Рівненський державний гуманітарний університет
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики з методикою викладання

Кваліфікаційна робота
магістерського рівня
на тему:

Методика підготовки учнів до розв’язування олімпіадних задач в 6 - 7 класах

Виконала: студентка 2 курсу магістратури
групи М-М-21
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)
Левчук Анастасія Ігорівна

Керівник: канд. пед. наук, доц., професор кафедри математики з МВ
Павелків Ольга Миколаївна

____

Рецензенти: канд. фіз.-мат. наук, доцент
Сяський Василь Олексійович

____

канд. фіз.-мат. наук, доцент
кафедри вищої математики
Марач Віктор Сильвестрович

____

Рівне - 2020 року

Зміст

Вступ

«Серед усіх наук математика користується особливою повагою; підставою для цього є та єдина обставина, що її положення абсолютно правильні й незаперечні, в той час як положення інших наук до деякої міри спірні, і завжди є небезпека їх спростування новими відкриттями.»

А. Ейнштейн

Однією з головних проблем освітньої системи сучасності – є розвиток творчих здібностей учнів. Оновлення освіти підростаючого покоління потребує нетрадиційних методів і форм організації навчального процесу. Мабуть у кожного вчителя в процесі роботи виникають певні питання, а саме: як пробудити в учня пошуковий інтерес? Як виховати вміння працювати самостійно? Так як основна мета сучасної школи є не тільки дати учням певну систему знань, а навчити їх самостійно набувати знання, використовуючи для цього всі можливості, і застосовувати набуті знання в певних ситуаціях. Саме одним із методів досягнення даної мети є підготовка учнів до участі в олімпіадах.

На даний час багато питань, що стосуються шкільної математичної освіти, спрямовані на модернізацію задачного матеріалу, оскільки наведені в сучасних навчальних посібниках задачі, як правило, передбачають алгоритмічний спосіб розв’язання, яким значно звужують операційне і інформаційне поле діяльності здібних учнів.

Олімпіадні задачі або ж ще їх називають нестандартні задачі, є однією із провідних ланок у шкільному курсі математики тому, що вони являють собою необхідний компонент розвитку математичної культури та логічного мислення і уяви учнів. Серед олімпіадних задач зустрічаються такі, для розв’язання яких потрібні незвичні ідеї та спеціальні методи, так і задачі більш стандартні, але деякі із них можна розв’язувати оригінальними способами. Практично в кожній олімпіадній роботі зустрічається, як мінімум, одна задача з геометрії. Саме геометричні олімпіадні задачі викликають найбільші труднощі в учнів, і це не тому, що учні погано знають геометрію, а тому, що найбільше штучних прийомів, додаткових побудов використовується саме при розв’язуванні геометричних задач.

Розпочинати роботу по підготовці учасника математичної олімпіади необхідно з початкових класів. Задачі на розрізання, склеювання, заміщення, ігрові задачі, задачі на складання таблиць істинності, все це під силу самим маленьким учням. Продовжити роботу повинен учитель середніх та старших класів. Організацію роботи найкраще розпочати з учнями 6-х класів, так як саме в даному віці, за аналізом психологів, найяскравіше проявляються здібності до математики, їх цікавить все загадкове, невідоме і вони вже готові до самостійного пошуку. Переможцем в даному змаганні може бути лише той учень, який цікавиться різними галузями даної науки.

Дослідженням поняття і психологічної характеристики процесу розв’язання задач, в тому числі і олімпіадних займалися М.І. Бурда, Л.М.Фрідман, Е.Н. Турецький, Н.П. Кострикіна; у працях З.І. Слєпкань розглянуті можливості педагогічного регулювання розумової діяльності учнів. В працях Ю.М. Колягіна, В.А. Оганесяна, Л. М. Фрідмана, Е.Н. Турецького, Д. Пойа виявлені роль і місце задач в процесі навчання математики, систематизовані прийоми пошуку розв’язку задачі. Проте безпосереднім дослідженням проблеми навчання учнів 6 класів розв’язуванню нестандартних математичних задач вони не займались. [31;42]

Це і визначає **актуальність** теми нашого дослідження. Оскільки саме розв’язування олімпіадних задач з математики сприяє розвитку логічного мислення, виховує навички дослідницької діяльності, дає високий ефект практичної спрямованості математики, що приводить до глибшого розуміння предмета та зацікавленості ним учнями.

Метою дослідження є розробка методики підготовки учнів до розв’язування олімпіадних задач з математики .

Об’єктом дослідження є процес навчання учнів 6–7 класів розв’язуванню математичних задач для успішної участі в олімпіадах та математичних конкурсах.

Предметом дослідження є формування змісту та методів навчання учнів 6–7 класів розв’язуванню олімпіадних задач з математики, як засобу розвитку творчих здібностей учнів.

Завдання дослідження:

1. Проаналізувавши психолого – педагогічну та науково – методичну літературу з теми дослідження, розкрити поняття «задача» ;

2. Проаналізувати особливості мислення учнів при розв’язуванні олімпіадних задач з математики;

3. Систематизувати нестандартні математичні задачі в 6–7 класах відповідно до їх видів;

4. Відповідно до цієї систематизації розробити зміст та методику роботи спецкурсу з математики в 6 та 7 класах .

5 . Практично перевірити ефективність спецкурсу.

В основу дослідження була покладена наступна **гіпотеза**: систематичне і цілеспрямоване використання нестандартних задач сприятиме розвитку логічного мислення, творчих здібностей учнів та успішної участі в математичних олімпіадах і конкурсах.

Для розв’язання поставлених завдань було використано наступні методи дослідження:

теоретичні: аналіз психолого–педагогічної, навчальної та методичної літератури, змісту програм і підручників для розкриття теми дослідження;

емпіричні: вивчення та узагальнення методичного досвіду вітчизняних і зарубіжних педагогів з даної проблеми, аналіз уроків, спостереження, тестування, бесіди з вчителями та учнями.

Наукова новизна дослідження полягає в виявленні дидактичних функцій нестандартних задач на сучасному етапі розвитку школи; обґрунтуванні доцільності використання нестандартних задач в якості дієвого засобу розвитку творчих здібностей учнів; систематизації різних видів нестандартних задач.

Практичне значення дослідження полягає у розробці змісту та методики занять спецкурсу «Розв'язування олімпіадних задач з математики в 6-7 класах».

Теоретичне значення дослідження полягає у вивченні проблеми розвитку творчих здібностей учнів в навчальному процесі на сучасному етапі, а також у виявленні шляхів, методів, прийомів і засобів, які сприяють розв'язуванню олімпіадних задач математики учнями 6-7 класів.

Розділ І. Теоретико-методичні основи розв’язування олімпіадних задач з математики

1.1. Роль олімпіадних задач у інтелектуальному розвитку учнів

На сьогодні одним з найпопулярніших та дієвих методів роботи виявлення підтримки та розвитку талановитих дітей є проведення конкурсів (учнівських олімпіад) різних рівнів : місцевих, районних, всеукраїнських та міжнародних. Навчання обдарованих дітей, їхня підготовка до професійної реалізації в самостійному житті — актуальне питання сьогодення. З огляду на це основними завданнями сучасної освіти є розвиток інтелектуальних здібностей, природної обдарованості учнів, формування в них творчого потенціалу, креативного мислення, а також уміння самореалізуватися в сучасному світі.

Підтримка та розвиток обдарованості є одним із пріоритетних напрямків сучасної освіти, оскільки поступ будь-якої країни, регіону, міста залежить саме від здатності її громадян нестандартно мислити, швидко навчатися новому, впроваджувати перспективні інновації в різні сфери суспільного життя. Всебічний розвиток обдарувань школярів здійснюється не лише під час навчальної діяльності, а й під час проведення різноманітних конкурсів та олімпіад, які не тільки поглиблюють знання учнів з предметів, а й дають можливість розвивати інтелект, ерудицію, вміння спілкуватись. Учні здебільшого зорієнтовані на здобуття знань, необхідних для успішного навчання у старшій профільній школі, для участі в предметних олімпіадах та конкурсах. Успіхів в даному питанні можна досягти лише тоді, коли проведено добре продуману індивідуальну роботу з найбільш здібними та обдарованими дітьми.

Сфера дії сучасної математики невпинно розширюється і стає нині майже неосяжною. Важко знайти таку галузь людської діяльності, де можна було б обійтися без математики, причому з часом діапазон її практичних застосувань щораз збільшується. [28]

Мету викладання математики в загальноосвітній середній школі можна сформулювати таким чином: шкільний курс математики має забезпечити міцне і свідоме оволодіння системою математичних знань, умінь і навичок, які потрібні для загального розвитку учнів, для їх практичної діяльності в умовах сучасного виробництва, для вивчення на достатньо високому рівні споріднених шкільних предметів (фізики, креслення, хімії та ін.) та для продовження освіти.

Підготовка учнів до життя, до суспільно-корисної праці визначає суспільно-практичні цілі навчання математики, де школа має звертати особливу увагу на ті питання програми, з якими можуть зустрітись її вихованці в повсякденному житті.

Виховні цілі навчання математики в школі зводяться головним чином до розвитку в учнів культури мислення, виховання в них колективізму, наполегливості та інших корисних рис характеру.

Відомо, що людині в її практичній діяльності доводиться розв’язувати не тільки задачі, які повторюються, а й нові, які їй ніколи ще не зустрічались. Школа повинна підготувати учнів знаходити шляхи до вирішення проблем, а це означає – сформувати в учнів здатність до самостійного креативного мислення. Насамперед, шлях до математичної науки для учнівської молоді пролягає через розв’язування складних та оригінальних задач. Кожне математичне дослідження — як теоретичного, так і прикладного характеру, — складається з розв’язування окремих задач, і ці задачі не зводяться до простого використання відомих алгоритмів, а вимагають саме творчої роботи думки, кмітливості, спостережливості. Не менш важливим чинником є інтуїція: спочатку вгадати, передбачити правильну відповідь, а потім довести — за таким принципом у математиці зроблено не одне відкриття. Ось чому з точки зору професійної математики доцільно залучати учнів до задач, які, з одного боку, спираються на шкільний курс, а з іншого — потребують неабияких проявів фантазії, гнучкості міркувань, схильності до аналізу, синтезу ідей. Можливості привчання учнів до навчальної діяльності творчого характеру, розвивають в них математичні задатки. Не випадково відомий педагог-математик Д. Пойа пише: «Велике наукове відкриття дає розв’язок масштабної проблеми, але і в розв’язку любої задачі присутня крихта відкриття». [34]

Термін «задача» можна трактувати по-різному, але найчастіше ми говоримо, що задача передбачає необхідність свідомого пошуку відповідних засобів для досягнення мети, яку ми розуміємо, але яка безпосередньо недосяжна. У психологічному аспекті задача розглядається як свідома мета, що існує за певних умов, де дії спрямовані на її досягнення, тобто на розв'язування задачі.

Під математичною задачею розуміють будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, що стосується кількісних відношень і просторових форм, створених людським розумом. Арифметичною задачею називають «вимогу знайти числове значення деякої величини, якщо дано числові значення інших величин і існує залежність, яка пов'язує ці величини як між собою, так і з шуканою» [27].

Роль задач в інтелектуальному розвитку учнів історично не залишилась незмінною. Так в “Арифметиці” Л. Ф. Магніцького способи розв’язування задач давались у вигляді багатослівних правил, які учні повинні були заучувати напам’ять. Задача була ціллю навчання: математику вчили для того, щоб засвоїти правила розв’язування однотипних задач.

В часи Л. Ф. Магніцького вміння звести задачу до певного типу вважалось високим показником креативного мислення. Відомий математик - методист С. І. Шохор - Троцький розробив так званий “метод доцільних задач”. Виклад нової теми він пропонував починати з доцільної задачі. Обговорюючи її розв’язання, розбираючи аналогічні задачі, він підводив учнів до самостійного формулювання потрібного правила, формули, теореми.

За його словами арифметичні задачі повинні бути не ціллю, а методом навчання арифметиці.

Кожна навчальна математична задача передбачає досягнення не однієї, а декількох педагогічних, дидактичних та навчальних цілей. Названі цілі характеризуються змістом задачі і призначенням, якого надає задачі вчитель. Дидактичні цілі, які ставить перед тією чи іншою задачею вчитель, визначають роль задач в навчанні математики. В залежності від змісту задачі та дидактичних цілей її застосування можна виділити її провідну роль та функції.

Навчаючу роль математичні задачі виконують в процесі формування в учнів системи знань, умінь та навичок з математики та її конкретних дисциплін. Слід виділити декілька видів задач стосовно їх навчальної ролі.

Задачі для засвоєння математичних понять. Відомо, що формування математичних понять успішно проходить при умові ретельної клопіткої роботи над поняттями, їх означеннями і властивостями. Щоб оволодіти поняттям, недостатньо вивчити його означення; необхідно розібратися в смислі кожного слова-означення, чітко знати властивості поняття, що підлягає вивченню. Такі знання набуваються перш за все при розв'язуванні задач і виконанні вправ.[29]

Функції задач спрямовані на формування системи математичних знань, умінь і навичок на різних етапах її засвоєння.

Робота над задачами також дає можливість реалізувати ряд функцій у вивченні математики: виховну, розвивальну, дидактичну і контролюючу. Проаналізуємо ці функції детальніше. [9; 11; 39]

1) **Виховні функції** задач спрямовані на формування в учнів наукового світогляду. Як виховний засіб задачі дають змогу нам пов'язувати навчання з життям, ознайомлювати учнів із пізнавальними та важливими фактами, числові дані задач характеризують успіхи економічного зростання в нашій країні, трудові досягнення колективів підприємств, показують зростання

добробуту й культури українського народу. Це виховує у дітей свідоме ставлення до навчання, любов до Батьківщини, бажання зробити власний внесок у загальну справу. [8]

2) Під **розвивальними** розуміють функції задач, спрямовані на формування в учнів науково-теоретичного, зокрема функціонального, стилю мислення, на оволодіння ними прийомами розумової діяльності. У процесі розв'язування задач учні виконують різні розумові операції (аналіз, синтез, конкретизація і абстрагування, порівняння, узагальнення), висловлюють судження і міркування. Для активізації розумових дій учнів під час розв'язування задач запитання треба ставити так, щоб вони спонукали до порівняння, зіставлення, перевірки тощо.[9]

3) Текстові задачі, які відображають конкретні життєві ситуації, використовуються для **ознайомлення** учнів з певними математичними поняттями та закономірностями, для з'ясування взаємозв'язків між словом і символом, між символом і поняттям. У деяких випадках формування теоретичних знань через задачі може бути організоване у вигляді проблемної форми навчання. Навчальні функції задач виявляються також у здійсненні принципу політехнізації та в процесі контролю знань і математичного розвитку учнів.

4) Задачі є найважливішим засобом **контролю й оцінки** знань учнів з математики. Самостійне розв'язування учнями текстових задач як засіб оберненого зв'язку (учень – учитель) дає змогу виявляти вміння правильно обирати і виконувати арифметичні дії, судити про розвиток мислення школярів.

Тобто, загалом роль задач у навчанні математиці, досить важлива, оскільки саме задачі сприяють досягненню найчастіше не однієї, а декількох педагогічних, дидактичних, навчальних цілей.

1.2. Поняття задачі у психолого-педагогічній літературі

Задача - це сформульоване запитання, відповідь на яке можна знайти за допомогою арифметичних дій. Розглянемо основні елементи, з яких складається кожна задача, і з'ясуємо, що означає розв'язати задачу. З визначення задачі випливає, що в ній обов'язково має міститись якесь запитання. Без запитання задачі немає. Оскільки відповідь на запитання задачі дістаємо в результаті виконання арифметичних дій, очевидно, в ній повинна міститися вимога визначати те чи інше число- шукане і, крім того, повинні вказуватися ті числа, за допомогою дій над якими можна знайти шукане. Тому обов'язковими елементами будь-якої арифметичної задачі є невідоме (шукане) число (чи кілька таких) і дані числа. [41]

Термін «задача» широко використовується в багатьох галузях гуманітарного знання. У тлумачному словнику С. Ожегова задача визначається як «те, що потребує виконання, розв’язання» [17, с. 203].

Під математичною задачею розуміють будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, що стосується кількісних відношень і просторових форм, створених людським розумом на матеріалістичній основі знань про навколишній світ.[30]

Історико-генетичний аналіз поняття «задача» як у філософських, психолого-педагогічних та інших дослідженнях дозволяє визначити походження і закони подальшого перетворення поняття та його функціональне навантаження на сучасному етапі розвитку шкільної освіти.

Розглядуване поняття являється одним із фундаментальних в психології, в кібернетиці, в будь-якій із наук природничо-математичного циклу, в теорії навчання і виховання. В літературі, присвяченій вказаним галузям знань, це поняття має різноманітне формулювання, оскільки в силу специфіки тієї чи іншої наукової дисципліни досліджуються різноманітні аспекти даного об’єкта.

В найзагальнішому значенні задача трактується як поставлена ціль, якої необхідно досягнути, як питання, що потребує вирішення на основі знань і логічних операцій. Таке пояснення в цілому співпадає з життєвими асоціаціями на слово «задача».[43]

З філософської точки зору задача – це знання про незнання, що виникає в протиріччі між об’єктом і суб’єктом.

У психології задача розглядається як дана в певних умовах (наприклад, у проблемній ситуації) мета діяльності, яка повинна досягатися перетворенням цих умов згідно з визначеною процедурою [24].

У психолого-педагогічній та методичній літературі презентовано різні підходи (табл. 1) щодо визначення поняття «задача».

Таблиця 1

Основні підходи до визначення сутності поняття «задача»

Визначення	**Автор**
«задача» як об’єкт мисленнєвої діяльності	
Мета, що ставиться у певних умовах [33, с. 107].	О. Леонтьєв
Результат усвідомлення суб’єктом діяльності мети, умов і проблеми діяльності, виявлення суперечностей між відомою метою задачі й невідомими шляхами досягнення цієї мети	Л. Спірін
Результат усвідомлення вихователем у педагогічній ситуації необхідності розробки системи професійних дій і прийняття їх до виконання [11, с. 19].	Л. Мільто
Суперечності, виявлені під час навчально-виховного процесу, які використовує викладач для стимулювання розвитку особистості; педагогічна ситуація в поєднанні з педагогічною метою [20, с. 38].	І. Зязюн
Мета, що задана в конкретних умовах і потребує ефективного шляху її досягнення [22].	О. Тихомирова
Мета розв’язання, яку диктує вимога чи питання, умови і фактори як передумови застосування способу розв’язання [8].	І. Лернер
Знакова модель проблемної ситуації [43].	Л. Фрідман
Спосіб знакового представлення завдання однією	О. Матюшкін

людиною іншій, що містить вказівки на мету і її досягнення [18].	
«Форма вихідного стану» об’єкта діяльності та «модель» потрібного майбутнього [19].	Є. Машбіц
«задача» як складна дидактична система	
Система інформаційних процесів [32].	У. Рейтман
Система, обов’язковими компонентами якої є: а) предмет задачі, що знаходиться у вихідному стані; б) модель стану предмета [1, с. 32].	Г. Балл
Інформаційна система, у якій здійснюється пошук, мобілізація і застосування засобів діяльності	В. Соколов

Аналіз досліджень дає змогу виділити два основні підходи до визначення сутності поняття «задача»:

1) задача як об’єкт мисленнєвої діяльності, у якому в діалектичній єдності представлені складові елементи (предмет, умова, вимога), отримання пізнавального результату можливе за умови розкриття співвідношення між відомими і невідомими елементами задачі;

2) задача як складна дидактична система, де в єдності, взаємозв’язку, взаємозалежності та взаємодії представлені компоненти (задачна система і система розв’язання), кожна з яких, у свою чергу, складається з елементів, що знаходяться у тій же динамічній залежності складових: предмета, умов, вимог задачі, методів, шляхів, прийомів і засобів.

Розуміння задачі визначається не тільки розкриттям її змісту, але і її структурою. Розглянемо основні підходи до виділення структурних елементів. Так, Ю. Н. Кулюткин виділяє в структурі задачі два компоненти:

а) умову, тобто наявну сукупність об'єктів, впорядкованих певними відносинами;

б) вимогу, вказуючи на те, що потрібно шукати в даній умові.

Також два компоненти виділяє в задачі А. Ф. Єсаулов: умову і вимогу. Умова розуміється як «певні інформаційні системи, з яких слід виходити при спробах рішення», а вимога – як те, до чого треба прагнути або що потрібно досягти в процесі перетворення інформаційних систем». Л.М. Фрідман виділяє такі елементи в структурі задачі: умова, вимога і оператор. Під оператором задачі він розуміє сукупність тих дій (операцій), які треба провести над умовою задачі, щоб виконати її вимоги. [41]

Більш узагальнений підхід до рішення питання про структуру задачі здійснений академіком В. М. Глушковим. Він в задачі розділяє задачну і розв’язуючу системи. До задачної системи відносяться умови і вимоги задач. У розв’язуючу систему входять наукові методи, способи і засоби, які в нашому розумінні є джерелами створення конкретних алгоритмів і евристик для розв’язування задач.

Ю.М. Колягін підходить до характеристики задачі, використовуючи поняття системи, визначаючи її як дещо ціле, абстрактне і реальне, що складається із взаємозалежних частин: елементів деякої множини і їх властивостей.

Ю.М. Колягін в математичній задачі виділяє такі компоненти:

- початковий стан (умова задачі);
- кінцевий стан (висновок задачі);
- розв’язування (перетворення умови для знаходження шуканого);
- базис розв’язування (його теоретична основа)

Учень може успішно розв'язувати задачу, якщо розумітиме значення слів і виразів, з яких її побудовано. На початку завдання і при розгляді нових задач усвідомлення значення слів та зв'язків між величинами досягається через відтворення тієї реальної проблемної ситуації, моделлю якої є задача. В подальшому дедалі частіше застосовується вербальний (словесний) аналіз задачі.

Для з'ясування життєвого змісту задачі використовується предметне моделювання, інсценування, практичне виконання дій, наочні посібники, тощо.

Моделюванням є і мислене відтворення ситуації. Вербальний аналіз в широкому розумінні містить семантичний аналіз і знаходження способу розв'язання задачі. Суть семантичного аналізу полягає в тому, що на основі аналізу тексту задачі визначають окремі значення величин, а також відношення, що їх пов'язують. Таким аналізом передбачається:а) поділ задачі на окремі частини, кожна з яких є словесним завданням певного елемента задачі; б) визначення слів - ознак, що характеризують відношення між величинами, а отже, й відповідну арифметичну дію. Під час аналізу треба з'ясувати, скільки величин розглядається в задачі та які вони мають значення. Задавання кожного значення величини складається з трьох частин: назви величини, зазначення особливості певного значення і числового значення, якщо воно є невідомим, і якщо, крім того, до завдання цього невідомого значення входить запитання «скільки?» чи вимога «знайти», то це значення шукане.[41]

Є два способи аналізу задачі: синтетичний і аналітичний. Синтетичний спосіб - від числових даних - до запитання, аналітичний - від запитання - до числових даних. Синтетичний спосіб легший для дітей, але його недолік в тому, що ми неначе задачу розкладаємо на ряд простих задач які розв'язуємо. Аналітичний - сприяє розвитку мислення учнів. Використання наочності та короткого запису задачі в процесі вивчення її змісту та пошуку плану розв'язування.

1.3. Практична підготовка школярів до олімпіади з математики

Дієвим засобом формування мотивації до навчання, підвищення пізнавальної активності, поглиблення та розширення знань з математики є підготовка учнів до Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики.

Підготовку школярів до Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики можна здійснювати, використовуючи продуктивні методи навчання (за А.В. Хуторським) [40] :

– *когнітивні* (методи навчального пізнання)– методи евристичних запитань, порівняння, евристичного спостереження, фактів, дослідження, конструювання понять, конструювання правил, гіпотез, прогнозування помилок, конструювання теорій;

– *креативні* (методи зорієнтовані на створення учнями власних освітніх продуктів) – вигадування, аглютинації, сінектики, морфологічного ящика, інверсії;

– *організаційно-діяльнісні* (пов’язані з конструюванням власної освітньої діяльності) – навчального цілепокладання, учнівського планування (власної освітньої траєкторії), самоорганізації навчання (робота з науково-популярною літературою, довідковою літературою), взаємонавчання, контролю, рефлексії, самооцінки.

У процесі підготовки до Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики необхідно ознайомити учнів із:

– методами розв’язування задач підвищеної складності, безпосередньо пов’язаними зі змістом шкільної програми (нестандартні рівняння, системи рівнянь, нерівності, побудова графіків функцій, зображення на координатній площині множин, визначених певними умовами, тригонометричні задачі тощо);

– спеціальними методами та прийомами розв’язування олімпіадних задач (для відповідних вікових груп);

– нестандартними підходами, які дають змогу розв’язувати складні й нестандартні задачі зі значним евристичним навантаженням;

– додатковими теоретичними знаннями, передбаченими програмами математичних гуртків, курсів за вибором та факультативних курсів, що розширюють та поглиблюють наявні знання з математики.

Слід пам'ятати, що процес підготовки учнів до олімпіад характеризується систематичністю, наступністю й перспективністю. Підготовка здійснюється на уроках математики, але основна її частина припадає саме на позакласну та дистанційну роботу. Позакласна робота втілюється в багатьох формах і видах [4; 12] (рис. 1.2).

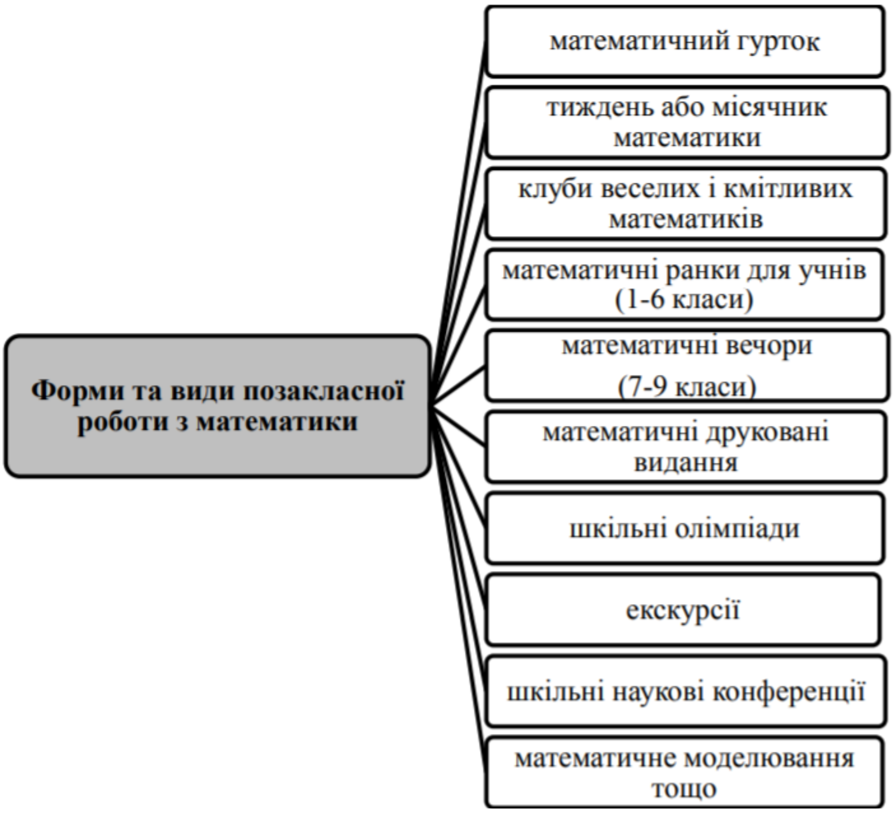


Рис. 1.2. Форми та види позакласної роботи з математики

Одним із основних шляхів підготовки учнів до олімпіад є математичні гуртки. Їх роботу можна організовувати за двома напрямами. Перший – початкове формування пізнавального інтересу, зацікавлення математикою й розвиток математичного мислення. Другий – поглиблення та розширення знань із математики та продовження розвитку мислення [6, с. 46].

Залучати учнів до гурткової роботи доцільно під час проведення уроків. Для цього можна запропонувати їм цікаву задачу або фрагмент з історії розвитку математики й запросити продовжити дослідження питання на засіданнях гуртка.

Діяльність гуртка є ефективнішою, якщо він об'єднує відносно стабільний склад учнів і працює за розробленим заздалегідь планом. План має передбачати не тільки доповіді вчителя, розв'язування цікавих задач, а й повідомлення самих гуртківців, випуск стінних газет, участь в організації та проведенні вечорів, тижнів або місячників математики, засідань клубу веселих та кмітливих математиків, олімпіад тощо.

Для учнів 5-7 класів заняття в гуртках мають проходити в цікавій, захопливій формі, бути якомога жвавішими, передбачати елементи гри, змагання. Запитання та задачі доцільно добирати так, щоб труднощі, які виникають у процесі їх розв'язування, стимулювали учнів до пошуку нових теоретичних відомостей та потреби в оволодінні новими практичними навичками, способами діяльності, які розширюють і поглиблюють програму [6, с. 49].

Водночас у роботі гуртків і клубу веселих та кмітливих математиків доцільно використовувати ребуси, математичні фокуси й загадки, математичні софізми, вікторини, турніри й естафети, інсценізації, цікаві факти з історії розвитку математики та біографій видатних математиків тощо.

Зазвичай один раз на півріччя або на рік проводять математичні вечори для учнів паралельних класів (наприклад, паралельних 5-7, 8-9 чи 10-11 класів). Саме на математичних вечорах доцільно підводити підсумки олімпіад, завершувати тижні або місячники математики; присвячувати окремі заходи видатним математикам; історії розвитку математики; значенню математики в науково-технічному прогресі; ролі інформаційно-комунікаційних технологій у сучасному суспільстві; окремим темам математики та іншим питанням на розсуд учителя [25, с. 82].

Варто зауважити, що математичні вечори потребують ретельної попередньої підготовки: розроблення сценарію; знаходження окремими учнями матеріалу за рекомендованою літературою; добору та перевірки фрагментів їхніх виступів; оформлення оголошення, створення наочного матеріалу тощо. Необхідно підтримувати ініціативу учнів до участі в будь-якому етапі.

Факультативні заняття – форма навчальної роботи, призначення якої полягає в розвитку здібностей і інтересів учнів у поєднанні з загальноосвітньою підготовкою з обраного предмету і на її основі [47, с. 5].

В. Монахов визначає порядок дій з визначення теоретичних принципів відбору й організації факультативних занять та рекомендації щодо необхідності виявлення методичних умов і послідовності етапів раціонального вирішення наступних завдань [21, с. 34]:

– визначити конкретну мету певного факультативного курсу (для чого саме цей факультатив повинен з'явитися в школі і що він повинен дати навчанню й вихованню учнів);

– розробити програму факультативного курсу, яка реалізує цю мету;

– відібрати навчальний матеріал відповідно до програми;

– розробити систему завдань і вправ, що програмують навчальну діяльність школярів у вибраній галузі;

– дослідити і запровадити в практику різноманітні методичні системи навчання;

– використовувати мотивацію й стимулювання навчальної діяльності як важливі прийоми виховання особистості.

Основна мета факультативних занять з математики полягає в тому, щоб враховуючи нахили і здібності учнів, розширити і поглибити вивчення програмного матеріалу, ознайомити учнів з деякими загальними математичними ідеями і методами, показати найважливіші методи застосування математики на практиці. Факультативні заняття сприяють професійній орієнтації учнів у галузі математики та її застосувань, полегшуючи тим самим вибір спеціальності і подальше удосконалення в ній.

До організації й проведення шкільних олімпіад мають докладати зусилля всі вчителі математики, які працюють у школі. Завдання, подібні до олімпіадних, доцільно висвітлювати в шкільних і класних математичних газетах.

Основна підготовча робота припадає на учасників математичних гуртків. У районних, обласних і всеукраїнських олімпіадах беруть участь переможці шкільних олімпіад та олімпіад відповідного нижчого рангу. До обласних, Всеукраїнських і Міжнародних олімпіад потрібно спеціально готувати учнів, об'єднавши переможців шкільних олімпіад і олімпіад вищого рівня. Таку роботу в місті або районі мають проводити досвідчені вчителі.

Олімпіадні успіхи надзвичайно важливі для самооцінки учнів. Адже досить часто буває так, що здібний, навіть талановитий, учень не в змозі за відведений на уроці час впоратися з усіма завданнями контрольної роботи з певної теми, а під час проведення олімпіади показує гарні результати.

Поміж важливих аспектів проведення олімпіад слід виокремити такі:

1. Олімпіади не мають порушувати процес навчання учнів.

2. Мета олімпіад – виявлення здібних дітей.

3. Небажано прискорювати вивчення нових тем.

4. Навчання має здійснюватися на межі можливостей учня.

В олімпіаді може брати участь будь-який учень незалежно від його успішності з предмету. Під час проведення олімпіади слід враховувати вікові особливості учнів.

Ефективна система підготовки учнів до олімпіад передбачає [16 с. 51]:

– навчання на високому рівні складності;

– навчання на основі теоретичних знань, засвоєних учнем на достатньому чи високому рівні;

– усвідомлення учнями процесу навчання;

– самостійну роботу учнів і їх роботу в команді;

– навчання із зацікавленістю й захопленням.

Учитель повинен методично виважено поєднувати навчання і роботу учнів з різноманітними інформаційними ресурсами: книжками, посібниками, електронними колекціями задач, спеціалізованими сайтами олімпіадної математики. Розрізняють такі напрями роботи з підготовки учнів до олімпіад, а саме: робота на уроці, творчі та олімпіадні домашні завдання, позакласна робота, заочна робота. Розглянемо ці напрями детальніше. Під час уроку вчитель може запропонувати учням різноманітні вправи та завдання (рис. 1.3).

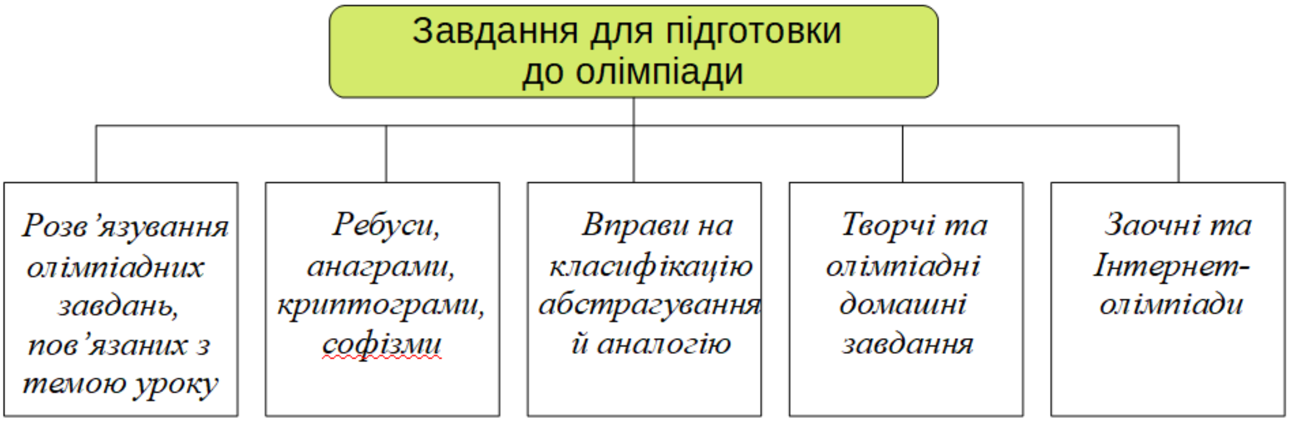


Рис.1.3. Види занять для підготовки учнів до олімпіади

Розв'язування олімпіадних завдань, пов'язаних з темою уроку. Під час аудиторних занять доцільно пропонувати учням різноманітні вправи й завдання на розвиток їх пізнавальної активності, а також формування мотивації до подальшої самостійної роботи. Наприклад, під час вивчення тем «Степінь числа» або «Ділення з остачею» у 6 класі можна запропонувати школярам таке завдання: «На яку цифру закінчується число $777^{777}777^{777}$?» [2, с. 98].

Розв'язання: випишемо останні цифри кількох початкових степенів сімки: 7, 9, 3, 1, 7, … На п'ятому кроці остання цифра повторилася, отже, довжина циклу дорівнює 4, тому потрібно 777 поділити на 4 з остачею. 777=194*4+1777=194*4+1. Отже, останньою цифрою числа $777^{777}777^{777}$ буде 7.

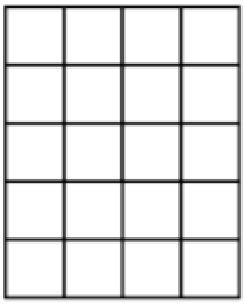
Під час вивчення теми «Степінь з натуральним показником» у 7 класі доцільно запропонувати учням «довести, що число $222^{555}+555^{222}222^{555}+555^{222}$ ділиться на 7» [2, с. 99].

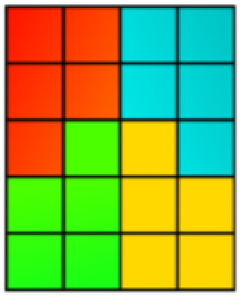
Доведення: перший доданок при діленні на 7 дає остачу 6, а другий -1. Сума остач ділиться на 7, отже, дане число ділиться на 7.

У дітей викликають труднощі геометричні задачі, що є обов'язковим складником олімпіадних завдань для учнів будь-якого класу. Особливої уваги потребують задачі на розрізання.

Наприклад, розріжте прямокутник (рис.1.4, а) на чотири частини так, щоб вони були однакової форми й містили по 5 квадратиків кожна [15,с. 12].

Розв'язання цієї задачі представлено на рисунку 1.4 б.





а) б)

Ребуси, анаграми, криптограми, софізми. Для розвитку інтересу до розв'язування нестандартних завдань із математики в план занять доцільно додати розв'язування цікавих завдань, ребусів, задач-жартів, анаграм і криптограм, софізмів, завдань прикладного характеру.

$$+\frac{\begin{array}{r}\text{ДРАМА}\\ \text{ДРАМА}\end{array}}{\text{ТЕАТР}}$$

Наприклад,

- театральний ребус:

$$+\frac{\begin{array}{r}\text{КОКА}\\ \text{КОЛА}\end{array}}{\text{ВОДА}}$$

Відповідь: 18969+18969=37983.

- таємничий ребус:

Відповідь: (3930 + 3980 = 7910);

- ребус у картинках (рис. 1.5).

Відповідь: площина .

Рис.1.5. Приклад математичного ребусу у картинках

Наведемо приклади анаграм, що можна використовувати у якості математичної розминки.

Завдання 1. Переставте букви в словах, і Ви отримаєте математичні терміни.

1. НЕДІЛЕ, *(Ділене)*.
2. ЬКІРОН, *(Корінь)*.
3. ЛОКО, *(Коло)*.
4. САСЦИБА, *(Абсциса)*.
5. УСАДІР, *(Радіус)*.
6. КАТОЧ *(Точка)*.

Завдання 2. Допоможи королю знайти найкоротший шлях в протилежний кут шахової дошки (рис. 1.6). Він може рухатися по горизонталі, вертикалі і діагоналі (навскіс), але наступати тільки на клітинки з тими числами, сума цифр яких дорівнює п’ять, вісім або тринадцять. (Шлях намалюйте ручкою)

40	58	67	76	85	94	39	44
14	41	23	32	83	68	57	76
35	44	53	45	36	50	86	32
25	32	52	16	49	20	22	58
23	77	88	53	46	30	41	55
41	99	67	33	65	40	94	11
28	14	48	54	62	60	18	17
	42	85	76	51	23	44	82

Рис.1.6. Приклад математичної анаграми

Для підвищення пізнавального інтересу та розвитку логічного мислення учнів можна використовувати *задачі-жарти:*

1) Сашко витрачає на дорогу до школи 10 хвилин. Скільки часу він витратить, якщо піде разом з другом? (10 хвилин)

2) Сестра старша за брата на 5 років. На скільки вона буде старшою від нього через 6 років? (на 5 років)

Криптограма – це зашифрований лист. Щоб розгадати криптограму, треба насамперед розгадати ключові слова, що наведені до неї. Одне й те ж число, що зустрічається в ключових словах, так і в самій криптограмі, відповідає одній і тій самій букві.

Символ (трикутник) між числами в криптограмі означає проміжок між словами в заштрихованому листі. Замінивши всі числа криптограми відповідними їм буквами, отримуємо її розшифрування.

У криптограмі можна зашифрувати ключові поняття та тему уроку, вислів відомого математика тощо.

Наприклад, розгадайте криптограму і дізнаєтесь, що радив Піфагор робити щодня.

Запитання: А) 1, 2, 3, 4, 5 – цифра;

Б) 6, 2, 7, 5, 8, 9, 10 – число, назву якому придумав Марко Поло;

В) 3, 11, 10, 12, 3, 9, 13, 14, 15 – графік тригонометричної функції;

Г) 16, 12, 7, 17 – найдосконаліша просторова фігура на думку піфагорійців;

Д) 4, 9, 18, 16, 15 – найпростіша геометрична фігура;

Е) 16, 19, 15, 14, 10, 15 – прямокутник з рівними сторонами;

Є) 21, 20, 11, 22, 6, 15 – многогранник;

Ж) 15, 20, 23, 2, 6, 24, 14 – старогрецький вчений .

10	24		22	15	16	20	11	19	15	8	
9	18	24	8	,		16	9	7	11		23
9	18	24	4	5	3	17		3	21	15	4
11	9		10	24		21	20	9	15	10	15
7	2	22	12	19	15	19	1	11		12	3
2	23		3	19	9	13	23		19	18	11
10	16	2	19		22	15		6	11	10	12
7	11	8		14	24	10	5				

Софізм – це міркування навмисне побудовані так, що вони містять логічну помилку і, звичайно, приводять до хибних висновків [27, с. 6].

Наведемо приклад софізму «П’ять дорівнює семи»:

Нехай $а = \frac{3}{2} * 2в$. Помножимо обидві частини рівності на $4\colon 4а = 6в$.

Уявимо *4а*, як *14а-10а*, *6в* як *21в-15в* , *14а-10а=21в-15в*. Перенесемо *15в та 14а* та в іншу сторону рівності, змінюючи при цьому знак на протилежний: *15а-10а= 21в-14в.*

Винесемо спільний множник за дужки *5(3в-2а)=7(3в-2а)*. Поділимо обидві частини на *3в-2а* : *5 = 7.*

Помилка: *3в-2а=0,* а на 0 ділити не можна.

Вправи на класифікацію, абстрагування й аналогію. Розв’язування олімпіадних завдань сприяє формуванню таких розумових операцій, як індукція й дедукція, узагальнення й конкретизація, аналіз і синтез, класифікація й систематизація, абстрагування, аналогія.

Наприклад, ведучий зачитує числа – 10 рядів із 5 чисел у кожному. Учні запам’ятовують 5 чисел у прочитаному порядку, потім подумки складають перше число з другим, друге з третім, третє з четвертим, четверте з п’ятим, а отримані чотири суми записують.

Нехай ведучий зачитав такі числа: 6, 2, 1, 4, 2.

Тоді складаємо 6 + 2 = 8 – перше число у рядку відповідей,

2 + 1 = 3 – друге число,

1 + 4 = 5 – третє число,

4 + 2 = 6 – останнє число.

Наприклад, під час виконання вправ, спрямованих на засвоєння прийомів розумової діяльності «аналіз» і «синтез», розвивається гнучкість мислення. А засвоєння прийомів «абстрагування» й «узагальнення» сприяє глибині мислення [43, с. 7].

Творчі та олімпіадні домашні завдання. Одним зі шляхів підготовки до олімпіад з математики є домашні завдання на кшталт: «Складіть задачу, аналогічну до розв’язаної в класі»; «Придумайте ребус, задачу-казку з теми»; «Складіть кросворд (анаграму, софізм тощо)». Часто вчителі пропонують учням вдома розв’язати завдання олімпіад минулих років [36].

Можна ознайомити школярів з онлайн генераторами:

- кросвордів (рис. 1.7), що розміщений за адресою:

https://childdevelop.com.ua/generator/letters/cross.html ,

- ребусів (рис. 1.8) – режим доступу:

http://rebus1.com/ua/index.php?item=rebus_generator , анаграм тощо.

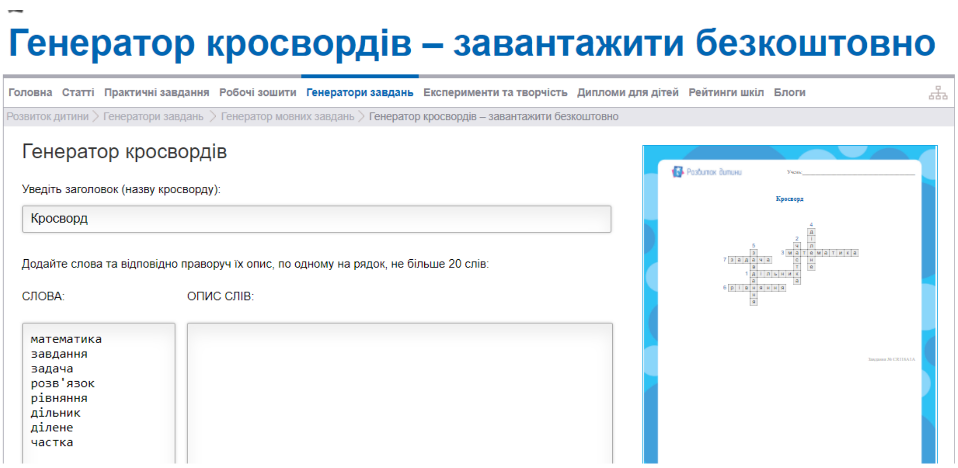


Рис.1.7. Онлайн генератор кросвордів

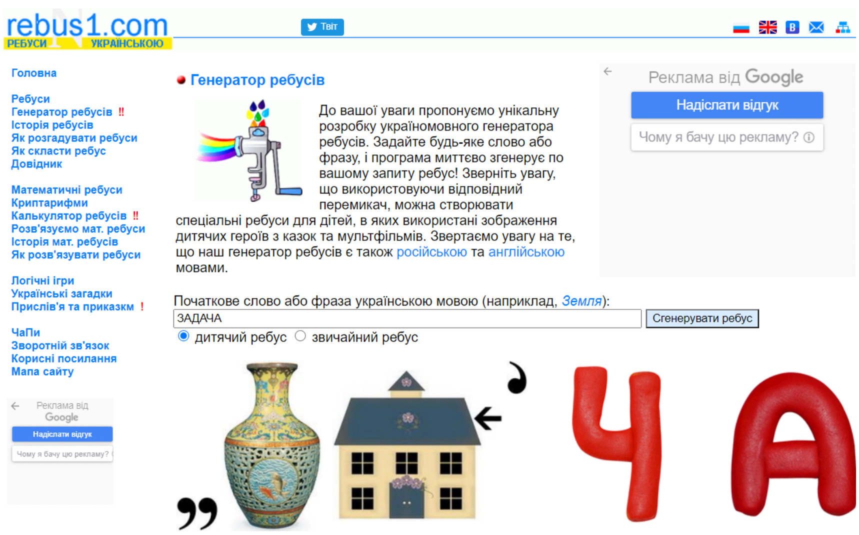


Рис.1.8. Онлайн генератор ребусів

В даних сервісах передбачено створення кросвордів і ребусів українською мовою. Можна також вибирати складність головоломки, що буде створено.

Файли з такими цікавинками учні можуть надсилати вчителю електронною поштою або розміщувати в електронному навчальному курсі «Олімпіада з математики».

Домашнє завдання є важливим аспектом підготовки олімпіадників. Приклади таких завдань з математики для різних класів і тем наведено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2

Приклади творчих домашніх завдань з математики

Клас	***Тема уроку***	***Приклад домашнього завдання***
5 клас	*Додавання натуральних чисел*	*Допишіть всього один штрих, щоб виконувалась рівність: 5+5+5=550.*
6 клас	*Ознаки подільності*	*На які два числа діляться без остачі такі числа: 888, 777, 666, 555, 444, 333, 222, 111 (одиниця, зрозуміло, вилучається)?*
7 клас	*Лінійна функція*	*- Складіть кросворд до теми лінійна функція;* *- побудуйте рисунок з графіків лінійних функцій.*

Заочні та Інтернет-олімпіади. Важливим напрямом підготовки дітей до олімпіад вважають заочну роботу. Деякі заклади вищої освіти (зокрема, й Криворізький державний педагогічний університет), друковані видання [34] часто оголошують різні конкурси для любителів розв'язувати цікаві завдання з математики.

Сьогодні отримала значний розвиток заочна олімпіада, яка має безсумнівні переваги: доступність, дешевизна, простота організації, протяжність у часі. Завдання або розсилають поштою управлінням освіти, або розміщують у мережі Інтернет на сайтах освітніх установ. Олімпіади для школярів рік за роком набирають все більшого поширення. Мета заочних олімпіад – дати імпульс до саморозвитку й творчого пошуку, в якому народжується справжній інтерес до науки та пізнання. Участь у такому конкурсі сприяє розширенню кругозору й інтелектуальному зростанню учнів, допомагає професійному самовизначенню старшокласників. Задоволення від виконання завдань і радість перемоги лауреата й учасника сприяють розвитку дослідницьких якостей, необхідних сучасній людині [32].

Перспективним напрямом роботи з обдарованими учнями на державному рівні стало проведення Всеукраїнських Інтернет-олімпіад з математики, фізики, хімії, біології, географії тощо.

Заочні й Інтернет-олімпіади набувають все більшого поширення, адже, передусім, – це відмінний шанс проявити свої творчі здібності, відкрити в собі нові таланти, навчитися логічно мислити, грамотно оформлювати свої думки.

Наприклад, Всеукраїнська Інтернет-олімпіада на порталі «На урок» [29] – цікавий інтерактив для учня та зручний інструмент контролю знань школярів для вчителя (рис. 1.9). Інтернет-олімпіади «На Урок» суттєво відрізняються від типових конкурсних заходів, адже створюють рівні умови для всіх учнів, які можуть продемонструвати реальний рівень знань та отримати нагороди за роботу. Цьогоріч всі бажаючі мали змогу взяти участь в Інтернет-олімпіадах на платформі з 05.10.2020 по 22.11.2020.

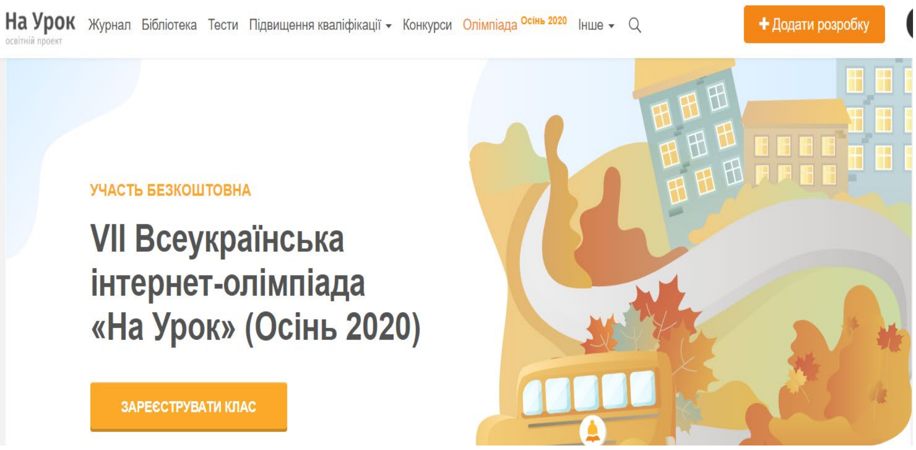


Рис.1.9. Знімок екрану Інтернет-олімпіади на порталі "На урок"

Отже, для успішної підготовки учнів до олімпіад вчителю необхідно вибудовувати навчальний процес так, щоб учні мали змогу заглибитися в атмосферу пошуку; а також шляхом дослідження інтелектуальних і творчих особистісних якостей школярів домогтися диференціації, впливу на розвиток кожної дитини з урахуванням її інтересів, мотивів, системи цінностей, стимулювати розвиток здібностей кожного учня.

Розділ ІІ. Методичні особливості розв’язування олімпіадних задач в 6 -7 класах

2.1. Спецкурс з математики — як одна із форм позакласної роботи в умовах сучасної школи

Ще в кінці XIX і початку XX ст. деякі педагоги зрозуміли, що викладання в загальноосвітній школі математики за обов'язковою єдиною загальнодержавною програмою стає більш успішним, якщо його доповнити циклом необов'язкових для учнів, призначених тільки для бажаючих, спецкурсів, факультативів та гуртків.

На сучасному етапі розвитку системи освіти в Україні основним завданням школи є формування компетентностей, що сприятимуть успішній самореалізації учнів у навчанні та подальшій трудовій діяльності. Одним із важливих чинників ефективності цього процесу є вдале поєднання урочної та позаурочної форм роботи з учнями, зокрема під час навчання математики. Сьогодні держава приділяє велику увагу формуванню інтелектуального потенціалу нації шляхом створення оптимальних умов навчання для всебічно обдарованої молоді.

Поміж них:

– створення атмосфери, що сприяє зацікавленості кожного учня в роботі класу;

– стимулювання учнів до розмірковування, використання різних способів виконання завдань;

– використання в процесі роботи дидактичного матеріалу, що дає можливість учневі обирати найбільш прийнятні для нього вид і форму навчального матеріалу;

– урахування під час оцінювання діяльності учня не тільки кінцевого результату, а й процесу його досягнення;

– заохочення учня до пошуку власних способів виконання завдань, аналізу способів роботи інших учнів на уроці;

– сприяння ініціативності та самовираженню учнів.

Математичний спецкурс є однією з форм факультативної роботи з математики. Заняття на спецкурсі доповнюють роботу на уроках і дають можливість задовольнити інтереси та запити учнів, які виходять за межі навчальної програми.

Спецкурси з математики найкраще організовувати на початку навчального року, у вересні. Щоб забезпечити явку на перше заняття, бажано розповісти на уроці щось цікаве (епізод з історії математики, софізм, цікаву задачу), а потім дізнатися, що кого цікавить і хто хоче в подальшому брати участь в олімпіадах чи математичних конкурсах.

Після такої підготовчої роботи на спецкурс записується і приходить багато учнів. Проте на друге заняття їх приходить вже менше. Тут потрібно уточнити список і зобов'язати всіх цих бажаючих систематично відвідувати заняття. Зазвичай на спецкурс може ходити 5—15 учнів. Після цього корисно уточнити план роботи. Учитель намічає його в загальних рисах заздалегідь. На першому занятті план уточнюють, враховуючи інтереси учнів і можливості школи, складають календар занять. План роботи спецкурсу бажано вивісити в математичному кабінеті, щоб його бачили всі учні.

Основною метою спецкурсу є розвиток евристичних та математичних здібностей учнів, пробудження в них інтересу до математики, формування наукового світосприйняття, вивчення додаткового математичного матеріалу, професійно-орієнтаційна робота, підготовка до математичних змагань школярів.[30]

Методи проведення занять на спецкурсі, звичайно, різноманітні: вправи на розв'язування цікавих задач та задач підвищеної складності, виготовлення наочних посібників, випуск брошур з цікавими завданнями та ін.

На заняттях спецкурсу доцільно використовувати наступні принципи навчання:

- регулярності (краще отримувати знання в малих порціях, але часто);

- випереджаючої складності (не потрібно завантажувати учня великою за об'ємом, але нескладною роботою, так само як і, задавати непосильні для нього завдання. Учень має право відкласти важке завдання, якщо він подумав над його розв’язком певний час. В цьому випадку процес засвоєння нових ідей буде ефективнішим. Дія цього принципу буде тим краще, чим ближче один до одного по рівню математичного розвитку учні, що відвідують спецкурс);

- швидкого повторення (по мірі накопичення числа виконаних завдань слід переглядати і деяким чином розкладати по поличкам задачний архів, що утворився, приблизно по наступній схемі: це завдання просте - я його без зусиль розв'яжу свого часу і зараз бачу весь шлях розв'язку від початку до кінця. Це завдання складніше - я його свого часу не виконав (виконав насилу), але добре пам'ятаю його розв'язок, даний вчителем. І нарешті, це завдання я не виконав, пояснення ніби зрозумів, але зараз не можу відновити в своїй пам'яті. Треба розібратися в своїх записах або ж запитати про це завдання вчителя);

Цілісну систему навчальної діяльності учнів на занятті становлять фронтальна, індивідуальна та колективна діяльність. Вони пронизують увесь навчальний процес.

У фронтальному навчанні весь клас працює над одним навчальним завданням під безпосереднім керівництвом учителя. При цьому вчитель організовує весь клас на роботу в єдиному темпі, прагне більш-менш рівномірно впливати на всіх учасників. Проте у фронтальній роботі надзвичайно складно забезпечити високу активність усіх учнів. Складність виникає через те, що в довільно сформованих лише на основі вікової ознаки шкільних класах існує істотна відмінність учнів за рівнем навчальних можливостей. Організовуючи фронтальну роботу, вчитель орієнтується, головним чином, на учнів з високим рівнем знань.

В індивідуальній роботі кожен учень працює самостійно, темп його роботи визначається ступенем цілеспрямованості, розвитку інтересів, нахилів. Темп роботи залежить також від навчальних можливостей, підготовленості учнів. індивідуальній навчальній діяльності не властива безпосередня взаємодія учнів між собою, а контакти з учителем обмежені та нетривалі. В індивідуальній навчальній роботі діяльність слабких учнів приречена на невдачу, так як в них є прогалини в знаннях, недостатня сформованість умінь і навичок навчальної самостійної роботи.

У груповій навчальній діяльності вчитель керує роботою кожного учня опосередковано, через завдання, які він пропонує групі та які регулюють діяльність учнів. Стосунки між учителем та учнями набувають характеру співпраці, тому що педагог безпосередньо втручається у роботу груп тільки в тому разі, якщо в учнів виникають запитання і вони самі звертаються за допомогою до вчителя.

Як і на звичайних уроках, на заняттях спецкурсу треба дбати не лише про знання і вміння учнів, а й про їх виховання: наукового світогляду, культури поведінки, колективізму і т. п. В окремому журналі відводять окремі сторінки для відображення занять спецкурсу з математики, де записують назви опрацьованих тем, відмічають відвідування учнів. Розроблена нами і наведена далі методична система занять спецкурсу в 6-7 класах дає можливість приділити належну увагу олімпіадним або нестандартним задачам. Задачі підібрані в серії так, що через них розкриваються основні ідеї теми.

2.2. Розробка програми спецкурсу “Розв’язування олімпіадних задач з математики в 6 класах”

Концепція Нової української школи визначає мету реформи середньої освіти зробити випускників шкіл конкурентноздатними у сучасному світі, випустити зі школи "всебічно розвинену, здатну до критичного мислення цілісну особистість, патріота з активною позицією, інноватора, здатного змінювати навколишній світ та вчитися впродовж життя". Новий зміст освіти, заснований на формуванні компетентностей, необхідних для успішної самореалізації в суспільстві, передбачає і формування математичних компетентностей. Реалізація Концепції потребує змін у роботі вчителя математики, покладання на нього нових функцій у процесі професійно-педагогічної діяльності, забезпечення методичного супроводу навчальної діяльності. Основна мета вчителя – навчити дитину мислити, уміти знаходити шляхи вирішення практичних проблем, сприяти становленню й розвитку особистості кожного учня та його самореалізації. Залучення школярів до різноманітних інтелектуальних змагань, турнірів, олімпіад – це реалізація діяльнісного підходу, який сприяє розвитку творчих здібностей дітей. Учасникам олімпіад переважно пропонують задачі, які відрізняються від типових шкільних задач рівнем складності і нестандартністю. Як правило, розв’язання олімпіадної задачі грунтується на одній несподіваній ідеї. Деякі прийоми і методи використовуються одразу в розв’язанні багатьох задач, з певними змінами в різних ситуаціях. І не завжди легко здогадатися, який саме метод може допомогти в кожному конкретному випадку.

Пропонована програма призначена для організації роботи з учнями, які мають бажання добре підготуватися до серйозного випробування з математики – олімпіад та математичних конкурсів.

Програма факультативного курсу допомагає розширити вивчення програмового матеріалу, доповнити базову програму з математики новими темами, забезпечити повторення всього курсу математики, посилити практичну сторону застосування теоретичних знань при розв’язуванні задач різного рівня складності.

Основними завданнями введення даного спецкурсу є: навчити учнів застосовувати нестандартні методи для розв’язування задач математичних олімпіад і турнірів.

Реалізацію програми рекомендовано провести протягом 16 годин, тобто , заняття мають проводитись через тиждень.

Орієнтовний план проведення занять з спецкурсу «Розв'язування олімпіадних задач з математики в 6 класах »

№	Зміст програмного матеріалу	Кількість годин
1	Задачі на кмітливість	1
2	Загадки із сірниками	1
3	Задачі на нестачу й залишок	1
4	Задачі на подільність чисел	2
5	Задачі, що розв'язуються з кінця	1
6	Принцип Діріхле	2
7	Поняття графів та його елементів	1
8	Задачі економічного змісту	1
9	Конкурсні задачі «Кенгуру»	1
10	Задачі на зважування та переливання	2
11	Логічні задачі, де дані треба розташувати за певним принципом для зручності розв'язування	1
13	Розв'язування олімпіадних задач. Перевірка засвоєння знань учнями.	2
Всього годин		16

Заняття № 1

Тема. Задачі на кмітливість.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на кмітливість, розвивати кмітливість, логічне мислення, уважність, спостережливість, вміння узагальнювати, робити висновки, чітко висловлювати свою думку.

ключові компетентності:

- *математична компетентність*–удосконалити вміння і навички розв’язування задач на кмітливість, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань, активізувати роботу групи через різні форми та методи роботи, інтерпретувати та оцінювати результати;

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”.;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Відповісти на запитання, які виникли при розв’язуванні задач.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Розв’язати задачу. У підвалі стоять 7 повних бочок олії, 7 бочок, наповнених наполовину, і 7 порожніх бочок. Як розподілити бочки між трьома автомашинами, щоб на кожній з них було 7 бочок, на всіх автомобілях був однаковий вантаж і олію не довелось переливати з однієї і бочки в іншу?

ІІІ. Пояснення вчителя.

Одна повна бочка містить дві пів бочки олії. Всього олії є $7 \cdot 2 + 7 = 21$ (пів бочки). Отже, на кожну машину треба навантажити 7 пів бочок олії і 7 бочок. Можливі два розв’язки цієї задачі подані в таблиці:

		Повні бочки	Бочки наповнені	Порожні бочки
Перший розв’язок	Перша машина	3	1	3
	Друга машина	3	1	1
	Третя машина	1	5	1
Другий розв’язок	Перша машина	3	1	3
	Друга машина	2	3	2

	Третя машина	2	3	2

IV. Розв’язування задач.

Задача 1. Повна діжечка квасу має вагу 34 кг, а наповнена на половину має вагу 17,75 кг. Яка вага порожньої діжки?

Розв'язання. *Оскільки вага наполовину наповненої діжки 17,75 , то знайдемо скільки буде важити дана бочка якщо її наповнити повністю 17,75·2, тепер ми дізнаємось вагу бочки з водою, врахувавши її особисту вагу двічі, тому знайшовши різницю ми знайдемо вагу порожньої бочки: 17,75·2 - 34 = 1,5 кг*

Відповідь. *1,5 кг.*

Задача 2. Котлета з одного боку смажилася 2 хвилини. Яку найменшу кількість хвилин треба затратити, щоб підсмажити 6 котлет, якщо на пательні одночасно можуть смажитись 4 котлети?

Розв’язання. *Спочатку 4 котлети підсмажити з одного боку (2 хв.). Потім дві котлети перевернути, а дві замінити на інші. Через 2 хв. 2 котлети, підсмажені з обох боків, замінити на підсмажені з одного боку, а дві інші перевернути. Через 2 хв. усі котлети будуть підсмажені з обох боків.*

Відповідь. *6 хв.*

Задача 3. Пасажирський поїзд долає відстань між Львовом і Києвом за 10 год, а товарний цю відстань долає за 15 год. Через який час ці поїзди зустрінуться.

Розв'язання. *Вся відстань це одне ціле. Тоді (1/10)+(1/15) =(1/6) - це швидкість зближення двох поїздів. Отже за 6 годин поїзди зустрінуться.*

Відповідь. *Через 6 год.*

Задача 4. До числа 9 зліва і справа допишіть одну і ту ж цифру, таку щоб отримане трьохзначне число ділилося націло на 7.

Відповідь. *Потрібно дописати цифру 5. Число 595 ділиться на 7.*

Задача 5. Маємо 3 деталі. Дві з них однакової маси, а третя легша. Як за допомогою тарілкових ваг без гірок одним зважуванням визначити легшу деталь?

Розв'язання. *Встановити на двох чашах ваг дві любі деталі. Якщо рівновага, то більш легша деталь – та що залишилась. Якщо одна із чашок пішла у верх, то в ній легша деталь.*

ІІІ. Проведення підсумку заняття.

IV. Домашнє завдання.

Задача 1. Дід і баба разом випивають діжечку квасу за 10 діб, а один дід таку ж діжечку квасу випиває за 15 діб. За скільки діб вип'є таку ж діжечку квасу тільки баба?

Задача 2. Лікар приписав Катерині 3 пігулки і сказав, що кожну пігулку потрібно приймати через 20 хв. На який час вистачить цих пігулок?

Заняття № 2

Тема. Загадки із сірниками

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із загадками з сірниками, розвивати логічне мислення, кмітливість, спостережливість.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* – ознайомити дітей із загадками з сірниками, удосконалити вміння і навички розв'язування нетрадиційних задач, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань, активізувати роботу групи через різні форми та методи роботи, інтерпретувати та оцінювати результати;

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях -* розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв’язування домашнього завдання.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Є багато цікавих загадок-головоломок, для розв'язання яких досить елементарних знань з математики. Однак вони вимагають кмітливості, спостережливості, нетрадиційного підходу до розв'язання поставленої проблеми. Це загадки, які можна ілюструвати на сірниках.

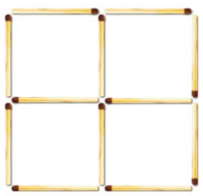
ІІІ. Розв’язування вправ.

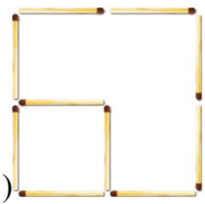
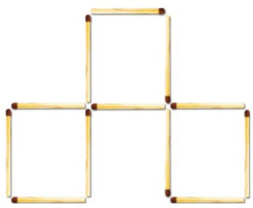
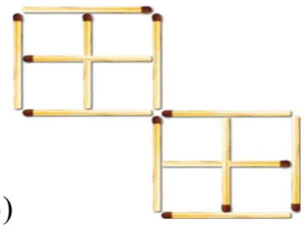
Задача 1. Дванадцять сірників лежать так, як показано на малюнку. Скільки тут квадратів? Виконаєте наступні завдання:

1) заберіть 2 сірника так, щоб утворювалося 2 нерівних квадрата;

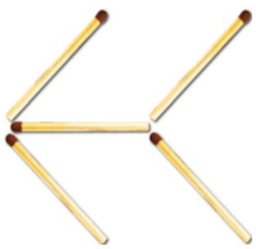
2) перекладете 3 сірника так, щоб утворювалося 3 рівних квадрата;

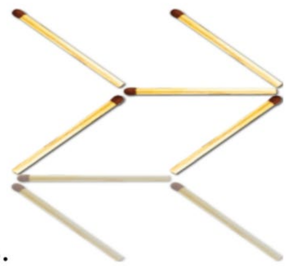
3) перекладете 4 сірника так, щоб утворювалося 10 квадратів.



Відповідь. 1)  2)  3) 

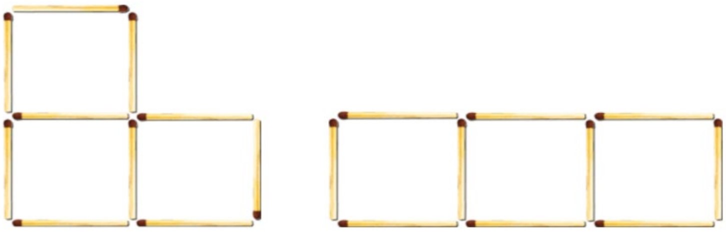
Задача 2. Перекладіть 3 сірника так, щоб стріла поміняла свій напрямок на протилежний.



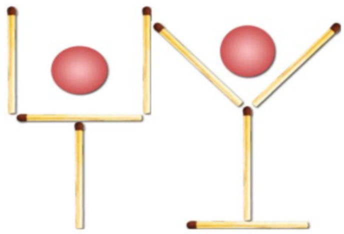
Відповідь. 

Задача 3. З 10 сірників складіть три квадрати двома способами.

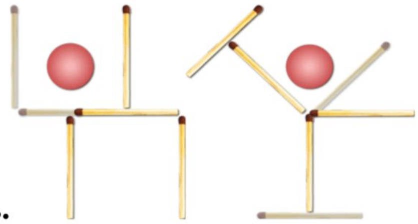
Відповідь.



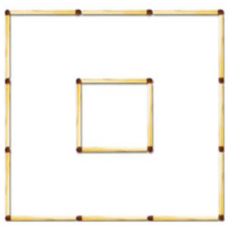
Задача 4. І «келих» (див. лівий малюнок), і «чарка» (див. правий малюнок) складені із чотирьох сірників. Усередині кожної "посудини" - вишенька. Як потрібно перемістити "келих" і "чарку", переклавши по два сірники в кожному з них, щоб вишеньки виявилися зовні?



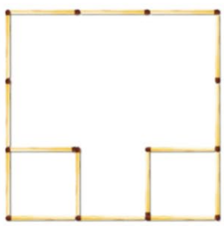
Відповідь.



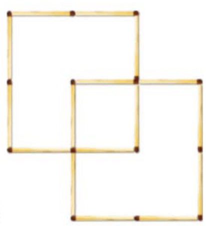
Задача 5. Перекладіть чотири сірники із шістнадцяти так, щоб вийшло три квадрати.



Відповідь. 1)



2)



Задача 6. Із сірників склали приклад римськими цифрами. Тільки от вийшло, що 6 - 4 = 9... Пересуньте 1 сірник так, щоб рівність стала правильною.

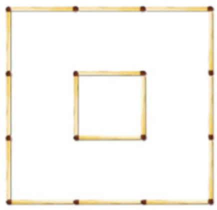
Відповідь. 6 + 4 = 10.

IV. Проведення підсумків заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. З 9 сірників необхідно зібрати 6 квадратів.

Задача 2. Всередині квадратного озера розташований квадратний острів (див. малюнок). Це все ми виклали із сірників. Потрібно спорудити надійну переправу із зачепами із двох сірників, що залишилися.



Задача 3. Є 13 сірників по 5 см довжиною кожен. Потрібно зуміти викласти з них метр.

Заняття № 3

Тема. Задачі на нестачу і лишок.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на нестачу й лишок, розвивати кмітливість, логічне мислення, цікавість та бажання навчатися чомусь новому.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* – виробити вміння і навички розв'язування задач на нестачу й лишок, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань, активізувати роботу групи через різні форми та методи роботи, інтерпретувати та оцінювати результати;

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе "я можу, у мене все вийде ";

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Відповідь на запитання, які виникли при розв'язуванні задач.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Розв'язати задачу. Якби Івась купив 6 олівців, то у нього залишилось би 70 коп., а якби він захотів купити 10 олівців, то йому б не вистачило 50 коп. Скільки грошей було в Івася? *(Учні шукають висловлюють власні ідеї щодо розв'язання даної задачі.)*

Розв'язання.

70 + 50 = 120 (коп.) коштують 10 - 6 = 4 (олівці);

120 : 4 = 30 (коп.) коштує 1 олівець;

6 · 30 + 70 = 250 (коп.) було в Івася.

***Відповідь**. 2 грн. 50 коп.*

ІІІ. Розв'язування задач.

Задача 1. Учні на уроці фізкультури вишикувалися в 6 рядів, але троє з них виявилися лишніми. Тоді з кожного ряду по одному учню стали в сьомий ряд, і тепер уже двох учнів не вистачало, щоб заповнити останній ряд. Скільки було учнів на уроці фізкультури?

***Розв'язання.** Сьомий ряд складався з трьох лишніх учнів, шістьох учнів по одному від кожного ряду і ще двох учнів не вистачало. Отже, в сьомому ряді мало стояти 3 + 6 + 2 = 11 (учнів). В семи рядах мало стояти 7 · 11 =77 (учнів). Оскільки двох учнів не вистачало, то насправді було 77 - 2= 75 .*

***Відповідь**. 75 учнів.*

Задача 2. Кілька учнів, бажаючи купити футбольний м'яч, склались по 10 грн., але виявилось, що зібрана сума менша від вартості м'яча на 30 грн. Коли кожний учень додав ще по 2 грн., то вся зібрана сума грошей перевищила вартість м'яча на 14 грн. Скільки було учнів і скільки гривень коштував м'яч?

***Розв'язання.** Учні додатково зібрали 30 + 14 = 44 (грн.). Оскільки кожен учень дав по 2 грн., то учнів було 44 : 2 = 22. Спочатку вони зібрали 22·10 = 220 (грн.). Отже, м'яч коштував 220 + 30 = 250 (грн.).*

***Відповідь**. Учнів було 22, м'яч коштував 250 грн.*

Задача 3. Чотири олівці і три зошити коштують 82 коп., 2 олівці й 2 зошити - 50 коп. Скільки коштують: а) 8 олівців і 7 зошитів; б) 8 олівців та 4 зошити?

Розв’язання. *82 - 50 = 32 (коп.) коштують 2 олівці й один зошит;*

32 · 4 = 128 (коп.) коштують 8 олівців і 4 зошити;

50 · 3 = 150 (коп.) коштують 6 олівців і 6 зошитів;

150 + 32 = 182 (коп.) коштують 8 олівців і 7 зошитів.

Відповідь. *1 грн. 82 коп., 1 грн. 28 коп.*

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. За 6 кг цукерок і 2 кг печива заплатили 50 грн. За 3 кг таких цукерок і 2 кг такого печива заплатили 29 грн. Скільки коштує 1 кг печива і 1 кг цукерок?

Відповідь. *4 грн. і 7 грн.*

Задача 2. Учень за 37 коп. купив книжку, зошит, ручку й олівець. Зошит, ручка й олівець коштують разом 19 коп. Книжка, ручка й олівець коштують 35 коп. Зошит і олівець коштують 5 коп. Скільки коштує кожна річ?

Відповідь. *18 коп. , 2 коп. , 3 коп. , 14 коп.*

Задача 3. На свої гроші я можу купити 6 батарейок для кишенькового ліхтарика або один ліхтарик. Ліхтарик разом з батарейкою коштує 1 грн. 19 коп. Я купив ліхтарик. Скільки грошей було в мене?

Відповідь. *1 грн. 2 коп.*

Заняття № 4

Тема. Задачі на подільність чисел та виразів.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на подільність чисел та виразів, розвивати логічне мислення, спостережливість, вміння узагальнювати, робити висновки, чітко висловлювати свою думку.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* – удосконалити вміння і навички використовувати ознаки подільності при розв’язуванні задач, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань, інтерпретувати та оцінювати результати;

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв’язування домашнього завдання.

ІІ. Вивчення нового матеріалу.

При доведенні подільності деяких виразів чи чисел більшість задач зводиться до застосування теорем про ділення, властивостей та ознак подільності чисел.

Теорема 1. Число завжди можна представити, і причому єдиним способом, у вигляді: $a = b * q + r$де $b > 0, 0 \leq r \leq b$ (1)

Це співвідношення називається діленням числа a на b з остачею, при цьому число q називають часткою від такого ділення, а r- остачею.

Означення. Домовимося позначати остачу r від ділення деякого числа a на b таким чином $a \equiv r$при діленні на b. Якщо числа a і c при діленні на b дають однакові остачі, то це позначають аналогічним чином $a \equiv c$при діленні на b.

Зауваження. У математичній літературі зустрічається також інше позначення того, що числа a і c при діленні на b дають однакові остачі, а саме (кажуть, що a і c конгруентні між собою за модулем *b).*

Означення. Якщо остача від ділення a на b дорівнює нулю, то кажуть, що a ділиться на *b,* а число b називають дільником числа a . У цьому випадку кажуть також, що число a кратне числу b .

Довільне відмінне від одиниці натуральне число має хоча б два дільники: одиницю і саме себе.

Означення. Якщо число не має інших дільників крім одиниці й самого себе, то воно називається простим.

Означення. Число, яке має більше ніж два дільники, називається складеним.

Зауваження. Число 1 не належить ні до простих, ні до складених чисел. Число 2 - єдине парне просте число, всі інші прості числа — непарні.

Теорема 2. Існує безліч простих чисел.

Доведення. Припустимо, що p - найбільше просте число. Розглянемо число q, яке на 1 більше добутку всіх простих чисел від 2 до *p,* тобто $q = 2 * 3 * 5 * \ldots * p + 1$. Очевидно, що це число не ділиться на жодне з простих чисел від 2 до *p.* Тобто, або воно є простим, або воно є складеним і має простий дільник, відмінний від 2, 3, 5, ..., *p.* А це суперечить припущенню, що в даному записі 2, 3, 5, ...,*p* перераховані всі прості числа.

Довільне парне число можна представити у вигляді суми двох простих чисел.

Для непарних чисел Х. Гольдбах висловив припущення: довільне непарне число, яке більше за 3, можна представити у вигляді суми трьох простих чисел.

На сьогодні перша гіпотеза Гольдбаха перевірена за допомогою обчислень на комп'ютері для чисел до $4 \cdot 10^{14}$, але строгого математичного доведення цього простого припущення поки ніхто не отримав.

Теорема 3 (основна теорема арифметики). Довільне складене число m можна розкласти на прості множники, тобто представити його у канонічному вигляді: $m = p_1^{n1} * p_2^{n2} * \ldots * p_k^{nk}$, де p1, *p2,..., pk* - різні прості числа.

Основні властивості подільності чисел:

1. Якщо $a \vdots b$ і $b \vdots c$, то $a \vdots c$.

2. Якщо $a \vdots b$ і $b \vdots c$, m і n — будь-які цілі числа, то $(ma + nb) \vdots c$.

3. Якщо $a \vdots b$ і $k \neq 0$ то $ak \vdots bk$.

4. Якщо $a \vdots b$ і $b \vdots c$, тоді b і c — взаємопрості числа.

Користуючись цими властивостями, можна розв'язати досить широкий клас задач на доведення подільності чисел та виразів.

Ознаки подільності:

Ознака подільності на 2. Число ділиться на 2, тоді і тільки тоді, коли воно закінчується парною цифрою: 0, 2, 4, 6 або 8.

Доведення. Представимо задане число $a = \overline{(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)}$ *у такому вигляді:* $a = \overline{(a a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)} + a_0$. *Перший доданок в правій частині ділиться на 10 і відповідно на 2. Отже, a буде ділитися на 2, якщо* a_0 *кратне 2, тобто дорівнює 0, 2,4 ,6 або 8.*

Ознака подільності на 3 (на 9). Число ділиться на 3 (на 9), тоді і тільки тоді, коли сума його цифр ділиться на 3 (на 9).

Доведення. Запишемо очевидні рівності:10 = 9 + 1,100 = 99 + 1,1000 =

999 + 1. Тоді задане число $a = \overline{(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)}$ *представимо :* $a = 10a_n + 10^{(n-1)} a_{(n-1)} + \ldots + 10^1 a_1 + a_0$

Звідси задане число а ділиться на 3 (на 9), якщо $a = \overline{(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)}$ *кратне 3 (9), тобто сума його цифр ділиться на 3 (на 9).*

ІІІ. Розв’язування вправ.

Приклад 1. Доведіть, що якщо сума цифр ділиться на 9, то і саме число ділиться на 9.

Доведення. Нехай дане число N- трьохцифрове: N=100a+10b+c. Представимо N у вигляді суми N=100a+10b+c=(a+b+c)+99a+9b.Так як кожний член ділиться на 9, то і N ділиться на 9. Аналогічно можемо довести, що любе k – значне число, сума цифр якого ділиться на 9, завжди ділиться на 9.

Приклад 2. Доведіть, що якщо число N ділиться на 9, то сума його цифр також ділиться на 9.

Доведення. Нехай N – трьохзначне число: N=100a+10b+c. Згідно умови $N \vdots 9$ *. Покажемо, що a+b+c* $\vdots$ 9*. N=(100a+10b+c)+(99a+9b).Якщо сума і один з доданків ділиться на 9, то і наступний доданок ділиться на 9. Маємо*$a + b + c \vdots 9$

Ознака подільності на 4. Число ділиться на 4, тоді і тільки тоді, коли число, утворене його останніми двома цифрами ділиться на 4.

Доведення. Представимо задане число$a = \overline{(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)}$ у вигляді: $a = \overline{(a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0)}$. Перший доданок у правій частині рівності ділиться на 4, тому сума буде кратною 4, якщо $\overline{a}$ ділиться на 4.

Приклад 3. Знайти найменше натуральне число, яке має такі властивості: якщо його помножити на 2, то одержимо квадрат, а, якщо на 3 - куб натурального числа.

Розв’язання. *Нехай x - найменше, натур. число, таке що* $2x = m^2 i 3x = n^3$*, де m і n - деякі натуральні числа. З рівності* $2x = m^2$*випливає, що x - кратне 2. А оскільки*$3x = n^3$*, то x - кратне* $2^3 = 8$ *і кратне* $3^2 = 9$*. Звідси випливає, що* *найменше натуральне число, яке має такі властивості, є 72.*

Відповідь. *72.*

Ознака подільності на 5. Число ділиться на 5, тоді і тільки тоді, коли воно закінчується цифрою 0 або *5.*

Доведення. Для доведення цієї ознаки досить представити задане число $a = \overline{(a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0)}$ так $a = \overline{(a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 0)} + a_0$ звідси випливає, що якщо a_0 дорівнює 0 або 5, то число *а* ділиться на 5

Ознака подільності на 8. Число ділиться на 8, тоді і тільки тоді, коли число, утворене його останніми трьома цифрами ділиться на 8.

Доведення. Представимо число $a = \overline{(a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 a_0)}$ у вигляді: $a = \overline{(a_n a_{n-1} \dots a_3 00 + a_2 a_1 a_0)}$. Перший доданок у правій частині рівності ділиться на 8, тому сума буде кратною 8, якщо $\overline{(a_2 a_1 a_0)}$ділиться на 8.

Ознака подільності на 10. Число ділиться на 10, тоді і тільки тоді, коли воно закінчується цифрою 0.

Доведення. Задане число *а* матиме вигляд $a = \overline{(a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 0)} = 10 * \overline{(a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1)}$. Звідси випливає, що число *а* ділиться на 10. Для доведення наведених вище властивостей можна скористатися також таким правилом:

Правило 1. Для знаходження остачі від ділення на число *р* деякого арифметичного виразу (який містить лише дії додавання, віднімання й множення), в процесі обчислень будь - який проміжний результат можна замінювати його остачею від ділення на *р*. Зауважимо, що інколи це правило називають "методом обчислення остач". Пояснимо його застосування на прикладах.

Приклад 4. При яких *n є N* вираз 10^n+1 ділиться на 11.

Розв'язання. *Маємо* 10^n+1. *Згідно з ознакою подільності на 11 необхідно, щоб вираз* $1-0+0-\dots+(-1)^n = 1+(-1)^n$ *ділився на 11. Звідси легко зробити висновок, що число n має бути непарним.*

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Завдання 1. Напишіть будь - яке дев'ятизначне число, у якому немає цифр, що повторюються(всі цифри різні), і яке ділиться без остачі на 11. Напишіть найбільше з таких чисел. Напишіть найменше з таких чисел.

Завдання 2. Деяка множина складається з різних натуральних чисел. Кількість чисел у цій множині більша семи, а найменше спільне кратне всіх її чисел дорівнює 210. Будь - які два числа цієї множини не є взаємно простими. Добуток усіх чисел заданої множини ділиться на 1920 і не є квадратом ніякого цілого числа. Знайдіть числа, з яких складається множина.

Завдання 3. В університеті було декілька бібліотек з однаковою кількістю книжок у кожній, причому всього було 34560 книг. Через рік число бібліотек збільшилося на 4, але у кожній бібліотеці знову була однакова кількість книжок, яка була більшою, ніж раніше. Всього стало 70875 книг. Скільки бібліотек було на початку?

Заняття № 5

Тема. Задачі, що розв'язуються з кінця.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із типом задач, які зручно розв'язувати з кінця, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* – удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь різними способами, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе "я можу, у мене все вийде ";

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Мотивація навчальної діяльності.

Розв'язати задачу. Зустрілися дві жінки. Одна ішла на базар, а друга з базару. Перша спитала другу: «Що ти продавала?» Відповідь була така: «Я продавала яйця. Першому покупцю я продала половину всіх яєць і ще пів'яйця. Другому продала половину остачі і ще пів яйця. Третьому я продала ще половину остачі і пів'яйця. Більше яєць у мене не було». Скільки яєць продала жінка? *(Учні шукають шляхи розв'язування задачі, при цьому виникають значні труднощі.)*

II. Пояснення вчителя.

Ця задача, на перший погляд, досить складна, бо приводить до рівняння, яке учні ще не вміють розв'язувати. Якщо аналізувати задачу «з кінця», то можна прийти до висновку, що пів яйця становить другу половину покупки третього покупця. Отже, третій покупець купив одне яйце, яке без пів яйця становить половину остачі після продажу яєць першому покупцю. Отже, другий покупець купив 1,5 + 0,5 = 2 яйця. Аналогічними міркуваннями приходимо до висновку, що перший покупець купив 3,5 + 0,5 = 4 яйця. Отже, всього було 7 яєць.

Це розв'язання зручно подати у вигляді таблички.

	Було	***Продали***	***Залишилося***
I	*7*	*3,5+0,5*	*3*
II	*3*	*1,5+0,5*	*1*
III	*1*	*0,5+0,5*	*0*

III. Розв'язування задач.

Задача 1. У двох кімнатах було 52 чоловіки. Після того, як з першої кімнати 5 чоловік перейшли до другої кімнати, а 2 чоловіки вийшли взагалі, то в обох кімнатах людей стало порівну. Скільки чоловік було в кожній кімнаті спочатку?

Розв'язання. *Після того, як 2 чоловіки вийшли взагалі, в обох кімнатах залишилося 52 - 2 = 50 (чол.) Оскільки в обох кімнатах стало порівну, то 50 : 2 = 25 (чол..) було в кожній кімнаті. 25 - 5 = 20 (чол.) було в другій кімнаті спочатку і 25 + 5 + 2 = 32 (чол.) було в першій кімнаті спочатку.*

Відповідь. *32 чол., 20 чол.*

Задача 2. В класній кімнаті були учні. Після того, як 7 учнів вийшли і 9 учнів ввійшли до кімнати, їх стало 31. Скільки учнів було спочатку?

Розв'язання. *Як 7 учнів вийшли з кімнати і 9 учнів увійшли до неї, їх кількість збільшилася на 9 - 7 = 2 (учні) і стала 31 чоловік. Тому спочатку їх* *було 31 - 2 = 29 (чоловік).*

Відповідь. *29 чоловік.*

Задача 3. На двох деревах сиділи 33 ворони. Після того, як 3 ворони перелетіли з одного дерева на друге, а 5 ворон з другого дерева полетіли геть, то на обох деревах ворон стало порівну. Скільки ворон сиділо на кожному дереві спочатку?

Розв'язання. *Коли 3 ворони перелетіли з одного дерева на друге, то кількість ворон на двох деревах разом не змінилася. Коли 5 ворон полетіли геть, то на обох деревах залишилося 33 - 5 = 28 (ворон), а на кожному сиділо по 28 : 2 = 14 (ворон). На першому дереві спочатку було 14 + 3 = 17 (ворон), а на другому 14 - 3 + 5 = 16 (ворон).*

Відповідь.*16 ворон, 17 ворон.*

Задача 4. Дві дівчинки чистили картоплю. Одна очищала за хвилину 2 картоплини, а друга 3 картоплини. Разом вони очистили 400 картоплин. Скільки часу працювала кожна з дівчат, якщо друга працювала на 25 хвилин більше, ніж перша?

Розв'язання. *25 · 3 = 75 (картоплин) обчистила друга дівчинка за 25хвилин;*

400 - 75 = 325 (карт.) обчистили обидві дівчинки, працюючи однаковий час;

3 + 2 = 5 (картоплин) обчистили дівчата за 1 хвилину;

325 : 5 = 65 (хв.) працювала перша дівчинка;

65 + 25 = 90 (хв.) працювала друга дівчинка.

Відповідь*. 65 хв., 90 хв.*

Задача 5. Михайлик, Віталій та Дмитрик зібрали горіхи і лягли спати. Вночі прокинувся Михайлик з'їв свою порцію (третину). Після цього прокинувся Віталій і з'їв третину тих горіхів, що залишилися. Нарешті прокинувся Дмитрик і з'їв третину нового залишку. Вранці з'ясувалося, що залишилося 16 горіхів. Скільки горіхів було зібрано друзями, скільки з'їв кожен і як справедливо поділити горіхи, що залишилися?

Розв'язання. *Почнемо розв'язувати задачу із кінця. 16 горіхів, що залишилися, - це дві третини того, що побачив Дмитрик; Дмитрик побачив 24 горіхи, з яких з'їв 8. 24 горіхи - це дві третини того, що побачив Віталій; отже, Віталій побачив 36 горіхів, із яких з'їв 12. У свою чергу 36 горіхів - це дві третини всіх горіхів; отже, хлопці зібрали 54 горіхи, з яких Михайлик з'їв 18. Оскільки кожен із них повинен був з'їсти по 18 горіхів, то Михайлик з'їв всю свою порцію; Віталій повинен узяти собі ще 6 горіхів, а Дмитрик - 10.*

Відповідь. *Усього 54 горіхи, з яких Віталій - повинен узяти ще 6 горіхів, а Дмитрик - ще 10.*

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. В пакеті лежали яблука. Спочатку з нього взяли половину всіх яблук без п'яти, а згодом - $\frac{1}{3}$яблук, що залишились. Після цього в пакеті залишилось 10 яблук. Скільки яблук було в пакеті?

Задача 2. На поличці стояли тарілки. Спочатку взяли третю частину всіх тарілок без двох, а потім $\frac{1}{2}$тарілок, що залишились. Після цього на поличці залишилось 9 тарілок. Скільки тарілок було на поличці?

Задача 3. Троє мають по деякій сумі кожний. Перший дає із своїх грошей двом іншим стільки, скільки є в кожного. Після нього другий дає двом іншим стільки, скільки кожен з них має. На кінець і третій дає двом другим стільки, скільки є у кожного. Після цього у кожного є по 8 екю (старовинна французька золота монета). Скільки грошей було у кожного на початку?

Заняття № 6

Тема. Принцип Діріхле.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із принципом Діріхле, розглянути приклади, розвивати кмітливість та логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* – навчити учнів робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь різними способами, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

ІІ. Вивчення нового матеріалу (розповідь учителя). Цілком можливо, що ви вже чули про принцип Діріхле. Тоді він, швидше за все, поставав перед вами такому жартівливому формулюванні: "Якщо в *N* клітинах сидять не менше *N + 1* кроликів, то в якийсь із клітин сидить не менше двох кроликів". Зверніть увагу на розпливчастість висновків - "у якійсь із клітин", "не менше". Це є, мабуть, відмінною рисою принципу Діріхле, яка іноді призводить до можливості несподіваних висновків на основі, здавалося б, абсолютно недостатніх відомостей.

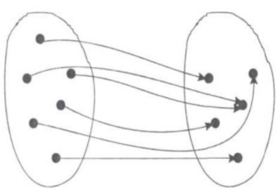
Доведення самого принципу надзвичайно просте, в ньому використовується тривіальний підрахунок кролів в клітках. Якби в кожній клітині сиділо не більше одного кролика, то всього в наших *N* клітках сиділо б не більше *N* кроликів, що суперечило б умовам. Таким чином, ми довели принцип Діріхле, застосувавши (обов'язково зверніть на це увагу) метод доведення від протилежного.

Сам Діріхле свій принцип формулював у такій «побутовій формі» використовуючи шухляди та предмети які повинні в них розміщуватись: *"Якщо в n шухлядах міститься не менше, як n + 1 предмет, то, висуваючи ці шухляди, ми принаймні в одній з них виявимо не менше двох предметів".* Пізніше, завжди прихильні до гумору математики, ще більше унаочнили цей і так очевидний факт, взявши замість невизначених предметів цілком "визначених" кроликів, замість шухляд - клітки для них, а замість знову ж таки невизначеного *n* - конкретне число 5. І одержали "класичне" формулювання, відоме тепер переважній більшості шанувальників математики: *“Якщо у 5 клітках розмістити 6 кроликів, то принаймні в одній з них міститиметься не менше двох кроликів”*.

Звичайно, принцип Діріхле можна передати і цілковито математичною мовою, не залучаючи таких конкретних речей, як клітки, шухляди чи кролики. Таке загальне формулювання корисне тим, що тоді у конкретних застосуваннях принципу Діріхле відпадає необхідність щоразу додатково завантажувати свою увагу проблемою — що тут “кролики”, а що – “клітки” для них?

Отже, абстрактною формою принципу Діріхле стверджується наступне. *Нехай маємо дві множини A і B, в першій з яких $n + 1$ елементів, а в другій n елементів (мал.1). Нехай задано також: якесь відображення першої множини на другу.* (Відображенням множини A на множину B називається будь - яке співставлення з кожним елементом множини A якого - небуть елемента множини B. На малюнку таке співставлення часто зображується стрілками). *У такому випадку принаймні з одним із елементів множини B буде співставлено не менше двох елементів множини A.*

A ($n + 1$ елементів) B (n елементів)



(мал.1)

Тепер розглянемо конкретні приклади розв’язування задач із застосуванням принципу Діріхле. А розпочнемо з тематики, в якій цей принцип застосовував сам Діріхле, - тобто із задач на властивості цілих чисел.

ІІІ. Осмислення вивченого матеріалу.

Задача 1. Довести, що серед будь - яких 13 натуральних чисел можна вибрати принаймні два числа, різниця яких ділиться на 12.

Розв’язання. *Поділимо кожне з даних чисел на 12 з остачею. Всього може бути не більше 12 різних остач: 0, 1, 2, ..., 11. Тому, за принципом*

Діріхле, принаймні два числа з даних 13 при діленні на 12 дадуть однакові остачі, а їхня різниця, отже, поділиться на 12 без остачі, тобто націло. Твердження задачі доведено.

Задача 2. Сім натуральних чисел $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ записані підряд. Довести, що одне з них або сума декількох, що стоять поруч, ділиться на 7.

Розв'язання. *Виходячи з умови задачі, розглянемо наступних сім чисел:* $a_1; a_1 + a_2; a_1 + a_2 + a_3; a_1 + a_2 + a_3 + a_4; a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5; a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6; a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7.$ *При діленні цих чисел на 7 можливі всього сім остач: 0, 1, 2, 3,4, 5, 6. Якщо серед них є остача 0, то твердження задачі очевидне. В іншому разі, оскільки чисел 7, а остач 6, то, за принципом Діріхле, принаймні два з цих чисел мають однакові остачі, а їх різниця, отже, ділиться на 7 без остачі. Але ж ця різниця якраз і буде сумою декількох чисел, що стоять поруч. Наприклад* $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5) - (a_1 + a_2 + a_3) = a_4 + a_5.$ *. Твердження задачі доведено.*

Задача 3. Довести, що для кожного натурального *n* знайдеться число, записане лише за допомогою цифр 1 і 0, яке ділиться на *n*.

Розв'язання. *Розглянемо наступні n + 1 числа, записані за допомогою лише одиниць: 1, 11, 111, 1111,..., 1111...11. При діленні цих чисел на n можливі лише n різних остач: 0,1,2,..., n - 1. Тому, за принципом Діріхле, два числа мають однакові остачі, а їхня різниця, отже, ділиться на n. Але ця різниця має вигляд 111... 00, тобто записується лише за допомогою чисел 1 і 0. Твердження задачі доведено.*

Задача 4. Футбольний турнір проводиться в одне коло, тобто кожні дві команди повинні зіграти між собою один матч. Довести, що після кожного ігрового дня знайдуться принаймні дві команди, які провели однакову кількість ігор.

Розв'язання. *Якщо в турнірі бере участь n команд, то після закінчення кожного ігрового дня кожна з команд може мати проведеними від 1 до n- 1 ігор. Але усіх команд n. Тому, за принципом Діріхле, принаймні дві команди* *проведуть однакову кількість ігор. Твердження задачі доведено.*

Задача 5. У бригаді 7 осіб їх сумарний вік 332 роки. Доведіть, що з них можна вибрати три особи, сума років яких не менша від 142.

Розв'язання. *Розглянемо різні трійки робітників з бригади. Сума їх сумарних років дорівнює 15 · 332, а таких трійок 35. Тому є трійка, сума років яких не менша ніж (15 · 332) : 35, що більше від 142.*

У задачах, де треба довести якесь твердження, можна розглядати найбільш незручний, "найгірший" випадок, в якому твердження здається найбільш "підозрілим". Якщо ми доведемо твердження в цьому "найгіршому" випадку, то тим більше воно буде істинним в інших випадках. Головне правильно визначити цей "найгірший" випадок.

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. В мішку лежать кульки двох різних кольорів: чорного і білого. Яке найменше число кульок потрібно вийняти з мішка наосліп так, щоб серед них завідомо виявилися дві кульки одного кольору?

Задача 2. Дано 8 різних натуральних чисел, не більших 15. Доведіть, що серед їх позитивних попарних різниць є три однакові.

Задача 3. У бригаді 7 людей і їх сумарний вік - 332 роки. Доведіть, що з них можна вибрати трьох осіб, сума віку яких не менше 142 роки.

Заняття № 7

Тема. Поняття графів та його елементів.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів з поняттям графів та його елементами, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* - систематизувати уміння й навички учнів виконувати завдання за допомогою графів, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Відповідь на запитання, які виникли при розв’язуванні задач.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Граф - це множина точок (вершин), які з’єднані між собою лініями, що називаються дугами або ребрами.

Приведемо приклад задачі, яка може бути розв’язана, за допомогою графів.

Задача 1. На вечірку запрошено шестеро людей, чи може бути така ситуація, що кожен знав тільки двох запрошених.

Розв’язання. Кожного з цієї компанії зобразимо точкою, і пронумеруємо їх. Якщо двоє знайомі, то з’єднаємо їх відрізком (ребром). Виявляється, що така ситуація не тільки можлива, але й може описуватися декількома схемами. Тобто можна сказати, що граф-це сукупність об’єктів, зв’язками між якими служать ребра.

Задача 2. Між 9 планетами Сонячної системи введено космічне повідомлення. Ракети літають за наступними маршрутами: Земля-Меркурій, Плутон-Венера, Земля-Плутон, Плутон-Меркурій, Меркурій-Венера, Уран-Нептун, Нептун- Сатурн, Сатурн-Юпітер, Юпітер-Марс і Марс-Уран. Чи можна дістатися з Землі до Марса?

Розв’язання. Намалюємо схему: планетами будуть відповідати точки, а з'єднує їх маршрутами - непересічні між собою лінії (див. Рис.18). Тепер видно, що долетіти від Землі до Марса не можна.

Рис. 18

III. Розв’язування задач.

Задача 1. Чи можна, зробивши кілька ходів кіньми з початкового положення, зображеного на рис.19, розташувати їх так, як показано на рис.20?

Розв’язання. Занумеруємо клітини дошки числами 1, 2, 3, ... , 9 так, як показано на рис.21. Кожній клітині зіставимо точку на площині, і якщо з однієї клітини можна потрапити в іншу ходом коня, то з'єднаємо відповідні точки лінією (див. рис.22). Вихідна і необхідна розстановки коней зображені на рис.23.

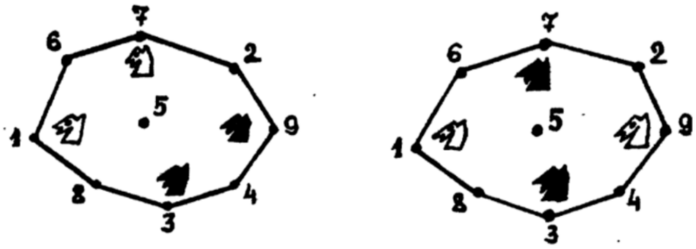


Рис. 23

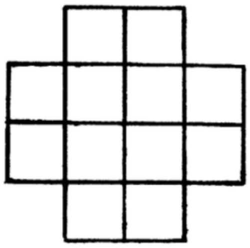


Рис. 24

Порядок проходження коней на полі, очевидно, не може змінитися. Тому переставити коней необхідним чином неможливо.

Вирішення цих двох зовні не схожих один на одну задач об'єднує спільна ідея: графічне зображення умови. При цьому отримані картинки теж виявилися дуже схожими: вони являють собою набір точок, деякі з яких з'єднані лініями. Такі картинки і називаються *графами.* Точки при цьому називаються *вершинами* графа, а лінії - *ребрами.*

Задача 2. Дошка має форму хреста, який виходить, якщо з квадратної дошки 4х4 викинути кутові клітини (див. рис.24). Чи можна обійти її ходом шахового коня і повернутися на вихідне поле, побувавши на всіх полях рівно по разу?

Задача 3. У країні Цифра є 9 міст з назвами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Мандрівник виявив, що два міста з'єднані авіалінією в тому і тільки в тому випадку, якщо двозначне число, складене з цифр - назв цих міст, ділиться на 3. Чи можна дістатися з міста 1 до міста 9?

Зауважимо, що один і той же граф можна зображувати по-різному. Важливо лише, які вершини з'єднані один з одним, а які - ні.

Такі однакові, але, бути може, по-різному намальовані графи прийнято називати ізоморфними. Спробуйте знайти на рис.26 графи, ізоморфні графу із задачі 1 (див. Рис.22).

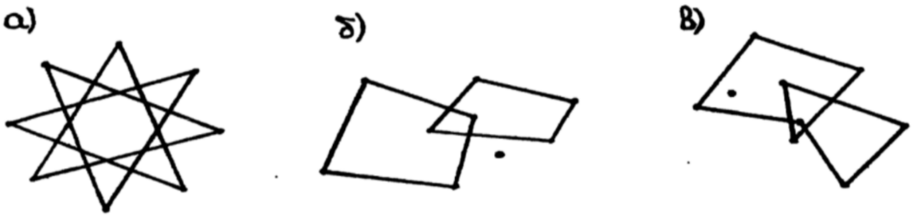


Рис. 26

Правильна відповідь - графи а) і в). У тому, що вони ізоморфні графу із задачі 1, легко переконатися. Для цього достатньо правильно занумерувати їх вершини (див. рис.27).

Дещо вище ми визначили граф як набір точок (вершин), деякі з яких з'єднані між собою лініями (ребрами).

Кількість ребер, що виходять з даної вершини, ми будемо називати її ступенем. Так, наприклад, у графі, зображеному на рис.28, вершина А має ступінь 3, вершина В - ступінь 2, вершина С - ступінь 1.

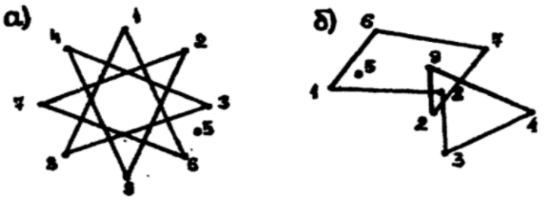


Рис. 27

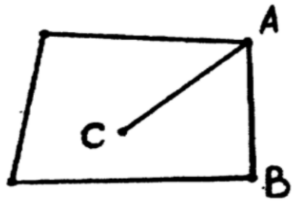


Рис. 28

Задача 4. У класі 30 чоловік. Чи може бути так, що 9 з них мають по 3 друга (в цьому класі), 11 - по 4 друга, а 10 - по 5 друзів?

Розв'язання. *Якщо б це було можливо, то можна було б намалювати граф з 30 вершинами, 9 з яких мали би ступінь 3, 11 - ступінь 4,10 - ступінь 5. Однак у такого графа 19 непарних вершин, що суперечить теоремі.*

Задачі для самостійного розв'язування:

Задача 5. У короля 19 баронів-васалів. Чи може виявитися так, що у кожного васального баронства 1, 5 або 9 сусідніх баронств?

Задача 6. Чи може в державі, в якій з кожного міста виходить 3 дороги, бути рівно 100 доріг?

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. У країні з кожного міста виходить 100 доріг і від будь-якого міста можна дістатися до будь-якого іншого. Одну дорогу закрили на ремонт. Доведіть, що й тепер від будь-якого міста можна дістатися до будь-якого іншого.

Задача 2. Чи можна намалювати на площині 9 відрізків так, щоб кожен перетинався рівно з трьома іншими?

Заняття № 8

Тема. Задачі економічного змісту.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами економічного змісту, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення, бажання розвивати свої знання з математики.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* - систематизувати уміння й навички учнів виконувати задачі економічного змісту, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе "я можу, у мене все вийде";

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Відповісти на запитання, які виникли при розв'язуванні задач.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Розв'яжемо задачу. Супермаркет має отримати 60 комплектів меблів, що доставляють з двох вокзалів: Південного і Центрального. Доставка одного комплекту з Південного коштує 70 грн., а з Центрального 40 грн., але Центральний вокзал не може прийняти всю партію. Яку найбільшу кількість меблів можна завезти з Південного вокзалу, якщо витрати на перевезення не мають перевищувати 2800 грн.?

Розв'язування*. Нехай з Південного вокзалу можна завезти x комплектів меблів, тоді з Центрального (60 -x) комплектів. Вартість доставки з Південного буде становити (70x) грн., з Центрального — 40(60-x) грн., сумарна вартість 70x + 40(60-x) <2800, розв'язавши дану нерівність, матимемо на множині натуральних значень x< 13. Отже, максимальна кількість комплектів меблів, що їх можна перевезти з Південного вокзалу, —*

13 комплектів.

III. Розв’язування задач.

Задача 1. Для відпочинку родини влітку потрібно не менше 5000 грн. Кожного місяця сім'я може заощаджувати до 10% сімейного бюджету. Скільки місяців сім'я має відкладати гроші на відпочинок, якщо її щомісячний бюджет становить 7600 грн.?

Задача 2. З Дніпропетровська в напрямку Синельникове вийшов товарний потяг зі швидкістю 66 км/год. Через 20 хвилин в тому ж самому напрямку має вирушити пасажирський експрес зі швидкістю 90 км/год. Через який час товарний потяг має зробити зупинку, щоб пропустити пасажирський експрес і не порушити розклад руху потягів на залізниці.

Задача 3. Зарплата менеджера з продажу складається з окладу 500 грн. і 3Тс від вартості проданого товару. На яку суму він повинен продати товар, щоб отримати зарплату не менше 1000 грн.?

Задача 4. Місто С знаходиться на відстані 60 км від міста А і на відстані 40 км від міста *В.* Ваш магазин знаходиться у місті *С.* Завозити до нього товари ви можете як із міста *А,* так і з міста *В.* У місті *В* товар коштує 70 грн. за одиницю, доставка — 0,2 грн./км. За якою ціною вигідно купувати цей товар у місті *А,* якщо доставка з міста/1 коштує 0,18 грн./км?

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. Для відпочинку родини влітку потрібно не менше 8000 грн. Кожного місяця сім'я може заощаджувати до 15% сімейного бюджету'. Скільки місяців сім'я має відкладати гроші на відпочинок, якщо її щомісячний бюджет становить 6600 грн. і сім'я має поточний рахунок у банку, на який збирається покласти заощаджені гроші перші півроку із щомісячним нарахуванням 1,5 % від суми, що вкладено у банк?

Задача 2. Олексій Федоров поклав 2000 $ на поточний рахунок під 15% річних. Пройшло 10 місяців, але йому терміново треба зняти гроші для придбання побутової техніки. Чи може він зняти гроші і яку суму йому буде виплачено?

Заняття № 9

Тема. Конкурсні задачі «Кенгуру»

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Відповісти на запитання, які виникли при розв’язуванні задач.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Пропонуємо учням взяти участь в міні — конкурсі, завдання до якого будуть взяті із збірки конкурсних задач «Кенгуру».

ІІІ. Розв’язування конкурсних вправ.

Завдання 1 — 5 оцінюються трьома балами

1. Метелик сів на написану на папері правильну рівність, 2005-205 = 25 + закривши крильцями одне з чисел. Яке число закрили крильця метелика?

А:*250* ***Б:****1775* ***В:****1800* ***Г:****1805* ***Д:****2185*

2. За квадратний стіл можуть сісти четверо осіб (з кожного боку по одній). Школярі для вечірки зсунули разом 10 квадратних столів так, що вони утворили один довгий прямокутний стіл. Скільки людей можуть сісти за цей стіл?

А*:20* ***Б:*** *22* ***В:*** *30* ***Г:****32* ***Д:40***

3. З одного боку вулиці Миру будинки під непарними номерами від 1 до 39, а з другого боку цієї вулиці всі будинки з парними номерами від 2 до 34. Скільки будинків на вулиці Миру?

А: *8* ***Б:*** *36* ***В:*** *37* ***Г:****38* ***Д:*** *73*

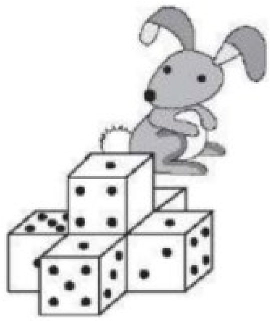
4. Число а – найменше натуральне, сума цифр якого дорівнює 12. Що це за число?

А:*0* ***Б:****12* ***В:****24* ***Г:****27* ***Д:****32*

5. Який із виразів має найменше числове значення?

***А:**2+0+0+8* ***Б:**200:8* ***В:**2*0*0*8* ***Г:**200-8* ***Д:**8+0+0-2*

Завдання 6-10 оцінюється чотирма балами



6. Маленький кролик дивиться на тильну сторону фігурки, зробленої з шести гральних кубиків *(див. малюнок).* Фігурка побудована так, що будь-які дві склеєні сторони, мають однакову кількість точок. Кролик підсумував всі точки на тильних сторонах гральних кубиків, які він бачив Скільки точок бачив кролик? (Кількість точок на двох протилежних гранях кожного грального кубика дорівнює семи.)

***А:** 14* ***Б:** 16* ***В:** 19* ***Г:** 23* ***Д:** 24*

7. Скільки існує різних кубів з трьома синіми і трьома білими гранями?

***А:** 1* ***Б:** 2* ***В:** 3* ***Г:** 4* ***Д:** 5*

8. Палицю довжиною 15 дм поділили на найбільшу можливу кількість частин різної цілочисельної довжини (в дм). Скільки частин утворилось?

***А:** 3* ***Б:** 4* ***В:** 5* ***Г:** 6* ***Д:** 15*

9. Чому дорівнює різниця суми перших 1000 натуральних парних чисел і суми перших 1000 натуральних непарних чисел?

***А:** 1* ***Б:**200* ***В:**500* ***Г:**1000* ***Д:**2000*

10. Мауглі потрібно 40 хвилин на подорож від дому до моря, якщо туди він іде пішки, а повертається на слоні. Якщо він їде на слоні в обидва боки, то тратить на весь шлях 32 хвилини. Як довго триватиме його подорож в обидва боки пішки?

***А:** 24 хв.* ***Б:** 42 хв.* ***В:** 46 хв.* ***Г:** 48 хв.* ***Д:** 50 хв.*

Завдання 11-20 оцінюються п'ятьма балами

11. 9 тістечок коштують менше, ніж 10 грн, ті ж 10 тістечок коштують більше, ніж 11 грн. Скільки коштує одне тістечко?

***А:** 1,09 грн* ***Б:** 1,11 грн* ***В:** 1,12 грн* ***Г:** 1,15 грн* ***Д:** неможливо* *визначити*

12. Пола і Біл мають 18 гривень, Біл і Джон - 12 гривень, Джон і Марія — 10 гривень. Скільки гривень мають Марія і Пола?

А: *16* ***Б:*** *20* ***В:*** *24* ***Г:*** *25* ***Д:*** *48*

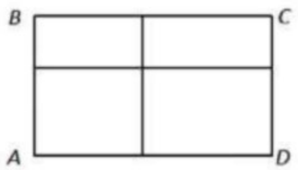
13. М, D, S, E, К сидять на лавці в парку. М не сидить з правого краю, а D не сидить з лівого краю. S не сидить скраю. К не сидить біля S, а S не сидить біля D. Е сидить справа від D, але не обов'язково біля неї. Хто сидить крайнім справа?

А: *неможливо визначити* ***Б:*** *D* ***В:*** *S* ***Г:*** *E* ***Д:*** *К*

14.З полудня до півночі Вчений Кіт спить під дубом, а з півночі до полудня він розповідає казки. Табличка на дубі над ним сповіщає : „ Дві години тому Вчений Кіт робив те саме, що він буде робити через годину." Скільки годин на добу табличка говорить правду?

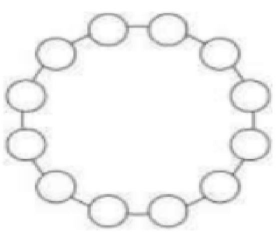
А: *3* ***Б:*** *6* ***В:*** *12* ***Г:*** *18* ***Д:*** *21*

15. Прямокутник ABCD поділено на чотири прямокутники так, як це показано на малюнку. Периметри трьох із цих прямокутників дорівнюють 11 см, 16 см і 19 см. Периметр четвертого прямокутника не є найбільшим і не є найменшим. Знайти периметр прямокутника ABCO.



А: *28 см* ***Б:*** *30 см* ***В:*** *32 см* ***Г:*** *38 см* ***Д:*** *40 см*

16.Усі числа від 1 до 12 записано в кружечки так, що будь-які два сусідні числа відрізняються на 1 або на 2. Які з запропонованих пар чисел є сусідами?



А: *5 і 6* ***Б:*** *10 і 9* ***В:*** *6 і 7* ***Г:*** *8 і 10* ***Д:*** *4 і 3*

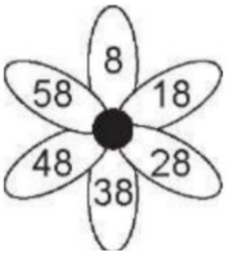
17. Роман хоче поділити прямокутник розмірами 6 см * 7 см на квадрати зі сторонами, довжини яких виражаються цілим числом сантиметрів. Яку найменшу кількість квадратів він може отримати?

А: *4* ***Б:*** *5* ***В:*** *7* ***Г:*** *9* ***Д:*** *42*

18. Петрик має прямокутний аркуш паперу розмірами 192 см * 84 см. Він розрізає цей аркуш уздовж прямої лінії на дві частини, одна з яких є квадратом. Після цього робить те ж саме з неквадратною частиною, і так далі, поки обидві частини не будуть квадратними. Чому дорівнює довжина сторони останнього вирізаного Петриком квадрата?

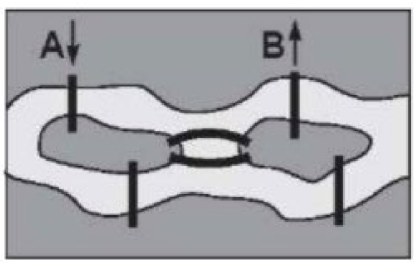
А: *4 см* ***Б:*** *5 см* ***В:*** *7 см* ***Г:*** *9 см* ***Д:*** *12 см*

19. На рисунку зображена квітка з пронумерованими пелюстками. Марічка відірвала всі пелюстки, числа на яких при діленні на 6 дають остачу 2. Яка сума чисел на відірваних Марічкою пелюстках?



А: *46* ***Б:*** *66* ***В:*** *84* ***Г:*** *86* ***Д:*** *114*

20. На рисунку зображена річка з двома острівцями і шістьма мостами. Скількома способами можна пройти від точки А до точки В, побувавши на кожному з мостів лише один раз?



А: *0* ***Б:*** *2* ***В:*** *4* ***Г:*** *6* ***Д:*** *більше, ніж шість*

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Завдання 1. Галя і Оля взяли участь в змаганні з бігу. На фініші Оля випередила 20 дітей, зокрема Галю. Галя фінішувала після 5-ти інших дітей, рахуючи Олю. Троє дітей фінішували поміж Галею і Олею. Знайдіть кількість учасників змагання.

Завдання 2..Ганна порахувала суму найбільшого і найменшого з двоцифрових чисел, кратних трьом. Володя порахував суму найбільшого і найменшого двоцифрових чисел, не кратних трьом. На скільки більший результат Ганни від результату Володі?

Заняття № 10

Тема. Задачі на зважування та переливання.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на зважування та переливання, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* - удосконалити вміння учнів використовувати знання з математики для розв’язування задач на зважування та переливання, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв’язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв’язування домашнього завдання.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Є багато цікавих задач, для розв'язання яких досить елементарних знань з математики та добре розвиненого логічного мислення. Вони вимагають кмітливості, спостережливості, нетрадиційного підходу до розв'язання поставленої проблеми. Ці задачі є дуже цікавими і дещо не звичними.

ІІІ. Розв’язування вправ.

Задача 1. На столі лежить десять пронумерованих капелюхів. У кожному капелюсі лежить по десять золотих монет. В одному з капелюхів фальшиві монети. Справжня монета важить 10 грамів, а підроблена тільки 9.

У допомогу надані ваги зі шкалою в грамах. Як визначити в якому з капелюхів знаходяться фальшиві монети, використовуючи ваги тільки для одного зважування? Ваги можуть зважувати не більше 750 грам.

Розв'язування. *З першого капелюха беремо одну монету, з другого дві, з третього три й т.д., кладемо всі ці монети на ваги. Якби всі монети були справжніми, то вага була б: 10*(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10). Разом: 550 грам. Але кілька монет є фальшивими, а скільки - легко довідатись. Досить із 550 відняти ту вагу, що ми одержали і ми побачимо «погрішність», рівну кількості фальшивих монет. Кількість монет вкаже на капелюх.*

Задача 2. Є 13 монет, з них тільки одна фальшива, причому невідомо, легше вона справжніх або важче. Потрібно знайти цю монету за три зважування. Терези - стандартні для завдань цього типу: дві чашки без гир.

Задача 3. Є 9 монет. Є одні ваги. Терези звичайні, лабораторні (чашкові). Одна з 9 монет є легшою, ніж всі інші. Як визначити яка монета є легшою? Монети на вагах можна зважити лише 2 рази.

Розв'язування. *Розділимо 9 монет по 3 монети у купці. Дві з 3-х купок покладемо на різні сторони терезів. Якщо терези не переважили в одну зі сторін, то виходить, що вага монеток є рівною, отже, легка монета залишилася в не зваженій 3-їй купці. З 3-ма монетами, що залишилися, вчиняємо так само. Зважуємо дві монети. Якщо їхня вага виявилася рівною, то легкою буде не зважена монета.*

Задача 4. Перед вами глечик, що містить 4 л вина. Вам необхідно розділити ці 4л порівну між двома товаришами, але у вас з посуду є ще тільки два порожніх глечики: один, що вміщає 2,5 л, та інший, що вміщає 1,5 л. Як поділити 4 л вина на двох за допомогою тільки цих трьох посудин?

Задача 5. Винороб зазвичай продає своє вино по 3 і по 5 літрів і використовує для цього глечики тільки такого розміру. Один з покупців захотів купити 1 літр. Як винороб відміряв йому 1 літр користуючись власними глечиками?

Розв'язування. Спочатку він наповнив 3-літровий глечик і вилив його вміст в 5-літровий. Потім знову наповнив 3-літровий і долив з нього до повного заповнення 5-літровий глечик. У результаті в нього в глечику залишився 1 літр.

IV. Проведення підсумку заняття.

V. Домашнє завдання.

Задача 1. Є 10 мішків з монетами. Один із них заповнений тільки фальшивими монетами, що на один грам легші від справжніх. За одне зважування на, терезах зі стрілкою, що показує різницю ваг на шальках, визначити "фальшивий" мішок.

Задача 2. Маємо 101 монету. Серед них 100 однакових справжніх монет і одна фальшива, що відрізняється від них вагою. Необхідно з'ясувати, легша чи нижча фальшива монета, ніж справжня. Як це зробити за допомогою двох зважувань на терезах з шальками без гир?

Задача 3. Є 64 камені різної ваги. За 68 зважувань знайдіть два найважчі камені.

Задача 4. Маємо 6 гирь: по парі зелених, червоних і білих. В кожній парі одна гиря важка, а інша — легка, причому всі важкі гирі важать однаково і всі легкі гирі важать однаково. За 2 зважування визначити всі 3 важкі гирі.

Заняття №11

Тема. Логічні задачі, де дані треба розташувати за певним принципом для зручності розв'язування**.**

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами логічного змісту, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* - систематизувати уміння й навички учнів розв'язувати логічні задачі, де дані необхідно розташувати за певним принципом для зручності розв'язування, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

II. Мотивація навчальної діяльності.

В останні роки на олімпіадах юних математиків почали частіше з'являтися задачі логічного характеру. На відміну від звичайних математичних задач для їх розв'язання необхідно зіставляти факти, зв'язки між ними, інколи відкидати зайві дані. Багато фактів в умовах таких задач утруднює сприймання їх змісту .

Схематично зображувати міркування можна: у таблиці, на прямій, на двох прямих, по колу, у двовимірній таблиці, за двома ознаками.

ІІІ. Пояснення вчителя.

Для розв’язування задач використовується певний тип розташування даних. Коли в задачі мова йде про декількох людей або об’єктів, кожному з яких необхідно зіставити якусь ознаку (колір, професію і т. п.), найзручніше використовувати таблицю.

Наприклад, маємо такі дані: кубик, кульку та кільце. Їх кольори: білий, чорний, зелений. Відомо, що кулька - чорна, кубик - не білий. Треба з’ясувати, якого кольору кожний предмет. Намалюємо таблицю:

	Білий	*Чорний*	*Зелений*
Кубик			
Кулька			
Кільце			

Заповнюємо таблицю відповідно до даних задач. Відомо, що кулька чорна, тому в клітинці, що є перетином рядка «кулька» і стовпчика «чорний», ставимо «плюс», а в рядках «кубик» і «кільце» цього стовпчика – «мінус», які не можуть бути вже чорними.

	Білий	*Чорний*	*Зелений*
Кубик		-	
Кулька		+	
Кільце		-	

Кубик «не білий», тому в клітинці «білий кубик» ставимо «мінус». Для кубика залишилась одна можливість - зелений. Тому в клітинці «зелений кубик» ставимо «плюс», а в клітинках «зелена кулька» та «зелене кільце» ставимо «мінус». Відповідно кільце може бути тільки білим. Остаточно таблиця виглядає так:

	Білий	*Чорний*	*Зелений*
Кубик	-	-	+
Кулька	-	+	-
Кільце	+	-	-

IV. Розв'язування задач.

Задача 1. Дівчата Береза, Верба і Тополя посадили три дерева: березу, вербу й тополю. Жодна з них не посадила дерева, від якого пішло її прізвище. Яке дерево посадила кожна дівчинка, якщо відомо, що Береза посадила не тополю.

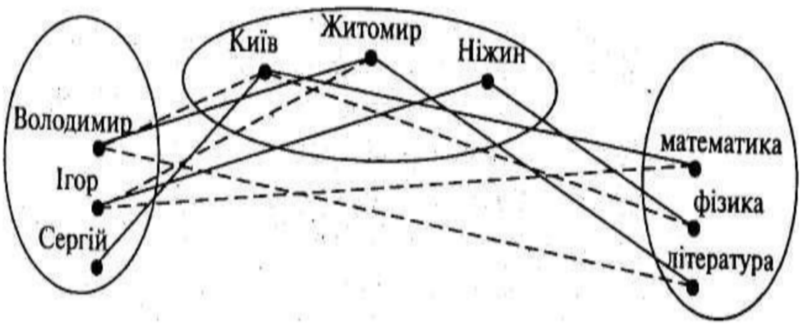
Розв'язання. *Умови подібних задач зручно записувати в таблицю:*

	Береза	*Верба*	*Тополя*
Береза	*1-*	*5+*	*4-*
Верба	*8-*	*2-*	*9+*
Тополя	*7+*	*6-*	*3-*

Оскільки жодна дівчина не посадила дерева, від якого пішло її прізвище, то Береза не посадила березу, Верба не посадила вербу, а Тополя - тополю (у клітинках 1, 2, 3 поставимо знак « -»). Оскільки Береза не садила тополю, то в клітинці 4 поставимо « - ». З першого рядочка таблиці видно, що Береза могла посадити лише вербу (в клітинці 5 поставимо «+»). В другому стовпчику тільки одна вільна клітинка « 6 »Так як вербу посадила Береза, то Тополя її не садила, тому в клітинці 6 ставимо « - ». З третього *рядка видно, що Тополя посадила березу: «+» в клітинку 7. Отже, Верба березу не садила й ставимо « - » в клітинку 8, їй залишається тополя.*

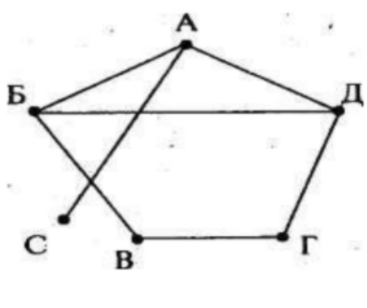
Відповідь. *Береза посадила вербу, Верба - тополю, Тополя - березу.*

Задача 2. Володимир, Ігор та Сергій викладають математику, фізику й літературу, а живуть вони в Києві, Житомирі та Ніжині. Відомо також, що Володимир живе не в Ніжиш, Ігор живе не в Житомирі, ніжинець - не фізик, Ігор - не математик, житомирець викладає літературу. Хто де живе та що викладає?



Задача 3. Хтось до класу приніс квіти. Були різні здогадки: це Андрій та Борис, Андрій та Даша, Андрій та Сергій, Борис та Даша, Борис та Володя, Володя та Галя, Галя та Даша. Вчитель сказав, що в одній з цих здогадок одне ім’я вказано правильно, а друге – неправильно, в усіх інших обидва імені хибні. Хто ж приніс квіти?

Розв'язання. *Позначимо буквами імена дітей та поєднаємо відрізками імена з кожної здогадки. Ми повинні знайти відрізок, одному з кінців якого відповідає назване правильно ім’я . Цей кінець не може бути кінцем декількох відрізків, бо назване вірно ім’я тільки в одній з пар.*



V. Проведення підсумку заняття.

VI. Домашнє завдання.

Задача 1. Яким чином з річки можна принести рівно 6 л. води, якщо є тільки два відра – 4 л. і 9л.?

Задача 2. Бідон місткістю 10 л. заповнено молоком. Треба перелити з цього бідона 5 л. у семилітровий бідон, використовуючи вільний трьохлітровий бідон.

Задача 3. Маємо два бідони місткістю 4 л. та 5 л. Чи можна надлити у відро 3 л. води, якщо об'єм відра не менше ніж три літри?

Заняття № 12

Тема. Розв'язування олімпіадних задач. Перевірка засвоєння знань учнями.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: провести олімпіаду, перевірити рівень засвоєння знань учнями, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення, самостійність.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* - систематизувати уміння й навички учнів розв'язувати олімпіадні задачі, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та самостійно знаходити правильну відповідь нестандартним способом.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв’язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв’язати засобами математики;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв’язування домашнього завдання.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Пропонуємо учням написати так звану контрольну роботу у вигляду олімпіади.

ІІІ. Робота над завданнями олімпіади.

Кожне завдання оцінюється в 7 балів. Користування калькулятором заборонено.

Задача 1. Поліні було 16 років 19 місяців тому, а Дмитру буде 19 років через 16 місяців. Хто старший, Дмитро чи Поліна? Відповідь обґрунтуйте.

Задача 2. Назвемо число дзеркальним, якщо справа наліво воно читається як і зліва направо. Наприклад, 79997 – дзеркальне. Знайдіть усі дзеркальні п’ятизначні числа у запису яких використовуються тільки цифри 0 та 1.

Задача 3. Середній вік 11 гравців футбольної команди 22 роки. Під час матчу один з гравців отримав травму і пішов з поля. Середній вік гравців, які залишилися на полі став складати 21 рік. Скільки років гравцю, який пішов з поля? Не забудьте обґрунтувати свою відповідь.

Задача 4. В клітинках таблиці 4х4 запишіть числа, відмінні від 5, так, щоб суми чисел, які стоять в кутках кожного квадрата 2х2, 3х3, 4х4, були рівними 20 .

Задача 5. Мураха виповзла з точки О, проповзла відрізок, довжиною 1 і повернула на кут 90^0. Далі, вона проповзла відрізок довжиною 2 і повернута на кут 90^0 .Далі, вона проповзла відрізок довжиною 3 і повернула на кут 90^0, і т. д. Чи зможе мураха повернутися в точку О, підібравши відповідні напрями повороту?

IV. Проведення підсумку заняття.

Вчитель перевіряє написані розв’язки задач учнями та визначає переможця даної олімпіади.

V. Виставлення оцінок учням.

2.3. Розробка програми спецкурсу “Розв’язування олімпіадних задач з математики в 7 класах”

Спецкурс математики 7 класу – важлива ланка математичної освіти і розвитку школярів. На цьому етапі триває вивчення рахунку, формується поняття змінної і даються перші знання про прийоми рішення лінійних рівнянь, триває навчання розв'язанню текстових задач, удосконалюються і збагачуються вміння геометричних побудов і вимірювань. Успішному засвоєнню спецкурсу сприяє вивчення раніше таких понять, як «множина», «елемент множини», «об'єднання і перетин множин». Велика увага приділяється навчанню дітей міркувати і наводити прості докази, давати пояснення виконуваних дій. При цьому учнями поступово усвідомлюються правила виконання основних логічних операцій над висловлюваннями. Через шкільну математику лежить шлях до широкого ознайомлення з досягненнями сучасної науки, яка в наш час розвивається особливо швидко.

Кожна дитина відкрита і сприйнятлива до чудес пізнання, до багатства і краси навколишнього світу. У них є здібності й таланти, треба лише в це вірити і розвивати їх.

Дана програма спецкурсу розроблена відповідно до ідеї реалізації принципів диференційованого навчання учнів під час дистанційної форми навчання.

Мета викладання спецкурсу - залучити учнів до процесу придбання ними математичних знань, умінь і математичної культури.

Основні завдання:

- формування стійких знань з предмета;
- розвиток умінь застосовувати отримані знання на практиці;
- виховання загальної математичної культури;
- розвиток математичного (логічного) мислення;
- розширення математичного кругозору;
- вироблення творчого підходу до вивчення математики;
- підготовка до навчання в наступних класах.

Особлива роль у цій програмі приділяється прищеплюванню навичок самостійності в міркуваннях, у пошуках способів вирішення завдань, ознайомлення з історичним матеріалом, різноманітними видами задач.

Враховуючи епідеміологічну ситуацію із захворюванням на COVID-19 в нашій країні, даний спецкурс доцільно проводити в онлайн-режимі.

Спецкурс “Розв’язування олімпіадних задач з математики в 7 класах” розроблявся із врахуванням задач пропонованих на обласних олімпіадах з математики в Івано- Франківській області.[31; 44]

Реалізацію програми рекомендовано провести протягом 16 годин, тобто , заняття мають проводитись через тиждень.

Орієнтовний план проведення занять з спецкурсу «Розв’язування олімпіадних задач з математики в 7 класах »

№	**Зміст програмного матеріалу**	**Кількість годин**
1	Задачі на логіку	2
2	Задачі на переливання та зважування	2
3	Задачі на складання рівнянь	2
4	Конгруенції та їх властивості, класи чисел і мала теорема Ферма	2
5	Побудова за допомогою циркуля і лінійки	2
6	Розв'язування задач на побудову методом геометричних місць	2
7	Олімпіадні задачі	2
8	Олімпіадні задачі	2
Всього годин		16

Заняття № 1

Тема. Задачі на логіку.

Мета: поглибити знання учнів про судження та їх види; ознайомити учнів із задачами на припущення; розвивати мислення, вміння аналізувати; виховувати самостійність та наполегливість.

Хід заняття

Пояснення вчителя

Логіка (від грецького logike techne – наука про умовивід) – наука про мислення; наука, що вивчає математичні доведення; наука про закони, форми та прийоми людського мислення, застосування яких у процесі міркування й пізнання забезпечує досягнення об'єктивної істини.

Формальна логіка – наука, що вивчає форми мислення (поняття, судження, умовиводи) та структури наукового знання (дедуктивні системи, схеми доведення тощо).

Математична логіка – символічний вираз формальної логіки, найвищий етап її розвитку.

У початковий період розвитку її розглядали як алгебру логіки (символічну логіку), тобто як застосування математичного, в основному алгебраїчного, методу до логіки (так званої формальної логіки) – науки про закони і форми мислення.

Алгебра логіки й тепер є частиною математичної логіки, яка вивчає висловлювання і називається численням висловлювань.

Висловлювання – це будь-яке твердження, відносно якого говорять про те, що воно істинне або хибне.

Засновником формальної логіки був Арістотель (IV ст. до н. е.). Удругій половині XVII ст. Г.Лейбніц почав застосовувати методи математики до логіки. Проте самостійною галузю науки математична логіка стає з середини XIX ст. завдяки працям Дж. Буля, де Моргана**,** П. С. Борецького, Е. Шредера, Г. Фреге і Дж. Пеано.

Розв'язування задач і вправ.

Задача 1. Четверо хлопців – Андрій, Борис, Василь та Григорій – змагалися з бігу. Наступного дня на запитання, хто яке місце посів, вони відповіли так:

Андрій. Я не був ні першим, ні останнім.

Борис. Я не був останнім.

Василь. Я був першим.

Григорій. Я був останнім.

Відомо, що три з цих відповідей правильні, а одна – неправильна. Хто сказав неправду? Хто був першим?

Розв'язання. *Якщо припустити, що неправду сказав Андрій, то вийде, що він був першим або останнім, але тоді неправду сказав або Василь, або Григорій, а це суперечить умові – неправду сказав тільки один з хлопців. Аналогічно розглядаються і всі інші можливості.*

Відповідь*. Неправду сказав Василь, першим був Борис.*

Задача 2. У коробці з олівцями є олівці різної довжини і різного кольору. Доведіть, що є два олівці, які відрізняються і за кольором, і за довжиною.

Розв'язання. *Візьмемо по одному олівцю кожного кольору. Позначимо цю множину через А. Якщо в цій множині є олівці різної довжини, то задача розв'язана. Розглянемо випадок, коли в множині А всі олівці однієї довжини. В цьому випадку серед олівців, що не входять у множину А, є олівець з іншою довжиною. Тоді цей олівець і будь-який олівець з множини А, що має інший колір, відрізняються і за кольором, і за довжиною.*

Задача 3. Тетянка сказала: «В Андрійка більше ста книг». Данилко заперечив: «Ні, менше». Марійка сказала: «Ну, хоча б одна книга у нього, напевне, є». Скільки книг може бути в Андрійка, якщо з цих трьох тверджень одне істинне?

Розв'язання. *Можливі три випадки: правду сказала або Тетянка, або Данилко, або Марійка. Якщо правду сказала Тетянка, то Марійка теж сказала правду, що суперечить умові. Отже, цей випадок неможливий.*

Якщо правду сказала Марійка, то Тетянка і Данилко, за умовою, повинні сказати неправду. Це можливо, якщо в Андрійка рівно 100 книг.

Якщо правду сказав Данилко, то твердження Тетянки неправильне, а твердження Марійки теж повинно бути неправильним. Це можливо, якщо в Андрійка книг немає.

Відповідь*. 0 або 100.*

Задача 4. У класі дівчаток, яким подобається географія стільки ж, скільки й хлопчиків, яким не подобається географія. Кого в класі більше – учнів, яким подобається географія, чи хлопчиків?

Розв'язання. *Розділимо всіх учнів на дві групи: у першій – хлопчики, у другій – дівчатка. Потім хлопчиків, які не люблять географію, переведемо у другу групу, а дівчаток, які люблять географію, - у першу. Число учнів у кожній групі від цього не зміниться. Тепер у першій групі будуть усі учні, які люблять географію. Тому учнів, які люблять географію, стільки ж, скільки і хлопчиків.*

Відповідь. *Учнів, які люблять географію, стільки ж, скільки і хлопчиків.*

Задача 5. Зустрілися три подруги: Сіренко, Золотаренко й Черненко. І одягнені вони були таким чином: в однієї чорне плаття, у другої – сіре, у третьої – золоте. Дівчинка в сірому (не Черненко) сказала подругам: «Давайте поміняємося платтями, щоб вони відповідали нашим прізвищам. Визначте, якого кольору були плаття в кожної дівчини, якщо колір кожного не відповідав прізвищу?

Розв'язання. *Дівчинка в сірому помітила, що її подружка Черненко одягнена в золоте плаття, і попросила помінятися. Отже, дівчинка в сірому платті – Золотаренко. Після обміну Черненко (яка вже в сірому) має помінятися платтям із Сіренко (яка в чорному). Таким чином, Сіренко була в чорному платті, Золотаренко – у сірому, Черненко – у золотому.*

Відповідь. *Сіренко була в чорному платті, Золотаренко – у сірому, Черненко – у золотому.*

Завдання для самостійного розв'язування.

Задача 1. У суперечці чотирьох хлопців Олексій сказав, що Павло каже неправду. Павло сказав, що Марко каже неправду. Марко сказав, що Павло каже неправду. Тарас сказав, що Олексій каже неправду. Скільки хлопців кажуть неправду?

Задача 2. Для одержання жовтогарячої фарби треба змішати 6 частин жовтої фарби з 2 частинами червоної. У маляра є 3 кг жовтої фарби й 3 кг червоної. Скільки кілограмів жовтогарячої фарби може одержати маляр в цьому випадку?

Заняття № 2

Тема. Задачі на переливання та зважування.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: ознайомити учнів із задачами на зважування та переливання, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* - удосконалити вміння учнів використовувати знання з математики для розв'язування задач на зважування та переливання, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та знаходити правильну відповідь нестандартним способом, попередити появу типових помилок, яких допускаються учні при розв'язуванні задач даного типу, дати можливість кожному перевірити свої знання та підвищити їх рівень, показати важливість даних завдань.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *соціальна та громадянська компетентності* – співпрацювати у команді, виділяти та виконувати власну роль у командній роботі, бути мобільним, стійким перед труднощами, створювати ситуацію успіху для формування позитивного ставлення до себе ”я можу, у мене все вийде ”;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв’язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв’язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв’язування домашнього завдання.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Є багато цікавих задач, для розв'язання яких досить елементарних знань з математики та добре розвиненого логічного мислення. Вони вимагають кмітливості, спостережливості, нетрадиційного підходу до розв'язання поставленої проблеми. Ці задачі є дуже цікавими і дещо не звичними.

ІІІ. Розв’язування вправ.

Задача 1. На столі в один ряд стоять три наповнені водою склянки й три порожні. Яким чином зробити так, щоб повні й порожні склянки чергувалися, якщо можна взяти в руки тільки одну склянку?

Розв’язання. *Треба взяти другу наповнену склянку й перелити воду з неї в другу порожню склянку.*

Задача 2. Винороб звичайно продає своє вино по 30 і по 50 літрів і використовує для цього глечики тільки такого розміру. Один з покупців захотів купити 10 літрів вина. Як винороб відміряв йому 10 літрів, користуючись своїми глечиками?

Розв'язання. *Спочатку винороб наповнив 30-літровий глечик і вилив його вміст в 50-літровий. Потім знову наповнив 30-літровий і долив до повного заповнення в 50-літровий. В результаті у нього в глечику залишиться 10 літрів.*

Задача 3. Як за допомогою чашових терезів без гир розділити 24 кг цвяхів на дві частини – 9 і 15 кг?

Розв'язання. *Розкладемо усі цвяхи на чаші так, щоб терези урівноважилися, – отримаємо по 12 кг цвяхів. Одну з частин вагою 12 кг відкладаємо убік. Від другої частини відважуємо 6 кг і відкладаємо їх ще в одну купку. Від тих 6 кг, що залишилися, відважуємо 3 кг і з'єднуємо їх з відкладеними 6 кг. Одержуємо 9 кг цвяхів. З'єднуємо разом усі інші цвяхи – одержуємо 15 кг.*

Задача 4. Є 9 кг крупи й чашові терези з гирями 50 г і 200 г. Спробуйте за три прийоми відважити 2 кг цієї крупи.

Розв'язання. *Потрібно розвісити крупу на дві рівні частини по 4,5 кг; потім розважити одну із цих частин ще раз навпіл, тобто по 2,25 кг, і від однієї із цих частин відняти за допомогою двох наявних гир по 250 г. Таким чином, ви одержите вагу 2 кг.*

Задача 5. 10 мішків з монетами (кількість монет у кожному мішку однакова). У дев'яти мішках монети золоті, а в одному – фальшиві. Вага справжньої золотої монети 5 г, а вага фальшивої – 4 г. Як за одне зважування на терезах (терези зважують із точністю до одного грама) визначити, у якому з мішків монети фальшиві?

IV. Підбиття підсумків.

Заняття № 3

Тема. Задачі на складання рівнянь.

Мета: формувати навички і вміння складати і розв'язувати рівняння; розробити алгоритм розв'язування задачі за допомогою рівняння; розвивати вміння робити висновки і проявляти ініціативу; виховувати уважність, бажання здобувати знання; .

Хід заняття

Пояснення вчителя

Перед розв'язанням задач необхідно провести аналіз, який виконують за схемою:

- Визначення величин, про які йдеться в умові задачі.
- Встановлення залежності між вказаними величинами.
- Визначення головного запитання задачі.
- Обґрунтований вибір невідомої величини (або величин).
- Вираження інших величин задачі через невідому.
- Складання рівняння до задачі.
- Розв'язування рівнянь.
- З'ясування того, чи задовольняють знайдені корені рівняння умову задачі.
- Дати відповідь на головне питання задачі.

Для набуття необхідного досвіду потрібно розібрати багато задач, вивчити алгоритми складання рівнянь, схеми зведення рівнянь до простого вигляду. Для цього розглянемо прості задачі і в міру вивчення теми "Текстові задачі на складання рівнянь" розберемо задачі від простих до складних.

Розв'язування задач і вправ.

Завдання 1. Турист пройшов 20% усього шляху. Залишилось пройти на *36* км більше, ніж пройшов. Яка довжина шляху (в км) ?

Розв’язання. В подібних завданнях можна виконувати додаткову побудову для розуміння умови задачі. Пройшов 20% означає, що це *20/100=0,2* від всього шляху. Залишилось пройти на *36* км більше ніж пройшов.

Отже весь шлях рівний *0,2+0,2+36км=1*. Звідси *(1-0,2-0,2)=0,6 або 60 %* відповідає за 36 км.

Складаємо пропорцію *36 км – 60%*

x – 100%.

Перехресним множенням визначаємо весь шлях *x=36*100/60=36/0,6=60 (км).*

Відповідь. Довжина шляху *60* км.

Завдання 2. Турист прийшов *1/5* шляху. Залишилось пройти на *18* км більше, ніж він пройшов. Яка довжина шляху (в км)?

Розв'язання. Завдання на визначення шляху за схемою обчислень ідентичне попередньому завданню. За умовою туристу залишилось пройти *1/5 шляху +18 км.* Встановлюємо, яка частка шляху рівна *18* км

1-1/5-1/5=3/5. Поділивши на неї отримаємо довжину всього шляху *18:3/5=18*5/3=30(км)*

Відповідь. Довжина шляху *30* км.

Завдання 3. Мати старша від дочки у *4* рази. Разом їм *40* років. Скільки років дочці?

Розв'язання. Розв’язання. Такого роду задач на складання рівнянь чимало. Алгоритм обчислень наступний. Нехай дочці *x* років, тоді матері *4*x* років. За умовою складаємо рівняння:

x+4x=5x;

5x=40.

Звідси знаходимо вік дівчинки: *x=40/5=8(років)*

Відповідь. Дочці *8* років.

Завдання 4. Мати старша від дочки на *24* роки. Разом їм *40* років. Скільки років матері?

Розв'язання. Розв’язання. Позначимо через *X*- вік дочки. Тоді *(X+24)* – вік матері. Далі складемо рівняння з умови, що сума їх років рівна *40.*

X+X+24=40;

2X=40-24=16;

X=16:2=8 (років).

Знайдемо вік матері : *X+24=8+24=32 (роки)*

Відповідь. Відповідь. Матері *32* роки.

Завдання 5. Батько старший від сина в *5* разів. Скільки років батькові, якщо він старший за сина на *20* років?

Розв’язання. Нехай синові *X* років. Батькові *X*5=5X років.* Через різницю складаємо рівняння на вік *5X-X=20; 4X=20.* Знаходимо вік сина: *X=20:4=5 років,* далі вік батька: *5*X=5*5=25 (років).*

Відповідь. Відповідь. Батькові *25* років.

Завдання 6. Сторони трикутника відносяться як *2:3:4.* Обчислити довжину більшої сторони, якщо його периметр дорівнює *180.*

Розв’язання. За відношенням, яке задано, виконаємо позначення сторін – *2X; 3X; 4X.* Далі складаємо рівняння відносно невідомої та розв'язуємо його *2X+3X+4X=180; 9X=180; X=180/9=20.* Знаходимо більшу сторону трикутника *4X=4*20=80* (одиниць).

Відповідь Довжина сторони *80.*

Завдання 7. Два робітники виготовили разом *84* деталі, працюючи *7* днів. Скільки деталей за день виготовляв перший робітник, якщо другий виготовляв за день на *2* деталі менше.

Розв'язання. Позначимо через *X* кількість деталей, яку виготовляє перший робітник. тоді другий – *X-2.* Складемо рівняння *(X+X-2)*7=84.*

Думаю тут все зрозуміло, ми виконали множення продуктивності робітників за день на кількість днів.

*(2X-2)*7=84;*

2X-2=84/7=12;

2X=12+2=14;

X=14/2=7(деталей).

Відповідь. Перший робітник виготовляє *7* деталей.

Завдання для самостійного розв'язування.

Завдання 1. Сума двох чисел дорівнює 12, а різниця їх дорівнює 4. Знайти більше із чисел.

Завдання 2. Два робітники виготовили разом *84* деталі, працюючи *7* днів. Скільки деталей за день виготовляв перший робітник, якщо другий виготовляв за день на *2* деталі менше?

Заняття № 4

Тема. Конгруенції та їх властивості. Класи чисел і мала теорема Ферма.

Мета: формування предметних компетентностей: домогтися засвоєння теореми Ферма; сформувати поняття конгруенції, властивостей конгруенції; сформувати вміння розв'язувати вправи та задачі, що передбачають застосування цих понять;

формування ключових компетентностей: формувати вміння зіставляти математичний термін з його походженням з іноземної мови, правильно використовувати математичні терміни в повсякденному житті;

сприяти самовихованню допитливості, спостережливості.

Хід заняття

I. Організаційний момент.

II. Мотивація навчальної та пізнавальної діяльності учнів.

Конгруентність (лат. congruens, -ntis – співрозмірний, відповідний, співпадаючий) в широкому сенсі – рівність, адекватність один одному різних примірників чого-небудь (зазвичай – змісту, вираженого в різних формах, представлених) або узгодженість елементів системи між собою.

В геометрії, дві фігури конгруентні, якщо вони мають однакову форму та розмір. Більш формально, два набори точок називаються конгруентними тоді і тільки тоді, якщо один набір можна сумістити з іншим за допомогою ізометрії, тобто комбінації паралельного перенесення, обертання і відбиття.

Означення. Два цілих числа a і b називаються конгруентними за модулем m, якщо числа a і b при діленні на m дають однакові остачі.

Конгруентні числа за модулем m можна записати у вигляді: $a = mg+r$, $b = mk+r$, де $0<r<1$, треба розбити множину цілих чисел на т класів в залежності від остач, які одержуємо при діленні на т. Наприклад. т=4. Які можуть бути остачі при діленні на 4? r=0,1,2,3. Тому всі числа розіб’ємо на чотири класи:

нульовий – остача 0;

перший – остача 3;

другий – остача 2;

третій – остача 1.

З цього випливає, що:

1) кожен з утворених класів має безліч чисел;

2) усі числа будь-якого одного класу конгруентні між собою за даним модулем;

3) будь-які числа з різних класів не конгруентні.

Вправа 1. Знайти модулі, за якими числа 43 і 16 - конгруентні.

Розв'язання. $43 \equiv 16$ *16(modm) , 43-16=27, а 27 ділиться на 3, 9, 27.*

Відповідь: 3, 9, 27.

Вправа 2. Знайдіть остачу від ділення 20122013^{2013} на 3.

Розв'язання. *Розглянемо конгруенцію* $2012 \equiv -1^{2013}(mod 3)$, *тоді* $2012^{2013} \equiv -1^{2013}(mod 3)$,$2012^{2013} \equiv -1(mod 3)$, $2012^{2013} \equiv -1(mod 3) \equiv 2(mod 3)$.

Отже, остача від ділення дорівнює 2.

Відповідь: 2.

Вправа 3. Остача від ділення трицифрового числа n = $\overline{2bb}$на деяке одноцифрове число дорівнює 8, знайдіть число n.

Розв'язання*. Оскільки остача від ділення 8, тоді розглянемо конгруенцію за модулем 9:* $n \equiv 8(mod 9)$, *тоді* $2\cdot100 + 10b + b \equiv 8(mod 9)$, $200 + 11b \equiv 8(mod 9)$, $11b \equiv -192(mod 9)$, $11b \equiv -3(mod 9)$, $11b \equiv 6(mod 9)$, $11b \equiv 33(mod 9)$, $b \equiv 3(mod 9)$.

Отже, шукане число $b = 3$, $n = 233$.

Відповідь: 233.

Вправа 4. Знайти остачу від ділення числа 11^{43} на 7.

Розв'язання. $11^2 \equiv 2^3$ $(mod\ 7)$, піднесемо до кубу праву і ліву частину конгруентності: $11^6 \equiv 2^3$ $(mod\ 7)$, $11^6 \equiv 8$ $(mod\ 7)$, $8 \equiv 1$ $(mod\ 7)$, за властивістю 1. маємо: якщо $11^6 \equiv 8$ $(mod\ 7)$ і $8 \equiv 1$ $(mod\ 7)$ то $11^6 \equiv 1$ $(mod\ 7)$, піднесемо праву і ліву частину конгруентності до сьомого степеня: $11^{42} \equiv (1)^7$ $(mod\ 7)$, $11^{42} \equiv 1$ $(mod\ 7)$, помножимо праву і ліву частину конгруентності на 11, отримаємо: $11^{43} \equiv 11$ $(mod\ 7)$. 36 Очевидно, що $11 \equiv 4$ $(mod\ 7)$, за властивістю 1. Маємо: якщо $11^{43} \equiv 11$ $(mod\ 7)$ і $11 \equiv 4$ $(mod\ 7)$ то $11^{43} \equiv 4$ $(mod\ 7)$. Отже, остача від ділення числа 11^{43} на 7 дорівнює 4.

Відповідь: 4.

Вправа 5. Довести, що $(a^5 - a):30$, а - ціле число.

Доведення. *1) За малою теоремою Ферма* $(a^5 - a):5$; *2) Потрібно довести, що ця різниця ділиться і на 2, і на 3. Оскільки* $(a^5 - a) = a(a^4 - 1) = a(a^2 -$

1)(a^2+1)=a(a-1)(a+1)(a^2+1), маємо три послідовних цілих числа, тому добуток їх ділиться на 2 і ділиться на 3. 3)Числа 2,3,5 попарно взаємно прості, отже, (a^5 -a):30.

Самостійна робота.

Вправа 6.Знайти натуральні числа, менші 100, конгруентні з числом за модулем 20.

Розв'язання. *a) 104 ≡8(mod20) , b< 100*

b_1=24, бо 104-24=80:20;

b_2=44, бо 104-44=60:20;

b_3=64, бо 104-64=40:20;

b_4=84, бо 104-84=20:20.

Відповідь: 24, 44, 64, 84.

VI. Підсумки заняття.

Рефлексія. Фронтальне опитування за технологією «Мікрофон».

- Що нового дізналися на занятті?
- Що сподобалося найбільше?
- Що викликало труднощі?
- Де можна застосувати отримані знання та вміння?

Заняття № 5

Тема. Побудова за допомогою циркуля та лінійки.

Мета: домогтися засвоєння учнями схеми розв’язання задач на побудову (метод допоміжного трикутника), сформувати вміння виконувати дії за загальною схемою розв’язання задач на побудову; розвивати логічне мислення, пам'ять, уяву, увагу; виховувати культуру запису, наполегливість, охайність.

Хід заняття

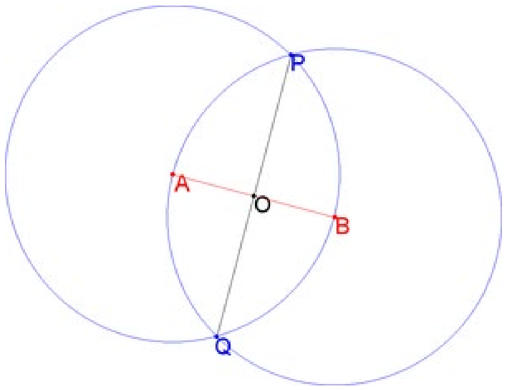
Побудова за допомогою циркуля та лінійки — розділ евклідової геометрії, відомий ще з античних часів.

В задачах на побудову можливі такі операції

- Позначити довільну точку на площині, точку на одній з побудованих ліній або точку перетину двох побудованих ліній.

- За допомогою циркуля намалювати коло з центром в побудованій точці та радіусом, рівним відстані між двома вже побудованими точками.

-За допомогою лінійки провести пряму, що проходить через дві побудовані точки.



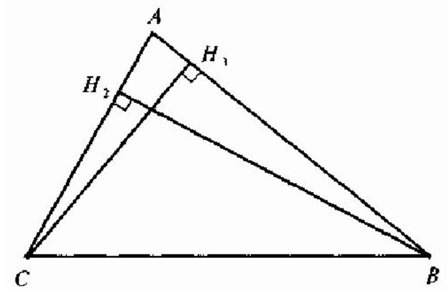
При цьому циркуль та лінійка вважаються ідеальними інструментами, зокрема: лінійка не має поділок і має тільки одну сторону нескінченної довжини; циркуль може мати який завгодно великий радіус.

Задача. За допомогою циркуля та лінійки поділити даний відрізок AB на дві рівні частини. Один з розв'язків показано на малюнку: циркулем будуємо коло з центром в точці A радіусу AB. Будуємо коло з центром в точці B радіусу AB. Знаходимо точки перетину P та Q двох побудованих кіл. Лінійкою проводимо відрізок, з'єднуючий точки P та Q. Знаходимо точку перетину AB та PQ. Це — шукана середина відрізка AB. Античним геометрам були відомі методи побудови деяких правильних n-кутників.

Гаус у 1796 р. показав можливість побудови правильних n-кутників при $n = 2^k \cdot p_{1\cdot\ldots\cdot}p_m$, де p_i — різні прості числа Ферма. У 1836 р. П. Ванцель довів, що інших правильних багатокутників, які можна побудувати циркулем та лінійкою, не існує.

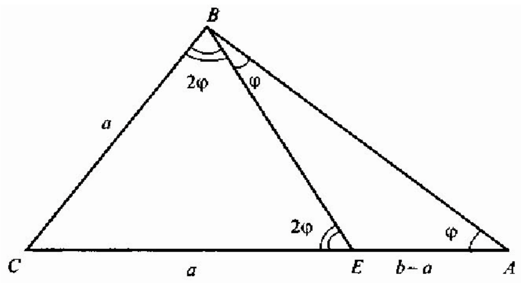
Побудови за допомогою одного циркуля. За теоремою Мора — Маскероні за допомогою одного циркуля можна побудувати будь-яку фігуру, яку можна побудувати циркулем та лінійкою. При цьому пряма вважається побудованою, якщо на ній задано дві точки.

Побудови за допомогою однієї лінійки. Легко помітити, що за допомогою однієї лінійки можна реалізувати тільки проективно-інваріантні побудови. Зокрема, неможливо навіть розбити відрізок на дві рівні частини або знайти центр намальованого кола. Але за наявності на площині заздалегідь проведеного кола з позначеним центром за допомогою лінійки можна провести ті ж побудови, що і циркулем та лінійкою (теорема Понселе - Штейнера (англ.)), 1833. Цікаво, що візерунок на прапорі Ірану описується як побудова за допомогою циркуля та лінійки.



Розв'язування задач та вправ.

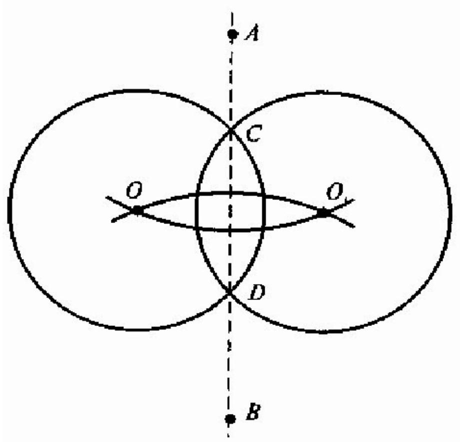
Завдання 1. Побудуйте трикутник ABC за кутом A і висотами hb і hc. ***Розв'язання.*** *Побудуємо прямокутний трикутник AH2B з катетом BH2 = hb і гострим кутом A. Дістанемо сторону AB. Потім будуємо прямокутний трикутник ACHг з гострим кутом A і катетом CH3 = hc. Дістанемо сторону AC. Трикутник ABC — шуканий.*



Завдання 2. Побудуйте, циркулем і лінійкою трикутник за двома даними сторонами a і b (b > a), якщо відомо, що кут проти однієї з них втричі більший від кута проти другої.

Розв'язання*. Припустимо, що трикутник ABC побудовано, B=3A. Проведемо з точки B до прямої AC відрізок BE такий, що ABE = BAC. Тоді трикутник BCE буде рівнобедреним, тому AE = BE. Трикутник BCE також рівнобедрений, оскільки BEC = CBE = 2 BAC, тому BC = CE = a. Отже, AE = EB = b–a, оскільки AC = b.*

У трикутнику BCE CB = CE – a, EB = b – a, тому його можна побудувати, користуючись циркулем і лінійкою. Після цього на продовженні сторони CE відкладемо відрізок EA = b – a. Трикутник ABC — шуканий.



Завдання 3. Дано коло і його центр O. Точки A і B лежать поза колом. Побудуйте, користуючись лише циркулем, точки перетину даного кола з прямою AB.

Розв'язання. *Візьмемо пряму AB за вісь симетрії і побудуємо коло, симетричне даному. Його центр — точка перетину кіл з центрами в точках A і B та радіусами відповідно AO і BO. Перетин цього кола з даним- шукані точки C і D.*

Завдання для самостійного розв'язування.

1. Побудуйте квадрат з даним центром O, якщо дві паралельні сторони квадрата (або їх продовження) проходять через дані точки M і N (пряма MN не містить точки O).
2. Побудуйте трикутник за кутом B, стороною a, та сумою сторін b + c.

Заняття № 6

Тема. Розв'язування задач на побудову методом геометричних місць.

Мета: домогтися засвоєння учнями схеми дій, що покладено в основу методу геометричних місць; сформувати вміння відтворювати схему, що лежить в основі методу геометричних місць; виконувати дії, що передбачені цією схемою.

Хід заняття

Пояснення вчителя

Геометричним місцем точок називається фігура (сукупність або множина точок), що складається з усіх тих і тільки тих точок, які мають певну властивість, або певні властивості.

Геометричне місце точок визначається властивістю (або властивостями) своїх точок. Може трапитися, що задача на побудову зводиться до побудови такої точки (точок), яка має дві властивості, однією з яких визначається одна лінія (наприклад, пряма), а другою – інша лінія (наприклад, коло). Точка перетину цих ліній матиме обидві властивості, а отже, буде шуканою. Побудова такої точки може привести до розв'язання задачі.

Суть методу геометричних місць полягає в слідуючому:

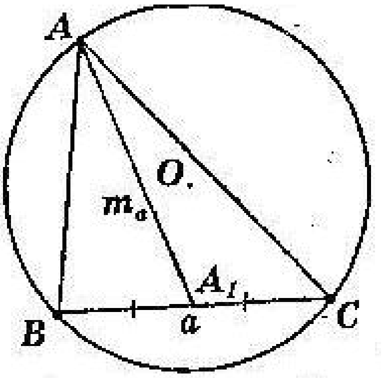
1. Вивчивши умову задачі, знаходять таке її обмеження, після відкидання якого останніми визначається деяке ГМТ. Будують його(фігуру f_1).

2. Приймають до уваги відкинуте раніше обмеження, але знаходять і відкидають таке інше, щоб останніми теж визначалось деяке ГМТ – f_2. Будують його. Спільна точка фігур f_1 і f_2 матиме обидві властивості, а отже, буде шуканою.

Є задачі, в яких точка перетину фігур f_1 і f_2 є шуканою. Однак в багатьох випадках вона може бути допоміжною, тобто такою, з допомогою якої будується шукана фігура. В окремих задачах шукана точка може належати заданій в умові задачі фігурі (прямій або колу). В такому випадку для побудови цієї точки досить побудувати одне ГМТ.

При розв’язуванні задач на побудову методом геометричних місць дослідження, як правило, пов’язують з існуванням точки перетину фігур f_1 і f_2 .

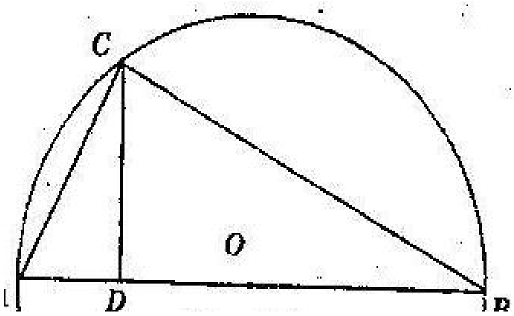
Розв'язування задач і вправ.



Завдання 1. Побудуйте трикутник за стороною, медіаною, проведеної до цієї сторони і радіусом описаного кола.

Аналіз. Нехай трикутник ABC – шуканий, вписаний в дане коло (O,R), BC=a, $BA_1=A_1C$, $AA_1=m_a$. Вершина A належить колу (O,R), і колу (A_1, m_a).

Побудова. Фіксуємо на колі (O,R) довільну точку B. C=(O,R)(B, a). Будуємо точку A_1. A=(O,R) (A_1, m_a).



Доведення. Випливає з аналізу.

Дослідження. Внаслідок побудови 2 отримаємо дві точки C та C_1, якщо $a < 2R$. Відрізки BC і BC_1- рівні. Точка A_1 існує, і до того ж, єдина. Якщо кола (A_1, m_a) $і$ (O,R) не мають спільних точок, то задача розв'язків не має. Якщо ці кола дотикаються, то трикутник ABC – рівнобедрений. Задача має єдиний розв'язок, бо трикутник, побудований аналогічно до трикутника ABC на відрізку BC_1 буде рівний з ним. Якщо вказані кола мають дві спільні точки, то отримаємо два рівних трикутники – ABC та A^1BC. В цьому випадку отримаємо чотири рівних трикутника – ABC і A^1BC, і два, рівних з ними, побудованих на хорді BC_1. Оскільки задача метрична, то і в цьому випадку вона буде мати єдиний розв'язок.

Завдання 2. Побудувати відрізок з довжиною $x = \sqrt{ab}$, де a $і$ $в$ – довжини заданих відрізків.

Розв'язання. Відомо, що висота прямокутного трикутника, проведена з вершини прямого кута, є середнім геометричним (пропорційним) між відрізками, на які вона поділяє гіпотенузу. Звідси, побудова.

Побудова. Будуємо послідовно відрізки АД=*а* і ДВ=*в*; На відрізку AD як на діаметрі будуємо півколо f. .Будуємо СДАВ , (С∈ f) і одержуємо шуканий відрізок СД. Правильність побудови випливає з того, що $\angle ACB = 90^0$.

Завдання для самостійного розв'язування.

Побудуйте трикутник за його бісектрисою і відрізками, на які вона поділяє протилежну сторону.

Знайти геометричне місце точок, для яких відношення відстаней до двох заданих точок є стала величина.

Заняття № 7

Тема. Олімпіадні задачі.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: провести олімпіаду, перевірити рівень засвоєння знань учнями, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення, самостійність.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* - систематизувати уміння й навички учнів розв'язувати олімпіадні задачі, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та самостійно знаходити правильну відповідь нестандартним способом.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

I. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

II. Мотивація навчальної діяльності.

Пропонуємо учням написати так звану контрольну роботу у вигляду олімпіади.

III. Робота над завданнями олімпіади.

Завдання 1. На дорозі між двома гірськими селами горизонтальних ділянок немає. Автобус вгору їде зі швидкістю 15км/год, а вниз – 30 км/год. Яка відстань між селами, якщо відомо, що шлях туди і назад автобус проїздить за 4 години?

Розв'язання. Зрозуміло, що загальна довжина як підйомів, так і спусків на маршруті туди і назад дорівнює відстані між селами, яку позначимо через x км, тоді $\frac{x}{15}+\frac{x}{30}=4$.

ϑ_1=15км/год, ϑ_2 =30км/год, $S_1 = S_2$, t_1+t_2=4год S - ?

$S_1 = \vartheta_1 \cdot t_1$; $S_2 = \vartheta_2 \cdot t_2$; $S = \frac{t_1+t_2}{\frac{1}{\vartheta_1}+\frac{1}{\vartheta_2}} = \frac{(t|1+t_2)\vartheta_1\vartheta_2}{\vartheta_1+\vartheta_2} = \frac{4\cdot 15\cdot 30}{45}$ =40 км.

Відповідь. 40 км.

Завдання 2. Ліспромгосп вирішив вирубати сосновий ліс, але екологи рішуче виступили проти цього. Тоді директор лісгоспу всіх заспокоїв, сказавши: «У вашому лісі 99% сосен. Ми будемо рубати тільки їх, причому після рубки сосен залишиться 98% від всіх дерев». Яку частину лісу має намір вирубати ліспромгосп?

Розв'язання. Оскільки спочатку інших дерев був 1%, а після рубки сосен їх мало стати 2%, то загальна кількість дерев зменшилась вдвічі. Отже, лісгосп має намір вирубати половину лісу.

x_1кількість всіх дерев до вирубки;

$0{,}99x_1$ **–** кількість сосен;

$0{,}01x_1$ **–** кількість решти дерев.

x_2 – кількість дерев, що залишились;

$0{,}98x_2$ – кількість сосен;

$0{,}02x_2$ – кількість решти дерев, що залишились;

$0{,}01x_1 = 0{,}02x_2$; $x_1 = \mathbf{2}\, x_2$; $x_2 = \frac{1}{2}x_1$ **–** це означає, що буде вирубана половина від наявної кількості дерев.

Відповідь. Половину.

Завдання 3. Скількома способами з відрізків довжиною **7см і 12см** можна скласти відрізок довжиною **1м**?

Розв'язання. *Нехай x – кількість відрізків по 7см, y – кількість відрізків по 12см. За умовою задачі 7x+12y =100. Звідси 7x = 4(25–3y). Тоді x ділиться націло на 4, а (25–3y) ділиться націло на 7. Оскільки 25–3y<25, то ця різниця дорівнює або 21, або 14, або 7. Із цих трьох випадків можливий тільки третій. Тоді x=4, y=6.*

Відповідь. *Спосіб тільки один: 4 відрізки по 7см і 6 відрізків по 12см.*

Завдання 4. Маємо два сплави міді і цинку. Перший сплав містить 9% цинку, а другий – 30%. Скільки кілограмів кожного сплаву треба взяти, щоб отримати сплав масою 300 кг, який містить 23% цинку?

Розв'язання. *Нехай x (кг) – маса першого сплаву, який містить 0,09x (кг) цинку.y(кг)* – маса II сплаву, який містить *0,3y(кг)* цинку. Складаємо систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 300; \\ 0{,}09x + 0{,}3y = 300 \cdot 0{,}23 \end{cases}$, розв'язавши яку отримаємо

x=100 кг – маса I сплаву, y=200 кг – маса II сплаву.

Відповідь. 100 кг і 200кг.

Завдання 5. У лівому нижньому кутку шахової дошки **10х12** стоїть ферзь, що ходить на будь-яке число клітинок праворуч, вгору або по діагоналі праворуч-вгору. Двоє по черзі ходять ферзем. Програє той, хто не може зробити свій черговий хід. Хто з гравців має виграшну стратегію? Відповідь обґрунтуйте.

IV Домашнє завдання.

Завдання 1. За перший день триденної велогонки велосипедисти проїхали *7/15* усього маршруту, за другий - *2/5* усього маршруту, за третій - решту *40 км*. Знайдіть довжину всього маршруту.

Завдання 2. Знайдіть усі трицифрові непарні числа, кратні 45, у записі якого усі цифри не перевищують 6.

Заняття № 8

Тема. Олімпіадні задачі.

Формування компетентностей:

предметна компетентність: провести олімпіаду, перевірити рівень засвоєння знань учнями, розвивати спостережливість, кмітливість, логічне мислення, самостійність.

ключові компетентності:

- *математична компетентність* - систематизувати уміння й навички учнів розв'язувати олімпіадні задачі, удосконалити вміння аналізувати задачу, робити правильні висновки та самостійно знаходити правильну відповідь нестандартним способом.

- *спілкування державною мовою* – доречно та коректно вживати математичну термінологію, поповнювати свій словниковий запас, робити висновки на основі отриманої інформації, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку;

- *інформаційно – цифрова компетентність* – структурувати дані, визначати достатність даних для розв'язування завдань;

- *основні компетентності у природничих науках і технологіях* – розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі, і які можна розв'язати засобами математики;

- *уміння вчитися впродовж життя* – визначати мету навчальної діяльності, відбирати і застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення мети;

- *ініціативність і підприємливість* – генерувати нові шляхи розв'язання поставлених проблем, ухвалювати оптимальні розв'язування, аргументувати свою позицію.

Хід заняття

І. Перевірка домашнього завдання.

Проаналізувати розв'язування домашнього завдання.

ІІ. Мотивація навчальної діяльності.

Пропонуємо учням написати так звану контрольну роботу у вигляду олімпіади.

ІІІ. Робота над завданнями олімпіади.

Завдання 1. Візьмемо очевидну рівність $6:6 = 7:7$. Після винесення за дужки спільного множника з кожної частини рівності будемо мати $6 * (1:1) = 7 * (1:1)$, або що те саме, $(2 * 3) * (1:1) = 7 * (1:1)$.З останньої рівності одержуємо $2 * 3 = 7$. Знайдіть помилку в цих міркуваннях.

Розв'язання. Помилка була допущена при винесені за дужки спільного множника з кожної частини початкової рівності. Замість $6 * (1:1) = 7 * (1:1)$треба було записати $6 * (1:6) = 7 * (1:7)$.

Завдання 2. Знайдіть принаймні три пари натуральних чисел m та n , для яких правильною є рівність $m! + 1 = n2$.(Через m! позначено добуток всіх натуральних чисел від 1 до m). Чи може в цій рівності n дорівнювати 2020?

Розв'язання. Такими, наприклад, є пари чисел:(4;5), (5;11), (7;71). Дорівнювати 2020 у цій рівності число n не може, бо m=1 не задовольняє, а для m>1 ліва частина записаної рівності є непарним числом.

Завдання 3. Пішов батько з чотирма синами в ліс по гриби. Батько знайшов 45 грибів тоді, коли кожний із його синів не знайшов жодного гриба. Роздав батько зібрані їм гриби дітям, і всі знову розійшлися по лісу. Коли зібралися йти додому, виявилося, що один із синів знайшов ще стільки ж грибів, скільки одержав від батька, другий знайшов два гриба, третій два гриба загубив, а четвертий — загубив половину тих грибів, що одержав від батька. При цьому у всіх синів грибів стало порівну. Скільки грибів дав батько кожному із них?

Розв'язання. 5, 8, 12 та 20 грибів. Якщо позначити кількість грибів, які батько дав своїм синам , через x, y, z та 2t, то з умови задачі отримаємо рівність:

$x + y + z + 2t = 45$ та $2x = y + 2 = z - 2 = t$.

Отже, $x + (2x - 2) + (2x + 2) + 4x = 45$, тобто $x = 5$, $y = 2x - 2 = 8$, $z = 2x + 2 = 12$, $2t = 2x = 20$.

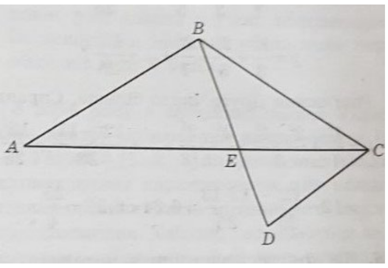
Завдання 4. Учитель перевірив роботу трьох учнів - Андрія, Василя та Сергія, але не приніс у клас. Учням він сказав: "Один із вас отримав "3", другий- "4", а третій -"5". У Сергія не "5", а у Василя не "4", а в Андрія. Здається. "4". Коли принесли зошити, то виявилось, що вчитель лише одному учневі сказав правильну оцінку, двом іншим- неправильну. Які оцінки отримали учні?

Розв'язання. Можливі 6 варіантів розташування оцінок: 5, 4,3: АВС, АСВ, ВАС, ВСА, САВ та СВА. Кожен запис означає, що "5" отримав перший учень, "4"-другий, "3"- третій. Букви в записах- перші літери імен учнів. З цих записів лише перший підходить до умови задачі: у твердженнях учителя одна оцінка правильна, а дві інші- ні. Тому Сергій отримав “3”, Василь- “4”, Андрій- “5”.

Завдання 5. Три товариші-мотоциклісти, маючи один двомісний мотоцикл, повинні за три години одночасно прибути до міста, розташованого за 60 км від них. Чи вдасться їм це зробити, якщо швидкість мотоцикла (з вантажем чи без нього) 50 км/год, а пішки кожен із них рухається зі швидкістю 5 км/год?

Розв'язання. Удасться. Один мотоцикліст за одну годину відвозить одного з товаришів на відстань 50 км. Решту 10 км той за дві години встигне пройти пішки. Так само за дві години другий товариш пройде 10 км від початку маршруту , де його вже чекатиме мотоцикліст, який менше ніж за одну годину подолає відстань у 40 км, повертаючись назад. Ще одну годину вона витратить, щоб вдвох прибути на мотоциклі до міста одночасно із їх третім товаришем.

Завдання 6. Відрізок BD перетинає сторону AC трикутника ABC, причому $BD = AB = BC$та $\angle ABD = 70°$. Знайдіть у градусах величину кута ACD.



Розв'язання. Трикутники ABC та BCD (див. рисунок)- рівнобедрені. Нехай $\angle ACD = x, \angle BAC = \angle BCA = \alpha$. Тоді $\angle BDC = \angle BCD = \alpha + x$, і для зовнішнього кута BEC трикутників ABE та DCE отримуємо,що$\angle BEC = 70° + \alpha$ та $\angle BEC = 2x + \alpha$. Звідси отримуємо, $2x = 70°, x = 35°$. Отже, $\angle ACD = 35°$.

Можна було міркувати ще й так: точки A, C, D лежать на колі з центром у точці B. Тому вписаний кут ACD дорівнює половині центрального кута ABD.

2.4. Практична перевірка результатів дослідження

Аналізуючи різні види джерел, наукову, психолого-педагогічну літературу, інтернет-ресурси та журнали , була розглянута методика розв'язування олімпіадних задач з математики у 6- 7 класах.

З метою перевірки доцільності та ефективності введення спецкурсу «Розв'язування олімпіадних задач з математики» було проведено експериментальну перевірку знань учнів.

До складу експертів були запрошені ряд компетентних фахівців:

1. Довжаниця О.Б . – вчитель математики в ОЗ "Деражненський ліцей";
2. Шворобей Л.А. – вчитель математики в ОЗ "Деражненський ліцей";
3. Ярошик Л.Л. – вчитель математики в ОЗ "Деражненський ліцей".

Експериментальна перевірка знань, умінь та навичок учнів з математики проводилась на базі Опорного закладу "Деражненський ліцей" у 6-А класі. Були залучені 15 учнів.

Перед початком проведення експерименту була проведена олімпіада, результати якої занесені у таблицю 2.1.

Таблиця 2.1.

Клас	Кількість учнів	Рівні засвоєння знань			
		Високий	Достатній	Середній	Низький
6-А		3	5	6	1

Проаналізувавши результати олімпіади, можна стверджувати, що всі учні отримали належну підготовку до олімпіади. Проте кількість школярів , які отримали середній та низький бал, ще досить висока, тому було розроблено і проведено тестування в режимі онлайн (додаток А) на тему: Конкурсні задачі "Кенгуру".

На основі аналізу шкільних підручників та журналів з математики був розроблений тест у Google Forms, завдання якого розбиті на секції за рівнями складності. Це дає змогу використовувати даний тест для учнів із різним рівнем підготовки.

У зв’язку із запровадженням карантинних заходів згідно розпорядження Міністерства освіти і науки України №1/9-154 підсумковий контроль у вигляді тесту був проведений онлайн.

Тема дослідження є актуальною, результат практичної перевірки засвідчив доцільність введення спецкурсу «Розв’язування олімпіадних задач з математики» .

Висновки

Проведене дослідження з теми “Методика підготовки учнів до розв’язування олімпіадних задач з математики в 6 —7 класах” дозволило нам переконатися у тому, що традиційне навчання зорієнтоване на “середнього” учня і воно проходить осторонь від сильних і слабких учнів, тобто недостатньо використовуються потенційні можливості школярів. Саме це обумовлює пошук шляхів, методів і засобів розв’язування нестандартних задач, властивих сучасній педагогічній практиці. Одним з таких завдань є пошук ефективних форм і прийомів підготовки учнів до розв’язування олімпіадних задач.

На підставі проведеного дослідження ми прийшли до наступних висновків:

1. Проаналізувавши поняття “задача” в психолого-педагогічній літературі, показали її роль в інтелектуальному розвитку учнів;

2. Визначили особливості практичної підготовки школярів до розв’язування олімпіадних задач;

3. Обґрунтували доцільність використання нестандартних задач на різних етапах сучасного навчання в школі.

Аналіз наукових досліджень, що стосуються даної теми, показав, що при розв’язуванні нестандартних та олімпіадних задач доцільно використовувати різні рівні складності, зокрема, створювати проблемну ситуацію, показавши шляхи її вирішення, оскільки у пошуках розв’язання проблеми беруть участь учні, яким пропонується висунути гіпотезу і спробувати її довести.

Важливо під час розв’язування нестандартних задач використовувати життєвий досвід учнів. Так, у ході бесіди часто виникають ситуації, які змушують їх логічно мислити, знаходити правильне розв’язання. Це розвиває в них кмітливість, робить урок цікавим і захоплюючим.

Перший розділ роботи – це теоретико-методичні основи розв'язування олімпіадних задач. В ньому висвітлюється роль олімпіадних задач в інтелектуальному розвитку учнів та даються методичні рекомендації щодо їх використання. Йдеться мова про те як допомогти учням навчитися розв'язувати олімпіадні задачі.

Другий розділ – методичні особливості розв'язування олімпіадних задач у 6-7 класах. В розділі розкривається практична частина роботи, а також розроблені програми спецкурсів «Розв'язування олімпіадних задач з математики в 6 класах» та «Розв'язування олімпіадних задач з математики в 7 класах» , розроблені плани-конспекти спецкурсу для 6-7 класів.

В ході проведення практичної перевірки ефективність даного дослідження була повністю підтверджена, про що свідчать результати практичної перевірки, які описуються в другому розділі магістерської роботи.

Враховуючи обставини, які складаються в нашій країні, на даний час олімпіади доцільно проводити онлайн. Для цього існує багато онлайн-сервісів, які допоможуть нам справитись з цим завданням на відмінно. В даній роботі ми продемонстрували використання двох онлайн-сервісів для проведення олімпіад, таких як : Google Forms та Learning Apps. (Додаток Б) Для демонстрації роботи сервісів ми використали матеріали розробленого нами заняття. (Додаток А)

Список використаної літератури

1. Балл, Г. А. Теория учебных задач. Москва: Педагогика, 1990. 184 с.
2. Бахтина Т.П. Раз задачка, два задачка: пособие для учителей. Минск : Аверсэв, 2008. 219 с.
3. Бевз Г.П. Методика викладання математики: підр. для студ. Вид. 2-ге. Київ: Вища школа, 1977. 185-189 с.
4. Бондарук В.І. Розвиток математичних здібностей учнів засобами позакласної роботи. *Педагогічний пошук*. 2014. № 3. С.75–77.
5. Валах В.Я. Подорож у світі цілих чисел. Київ: Рад. школа, 1978. 104 с.
6. Вельдбрехт Д.О., Токар Н.К. Декада математики в школі. Харків: Основа, 2003. 96 с.
7. Волкова Н.П. Педагогіка. Київ: Академія, 2001. 321 с.
8. Вишенський В.А. Гра – не тільки розвага. *У світі математики.* 1995. №1. С.73-76.
9. Галай Г.І., Гриневич Г.Д. Учням про видатних математиків / за ред. М.І. Кованцова. Київ: Рад. Школа, 1976. 160 с.
10. Гальперин Г.А. Просто о простых числах. *Квант*. 1987. №4. С.9.
11. Годованюк Т.Л. Позакласна робота з математики. *Математика в школі*. 2011. № 5. С.24–29.
12. Губа Л.А. Нестандартні уроки математики. Харків: Основа, 2005. 96 с.
13. Громов М.В. Можливі напрямки розвитку математики в наступних десятиліттях. *Математика.* 2001. №7. С.1-8.
14. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. Москва: МЦНМО, 2002. 120 с.
15. Єгорова М.Е. Починаємо готуватися до олімпіади. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2011. № 5. С.51–53.
16. Заєць В.І. Математичні вікторини, олімпіади, ранки. URL: https://klasnaocinka.com.ua/ru/article/matematichni-viktorini-olimpiadi-ranki.html (дата звернення: 17.10.2020)

17. Матюшкин, А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. Москва: Педагогика, 1972. 208 с.

18. Машбиц, Е.И. Психологический анализ учебной задачи. *Советская педагогика,* 1973. № 2. С.58-65.

19. Мільто. Л.О. Методика розв’язання педагогічних задач: навч. посіб. Харків: Ранок, 2004. 152 с.

20. Коба. В.І., Хмура О.О. Позакласна робота з математики в школі. Київ: Рад школа, 1987. 375 с.

21. Козира В.М. Подільність цілих чисел в задачах. Тернопіль, 1996. 32с.

22. Козира В.М. Технологія уроку з математики: навч. посіб. Тернопіль: Астон, 2002. 53 с.

23. Конет І.М., Паньков В.Г. Обласні математичні олімпіади. Кам’янець – Подільський: Абетка, 2005. 344с.

24. Крижановський О.Ф. Розв’язування олімпіадних задач математики. *Математична газета.* 2010. №6. С.8-15.

25. Лоповок Л.М. Збірник математичних задач логічного характеру. Київ: Рад школа, 1977. 104с.

26. Маланюк М.П., Лукавецький В.І. Олімпіади юних математиків. Київ: Рад. Школа, 1981. 104с.

27. Маланюк М.П., Маланюк П.М. Шукаймо закономірності. Проблемно – пошукові задачі з математики для учнів 5-6 класів. Тернопіль, 1997. 88 с.

28. Малафіїк І.В. Дидактика. Рівне: Наука, 1995. 398 с.

29. Моляко В.А. Психология решения школьниками творческих задач. Київ: Рад школа, 1983. 94с.

30. Орлов А.И. Принцип Дирихле. *Квант.* – 1971. №7. С.17-19.

31. Паніхідіна Н.А, Федак І.В. Третя відкрита обласна олімпіада з математики для учнів 5-8 класів. *Математика в школах України*. 2020. № 16-18. С.66-67.

32. Панішева О.В. Тиждень математики в школі. Харків: Основа, 2007. 144 с.

33. Панова И.В. Подготовка учащихся к олимпиадам по математике. URL: https://urok.1sept.ru/articles/621582 (дата відвідування – 11.09.2020).

34. Перенчук В.К. Нестандартні підходи до навчання учнів на уроках математики. *Математика в школах України.* 2006. №1. С.2-3.

35. Підручна М.В, Янченко Г.М. Позакласна робота: навч. кн. Тернопіль: Богдан, 2003. 188 с.

36. Пойа Д. Как решать задачу. Москва: Учпедгиз, 1961. 207 с.

37. Пойа Д. Математическое открытие. Москва: Наука, 1976. 448 с.

38. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. Москва: Наука, 1975. 463 с.

39. Рейтман, У.Р. Познание и мышление / под ред. А.В. Напалкова. Москва: Мир, 1968. 400 с.

40. Светлова Т.В. Готуємось до олімпіади з математики. *Математики в школах України.* 2019. №28-30. С.16-22.

41. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. Київ: Вища школа, 2006. 386 с.

42. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике. Киев: Рад. Школа, 1983. 256 с.

43. Степанов В.Д. Активізація внеурочной работы по математике в средней школе. Москва: Просвещение, 1991. 112 с.

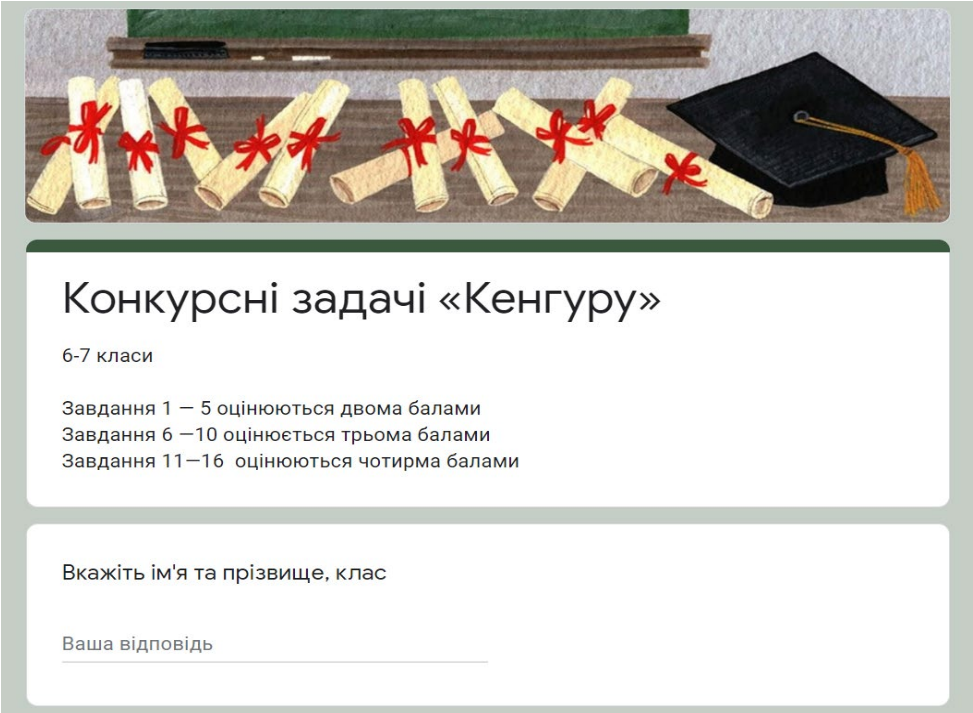
44. Степанюк М.В., Федак І.В. ІІІ етап всеукраїнської олімпіади з математики 2020 року в Івано-Франківській області. *Математика в школах України.* 2020. №7-9. С.50.

45. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. Москва: Просвещение, 1989.

46. Фридман, Л.М. О некоторых вопросах использования задач в обучении. *Советская педагогика.* 1974. № 6. С.50-55.

47. Черкасов Р.С., Столяр А.А. Методика викладання математики в середній школі. Харків: Основа, 1992. 151 с.

Додаток А



Конкурсні задачі «Кенгуру»

6-7 класи

Завдання 1 — 5 оцінюються двома балами
Завдання 6 —10 оцінюється трьома балами
Завдання 11—16 оцінюються чотирма балами

Вкажіть ім'я та прізвище, клас

Ваша відповідь

Онлайн — сервіс Google Forms

1. Метелик сів на написану на папері правильну рівність, 2005-205 = 25 + ? закривши крильцями одне з чисел. Яке число закрили крильця метелика?

- А:250
- Б:1775
- В:1800
- Г:1805
- Д:2185

2. За квадратний стіл можуть сісти четверо осіб (з кожного боку по одній). Школярі для вечірки зсунули разом 10 квадратних столів так, що вони утворили один довгий прямокутний стіл. Скільки людей можуть сісти за цей стіл?

- 20
- 22
- 30
- 40

3. З одного боку вулиці Миру будинки під непарними номерами від 1 до 39, а з другого боку цієї вулиці всі будинки з парними номерами від 2 до 34. Скільки будинків на вулиці Миру?

- 8
- 36
- 37
- 38
- 73

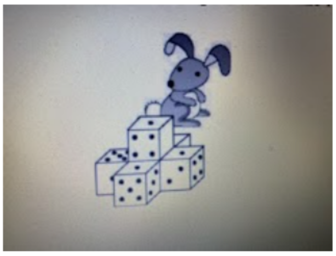
4. Число а – найменше натуральне, сума цифр якого дорівнює 12. Що це за число?

- 0
- 12
- 27
- 24
- 32

5. Який із виразів має найменше числове значення?

- А:2+0+0+8
- Б:200:8
- В:2*0*0*8
- Г:200-8
- Д:8+0+0-2

6. Маленький кролик дивиться на тильну сторону фігурки, зробленої з шести гральних кубиків (див. малюнок). Фігурка побудована так, що будь-які дві склеєні сторони, мають однакову кількість точок. Кролик підсумував всі точки на тильних сторонах гральних кубиків, які він бачив. Скільки точок бачив кролик? (Кількість точок на двох протилежних гранях кожного грального кубика дорівнює семи.)



- 14
- 16
- 19
- 23
- 24

7. Палицю довжиною 15 дм поділили на найбільшу можливу кількість частин різної цілочисельної довжини (в дм). Скільки частин утворилось?

- 3
- 4
- 5
- 6
- 15

8. Скільки існує різних кубів з трьома синніми і трьома білими гранями?

- А: 1
- Б: 2
- В: 3
- Г: 4
- Д: 5

9. Чому дорівнює різниця суми перших 1000 натуральних парних чисел і суми перших 1000 натуральних непарних чисел?

- 1
- 200
- 500
- 1000
- 2000

10. Мауглі потрібно 40 хвилин на подорож від дому до моря, якщо туди він іде пішки, а повертається на слоні. Якщо він їде на слоні в обидва боки, то тратить на весь шлях 32 хвилини. Як довго триватиме його подорож в обидва боки пішки?

- 24
- 42
- 46
- 48
- 50

11. 9 тістечок коштують менше, ніж 10 грн, ті ж 10 тістечок коштують більше, ніж 11 грн. Скільки коштує одне тістечко?

- А: 1,09 грн
- Б: 1,11 грн
- В: 1,12 грн
- Г: 1,15 грн
- Д: неможливо визначити

12. Пола і Біл мають 18 гривень, Біл і Джон - 12 гривень, Джон і Марія — 10 гривень. Скільки гривень мають Марія і Пола?

- А: 16
- Б: 20
- В: 24
- Г: 25
- Д: 48

13. M, D, S, E, K сидять на лавці в парку. M не сидить з правого краю, а D не сидить з лівого краю. S не сидить скраю. K не сидить біля S, а S не сидить біля D. E сидить справа від D, але не обов'язково біля неї. Хто сидить крайнім справа?

- А: неможливо визначити
- Б: D
- В: S
- Г: E
- Д: K

14.З полудня до півночі Вчений Кіт спить під дубом, а з півночі до полудня він розповідає казки. Табличка на дубі над ним сповіщає : „ Дві години тому Вчений Кіт робив те саме, що він буде робити через годину." Скільки годин на добу табличка говорить правду?

- А: 3
- Б: 6
- В: 12
- Г: 18
- Д: 21

15. Роман хоче поділити прямокутник розмірами 6 см * 7 см на квадрати зі сторонами, довжини яких виражаються цілим числом сантиметрів. Якунайменшу кількість квадратів він може отримати?

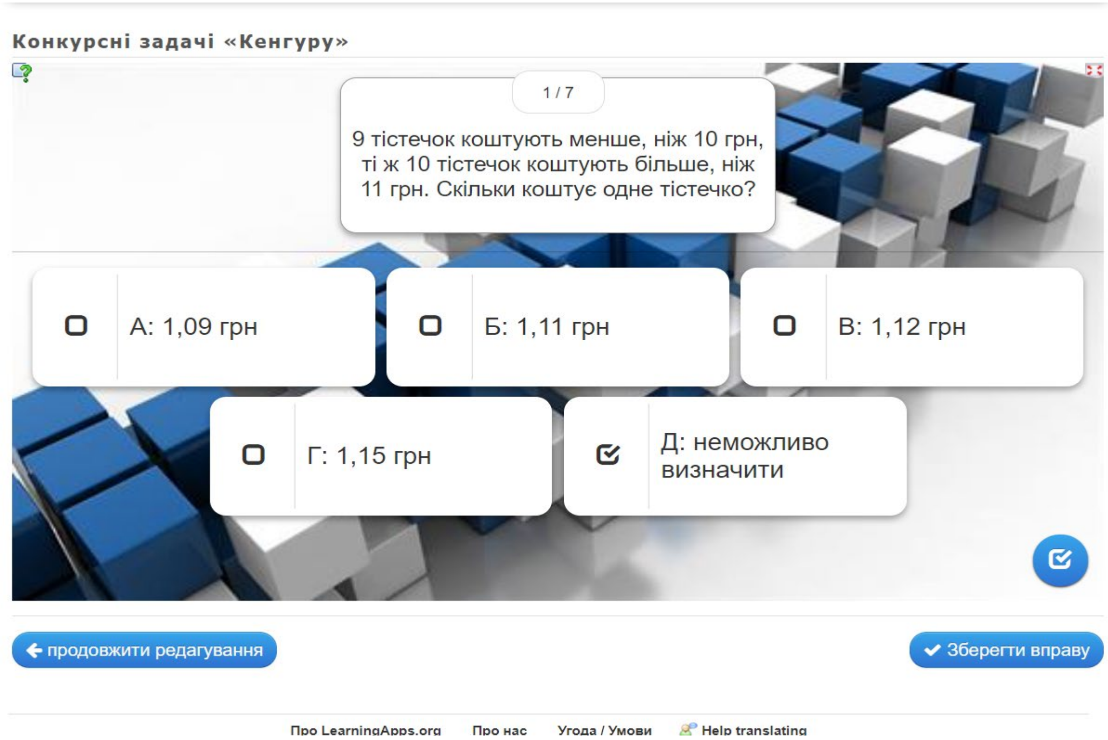
- А: 4
- Б: 5
- В: 7
- Г: 9
- Д: 42
- Інше: ____

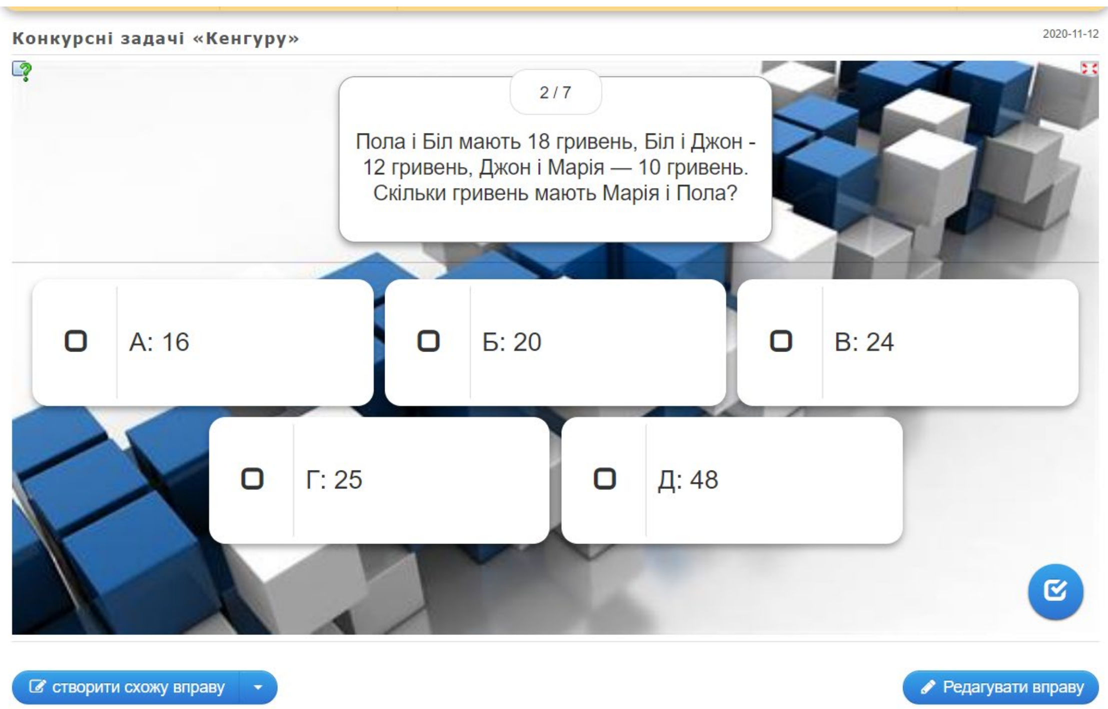
16. Петрик має прямокутний аркуш паперу розмірами 192 см * 84 см. Він розрізає цей аркуш уздовж прямої лінії на дві частини, одна з яких є квадратом. Після цього робить те ж саме з неквадратною частиною, і так далі, поки обидві частини не будуть квадратними. Чому дорівнює довжина сторони останнього вирізаного Петриком квадрата?

- А: 4 см
- Б: 5 см
- В: 7 см
- Г: 9 см
- Д: 12 см

Додаток Б

Онлайн - сервіс Learning Apps





Конкурсні задачі «Кенгуру» 2020-11-12

3 / 7

M, D, S, E, K сидять на лавці в парку. M не сидить з правого краю, а D не сидить з лівого краю. S не сидить скраю. K не сидить біля S, а S не сидить біля D. E сидить справа від D, але не обов'язково біля неї. Хто сидить крайнім справа?

- А: неможливо визначити
- Б: D
- В: S
- Г: E
- Д: K

створити схожу вправу | Редагувати вправу

2020-11-12

створити схожу вправу | Редагувати вправу

Конкурсні задачі «Кенгуру» 2020-11-12

5 / 7

З полудня до півночі Вчений Кіт спить під дубом, а з півночі до полудня він розповідає казки. Табличка на дубі над ним сповіщає : „ Дві години тому Вчений Кіт робив те саме, що він буде робити через годину." Скільки годин на добу табличка говорить правду?

- А: 3
- Б: 6
- В: 12
- Г: 18
- Д: 21

створити схожу вправу | Редагувати вправу

Конкурсні задачі «Кенгуру» 2020-11-12

6 / 7

Роман хоче поділити прямокутник розмірами 6 см * 7 см на квадрати зі сторонами, довжини яких виражаються цілим числом сантиметрів. Яку найменшу кількість квадратів він може отримати?

- А: 4
- Б: 5
- В: 7
- Г: 9
- Д: 42

створити схожу вправу

Редагувати вправу