: Що таке паралелограм?

Учні: Паралелограм - це чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні, тобто лежать на паралельних прямих.

Учитель: Сформулюйте властивості паралелограма.

Учні: Протилежні сторони паралелограма рівні, протилежні кути паралелограма рівні, діагоналі паралелограма перетинаються і точкою перетину діляться навпіл, сума всіх кутів дорівнює 360 °.

Учитель: Який паралелограм називається прямокутником?

Учень: Прямокутник - паралелограм, у якого всі кути прямі (рівні 90 градусам).

Учитель: Який паралелограм називається ромбом?

Учні: Ромб - це паралелограм, у якого всі сторони рівні.

Учитель: Який прямокутник називається квадратом?

Учні: Квадрат - правильний чотирикутник, у якого всі кути і сторони рівні.

Учитель: Який чотирикутник називається трапецією?

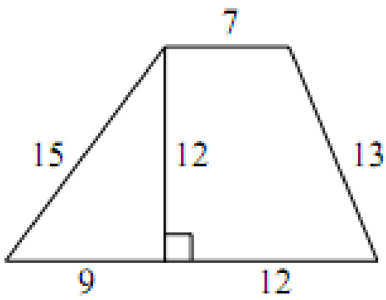
Учитель: Трапеція - чотирикутник, у якого тільки одна пара сторін паралельна (а інша пара сторін не паралельна).

Учитель: Яка трапеція називається рівнобедреної?

Учні: Трапеція, у якої бічні сторони рівні, називається равнобокой або рівнобедреної.

Учитель: Ви повторили основні визначення пов'язані з поняттям чотирикутника, тепер повирішуємо завдання з демонстраційних варіантів ДПА найбільш прості.

Завдання 1: Знайдіть площу трапеції, зображеної на малюнку.



Учитель: (запитує учня усно) Як будеш знаходити площа трапеції?

Учень: За формулою S = ((a + b)) / 2 h і отримуємо 168.

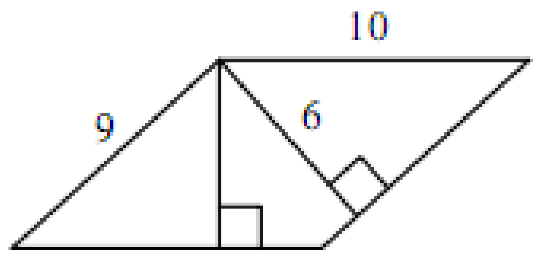
Учитель: А чи є ще варіанти вирішення?

Учень: Начебто як і немає.

Учитель: Насправді є, запишіть у себе в зошитах формулу за допомогою якої можна знайти площу даної трапеції: S = (a + b) / 2 √ (c ^ 2 - (((ba) ^ 2 + c ^

2-d ^ 2) / 2 (ba)) ^ 2), де a і b - підстави трапеції, а c і d - бічні сторони трапеції. Дана формула може стати в нагоді при вирішенні завдань коли відомі підстави і сторони трапеції, а висота невідома. Вирішимо наступне завдання.

Завдання 2: Дві сторони паралелограма рівні 10 і 9. З однієї вершини на дві сторони опустили висоти, як показано на малюнку. Довжина більшої з висот дорівнює 6. Знайдіть довжину іншої висоти.



Учитель: (запитує учня усно) Як будеш вирішувати це завдання? Зверни увагу що дано.

Учень: Дано сторони паралелограма, так само дана висота, потрібно знайти висоту.

Учитель: При знаходженні чого використовується висота паралелограма?

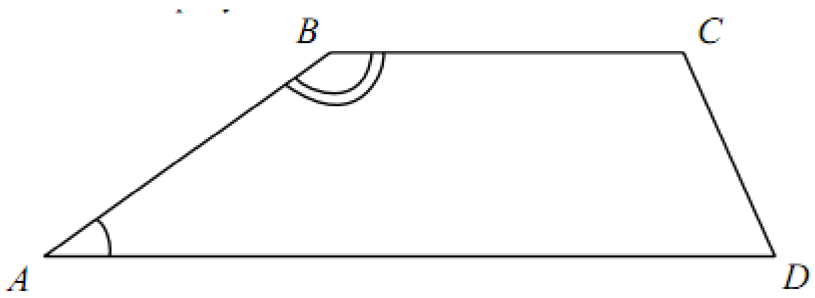
Учень: При знаходженні площі.

Учитель: Чому дорівнює площа даного паралелограма?

Учень: Твору підстави рівного дев'яти і висоти рівною шести і дорівнюватиме 54. Чи можемо знайти іншу висоту, вона буде дорівнює 54/10 = 5,4.

Учитель: Правильно, вирішимо наступну задачу (викликає учня до дошки)

Завдання 3: Кут У трапеції ABCD в чотири рази більше кута А. Знайдіть кут В. Відповідь дайте у градусах.

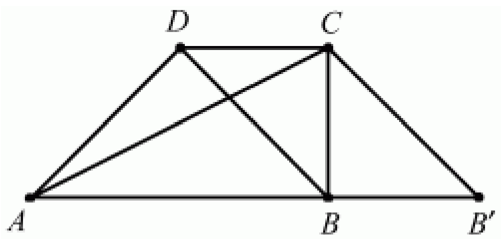


Учитель: Які будуть пропозиції щодо вирішення даного завдання?

Учень: Може позначимо кут А через x і знайдемо кут В. Нехай x - кут А, В = 4x, тоді ∠А + ∠В = 180 ^ 0, тобто x + 4x = 1800, 5x = 1800, x = 360. ∠B = 4 ? 36 ^ 0 = 144 ^ 0.

Учитель: Правильно, вирішимо наступну задачу (викликає наступного учня).

Завдання 4: Підстави трапеції рівні 4 см і 9 см, а діагоналі рівні 5 см і 12 см. Знайти площу трапеції і кут між її діагоналями.



Учитель: Це завдання можна вирішити за допомогою додаткового побудови, проведемо з вершини С пряму паралельну DB до перетину з променем АВ.

Учень: Нехай ABCD - дана трапеція, CD = 4 см, AB = 9 см, BD = 5 см і AC = 12 см. Щоб відомі елементи включити в один трикутник, перенесемо діагональ BD на вектор DC в положення CB '. Розглянемо трикутник ACB '. Так як BB'CD - паралелограм, то B'C = 5 см, AB '= AB + BB' = AB + CD = 13 см.

Учитель: Тепер відомі всі три сторони трикутника AB'C.

Учень: Так як АС2 + B'C2 = (AB ') 2 = 52+ 122 = 132, то трикутник AB'C - прямокутний, причому ∠ACB' = 90 °. Звідси безпосередньо випливає, що кут між діагоналями трапеції, дорівнює куту ACB ', становить 90 °.

Учитель: Чому дорівнює площа трапеції?

Учень: Площа трапеції, як і будь-якого чотирикутника, дорівнює половині твори діагоналей на синус кута між ними. Звідси площа дорівнює 1 / 2AC * BD * sin 90 ° = 1/2 * 12 * 5 * 1 = 30 〖см〗 ^ 2.

Відповідь: 30 〖см〗 ^ 2, 90 °.

Учитель: Це завдання вирішили за допомогою додаткового побудови, що допомогло найбільш легко її вирішити.

III. Рефлексивно - оціночний етап

Учитель: Запишіть домашнє завдання: Д / з. В квадраті зі стороною 6 знайдіть:

1) діагональ;

2) радіус описаного кола;

3) площа описаного кола;

На наступному занятті будемо вирішувати більш складні завдання представлені у другій частині модуля «Геометрія». І так що ви сьогодні на уроці повторили?

Учні: Основні визначення пов'язані з поняттям чотирикутника,

Знаходження площі трапеції, висоту паралелограма, кути в трапеції.

Учитель: Дякую за увагу, урок закінчено.

Урок 4

Тема уроку: Розв’язання планіметричних задач.Чотирикутник.

Навчальна завдання: спільно з учнями розглянути рішення основних планиметрических завдань: знаходження площі чотирикутника, знаходження елементів чотирикутника.

Діагностуються мети уроку:

В результаті учень:

Вміє вирішувати основні планіметричних завдання;

Вміє знаходити елементи чотирикутника, площа чотирикутника;

Знає, як застосовувати отримані знання при вирішенні планіметричних задач.

Інструменти: дошка, маркери, лінійка, трикутник.

Хід уроку:

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

Актуалізація.

Мотивація.

Постановка навчальної задачі.

II. Операційно-пізнавальний етап.

Вирішення задач

III. Рефлексивно-оцінний етап.

Домашнє завдання

Підведення підсумків.

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

Учитель: Доброго дня, хлопці, сідайте. Чи всі її вирішили домашнє завдання?

Учні: Так, вона проста.

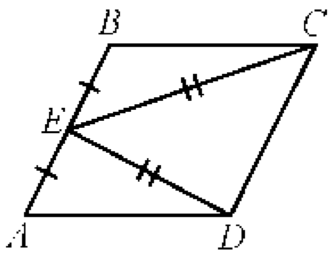
Учитель: (перевіряє в зошитах наявність Д / з) Чим ви користувалися при вирішенні даного завдання?

Учні: Теоремою Піфагора, радіусом описаного кола, площею описаного кола.

Учитель: На минулому уроці повторили завдання найбільш прості, сьогодні повторимо рішення більш складних, запишіть тему уроку: «Розв'язання планіметричних задач.Чотирикутник».

II. Операційно-пізнавальний етап.

Завдання 1: В параллелограмме ABCD точка E - середина сторони AB. Відомо, що EC = ED. Доведіть, що даний паралелограм - прямокутник.



Учитель: Яка фігура називається паралелограма? (Запитує учня)

Учень: Паралелограм - це чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні, тобто лежать на паралельних прямих.

Учитель: Який паралелограм називається прямокутником?

Учень: Прямокутник - паралелограм, у якого всі кути прямі (рівні 90 градусам).

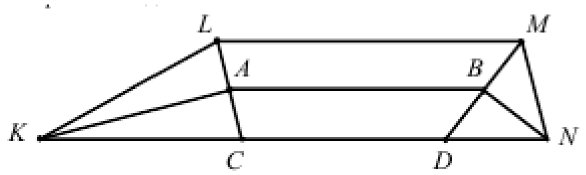
Учитель: Вийди до дошки і доведи.

Учень: Трикутники BEC і AED рівні за трьома сторонам.

Значить, кути CBE і DAE рівні. Так як їх сума дорівнює 180 °, то кути рівні 90 °. Такий паралелограм - прямокутник.

Учитель: Правильно, за таке рішення на іспиті можна отримати за це завдання 3 бали. Вирішимо наступне завдання.

Завдання: Підстави трапеції рівні 6 і 10, а бічні сторони рівні 2 і 4. бісектриси кутів при одній бічній стороні перетинаються в точці A, а при іншій - в точці B. Знайдіть AB.



Учитель: У першу чергу потрібно правильно накреслити креслення і позначити що нам дано (викликає учня до дошки).

Учень: Нехай LC - бісектриса кута KLM трапеції KLMN з підставами KN і LN, KN = 10, LM = 6, KL = 4, MN = 2.

Учитель: Що з малюнка видно?

Учень: Трикутник KLC рівнобедрений з основою LC. У ньому КА - висота, бісектриса і медіана. Аналогічно, нехай MD - бісектриса кута LMN. Тоді NB - висота, бісектриса і медіана трикутника MND.

Учитель: Що отримуємо в результаті?

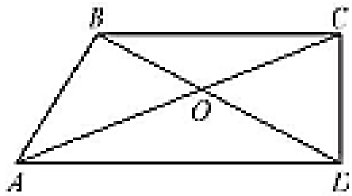
Учень: Отримуємо: КС = LК = 4; MN = ND = 2, тому CD = KN - (KC + ND) = 10 - 6 = 4.

Учитель: Чим є відрізок AB?

Учень: У трапеції CLMD відрізок AB - середня лінія. CD = 4, LM = 6, тому AB = 5.

Учитель: Правильно, всім були зрозумілі міркування (звертається до учнів) вирішимо ще одну цікаву задачу.

Завдання №3. Діагоналі AC і BD трапеції ABCD перетинаються в точці O. Площі трикутників AOD і BOC рівні відповідно 16 см2 і 9 см2. Знайдіть площу трапеції.



Учитель: (викликає учня до дошки) Дане завдання вирішується методом площ, в першу чергу потрібно звернути увагу на трикутники AOD і BOC, що про них відомо і який висновок можна зробити?

Учень: Так як SAOD ≠ SBOC, тому AD і BC не є бічними сторонами, а підставами трапеції.

Учитель: Якими є дані трикутники?

Учень: Трикутники AOD і BOC подібні за двома кутами.

Учитель: Чому дорівнюватиме відношення площ даних трикутників?

Учень: Ставлення їх площ дорівнює квадрату коефіцієнта подібності k. Тому k = 4/3 = AO / OC.

Учитель: Що видно з трикутників ABO і CBO?

Учитель: Аналогічні завдання зустрічаються в ДПА які потрібно вміти вирішувати.

III. Рефлексивно - оціночний етап

Учитель: Запишіть домашнє завдання: Повторити всі основні визначення пов'язані з поняттям коло, так само вирішите задачу: До кола з центром в точці O проведено дотична AB і січна AT. Знайдіть радіус кола, якщо AB = 12 см. AT = 13 см. І так що ви сьогодні на уроці повторили?

Учні: Прийоми вирішення складніших завдань.

Учитель: Чи все було зрозуміло з сьогоднішнього уроку?

Учні: Так.

Учитель: Дякую за увагу, урок закінчено.

Урок 5 по темі: «Рішення планиметрических завдань по темі окружність».

Тема уроку: Рішення планиметрических завдань на поняття окружності.

Клас: 9

Навчальна завдання: спільно з учнями розглянути рішення основних планиметрических завдань: на знаходження гострого кута кола, знаходження радіусу кола, на доказ.

Діагностуються мети уроку:

В результаті учень:

Вміє вирішувати основні планіметричних завдання;

Вміє знаходити елементи кола;

Знає, як застосовувати отримані знання при вирішенні планіметричних задач.

Інструменти: дошка, маркери, лінійка, трикутник.

Хід уроку:

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

1. Актуалізація.

2. Мотивація.

Постановка навчальної задачі.

Операційно-пізнавальний етап.

повторення теорії

Вирішення задач.

Рефлексивно-оцінний етап.

Підведення підсумків.

I. Мотиваційно-орієнтовний етап.

Учитель: Доброго дня, хлопці, сідайте. На попередніх заняттях ви повторили основні поняття і методи вирішення планіметричних задач на поняття чотирикутника. Вам додому було запропоновано завдання, чи всі її вирішили?

Учні: Так, вона нескладна, схожі завдання зустрічаються в ДПА в першій частині.

Учитель: Чим ви користувалися при вирішенні даного завдання?

Учні: Теоремою Піфагора, визначення радіусу кола.

Учитель: Чи всі завдання в ДПА пов'язані з поняттям кола так просто вирішуються?

Учні: Ні, зустрічаються завдання які незрозуміло як вирішувати.

Учитель: Що потрібно зробити що б було зрозуміло як вирішувати завдання даного типу?

Учні: Необхідно повторити основні прийоми рішення планіметричних задач на поняття окружності.

Учитель: Метою нашого сьогоднішнього занять буде розглянути основні типи планиметрических завдань, на поняття окружність. Тема нашого уроку: «Рішення планиметрических завдань по темі окружність».

II. Операційно-пізнавальний етап.

Учитель: Що таке коло?

Учень: Коло - геометричне місце точок площини, віддалених від деякої точки - центра кола - на задану відстань, зване радіусом окружності.

Учитель: Яка пряма називається дотичною до кола?

Учні: Пряма, що має з колом рівно одну спільну точку, називається дотичною до кола, а їх загальна точка називається точкою дотику прямої та кола.

Учитель: Який кут називається центральним?

Учні: Центральний кут - кут з вершиною в центрі кола. Центральний кут дорівнює градусній мірі дуги, на яку спирається.

Учитель: Який кут називається вписаним в коло?

Учні: Вписаний кут - кут, вершина якого лежить на колі, а сторони перетинають це коло. Вписаний кут дорівнює половині градусної міри дуги, на яку спирається.

Учитель: Яка окружність називається вписаною в трикутник?

Учні: Коло називається вписаною в трикутник, якщо вона стосується через все його сторін.

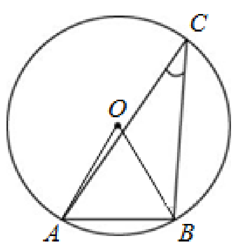
Учитель: Яка окружність називається описаної близько трикутника?

Учні: Коло називається описаної близько трикутника, якщо вона проходить через три його вершини.

Учитель: Вирішимо деякі завдання на поняття окружності.

Завдання 1: Чому дорівнює гострий вписаний кут, що спирається на хорду, рівну радіусу кола? Відповідь дайте у градусах.

Учитель: (викликає учня до дошки) Почни рішення з креслення.



Учень: (креслить креслення, вводить позначення)

Розглянемо трикутник AOB. Він рівносторонній, так як AO = OB = AB = R.

Учитель: Правильно, вирішимо наступну задачу.

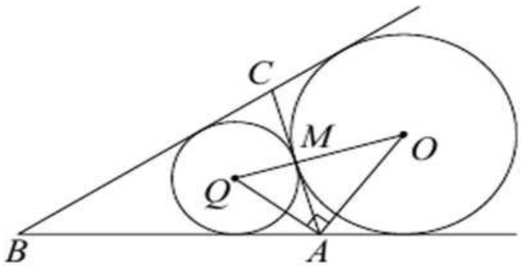
Завдання 2. Центральний кут на 360 більше гострого вписаного кута, що спирається на ту ж дугу окружності. Знайдіть вписаний кут. Відповідь дайте у градусах.

Учитель: (викликає учня до дошки) На перший погляд завдання здається складніше попередньої, але насправді вирішується в одну дію.

Учитель: Тепер вирішимо завдання більш складну.

Завдання 3. Підстава AC рівнобедреного трикутника ABC дорівнює 12. Окружність радіуса 8 з центром поза цього трикутника стосується продовжень бічних сторін трикутника і стосується підстави AC. Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник ABC.

Учитель: У цьому завданню головне правильно накреслити креслення.



Учень: Нехай O - центр даного кола, а Q - центр кола, вписаного в трикутник ABC.

Точка дотику M кіл ділить AC навпіл.

Учитель: Креслення наочно показує що ще дано в завданні.

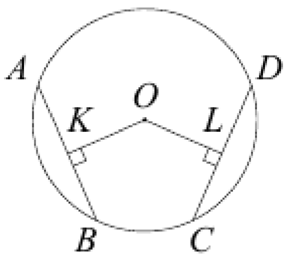
Учень: AT і AQ - бісектриси суміжних кутів, значить, кут QAO прямий.

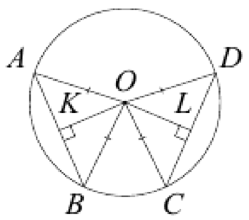
Учитель: Що можна знайти з даного прямокутного трикутника?

Учень: З прямокутного трикутника QAO отримуємо AM2 = QM · OM Отже, QM = = 9/2 = 4,5.

Учитель: Це завдання належить до другої частини ДПА, в ній головне правильно накреслити креслення і побачити, що дано і що можна знайти.

Завдання 4. У окружності з центром О проведені дві рівні хорди АВ і СО. На ці хорди опущені перпендикуляри ОК і OL відповідно. Доведіть, що ОК і OL рівні.





Учитель: Це завдання легко доводиться за допомогою додаткового побудови.

Учень: Проведемо радіуси ОА, ОВ, ОС, OD.

Трикутники АОВ і COD рівні за трьома сторонам. ОК і OL - їх висоти, проведені до рівних сторонам, отже, вони рівні як відповідні елементи рівних трикутників.

Учитель: Такі завдання на поняття окружності найбільш часто зустрічаються в ДПА, тому вміння їх вирішувати сприяє найбільш вдалою здачі іспиту.

III. Рефлексивно - оціночний етап

Учитель: Запишіть домашнє завдання: Подивіться ще раз все записи в ваших зошитах з попередніх занятті пов'язаних з повторенням планіметрії і з сьогоднішнього, то що ми з вами повторили допоможе вам найбільш успішно написати модуль «Геометрія» з математики. І так що ви сьогодні на уроці повторили?

Учні: Основні визначення пов'язані з поняттям коло, знаходження елементів кола.

Учитель: Протягом 5 уроків в цілому завдання на які поняття розглянули?

Учні: На поняття трикутника, на поняття чотирикутника, на поняття окружності.

Учитель: Чи все було зрозуміло?

Учні: Так.

Учитель: Дякую за увагу, урок закінчено.

Висновки до розділу 2

У другому розділі магістерської роботи висвітлено питання розробки та впровадження дидактичного забезпечення для покращення навчання учнів за допомогою дистанційних технологій та розроблено навчальну програму варіативного курсу вивчення планіметрії.

Програма варіативного курсу «Розв'язування планіметричних задач на відшукання найбільшого і найменшого значень» призначена для вивчення у 9-11 класах і розрахована на 35 год.

Курс сприяє розвитку в учнів логічного мислення і просторової уяви і дозволяє їм глибше розглянути і зрозуміти навчальний матеріал по даній темі. Для всіх учнів, які продовжать навчання, пов'язане з геометрією, курс буде сприяти успішній здачі ДПА і ЗНО з математики, і подальшому успішному навчанню в обраному навчальному закладі.

ВИСНОВКИ

На основі аналізу навчальної і методичної літератури по даній проблемі дійшли висновку, що методика навчання планіметричних задач на відшукання найбільшого і найменшого значень є актуальною у зв’язку із зростанням потреб економіки, техніки. У зв`язку з тим, що все більше учнів мають проблеми у розв’язуванні планіметричних задачах, вчителям потрібно знати, як навчати дітей. Окремі аспекти проблеми навчання можна усунути шляхом використання технологій.

Уміння вирішити завдання - це, передусім, уміння самостійно провести пошук способу її рішення. І навчити учнів вирішувати завдання означає навчити їх усвідомленому пошуку рішення. Проблемі навчання школярів пошуку рішення планіметричних завдань присвячені багато різних науково-методичних досліджень. У більшість роботах виявляється суть пошуку рішення планіметричної задачі, розглядається процес здійснення пошуку її рішення, велика увага приділяється опису різних прийомів, використовуваних для пошуку рішення математичних і, зокрема, геометричних завдань, піднімаються питання навчання пошуку розв’язання планіметричних завдань.

Традиційна методика викладання планіметрії приділяє велику увагу засвоєнню такими знань, що вимагає зміст предмета. При такому підході завдання використовуються переважно для закріплення вивченої теми і недостатньо для розвитку мислення. Прийоми, способи дій, закладені в запропонованих завданнях, залишаються для учнів неосмисленими і неусвідомленими. У школярів не виробляються критерії і правила, якими надалі можна керуватися при самовизначенні стратегії і тактики рішення нових завдань.

Розв'язування таких задач сприяє поглибленню знань учнів. Через задачу вони мають змогу ознайомитися з екстремальними властивостями геометричних фігур, навчаються застосовувати їх до розв'язування прикладних задач. Розв'язуючи такі задачі, учні бачать, з одного боку, абстрактний характер математичних понять, і, з другого боку, велике ефективне застосування їх до вирішення життєвих практичних проблем.

Список використаних джерел

1. Б е в з Г. П. Математика: підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. — К.: Зодіак-ЕКО, 2005. — 352 с.

2. Б е в з Г. П. Математика: підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. — К.: Генеза, 2006. — 304 с.

3. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владимирова Н.Г., Геометрія: Підручник для 7-9 класів / Г.П. Бевз., В.Г. Бевз., Н.Г. Владимирова.. – К.: «Вежа», 2008. – 243 с.

4. Бурда М.І., Геометрія: Підручник для 7-9 класів / М.І. Бурда., Н.А. Тарасенкова.. – К.: «Зодіак-ЕКО», 2008. – 250 с.

5. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG: посібник для викладачів математики. / [Раков С. А., Горох В. П., Осенков К. О. та ін.]. — Харків: ХДПУ, 2002. — 108 с.

6. Ж а л д а к М. І. Комп'ютер на уроках геометрії: посібник для вчителів / М. І. Жалдак, О. В. Вітюк. — К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2000. — 168 с.

7. Істер О.С. Геометрія : підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – Київ : Генеза, 2015. – 184 с. : іл.

8. Істер О.С. Геометрія : підруч. для 9-го кл.. навч. закл. / О.С. Істер. – Київ : Генеза, 2017. – 240 с. : іл.

9. Ковальчук М. Б. Використання педагогічних програмних засобів при формуванні понять планіметрії [Електронний ресурс] / М. Б. Ковальчук. –Режим доступу: http://ii.npu.edu.ua/files/zbirnik_kosn/9/23.pdf (дата звернення 18.06.2019).

10. Ленчук І. Г. Комп’ютерне моделювання задач планіметрії: Метод Інверсії [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://elib.bsu.by/itzn_2016_56_6_10%20.pdf

11. Мерзляк А. Г. Геометрія : підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Харків: Гімназія, 2015. – 224 с. : іл.

12. Мерзляк А. Г. Математика : підруч. для 6-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Харків: Гімназія, 2014. – 400 с.

13. Навчальна програма з математики для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс]. - Режим доступу: http://media.ippo.kubg.edu.ua/wpcontent/uploads/2016/08/programa_dlia_9_klasu_matematyka.pdf (дата звернення 12.07.19).

14. Нечай Г.М. Впровадження освітнього сервісу WEB 2.0 в навчальний процес сучасної школи на прикладі використання LearningApps.org.

15. Погорєлов О.В., Геометрія: Підручник для 7-11 класів. – 2-ге вид. / О.В. Погорєлов. – К.: Освіта, 1992. – 352 с. 4. Тесленко И.Ф. О преподавании геометри в средней школе / И.Ф. Тесленко. – М.: Просвещение, 1985.

16. Ракута В. М. Бібліотека комп’ютерних моделей, як необхідна складова сучасного навчального середовища. / В. М. Ракута // Наукові записки. — Випуск 98. — Серія: Педагогічні науки. — Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. — 2011. — С. 246 — 249.

17. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики [Електронний Ресурс] / В. М. Ракута. // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2012. — № 4 (30). — Режим доступу до журналу: http://www.journal.iitta.gov.ua.

18. Соловій Г. Метод проектів: від вивчення до впровадження / Г. Соловій // Математика. – 2014. – №16. – С. 27-35.